

**INFLUENCIA DEL CONTEXTO EN EL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO
ONCE**

**GLADYS MEJIA OSORIO
LADY YAMILE SIERRA BLANCO**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ, D.C.
2013**

**INFLUENCIA DEL CONTEXTO EN EL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO
ONCE**

**GLADYS MEJIA OSORIO
LADY YAMILE SIERRA BLANCO**

**Trabajo de grado para optar el título de
Magíster en Docencia de la Matemática**

Asesor:

**Felipe Jorge Fernández Hernández
Mg. en Estadística Universidad Nacional de Colombia**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ, D.C.
2013**

Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría; en aquellos casos en los cuales hemos requerido del trabajo de otros autores o investigadores, hemos dado los respectivos créditos.

AGRADECIMIENTOS

A Dios

Por su infinito amor, bondad y misericordia con nosotras. Por habernos dado la sabiduría, la salud y las fuerzas para lograr consolidar este trabajo.

A nuestras familias

Mil gracias a los miembros de nuestras familias, que nos apoyaron de manera incondicional y que hicieron que esto fuera posible.

A mis queridos padres por apoyarme en todos mis proyectos, sin su ayuda no fuese posible culminar una etapa más en mi vida, a mis hermanos por confiar en mí en todo momento.

Gladys

A mi esposo Luis Carlos que en todo momento sentí su apoyo y amor. A mis padres y mi hermana Yoly quienes me brindaron su ayuda y cariño en todo momento.

Yamile

A nuestro Asesor

Agradecemos a nuestro asesor de tesis Felipe Fernández, por su apoyo, dirección y ayuda para llegar a la culminación de este trabajo. Así mismo a la profesora Leonor Coordinadora de la Maestría, que con su profesionalismo y dedicación, nos motiva a lograr los objetivos académicos propuestos.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Realidad al servicio</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 4 de 130	

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Influencia del contexto en el proceso de resolución de problemas de probabilidad condicional en estudiantes de grado once
Autor(es)	Mejia Osorio Gladys y Sierra Blanco Lady Yamile
Director	FELIPE JORGE FERNANDEZ HERNANDEZ
Publicación	Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional. 2013, 130 p.
Unidad Patrocinante	Colegio Adventista del Norte
Palabras Claves	Clasificación de problemas de probabilidad condicional, Contextos, Experimento de enseñanza, Probabilidad condicional, estructura de problemas de probabilidad condicional

2. Descripción
<p>El presente trabajo de grado intenta dar respuesta a la pregunta ¿Cómo influye la estructura y el contexto en la resolución de problemas de probabilidad condicional?, ésta pregunta se pretende responder a partir de dos referentes importantes: el primero basado en el estudio de investigaciones previas relacionadas con nuestro campo de estudio (la probabilidad condicional), específicamente estudios relacionados con la estructura y el contexto en que se pueden formular los problemas y el segundo a partir del análisis de una propuesta de intervención diseñada para recolectar información acerca de la manera como los estudiantes de grado once desarrollan procesos de solución de problemas de probabilidad condicional presentados en diferentes contextos y con distinta estructura.</p>

La propuesta de enseñanza y aprendizaje que se presenta en este trabajo de investigación, se enmarca dentro de la metodología de experimentos de enseñanza, la cual da cuenta de la fase de planeación, intervención, y análisis retrospectivo del proceso investigativo; además, hace un acercamiento de la práctica educativa ,con los referentes teóricos.

3. Fuentes

Entre las principales fuentes de información a las cuáles se recurrió, se encuentran:

Carles, M., Cerdán, F., Huerta, M. P., y Lonjedo, M.A., Edo P. (2009). *Influencia de la estructura y del contexto en las dificultades de los problemas de probabilidad condicional de nivel NO. Un estudio exploratorio con estudiantes sin enseñanza previa*. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 173-185). Santander: SEIEM.

Carles, M y Huerta, P (2007). El mundo de los problemas de probabilidad condicional en el contexto de test diagnóstico. p. 249-260.

