

ESTUDIO COMPARATIVO SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES: ANÁLISIS DE TAREAS EN LIBROS DE TEXTO DE CHILE, FRANCIA E ITALIA

Charlotte Derouet, Carolina Henríquez, Romina Menares, Monica Panero

Université Paris Diderot (Francia), Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, (Chile), ENS de Lyon (Francia)
derouet@math.univ-paris-diderot.fr, carolina.henriquez@pucv.cl, rominame3@gmail.com, monica.panero@ens-lyon.fr

Palabras clave: función, comparación internacional, educación medio superior, libro de texto.

Key words: function, international comparison, secondary education, textbooks.

RESUMEN: El propósito de este escrito es mostrar un análisis comparativo relativo al estudio de tareas que involucran la noción de función en libros de texto de Chile, Francia e Italia. El análisis es de corte cualitativo, para lo cual fue diseñada una herramienta metodológica que facilita el estudio en profundidad de las tareas propuestas. Para estos efectos utilizamos una metodología específica de análisis de tareas, la cual ha sido refinada con perspectivas diversas. Los resultados evidencian diferencias importantes en relación a las tareas analizadas según cada país. El instrumento de análisis se propone como una herramienta susceptible de ser empleada y mejorada en estudios posteriores.

ABSTRACT: The intention of this article is to show a comparative analysis concerning the study of tasks that involve the notion of function in textbooks of Chile, France and Italy. The analysis is qualitative, and we searched for a methodological tool that facilitates the in-depth study of the proposed tasks. For this purpose, we use a specific methodology of analysis of tasks, which has been refined by different perspectives. The results show important differences in relation to the tasks analyzed from each country. The instrument of analysis turns out to be a tool capable of being used and improved in later studies.

■ CONTEXTO DEL ESTUDIO

El propósito de esta comunicación es mostrar un análisis comparativo sobre la enseñanza de las funciones en la educación media superior (o liceo), específicamente nos centramos en el análisis a priori de tareas que se proponen en los libros de texto en tres países: Chile, Francia e Italia. Cabe señalar que el contexto general de los sistemas escolares en estos países es diferente. En Chile, la escolaridad culmina en el grado 12, en *Cuarto Medio*. Lo mismo ocurre en Francia, en el nivel *Terminale* del liceo. En el sistema italiano, la escolaridad culmina en la *Scuola secondaria di II grado*, en el grado 13, es decir, un año más que Chile y Francia. En la siguiente Tabla (1), se muestra de forma resumida los diferentes sistemas escolares de Chile, Francia e Italia.

Tabla 1. Los diferentes sistemas escolares en Chile, Francia e Italia

Chile			Francia			Italia		
1	Educación Básica (6/11 años)	1° básico	1	École primaire (6/11 años)	CP	1	Scuola primaria (6/11 años)	primo anno
2		2° básico	2		CE1	2		secondoanno
3		3° básico	3		CE2	3		terzoanno
4		4° básico	4		CM1	4		quartoanno
5		5° básico	5		CM2	5		quinto anno
6		6° básico	6	Collège (11/15 años)	6ème	6	Scuola secondaria di I grado (11/14 años)	primo anno
7	Educación Media Formación General (12/17 años)	7° básico	7	5ème	7	secondoanno	terzoanno	
8		8° básico	8	4ème	8	terzoanno		
9		1° medio	9	3ème	9	Scuola secondaria di II grado (14/19 años)	primo anno	
10	Educación Media Diferenciada (16/17 años)	2° medio	10	Lycée (15/18 años)	2nde	10	secondoanno	
11		3° medio	11	1ère	11	terzoanno		
12		4° medio	12	Terminale	12	quartoanno		
						13	quinto anno	

