

**ESCENARIO DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: LA CULTURA DEL
USO Y CONSUMO DEL TELÉFONO CELULAR**

DIANA MIRELLA MARTINEZ PINILLA

OLGA PATRICIA PÁEZ CHÍQUIZA

BOGOTÁ D.C

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

DICIEMBRE DE 2013

**ESCENARIO DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: LA CULTURA DEL
USO Y CONSUMO DEL TELÉFONO CELULAR**

DIANA MIRELLA MARTINEZ PINILLA

CÓDIGO: 2012185016

CC: 52.695.240

OLGA PATRICIA PÁEZ CHÍQUIZA

CÓDIGO: 2012185019

CC: 39.743.705

TRABAJO DE GRADO

**PRESENTADO COMO REQUISITO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE
MAGÍSTER EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS**

ASESORA: GLORIA GARCIA

BOGOTÁ D.C

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

DICIEMBRE DE 2013



UNIVERSIDAD PEDAGOGICA
NACIONAL

Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE EVALUACION DE TESIS DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado “Escenarios de aprendizaje de las matemáticas: la cultura del uso y el consumo del teléfono celular”

Presentado por las estudiantes:

Diana Mirella Martínez Pinilla – 2012185016
Olga Patricia Páez Chiquiza – 2012185019

Como requisito parcial para optar al título de **Magíster en Docencia de la Matemática**, analizado el proceso seguido por las estudiantes en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobado** con 47 Puntos.

Observaciones:

En constancia se firma a los 26 días del mes de febrero de 2014.

JURADOS

Director(a) del Trabajo: Profesor(a)

Gloria García
GLORIA GARCÍA

Jurados:

Profesor(a)

NURIA PLANAS

Profesor (a)

Claudia Salazar
CLAUDIA SALAZAR

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Tesis de Maestría
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Escenario de aprendizaje de las matemáticas: la cultura del uso y consumo del teléfono celular.
Autor(es)	MARTÍNEZ PINILLA, Diana Mirella. PÁEZ CHÍQUIZA, Olga Patricia
Director	GLORIA GARCIA
Publicación	Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional 2014 pag. 103
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	Educación Matemática Crítica, Escenarios y ambientes de aprendizaje, ideas matemáticas poderosas, relaciones funcionales de dependencia.

2. Descripción
<p>Este trabajo de grado es motivado por la reflexión acerca de las prácticas educativas tradicionales con las matemáticas, en una clase basada en un enfoque de la Enseñanza para la Comprensión. En este enfoque la enseñanza de las matemáticas se organiza en torno a los siguientes parámetros: a) conceptos matemáticos relacionados con proyectos, b) se focaliza sobre el aprendizaje de las matemáticas y c) la evaluación está centrada en el rendimiento individualizado. El enfoque de Enseñanza para la Comprensión contrasta con la propuesta de Skovsmose & Valero (2012) quienes desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, señalan que es necesario que el aprendizaje de las matemáticas, genere acciones colectivas que están asociadas a compartir valores como la igualdad y la responsabilidad social, para la toma de decisiones adecuadas para todos.</p> <p>Por otra parte, en las observaciones de la clase de matemáticas de grado octavo, se evidencia que los estudiantes realizan las actividades propuestas por el profesor de manera individual, aunque se organice el trabajo por grupos. Adicional a esto, se observa que los estudiantes constantemente usan el teléfono celular y se aíslan, evitando entrar en contacto con sus compañeros.</p> <p>En ese sentido, las actividades del escenario de aprendizaje se diseñaron con el fin de generar acciones colectivas, con referencia a la cultura del uso y consumo del teléfono celular, debido a que el tema era conocido y pertenecía a la vida cotidiana de los estudiantes. Las actividades referentes al uso y consumo del teléfono celular, que se usan en este trabajo involucran implícitamente las relaciones de dependencia funcional, en los costos del teléfono celular, la contaminación de los</p>

residuos con teléfonos celulares, las conversiones de unidades y el uso de la letra como variable.

El objetivo general de este trabajo es analizar las potencialidades y limitaciones de un escenario de aprendizaje de las matemáticas, con referencia al uso y consumo del teléfono celular, para que los estudiantes colectivamente tomen decisiones. Los objetivos específicos del trabajo son: a). Diseñar un escenario de aprendizaje de las matemáticas con relación al uso y consumo del teléfono celular, b) Diseñar las categorías para analizar las interacciones dentro del escenario de aprendizaje, cuando los estudiantes colectivamente toman decisiones e c) Identificar si las relaciones de dependencia funcional en el escenario de aprendizaje, son herramientas empleadas por los estudiantes para resolver las actividades propuestas.

3. Fuentes

Este trabajo se inscribe en la perspectiva sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, por esta razón se utilizan como referentes conceptuales las ideas poderosas de las matemáticas y las nociones de democracia (Valero & Skovsmose (2012)), los conceptos de los escenarios y ambiente de aprendizaje desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica (Skovsmose (1999), (2000)), los documentos oficiales de Educación en Colombia (MEN (1998) (2006)) y los aspectos que se relacionan con la variación y el papel de las matemáticas (García Serrano, & Salamanca, 2000).

4. Contenidos

En el primer capítulo, se presentan los antecedentes de la investigación, el planteamiento del problema, la pregunta y los objetivos de la investigación. En el segundo, se describe el marco de referencia. En el tercero, se describe la metodología, el estudio piloto y el diseño de la investigación. En el cuarto, se presenta el análisis y resultados de la investigación. Por último se realizan las reflexiones finales.

5. Metodología

El enfoque que adopta este trabajo es la Investigación – Acción. Los métodos y técnicas para la recolección de la información que se tienen en cuenta son: los ciclos de interacciones estudiante-estudiante, estudiante – profesor durante el montaje del escenario de aprendizaje, la producción escrita de los estudiantes y grabaciones de video y fotografías. El sistema de categorías fue diseñado en torno a los referentes de los actos dialógicos (Alrø & Skovsmose (2012)), con el propósito de identificar las interacciones estudiante – estudiante cuando toman posiciones colectivas con relación al uso y consumo del teléfono celular.

El diseño del trabajo sigue un proceso cíclico en fases articuladas entre sí. La *Fase I diagnóstico y recolección de la información*, identifica la situación problema y caracteriza el ambiente de aprendizaje (Skovsmose (1999), (2000)) que involucra la clase de matemáticas de una institución. *Fase II diseño y ejecución de las actividades previas al escenario*, se realizan algunas actividades de tipo visual sobre el significado cualitativo de las gráficas que relacionan la interpretación de puntos y funciones de dependencia. *Fase III diseño y montaje del escenario*, correspondiente a la puesta en marcha del escenario de aprendizaje, a partir de las reflexiones obtenidas de la fase de

acción diagnóstica y con base a los referentes conceptuales (Capítulo II). Se proponen tres escenas, la primera: *consumir, consumir, consumir*; la segunda: *comprar, desechar, comprar* y por último *comprar, desechar, reciclar*, de acuerdo a la caracterización de los escenarios y ambientes de aprendizaje de Skovsmose (1999, 2000) y los actos dialógicos de Alrø y Skovsmose (2002). También se identifican las posibilidades y limitaciones para el aprendizaje dialógico proporcionado por el escenario. Durante todo el proceso se reflexiona y se realizan ajustes considerados por la asesora del trabajo de grado y las profesoras que desarrollaron este trabajo.

6. Conclusiones

- Teniendo en cuenta el objetivo general del trabajo de grado, se puede afirmar que se establecieron relaciones entre las matemáticas y la cultura del uso y consumo del teléfono celular, debido a que los estudiantes se involucraron en la clase de matemáticas mediante el proceso de *exploración e indagación* (Skovsmose, 2000).
- La construcción y montaje del escenario de aprendizaje no se limitó exclusivamente al contenido matemático, sino que atendió a la cultura de los estudiantes con relación al uso y consumo del teléfono celular, permitiendo incluir las intenciones de los estudiantes para aprender.
- El escenario de aprendizaje permitió reconocer que existen otro tipo de actividades, que pueden llegar a ser más cercanas a los estudiantes, con enunciados verbales y visuales con preguntas abiertas que generen discusión y reflexión. De esta forma, en nuestra práctica docente se podría evitar que las actividades sean solamente individuales y que tengan una única respuesta.
- En el análisis de las interacciones de los estudiantes, se reconocen acciones de colectividad, cuando ellos reflexionan sobre una situación que involucra el uso y consumo del teléfono celular. En las interacciones se analizan también las posiciones individuales que limitan el trabajo en equipo, así como las decisiones colectivas que permitieron el desarrollo del escenario.
- El desarrollo de este trabajo y los resultados obtenidos, muestran que la búsqueda de nuevas formas de comunicación en la clase de matemáticas, propuestas por Alrø y Skovsmose (2012) son un proceso paulatino que va desde un discurso autoritario hasta el diálogo, donde la autoridad en la clase no es exclusiva del profesor. Estos elementos permitieron modificar algunas prácticas y procedimientos tradicionales de la clase de matemáticas, entre ellos, las formas de comunicación estudiante-estudiante y estudiante-profesor.

Elaborado por:	MARTÍNEZ PINILLA, Diana Mirella. PÁEZ CHÍQUIZA, Olga Patricia
Revisado por:	GLORIA GARCIA

Fecha de elaboración del Resumen:	16	12	2013
--	----	----	------

“Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría, en aquellos casos en los cuales hemos requerido de trabajo de otros autores o investigadores, hemos dado los respectivos créditos.

Esto es de obligatorio cumplimiento de acuerdo al Artículo 42 del SIFA.

CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS	1
TABLA DE FIGURAS.....	2
LISTA DE ANEXOS	5
LISTA DE TABLAS	5
INTRODUCCIÓN.....	6
1. ÁREA PROBLEMÁTICA	7
1.1. <i>Antecedentes de la investigación</i>	<i>7</i>
1.1.1. <i>Un cambio necesario y posible: hacia escenarios de aprendizaje de las matemáticas con sentido para los estudiantes. Garcia, G., & Romero, (2007). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá 7</i>	
1.1.2. <i>El papel de los escenarios de investigación, relacionados con el pensamiento funcional, en los procesos de inclusión en las clases: un estudio en séptimo grado. Martínez y Rojas (2011). Tesis de Maestría en Docencia de la Matemática. Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional (UPN). No publicada</i>	<i>8</i>
1.1.3. <i>Democracy and authority: A complementarity in mathematics education? Vithal (1999) Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 98(6). Second International Handbook of Mathematics Education.....</i>	<i>10</i>
1.2. <i>Contexto institucional y planteamiento del problema</i>	<i>11</i>
1.3. <i>Objetivo General.....</i>	<i>15</i>
1.3.1. <i>Objetivos Específicos</i>	<i>15</i>
2. MARCO DE REFERENCIA	16
2.1. <i>Escenarios de aprendizaje</i>	<i>16</i>
2.2. <i>Ideas poderosas y acceso democrático en el salón de clase de matemáticas.</i>	<i>20</i>
2.3. <i>La variación y el papel de la matemática</i>	<i>24</i>
3. METODOLOGÍA	30
3. 1. <i>Estudio Piloto.....</i>	<i>30</i>
3. 2. <i>Enfoque de investigación.....</i>	<i>34</i>
3. 3. <i>Diseño de la investigación</i>	<i>37</i>

3. 2. 1	<i>Técnicas de recolección de información</i>	38
3. 4.	<i>Sistema de categorías</i>	41
3. 5.	<i>Fases del estudio</i>	44
3. 5. 1	<i>Fase 1. Diagnóstico</i>	44
3. 5. 2	<i>Fase 2. Diseño y ejecución de las actividades previas al escenario de aprendizaje.</i>	44
3. 5. 3	<i>Fase III. Diseño y Montaje del escenario de aprendizaje</i>	47
3. 6.	<i>Evaluación del escenario.</i>	55
4.	ANÁLISIS Y RESULTADOS	56
4. 1.	<i>Análisis Fase I. Diagnóstico</i>	56
4. 2.	<i>Análisis de la fase II. Diseño y ejecución de las actividades previas.</i>	57
4. 3.	<i>Análisis de la Fase 3. Diseño y montaje del escenario de aprendizaje</i>	64
4. 4.	<i>Evaluación del escenario.</i>	95
	REFLEXIONES FINALES	98
	BIBLIOGRAFÍA	100
	ANEXOS	103

Agradecimientos

Agradezco a la Universidad Pedagógica Nacional por darme la oportunidad de ser estudiante de la Maestría en Docencia de las Matemáticas, debido a que este programa me ha aportado muchos elementos para mi formación profesional como docente de matemáticas.

Agradezco a mi familia, porque me han dado fortaleza y apoyo incondicional para el logro de mis metas como docente e investigadora.

Agradezco a la profesora Gloria García, mi asesora de tesis, por aportar a mi formación profesional las herramientas necesarias para el desarrollo de este trabajo de grado, relacionadas con el campo de investigación de la Educación Matemática Crítica.

Finalmente doy las gracias a los estudiantes de grado octavo, por su participación y dedicación con el desarrollo de las actividades propuestas en este estudio.

Patricia Páez

Le doy gracias infinitas a Dios, por darme la oportunidad de realizar mi maestría en la Universidad Pedagógica Nacional, por permitirme conocer muchas personas que contribuyen a la formación como persona y educadora.

Agradezco a mis padres, por estar pendiente durante todo este proceso, sin su apoyo todo sería más difícil.

Agradezco a la profesora Gloria García, por todos los aprendizajes adquiridos a través de los seminarios, y asesorías, que me brindaron la oportunidad para crecer profesionalmente, y construir nuevas nociones que me aportan como profesora y me dan nuevas herramientas para continuar investigando sobre la importancia de Educación Matemática en el Colombia.

Agradezco de corazón a los estudiantes de grado octavo del CASFA, que tuvieron la disposición para realizar este proyecto, construyendo lazos de amistad. Gracias por tener una nueva visión de la clase de matemáticas.

Diana Martínez

Tabla de figuras

Figura 1. Diagrama que relaciona la EPC en la clase de matemáticas	12
Figura 2. Ambiente de la clase de grado octavo, en donde se observa el uso del teléfono celular. (Tomado de una clase de Abril de 2013)	13
Figura 4. Ejercicios de factorización, tomado del cuaderno de Ana, abril 10 de 2012.....	17
Figura 3. Tipos de ambientes de aprendizaje. Tomado de Skovsmose (2000).....	17
Figura 5. Situaciones problema. Tomado del cuaderno de Ana (estudiante).....	18
Figura 6. Costos de minutos, mensajes y datos de la telefonía móvil Claro.....	25
Figura 7. Magnitud de toneladas y cantidad de residuos de teléfonos celulares.....	27
Figura 8. Actividad 1. Análisis de gráficas	28
Figura 9. Tabla de información planes prepago del operados Claro.....	29
Figura 10. Estudiantes trabajando en grupos	30
Figura 11. Gráfica estadística para la creación de la noticia.....	31
Figura 12. Noticia realizada por el grupo de estudiantes seleccionado	31
Figura 13. Cartelera realizada por el grupo sobre la noticia creada.....	33
Figura 14. Los momentos de la investigación acción. Tomado de La Torre (2007)	36
Figura 15. Proceso cíclico de la investigación	38
Figura 16. Sistema de Categorías.....	41
Figura 17. Características de las categorías	42
Figura 18. Actividad 1, primera parte. Fase II	45
Figura 19. Actividad 1, parte 2.....	46
Figura 21. Actividad 1, parte final	47
Figura 20. Actividad 1, parte 3.....	47

Figura 22. Primera actividad de la primera escena	49
Figura 23. Actividad 2, Escena 1 ¿Es necesario cambiar de celular...?	50
Figura 24. Cuestionamientos sobre decisiones sobre el cambio de celular.	50
Figura 25. Actividad 1, Escena 2. Proyección de video del capítulo 19 del programa profesor Súper O.	51
Figura 26. Actividad 2, Escena 2. Folleto “En un celular puedes encontrar...”	52
Figura 27. Actividad 3. Escena 2. Propuestas para el fin de la vida útil de los teléfonos celulares.....	53
Figura 28. Actividad 4, Escena 2. Tonelada de residuos de celulares.	53
Figura 29. Actividad 5, Escena 2. Impacto de celulares en desuso.	54
Figura 30. Fotografías de las grabaciones de video Primera Fase. Día 6 y 15 de Mayo 2013	56
Figura 31. Respuesta del primer estudiante Actividad 1. Fase 2	58
Figura 32. Respuesta de la segunda estudiante Actividad 1. Fase 2	60
Figura 33. Relaciones entre las magnitudes de los bombillos tradicionales y LED	61
Figura 34. Actividad de marcación de puntos en un plano cartesiano.....	62
Figura 35. Comparaciones realizadas por los estudiantes. 4 parte actividad 1	63
Figura 36. Parte 4 actividad 1	63
Figura 37. Comparación entre magnitudes.	64
Figura 38. Análisis de la primera parte de la Actividad 2, Escena 1 ¿Es necesario cambiar de celular...?	68
Figura 39. Análisis de la segunda parte de la actividad 2 Escena 1 ¿Es necesario cambiar de celular...?	68
Figura 40. Formulación de preguntas de los estudiantes. Actividad 2 Escena 1.	69

Figura 41. Reflexiones del grupo sobre el video del profesor súper O. Actividad 1 Escena 2.	70
Figura 42. Solución del grupo a la actividad 3. Escena 2. Propuestas para el fin de la vida útil de los teléfonos celulares.	71
Figura 43. Análisis de la actividad 4, Escena 2. Toneladas de residuos de celulares.	81
Figura 44. Respuestas del grupo de estudiantes sobre la actividad 5 Escena 2.	82
Figura 45. Impacto económico y ambiental del uso y consumo del teléfono celular creado por el grupo.	83
Figura 46. Ecuaciones creadas por el grupo para analizar el impacto económico de un plan de celular.	85
Figura 47. Plano cartesiano elaborado por el grupo.....	85
Figura 48. Análisis del grupo sobre las emisiones de CO ₂ que producen los celulares.	87
Figura 49. Relaciones entre enfermedades y el uso del teléfono celular, expresadas por el grupo	87
Figura 50. Fotografías del grupo observando la exposición de proyectos a la comunidad educativa	88
Figura 51. Frase de la campaña del grupo.....	88
Figura 52. Carteleras realizadas por los estudiantes.	89
Figura 53. Carteleras sobre cantidad de celulares en una tonelada de residuos.....	89
Figura 55. Cartelera sobre el impacto psicológico.....	90
Figura 54. Carteleras sobre cantidad de celulares en una tonelada de residuos.....	90
Figura 56. Cartelera de impacto ambiental	91
Figura 57. Antes del proyecto para una de las integrantes del grupo	92
Figura 58. Después del proyecto para una de las integrantes del grupo	93
Figura 59. Reflexión de una estudiante antes de la ejecución del escenario.....	94

Figura 60. Reflexión de una estudiante después de la ejecución del escenario.	95
--	----

Lista de anexos

Anexo A. Matriz de Evaluación CASFA 2012 - 2013.....	103
Anexo B. Guía grupo editorial	104
Anexo C. Tablas de información Claro	105
Anexo D. Encuesta.....	106

Lista de tablas

Tabla 1. Fase I y II	39
Tabla 2. Fase 3.	40

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se realizó el diseño y montaje de un escenario de aprendizaje en una clase de matemáticas de grado octavo, para analizar las interacciones de los estudiantes y el profesor, cuando adoptan posiciones colectivas referidas al uso y consumo del teléfono celular y las relaciones de dependencia.

En el primer capítulo, se describen y analizan los antecedentes con relación a los escenarios de aprendizaje, las relaciones funcionales de dependencia y el acceso democrático en el aula de clase. Se define la situación problema, la pregunta de investigación y el objetivo general y los objetivos específicos.

En el segundo capítulo, se describen y articulan el marco de referencia, los aportes teóricos de Skovsmose (1999), (2000) sobre los escenarios de aprendizaje; Valero & Skovsmose (2012) con referencia al acceso democrático en el aula de clase, los actos dialógicos de Alrø y Skovsmose (2012) y el estudio de la variación de García, Serrano & Salamanca (2000).

En el tercer capítulo, se presenta la metodología donde se realiza una contextualización del enfoque de la investigación, el estudio piloto y posteriormente se describe el diseño de la investigación.

En el capítulo cuarto, se analizan y presentan los resultados obtenidos en el escenario de aprendizaje, se hace una reflexión de las posibilidades y limitaciones del trabajo y por último, se presentan las reflexiones finales del escenario.

1. ÁREA PROBLEMÁTICA

En este capítulo, se presenta la revisión de antecedentes del área problemática, el planteamiento del problema y los objetivos del estudio.

1.1. Antecedentes de la investigación

1.1.1. Un cambio necesario y posible: hacia escenarios de aprendizaje de las matemáticas con sentido para los estudiantes. Garcia, G., & Romero, (2007). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá

La investigación realizada en el curso 703 ubicada en un colegio público, tuvo como finalidad lograr la participación de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas. Desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, el estudio se propone construir un proyecto en el cual los estudiantes se involucren con su propio aprendizaje, puesto que las referencias de las actividades matemáticas están relacionadas con aspectos sociales, económicos y culturales cercanos a los estudiantes.

Los contextos de las actividades fueron seleccionados mediante la relación sociedad-naturaleza (ecológico), donde se desarrollaron actividades relacionadas con el medio ambiente, debido a que los niños manifestaban que el barrio tenía malos olores, había sitios de expendio de drogas, contaminación atmosférica y basuras. Las anteriores actividades se realizaron con el fin de que los estudiantes, identificaran e interpretaran gráficas de relaciones de dependencia entre magnitudes que varían. En la relación sujeto – sujeto (organizacional) se tomaron los datos reales de los documentos oficiales de la localidad, para que las actividades fueran cercanas a los niños y las niñas. Asimismo, en la relación sociedad – capital – trabajo (productivo), las actividades estaban relacionadas con el comercio, las cuales incluían situaciones propias de la vida comercial y productiva de la localidad, en las que están presentes la variación proporcional con relación al precio de los productos.

A partir de las relaciones ecológico, organizacional y productivo se montó un escenario de aprendizaje, con el diseño de actividades relacionadas con la territorialidad, identidad y espacialidad, a partir del proyecto *yo con el mundo (quién soy y quiénes somos como clase en relación con la sociedad)*, el cual se subdividió en dos sub-proyectos: *¿Quién soy yo y la clase de matemáticas de 703?* y *¿Quién soy y quiénes somos como clase en relación con la sociedad?* En dicho escenario, se les preguntó a los estudiantes sobre quiénes eran, dónde vivían, cómo era su barrio y cuáles eran sus sueños.

El escenario de aprendizaje tenía como propósito la construcción de la identidad social y cultural de los estudiantes de la clase 703 y la realización de una visita a otra ciudad para que intercambiaran ideas con otros estudiantes de grado séptimo. Los niños aceptaron participar e involucrarse en las actividades propuestas en el escenario, las cuales estaban relacionadas con su contexto cotidiano dentro y fuera de la escuela.

Esta investigación aporta a nuestro trabajo, el montaje de un escenario que implica distanciarse de los contenidos matemáticos como eje central, para ubicarse en actividades relacionadas con situaciones cercanas a la vida de los estudiantes.

1.1.2. El papel de los escenarios de investigación, relacionados con el pensamiento funcional, en los procesos de inclusión en las clases: un estudio en séptimo grado. Martínez y Rojas (2011). Tesis de Maestría en Docencia de la Matemática. Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional (UPN). No publicada

El estudio se llevó a cabo en una clase de matemáticas de grado séptimo, en una institución educativa pública. Desde la perspectiva de los escenarios de aprendizaje (Skovsmose, 2000), el propósito era generar un ambiente inclusivo de aprendizaje que incluyera las intenciones de los estudiantes. Las actividades matemáticas tuvieron como referencia “*el sueño de un viaje*” con relación al pensamiento funcional. Los estudiantes participaron en el escenario y la clase tenía características distintas a la clase habitual.

Por otro lado, desde la perspectiva de los obstáculos de aprendizaje (Skovsmose, 2012), los autores consideran que el rendimiento académico de los estudiantes tiene implícitas las condiciones culturales y las oportunidades que les ofrecen el contexto escolar, social y político. Asimismo, las actividades que se realizan en el aula de clase deben considerar las intenciones y las disposiciones de los estudiantes, para que sean participantes activos de su propio aprendizaje.

El tipo de actividades, la forma de las preguntas y la organización en el aula, potenciaron el camino hacia el diálogo y establecieron una forma de comunicación, que permitió la inclusión de los niños en su proceso de aprendizaje. Las actividades involucraron el pensamiento funcional, por medio de los costos de los pasajes por vía terrestre, la distancia en kilómetros entre ciudades y el tiempo de viaje. Con relación al pensamiento funcional, los estudiantes usaron constantemente la regla de tres, como estrategia para solucionar algunas situaciones que se diseñaron en el proyecto. Los autores sugieren que se deben construir situaciones, donde la función prototipo no sea lineal para no obstaculizar el desarrollo del pensamiento funcional. Y concluyen que el ambiente de aprendizaje propuesto permitió que en la clase de matemáticas, se modificaran algunas rutinas y procedimientos de participación, por ejemplo, las formas de comunicación, estudiante – estudiante y estudiante – profesor.

El estudio aporta los aspectos que se deben involucrar en un ambiente de aprendizaje inclusivo, que incluyen las intenciones de los estudiantes. Adicional a esto, para que las actividades de la clase de matemáticas sean significativas, se deben tener en cuenta los antecedentes, porvenires y no limitarse al currículo tradicional de matemáticas.

1.1.3. Democracy and authority: A complementarity in mathematics education? Vithal (1999) Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 98(6). Second International Handbook of Mathematics Education.