Cobb, P. (2000). *Conducting Teaching Experiments in Collaboration with Teachers*. En Kelly; Lesh.(2000). *Handbook of research design in mathematics and science education*.

Lonjedo, M. (2008). *Análisis de los problemas ternarios de probabilidad condicional de enunciado verbal y de sus procesos de resolución*. Universidad de Valencia.

Valero, P. (2002). *Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia*. *Quadrante*, 11(1), 49-59.

Yañez, G (2001). *El álgebra, las tablas y los árboles en problemas de probabilidad condicional*. *Cinvestav-IPN-México*, v.1, p.355 - 371.

4. Contenidos

El trabajo se encuentra dividido en los siguientes capítulos:

1. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN: En este capítulo se encuentra la introducción así como la justificación de la investigación, la cual enfatiza en la pertinencia del trabajo, presentando argumentos que llevan a considerar su importancia y los aportes que entregará al campo de la educación estadística. Se presenta la definición del problema, donde se enfatiza en la pertinencia de reconocer la clasificación de los problemas de probabilidad condicional, los contextos en los cuáles

se presentan, así como la utilización de los mismos en la enseñanza y el aprendizaje, teniendo como base lo propuesto en los lineamientos curriculares y en las investigaciones, para que de esta manera sea posible establecer un vínculo entre la investigación y el trabajo en probabilidad condicional que se lleva a cabo en el aula de clase. Se da a conocer la necesidad de categorizar los procedimientos que los estudiantes de grado once realizan al resolver problemas de probabilidad condicional en distintos contextos, ya que a partir de este estudio es posible establecer sugerencias para el ejercicio docente y para la investigación misma. Finalmente en este capítulo se hace referencia a la pregunta de investigación y los objetivos que se desean alcanzar con el ejercicio académico.

2. ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN: Hacen referencia a las investigaciones previas, así como al componente curricular e histórico en relación a la probabilidad condicional, que ayudaron a consolidar la propuesta de investigación

3. MARCO DE REFERENCIA: En este capítulo se consideran los aspectos teóricos tomados de los antecedentes, que aportan referentes al trabajo de grado; por un lado se revisan investigaciones relacionadas con la clasificación de los problemas de probabilidad condicional, y por otro lado se analizan conceptualizaciones acerca de la descripción de los contextos de los problemas y también lo que la literatura reporta acerca de la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional.

4. MARCO METODOLÓGICO: En este capítulo se describe el enfoque metodológico utilizado: Experimentos de enseñanza. En particular se describen las adaptaciones consideradas en la investigación, así como la manera de concebir la referencia al contexto institucional, la elaboración, diseño y descripción de tareas y los detalles de la implementación de la propuesta.

5. RESULTADOS: En este capítulo se considera el análisis y categorización de los procedimientos de los estudiantes al resolver los problemas de probabilidad condicional y los distintos resultados obtenidos en la investigación, teniendo en cuenta la influencia del contexto de los problemas , así como su estructura.

6. CONCLUSIONES: Este capítulo destaca los principales aportes del trabajo, en relación con los objetivos planteados y la pregunta de investigación, así como comentarios adicionales que se consideran importantes en el experimento de enseñanza, para el aprendizaje de la probabilidad condicional.

5. Metodología

La metodología de investigación es de tipo interpretativo y basada en los experimentos de enseñanza, perspectiva emergente propuesta por Cob (2000). La recolección de datos se llevó a cabo a partir de la observación y grabación de clases, análisis de tareas y entrevistas realizadas a los estudiantes.