En un estudio relativo a los sistemas escolares de Francia e Italia en la enseñanza de funciones se reporta sobre la similitud de ambas organizaciones (Derouet & Panero, 2015). Con la inclusión de Chile en esta investigación se amplía y enriquece el estudio, en el cual se evidencian las diferencias del sistema educativo en relación a los otros dos países. En un estudio reciente concerniente a las funciones, se comparan tareas de evaluaciones que los estudiantes deben rendir al finalizar la educación medio superior, las cuales corresponden al sistema de ingreso a la universidad (Derouet, Henríquez, Menares & Panero, 2015). Este estudio evidencia algunas similitudes y amplias diferencias entre las evaluaciones de dichos países. Por ejemplo, se observa una gran diferencia en el nivel de disponibilidad de conocimientos y la autonomía esperada de los estudiantes: en Chile, los estudiantes requieren un alto nivel de activación de conocimientos de las funciones como objeto; en Francia, los estudiantes requieren movilizar algunos conocimientos a nivel de herramienta y en otros casos como objeto, otorgando también poco espacio a la autonomía; en Italia, los estudiantes tienen mayor autonomía en la solución de tareas y en la movilización de conocimientos, alta disponibilidad a nivel de herramienta.

En relación a los libros de texto que se utilizan en cada país, éstos se desarrollan bajo políticas variadas. Por ejemplo en Chile, el Ministerio de Educación entrega un único libro de texto para cada nivel a las instituciones municipales o particulares subvencionadas, independiente de la institución (Científico-Humanista o Técnico Profesional) y del currículo. En cambio, en Francia e Italia se elabora más de un texto por nivel, dependiendo de la organización del sistema escolar y su currículo (liceo general y tecnológico, y liceo profesional, en Francia; liceo, instituto técnico e

instituto profesional, en Italia). En este estudio nos focalizamos en tareas de libros de texto que implican funciones, y nos preguntamos qué se espera de la actividad matemática del estudiante en las propuestas estudiadas de las secciones científicas en los tres países, considerando la tarea tal como se presenta en el libro de texto. En este sentido, las actividades propuestas son concebidas como un apoyo muy importante para la organización didáctica del profesor, que le permite escoger (o adaptar) las situaciones que los estudiantes deben afrontar en la clase. Asimismo, trabajamos en el diseño de una herramienta metodológica que facilite el estudio en profundidad de tareas propuestas, considerando elementos del análisis de tareas de Robert (1998) y en enfoques complementarios como los de Douady (1986), Duval (1995, 2005) y Chevallard (1999).

■ ASPECTOS METODOLÓGICOS

Este estudio es de corte cualitativo relativo al análisis de tareas que involucran la noción de función, las cuales fueron seleccionadas de los libros de texto de los tres países. Luego, mediante un análisis *a priori* estudiamos las particularidades que en cada trabajo matemático activado por la tarea se favorece. Particularmente, utilizamos la metodología de análisis de tareas introducidas por Robert (1998), nos preguntamos por el grado de apertura de la tarea (abierta, cerrada, semi-abierta, semi-cerrada), la finalidad de la tarea según el momento en que esta se propone (exploración, introducción, familiarización de una técnica o teorema, aplicación, volver a tratar un conocimiento antiguo, o evaluación), el nivel de activación de conocimientos (técnico, movilizable, disponible).

En este trabajo nos enfocamos en el nivel "disponible", que corresponde a la activación del conocimiento sin indicación en el texto. Podemos distinguir dos grados de disponibilidad. Por un lado, una *noción/propiedad* que puede ser memorizada y empleada como objeto (por ejemplo, la memorización de una fórmula para trabajar directamente la noción en juego). Lo llamamos "disponibilidad como el objeto"; por otro lado, una *noción/propiedad* puede ser recordada y presentada por el estudiante como "herramienta" para solucionar una pregunta que no implica directamente la noción. Lo llamamos "disponibilidad como el herramienta". Además, identificamos el tipo de tarea desde la perspectiva de Chevallard (1999); analizamos si el conocimiento es disponible como herramienta u objeto, y los marcos activados (Douady, 1986); identificamos los aspectos semióticos que se privilegian, tratamientos y conversiones, en relación a los registros involucrados (Duval, 1995, 2005). Además, consideramos el nivel de postura esperado en la activación de conocimiento, y la disponibilidad de los objetos matemáticos empleados (herramienta/objeto).