El objetivo de esta investigación es el de analizar las potencialidades y dificultades de la relación entre la educación matemática y la democracia durante la intervención a una clase¹ de matemáticas, como parte del trabajo de práctica de una estudiante de licenciatura. En esta investigación se analizan tres situaciones que están mutuamente relacionadas: las interacciones en la clase en general, las interacciones en los grupos de trabajo y las discusiones entre la estudiante de licenciatura y el profesor investigador.

En la primera interacción, se identifican los acuerdos y desacuerdos en los grupos de trabajo. En este sentido, Vithal (1999), enuncia que los episodios del salón de clase pueden ser considerados como una micro-sociedad, en donde los estudiantes muestran una actitud democrática y de competencia. En consecuencia, el trabajo desarrollado por los estudiantes en cada proyecto da la libertad para elegir y controlar su aprendizaje.

Para la segunda interacción, los grupos de trabajo se encuentran inmersos en la democracia y la autoridad, ya que el profesor no ejerce el control total sino que transfiere la responsabilidad a cada miembro del grupo. Los estudiantes en el ejercicio de acciones democráticas, eligen los aspectos para presentar en su informe final. El liderazgo no fue ejercido por una sola persona sino por cada miembro del grupo, lo que condujo a dividir el trabajo y generar participación e igualdad. Vithal (1999) afirma que la democracia en la clase de matemáticas propicia en los estudiantes la capacidad de actuar y reaccionar críticamente.

En la tercera interacción, se generó tensión en los modos de ejercer la autoridad y las nuevas ideas sobre un aula democrática entre la estudiante de licenciatura y el profesor investigador. Para Vithal (1999) los conceptos de democracia y de autoridad hacen parte de la clase de matemáticas y son opuestos y complementarios.

¹ Clase de 6 ° grado de 30 los alumnos que se encontraban aproximadamente 11 a 12 años de edad

Finalmente, Vithal (1999) plantea dos formas para explicar la democracia en la clase de matemáticas. La primera, sobre la enseñanza de la democracia y cómo se conecta con las matemáticas en la sociedad. La segunda, sobre cómo a través de la convivencia democrática se les da la oportunidad a los estudiantes para participar.

Esta investigación aporta al presente trabajo, el proceso para analizar las interacciones de los estudiantes y el profesor reconociendo la democracia en la clase de matemáticas, para identificar las potencialidades y dificultades cuando se desarrolla un proyecto dentro de la clase.

1.2. Contexto institucional y planteamiento del problema

La clase de matemáticas de grado octavo, localizada en una institución educativa religiosa privada², se desarrolla con la metodología Enseñanza para la Comprensión (EPC). Esta metodología relaciona los temas matemáticos con la construcción y ejecución de un proyecto para la clase. El diagrama (Figura 1) visualiza los aspectos que relacionan el proyecto con la clase de matemáticas:

² Se encuentra ubicada en los cerros nororientales de la ciudad de Bogotá. Solo existe un curso por grado y están formadas por aproximadamente entre 20 a 25 estudiantes. Atiende en su gran mayoría a estudiantes de los niveles socioeconómicos de Estratos 1 y 2.

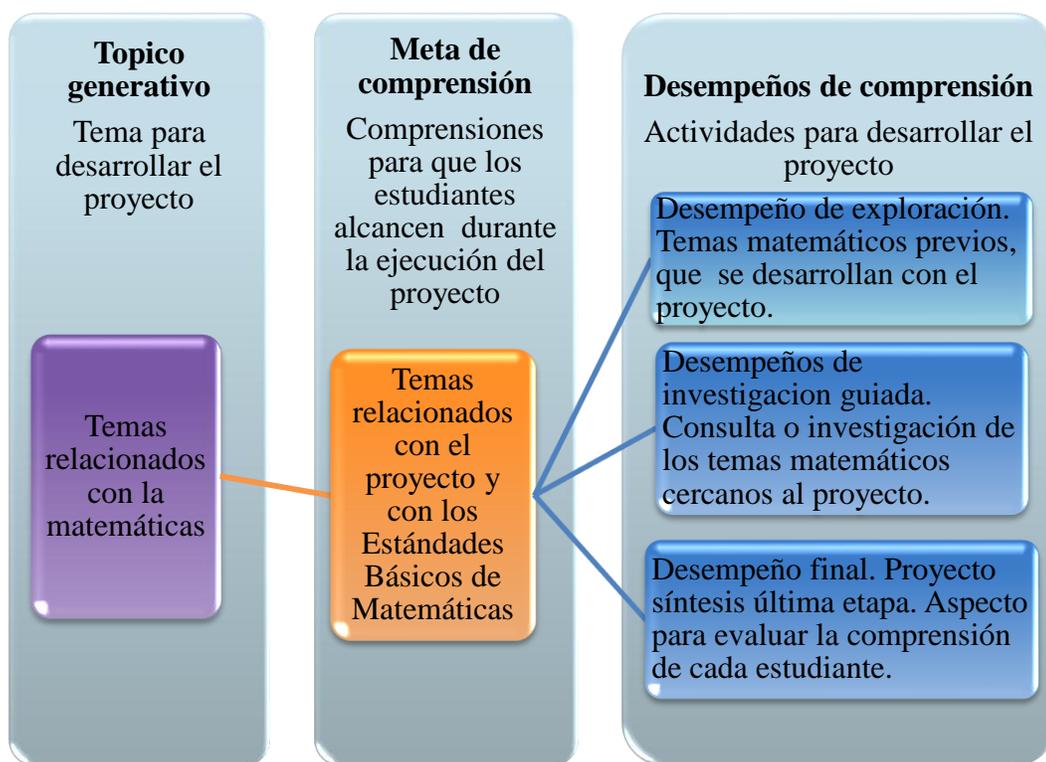


Figura 1. Diagrama que relaciona la EPC en la clase de matemáticas

Como se observa en el diagrama anterior, los temas del proyecto están relacionados con las matemáticas, solo incluyen aspectos que se relacionen con los estándares Básicos de matemáticas (MEN, 2006), por lo que se puede concluir que solo está enfocado a conceptos matemáticos. Estos proyectos no incluyen temas relacionados con la cultura, con las intenciones y/o porvenires (Skovsmose (1999)) de los estudiantes y no tienen significado para ellos, puesto que son definidos por los profesores. Para Skovsmose (1999) la cultura y los antecedentes de los estudiantes se deben relacionar con las actividades realizadas para que la clase de matemáticas sea significativa.

Por otro lado, para la evaluación de los aprendizajes se utilizan cinco dimensiones basadas en: *perfil individual, dominio de hechos, habilidades y conceptos, calidad del trabajo, comunicación y reflexión* (Anexo A). La dimensión *perfil individual*, ha conducido a clasificar a los estudiantes por sus habilidades, haciendo que sean organizados y posicionados en la clase de matemáticas. Los estudiantes con “mejores habilidades

matemáticas” son los que habitualmente participan en la clase. Sin embargo, la clasificación en la clase de matemáticas es la manera más poderosa de disciplinar a los estudiantes y va en contra del desarrollo de una micro-sociedad donde los valores democráticos se puedan experimentar (Skovsmose (1999))

La dimensión *reflexión*, evalúa la capacidad crítica y autocrítica del estudiante para establecer las conexiones entre sus metas e intereses personales. Esta dimensión conduce a los estudiantes a un proceso individual, que los lleva a tomar decisiones para un beneficio propio y no para un beneficio común. En este sentido, Valero (1999, citada por Valero & Skovsmose (2012)) afirma que la excesiva importancia que se da al reto individual va en contra de la democracia deliberativa y colectiva, en la cual un grupo de personas actúa conjuntamente para transformar sus condiciones de vida.

Por otro lado, durante las observaciones de la clase de grado octavo, los estudiantes suelen realizar las actividades de manera individual, así el profesor gestione la organización del trabajo por grupos. El uso de nuevas tecnologías como el teléfono celular, ha ocasionado que los estudiantes se aíslen y eviten la interacción, convirtiéndose en un “hábito” que hace que se concentren en otras actividades y no en las propuestas en la clase de matemáticas.



Figura 2. Ambiente de la clase de grado octavo, en donde se observa el uso del teléfono celular. (Tomado de una clase de Abril de 2013)

En Figura 2 se pueden observar a dos estudiantes escuchando música y realizando la actividad propuesta individualmente, aunque el trabajo sea en grupo. También se evidenció que la mayoría de los estudiantes hace uso del teléfono celular (algunos de baja y otros de alta gama), en todos los espacios escolares: académicos, lúdicos y de descanso. Este uso excesivo del teléfono celular (Escuchar música, revisar el correo electrónico y las redes

sociales, entre otros), ha ocasionado que los estudiantes compitan por tener mejores teléfonos celulares y con más aplicaciones, dándole importancia a la publicidad que los atrae con nuevas tecnologías y les brinda diversas opciones de compra. Este fenómeno está relacionado con las nuevas culturas juveniles, por lo que se espera lograr reflexiones relevantes y críticas de los estudiantes, para desarrollar actividades que refieran el papel de la educación matemática en la formación de jóvenes críticos, específicamente en el uso y consumo del teléfono celular.

A partir de las observaciones y grabaciones de video, se evidencia que el teléfono celular hace parte de la vida de los estudiantes, por esta razón es inevitable que esté presente en los espacios académicos y familiares. En consecuencia se busca que el uso de esta tecnología se pueda usar como herramienta para que los estudiantes aprendan matemáticas y no como una limitación para el aprendizaje. El impacto que produce el uso y consumo del teléfono celular, hace que los estudiantes dediquen muchas horas de su tiempo utilizándolo, ocasionado que ellos se aíslen de su familia y amigos, el uso de esta tecnología, conlleva a comportamientos individualizados. En este sentido, Skovsmose & Valero (2012), afirman que el impacto de la tecnología va más allá de la producción industrial y, de hecho, afecta estructuras políticas, económicas, sociales y culturales.

Este trabajo propone un escenario de aprendizaje con referencia a la cultura del uso y consumo del teléfono celular, generando un ambiente de aprendizaje para identificar las acciones colectivas (Valero & Skovsmose (2012) como la acción política abierta en la clase de matemáticas de grado octavo y la identificación de las relaciones de dependencia funcional en el consumo de los teléfonos celulares, la contaminación de residuos con teléfono celular, las conversiones de unidades y el uso de la letra como variable.

A partir de estos referentes se propone como pregunta de investigación, ¿Cómo podría un escenario de aprendizaje de las matemáticas, en referencia al uso y consumo del teléfono celular, incluir las intenciones de los estudiantes de grado octavo, para que participen colectivamente en la toma de decisiones?

1.3. Objetivo General

Analizar las potencialidades y limitaciones de un escenario de aprendizaje de las matemáticas, en referencia al uso y consumo del teléfono celular, para que los estudiantes colectivamente tomen decisiones.

1.3.1. Objetivos Específicos

- ✓ Diseñar un escenario de aprendizaje en matemáticas con relación al uso y consumo del teléfono celular.
- ✓ Diseñar las categorías para analizar las interacciones dentro del escenario de aprendizaje, cuando los estudiantes colectivamente toman decisiones.
- ✓ Identificar si las relaciones de dependencia funcional en el escenario de aprendizaje, son herramientas empleadas por los estudiantes para resolver las actividades propuestas.

2. MARCO DE REFERENCIA

En este capítulo se presentan los referentes conceptuales. Se presentan los escenarios y ambientes de aprendizaje desde el enfoque de la Educación Matemática Crítica. Se explica la importancia de las ideas poderosas matemáticas y del acceso democrático en la clase de matemáticas; y por último, la variación y el papel de las matemáticas.

2.1. Escenarios de aprendizaje

Desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, los escenarios de aprendizaje (Skovsmose, 2000), se refieren a las formas de comunicación, el uso de las TIC (Tecnologías de Información y Comunicación), los recursos económicos de la escuela, los antecedentes de los estudiantes y otros elementos que hacen parte de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, los cuales influyen los ambientes de aprendizaje y establecen la cultura en la clase de matemáticas.

Según Skovsmose (2000), un escenario de aprendizaje promueve un trabajo investigativo o de indagación y es utilizado para señalar las prácticas educativas, que se diferencian de aquellas relacionadas con una clase tradicional (o paradigma del ejercicio). Las prácticas educativas de un escenario de aprendizaje, están caracterizadas por plantear preguntas abiertas del tipo ¿Qué tal si...? ¿Por qué es que...? ¿Qué sucedería si...? que generan múltiples respuestas e invitan a la exploración y la búsqueda de explicaciones que son aceptadas por los estudiantes. Al realizar el montaje de un escenario, se modifican las prácticas tradicionales de la clase de matemáticas, no hay ejercicios diseñados con antelación, los estudiantes aceptan la invitación y la comunicación entre ellos hace parte de un proceso de indagación y cooperación.

Para Skovsmose (2000), un escenario genera ambientes de aprendizaje combinando tres tipos de referencia, otorga de significado a las actividades e incluyen el contexto para la realización de la acción de los estudiantes en la clase de matemáticas. Los tres tipos de referencia propuestos por Skovsmose (2000) se presentan en la Figura 3.

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Figura 3. Tipos de ambientes de aprendizaje. Tomado de Skovsmose (2000)

La primera referencia, relaciona las *matemáticas* cuando se proponen ejercicios donde únicamente se emplean algoritmos y operaciones; la segunda, corresponde a la *semirrealidad* que relaciona preguntas y actividades donde se aplica una situación con datos artificiales que intentan simular una realidad; y la tercera, tiene que ver con las *situaciones de la vida real*, que son las relativas a situaciones en contextos reales y cotidianos de los estudiantes.

A continuación se muestran ejemplos de tareas relacionadas con los tres tipos de referencia propuestas por Skovsmose (2000).

Ejemplo 1. Matemáticas

En la Figura 4 se muestran ejercicios que fueron tomados de los cuadernos de matemáticas de los estudiantes del grado octavo en Abril, 2012.

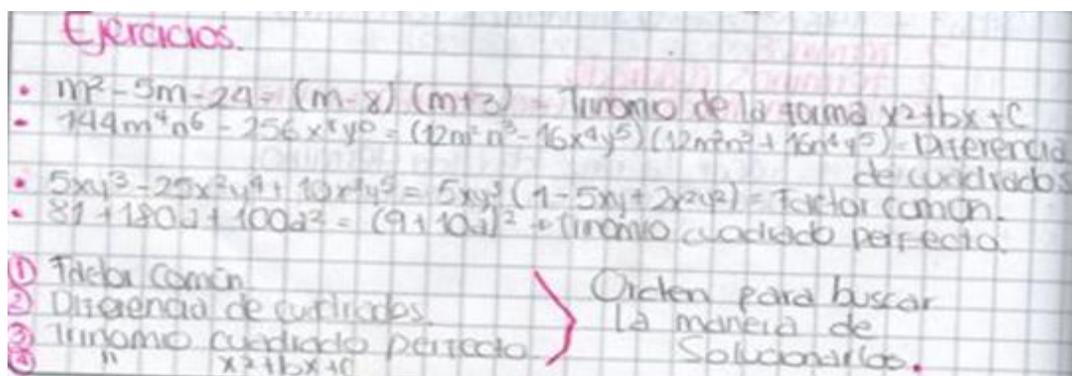


Figura 4. Ejercicios de factorización, tomado del cuaderno de Ana, abril 10 de 2012.

Transcripción del ejercicio.

$$m^2 - 5m - 24 = (m - 8)(m + 3) \text{ Trinomio de la forma } x^2 + bx + c$$

$$144m^4n^6 - 256x^8y^{10} = (12m^2n^3 - 16x^4y^5)(12m^2n^3 + 16x^4y^5) \text{ Diferencia de cuadrados}$$

$$5xy^3 - 25x^2y^4 + 10x^3y^5 = 5xy^3(1 - 5xy + 2x^2y^2) \text{ Factor común}$$

$$81 + 180a + 100a^2 = (9 + 10a)^2 \text{ Trinomio cuadrado perfecto}$$

En este ejemplo, se muestra que los ejercicios tienen una única respuesta correcta y contienen exclusivamente datos cuantitativos necesarios para la solución de la tarea. Adicionalmente, los estudiantes conocen los procedimientos algorítmicos para resolver correctamente los ejercicios, los cuales están diseñados para que se resuelvan individualmente, cualquier otra información suministrada en el enunciado del ejercicio es irrelevante.

Ejemplo 2. Semirrealidad

En la Figura 5 se observa una actividad que alude a una realidad construida, “no real”, donde se ha usado una situación con datos artificiales que intentan simular una realidad.

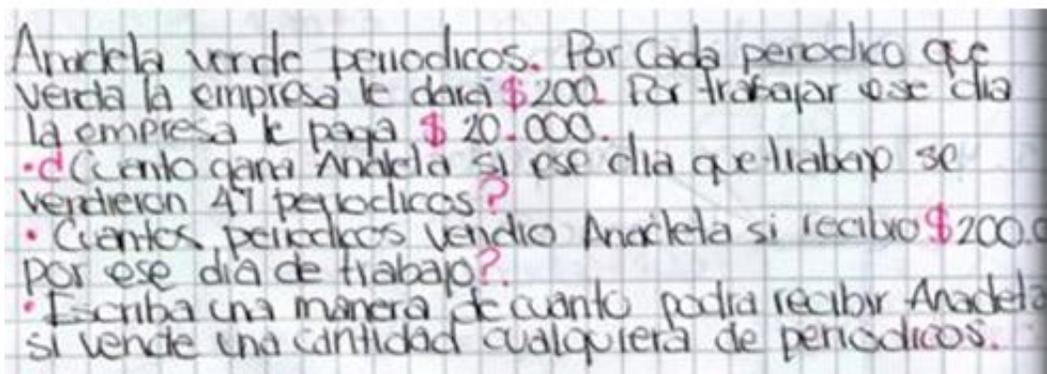


Figura 5. Situaciones problema. Tomado del cuaderno de Ana (estudiante)

Transcripción del ejercicio:

Ángela vende periódicos. Por cada periódico que vende la empresa le dará \$200. Por trabajar ese día la empresa le paga \$20.000. ¿Cuánto gana Ángela si ese día que trabajo se vendieron 47 periódicos? ¿Cuántos periódicos vendió Ángela si recibió \$200.000 por ese día de trabajo?

Escriba una manera de cuánto podrá recibir Ángela si vende una cantidad cualquiera de periódicos.

En la anterior tarea sobre la venta de periódicos, la situación es artificial porque la persona que construyó esta tarea no hizo ninguna investigación sobre la venta de periódicos, ni existe una empresa que haya contratado a alguien para que los vendiera. Skovsmose (2000) dice que la práctica de la educación matemática, ha establecido que los ejercicios con referencia a una semirrealidad, son un acuerdo entre el profesor y los estudiantes. Los términos de ese acuerdo se refieren a que el enunciado está descrito de manera completa en el texto del ejercicio y que ninguna otra información es relevante para resolverlo, pues el único propósito de la tarea es encontrar una única respuesta correcta.

Con relación a los dos tipos de referencia enunciados anteriormente, se puede destacar que la mayoría de las actividades que se proponen en la clase de matemáticas de grado octavo, tienen como referencia las *matemáticas* y la *semirrealidad*.

Ejemplo 3. Situaciones de la vida real.

Un ejemplo de situaciones de la vida real, se puede observar en el antecedente enunciado en el Capítulo I propuesto por Garcia, G., & Romero, J. (2007). Los autores proponen escenarios de aprendizaje referidos con aspectos sociales, económicos y culturales, cercanos a los estudiantes. Uno de estos escenarios está relacionado con el espacio ambiental, donde los estudiantes se acercaron al reconocimiento de algunos problemas ambientales de la localidad, como la contaminación atmosférica, las basuras y el ruido. A partir de este reconocimiento, se generaron acciones para usar diferentes instrumentos para recolectar los datos, realizar observaciones, aplicar conocimientos y matematizar. Este escenario es importante para generar acciones colectivas y para asumir una perspectiva crítica de las matemáticas.

En el anterior escenario de aprendizaje, se ilustran diferentes aspectos de referencias reales que proveen de significado a las actividades. Las actividades como la recolección de los

datos y las observaciones realizadas por los estudiantes son reales, debido a que los problemas ambientales de la localidad están basados en documentos oficiales. El profesor sugiere discusiones enfocadas a la indagación: *¿Se puede localizar en el mapa la contaminación de fuentes de agua que pasan por la localidad de Usme? ¿Cuáles crees que son las principales fuentes de agua contaminadas?* El problema ahora se convierte en la lectura de mapas en donde se muestran sectores con diversos tipos de contaminación, lo que implica la decodificación de símbolos y las relaciones de dependencia cualitativas relacionadas con las zonas contaminadas y el origen de la problemática.

Otros aspectos que también son importantes para caracterizar un ambiente de aprendizaje son las formas de comunicación, los antecedentes y el porvenir de los estudiantes, los cuales influyen los ambientes de aprendizaje y establecen la cultura del clase de matemáticas (Skovsmose, 2000).

2.2. Ideas poderosas y acceso democrático en el salón de clase de matemáticas.

El salón de clase de matemáticas es una microsociedad, donde están presentes las interacciones entre los estudiantes y el profesor y entre los mismos estudiantes. Las interacciones que se desarrollan en la clase de matemáticas, deberían generar en los estudiantes condiciones para involucrar su cultura y el diálogo para concebir nuevos aprendizajes. Para Alrø & Skovsmose (2012), el diálogo tiene como objetivo obtener nuevas comprensiones, hace parte del proceso de indagación y mantiene la igualdad entre los participantes.

En la clase de matemática, los actos de habla y el diálogo hacen parte del lenguaje. Alrø & Skovsmose (2012) afirman que todos los actos de habla pueden aportar aprendizaje cuando se realiza un acto dialógico, en el cual existe un proceso colectivo que involucra la curiosidad, el sentido crítico y la ponderación reflexiva. Algunos de los actos dialógicos presentes en la clase de matemáticas, que se identifican son la *localización* que permite identificar el hallazgo de algo nuevo o reconocer algo de lo que antes no se era consciente. El profesor y los estudiantes pueden generar preguntas o explorar diferentes posibilidades.

Cuando se reconoce algo de lo que no se era consciente, los estudiantes pueden *identificar* los aspectos más relevantes y pueden hacerlo accesibles a ellos. En el proceso de indagación, los estudiantes *defienden* una postura, identifican la problemática y adoptan algunas ideas matemáticas, a través de diferentes representaciones como bosquejos y diagramas. Asimismo, expresar libremente los pensamientos, las ideas y las emociones dentro del proceso de indagación, se considera *pensar en voz alta*, así como formular ideas impulsivas hace visible y accesible una perspectiva para la controversia o la amplificación colectivas.

Para Alrø & Skovsmose (2012), el proceso de enseñanza – aprendizaje incluye una variedad de actos dialógicos que hace parte del aprendizaje dialógico y desarrollan una posición crítica. Lo anterior, acompañado de reflexiones críticas sobre las matemáticas, llegan a ser un elemento importante en el desarrollo de la ciudadanía crítica. De la misma forma, Skovsmose & Valero (2012) consideran que el diálogo y la crítica, son aspectos que están presentes en el aprendizaje de las matemáticas, cuando se reflexiona sobre lo que sucede en la clase, posibilitando la creación de un lenguaje con nuevas visiones sobre las matemáticas escolares y el desarrollo de una ciudadanía crítica.

Para acceder democráticamente a la clase de matemáticas, las acciones sociales deben ser colectivas y tener como finalidad, la transformación de condiciones de vida de los que están involucrados, permitiendo que las personas se comprometan colectivamente para solucionar problemas. Para Valero & Skovsmose (2012) la conexión entre la educación matemática y la democracia, se sitúa en la esfera de las interacciones sociales, definiéndola como una acción política abierta, con el propósito de que sea emprendida por un grupo de personas.

Con el fin de contribuir a la colectividad,³ Valero & Skovsmose (2012) han propuesto que las acciones humanas son sociales, donde la democracia requiere de personas que participen en la toma de decisiones y generen condiciones equitativas. Esta noción podría llegar a evitar la exclusión e invitar a la participación activa de todos los individuos que hacen parte de una comunidad.

³ Primera de las nociones de la democracia que plantea Valero & Skovsmose (2012, pág. 14)

Cuando los miembros de una comunidad comparten la necesidad de cooperar, participan colectivamente para tomar decisiones y generar condiciones de vida aptas para todos, lo que significa que pueden actuar políticamente como ciudadanos críticos. Igualmente, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), afirman que la educación matemática busca contribuir en la formación de valores democráticos, lo que implica reconocer diferentes pensamientos para la toma de decisiones y ejercer la ciudadanía crítica. Estas acciones les permitirán a los individuos transformar la sociedad de manera colectiva.

Por otro lado, para Valero & Skovsmose (2012) las ideas matemáticas se relacionan con un punto de vista cultural, considerando que las prácticas son la oportunidad para que los estudiantes participen en una comunidad, permitiendo incluir las intenciones de la actividad con el aprendizaje. Las ideas matemáticas poderosas enunciadas por Valero & Skovsmose (2012) se relacionan en dos proyectos, que se describen a continuación:

El primer proyecto, *“números pequeños y terribles”*, se desarrolló en Dinamarca sobre el envenenamiento por salmonella. Desde el punto de vista cultural, permite incluir las intenciones y la participación de los estudiantes con el aprendizaje. El objetivo era establecer cómo podría la escuela, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas proporcionar herramientas para analizar estos riesgos de una manera significativa. Los estudiantes y los profesores construyeron modelos de huevos infectados con salmonella en color azul y no infectados en color amarillo; tomaron muestras, realizaron probabilidades y control de calidad sobre los huevos que podrían venderse, para finalmente tomar decisiones a partir de los datos obtenidos. El proyecto se fundamentó en una discusión sobre las diferencias en los cálculos matemáticos ideales para obtener la probabilidad de un huevo infectado y las cifras empíricas que inicialmente consideraron los estudiantes para determinar esta probabilidad. Luego, se generó un debate para determinar la noción de riesgo de consumir huevos contaminados con salmonella.