6. Conclusiones

- Existe una relación entre la complejidad y el éxito en la solución de los problemas de probabilidad condicional, N1, TI,C3
- El experimento de enseñanza se constituyó en una metodología que permitió reestructurar la ruta hipotética inicial y alcanzar los objetivos propuestos.
- La enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional, fue vista desde el punto de la exploración e investigación y no como la mera repetición y aplicación de fórmulas.
- Es necesario que los docentes conozcan sobre la importancia de los contextos y la estructura a la hora de llevar al aula problemas de probabilidad condicional

Elaborado por:	Gladys Mejia Osorio y Lady Yamile Sierra Blanco
Revisado por:	Felipe Jorge Fernández

Fecha de elaboración del Resumen:	27	febrero	2013
--	----	---------	------



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL

Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE EVALUACION DE TESIS DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado *"Influencia del contexto en el proceso de resolución de problemas de probabilidad condicional en estudiantes de grado once."* presentado por las estudiantes:

Gladys Mejía Osorio - 2011185051
Lady Yamile Sierra Blanco - 2011185061

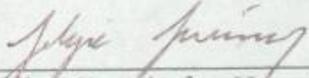
Como requisito parcial para optar al título de **Magíster en Docencia de la Matemática**, analizado el proceso seguido por las estudiantes en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobado** con **44** puntos.

Observaciones:

En constancia se firma a los 25 días del mes de febrero de 2013.

JURADOS

Director(a) del Trabajo: Profesor(a)


Felipe Ferrández Hernández

Jurados:

Profesor(a)


Pedro Rocha Salamanca

Profesor (a)

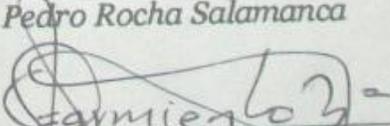

Benjamín Sarmiento Lugo

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	15
1. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	17
1.1. JUSTIFICACIÓN.....	17
1.2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	19
1.3. OBJETIVOS.....	21
1.3.1 Objetivo General.....	21
1.3.2 Objetivos específicos	22
2. ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN	23
2.1 MARCO CURRICULAR	23
2.2. CONCEPCIONES ACERCA DE LA PROBABILIDAD CONDICIONAL	25
2.3. TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN RELACIONADOS A LA ESTRUCTURA Y AL CONTEXTO DE LOS PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL	26
2.3.1. Investigación de Yañez.....	26
2.3.2. Investigación de Carles, Cerdán, Huerta, Lonjedo y Edo	28
2.3.3. Investigación de Carles y Huerta	30
2.3.4. Investigación de Lonjedo	32
2.4. CONSIDERACIONES FRENTE AL CONTEXTO DE UN PROBLEMA	36
3. MARCO DE REFERENCIA.....	38
3.1 LA PROBABILIDAD CONDICIONAL EN LOS TEXTOS ESCOLARES DE SECUNDARIA.	38
3.2 POSICIÓN FRENTE AL CONTEXTO DE UN PROBLEMA.....	41
3.2.1 Contexto social	42
3.2.2 Contexto de industria.....	42
3.2.3 Contexto de diagnóstico	43
3.3. POSICIÓN FRENTE A LA ESTRUCTURA DE UN PROBLEMA DE PROBABILIDAD CONDICIONAL.....	45
3.3.1. Problemas subtipo 0	45

3.3.2. Problemas subtipo 1	47
3.3.3. Problemas subtipo 2	49
3.4. COMPLEJIDAD DE LOS PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL.	51
3.4.1 La complejidad de las frases y palabras (verbos utilizados):	52
3.4.2. Orden de las situaciones y acciones que tienen lugar:	52
3.4.3. Nivel de exigencia en la estructura matemática del problema y operaciones a realizar	53
3.4.4 Tamaño y tipo de formato en los datos:	53
3.4.5 Contexto en que se formulan los problemas:	53
3.4. POSICIÓN FRENTE A LA COMPLEJIDAD	54
3.4.1. Grado de complejidad 0	54
3.4.2. Grado de complejidad 1	54
3.4.3. Grado de complejidad 2:	54
4. MARCO METODOLÓGICO	56
4.1. CONSIDERACIONES SOBRE LOS EXPERIMENTOS DE ENSEÑANZA	56
4.2. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN	59
4.2.1. Contexto institucional y población	60
4.2.2. Prueba diagnóstico	60
4.2.3. TALLER 1 “EXPLORANDO LOS CONTEXTOS”	64
4.2.4. TALLER 2 “PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL CATEGORIA DOS”	67
4.2.5. TALLER 3 “RETOMANDO PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL CATEGORIA 3”	71
5. RESULTADOS	76
5.1. DESARROLLO DE LOS TALLERES	76
5.1.1. TALLER UNO	77
5.1.2. TALLER DOS	83
5.1.3. TALLER TRES	90
5.2. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS SEGÚN ESTRUCTURA Y CONTEXTO. .	91
5.2.1. Problemas Sub tipo 2	91
5.2.2. Problemas Sub tipo 1	99