En el desarrollo del estudio, la elección de libros de texto es la siguiente: en Chile el texto es único para 2° Medio (Muñoz, Rupin & Jiménez, 2014); en el caso de Francia, consideramos el libro *Math'x* (Le Yaouanq, 2012) del nivel Terminale Scientifique, y en Italia, uno de los textos del nivel *Quinto Anno del Liceo Scientifico* (Bergamini, Trifone & Barozzi, 2013). La siguiente Tabla (2) muestra de forma resumida aspectos de los textos seleccionados, y también, de las tareas que fueron analizadas.

Tabla 2. Resumen de la tarea seleccionada según el libro de texto por país

País	Nivel	Unidad	Sección de tarea	Página
Chile	2° Medio	Unidad 3: Álgebra. Lección 31: Función exponencial	Practiquemos lo aprendido	209
Francia	Terminale Scientifique	Capítulo 6: Límites de funciones	Estudio de funciones	186
Italia	Quinto Anno del Liceo Scientifico	Capítulo 27: El estudio de las funciones	El estudio de las funciones	1882

En general, destacamos tres aspectos relevantes del estudio: (1) por un lado, la coordinación de los elementos teóricos para analizar tareas, (2) la metodología empleada para análisis de tareas, la que puede ser mejorada y/o empleada en otros contextos y, (3) comparar el trabajo matemático que se espera de los estudiantes en cada país, en relación al concepto *función* en educación medio superior. Los análisis que se presentan a continuación proporcionan información que permite concluir acerca del *contrato didáctico* (Brousseau, 1988) que se establece en cada texto según la tarea específica.

■ ANÁLISIS A PRIORI DE TAREAS

Las tareas analizadas de los libros de texto de Chile, Francia e Italia, se escogieron por ser consideradas “representativas”, de acuerdo a los conceptos involucrados y el trabajo que esta demanda. A continuación, se muestra el análisis de tareas según cada país.

Tarea de texto Francia

La siguiente figura (1), muestra la tarea seleccionada que será analizada para el caso de Francia, de la sección “Límite de funciones” del último nivel de liceo.

Figura 1. Libro de texto francés *Math'x*, Terminale scientifique, ejercicio 65 (Le Yaouanq, M.-H, 2012, p. 186).

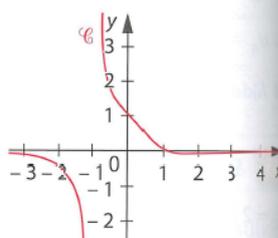
2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \frac{1-x}{x^3+1}$

représentée par la courbe \mathcal{C} ci-contre.

a. Étudier les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$ et en -1 .

b. Dresser le tableau de variations de f .

c. Reproduire la courbe \mathcal{C} et faire figurer les renseignements obtenus par cette étude.



En este ejercicio, la tarea general de la pregunta 2 (independiente de la pregunta 1) es estudiar la función f donde la expresión algebraica está dada, y luego, trazar el gráfico representativo de esta función. La función f tiene estatus de objeto en todo el ejercicio. La finalidad de la tarea según el momento es de aplicación de conocimientos estudiados. Las tres sub-preguntas se presentan por etapas para el estudio de la función. El trabajo del alumno es levemente guiado en las preguntas, es posible notar que cada sub-pregunta moviliza un registro de representación diferente y sugiere un cambio de registro. La representación gráfica de la función está dada, la cual permite ver como un medio de verificación de los resultados demandados; sin embargo, se espera que el procedimiento del estudiante sea mediante trabajo algebraico en las dos primeras preguntas: el contrato didáctico. El detalle de las preguntas se presenta a continuación.

La primera pregunta (a), respecto al *tipo de tarea*, esto es “estudiar los límites en puntos específicos de una función dada, y los límites de la misma función al ∞ y $-\infty$ ”. El *grado de apertura* es semi-abierto, pues está presente la representación gráfica de la función que permite al alumno comprobar sus resultados. El estudiante debe identificar que se trata de una función racional, y luego, deben estudiar el límite de la función, es suficiente determinar el límite del cociente de los términos de mayor grado del numerador y del denominador. Luego, el trabajo implica utilizar las fórmulas de los límites de un cociente. El *nivel de activación de los conocimientos* es disponible como objeto. En este caso se trata de un conocimiento nuevo en el nivel escolar. Finalmente, para esta sub-pregunta el registro semiótico es algebraico.