El segundo proyecto, *“las macro cifras que llegan a ser macro peligros”*, realizado en Colombia, propuso un escenario relacionado con la economía y la política inestable del

siglo XX. El proyecto tenía como propósito que los estudiantes de grado décimo y undécimo, reflexionaran sobre el sistema económico UPAC⁴ y a su vez se informaran con sus familiares, amigos y profesores sobre las características, causas y consecuencias del mismo. Los estudiantes investigaron sobre cómo determinar el pago de amortización de las cuotas de vivienda por medio del sistema UPAC. Identificaron los problemas y dificultades que surgieron a partir de la imposición de este sistema en Colombia durante los años 1997 y 2000. Los estudiantes calcularon el interés nominal sobre un préstamo en condiciones normales, donde las tasas de interés y la variación en la inflación eran estables, comparándolo con los resultados de las tasas de interés y la variación en la inflación entre los años 1997 y 2000. Luego se reunían en grupos con casos similares y aconsejaban a las familias sobre los nuevos sistemas de amortización con el banco, proponiendo alternativas para la adquisición de créditos hipotecarios. Uno de los propósitos de este proyecto era que los estudiantes se involucrarán en un proceso de investigación en la clase de matemáticas, que generará cambios en su vida financiera. El proyecto permitió que los estudiantes reflexionaran sobre el uso de las matemáticas como una fuente de poder a través de modelos económicos y sociales.

Los proyectos “*números pequeños y terribles*”, “*las macro cifras que llegan a ser macro peligros*”, proporcionaron a los estudiantes el acceso a las matemáticas “reales”, desde el punto de vista de las situaciones de salud pública como el caso de Dinamarca, o como el económico y social de Colombia en el siglo XX. Para Valero & Skovsmose (2012), desde la perspectiva psicológica, las ideas matemáticas pueden ser significativas para los estudiantes, debido a que los proyectos aportan a la clase de matemáticas, situaciones concretas que los estudiantes pueden usar para comprender aspectos de su vida cotidiana.

Otro de los ejemplos, proporcionados por Skovsmose & Valero (2012), desde la perspectiva cultural, es el estudio de caso realizado por Frankenstein (1995, citado por

⁴ En Colombia en los años 70's se tenía un modelo económico y social llamado Unidad de Poder Adquisitivo Constante (UPAC), este sistema pretendía promover el ahorro del sector privado y la adquisición de vivienda sobre la base de las tasas de interés e inflación controladas por el gobierno nacional.

Skovsmose & Valero (2012)) donde la autora propone problemas matemáticos relacionados con asuntos como el desempleo, los impuestos y la política económica en personas adultas trabajadoras. Y el realizado por Mukhopadhyay (1998, citado por Skovsmose & Valero (2012)), que trata de una investigación matemática en la clase con relación a las muñecas Barbie. La autora quiso promover una actitud crítica del comportamiento de los jóvenes hacia los estereotipos de la mujer perfecta con el cuerpo parecido al de la muñeca y los desórdenes alimenticios consecuentes.

Finalmente, Valero & Skovsmose (2012) consideran que para construir una sociedad lista para los retos futuros, es necesario poner al individuo con todas sus capacidades y habilidades, en el centro de una sociedad que tiene que aprender cómo ser democráticamente social. Este aspecto se ve reflejado en la misión de la institución donde se realiza este trabajo, debido a que los estudiantes tienen como compromiso la construcción de una sociedad más justa para todos los que conforman la comunidad.

2.3. La variación y el papel de la matemática

En los lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), uno de los pensamientos que se enuncia, es el pensamiento variacional. Éste pensamiento, involucra aspectos del uso comprensivo de la variable y sus diferentes significados, la función y sus diferentes formas de representación y el análisis de relaciones funcionales. Para García, Serrano & Salamanca (2000) una de las nociones para construir en la clase de matemáticas con relación al pensamiento variacional, es el estudio del cambio y su medición.

Para desarrollar el pensamiento variacional en la clase de matemáticas, es necesario identificar los elementos básicos de la variación⁵. Según García & et al (2000) en los escenarios de variación se identifican dos estados, el estado el inicial y el final. Un lapso de tiempo puede diferenciar estos dos estados, generando la idea de dependencia implícita, porque se relaciona una cantidad cualquiera con una magnitud de tiempo. El estudio desarrollado por García & et al (2000) giró alrededor de problemas de estructura de cambio que se enfocaron en los aspectos de semántica, formatos de enunciados y la clasificación de

⁵ Propuesta desarrollada por García, Serrano, & Salamanca (2000).

Bruno y Martinon (1997, citado García & et al (2000)), quienes señalan que en la elaboración de situaciones de variación, derivan problemas aditivos de cambio y se establecen expresiones equivalentes.

A partir de los anteriores referentes, la temática seleccionada para el escenario de aprendizaje - *uso y consumo del teléfono celular* -, propicia el acercamiento al concepto de función dentro de un contexto cercano para los estudiantes de grado octavo. Para García & et al (2000) el pensamiento variacional se encuentra en las prácticas de la vida cotidiana de un ciudadano, permiten la toma de decisiones y ayudan a comprender la realidad del mundo que nos rodea. Los fenómenos de la vida diaria, social y económica se expresan a través de la dependencia.

Para este estudio se tuvo en cuenta el fenómeno del uso y consumo del teléfono celular, presentando la información a través de tablas donde se relacionan los costos de minutos, mensajes y datos en planes prepago y pospago de la telefonía móvil Claro⁶ como se observa en la Figura 6:



Figura 6. Costos de minutos, mensajes y datos de la telefonía móvil Claro

⁶ La telefonía móvil Claro es la más usada por los estudiantes del colegio y por usuarios en Colombia.

Esta actividad, se realizó con el fin de que los estudiantes analizaran e interpretaran los datos mostrados en la información de la telefonía móvil y de cómo las variables de dependencia como el precio vs el beneficio, son determinantes para tomar una decisión sobre el tipo de plan que se ajuste a sus necesidades.

Por otro lado, para introducir el estudio de la variación, es necesario conjugar la presentación de problemas con diferentes representaciones (pictográficas, tablas) y aspectos verbales (García, Serrano, & Salamanca, 2000). Los estudios de la variación deben iniciarse con los estudiantes en la interpretación y explicación, de los cambios que expresan dependencia entre magnitudes. Al observar los cambios del mundo e interpretarlos, los estudiantes tienen herramientas que pueden usar para tener conocimiento informal de las funciones e incluso, tomar decisiones sobre algunos aspectos sociales que se involucran en su vida.

Como lo enuncia García & et al (2000), la primera noción que debe tener un estudiante acerca de relaciones funcionales, es el cambio de una magnitud y con respecto a los cambios de una magnitud x . Esta noción establece relaciones entre las magnitudes variables, la dependencia y correspondencia, que hacen parte de la noción de función. La idea de función expresa la dependencia de la magnitud y con respecto a la magnitud x , cuando se le asigna diferentes valores a la magnitud x .

Para García & et al (2000) esta dependencia está asociada a la idea de variación, porque para variar una magnitud ésta debe estar dependiendo de otra. Para este trabajo, la dependencia entre magnitudes se presenta, por ejemplo, en la Figura 7 se relaciona la magnitud tonelada y la cantidad de metales preciosos para reciclar (véase Capítulo de Análisis).

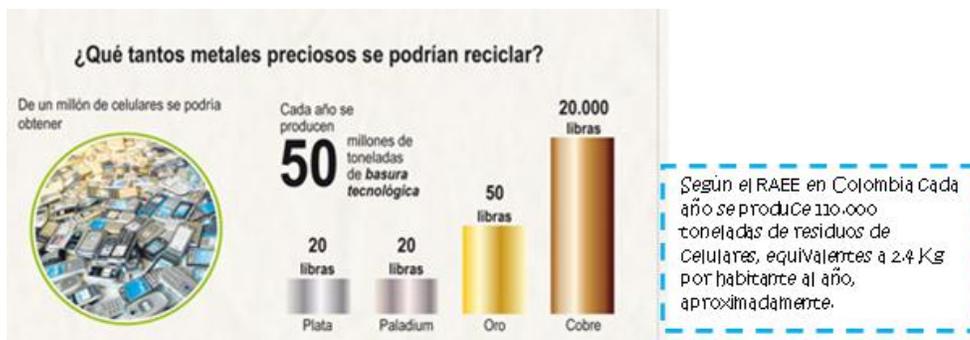


Figura 7. Magnitud de toneladas y cantidad de residuos de teléfonos celulares

Según García & et al (2000) para iniciar el aprendizaje de función, se necesita establecer la idea de dependencia entre cantidades. La variación, se relaciona con la resolución de problemas con estructura aditiva y multiplicativa, los enunciados verbales y tabulares. Para realizar un estudio de la variación es necesario contar con materiales manipulables que estén acompañados de expresiones orales e interpretaciones que impliquen pictografías y enunciados verbales. Para García & et al (2000), las actividades deben involucrar situaciones del entorno de los estudiantes como las ciencias naturales y sociales. La lectura e interpretación de pictografías, debe ser un aspecto que se emplee como recurso didáctico de la clase de matemáticas.

Otro tipo de actividad propuesta por García & et al (2000), son las referidas a las relaciones funcionales que emplean representaciones tabulares y gráficas. Estas representaciones relacionan y expresan las cantidades o magnitudes de las variables. Entonces, es necesario que los estudiantes aprendan a identificar cantidades que se relacionan en las tablas, para que luego estas cantidades sean interpretadas, en relaciones de dependencia. Es importante establecer la disposición vertical u horizontal de las variables dentro de una tabla para la comprensión de la variación. Para García & et al (2000), cuando se crean situaciones de variación estas deben ayudar a los estudiantes a identificar, qué permanece constante y qué es lo que cambia dentro de la situación.

La interpretación de la información en representaciones tabulares y gráficas, ayuda a que el estudiante establezca modos para organizarla esta información y le sirva como herramienta

para aprender conceptos matemáticos, analizar información que le permita tomar decisiones. La siguiente actividad (Figura 8), pretende que los estudiantes observen y analicen la relación entre la velocidad y la capacidad de personas que caben en cada medio de transporte.

Observa y analiza que medio de transporte representa cada punto en el diagrama siguiente:

Medios de transporte

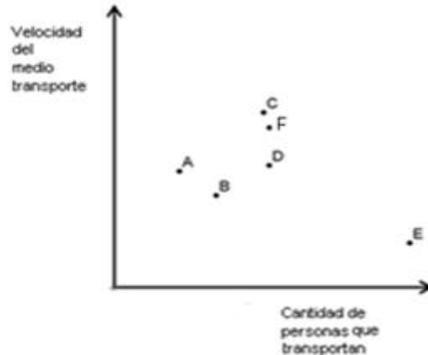


Figura 8. Actividad 1. Análisis de gráficas

Esta actividad de representación gráfica (Figura 8) (véase en capítulo 3), busca que los estudiantes a partir de la información gráfica, identifiquen las posiciones de cada punto, con relación a estas dos magnitudes.

Otro tipo de actividades que propone García & et al (2000) relacionan la noción de variable con los acontecimientos cercanos a los estudiantes. La noción de variable se puede adquirir cuando se realizan actividades constantes, que involucren situaciones cercanas a los estudiantes (Gutiérrez, Rico & González (1991, citado por García & et al (2000)). Un ejemplo, de una situación cercana a los estudiantes, que involucra la noción de variable, se observa en la Figura 9

PROMOCION POR RECARGA PARA USUARIOS ACTIVADOS ANTES DEL 26 DE FEBRERO DE 2013:			
RECARGAS	Vigencia Recarga	Promoción Pico y Placa	Vigencia pico y placa
\$ 10.000	60 Días	\$ 6.000	60 Días
\$ 15.000	60 Días	\$ 6.000	60 Días
\$ 20.000	60 Días	\$ 17.000	60 Días
\$ 25.000	60 Días	\$ 17.000	60 Días

¿Qué información será necesaria darles a las personas para que tomen una decisión, en la compra de un teléfono celular?

Figura 9. Tabla de información planes prepago del operados Claro

La actividad anterior fue diseñada para este trabajo, con el fin de determinar la relación de dependencia entre el costo de recarga de minutos para usuarios y la cantidad de minutos otorgados, reconociendo la noción de variable en la relación precio vs valor del minuto de celular.

3. METODOLOGÍA

En este capítulo, se describe y analiza el estudio piloto para definir las categorías, la contextualización del enfoque de la investigación, el sistema de categorías y el diseño de la investigación.

3.1. Estudio Piloto

Durante el mes de octubre de 2012, se realizó un estudio piloto en una clase de matemáticas, por medio de una actividad llamada: *Creando una noticia*. El objetivo era establecer las categorías apriorísticas y emergentes. Para lograr el objetivo se propone a los estudiantes de grado octavo, participar colectivamente en construcción de una nueva revista juvenil, identificar e interpretar información de gráficas estadísticas. Como se muestra en la Figura 10, en la imagen 1 se observa que los estudiantes muestran interés para realizar la actividad. En la imagen 2, se muestra la organización del trabajo por grupos. En la imagen 3 se visualiza el trabajo de los grupos en acción.



Figura 10. Estudiantes trabajando en grupos

La actividad se apoyó en gráficas estadísticas como se observa en la Figura 11, acerca del incremento del uso del teléfono celular en los últimos años y el empleo del internet de acuerdo a las edades en Colombia.



Figura 11. Gráfica estadística para la creación de la noticia.

A partir de la gráfica anterior un grupo de estudiantes proponen la noticia que se observa en la Figura 12:

¿Dependencia o Gusto por la telefonía móvil?
 La telefonía móvil ha incursionado fuertemente estos últimos años en el país. El ministerio de comunicaciones nos presenta una de sus más recientes estadísticas con respecto a la Penetración de Telefonía Fija y móvil basando su estadística en líneas por cada 100 habitantes. Nos presentan claramente el notorio incremento de líneas móviles en 6 años. Partiendo de una poca diferencia de penetración en el año 2003 de estas dos telefonías, teniendo como mayor variable la telefonía fija. Durante los siguientes cinco años el porcentaje de telefonía fija se mantuvo, siendo doblada por la móvil aproximadamente 7 veces. Creando una gran incógnita, ¿La telefonía móvil está creando dependencia, o por sus beneficios lleva a aumentar su gusto en grandes masas?

Figura 12. Noticia realizada por el grupo de estudiantes seleccionado

Transcripción de la noticia:

“¿Dependencia o gusto por la telefonía móvil? La telefonía móvil ha incursionado fuertemente estos últimos años en el país. El ministerio de comunicaciones nos presenta una de sus más recientes estadísticas con respecto a la penetración de telefonía fija y móvil

basando su estadística en líneas por cada 100 habitantes. Nos presentan claramente el notorio incremento de líneas móviles en 6 años. Partiendo de una diferencia de penetración en el año 2003 de estas telefonías, teniendo como mayor variable la telefónica fija. Durante los siguientes cinco años el porcentaje de telefónica fija se mantuvo, siendo doblada por la móvil aproximadamente 7 veces. Creando una incógnita ¿la telefónica móvil está creando dependencia, o por sus beneficios lleva a aumentar su gusto en grandes masas?”

El grupo de estudiantes propone algunos cuestionamientos para realizar la noticia como: *¿Dependencia o gusto por la telefonía móvil? ¿La telefonía móvil está creando dependencia, o por sus beneficios lleva a aumentar su gusto en grandes masas?* Estos cuestionamientos muestran que las estudiantes reflexionaron sobre la dependencia que tienen las personas por el teléfono celular y expresan ideas colectivas que surgen a partir de la gráfica.

En esta noticia, se *identifica* una relación funcional implícita con respecto al número de teléfonos fijos vs los teléfonos móviles, que evidencia los estudiantes escriben “*El porcentaje de la telefonía fija se mantuvo, siendo doblada por la móvil aproximadamente 7 veces*”. Esta relación funcional establece que por cada 2 teléfonos fijos habrá 7 teléfonos móviles. Es decir, que las estudiantes identificaron que en Colombia la telefonía fija, tiene menos suscriptores que la telefonía móvil, reconociendo el incremento de la telefonía móvil en los años 2003 al 2008.

Luego de la construcción de la noticia, se propone que en carteleras los grupos de estudiantes comuniquen a sus compañeros, la temática seleccionada en la construcción de la noticia. Con el fin de analizar los actos dialógicos en esta actividad, se identifica que las estudiantes *pensaron en voz alta*, cuando formularon ideas que involucran la dependencia de comprar teléfono móvil. Además las estudiantes *identificaron* las variables relacionada en la gráfica. Esta clase fue grabada para poder evidenciar los actos dialógicos que están presentes en las interacciones. Un grupo de estudiantes presentó la cartelera como se muestra en la Figura 13, donde se destacan varios cuestionamientos alrededor del uso y consumo del teléfono celular.

Transcripción de la cartelera

Tecnología, ¿Ventaja o desventaja?

El último reporte del ministerio de tecnología de la información y las comunicaciones de Colombia, presenta una estadística de la penetración de la telefonía móvil y fija de nuestro país. En los últimos 6 años se ha realizado una serie de estudios que muestra estadísticamente hablando como se ha incrementado el uso y consumo de la telefónica móvil. Lo que nos crea un cuestionamiento ¿pasaron de ser moda, a ser una necesidad?

Del mismo modo nos referimos al uso del internet, según estudios los mayores consumidores de esta red oscilan entre 12 y 17 años proseguidos de jóvenes entre 18 y 24 años. Esto genera un cuestionamiento mayor ¿Cuánto la tecnología a incursionado en nuestra vida?

En esta cartelera, se analiza la posición adquirida por los estudiantes, cuando se localizan cuestionamientos sobre la tecnología como se observa en las preguntas: *Tecnología, ¿Ventaja o desventaja? ¿Pasaron* (Refiriéndose al teléfono celular) *de ser moda, a ser una necesidad? ¿Cuánto la tecnología ha incursionado en nuestra vida?* Para Skovsmose (1999), las preguntas, cuando son propuestas por los estudiantes, hace parte de la aceptación a un escenario de aprendizaje. Los argumentos presentados evidencian que los estudiantes defienden una posición sobre el consumo del teléfono celular, cuando expresan la frase: *la tecnología ha incursionado en nuestra vida.*

En la siguiente interacción estudiante - profesor se identifica la reflexión realizada por Ana y Andrea⁷ frente al trabajo en grupo:

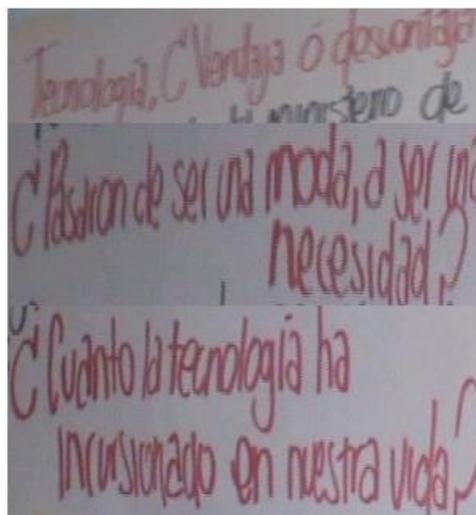


Figura 13. Cartelera realizada por el grupo sobre la noticia creada.

⁷ Nombre cambiados, para proteger la identidad de las estudiantes

1. *Profe: ¿Qué es lo que más te gustó de la actividad?*
2. *Ana: Eh, pues yo creo que es el producto final, porque lo hicimos entre todas, teníamos un aspecto claro para exponer y que todos podemos lograr, llegar al mismo punto, desde*
3. *diferentes perspectivas.*
4. *Profe: Ok, Andrea, ¿Qué fue lo que más se les dificultó?*
5. *Andrea: Bueno, yo al principio pensé que se nos iba a dificultar mucho ponernos de acuerdo, pero lo que se nos dificultó un poco fue buscar las palabras que las pudiéramos expresar de la noticia que queríamos dar a conocer sobre lo que pensábamos.*

En el anterior episodio en la interacción 2, *Ana* describe que el trabajo fue desarrollado colectivamente - *porque lo hicimos entre todas* - por las participantes del grupo y en la interacción 4 *Andrea* reconoce los acuerdos logrados por el grupo, a través de la comunicación cuando expresa *queríamos dar a conocer sobre lo que pensábamos*.

En conclusión, el estudio piloto aporta a la creación de las categorías apriorísticas y emergentes de este trabajo, debido a que la actividad sobre la creación de una noticia, tenía como objetivo que los estudiantes trabajaran en grupo e interactuaran para tomar decisiones entorno al impacto del uso de teléfono celular. A partir del análisis de las grabaciones de video del estudio piloto, se reconocen los actos dialógicos *pensar en voz alta* e *identificar* como parte de las categorías de análisis que se tendrán en cuenta para este estudio.

3. 2. Enfoque de investigación

El enfoque de investigación de este estudio está sustentado en la acción - reflexión de los procesos sociales, relacionados con las prácticas educativas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Skovsmose, 1999). Para este estudio se establece como metodología la Investigación-Acción (Figura 14), inscrita en el paradigma socio crítico, que se refiere a que el investigador propone a los sujetos la participación y la reflexión crítica de una problemática social. En este paradigma todos los sujetos deben tener la misma posibilidad

para cuestionarse, exponer y defender sus ideas en contra o a favor de las ideas de los otros sujetos.

Este trabajo tiene como referencia el enfoque de los aspectos socio-políticos de la educación matemática crítica. El contexto sociopolítico se puede definir como el espacio sociológico de nivel macro, que influye en las interacciones más focalizadas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, en contextos de nivel micro como el salón de clase. Es decir, establecer el vínculo que existe entre las estructuras sociales, culturales, económicas y políticas, relacionadas con lo que sucede en el salón de clase con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Desde el punto de vista sociopolítico, los sujetos son asumidos como seres actuantes que toman decisiones para aprender matemáticas. Adicionalmente, el significado de la actividad educativa y de aprendizaje no depende necesariamente de los procesos de cognición internos en la mente del estudiante, sino especialmente de la relación que el estudiante pueda hacer entre las actividades del salón de clase, su mundo y en particular sus posibilidades futuras de vida.

Dentro de la clase de matemáticas, las interacciones entre los sujetos deben encontrar las razones para aprender o no aprender matemáticas, y fuera de la clase, está constituido por la complejidad de las dimensiones de la vida social e individual del estudiante, es decir, la subjetividad y los sujetos de quienes aprenden matemáticas, (Mellin- Olsen, citado por García et al, (2007)).

El esquema general del estudio corresponde a las etapas que se describen como fundamentales para una *investigación - acción*. El modelo Kemmis (1989, citado por La Torre (2007) que se muestra en la Figura 14, corresponde a un ciclo permanente de reflexión y acción que se desarrolla en las cuatro fases que comprenden la elaboración de un plan de acción, la actuación y la implementación de los efectos de la acción y la reflexión colectiva sobre los resultados obtenidos.

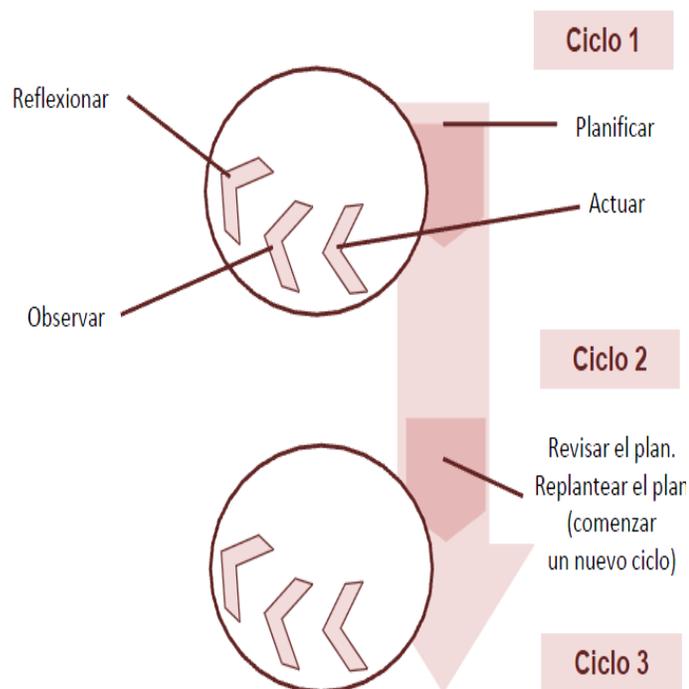


Figura 14. Los momentos de la investigación acción. Tomado de La Torre (2007)

Según Kemmis & McTaggart (1992, citado por Castellanos (1998) se proponen los siguientes pasos para la planificación de la investigación – acción:

Primer paso: El Reconocimiento. Se debe realizar una reflexión inicial sobre el tema y la situación a tratar, donde se describe qué se va a trabajar y quiénes serán los protagonistas del trabajo. En este paso es necesario comprender el contexto social y cultural de los estudiantes, para identificar quiénes son y cuáles son sus intereses.

Segundo paso: La Planificación. En su elaboración se tiene en cuenta la pregunta de investigación, los objetivos del estudio, las formas de control, la evaluación de la puesta en práctica y los efectos de su acción. Debe contestar a un plan o lista de actividades sobre quién hará qué, cuándo, dónde y cómo, con quién se trabajará y con qué objetivo.

Tercer paso: puesta en práctica. En la ejecución se debe controlar todo lo que sucede a medida que se va avanzando, llevando una bitácora para registrar las ideas y observaciones

que se van recogiendo, para que se analicen e interpreten como base para la reflexión de la etapa siguiente.

Cuarto paso: Reflexión. En este paso se hace un análisis, se sintetiza, se explica y se sacan conclusiones a partir de la situación temática, los logros, limitaciones de la acción y las implicaciones para la acción futura. Esto con el objetivo de integrar las reflexiones del plan inicial y el paso para la acción.