5.2.3. Problemas Sub tipo 0	107
5.2.4. Análisis general del Contexto de industria	116
5.2.5. Análisis general del Contexto social	117
5.2.6. Análisis general del Contexto de diagnóstico	118
5.2.7. Análisis general del Contexto- Estructura.....	119
CONCLUSIONES	122

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Estándares curriculares asociados a la probabilidad condicional (MEN, 2006).....	24
Tabla 2. Resultados del análisis fenomenológico en el contexto de test diagnóstico.	32
Tabla 3. Fenómenos implicados en los problemas de la probabilidad condicional	39
Tabla 4. Representaciones empleadas en los diferentes textos	40
Tabla 5. Datos presentados en los problemas de probabilidad condicional.....	41
Tabla 6. Conjunto de referencia rasgos de una población	42
Tabla 7. Conjunto de referencia sondeo de opinión.....	42
Tabla 8. Conjunto de referencia control de calidad.....	43
Tabla 9. Basado en la tabla de Huerta y Carles (2007)	44
Tabla 10. Conjunto de referencia test diagnóstico	44
Tabla 11. Problema social subtipo 0	46
Tabla 12. Problema industria subtipo 0.....	46
Tabla 13. Problema diagnóstico subtipo 0	46
Tabla 14. Problema social subtipo 1	47
Tabla 15. Problema industria subtipo 1	48
Tabla 16. Problema diagnóstico subtipo 1	48
Tabla 17. Problema social subtipo 2	49
Tabla 18. Problema industria subtipo 2.....	50
Tabla 19. Problema diagnóstico subtipo 2	50
Tabla 20. Problemas de probabilidad.....	51
Tabla 21. Problemas Nivel 1, Categoría 3, tipo 1 y sub tipo 2.....	92
Tabla 22. Problemas Nivel 1, Categoría 3, tipo 1 y sub tipo 1	100
Tabla 23. Problemas Nivel 1, Categoría 3, tipo 1 y sub tipo 0	108
Tabla. Soluciones exitosas según contexto y estructura.....	119

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Clasificación de problemas.....	33
Figura 2. Estructura general de una investigación de diseño Molina, Castro, Molina, J.L., y Castro, E. (2011).....	54
Figura 3. Primeros resultados prueba diagnóstico.....	59
Figura 4. Resta del dato marginal el dato de la intersección.....	77
Figura 5. Cociente de probabilidad.....	78
Figura 6a. Procedimiento 1 para la solución del problema de contexto de industria taller	78
Figura 6b. Procedimiento 2 para la solución del problema de contexto de industria taller.....	78
Figura 6c. Solución al problema de contexto de industria taller 1.....	79
Figura 7. Solución al problema diagnóstico taller 1.....	79
Figura 8. Solución problema social taller 2	81
Figura 9. Solución al problema de contexto diagnóstico taller 2.....	.82
Figura 10. Socialización del problema de contexto de industria.	83
Figura 12. Solución de los estudiantes problema de industria subtipo 2.....	90
Figura 13. Solución dos de los estudiantes al problema de industria.....	91
Figura 14. Solución tres de los estudiantes al problema de industria.....	91
Figura 15. Solución no exitosa del problema de industria.....	91
Figura 16. Solución dos no exitosa del problema de industria.....	92
Figura 17. Solución al problema de contexto social subtipo 2.....	92
Figura 18. Solución dos al problema de contexto social subtipo 2.....	92
Figura 19. Calculo de probabilidad	93
Figura 20. Solución no exitosa del problema de contexto social subtipo 2.....	94
Figura 21. Solución exitosa al problema del contexto diagnóstico subtipo 295
Figura 22. Solución dos al problema del contexto diagnóstico subtipo 2	95