Para la sub-pregunta (b), se trata de un tipo de tarea “dibujar la tabla de variación de la función”. El registro de la respuesta esperada es la tabla (de variación). Para responder a la pregunta, el método para estudiar las variaciones de una función se supone disponible como objeto. El alumno debe desarrollar varias etapas: inicialmente, se espera un trabajo algebraico, en el cual el alumno debe determinar la función derivada de la función f . Como se trata de una función racional debe aplicar la fórmula de derivada de un cociente. Después, estudiar el signo de la función derivada para deducir las variaciones de la función. La propiedad que relaciona el signo de la derivada y las variaciones de la función es disponible como objeto. Después debe reunir los resultados en una tabla de variación agregando los resultados de la pregunta (a) en la tabla. En este caso, se trata de un cambio de registro. El nivel de autonomía del estudiante en esta pregunta es alto, y debe emplear métodos y desarrollar en etapas.

Finalmente, en la última sub-pregunta (c), el alumno tiene que reproducir la representación gráfica de la función y agregar en la gráfica la información obtenida en las preguntas anteriores. Se trata aquí de un cambio de registro: pasaje de un registro “tabla de variación” al registro gráfico.

En esta pregunta del libro, el trabajo se divide en sub-preguntas. No obstante, demandan autonomía por parte del alumno, especialmente en la pregunta (b).

En el estudio de las funciones esta forma de trabajar es habitual en Francia en este nivel. En particular, la tarea analizada requiere cambios de registro (algebraico \rightarrow tabla de variación \rightarrow gráfico). Aquí la función se estudia como objeto, pero no es el caso de los siguientes ejercicios del libro.

Tarea de Texto Italia

El extracto del libro Italiano que se presenta en la siguiente figura (2), muestra algunos ejemplos del tipo de ejercicio "Estudiar una función" dada en expresión algebraica del último nivel de liceo.

Figura 2. Libro de texto italiano *Matematica.blu 2.0*, Capítulo 27: El estudio de las funciones (Bergamini *et al*, 2013, p. 1882).

Studia e rappresenta graficamente le seguenti funzioni. (Nei risultati indichiamo con a le equazioni degli asintoti.)

51 $y = \frac{x^2 - 1}{x}$ [funzione dispari; $a: x = 0, y = x$]

52 $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$ [funzione pari; $a: x = \pm 1, y = 1$; min(0; 4)]

53 $y = \frac{x + 4}{x}$ [$a: x = 0, y = 1$]

54 $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ [discont. eliminabile per $x = 1$; $a: x = -1, y = 1$]

55 $y = \frac{3}{x^3 - 4x}$ [funzione dispari; $a: x = \pm 2, x = 0, y = 0$; min($-\frac{2\sqrt{3}}{3}; \frac{9\sqrt{3}}{16}$); max($\frac{2\sqrt{3}}{3}; -\frac{9\sqrt{3}}{16}$)]

56 $y = \frac{1 - x^2}{x - 4}$ [$a: x = 4, y = -x - 4$; min in $x = 4 - \sqrt{15}$; max in $x = 4 + \sqrt{15}$]

En esta actividad la pregunta es semi-abierta. No hay indicación sobre el método a utilizar; sin embargo, es un tipo de ejercicio que se trabajó durante el último año de liceo científico, por lo que podemos asumir que el estudiante está tratando de desarrollar y practicar una técnica rutinaria para resolverlo. Entonces, la finalidad de la tarea según el momento es de aplicación de conocimientos estudiados. Algunos conocimientos involucrados son antiguos (como el estudio del intervalo de definición, el signo, los ceros, la paridad) y otros son nuevos (como el estudio de las variaciones, asíntotas, de la concavidad). Cada paso del trabajo debe ser presentado por el estudiante. El orden de estas etapas juega un papel en la consistencia del estudio. Se espera que los estudiantes justifiquen cada paso en el registro algebraico y convertir las informaciones en el registro gráfico (contrato didáctico). Por ejemplo, vamos a estudiar ejercicio 54 (función similar a la del texto francés).