Con base en estos referentes y en función del objetivo general del presente trabajo: *Analizar las potencialidades y limitaciones de un escenario de aprendizaje de las matemáticas, en referencia al uso y consumo del teléfono celular, para que los estudiantes colectivamente tomen decisiones*, se monta un el escenario de aprendizaje, a partir de la cultura de los estudiantes con referencia al uso y consumo del teléfono celular.

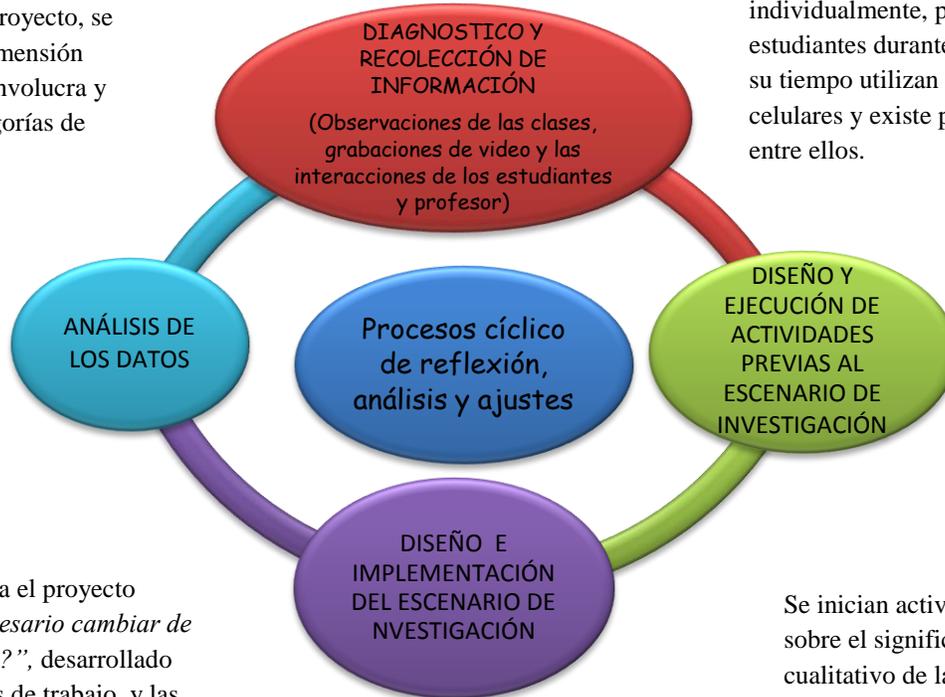
A continuación, se describe el diseño de investigación para este trabajo.

3. 3. Diseño de la investigación

Esta investigación se desarrolló a través de tres fases articuladas entre sí, y una unidad de análisis de los datos como se ve en la Figura 15:

La primera fase, comprende el diagnóstico y recolección de la información, en la que se distingue una situación relacionada con el uso y consumo de teléfonos celulares y/o su influencia dentro y fuera de la clase de matemáticas de grado octavo. Esta situación propició la revisión de antecedentes (Apartado 1.1.) y referentes conceptuales relacionados con las ideas poderosas y el acceso democrático en la clase de matemáticas (Apartado 2.2.)

Se identifican las posiciones colectivas que aparecen en el proyecto, se identifican la dimensión política que se involucra y se generan categorías de análisis



A través de la observación de la clase de matemáticas se evidenció que el trabajo se realiza individualmente, porque los estudiantes durante muchas horas de su tiempo utilizan los teléfonos celulares y existe poca interacción entre ellos.

Se plantea el proyecto “¿Es necesario cambiar de celular...?”, desarrollado en grupos de trabajo, y las interacciones fueron grabadas en video.

Se inician actividades sobre el significado cualitativo de las gráficas. Donde se incluyen la interpretación de puntos y comparación de informaciones.

Figura 15. Proceso cíclico de la investigación

3. 2. 1 Técnicas de recolección de información

A continuación se describen los instrumentos de recolección la información en cada fase:

En la primera fase se utiliza como instrumentos de indagación:

- ✓ Realizar observaciones y grabaciones en video de la clase de matemáticas de grado octavo, para describir el ambiente de aprendizaje según los referentes conceptuales de Skovsmose (2000), y la identificación de problema de investigación (Enunciadas en el apartado 1.1)
- ✓ Realizar encuestas sobre el uso que le dan los estudiantes al teléfono celular e indagar sobre la necesidad e importancia de tenerlo.

A partir de la reflexión realizada con las evidencias recopiladas en la primera fase, y con relación al tipo de tareas realizadas por parte de los estudiantes de grado octavo, se propone la segunda fase. Para esta fase, los estudiantes deben interpretar gráficas y relacionar las variables que se involucran, para recolectar esta información se una utiliza como instrumento de indagación:

- ✓ Guía de trabajo que involucre tareas de tipo visual, puesto que los estudiantes están acostumbrados a reconocer solamente tareas de tipo verbal y/o algorítmico.

El propósito de las fases I y II se presenta a continuación en la Tabla 1:

Tabla 1. Fase I y II

	INSTRUMENTOS	PROPÓSITO
Fase 1.	Observación y grabaciones de video. Encuesta	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Descripción de ambiente de aprendizaje ✓ Identificación de la situación problema
Fase 2.	Guía de trabajo: Medios de Transporte y Bombillos.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Interpretación de las gráficas y relaciones de dependencia

Después del análisis de las fases I y II y del estudio piloto se decide montar un escenario de aprendizaje (Fase III) empleando información visual e involucrando la temática del uso y consumo del teléfono celular.

Para recolectar la información en esta fase se emplearon:

- ✓ Guías de trabajo, con el objetivo de indagar sobre las reflexiones generadas por los estudiantes, durante la ejecución de escenario de aprendizaje.

- ✓ Exposición de los grupos de trabajo sobre la temática seleccionada a la comunidad educativa.
- ✓ Grabaciones de video para poder determinar lo que sucedía dentro de la clase de matemáticas, con el fin de analizar las posiciones colectivas, generadas por un grupo de estudiantes.

El propósito de la fase III se presenta a continuación en la Tabla 2:

Tabla 2. Fase 3.

	INSTRUMENTOS	PROPÓSITO
Fase III	<i>Guías de trabajo</i> ¿Es necesario cambiar de celular...? y Actividad “El gran debate” Grabaciones de 4 sesiones de trabajo, (cada sesión de un tiempo de una hora y media)	Identificar algunos actos dialógicos (Alrø & Skovsmose (2012)), y las reflexiones de los estudiantes durante la ejecución del escenario de aprendizaje.

A continuación se presenta el sistema de categorías definidas para este estudio, basadas en los actos dialógicos de Alrø & Skovsmose (2012), en donde se tendrán en cuenta solo algunos de estos actos. En las observaciones de las actividades propuestas en el escenario de aprendizaje se hacen más evidentes, la *identificación* para hablar de ideas matemáticas; la *localización* para expresar y explorar preguntas abiertas relacionadas con la problemática; al expresar una nueva idea a un grupo y *defenderla* y *pensar en voz* cuando los estudiantes expresan emociones y reflexiones sobre la problemática de este estudio. Se considera que estos cuatro actos dialógicos evidencian el desarrollo de la participación y la interacción de los estudiantes en el escenario. Los otros actos dialógicos (entrar en contacto, reformular, controvertir y evaluar) Alrø & Skovsmose (2012) pueden aparecer dentro del escenario, pero no son tan evidentes en las grabaciones de video. Para este

estudio los actos dialógicos *identificar*, *localizar*, *defender* y *pensar en voz alta*, hacen parte de la toma de posiciones colectivas de los estudiantes dentro del escenario de aprendizaje.

3. 4. Sistema de categorías

Para analizar los datos obtenidos de la fase III de este trabajo, se plantean las categorías de análisis para identificar las posiciones colectivas, las ideas matemáticas que aparecen durante las interacciones y/o la producción escrita desarrollada por un grupo de estudiantes. Estas categorías fueron construidas a través de la teoría de los actos dialógicos propuestos por Alrø & Skovsmose (2012). En la Figura 16 se observa el sistema de categorías empleado para la fase III del trabajo:



Figura 16. Sistema de Categorías

Como se observa en la figura anterior, los actos dialógicos están determinados por cuatro categorías. Las categorías no tienen un orden específico y las interacciones pueden aparecer en más de una categoría. En el siguiente diagrama (Figura 17) se muestran las características de cada una de las categorías que se plantean:



Figura 17. Características de las categorías

Categoría: Identificar

En los referentes conceptuales, la colectividad se identifica cuando los estudiantes toman decisiones colectivamente para llevar a cabo un trabajo conjunto. Para este trabajo, la categoría identificar está relacionada con las interacciones de los estudiantes cuando hablan sobre una idea matemática, se ponen de acuerdo colectivamente y emplean letras para identificar relaciones funcionales implícitas. En las interacciones cuando las ideas enmarcan sobre el ambiente de la clase de matemáticas, hacen parte de esta categoría. Para Alrø & Skovsmose (2012), llegar a identificar un asunto permite que los participantes accedan a la investigación.

Categoría: Localizar

En esta categoría hacen parte las interacciones que involucran o intervienen en una pregunta abierta, haciendo que los estudiantes se cuestionen o reflexionen sobre el consumo del teléfono celular. Cuando los estudiantes exploran y ensayan diferentes posibilidades para realizar un proceso matemático, se reconoce la localización y cuando los estudiantes relacionan aspectos de su entorno con las matemáticas. Para Alrø & Skovsmose (2012), localizar en cooperación alude a expresar y hacer visible algunas perspectivas que no habían estado claras en la conversación.

Categoría: Defender

En esta categoría se identifican las interacciones en las que un integrante del grupo se posiciona frente a los demás, sobre una idea relacionada con el consumo y/o uso del teléfono celular, apoyando su idea con argumentos y defendiéndola para que los integrantes del grupo la acepten y dialoguen sobre esta. En estas interacciones se reconocen los puntos de vista y las sugerencias que integran las posiciones colectivas del grupo. También se identifica esta categoría en las interacciones, cuando los estudiantes defienden un proceso matemático que relaciona el uso y consumo del teléfono celular. Para Alrø & Skovsmose (2012) este acto dialógico es parte importante del proceso investigativo.

Categoría: Pensar en voz alta

En esta categoría se identifican las interacciones en la que los estudiantes expresan pensamientos que no habían sido considerados por los otros, plantean ideas matemáticas que no habían sido expresadas con anterioridad y que podrían hacer parte de la solución. Además expresan emociones o reflexiones sobre la problemática del uso y consumo del teléfono celular. También se incluyen las interacciones que hacen los integrantes del grupo sobre la toma de posición durante la ejecución de una actividad. Los diagramas matemáticos, los bosquejos de gráficos o fórmulas, dibujos y el lenguaje corporal de los estudiantes, cuando identifican algunas ideas para ser analizadas por el grupo, se tienen en

cuenta en esta categoría. Para Alrø & Skovsmose (2012), este acto dialógico hace visible ideas que generar controversia colectiva lo que hacen parte de la indagación.

3. 5. Fases del estudio

A continuación se presenta la descripción detallada de cada fase.

3. 5. 1 Fase 1. Diagnóstico

Para identificar la problemática de este trabajo, se observó la clase de matemáticas de grado octavo durante un mes. Fue evidente que los estudiantes utilizaron constantemente los teléfonos celulares para jugar, recibir y enviar mensajes, mirar la hora y revisar sus cuentas de redes sociales. Para confirmar estas observaciones, se realizó una encuesta a todos los estudiantes sobre el uso y la importancia que ellos le dan al teléfono celular. A partir de estas acciones, se inició la búsqueda de una situación relacionada con el uso y consumo de teléfonos celulares que permitiera involucrar la temática curricular planteada para el grado octavo. Esta temática corresponde a la variación en contextos de dependencia entre variables y la apertura a la noción de función, relacionado con la cultura de los estudiantes con referencia al uso y consumo del teléfono celular.

3. 5. 2 Fase 2. Diseño y ejecución de las actividades previas al escenario de aprendizaje.

Para que los estudiantes reflexionaran sobre el consumo, específicamente en lo relacionado con cuestiones de compra y adquisición de teléfonos celulares, se observó que las matemáticas que hacían parte de esta reflexión estaban relacionadas con interpretación de gráficas. A partir de esta situación se planea esta fase.

Para las actividades previas al escenario de aprendizaje, se diseñaron actividades que buscaban dar cuenta de la interpretación que los estudiantes le dan a las gráficas, puesto que las actividades que se realizaban en la clase de matemáticas estaban ubicadas dentro del *paradigma del ejercicio* (Skovsmose, 2000), como se evidencia en el apartado 2.1.

Las actividades previas al escenario se construyeron con base en el cuaderno editado por la Universidad de Nottingham en el *Shell Center for Mathematical Education*, traducido como “el lenguaje de las funciones y gráficas”. Las guías se centraron en la interpretación de puntos⁸, con el propósito de encaminar a los estudiantes a la interpretación de gráficas a través de puntos en un plano cartesiano. A partir de la propuesta de Shell Center (1985), se diseñó una guía de trabajo que consta de cuatro partes.

En la primera parte de la guía de trabajo, como se observa en la Figura 18, se tenía el propósito de que los estudiantes interpretaran gráficas con relación a la velocidad y la cantidad de pasajeros en diferentes medios de transporte. Esta primera parte, estaba orientada hacia el significado cualitativo de las gráficas, debido a que los estudiantes carecen de una comprensión del significado de las características de las gráficas como máximos, mínimos, incrementos o decrecimientos en el intervalo cuando se encuentran en un contexto real (Shell Centre, 1985).

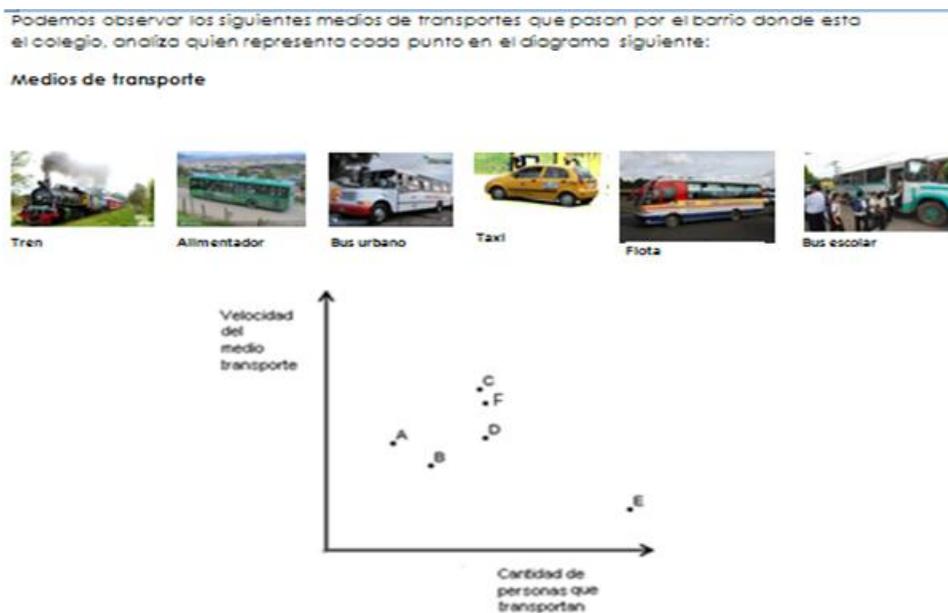


Figura 18. Actividad 1, primera parte. Fase II

⁸Primera unidad del cuaderno del Shell Center

La segunda parte, de la guía de trabajo, pretendía que los estudiantes establecieran otras relaciones entre dos tipos de bombillos (LED y Tradicional), que se observan en la Figura 19:



Figura 19. Actividad 1, parte 2

La tercera parte de la actividad (Figura 20), pretendía que los estudiantes indicaran las posiciones de los puntos A y B de acuerdo a las magnitudes dadas.

En las siguientes gráficas, marquen los puntos que representa el bombillo A y bombillo B

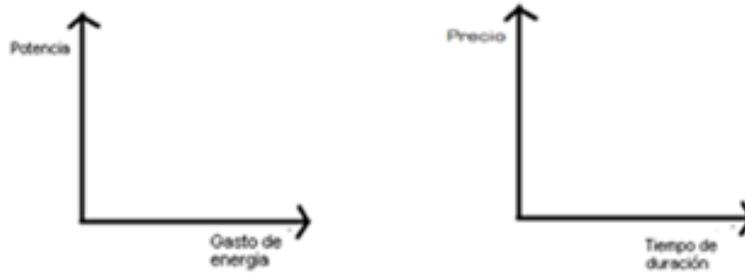


Figura 20. Actividad 1, parte 3

La última parte de esta guía (Figura 21), tenía el propósito que los estudiantes construyeran sus propias relaciones entre los tipos de bombillos e indicaran las posiciones de los puntos A y B

Establezca una nueva relación entre los bombillos.



Figura 21. Actividad 1, parte final

3. 5. 3 Fase III. Diseño y Montaje del escenario de aprendizaje

A partir del análisis de las fases I y II se decide diseñar y montar un escenario de aprendizaje involucrando el proyecto “¿Es necesario cambiar el teléfono celular...?” que se realizó con base en la propuesta de Skovsmose (1999, pág. 99), sobre la planificación de

un enfoque temático, que consiste en que el tema seleccionado debe ser parte de la cotidianidad de los estudiantes. En este sentido, como el teléfono celular hace parte de su cotidianidad, la temática seleccionada tiene un impacto social y cultural en su vida. Uno de los aspectos importantes de la temática del uso y consumo del teléfono celular es que las actividades propuestas tienen soluciones matemáticas y no matemáticas, para que los estudiantes puedan participar desde diferentes niveles y con distintas habilidades.

La temática tratada en el proyecto involucró las relaciones funcionales de dependencia, las conversiones de unidades y la utilización de la letra como variable. El contenido temático no hace parte del currículo tradicional de la clase de grado octavo, sino que parte de la cultura del uso y consumo del teléfono celular de los estudiantes, donde muchos de ellos pueden participar y conectar temas vistos.

Para el diseño y montaje del escenario de aprendizaje, se retomaron las ideas propuestas por Skovsmose (2000) en donde se pretende que los estudiantes exploren y expliquen. Este escenario, considera:

- Como referencia el uso y consumo del teléfono celular.
- Las relaciones funcionales de dependencia entre la cantidad de celulares, con respecto a los residuos, el consumo de los teléfonos celulares y el precio por planes prepago y postpago.
- La exploración y explicación que los estudiantes realizan sobre la información visual (videos y folletos), acerca de la problemática de la vida útil de los teléfonos celulares.

Para el montaje dividimos el escenario de aprendizaje (Skovsmose, 2000) en tres escenas, que involucran varias actividades con referencia al uso y consumo del teléfono celular. Para efectos del análisis sólo se usará de cada escena las actividades más relevantes para el escenario. Se proponen tres escenas que se explican a continuación:

Primera Escena: *Consumir, Consumir, Consumir*

Para esta escena, se diseñaron dos actividades con referencia al consumo del teléfono celular, el propósito era que los estudiantes por grupos interpretarán y usarán la información dada en una tabla de datos y reflexionaran sobre algunos cuestionamientos. Se desarrolló en una sesión de trabajo con una duración de una hora y media. Se hicieron grabaciones de video del trabajo de los grupos. Una cámara fija para todo el salón de clase y otras dos cámaras fijas en cada mesa para registrar el trabajo de cada grupo.

Primera actividad de la primera escena

Para la primera actividad se propuso a los estudiantes que analizaran informaciones sobre los planes de celulares en Prepago y Postpago (Anexo C), a partir de la cual reflexionarán sobre el cuestionamiento que aparece en la Figura 22:

¿Esta información es suficiente para tomar una decisión en favor o en contra del cambio?

Figura 22. Primera actividad de la primera escena

Segunda actividad de la primera escena

Para la segunda actividad, se realizaron una serie de cuestionamientos para que los estudiantes por grupos reflexionaran, a partir de la pregunta *¿Es necesario cambiar de celular...?* como se observa en la Figura 23 y se continua con los cuestionamientos que se observan en la Figura 24. El propósito de esta segunda actividad, era indagar cuáles son las posiciones colectivas asumidas por el grupo, en referencia a la problemática del uso y consumo del teléfono celular.

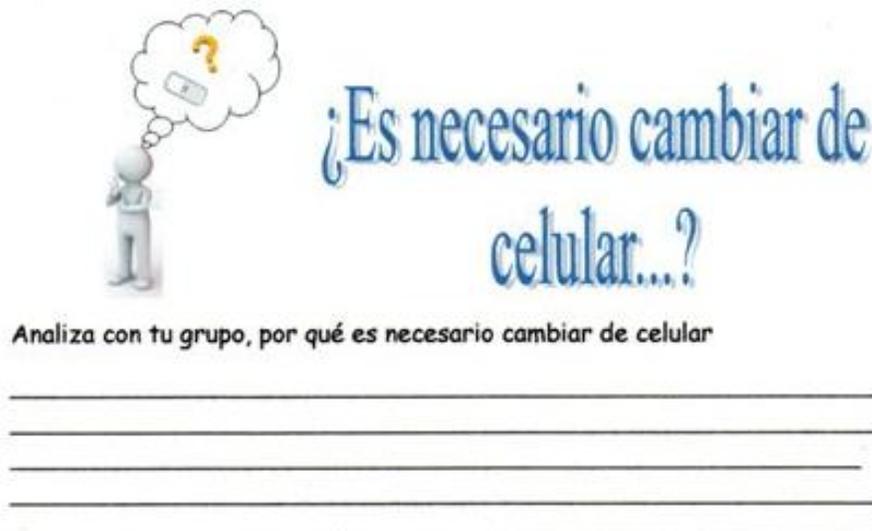


Figura 23. Actividad 2, Escena 1 ¿Es necesario cambiar de celular...?

¿Creen que necesita información para decidir por qué cambiar de celular o por qué no?
¿Aconsejarías a un amigo, o un familiar sobre cambiar o no el celular?



Figura 24. Cuestionamientos sobre decisiones sobre el cambio de celular.

Con el cuestionamiento de la Figura 23 y primer cuestionamiento de la Figura 24 se pretendió indagar en los grupos de trabajo, el tipo de decisión que tomarían a la hora de cambiar de celular. El segundo cuestionamiento de la Figura 24 se realizó con el fin de identificar qué aspectos son más relevantes para los estudiantes a la hora de cambiar de celular.

Segunda Escena: *Comprar, desechar, Comprar*

Esta escena, está compuesta de cinco actividades con referencia al consumo y uso del teléfono celular y a la problemática ambiental al desechar los teléfonos celulares. El propósito de las actividades era involucrar información más visual, que llevará a los estudiantes a cuestionarse sobre el uso y consumo del teléfono celular y su relación

conceptos matemáticos inmersos en su alrededor. Se desarrollaron en cuatro sesiones de trabajo, con una duración de una hora y media por cada sesión. Se hicieron grabaciones de video de las interacciones de dos grupos con cámaras fijas en cada mesa.

Primera actividad de la segunda escena

Para iniciar esta actividad, proyectamos dos videos. El primero fue el *capítulo 19* del programa *profesor Súper O “Residuos tecnológicos”* (Figura 25) y el segundo *“Reciclaje de celulares”* en los que se observa la problemática del fin de la vida útil de los teléfonos celulares y las acciones para cuidar el medio ambiente.



Figura 25. Actividad 1, Escena 2. Proyección de video del capítulo 19 del programa profesor Súper O.

Luego de proyectar los videos, los estudiantes se organizan en grupo y analizaron los aspectos que más le llamaron la atención.

Segunda actividad de la segunda escena

Se le entrega a cada grupo el folleto *“En un celular puedes encontrar”*, como se muestra en la Figura 26 con el propósito que reflexionaran sobre el contenido e invitarlos a explorar las ideas que tenían sobre la contaminación generada por los teléfonos celulares.

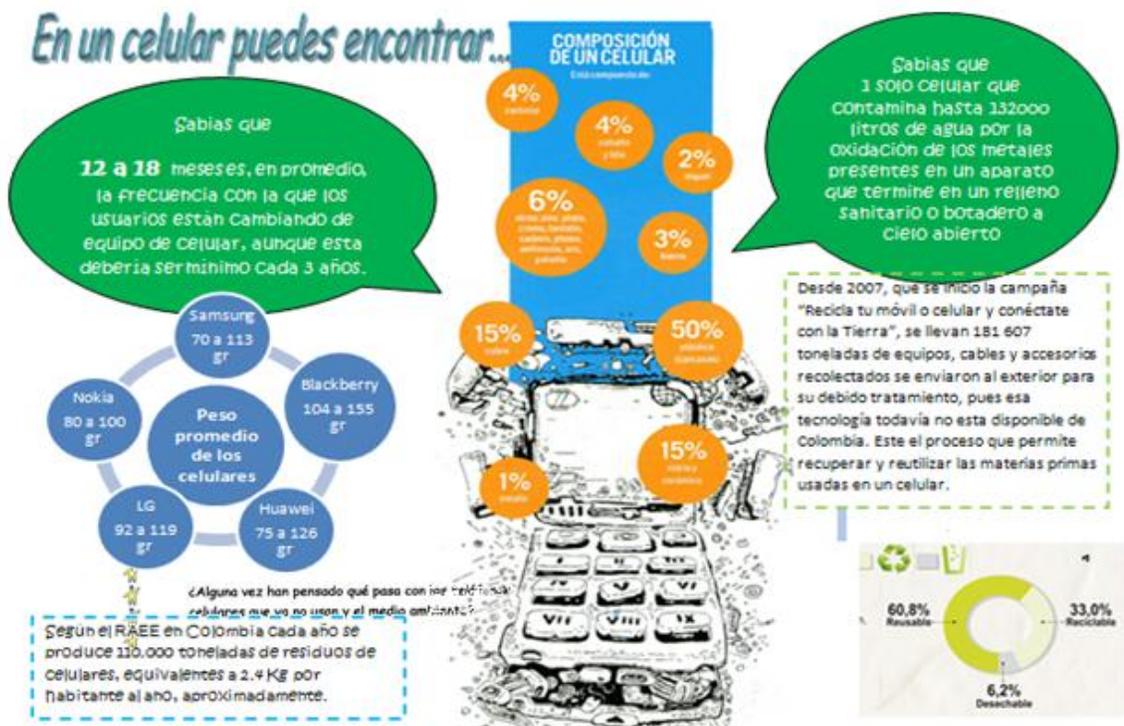


Figura 26. Actividad 2, Escena 2. Folleto “En un celular puedes encontrar...”