Figura 23. Solución tres al problema del contexto diagnóstico subtipo 2	96
Figura 24. Solución cuatro al problema del contexto diagnóstico subtipo 2.....	96
Figura 25. Solución exitosa al problema del contexto industria subtipo 1.....	98
Figura 26. Segunda solución exitosa del problema del contexto industria su. .	99
Figura 27. Tercera solución exitosa al problema del contexto industria 1.....	99
Figura 28. Cuarta solución al problema del contexto industria subtipo 1.....	99
Figura 29. Solución no exitosa del problema del contexto industria subtipo 1. .	100
Figura 30. Solución al problema del contexto social subtipo 1.....	101
Figura 31. Solución dos al problema del contexto social subtipo 1.....	102
Figura 32. Solución sin éxito del problema de contexto social subtipo 1.	102
Figura 33. Segunda solución sin éxito del problema de contexto social sub 1.	103
Figura 34. Solución exitosa del problema de contexto diagnóstico subtipo 1.	103
Figura 35. Solución no exitosa del problema de contexto diagnóstico sub1. ...	105
Figura 36. Solución del problema de contexto industria subtipo 0.....	106
Figura 37. Solución del problema de contexto industria subtipo 0.....	107
Figura 38. Solución no exitosa del problema de contexto industria subtipo 0. ..	107
Figura 39. Solución dos no exitosa del problema de contexto industria sub 0	107
Figura 40. Solución del problema de contexto social subtipo 0.....	108
Figura 41. Solución dos del problema de contexto social subtipo 0.	108
Figura 42. Solución no exitosa del problema de contexto social subtipo 0.....	109
Figura 43. Solución dos no exitosa del problema de contexto social subtipo 0..	110
Figura 44. Solución tres no exitosa del problema de contexto social subtipo 0. .	110
Figura 45. Solución del problema de contexto diagnóstico subtipo 0.....	111
Figura 46. Solución dos del problema de contexto diagnóstico subtipo 0.....	112
Figura 47. Solución sin éxito del problema de contexto diagnóstico subtipo 0. .	113
Figura 48. Solución dos sin éxito del problema de contexto diagnóstico sub 0. .	113

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación se lleva a cabo como requisito para optar al título de Magister en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional¹ y por el interés de las autoras de enriquecer la formación del profesor investigador a partir de la práctica educativa e iniciar procesos de investigación dirigidos al campo de la Educación Matemática en Colombia. El concepto matemático que se trabaja, está relacionado con la probabilidad condicional. Justifica su estudio por un lado, la aplicabilidad que tiene en diferentes situaciones del diario vivir, y por otro lado a que es un tema sugerido en los Lineamientos Curriculares y Estándares Nacionales para el área de matemáticas; en otras palabras, se considera un objeto matemático básico y útil que requiere ser estudiado en la escuela.

En este estudio, a partir de las respuestas de los estudiantes, se pretende dar cuenta de la posible influencia que tiene el contexto (caracterizado como social, industria y diagnóstico) en que se formulan los problemas de probabilidad condicional, en relación con la estructura del enunciado verbal y la presentación de los datos. Pese a que las condiciones del problema sean similares, se identifica que el contexto y la estructura inciden en la actuación de los estudiantes.

Aunque en la escuela no se dé mucha importancia al estudio de la probabilidad y especialmente a la probabilidad condicional; se encuentran estudios que le dan relevancia a este tema y en los cuales se considera importante abordar aspectos que aportan a su enseñanza y aprendizaje. En algunas investigaciones por ejemplo en Yañez (2001) se encuentran reportes acerca de la clasificación de los problemas de probabilidad condicional; en Lonjedo (2008) se mencionan aspectos relacionados con la estructura, que pueden tener incidencia en el actuar de los estudiantes al dar solución a los problemas. Por ello, al tener en cuenta la importancia de la

¹ Este trabajo se enmarca en la línea de investigación de Educación Estadística del Grupo de Didáctica de las Matemáticas, de dicha universidad.

probabilidad condicional y las investigaciones en relación al tema, se considera pertinente llevar a cabo esta investigación relacionada con el contexto de los problemas de probabilidad condicional puesto que se constituye en una variable de tarea puede sugerir variación en el proceder de los estudiantes.