El estudiante debe determinar el dominio de definición de la función, comprobar la paridad de la función, determinar las posibles intersecciones con los ejes. Además, el estudiante debe determinar el signo de la función. Se espera un trabajo algebraico para resolver la inecuación $f(x) > 0$, que es fraccionaria. Para obtener el resultado el alumno debe estudiar separadamente los dos polinomios, el numerador y denominador, y después deducir el signo del cociente con una tabla de signos. Luego, se espera un estudio de posibles asíntotas verticales, horizontales u oblicuas. Para ello, el alumno debe calcular los límites requeridos (cuando x tiende a $-1, 1, +\infty$ y $-\infty$). En este caso, el límite de la función cuando x tiende a 1 conduce a la forma indeterminada $[0/0]$.

El estudiante debe entonces cambiar el punto de vista sobre la expresión de la función para descomponer las funciones polinómicas que constituyen y hacen aparecer los factores infinitesimales que dan la indeterminación. La descomposición de un polinomio es un conocimiento disponible como objeto, pero la técnica de realizar una descomposición, identificar y simplificar los factores que son cero se asumen disponibles como herramienta. A continuación, el estudiante debe estudiar el signo de la derivada y la segunda derivada, y debe realizar la conexión entre el signo de

la derivada y las variaciones de la función, y entre el signo de la segunda derivada y concavidad de la función. Estas nuevas propiedades se movilizan en este capítulo, donde se supone disponible todo el conocimiento antiguo sobre el estudio de las funciones polinomiales que componen la función como objeto (su dominio, ceros, signo, el comportamiento en el infinito, etc.). Cuando toda la información recopilada se traduce gráficamente, se debe trazar una curva que cumple con todas las características encontradas. El marco es funcional para todo el ejercicio. Podemos notar la presencia de cambio de registros, en particular, algebraico, tabla de signos (o de variaciones) y gráfico. En este trabajo, las funciones derivadas se utilizan como herramientas para estudiar la función dada que tiene el estatus de objeto.

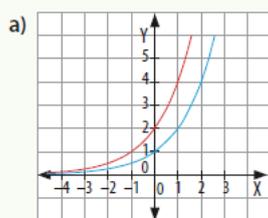
La ausencia de sub-preguntas que detallan la tarea muestra que los estudiantes italianos aprenden métodos altamente estructurados para resolver este tipo de tareas, donde luego el trabajo se deja completamente autónomo; seguramente más que para los estudiantes franceses, donde las etapas son más detalladas en los ejercicios.

Tarea de Texto Chile

El extracto del libro chileno que se presenta en la siguiente figura (3), muestra dos ejemplos (ejercicios 7 y 8) del tipo de ejercicio “Practicemos lo aprendido” de la lección Función Exponencial del nivel Segundo Medio.

Figura 3. Libro de texto chileno *Matemática 2º Medio*, Unidad 3: Álgebra, Lección 31 (Muñoz *et al*, 2014, p. 209).

7. Identifica las funciones correspondientes a la curva en rojo. La curva en azul corresponde a $y = 2^x$.



8. Sin graficar, **determina** el dominio recorrido e intersecciones con los ejes de las gráficas correspondientes a las siguientes funciones exponenciales.

a) $f(x) = 2^x - 1$

d) $j(x) = 2 - 10^x$

b) $g(x) = 10^x - 5$

e) $k(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

f) $h(x) = 1 - 3^x$

En estos ejercicios los *tipos de tareas* son identificar una función desplazada según una curva dada algebraica y gráficamente para la tarea 7, y determinar dominio, recorrido, intersección con los ejes en funciones exponenciales dadas para la tarea 8. Consideramos el *grado de apertura* como semi-cerrado, para ambas tareas, pues si bien no se entregan alternativas de respuestas, en la tarea 7 se pide identificar una curva algebraicamente luego de visualizar el desplazamiento de otra curva dada gráficamente y algebraicamente, y en la tarea 8 se pide determinar elementos de las funciones sin utilizar la gráfica. La finalidad de ambas tareas es la familiarización de una técnica, por tratarse del mismo tipo de tareas resueltas previamente en el texto. El *nivel de activación de los conocimientos* es disponible como objeto en ambas tareas (representadas en el gráfico y representadas algebraicamente), donde debe memorizar y utilizar una propiedad y una noción, respectivamente. En este caso se trata de un conocimiento nuevo en el nivel escolar. En relación a los *marcos* presentes en ambas tareas es funcional. Sobre los *registros de representaciones semióticas*