A partir de este folleto, los estudiantes por grupo interpretaron de manera diferente la información allí consignada, ya que se pretendía que los grupos reconocieran las características de los componentes de los celulares, cuáles de estos componentes se pueden reciclar y la problemática de la contaminación de los teléfonos celulares en desuso.

Tercera actividad de la segunda escena

En la tercera actividad, como se observa en la Figura 27, tenía como propósito que cada grupo determinara diferentes opciones para el fin de la vida útil de un teléfono celular y realizaran un análisis colectivo de estas opciones, definiendo las ventajas y las desventajas que podrían aparecer.

Propongan diferentes opciones para el fin de la vida útil de los teléfonos celulares

Cuales serían las ventajas y desventajas de cada una de las opciones

VENTAJAS	DESVENTAJAS

Figura 27. Actividad 3. Escena 2. Propuestas para el fin de la vida útil de los teléfonos celulares.

Cuarta actividad de la segunda escena

En la actividad que se muestra en la Figura 28, se diseñó con el fin de que los estudiantes determinaran la cantidad de residuos electrónicos que se generan en una tonelada de celulares.

Planteen como determinar cuántos residuos de celulares generan una Tonelada

Figura 28. Actividad 4, Escena 2. Tonelada de residuos de celulares.

Quinta actividad de la segunda escena

Esta actividad tuvo como propósito indagar las posiciones colectivas que surgieron frente al impacto ambiental que generan los celulares en desuso, como se observa en la Figura 29

:

- Estimen las cifras de cuál será el impacto ambiental que puede generar un celular en desuso

Figura 29. Actividad 5, Escena 2. Impacto de celulares en desuso.

Tercer Escena *Comprar, desechar, reciclar*

Esta escena estaba compuesta de tres actividades con referencia al consumo del teléfono celular y a la solución de la problemática ambiental al desecharlos. El propósito de las actividades era que los estudiantes comunicaran los análisis que había alcanzado durante las anteriores escenas y evidenciar las posiciones colectivas que habían alcanzado. La escena se desarrollo en dos sesión de trabajo con una duración de una hora y media cada sesión. Se realizaron grabaciones de video de las exposiciones de los grupos.

Primera actividad de la tercera escena

La primera actividad consistía en construir una cartelera informando sobre las decisiones de cada grupo sobre la temática realizada, para ser expuesta en el colegio; para esto se planteó una exposición de las carteleras con sus mismos compañeros, con el fin de comunicar las reflexiones que hicieron en el grupo sobre la problemática con relación al uso y consumo del teléfono celular.

Segunda actividad de la tercera escena

Para la segunda actividad se planteó la construcción de una campaña para evitar la contaminación ambiental con celulares. Adicionalmente, se quería evidenciar las decisiones colectivas para determinar así los intereses del grupo. Por lo cual se planteó realizar la exposición pública de su campaña el día de presentación de proyectos, donde participan los padres, estudiantes de otros cursos y los demás profesores. Esto con el propósito de que los estudiantes expusieran los aprendizajes adquiridos a través del proyecto *¿Es necesario*

cambiar de celular...? Además de sus posiciones colectivas definidas acerca del uso y consumo del teléfono celular.

Tercera actividad de la tercera escena

Esta actividad consistió en solicitar a cada grupo de estudiantes que reflexionaran acerca del impacto del proyecto, antes y después de su ejecución, explicando los aprendizajes obtenidos tanto en matemáticas como en otros campos del saber, como parte de la evaluación del proyecto.

3. 6. Evaluación del escenario.

Al implementar el escenario de aprendizaje y analizar las actividades propuestas, se puede evidenciar que se genera un nuevo ambiente de aprendizaje en la clase de matemáticas de grado octavo. Se realiza una valoración sobre limitaciones y posibilidades de este escenario de aprendizaje.

4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo se realiza el análisis de cada fase desarrollada dentro del estudio y se le dará prelación a la fase III la cual se analizarán con el sistema de categorías descritas en el capítulo anterior.

4.1. Análisis Fase I. Diagnóstico

Después de analizar las observaciones a la clase de grado octavo, se decidió realizar una encuesta (Anexo D) con el propósito de comparar las respuestas de los estudiantes con las observaciones realizadas. La encuesta estaba formada por diez preguntas relacionadas con el uso y el consumo que los estudiantes le dan al teléfono celular y se aplicó a 23 estudiantes del grado octavo. Con las respuestas de la encuesta se determina que el 86,9 % de los estudiantes de grado octavo tienen celular, aseveran tener celulares de alta gama y otros de gama baja, casi todos están afiliados al operador Claro. Los estudiantes afirman que usan el celular para comunicarse con su familia y amigos, jugar, escuchar música, tomar fotos y video, mirar la hora, usar el despertador, enviar mensajes, navegar en la internet, entre otras funciones. Esto hizo evidente el alto uso que tiene el teléfono celular por parte de los estudiantes.

Los usos que les dan los estudiantes al teléfono celular se evidencian en las grabaciones de video de la clase y en material fotográfico, como se observa en la Figura 30; en la primera y tercera foto, los estudiantes revisan los mensajes que llegan a su celular. En la segunda fotografía, los estudiantes durante el desarrollo de un taller de matemáticas escuchan música.



Figura 30. Fotografías de las grabaciones de video Primera Fase. Día 6 y 15 de Mayo 2013

A pesar de que el teléfono celular es una prohibición en la institución, es evidente que los estudiantes dedican mucho tiempo al teléfono celular y hace parte de su entorno. El teléfono celular es un distractor cuando los estudiantes lo usan dentro de la clase de matemáticas, para enviar mensajes, chatear, escuchar música, entrar a las redes sociales, entre otros, haciendo que den prioridad al uso del celular y no a las actividades que se desarrollan en la clase. A partir de esta problemática, el teléfono celular podría no ser un obstáculo para el aprendizaje, sino, más bien, una herramienta que le proporcione ayuda si se involucra en las actividades de la clase. Esta afirmación está sustentada en las ideas de Skovsmose & Valero (2012), cuando dicen que un aspecto particular que concierne a la educación matemática es el uso de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje.

Otro de los aspectos relevantes obtenidos a partir de la encuesta, fueron las respuestas a las tres últimas preguntas, que evidenciaron la necesidad de tener celular con muchas aplicaciones, desconociendo los precios y dándole mucha importancia a la comunicación, ya que la mayoría de las respuestas obtenidas se referían a la dependencia del teléfono celular.

En conclusión, a partir de las observaciones y la encuesta realizada, se puede afirmar que la cultura del uso y consumo del teléfono celular para los estudiantes de grado octavo, es una herramienta necesaria e importante para su vida cotidiana. A partir del análisis realizado en esta fase, se desarrolla el escenario de aprendizaje con referencia al uso y consumo del teléfono celular, ya que hace parte de su cultura juvenil.

4. 2. Análisis de la fase II. Diseño y ejecución de las actividades previas.

Esta fase se desarrolló a partir de actividades de tipo matemático y se realizó un análisis de la interpretación que generaron algunos de los estudiantes a las gráficas dadas. Esta fase, se ejecutó con el fin de que los estudiantes desarrollaran actividades de tipo visual, puesto que el trabajo que se venía realizando era de ejercicios sin contexto. Según García & et al (2000), el estudio de la variación debe incluir enunciados verbales y gráficos, que estén modelados

por estructuras de variación, de esta forma, el enunciado de la actividad 1 parte 1 está diseñado para ser de tipo verbal y gráfico.

Primera parte actividad 1

En la Figura 31 se muestra la actividad realizada por la estudiante 1 y en la Figura 32 la misma actividad por la estudiante 2. El propósito de actividad era que los estudiantes individualmente, compararan la posición entre la cantidad de personas que moviliza un medio de transporte y su velocidad.

Primera estudiante

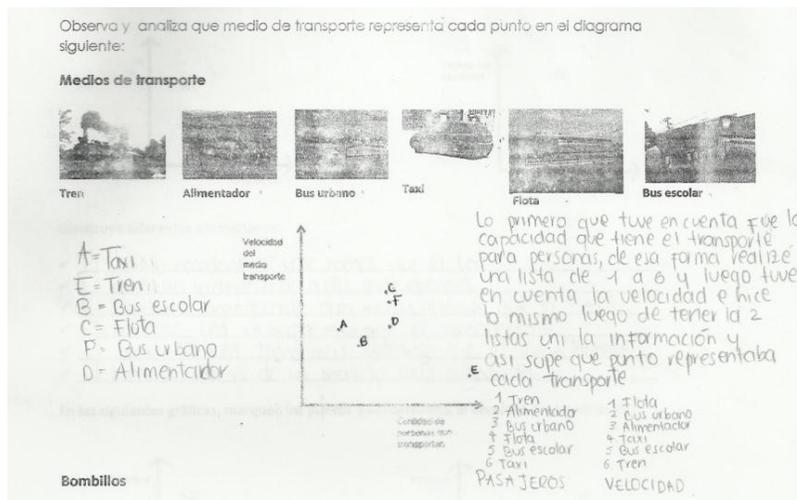


Figura 31. Respuesta del primer estudiante Actividad 1. Fase 2

Transcripción

Lo primero que tuve en cuenta fue la capacidad que tiene el transporte para las personas, de esta forma realicé una lista de 1 a 6 y luego tuve en cuenta la velocidad e hice lo mismo luego de tener la 2 listas uní la información y así supe qué punto representaba cada transporte

- | | |
|---------------|---------------|
| 1 Tren | 1 Flota |
| 2 Alimentador | 2 Bus urbano |
| 3 Bus Urbano | 3 Alimentador |

<i>4 Flota</i>	<i>4 Taxi</i>
<i>5 Bus Escolar</i>	<i>5 Bus Escolar</i>
<i>6 Taxi</i>	<i>6 Tren</i>
<i>PASAJEROS</i>	<i>VELOCIDAD</i>

La primera estudiante, expresa que tuvo en cuenta la cantidad de personas que caben en cada medio de transporte y su velocidad, e hizo dos listas comparándolas entre sí, para de esta forma saber qué representaba cada punto en el plano cartesiano. Para García & et al (2000), el estudio de las relaciones funcionales se representa mediante registros tabulares, donde se expresan las relaciones entre cantidades y magnitudes que varían, ya sean discretas o continuas. En razón de esta consideración, se evidencia que la estudiante identifica las cantidades o magnitudes que se relacionan en una tabla, lee horizontalmente las correspondencias entre magnitudes y luego verticalmente la variación de cada magnitud, para de esta forma poder interpretar las dependencias entre las variables implicadas.

En la investigación de García & et al (2000), el lenguaje gráfico del sistema de representación codifica de manera rápida y precisa la información. En ese sentido, la situación propuesta en la actividad 1 permite que la estudiante a partir de un lenguaje gráfico, en este caso el plano cartesiano, codifique de manera rápida y precisa la información, para que luego pueda organizar y analizar su conocimiento y de esta forma, éste sea una herramienta eficaz para trabajar matemáticamente.

Segundo estudiante

En la Figura 32 se muestra el desarrollo que realizó la segunda estudiante para la primera parte de la actividad:

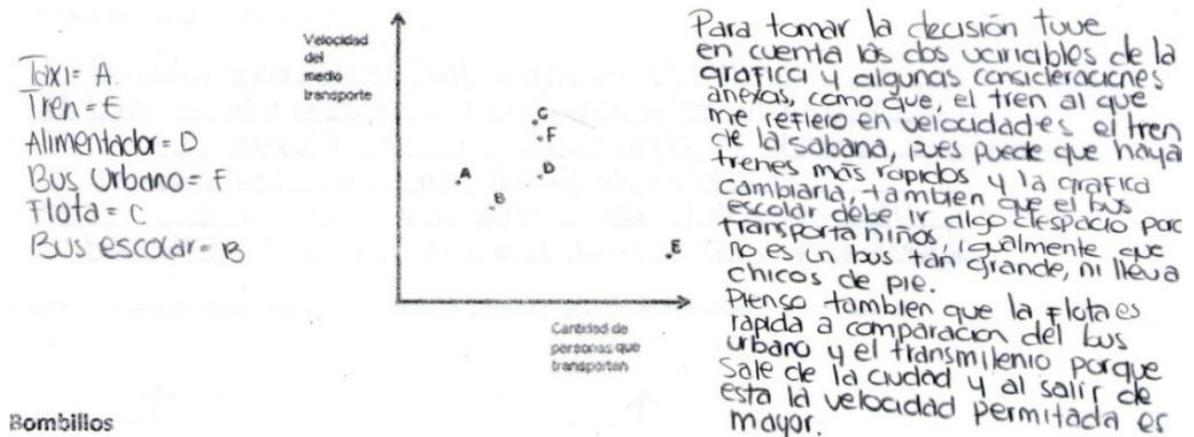


Figura 32. Respuesta de la segunda estudiante Actividad 1. Fase 2

La solución dada por el estudiante, muestra un análisis descriptivo de lo que piensa de la gráfica, donde pone en manifiesto algunas consideraciones para tomar la decisión acertada sobre las coordenadas de cada punto. El estudiante reflexionó sobre la velocidad del tren de la sabana y la velocidad del transporte dentro y fuera de la ciudad, ya que hace parte de su entorno. Por lo tanto, el estudiante reflexionó a partir de su vivencia personal en relación a la velocidad con los medios de transporte. Para Skovsmose & Valero (2012, pág. 16) la reflexión se evidencia con la respuesta dada por el estudiante.

Segunda parte actividad 1

La segunda parte de la actividad 1 se diseñó para que los estudiantes individualmente reconocieran diferentes comparaciones que se hacen sobre dos tipos de bombillos. Se usó el bombillo LED y tradicional porque hacen parte de la cotidianidad de los estudiantes y así, pueden ser comparados más fácilmente. Los estudiantes emplearon las características y funciones de los bombillos, relacionaron precio, potencia, iluminación, duración, gasto de energía y modelo para comparar la posición los dos tipos de bombillos de manera implícita. Un ejemplo de las relaciones que construyeron los estudiantes se muestran en la Figura 33

- ✓ El bombillo incandescente vale menos que el Led.
- ✓ El bombillo incandescente gasta más energía que el Led.
- ✓ El bombillo incandescente dura menos tiempo que el Led.
- ✓ El bombillo Led ilumina más que el incandescente.
- ✓ El bombillo Led tiene más potencia que el incandescente.
- ✓ El bombillo Led es de un modelo más actualizado que el incandescente

Figura 33. Relaciones entre las magnitudes de los bombillos tradicionales y LED

En las respuestas dadas por los estudiantes (Figura 33), se evidencian las diferentes comparaciones que construyeron con respecto a los tipos de bombillos, además, las características de cada bombillo y las funciones que éstos tienen. También, se identifica que esta situación es cercana a los estudiantes, porque en las respuestas involucran características como el precio de los bombillos, gasto de energía, tiempo de duración, entre otros. En esta parte de la actividad, se evidencia que al familiarizar al estudiante con gráficas presentadas en formas matemáticas, se desarrolla una capacidad para interpretar y usar la información contenida en ellas. De acuerdo con el lenguaje de funciones y gráficas propuesto por Shell Centre (1985), los estudiantes analizan y toman decisiones del entorno económico y social en el que viven, usando el lenguaje oral y escrito.

Tercera parte actividad 1

En las dos anteriores partes de la actividad 1, se buscaba que los estudiantes interpretaran la posición de cada punto; por el contrario, para esta tercera parte se pretende que ellos ubiquen los puntos de acuerdo a las características y/o funciones dadas.

En las siguientes gráficas, marquen los puntos que representa el bombillo A y bombillo B



Figura 34. Actividad de marcación de puntos en un plano cartesiano

Como se muestra en la Figura 34, todos los estudiantes concuerdan que en la primera gráfica, el punto A (Bombillo tradicional) debe ubicarse en la parte superior izquierda y el punto B (Bombillo LED), en la parte inferior izquierda. De la misma forma, en la segunda gráfica la mayoría de los estudiantes coinciden en que el punto A (Bombillo tradicional) está en ubicado en la parte inferior derecha y el punto B (Bombillo LED), en la parte superior derecha. Con esta parte de la actividad, los estudiantes reconocen y desarrollan la capacidad de interpretar y usar información presentada en gráficas y tablas en contextos reales. En este sentido, Shell Centre (1985) afirma que ayudar a los estudiantes a desarrollar una fluidez en la utilización del lenguaje matemático de gráficas y tablas permite describir y analizar situaciones del mundo real.

Cuarta parte actividad 1

En la última parte de esta actividad, se propuso a los estudiantes que construyeran las relaciones entre los tipos de bombillos y ubicaran los puntos de acuerdo a éstas. A partir de esta actividad se logró que los estudiantes identificaran diferentes comparaciones como se observa en la Figura 35:

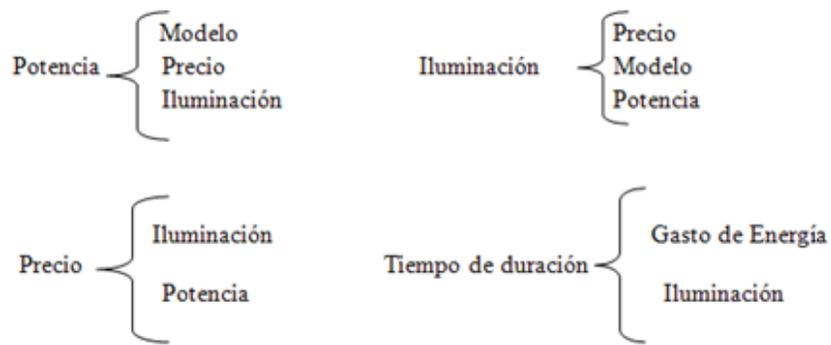


Figura 35. Comparaciones realizadas por los estudiantes. 4 parte actividad 1

En las anteriores comparaciones construidas por los estudiantes, se puede identificar que la gran mayoría emplearon las características y/o funciones que estaban dadas dentro de la actividad como se observa en la Figura 36.

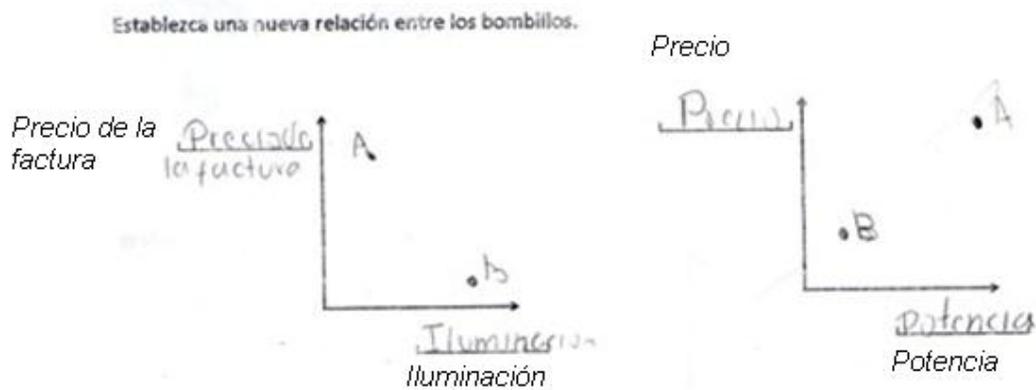


Figura 36. Parte 4 actividad 1

Muy pocos estudiantes utilizaron otro tipo de característica y/o función de los bombillos para construir las comparaciones. Como se observa en la Figura 37 un solo estudiante compara lo ecológico y un problema de salud que se puede generar (luz dañina para los ojos).

Establezca una nueva relación entre los bombillos.

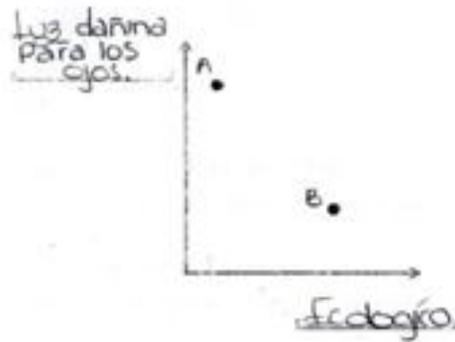


Figura 37. Comparación entre magnitudes.

En conclusión, se evidencia que los estudiantes organizaron, interpretaron y presentaron la información adecuadamente en forma escrita y gráfica, utilización del lenguaje matemático de gráficas y tablas, al describir y analizar situaciones cotidianas, como es el caso de los tipos de bombillos, debido a que marcaron adecuadamente los puntos que relacionaban las magnitudes y crearon nuevas relaciones. También, el ambiente en la clase permitió la reflexión porque los estudiantes intentaron comprender o comunicar la información presentada en forma matemática.

4. 3. Análisis de la Fase 3. Diseño y montaje del escenario de aprendizaje

En las dos fases anteriores se analizaron las producciones escritas individuales por los algunos estudiantes de grado octavo. En esta fase, se analizaron las interacciones y producciones escritas por un grupo compuesto por tres estudiantes, seleccionado durante el escenario, donde se identificaron las posiciones colectivas y las dificultades en la toma de decisiones para ejecutar el proyecto *¿Es necesario cambiar de celular...?..* Además, se tuvo en cuenta los aspectos que el grupo realizó con respecto a los temas matemáticos y las reflexiones que se dieron en torno al proyecto.

Primera Escena *Consumir, Consumir, Consumir*

A los grupos de trabajo se les entrega una guía (Actividad 1, unidad 2) donde deben hacer un escrito refiriéndose a la primera parte de la actividad: *Analiza con tu grupo por qué ¿Es necesario cambiar de celular...?.* Para llegar a la construcción del escrito, se da lugar a las siguientes interacciones que evidencian las posiciones colectivas tomadas por el grupo seleccionado:

1. *Ana: ¿Es necesario cambiar de celular...?*
2. *Andrea: Hay que mirar los puntos a favor y los puntos en contra. Sí tú cambias de celular, esto te va a generar más gastos*
3. *María: O más beneficios.*
4. *Andrea: O más beneficios*
5. *Ana: Las dos*
6. *Andrea: (duda),... claro si (risas)*
7. *María: Es depende, porque el celular hoy en día se utiliza más, los celulares se utilizan con plan de datos y para poder entrar a internet. En cambio de llamar o enviar mensajes, normalitos*
8. *Ana: Depende de la utilidad que le vayamos a dar. Si queremos en celular para chatear, para enviar mensajes*
9. *Andrea para entrar a internet*
10. *María: Pues, es depende porque de acuerdo al celular que va saliendo, uno lo quiere salir a comprando, porque es lo que salió. La moda que envían*

En la interacción 2 y 8 se puede observar que Andrea *defiende* su idea sobre la utilidad de los teléfonos celulares con respecto a algunas de sus aplicaciones. Las otras compañeras la escuchan y reflexionan sobre lo que propone su compañera. Para Alrø & Skovsmose (2012), este acto determina hasta donde una sugerencia es apoyada por los participantes del diálogo.

En el siguiente episodio aparece una reflexión realizada por Ana, sobre el uso que le daba al internet antes de tener su celular:

11. *Ana: No es tanta necesidad de tener celular, es gusto*
12. *Andrea: Pero hay cosas que no puede, que ya se están convirtiendo en necesidad, para nosotros. Un celular. O ustedes me van a decir que yo no tengo necesidad de conectarme.*
13. *Ana: Pero yo era más adicta antes, cuando no tenía celular. Yo lo tengo ahí, pero ya no lo reviso tanto*
14. *María: Ella se conectaba a cada rato. Colocaba el computador en invernación y llevada y lo prendía*
15. *Ana ¿Es necesario cambiar de celular?*

En la interacción 11 y 13 Ana manifiesta que antes de tener teléfono celular dedicaba mucho tiempo a entrar a internet, pero ahora que tiene un plan de datos en su teléfono celular no entra con la misma frecuencia. Lo anterior, evidencia que la estudiante es consciente de sus acciones (Skovsmose & Valero (2012)).