El presente trabajo es el resultado de tener en cuenta consideraciones como la de incluir la relación entre el contexto y la estructura en la formulación de problemas de probabilidad condicional, asunto que no se había trabajado de manera simultánea en la literatura revisada. El trabajo de campo se llevó a cabo durante el segundo semestre del año 2011 y el primer semestre del 2012 en el que se implementó un experimento de enseñanza dirigido a estudiantes de grado once², con el objetivo de iniciarlos en el estudio de la probabilidad condicional.

El presente documento se estructura de la siguiente manera: la primera parte corresponde a la formulación del problema, la pregunta de investigación y los objetivos, en el que se destaca la consolidación del trabajo a desarrollar; en un segundo apartado se presentan los antecedentes de investigación en relación a la probabilidad condicional, estructura y contexto en el que se formulan los problemas. En siguiente capítulo se muestra las posiciones que se tomaron en relación a la clasificación de los problemas, el contexto y el experimento de enseñanza. En un cuarto apartado se presenta las acciones metodológicas que se llevaron a cabo para la consolidación de la ruta hipotética de aprendizaje y por último, se presenta los análisis a las actuaciones de los estudiantes y las conclusiones que se logran construir a partir del trabajo desarrollado, así como algunas reflexiones y sugerencias para quienes desean continuar trabajos en esta misma línea.

Se espera que los aportes de esta investigación, den lugar a la reflexión de docentes e investigadores a la hora de trabajar en este campo, y motiven la apertura de espacios para abordar la enseñanza de la probabilidad condicional.

² El experimento de enseñanza se desarrolló en el Colegio Adventista del Norte, en la ciudad de Bogotá.

1. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presenta la justificación, el problema y la pregunta, así como, los objetivos del trabajo de investigación.

1.1. JUSTIFICACIÓN

Este trabajo investigativo ha sido desarrollado debido a tres aspectos que ponen de relieve su importancia. El primero de ellos, corresponde al notable interés que en los últimos años ha despertado la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, debido a su aplicabilidad en situaciones del diario vivir. Tal y como lo manifiesta Rocha (2007), al sostener que

“Es común en la sociedad actual que los medios de comunicación presenten diariamente estadísticas relacionadas con elementos de tipo financiero, económico, político, social y cultural, que realicen sondeos de opinión y encuestas a nivel nacional. Las organizaciones en general necesitan también recolectar o utilizar información de tipo estadístico para tomar decisiones en situaciones de incertidumbre” (p.9).

Así mismo, Batanero (2006), manifiesta que en la vida cotidiana se encuentran diversas situaciones que se resuelven mediante el uso de los conceptos de probabilidad y estadística, situaciones que requieren de un mayor razonamiento que aquellas que se proponen en la escuela. Aspecto que genera la necesidad de pensar y reflexionar unas posibles estrategias, métodos y recursos para su enseñanza y aprendizaje, con el fin de que los estudiantes logren solucionar situaciones del diario vivir.

El segundo factor corresponde a la necesidad que se expresa en las políticas educativas³ existentes en el país, para que en las instituciones educativas se incluya la enseñanza de la probabilidad y la estadística en los currículos de estudio, puesto que el estudio probabilístico, es considerado como una herramienta necesaria para la

³ Las políticas educativas que actualmente rigen la educación en Colombia son los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas, que es la propuesta del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) y un grupo de docentes del área que plantean algunos criterios para orientar el currículo y los enfoques que debería tener la enseñanza de las matemáticas en el país y los Estándares curriculares para el área de matemáticas que especifica lo mínimo que el estudiante debe saber y ser capaz de hacer para el ejercicio de la ciudadanía, el trabajo y la realización personal.