presentes en las tareas, en ambas identificamos el registro algebraico (principalmente en la tarea 8). En la tarea 7 identificamos una conversión entre el registro gráfico y algebraico, que podría darse en ambos sentidos). Además, es posible el uso de una tabla que relacione las variables; sin embargo, la tarea no demanda este tipo de trabajo. En la tarea 8 se observan principalmente tratamientos algebraicos. En ambos casos, las tareas implican aprender métodos poco estructurados, y el trabajo que demandan es escasamente autónomo.

■ CONCLUSIÓN Y PERSPECTIVAS

Los análisis que hemos presentado, nos han permitido realizar una comparación entre los tres países considerando diversas tareas de los libros de texto en relación al concepto función. Las diferencias en general se relacionan con la autonomía esperada de las tareas (más o menos dirigidas) y con el nivel de activación de los conocimientos (como herramienta u objeto). En este último aspecto se evidencian diferencias en las tareas analizadas de cada país, lo cual es similar a los resultados obtenidos en el marco de un trabajo anterior que fueron analizadas tareas relativas al mismo tema matemático, de las pruebas terminales de educación medio superior en cada país (Derouet *et al*, 2015). Un interesante aspecto que diferencia a Chile con Italia y Francia, tiene que ver con el contrato didáctico que se establece en el trabajo matemático de las tareas que se proponen en los libros. En Francia e Italia, los estudiantes asumen que deben justificar los pasos de resolución, aun cuando esto no es explícito en los enunciados. En cambio en Chile, las tareas deben indicar explícitamente este proceso si la intención es que se justifique la técnica o estrategia empleada.

Cabe señalar que las tareas presentadas no corresponden a libros de texto del mismo nivel. En los casos de Francia e Italia, el texto corresponde al de último nivel de educación medio superior (liceo), a diferencia de Chile, en el cual se estudia el texto de 2° Medio (15 años), pues consideramos temas evaluados en las pruebas terminales, que viene heredado del estudio citado anteriormente (Derouet *et al*, 2015).

Por otro lado, el estudio ha otorgado la posibilidad de construir y aplicar una herramienta de análisis de tareas sustentados en los enfoques teóricos citados (sección 2). Finalmente, este instrumento puede ser empleado en futuras investigaciones; sería interesante comparar con otras realidades, mejorar el instrumento, o bien, analizar otras nociones matemáticas.

Nota: En el caso de Chile, la inclusión de temas ha sido gradual debido a los ajustes curriculares, especialmente para las funciones, tema que se amplía a partir del proceso de admisión a las universidades el año 2016.

Reconocimiento: Financiamiento parcial Proyecto ECOS-Sud C13H03. Beca Postdoctorado PUCV, Carolina Henríquez.

■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bergamini, M., Trifone, A. & Barozzi, G. (2013). *Matematica.blu 2.0*, Libro digitale multimediale, vol. 5. Bologna: Zanichelli.
- Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 309-336.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Derouet, C. Henríquez, C. Menares, R. & Panero, M. (2015). An international comparison between final secondary assessments: detected differences through an a priori analysis of tasks. En Krainer K., Vondrová N. (Eds.) *CERME 9 - Ninth Congress of European Research in Mathematics Education*. (pp. 2291-2292). Prague: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME
- Derouet, C. & Panero, M. (2015). Etude comparative sur l'enseignement des fonctions dans le secondaire en France et en Italie. *Cahiers du Laboratoire de Didactique André Revuz*, n°11.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5-32.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne : Peter Lang.
- Duval, R. (2005). Les Conditions Cognitives de l'apprentissage de la géométrie: Développement de la Visualisation, Différenciation des Raisonnements et Coordination de leurs Fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 5-53.
- Le Yaouanq, M.-H. (dir.). (2012). *Math'x. Term S. Enseignement spécifique*. Paris: Didier.
- Muñoz, G. Rupin, P. & Jiménez, L. (2014). *Matemática 2º Medio. Texto del estudiante*. Santiago: Ediciones SM.
- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'Université. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(2), 139-190.