En el siguiente episodio, una estudiante defiende su idea sobre la dependencia del teléfono celular y plantea algunos aspectos que son tenidos en cuenta por el grupo:

16. *Ana: por eso, y ustedes creen que ¿Es necesario cambiar de celular...?es,*
17. *María: No...*
18. *Ana, O sea, que dependencia. Porque nos sentimos mal porque no tenemos celulares. No es que no utilicemos. No es que tú...*
19. *María Al igual, hay celulares más bonitos, con tipo de celulares entre más saque se va contaminando el ambiente*
20. *Ana: Son muchas cosas que influyen Es moda,*
21. *María: A la hora que saque otro celular más tecnológico, la gente va a querer celular.*
22. *Andrea: Es un prototipo de vida*
23. *María Es un prototipo de vida*
24. *Ana: Se hace presión, con las personas que no tienen celular o que no tienen un buen celular*
25. *Andrea. Es una discriminación. Aquí nosotros discriminamos por el tipo de celular*
26. *Ana. La flecha (risas)*

27. *María: Y empiezan a juzgar por las personas que tienen celular, que no sean tan modernos a los que acaban de salir*
28. *Andrea Claro porque uno se siente excluido del grupo, si todos sus amigos tienen. Y uno con latica (mostrando su celular)...*
29. *Ana. Bueno, Es necesario*
30. *María y Andrea: No*
31. *Andrea: Es necesario*
32. *María: Es por dar, es más un gusto*
33. *Andrea: Es necesario para las nuevas generaciones, es lo que estamos comprendiendo. Ahora no sabemos, si es necesario y que es lo que nosotros deseamos. Porque si le hacemos caso a lo que deseamos se nos hace necesario*
34. *María: necesitar cosas del celular*
35. *Ana: Es relativo.*
36. *María Tu necesitas internet para investigar algo, pero antes de que existiera el internet había libros.*
37. *Andrea: bibliotecas, lo que hacen es llenarnos la mente de una imagen*
38. *Ana: Es algo que supuestamente necesitamos y lo que realmente lo que quieren hacer es vendernos.*

En interacción 16 Ana pregunta a sus compañeras sobre su necesidad de cambiar el teléfono celular, donde ella plantea diferentes argumentos. Andrea en las interacciones 25, 28 y 33 propone ideas sobre la “contaminación y discriminación por el tipo de teléfono celular”, mientras que María en las interacciones 19, 32 y 36 se refiere a las problemáticas que se generan en torno al uso y consumo del teléfono celular. También se puede establecer que las estudiantes *defienden* sus ideas y agregan razones del porqué es necesario o no el cambio del celular. Para Alrø & Skovsmose (2012), las ideas que surgen en un diálogo, pueden introducir algunas justificaciones de las ideas que se están analizando.

Después de un diálogo de alrededor de 10 minutos, el grupo escribe el fragmento (Figura 38) que evidencia lo discutido, que se muestra a continuación:

Analiza con tu grupo, por qué es necesario cambiar de celular

- Si tu celular ya no te ofrece las condiciones básicas es necesario cambiarlo.
- No es necesario cambiar el celular si este te sigue ofreciendo las necesidades básicas (llamar y contestar).
- No es necesario cambiar de celular por cuestiones vanas.
- Llegamos a la conclusión de que nos han hecho pensar que un celular puede hacer parte de nuestras necesidades básicas.
- Si tu celular funciona adecuadamente no es necesario cambiar.

Figura 38. Análisis de la primera parte de la Actividad 2, Escena 1 ¿Es necesario cambiar de celular...?

Transcripción de las respuestas de los estudiantes:

- “Si tu celular ya no te ofrece las condiciones básicas es necesario cambiarlo.
- No es necesario cambiar el celular si este te sigue ofreciendo las necesidades básicas (llamar y contestar)
- No es necesario cambiar el celular por cuestiones vanas
- Llegamos a la conclusión de que nos han hecho pensar que un celular puede hacer parte de las necesidades básicas.
- Si tu celular funciona adecuadamente no hay necesidad de cambiar.”

Luego el grupo escribe para la segunda parte de la actividad 2 (escena 1), que se muestra en la Figura 39:

- ¿Creen que necesita información para decidir por qué cambiar de celular o por qué no?
- Si es necesario, puesto que giramos a esta información nos basamos en datos verdaderos y podemos analizar muchas más variables desde un punto neutral.
- Revisa la siguiente información:
- ¿Esta información es suficiente para tomar una decisión en favor o en contra del cambio?
- No es suficiente, puesto que para llegar a una buena conclusión necesitamos analizar muchas más variables como, la dependencia que genera el celular, impacto ambiental, el tiempo dedicado a este aparato tecnológico, economía, impacto biológico en nosotros, penetración en diferentes poblaciones, uso por edades.
- ¿Aconsejarías a un amigo, o un familiar sobre cambiar o no de celular?
- Lo aconsejaríamos si lo consideramos necesario debido a que no supe sus requerimientos laborales y/o personales

Figura 39. Análisis de la segunda parte de la actividad 2 Escena 1 ¿Es necesario cambiar de celular...?

Transcripción de las respuestas de los estudiantes:

¿Creen que necesitan información para decidir por qué cambiar de celular o por qué no?

“Si, es necesario, puesto que gracias a esta información nos basamos en datos verídicos y podemos analizar muchas más variables desde un punto neutral”.

¿Esta información es suficiente para tomar una decisión a favor o en contra del cambio?

“No es suficiente puesto que para llegar a una buena conclusión necesitamos analizar muchas más variables como la dependencia que genera el celular, impacto ambiental, el tiempo dedicado a ese aparato tecnológico, economía, impacto biológico en nosotros, penetración en diferentes poblaciones, uso por edades.”

¿Aconsejarías a un amigo, o a un familiar sobre cambiar o no de celular?

“Le aconsejaríamos si lo consideramos necesario debido a que no supe sus requerimientos laborales y/o personales”

En la Figura 39, se puede observar que el grupo relaciona el uso y consumo del celular con aspectos ambientales, tecnológicos y biológicos que pueden afectar sus vidas en algún momento. En la actividad 2 (Escena 1), se evidencia que las estudiantes afirman: *qué se necesitan analizar muchas más variables*, dan muestra de que la situación planteada no está concluida. Por otra parte, se observa que, a pesar de que se les entregó información real (Anexo C), ésta nunca fue tomada en cuenta para hacer sus análisis. Como ellas mismas lo manifiestan, esta acción evidencia la limitación del escenario de aprendizaje en cuanto al diseño de las actividades propuestas.

El grupo finaliza esta actividad formulándose otras nuevas preguntas que se muestran en la Figura 40.

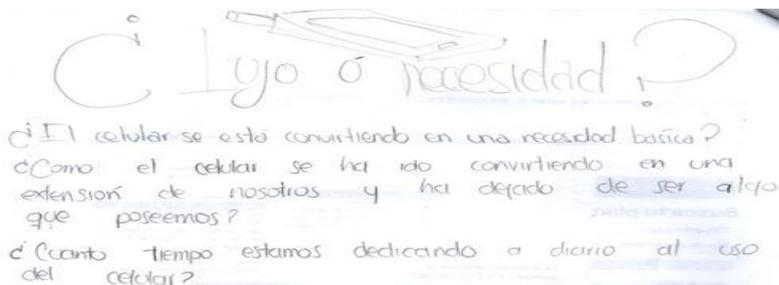


Figura 40. Formulación de preguntas de los estudiantes. Actividad 2 Escena 1.

Transcripción

¿Lujo o necesidad?

¿El celular se está convirtiendo en una necesidad básica?

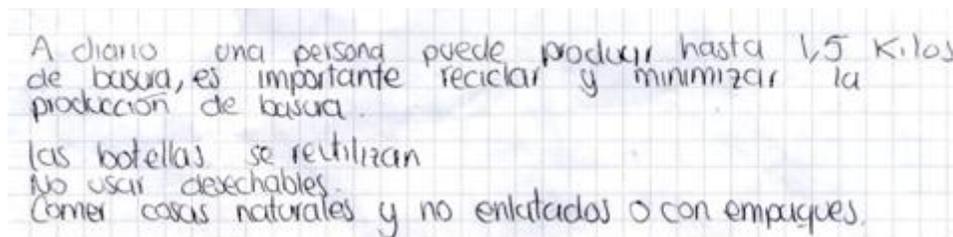
¿El celular se ha convertido en una extensión de nosotros y ha dejado de ser algo que poseemos?

¿Cuánto tiempo estamos dedicando a diario al uso del celular?

En la formulación de las propuestas por parte del grupo identificamos la posición colectiva *localizar*, cuando las estudiantes se plantean diferentes cuestionamientos, dan muestra de sus pensamientos colectivos, dirigen su atención a acciones para adoptar una posición crítica. Esta acción hace parte de las situaciones colectivas que se dan en la clase de matemáticas, cuando se conectan con los intereses de los estudiantes y estos se apropian de su aprendizaje.

Segunda Escena *Comprar, desechar, Comprar*

Para la actividad 1 escena 2 se proyecta los videos relacionados con la contaminación de residuos tecnológicos, y luego el grupo seleccionado reflexiona sobre el contenido de los videos, como se observa en la Figura 41:



A diario una persona puede producir hasta 1,5 Kilos de basura, es importante reciclar y minimizar la producción de basura.
las botellas se reciclan
No usar desechables.
Comer cosas naturales y no enlatadas o con empaques.

Figura 41. Reflexiones del grupo sobre el video del profesor súper O. Actividad 1 Escena 2.

Transcripción de las reflexiones de los estudiantes:

“A diario una persona puede producir hasta 1,5 kilos de basura, es importante reciclar y minimizar la producción de basura. Las botellas se reutilizan. No usar desechables. Comer cosas naturales y no enlatas o con empaques.”

El grupo se refiere a las partes del video que les parecieron más relevantes y reflexionaron sobre algunas acciones para no generar tanta basura en su barrio. En esta reflexión se identifica la categoría *localizar*, porque los estudiantes reconocen algunos aspectos que se relacionan con la situación planteada, que pueden considerarse como nuevos cuestionamientos.

Luego de entregarle al grupo el folleto *“En un celular puedes encontrar”*, establecieron las siguientes propuestas que se muestran en la Figura 42:

Propongan diferentes opciones para el fin de la vida útil de los teléfonos celulares

1. Se pueden llevar los Celulares a Una compañía llamada "Recicla tu Móvil Celular y conectate con la Tierra", que propone reciclar las partes de los celulares fuera de uso.
2. Reutilizarlos o se pueden regalar a una persona que si lo puede usar para no botarlo.
3. Vender las partes del celular que todavia sirven.
Cuales serían las ventajas y desventajas de cada una de las opciones

VENTAJAS	DESVENTAJAS
1. * las partes que se sacan del celular pueden ser reutilizadas para otros celulares del mercado. 2. * lo pueden reutilizar de nuevo. 3. * pueden ser usadas para otro celular.	1. * puede ser que cuando lo llevamos muchos de las partes se pueden quedar y como es un centro de reciclaje las partes que se quedan las pueden botar a un relleno sanitario. 2. * pues si no lo va a utilizar lo bota y puede llegar a un relleno sanitario. 3. * se puede botar y eso puede salir orinado y eso contamina.

Figura 42. Solución del grupo a la actividad 3. Escena 2. Propuestas para el fin de la vida útil de los teléfonos celulares.

Transcripción de la actividad 3.

Propongan diferentes opciones para el fin de la vida útil de los teléfonos celulares

1. *Se pueden llevar los celulares a una compañía llamada (recicla tu móvil o celular y conéctate con la tierra), que propone reciclar las partes de los celulares fuera de uso.*
2. *Reutilizarlos o se pueden regalar a una persona que si lo puede usar para no botarlo.*
3. *Vender las partes del celular que todavía sirven*

Ventajas:

- *Las partes que se sacan del celular pueden ser reutilizadas para otros celulares del mercado.*
- *Lo pueden reutilizar de nuevo.*
- *Pueden ser usadas para otro celular.*

4. Desventajas:

- *Puede ser que cuando los llevamos muchas de las partes se pueden quedar y como es un centro de reciclaje las partes que se quedan las pueden botar a un relleno sanitario.*
- *Pues si no lo va a utilizar lo botar a un relleno sanitario*
- *Se puede botar y eso puede soltar una acido que contamina.”*

El siguiente episodio se desarrolló cuando el grupo discute sobre las ventajas y desventajas de la vida útil del celular:

5. *Ana: Reutilizamos, Reutilizamos, ¿Qué?*
6. *María: Reutilizamos, la mayoría de...*
7. *Ana: El reciclaje es todo un beneficio, reutilizamos y ahorramos de alguna forma u otra forma. No ahorramos nosotras.*
8. *Andrea: Y economizamos. Yo sinceramente no le veo las desventajas, a ninguna de las opciones de que dimos, yo no veo, las desventajas por ningún lado.*
9. *Ana: Bueno, la desventaja del reciclaje*
10. *María: No se, tal vez lo del,*
11. *Ana: Pues, de pronto,*
12. *María: El tiempo.*

13. *Andrea: No, porque eso,*
14. *Ana: Pues,*
15. *Andrea: Es algo tan efímero.*
16. *Ana: Pero no,*
17. *Andrea: Yo no, podría ser que... diría que no poner desventajas, porque sería nosotras mismas, como poner un contra, el lado contrario de lo que nosotras apoyamos.*
18. *María: lo que nosotras apoyamos*
19. *Andrea: A mí me parece que cuando nosotras apoyamos algo, las desventajas no ¡yo no le veo desventaja a reciclar! Ya la pérdida de tiempo, porque no se pierde tiempo, nosotras gastamos tiempo en cosas tan absurdas. ¡Porque no vamos ayudar para el planeta!*
20. *Ana: Aja, no tienen que tener desventajas, digamos no se... yo tampoco.*

En las interacciones 5, 7 y 9 se evidencia que Ana *localiza* y opina sobre la vida útil de celular, haciendo que el grupo reflexione para aceptar o rechazar sus opiniones. Aquí se evidencia que María y Andrea, refutan las ideas de Ana y se cuestionan sobre lo que ella dice. Esto puede deberse a que las estudiantes siempre han trabajado individualmente y no están acostumbradas a trabajar en grupo, donde se requiere escuchar las posiciones de los otros y respetar sus ideas. En este sentido, Alrø y Skovsmose (2012) establecen que las contribuciones que aportan todos los miembros a la conversación, significa ponerse en el mismo nivel de cada uno con el otro y de esta forma establecer relaciones positivas de los participantes.

Las estudiantes continúan dialogando sobre el desarrollo de la actividad:

21. *Andrea: Mira se sacaría un 50%, plástico*
22. *Ana: ¡plástico!, ¡50 % de plástico!, ¡Plástico!*
23. *Andrea: O sea, que. Ah, es la carcasa, ¿De qué quería que estuvieran hecha la carcasa? ¿Cuánto se demora el plástico en descomponerse?*
24. *Ana: Uh.*
25. *Andrea: Mil años aproximadamente.*

26. Ana: *Ya miro te doy un dato verídico, ¡no miremos el celular, porque estamos hablando de él...!*
27. Andrea: *el vidrio si se descompone, el cobre..., todo se descompone. Menos el icopor.*
28. Ana: *¿300 años, el vidrio?*
29. Andrea: *Bueno 500, años dura más que el plástico,... ya, me dolió el estomago, ah, necesitamos a Nelly (Profesora de Biología).*

En este episodio el grupo involucra los materiales que componen el teléfono celular y relacionan el tiempo que se demora un componente para descomponerse. Por ejemplo, en las interacciones 23 y 28, ellas discuten sobre la descomposición del vidrio y se preguntan sobre la descomposición del plástico.

El siguiente episodio muestra los planteamientos del grupo sobre algunas consecuencias ambientales que involucran el teléfono celular, haciendo evidente que el grupo relacione los aprendizajes previos de la clase de biología con la problemática propuesta:

30. María: *Bueno. Sí, hay agua que es tratada, pero el agua que llega a los ríos o hacia los bosques, a los animales. Esa agua está contaminada, y daña a los ecosistemas. Daña a los bosques. Allá no va a llegar el acueducto con una manguera de agua tratada. A los bosques, porque no hacen esto.*
31. Ana: *Si, hablamos de los celulares, las empresas de celulares, pues no creo que muchas estén a la orilla del rio. Pero hay cosas que vierten los desechos a los ríos.*
32. Andrea: *Y uno se da cuenta, que día me puse. Yo si hice la labor de eso, yo busque en internet. Las consecuencias de la contaminación del agua, y viendo las imágenes, todas las especies de pescados, peces que mueren a los alrededores de la fábrica, todos muertos allá. Y uno dice (signo con la cara)*
33. María: *vamos con la extinción de animales y eso no solo de los seres humanos. También a las plantas.*
34. María: *No es solo, los seres humanos vivimos del agua que. Un 85% o 90%, de nuestro cuerpo es agua. Es totalmente agua.*

35. *Andrea: Y eso es lo que no nos estamos dando cuenta. No nos damos cuenta que nosotros mismos, estamos cortando nuestra vida. Nosotros mismos estamos haciendo más corta. Nosotros decimos, venga vamos a estudiar algo, nos damos cuenta que, no estamos asegurando el futuro.*
36. *María: Voy hacer presidenta. Yo voy a cambiar el mundo.*
37. *Andrea: Yo he pensado en eso. Pero voy a cambiar el mundo.*
38. *Ana: ¿A ti qué te impacta esto?*
39. *Andrea: Bueno, principalmente me impacto, demasiado lo del agua. Me dejo (Cara de preocupación), por Dios yo que estoy haciendo con mi vida. Como que... No más de decir que un solo celular daña 132 mil litros de agua (Cara de asombro), esa agua la puedo llevar África y allá los niños no se la pueden tomar. Y se nutren con el agua. Esa agua desperdiciada totalmente. La oxidación de todos los metales*
40. *Andrea: Eso despierta nuestro lado humano, que nos damos cuenta que, no somos ni superhéroes, ni estamos exentos a vivir la escasez de agua. Digamos cuando se va el agua de nuestras casas. Es súper difícil.*

En este episodio, las ideas del grupo sobre las problemáticas ambientales, las manifiestan *pensando en voz alta*. En las interacciones 30, 33 y 34, María hace que Ana y Andrea se cuestionen sobre la problemática ambiental. Después de reflexionar sobre esta problemática colectivamente, el grupo soluciona la cuarta parte de la actividad usando sus conocimientos previos de las matemáticas, cuando expresan el proceso para la conversión de toneladas a gramos, la estimación de la cantidad de residuos con respecto al peso, las relaciones entre el incremento de celulares y la contaminación que estos producen y finalmente, las consecuencias de las relaciones funcionales dependientes.

En el siguiente episodio se evidencia el diálogo de las estudiantes al realizar la conversión de una tonelada a gramos:

41. *Andrea: Y se nos complica la cosa. Entonces pasemos una tonelada a gramos.*
42. *Ana: ¿Cuánto es una tonelada?*
43. *Andrea: Una tonelada es, mil kilo...*
44. *María: Mil kilogramos.*
45. *Ana: Y cada kilogramo tiene,*

46. *María: Mil gramos.*
47. *Andrea: Y cada kilogramo... cada gramo tiene mil gramos.*
48. *María: ¿Cada qué?*
49. *Andrea: Cada kilogramo tiene mil gramos.*
50. *María: Te entendí cada gramo tiene mil gramos, ¿cada qué? Que habla*
51. *Andrea: Tocaría multiplicar, mil gramos*
52. *Ana: ¿Cuánto es una tonelada?*
53. *María: Mil kilogramos y un kilogramo son mil gramos, ahí tendríamos que dividir...*
54. *Andrea: Cada mil gramos por cada kilogramo.*
55. *Ana: Mil kilogramos son ¿Cuántos?*
56. *María: Mil gramos*
57. *Ana: (cara de duda),*
58. *Andrea: Un kilo, son mil gramos.*
59. *María: Las toneladas son,*
60. *Ana: No, no, no, pero mira una tonelada son mil.*
61. *María: Mil kilogramos.*
62. *Andrea: Si, un kilogramo, un kilo, hablemos con kilo, porque nos estamos enredando... Un kilo son mil gramos... entonces, lo que tenemos que hacer es mil gramos multiplicarlos por mil kilos.*
63. *María: Por diez mil.*
64. *Andrea: ¿de a diez mil?, No*
65. *María: Mil por diez mil.*
66. *Andrea: No por mil.*
67. *María: No, mil por mil*
68. *Andrea: Porque, son mil kilos los que hacen una tonelada.*
69. *María: ¿Cuánto daría? Diez mil*
70. *Andrea: Ahora, multiplicamos mil.*
71. *Ana: Multiplicamos mil por diez mil. Que bobada, iba a ponerme a colocar mil por mil, cero, cero...*
72. *Andrea: Ya,*
73. *María: Pues tres y tres. Diez mil (Entre risas)*
74. *Andrea: No eran diez mil.*
75. *María: No, eran un millón.*

En este episodio se identifica el diálogo que hace el grupo con respecto a la conversión de gramos a toneladas, donde explican los procesos para hacer esta conversión. En la interacción 41 Andrea propone que realicen conversiones de toneladas a gramos. Ana en la interacción 42 pregunta a cuánto equivale una tonelada. Luego desde las interacciones 43 a la 52 y de la interacción 53 a la 62, las estudiantes discuten sobre cómo realizar la conversión y se ponen de acuerdo sobre la posible solución. En esta parte del episodio las estudiantes en las interacciones 51 y 62 *defienden* sus ideas y puntos de vista para integrarlas colectivamente.

A continuación se muestra la estimación que hicieron las estudiantes para plantear cuántos celulares generan una tonelada de residuos.

76. *María: Un promedio entre 155 y 104*

77. *Andrea: Más o menos en 24.*

78. *Ana: En 124.*

79. *Andrea: En 125.*

80. *Ana: (escribe la operación, y le entrega el cuaderno para que)*

81. *María: ¡En el Celular! (Lo dice con risa)*

82. *Andrea: No, que les pasa (mientras realizan la división), obvio no.*

83. *Ana: Hazlo y yo veo si te da el resultado (realiza el proceso en el celular)*

84. *Andrea: En mil, ¡ah porque me toco dividir! Espera que yo puedo (realiza el proceso a mano). No, no puedo, llevo mucho tiempo sin hacer una división.*

85. *Ana: Realiza la división... ¡ya!*

86. *Andrea: Ah, tan lista.*

87. *Ana: Si es 8000. Ven lo comprobamos, en un cuaderno. (Verifican lo que dio en la calculadora).*

88. *Andrea: Ah, Multiplicación sí.*

89. *Ana: Ah ya, no... Si ya da. Da 8000. Según nuestros cálculos. No sé si quedan bien. 8000 desechados equivalen a una tonelada. Si acá nos están diciendo que... el residuo de celulares se produce ciento diez mil toneladas.*

90. *Andrea: O sea, qué tocaría multiplicar 8000 por ciento diez mil.*

91. *Ana: No, no, es un ejemplo que vemos ahí. Si 8000 es una tonelada, acá nos está diciendo que ciento- diez mil.*
92. *Andrea: Toneladas,*
93. *Ana: Anuales.*
94. *Andrea: Nos tocaría todo. Volver a multiplicar 8000 por 110 mil. Hacerlo todo.*
95. *Ana: (Expresión con los brazos de grande)*
96. *Andrea: Bastantes.*

En este episodio, en las interacciones 85 a la 89 el grupo plantea la manera de estimar la cantidad de residuos de celulares, identificando los procesos de regla de tres y promedio. Se puede evidenciar en las interacciones 80 a la 85 y en la interacciones 94 que las estudiantes *localizan* cuando explorar y ensayan posibilidades de resolución en problemas matemáticos. Además, en la interacción 89 *defienden* su posición sobre los cálculos aritméticos que deben realizar y al final *toman decisiones colectivamente* para comprobar los cálculos realizados con papel y lápiz y en la calculadora. En la interacción 95 se evidencia la categoría *pensar en voz alta*, cuando Ana expresa con sus brazos lo grande que podría llegar a ser el resultado de una multiplicación.

En el siguiente episodio, corresponde a las relaciones matemáticas que se hacen las estudiantes sobre los celulares:

97. *Ana: Estimen las cifras de cuál sería un impacto ambiental, que puede generar un celular en desuso.*
98. *Andrea: Ahí, es cuando podemos usar la matemática para poder analizar, si un celular, ¡132 mil litros de agua!, ¿8000 celulares? ...*
99. *Andrea: No hagamos ejemplos. Y no es lo mismo que botar 20 celulares iguales, se demoran el mismo tiempo. Digamos que se demoran descomponiéndose 2000 años*
100. *María: Es el mismo de descomposición*
101. *Andrea: Pero el impacto ambiental, es mayor. Los litros de agua si aumentan, por celular.*
102. *Ana: Escribo que los litros de agua*
103. *Andrea: Los litros de agua*

104. *Profe2: ¿Aumentan? ¿Los litros de agua aumentan?*

105. *Ana: Contaminada. Ah*

106. *Andrea: el agua utilizada. Aumenta*

En este episodio, las estudiantes acuden a términos matemáticos para hablar de grandes cantidades relacionadas con el teléfono celular y así comprender la problemática. En la interacción 98 Andrea *piensa en voz alta*, al decir que las matemáticas se pueden usar para tomar decisiones, sobre la cantidad de litros de agua que se contaminan con las baterías de los celulares.

A continuación se muestra un episodio que se refiere a las relaciones de dependencia que expresan las estudiantes, cuando reflexionan sobre la problemática del uso y consumo del teléfono celular:

107. *Andrea: Entonces sería. La cantidad de celulares al mes. El tiempo es el mismo. El componente es el mismo. Pero el impacto ambiental*

108. *María: Es mayor*

109. *Andrea: El agua contaminada depende del número de celulares. Este es como una gráfica que habíamos visto una vez. Que hay cosas que depende de la otra, pero hay cosas que no depende de otras. Digamos el tiempo, no depende de nada. Depende del material que sea. Y ya no depende del número de celulares. Pero digamos el agua contaminada, si depende el número de celulares. El impacto ambiental también, depende del número de celulares. Todo eso. La radioactividad, también.*

110. *Andrea: ¿Qué otra conclusión podemos llegar a analizar?*

111. *María: A estimar.*

112. *Andrea: Incursionamos a nuestro diario vivir.*

113. *Ana: Pues, en esto también influye, mucho esto. Cada cuanto renovamos, obtenemos celulares*

114. *María: Por decirlo así. De 12 a 18 meses.*

115. *Ana: Todas estas variables, dependen del consumo, gasto si, del consumo que tenemos de celulares.*

116. *Andrea: Analizadas anteriormente, ¿del consumo o del uso? Como de la frecuencia. No del aumento.*

117. Ana: *Dependen del consumo de cuántos. De cuánta gente compre celular, de cuanta gente lo deseche. De todo lo que hemos visto. Al principio como estábamos viendo cuanta gente usaba celular, depende de cuanta gente, las personas utilicen celular. También vimos si ¿Es necesario cambiar de celular...?, depende de cuanta gente cambie su celular. Al año, al mes, a los cuatro o cinco meses.*
118. Andrea: *Que mucha gente lo cambia, al año o hay gente que lo cambia cada mes. Cada vez que sale el nuevo.*
119. Ana: *Hay genta que tiene el primero que compro*
120. Andrea: *Que con ese se siente, feliz y satisfecho. ¡Yo! Ya, yo creo que es eso. Ah y otra variable que podríamos poner, la cantidad de celulares que se reutilizan, no hemos tenido en cuenta esto. Como hay gente que no hace eso. Y hay gente que si hace eso. Pero no es la mayoría. Aquí somos tres personas. Y ella lo hace. Por ahí el 30% de la población lo hará. Pero el otro 70% no lo hace.*

En este episodio, las estudiantes encuentran relaciones de dependencia funcional, involucradas en la clase de matemáticas, haciendo uso de las variables dependientes, como se evidencia en la interacción 117, con respecto a la cantidad de teléfono celulares vs cantidad de agua contaminada, consumo de teléfonos celulares vs cantidad de personas, entre otros. En este episodio las estudiantes *identifican, localizan y piensan en voz alta*, al hablar de una idea matemática, explorar y ensayar posibilidades para resolver el problema y expresar nuevas ideas matemáticas presentes en la situación planteada.