toma de decisiones y para la aplicación a otras ciencias. Tal y como lo expresan los lineamientos al considerar que:

“La teoría de la probabilidad y su aplicación a los fenómenos aleatorios, han construido un andamiaje matemático que de alguna manera logra dominar y manejar acertadamente la incertidumbre. Fenómenos que en un comienzo parecen caóticos, regidos por el azar, son ordenados por la estadística mediante leyes aleatorias de una manera semejante a cómo actúan las leyes determinísticas sobre otros fenómenos de las ciencias. Los dominios de la estadística han favorecido el tratamiento de la incertidumbre en ciencias como la biología, la medicina, economía, la psicología, la antropología, la lingüística..., y aún más, han permitido desarrollos al interior de la misma matemática”. Lineamientos curriculares (MEN, 1998).

El tercer factor corresponde al notable interés de las autoras de este documento por enriquecer la formación del profesor investigador a partir de la práctica, con el fin de iniciarnos en la investigación educativa e identificar las relaciones que se establecen entre los actores del proceso educativo: estudiante, profesor, conocimiento. Así mismo, el interés de potencializar la línea de Investigación de estadística, de la Maestría en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, debido a que realizará el aporte teórico sobre una posible alternativa didáctica para la enseñanza aprendizaje de la probabilidad condicional en estudiantes de grado once, puesto que consideramos que los verdaderos cambios del sistema educativo inician con el cambio de creencias de las personas encargadas en dirigir el proceso de enseñanza y aprendizaje de las niñas y niños de nuestro país, frente al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En concordancia con lo dicho, se pretende beneficiar en primera instancia a los estudiantes, quienes serán partícipes de diferentes tareas que les permiten dotar de sentido y significado la probabilidad condicional y no ver la resolución de problemas como la aplicación de meras fórmulas y realización de una serie de cálculos. También se pretende beneficiar a la comunidad matemática, quienes podrán referenciar posibles aspectos como la estructura y el contexto que pueden incidir en la comprensión de los estudiantes sobre la probabilidad condicional.

Además, el estudio de los problemas de probabilidad condicional de enunciado verbal similar, en contextos diferentes y el análisis de los procedimientos que realizan

los estudiantes a la hora de solucionar dichos problemas aporta elementos a la enseñanza y aprendizaje de dicho campo de la matemática.

Con la convicción, que el experimento de enseñanza que se pone en marcha en este trabajo, puede ser una excelente estrategia para facilitar la comprensión y el reconocimiento por parte de los estudiantes del lenguaje y las relaciones que se pueden establecer sobre los objetos propios de la probabilidad condicional, así como, la posibilidad de extraer análisis valiosos acerca de la actuación de los estudiantes al resolver problemas de probabilidad condicional según su estructura y contexto, es la razón por la cual se utiliza dicha metodología.

1.2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Generar cambios significativos en el aprendizaje de las matemáticas, requiere reflexionar sobre la manera como se aborda la instrucción relativa a los diferentes objetos matemáticos en la escuela, así como, las construcciones conceptuales que los estudiantes logran realizar sobre los objetos matemáticos producto de la implementación de dichas prácticas en el aula de clases. Con el fin de obtener un punto de partida para el desarrollo del trabajo investigativo se hace necesario, identificar las estrategias, los recursos, las concepciones que se tienen sobre la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional y las dificultades, errores e interpretaciones equivocadas que presentan los estudiantes sobre la probabilidad condicional.