En la Figura 43 podemos observar que el grupo en la actividad 4 (Escena 4) no acude a las ideas expresadas anteriormente, porque responden a la pregunta a través de un proceso propuesto por el grupo para determinar un valor exacto, aunque al final expresan que el proceso *depende del peso de cada celular*.

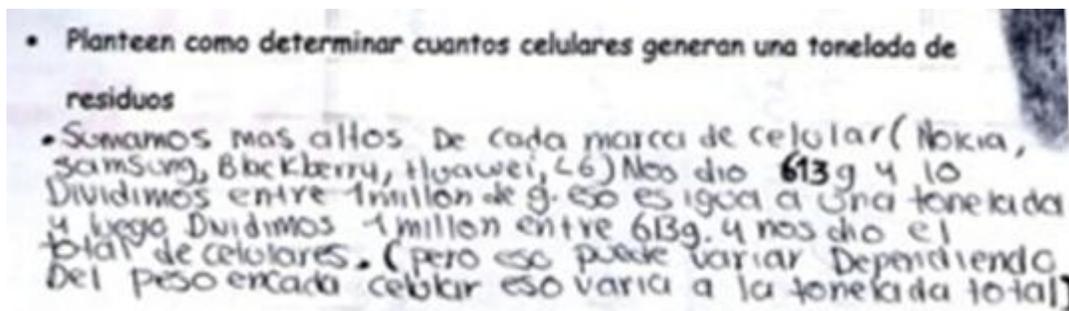


Figura 43. Análisis de la actividad 4, Escena 2. Toneladas de residuos de celulares.

Transcripción de las respuestas de los estudiantes:

Planteen cómo determinar cuántos celulares generan una tonelada de residuos.

“Sumamos más altos de cada marca de celular (Nokia, Samsung, Blackberry, Huawei, LG) nos dio 613 gramos y lo dividimos entre un millón de gramos. Eso es igual a una tonelada y luego dividimos un millón entre 613 y nos dio el total de celulares, (pero eso puede variar dependiendo del peso en cada celular eso varia a la tonelada total).”

En esta narrativa, la profesora pregunta sobre lo escrito, haciendo que el grupo reflexione, planteando otra propuesta que se observará en la siguiente escena. Para la quinta parte de la escena 2, el grupo realizó estimaciones sobre el impacto económico y ambiental que se explicarían en la siguiente escena.

En la Figura 44 se observan las ideas previas a la campaña sobre la contaminación de residuos de teléfono celulares:

El daño Desproporcionado por "Baterias" en el medio Ambiente.

Que harías con las Baterias en desuso?

DATO CURIOSO=

Una pila de celular contamina 132000 litros de agua por la oxidación de metales. Otarlos No es una opción

Lo mejor seria llevarlas a un centro de recolección, ej. los centros comerciales.

- Las Empresas Productoras de ellos.

Ellos se encargaran de su Extracción de partes. las cuales se pueden reutilizar para hacer diferentes tipos de dispositivos.

Figura 44. Respuestas del grupo de estudiantes sobre la actividad 5 Escena 2.

Para esta parte de la actividad 5, el grupo planteó algunas ideas y propuestas para la campaña que quieren realizar, que se verán reflejadas en la siguiente escena.

Tercera Escena *Comprar, desechar, reciclar*

Para esta escena se analizan las interacciones y la producción escrita del grupo de estudiantes seleccionado sobre la segunda actividad y tercera actividad. Este grupo decidió participar en la exposición de proyectos. Dentro del escenario de aprendizaje propuesto se evidenció que no todos los grupos de estudiantes se involucraron y participaron de la misma forma, se demostró la dificultad que tienen los estudiantes para trabajar en grupo y expresar ideas colectivamente y en público.

Segunda Actividad

Para desarrollar la exposición, las integrantes del grupo plasmaron sus ideas a través de diferentes escritos, gráficos y carteleras. En la Figura 45 se observa el escrito sobre la propuesta del impacto económico y ambiental del uso y consumo del teléfono celular.

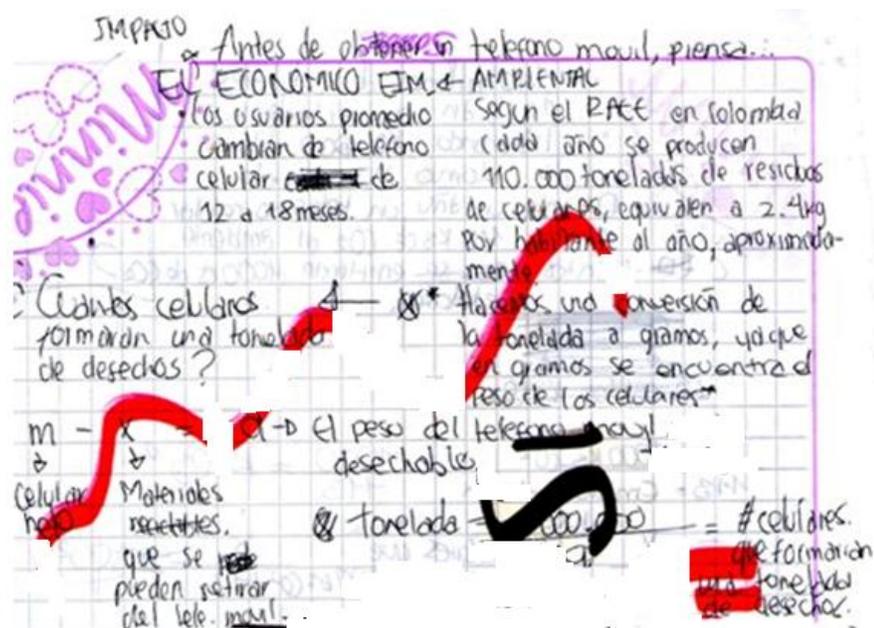


Figura 45. Impacto económico y ambiental del uso y consumo del teléfono celular creado por el grupo.

Transcripción de la actividad de los estudiantes:

“EL IMPACTO ECONÓMICO AMBIENTAL. Antes de obtener un teléfono móvil, piensa...

Los usuarios promedio cambian de teléfono celular de 12 a 18 meses. Según el RAEE en Colombia cada año se producen 110.000 toneladas de residuos de celulares, equivalen a 2.4 kg por habitante al año aproximadamente.

¿Cuántos celulares formaron una tonelada de desechos? Hacemos una conversión de toneladas a gramos, ya que en gramos se encuentra el peso de los celulares.

$m - x = a$, donde m es celular neto, x materiales que se pueden retirar del teléfono móvil, a ese peso del teléfono móvil desechable.”

En este escrito las estudiantes *identifican* el uso de la letra para representar una relación funcional implícita, cuando el grupo expresa que la letra m corresponde al peso neto del celular, la letra x representa la cantidad de materiales que se pueden reciclar del teléfono celular y la letra a expresa el peso del teléfono celular desechable.

En el siguiente episodio, Ana explica el desarrollo del escrito anterior:

1. *Andrea: Nosotros estuvimos analizando desde un punto de vista crítico, analizamos como los celulares se relacionan con su peso, descontándole las partes reciclables y reutilizables, Ana explícanos como expresar matemáticamente lo que habíamos llegado a deducir*
2. *Ana: Bueno para determinar cuántos residuos de celulares hay en una tonelada nos planteamos una ecuación $m - x$ siendo m el peso neto del celular y x las partes reciclables que se pueden extraer, eso daría a . a sería el peso del celular desechable lo que iría al vertedero entonces cogemos nuestra tonelada la pasamos a gramos ya que el peso de los celulares esta en gramos y dividimos la tonelada entre a que sería el peso del celular ya desechable. Eso nos da los celulares, los desechos que estarían en una tonelada*

En el anterior episodio, en la interacción 1 Andrea expresa que el trabajo y las decisiones se tomaron colectivamente cuando manifiesta *estuvimos analizando desde un punto de vista crítico, analizamos como los celulares se relacionan su peso*, Andrea también identifica una idea matemática cuando se refiere a *descontándole las partes reciclables*. En la interacción 2 Ana *localiza* los procesos que emplearían para determinar cuántos residuos de celulares hay en una tonelada, cuando afirma que *cogemos nuestra tonelada la pasamos a gramos ya que el peso de los celulares esta en gramos y dividimos la tonelada entre a que sería el peso del celular ya desechable*, en este proceso se identifica la relación funcional implícita de la cantidad de celulares en una tonelada de residuos que dependen de la cantidad de celulares desechados.

En el siguiente escrito el grupo plantea, la ecuación que se observa en la Figura 46:

Plan. Precio del celu
 $q = + \text{ de } m \text{ y } o$

Salario
 $M + o = q$
 $X - q = d$

Figura 46. Ecuaciones creadas por el grupo para analizar el impacto económico de un plan de celular.

En el anterior escrito, se identifica el uso que las estudiantes dan a las letras para determinar la cantidad de dinero necesaria en un año para mantener un teléfono celular con plan de datos, cuando escriben lo que significa m y o . En estas ecuaciones se puede *localizar* la relación de dependencia implícita, cuando la estudiantes plantean el proceso de la suma entre el precio del celular y el precio del plan de datos es variable. Las estudiantes identifican el uso de la letras para representar el salario de una persona y finalmente exploran el proceso para determinar cuánto queda del salario de la persona.

En otra parte del escrito realizado por este grupo, se observa el siguiente plano cartesiano (Figura 47):

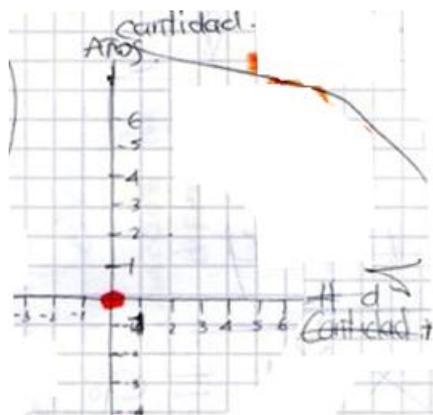


Figura 47. Plano cartesiano elaborado por el grupo

Este escrito plantea que una de las integrantes del grupo expresa en un plano cartesiano la relación entre cantidad y años de vida útil del teléfono celular, haciendo alusión a un tipo de gráfica dependiente. Se puede apreciar en el gráfico el desconocimiento de las variables independientes y dependientes para ser colocadas en los ejes. Se puede evidenciar que las

estudiantes no continuo con el gráfico porque no tenía claridad de cómo ubicaban las variables en los ejes.

En el siguiente episodio, se genera una interacción entre la profesora y las estudiantes, para indagar el conocimiento sobre el tipo de gráficas que suponen que están relacionadas en la situación planteada:

3. *Ana: Nos toca poner las gráficas, tenemos una independiente y una dependiente.*
4. *Profe: ¿Todas las gráficas darían lineales?*
5. *Andrea: No, porque van aumentando, no aumentan lo mismo (Explicando con las manos el tipo de gráficas, Allí se evidencia que las gráficas aumentan y tienen curva)*
6. *María: Es esa grafiquita que*
7. *Ana puede dar una parábola*
8. *Profe: pero hay cosas negativas en este tema*
9. *Ana No porque habíamos dicho que no existirían*

En el episodio anterior se evidencia en la interacción 3 que Ana identifica la existencia de las variables dependiente e independiente, cuando expresa *nos toca poner las gráficas, tenemos una independiente y una dependiente*. En la interacción 5 Andrea piensa en voz alta cuando expresa la forma que tienen las gráficas, cuando expresa con lenguaje corporal usando las manos el tipo de gráficas, *que las gráficas aumentan y tienen curva*. También se evidencia que las estudiantes consideran que existen otro tipo de gráficas fuera de las lineales, pero no tienen claridad de qué tipo de gráficas podrían ser.

Otra parte del escrito realizado por este grupo se refiere a las emisiones de CO₂ de los celulares, como se observa en la Figura 48:

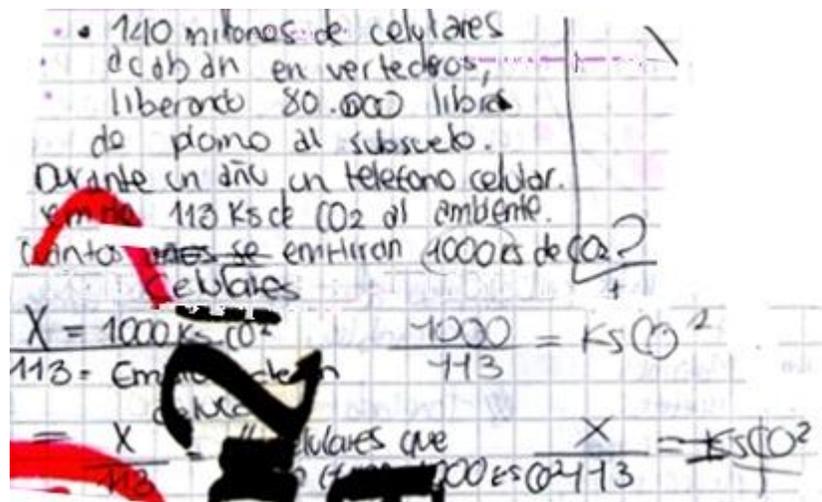
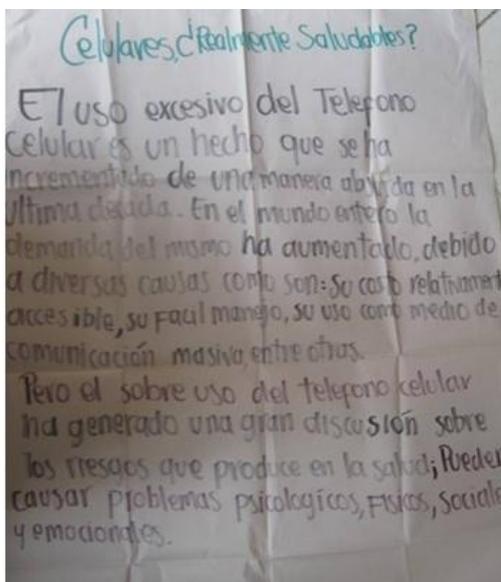


Figura 48. Análisis del grupo sobre las emisiones de CO2 que producen los celulares.

Transcripción del análisis de las estudiantes:

“140 millones de celulares acaban en verteros liberando 80.000 litros de plomo al subsuelo. Durante un año un teléfono celular emite 113 Ks de CO2 al ambiente. ¿Cuántos celulares emitirán 1000 Ks de CO2?”

En el anterior escrito se puede evidenciar que el grupo investigó fuera de clase, otros aspectos que se relacionan con la problemática del uso y consumo de teléfonos celulares, cuando se refieren a que *durante un año un teléfono celular emite 113 Ks de CO2 al ambiente*, en este mismo escrito se identifica una relación funcional lineal cuando se preguntan de manera implícita *¿Cuántos celulares emitirán 1000 Ks de CO2?*



Y finalmente el grupo construye la cartelera que se observa en la Figura 49:

Figura 49. Relaciones entre enfermedades y el uso del teléfono celular, expresadas por el grupo

En la anterior cartelera el grupo explica algunos aspectos que relacionan las enfermedades y la dependencia del teléfono celular. Se evidencia que las estudiantes colectivamente *localizan* aspectos que le llaman la atención cuando hacen el cuestionamiento *Celulares ¿verdaderamente saludables?*, y expresan públicamente que sus ideas que han sido construidas colectivamente.

En la Figura 50 se evidencia la participación del grupo en la exposición de proyectos:



Figura 50. Fotografías del grupo observando la exposición de proyectos a la comunidad educativa

La campaña propuesta por el grupo giró alrededor de la frase que se muestra en la Figura 51:

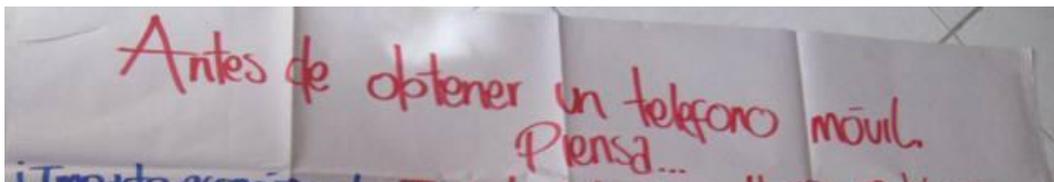
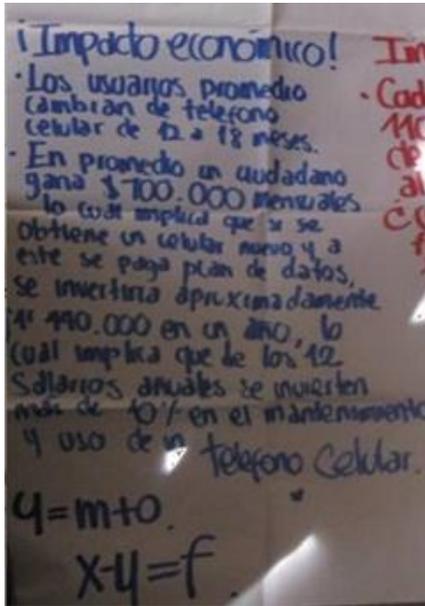


Figura 51. Frase de la campaña del grupo



Las siguientes carteleras corresponden a las presentadas por las estudiantes, cuando realizaron la exposición de proyectos, en ellas se evidencia las decisiones colectivas que plantearon para realizar la campaña. En la cartelera (Figura 52) que se muestra en a continuación:

En la reflexión realizada por las estudiantes se evidencia que *defienden* sus nuevos puntos de vista, al plantear el impacto económico por la compra y mantenimiento de un teléfono celular.

Figura 52. Carteleras realizadas por los estudiantes.

En la siguiente cartelera (Figura 53) se observa que el grupo *identifica* el uso de las letras para representar una relación entre toneladas y cantidad de residuos de teléfonos celulares, cuando se refieren a la expresión $y = m + o$ y $x - y = f$. Las estudiantes *localizan* los procesos de conversiones de unidades, cuando escriben los procesos matemáticos que usarán para determinar la cantidad de residuos de celular por tonelada.

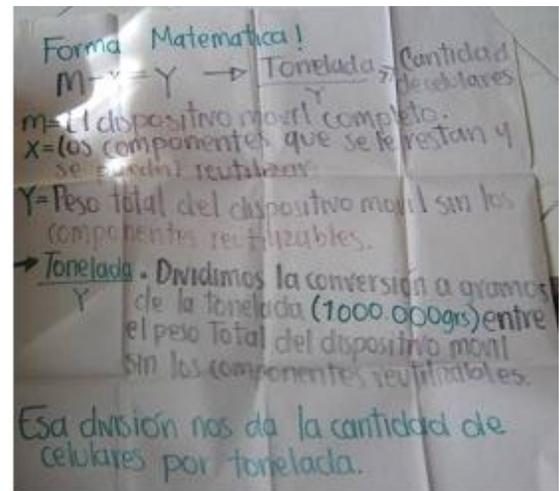


Figura 53. Carteleras sobre cantidad de celulares en una tonelada de residuos

En la cartelera (Figura 54) se muestra el proceso de conversión de unidades y la relación con las toneladas de residuos de celulares. Se evidencia que las estudiantes *identifican* otros aspectos como el *impacto ambiental*, relacionado con la cantidad de litros de agua que se contaminan cuando un celular es arrojado a los vertederos.

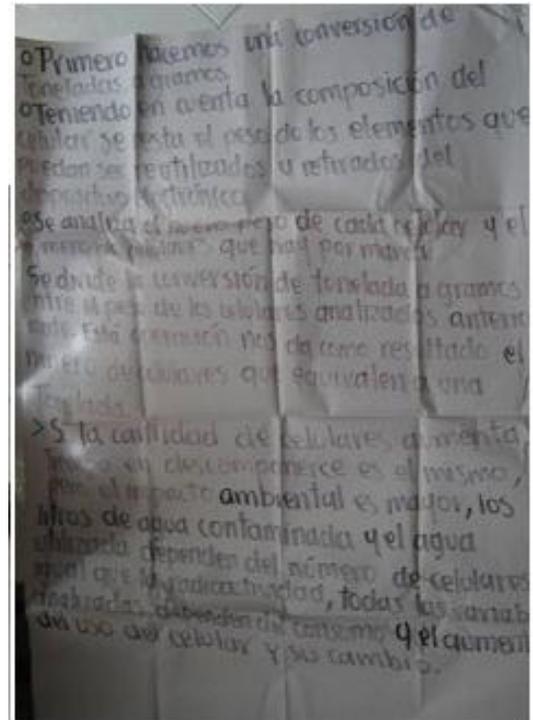


Figura 54. Cartelera sobre cantidad de celulares en una tonelada de residuos

En la Figura 55, se observan dos cartelera diseñadas por las estudiantes:

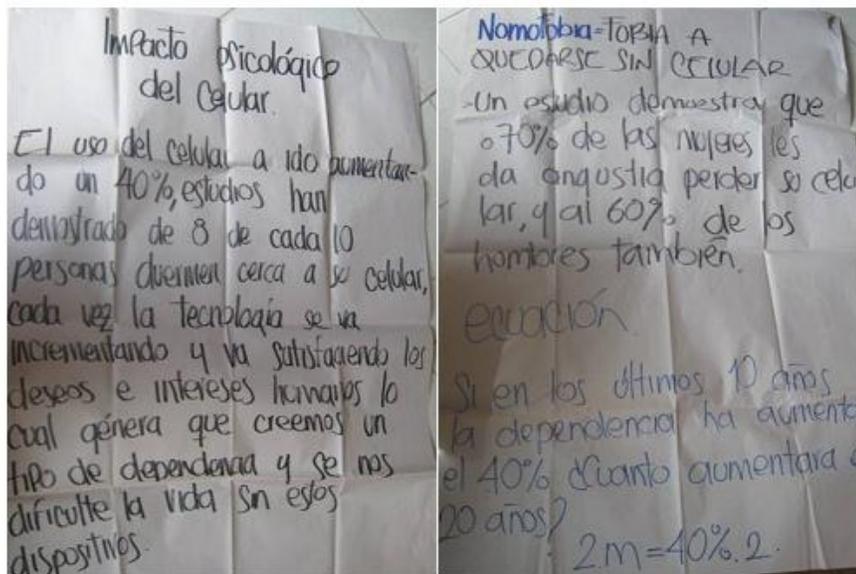


Figura 55. Cartelera sobre el impacto psicológico

El grupo identifica otro aspecto importante que es el *impacto psicológico* que encontraron alrededor el uso del teléfono celular: Este impacto tiene que ver con la dependencia al teléfono celular, aspectos que fueron investigados por el grupo de manera autónoma, con relación la fobia que existe por no tener teléfono celular y la necesidad de tenerlo cerca.

Finalmente, en la cartelera que se observa en Figura 56, el grupo explica *el impacto ambiental* de los teléfonos celulares, evidenciando la defensa a su campaña, puesto que esta involucra nuevos datos matemáticos como *el 61% de las personas del mundo tienen suscripción a un teléfono celular*.

Aquí se observa que el grupo *localiza* en la estadística la cantidad de personas que tiene teléfono celular en el mundo, el tiempo de uso del teléfono celular y comparan datos cuantitativos sobre energía vs la cantidad de gas y la cantidad de celulares vs la cantidad de emisiones de plomo al subsuelo.

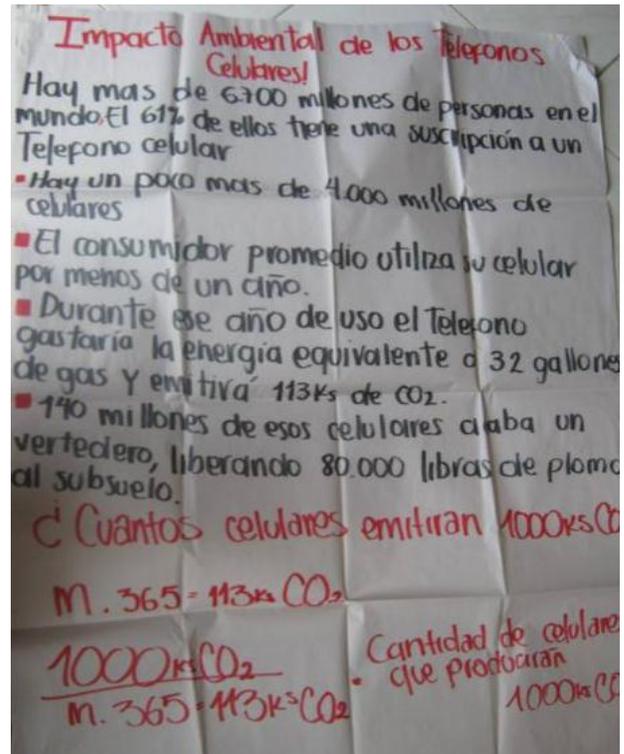


Figura 56. Cartelera de impacto ambiental

En la exposición de proyectos además de la explicación de las carteleras, Ana se refiere a la *reflexión* que realizó sobre la clase de matemáticas:

1. Ana: *Este año tratamos de buscar formas para usar los conocimientos adquiridos este año, y en nuestra vida cotidiana. Una de esas fue utilizar el uso y consumo del teléfono celular*
...

2. Ana: El objetivo es que muchas creemos que la matemática no es útil, para cosas de nuestra vida diaria. Y pues si lo es. Queremos mostrarles que si se puede utilizar el conocimiento que adquirimos en el colegio, afuera.

...

3. Ana: Algunos conocimientos en algebra y queremos retómanos en cosas cotidianas como es el teléfono celular. Queremos mostrar los conocimientos adquiridos en el año si se pueden utilizar en cosas diferentes a la matemática normal que vemos

...

En estas expresiones se evidencia que Ana se apropia de su aprendizaje, cuando expresa *tratamos de buscar formas para usar los conocimientos adquiridos este año*, nunca se alude a que es aspecto obligatorio para ver en la clase de matemáticas. También identificamos que la estudiante expresa que encuentra significado a las matemáticas y que estas están presentes en su vida diaria, cuando *piensa en voz alta* en las frases: *queremos mostrarles que si se puede utilizar el conocimiento que adquirimos en el colegio, afuera; queremos retómanos en cosas cotidianas como es el teléfono celular* y en *queremos mostrar los conocimientos adquiridos en el año si se pueden utilizar en cosas diferentes a la matemática normal que vemos*. En este sentido, Skovsmose (2012) plantea que la educación matemática ha buscado ser significativa relacionando las actividades de clase y los ejercicios contextualizados en la cultura y los antecedentes de los estudiantes.

Tercera actividad escena tres

Para indagar sobre los alcances del proyecto se le propone al grupo escribir sobre el antes y el después del proyecto. A continuación se observa en la Figura 57 lo que un integrante del grupo escribió sobre el antes:

ANTES

No tenía idea del impacto ambiental.
No tenía idea del impacto económico.
No tenía idea del impacto biológico.
No tenía idea del impacto psicológico.
No sabía el alto grado de plástico que tiene un celular, ni sus componentes.

→ La clase de matemáticas, era entendible, pero era algunas veces confuso y los temas se entendaban, y estos temas se empezaron a relacionar, ~~con~~ con la vida diaria, y las situaciones cotidianas.

Figura 57. Antes del proyecto para una de las integrantes del grupo

Transcripción

Antes

No tenía idea del impacto ambiental

No tenía idea del impacto económico

No tenía idea del impacto biológico

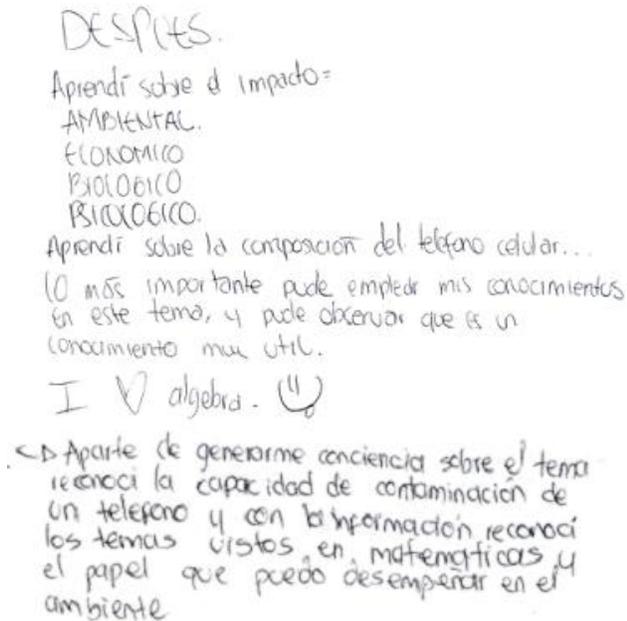
No tenía idea del impacto psicológico

No sabía el alto grado de plástico que tiene un celular y sus componentes

La clase de matemáticas era entendible, pero era algunas veces confuso y los temas se enredaban, y estos temas se empezaron a relacionar con la vida diaria y las situaciones cotidianas.

En este escrito, se puede evidencia que la estudiante *defiende* las reflexiones realizadas e *identifica* que la clase de matemáticas no tenía muchas conexiones con su vida cotidiana.

En la Figura 58 esta misma integrante del grupo escribió sobre el después del proyecto:



DESPUES.
Aprendí sobre el impacto=
AMBIENTAL.
ECONOMICO
BIOLÓGICO
PSICOLÓGICO.
Aprendí sobre la composición del teléfono celular...
Lo más importante pude emplear mis conocimientos
en este tema, y pude observar que es un
conocimiento muy útil.
I ♥ algebra. ☺
↳ Aparte de generar conciencia sobre el tema
reconoci la capacidad de contaminación de
un teléfono y con la información reconoci
los temas vistos en matemáticas y
el papel que puedo desempeñar en el
ambiente

Figura 58. Después del proyecto para una de las integrantes del grupo

Transcripción:

Aprendí sobre el impacto:

AMBIENTAL

ECONÓMICO

BIOLÓGICOS

PSICOLÓGICO

Aprendí sobre la composición del celular.

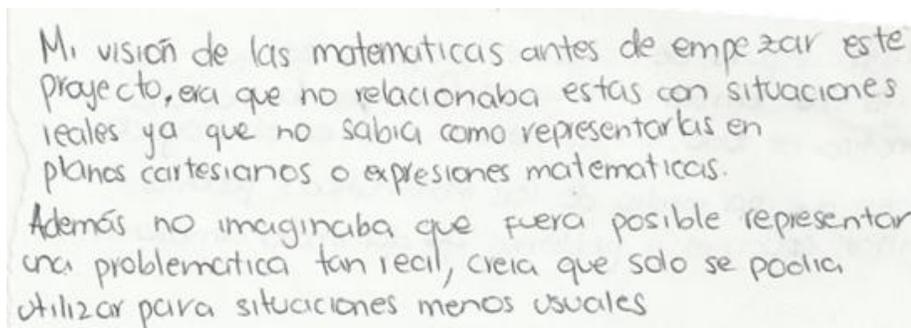
Lo más importante pude emplear mis conocimientos en este tema y pude observar que es un conocimiento muy útil.

I ♥ Algebra

A parte de generarme conciencia sobre el tema reconocí la capacidad de contaminación de un celular y con la información reconocí los temas vistos en matemáticas y el papel que puedo desempeñar en el ambiente.

En la Figura 58 se identifican los aprendizajes adquiridos sobre el tema y algunos aspectos relacionados con matemáticas. Se puede observar que la estudiante hace referencia a los aspectos que no conocía alrededor del uso y consumo del teléfono celular. Es importante resaltar que se evidencia la apropiación de su aprendizaje.

En las Figura 59 y Figura 60 se observa la reflexión de una estudiante, donde su participación en la clase de matemáticas es mínima y su rendimiento académico es bajo.



Mi visión de las matemáticas antes de empezar este proyecto, era que no relacionaba estas con situaciones reales ya que no sabía como representarlas en planos cartesianos o expresiones matemáticas.
Además no imaginaba que fuera posible representar una problemática tan real, creía que solo se podía utilizar para situaciones menos usuales

Figura 59. Reflexión de una estudiante antes de la ejecución del escenario.

Después del Proyecto!

→ Ya se me hacía más dinámica y más divertida la clase ya que podía ver las cosas que trabajábamos plasmadas en mi vida diaria y también en la vida de las personas de mi alrededor, viendo que es un problema de todos nosotros y no solo de personas específicas.

Figura 60. Reflexión de una estudiante después de la ejecución del escenario.

En este escrito, se puede observar que la estudiante reflexiona críticamente sobre las matemáticas. Antes del proyecto, para ella las matemáticas no tenían lugar en situaciones reales y visuales como el plano cartesiano. Luego ella expresa que después del proyecto la clase es más dinámica, que puede ver cosas que se trabajaban antes en la clase de matemáticas plasmadas en la vida diaria y concluye que el problema del uso y consumo del teléfono celular debería ser un problema de todos y no de unos pocos. Así que, consideramos que la invitación a un escenario de aprendizaje y al aprendizaje dialógico, aporta a los estudiantes significado y los motiva a indagar, reflexionar, controvertir y *pensar en voz alta* sobre una problemática de la vida real, en este caso, el uso y consumo del teléfono celular. Sin embargo, los escritos fueron elaborados individualmente haciendo imposible conocer aspectos en común sobre las reflexiones de los estudiantes.

4. 4. Evaluación del escenario.

Para evaluar el escenario de aprendizaje implementado en la clase de matemáticas de grado octavo, se evidenciaron las siguientes potencialidades:

- ✓ El tema seleccionado – *uso y consumo del teléfono celular* – hacía parte de la cultura de los estudiantes, por que se evidenció el uso constante de teléfono celular dentro de la clase y fuera de ella. A partir de esta situación se plantearon diferentes

actividades que relacionaban el tema seleccionado y podrían ser desarrolladas y discutidas por los estudiantes usando un lenguaje natural.

- ✓ Los estudiantes pudieron participar de las actividades desde diferentes niveles y/o habilidades, debido a que las actividades estaba diseñadas para trabajar en grupo y no tenía el propósito de clasificar o agrupar a los estudiantes de acuerdo a sus habilidades y/o dificultades.
- ✓ El tema seleccionado – *uso y consumo del teléfono celular*- no hace parte del currículo de la clase de matemáticas de la institución, pero posee un valor por sí mismo, porque los estudiantes pudieron conectar contenidos anteriormente vistos en la clase de matemáticas y biología y tomar decisiones colectivas sobre el tema seleccionado.
- ✓ El escenario de aprendizaje contribuyó a que los estudiantes colectivamente desarrollaran ideas sobre dónde y cómo usar las matemáticas, las cuales hacen parte de su vida cotidiana y de esta forma le dieran significado al tema seleccionado.
- ✓ Al desarrollar las actividades propuestas en el escenario se pudo evidenciar que algunos estudiantes les interesó el tema seleccionado, que quisieron investigar por su parte nuevos temas que están ligados con el uso y consumo del teléfono celular.
- ✓ Con las actividades propuestas en el escenario se puede evidenciar que los estudiantes emplearon sus conceptos sobre la proporcionalidad, porque realizaron procesos que involucraban la regla de tres y los porcentajes. En ningún momento las profesoras al inicio ni durante el desarrollo del escenario, les dieron instrucciones o explicaciones sobre estos conceptos matemáticos, ni fueron consultados en los libros de texto.
- ✓ Los estudiantes interpretaron y analizaron diferentes informaciones y a partir de ellas comunicaron sus ideas y pensamientos sobre las actividades relacionadas con el teléfono celular. También reflexionaron sobre esta problemática del uso y

el consumo del teléfono celular, que permitió la toma de decisiones colectivas en cooperación con las profesoras de matemáticas.

.Las limitaciones encontradas dentro del escenario fueron:

- ✓ Se evidenció que en algunos casos, cuando los estudiantes trabajaban en grupo, uno de los integrantes quería imponer sus ideas y pensamientos ante el grupo, influyendo en las decisiones.
- ✓ Dentro de las actividades y transcripciones de video se observó que una de las estudiantes del grupo seleccionado, solo tenía en cuenta sus ideas e ignoraba las opiniones de las demás integrantes. Esto podría deberse a que constantemente en la institución las actividades se desarrollan y evalúan individualmente a los estudiantes.
- ✓ Según las transcripciones de video y las observaciones de clase se evidenció que no todos los estudiantes aceptaron la invitación de participar en el escenario de aprendizaje, porque las actitudes de algunos eran de desinterés y apatía.
- ✓ Nuestra práctica docente antes del montaje de escenario de aprendizaje, solo estaba vinculada al diseño de actividades con enunciados de tipo verbal y/o ejercicios algorítmicos sin conexión con situaciones de la vida cotidiana de nuestros estudiantes. En consecuencia, para el diseño de las actividades del escenario de aprendizaje, surgieron algunas dificultades, sobre la construcción del tipo de preguntas, así como el tipo de enunciados y la información relacionada en ellas, debido a que nuestra práctica.

REFLEXIONES FINALES

- ✓ Teniendo en cuenta el objetivo general del trabajo de grado, se puede afirmar que se establecieron relaciones entre las matemáticas y la cultura del uso y consumo del teléfono celular, debido a que algunos estudiantes se involucraron en la clase de matemáticas, al defender sus ideas matemáticas y transmitir emociones y reflexiones sobre la temática planteada se en la clase de matemáticas.
- ✓ Para este estudio se analizó la participación de los estudiantes de la clase de matemáticas de grado octavo, donde se seleccionó un grupo en particular que estaba constituido por tres estudiantes para poder identificar las categorías de análisis, además se evidenció el interés del grupo por participar en las actividades propuestas en el escenario.
- ✓ El escenario de aprendizaje contribuyó a que los estudiantes colectivamente desarrollaran ideas sobre dónde y cómo usar las matemáticas, asimismo, los estudiantes desarrollaron procesos de investigación, a partir el descubrimiento de información acerca del teléfono celular y la reflexión sobre la problemática del uso y el consumo del teléfono celular.
- ✓ La construcción y montaje del escenario de aprendizaje no se limitó exclusivamente al contenido matemático, sino que atendió a la cultura de los estudiantes con relación al uso y consumo del teléfono celular, permitiendo incluir las intenciones de los estudiantes para aprender.
- ✓ El escenario de aprendizaje permitió reconocer que existen otro tipo de actividades, que pueden llegar a ser más cercanas a los estudiantes, con enunciados verbales y visuales con preguntas abiertas que generen discusión y reflexión. De esta forma, en nuestra práctica docente se podría evitar que las actividades sean solamente individuales y que tengan una única respuesta.

- ✓ El grupo de estudiantes seleccionados para este estudio participaron y tomaron colectivamente decisiones, cuando utiliza algunas relaciones de dependencia para tomar decisiones colectivas sobre el uso y consumo del teléfono celular. Además se identifica que existen algunas diferencias en los integrantes del grupo cuando se realizan las actividades que fueron solucionadas y concertadas.
- ✓ En el análisis de las interacciones de los estudiantes, se reconocen acciones de colectividad, cuando ellos reflexionan sobre una situación que involucra el uso y consumo del teléfono celular. En las interacciones se analizan también las posiciones individuales que limitan el trabajo en equipo, así como las decisiones colectivas que permitieron el desarrollo del escenario.
- ✓ El desarrollo de este trabajo y los resultados obtenidos, muestran que la búsqueda de nuevas formas de comunicación en la clase de matemáticas, propuestas por Alrø y Skovsmose (2012) son un proceso paulatino que va desde un discurso autoritario hasta el diálogo, donde la autoridad en la clase no es exclusiva del profesor. Estos elementos permitieron modificar algunas prácticas y procedimientos tradicionales de la clase de matemáticas, entre ellos, las formas de comunicación estudiante-estudiante y estudiante-profesor.
- ✓ Las prácticas educativas tradicionales que estaban presentes en nuestro trabajo pedagógico involucraban ejercicios algorítmicos que no tenía conexión con la cultura y el entorno de nuestros estudiantes. A partir de esta situación, decidimos ingresar a la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional, para cuestionar, reflexionar y actuar sobre quehacer pedagógico.

BIBLIOGRAFÍA

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2012). Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa. En P. Valero, & O. Skovsmose, *Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (págs. 129 - 171). Bogotá : CIFE.

Castellanos, B. (1998). *La investigación acción en el contexto del paradigma sociocrítico*. México: Centro de estudios educacionales.

García, G., & Romero, J. (2007). Un cambio necesario y posible: hacia escenarios de aprendizaje de las matemáticas con sentido para los estudiantes. En P. V. G. García, *Escenarios de aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica* (págs. 103- 143). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

García, G., Serrano, C., & Salamanca, J. (2000). El estudio de la variacional en la Educación Básica. *XVII Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística* (págs. 1-24). Bogotá: UPN.

García, G., Valero, P., Peñaloza, G., Mancera, G., Romero, J., & Camelo, F. (2007). *Reinventar el currículo y los escenarios de aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica*. Bogotá: Documento Impreso. IDEP – Colciencias.

La Torre, A. (2007). *La investigación - acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona (España): Graó.

MEN, M. d. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En M. d. Nacional, *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas* (págs. 46 - 95). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

MEN, M. d. (1998). Matemáticas Lineamientos curriculares. En *Serie Lineamientos curriculares* (págs. 34 -42). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional (MEN).

Rojas, N., & Martínez. (2011). El papel de los escenarios de investigación, relacionados con el pensamiento funcional, en los procesos de inclusión en las clases: Un estudio en séptimo grado. En *Tesis de Maestría Universidad Pedagógica Nacional*. Bogotá.

Shell Centre, f. M. (1985). *The language of Functions and Graphs*. Manchester, England: Universidad of Nottingham.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA* , 6 (1), 3-26.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una Filosofía de la Educación Matemática Crítica*. Bogotá: Empresa Docente.

Skovsmose, O. (2012). Porvenir y política de los obstáculos de aprendizaje. En O. Skovsmose, & P. Valero, *Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (págs. 131 - 147). Bogotá: CIFE.

Skovsmose, O., & Valero, P. (2012). Acceso democrático a ideas matemáticas poderosas. En O. Skovsmose, & P. Valero, *Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (págs. 25- 61). Bogotá: CIFE.

Skovsmose, O., & Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: El compromiso crítica de la educación matemática con la democracia. En O. Skovsmose, & V. Paola, *Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (págs. 1-23). Bogotá: Ediciones Uniandes.

Valero, P., & Skovsmose, O. (2012). *Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: CIFE.

Valero, P., & Skovsmose, O. (2012). En medio de lo global y lo local: Las políticas de la reforma en la educación matemática en una sociedad globalizada. En P. Valero, & O. Skovsmose, *Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (págs. 83 - 105). Bogotá: Uniandes.

Vithal, R. (1999). Democracy and authority: A complementarity in mathematics education?
En Bishop, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Second International Handbook of
Mathematics Education* (Vol. 98, págs. 27-36).

ANEXOS

Anexo A. Matriz de Evaluación CASFA 2012 - 2013

MATRIZ DE VALORACION

Existen unos criterios básicos para todos los proyectos, los cuales son construidos colectivamente, con la orientación del profesor y ampliamente conocidos por los estudiantes. Estos criterios se construyen desde un principio, de manera que el estudiante conozca claramente lo que debe lograr. A medida que van profundizando en el proyecto, los criterios pueden ser modificados para lograr trabajos de mayor calidad. El CASFA ha propuesto cinco dimensiones para evaluar proyectos y a través de ellos conocer mejor al alumno, a saber:

Perfil individual: a través de esta dimensión se busca conocer las inclinaciones de los estudiantes en lo académico, lo personal y lo profesional, así como sus actitudes frente al manejo del tiempo, apertura a diversas alternativas, fortalezas y debilidades frente a las múltiples inteligencias y diferentes estilos de trabajo.

Dominio de hechos, habilidades y conceptos. Esta dimensión permite conocer las conexiones de las metas propuestas en el PEI con lo logrado por los alumnos en los campos social, académico y personal. Permite además conocer el manejo que tienen los estudiantes en cuanto a los conceptos, procedimientos y técnicas en cada una de las disciplinas.

Calidad del trabajo: Esta dimensión nos invita a reflexionar acerca de la calidad del trabajo bajo la mirada de los expertos, qué tan innovador es, en qué forma logra conexión con los proyectos del entorno.

Comunicación: En esta dimensión cabe evaluar cómo el estudiante considera las características del público en sus exposiciones, qué formas diferentes emplea para comunicar su proyecto, cómo involucra al público en sus presentaciones.

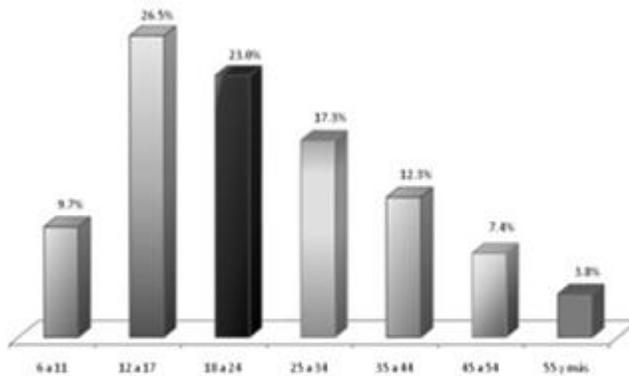
Reflexión: A través de esta dimensión podemos evaluar la capacidad de crítica y autocrítica del estudiante frente a sus propios proyectos, cómo incorpora las críticas de los otros, cómo el estudiante se percibe a sí mismo dentro del campo específico de la temática del proyecto que desarrolla. Qué conexiones establece con sus metas e intereses personales.]

Grupo editorial

Como se quiere seleccionar un grupo de jóvenes y presenta una idea para hacer la nueva revista. Es necesario que inicies tu trabajo en grupo y plasmes tu noticia en cartelera, puedes apoyarte de más gráficos.

Equipo _____

Distribución de los usuarios de Internet por grupos de edad
2010





Cargador de teléfono celular
Cuando está cargando consume entre 2 y 3 vatios, pero cuando se deja enchufado sin que cargue nada, consume 0,26 vatios.

Anexo C. Tablas de información Claro

Revisa la siguiente información:

Costo para:

Buzón de Mensajes:

- Cada mensaje que envíes a un móvil Claro tiene un costo de \$137 IVA incluido.
- Cada mensaje que envíes a un móvil de otro operador nacional tendrá un costo de \$297 IVA incluido y cada mensaje que envíes a operadores internacionales \$339 IVA incluido.

Llamadas:

- Para usuarios activados en prepago \$349 antes de 26 de febrero de 2013 la tarifa a números amigos es de: \$ 249.
- Los 9 números amigos pueden ser de cualquier operador móvil o fijo nacional
- La inscripción de los 9 números amigo NO tiene costo

PROMOCION POR RECARGA PARA USUARIOS ACTIVADOS ANTES DEL 26 DE FEBRERO DE 2013: 			
RECARGAS	Vigencia Recarga	Promoción Pico y Placa	Vigencia pico y placa
\$ 1.000	60 Días	N/A	N/A
\$ 2.000	60 Días	N/A	N/A
\$ 3.000	60 Días	N/A	N/A
\$ 4.000	60 Días	N/A	N/A
\$ 5.000	60 Días	N/A	N/A
\$ 6.000	60 Días	N/A	N/A
\$ 7.000	60 Días	N/A	N/A
\$ 8.000	60 Días	N/A	N/A
\$ 9.000	60 Días	N/A	N/A
\$ 10.000	60 Días	\$ 6.000	60 Días
\$ 15.000	60 Días	\$ 6.000	60 Días
\$ 20.000	60 Días	\$ 17.000	60 Días
\$ 25.000	60 Días	\$ 17.000	60 Días
\$ 30.000	60 Días	\$ 25.000	60 Días
\$ 40.000	60 Días	\$ 25.000	60 Días
\$ 50.000	60 Días	\$ 40.000	60 Días
\$ 60.000	60 Días	\$ 40.000	60 Días
\$ 70.000	60 Días	\$ 40.000	60 Días
\$ 80.000	60 Días	\$ 40.000	60 Días
\$ 90.000	60 Días	\$ 40.000	60 Días
\$ 100.000	60 Días	\$ 68.000	60 Días

Dentro de las promociones están el día sorpresa y Pico y placa

Y dentro del servicio Postpago se tiene diferentes opciones para planes a través de un buscador:



The screenshot shows a web interface for searching Claro plans. On the left, there is a 'Buscador de Planes' section with the heading 'Busca tu plan'. Below this, there are filter options: 'Filtrarlo por' with 'Tipo de necesidad' (Voz, Datos), 'Tipo de plan' (Abierto, Mixto). To the right, there are four selection boxes:

- Box 1: '¿Cuántos minutos a móviles Claro deseas?' with a dropdown menu showing options: '-Seleccione-', 'Hasta 300 minutos', 'Desde 301 hasta 600 minutos', 'Desde 601 hasta 900 minutos', 'Desde 901 minutos en adelante'.
- Box 2: '¿Qué Capacidad o Solución de Datos Deseas?' with a dropdown menu showing options: '-Seleccione-', 'Navega Hasta 499 Megas', 'Navega de 500 Megas a 1 Giga', 'Navega de 2 Gigas a 4 Gigas', 'Navega desde 5 Gigas en Adelante', 'Navegación', 'Chat Y Correo', 'Chat y Redes Sociales', 'Chat, Correo y Redes Sociales'.
- Box 3: '¿Cuántos minutos a móviles Claro deseas?' (identical to Box 1).
- Box 4: '¿Que cargo fijo mensual deseas?' with a dropdown menu showing options: '-Seleccione-', 'Hasta \$50.000', 'Desde \$50.001 hasta \$100.000', 'Desde \$100.001 en Adelante'.

Anexo D. Encuesta

Encuesta

- 1- ¿Tienes celular?
- 2- ¿Qué marca es tu celular y de que operador es?
- 3- ¿Para qué utilizas constantemente tu celular?
- 4- ¿Qué plan tienes en tu celular?
- 5- ¿Cuánto dinero inviertes en tu celular?
- 6- Te gustaría cambiar de celular, ¿Por qué?
- 7- ¿Por qué no tienes un celular que solo sirva para hacer llamadas?
- 8- ¿Cómo te gustaría tener tu celular?
- 9- Las personas depende de su celular, ¿Por qué?
- 10- ¿Es necesario o indispensable tener celular? ¿Por qué?