Al revisar en los diferentes documentos disponibles en el medio, la manera en que se ha enseñado y se está enseñando la probabilidad condicional en la escuela, se encontró que usualmente, en la enseñanza de la probabilidad condicional, los docentes recaen en la presentación del concepto seguido de una serie de ejercicios en el que los estudiantes deben realizar la aplicación de meras fórmulas, que en muchas ocasiones no le son significativas. Tal y como lo sostiene Cardona y Arias, (2008):

“Uno de los errores más comunes que se comete como docente y que además se plantea de esta forma en los textos, es que se define el concepto de probabilidad condicional y de una vez se pasa a exponer la fórmula. Después de que las fórmulas son expuestas, se comienza, generalmente, a desarrollar

ejercicios que tienden más a que se haga un reemplazo en la fórmula dada y no a que se comprenda el concepto como tal, es decir, este tipo de ejercicios se convierten en la realización de una tarea mecánica que en última instancia no aporta mucho al desarrollo del pensamiento aleatorio ni a aumentar el nivel de abstracción del estudiante". (p. 8)

Lo anteriormente expuesto, permite inferir que uno de los problemas en la enseñanza de la probabilidad condicional, es el no uso de contextos significativos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional en la escuela, de tal manera que les permita a los estudiantes apropiarse del lenguaje propio que representa los objetos de esta temática de estudio, así como, establecer y expresar las relaciones que se encuentran entre los datos de un problema de probabilidad condicional y aplicar los algoritmos requeridos para la solución.

Algunas investigaciones reportan los diferentes errores e interpretaciones equivocadas de los estudiantes sobre la probabilidad condicional (Tevershy y Kahneman, 1982; Maury, 1984; Gras y Totohasina, 1995; Ojeda, 1996; Díaz y De la Fuente, en prensa, citado por Carles y Cerdán, 2007) quienes han comprobado que esos errores e interpretaciones equivocadas se podrían disminuir si se presta atención a aspectos semánticos en los enunciados de los problemas. Tal y como lo menciona Cerdán y Huerta (2007), cuando manifiestan que algunas investigaciones refieren las dificultades y el poco éxito que los estudiantes tienen en la resolución de problemas de probabilidad condicional o en tareas que implican la fórmula de Bayes, pero no se presta atención a la estructura del problema ni al contexto en el que están formulados y, por tanto, no relacionan los resultados con esos aspectos que se consideran pueden ser influyentes en el éxito y las dificultades de los estudiantes.

En el mismo sentido varios autores (Tevershy y Kahneman, 1982; Maury, 1984; Gras y Totohasina, 1995; Ojeda, 1996; Díaz y De la Fuente, en prensa, citado por Carles y Cerdán, (2007) han comprobado que esos errores e interpretaciones equivocadas se podrían disminuir si se presta atención a aspectos semánticos en los enunciados de los problemas.

Lo anteriormente expuesto, permite identificar otro factor que incide de manera negativa en la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional y es la no

reflexión de las posibles causas sobre las concepciones erróneas y el poco éxito que tienen los estudiantes al resolver problemas de probabilidad condicional. Aspecto que según Cerdán y Huerta dependen de múltiples factores como lo es la complejidad cognitiva implicada en la comprensión del concepto de probabilidad condicional, que se relaciona entre otros, con el formato en el que se presentan los datos del problema, el contexto en el que se formulan los problemas y el lenguaje usado para expresar la condicionalidad y los sucesos. Cerdán y Huerta (2007).

El reflexionar sobre el aprendizaje de la probabilidad condicional a partir de la resolución de problemas, requiere del estudio de su estructura, el contexto en el que se plantean, así como el actuar de los estudiantes cuando los resuelven. Motivo que nos conllevó a diseñar un experimento de enseñanza que posibilitara documentar los efectos que genera el contexto y la presentación de los datos en los estudiantes, al momento de resolver problemas ternarios de probabilidad condicional Nivel uno, en tres contextos diferentes (contexto social, diagnóstico e industria). Se considera que los resultados que arroja este experimento de enseñanza brindan elementos y herramientas en el diseño curricular, a la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional y aporta a la investigación en educación estadística, investigación que en nuestro caso estuvo guiada a través de la siguiente pregunta:

¿Cómo influye la estructura y el contexto en la resolución de problemas de probabilidad condicional?

Esta pregunta es contestada a partir del logro de los objetivos así como por la implementación y análisis de los resultados encontrados.

1.3. OBJETIVOS

Teniendo en cuenta el problema planteado, así como la pregunta de investigación, se proponen los siguientes objetivos.

1.3.1 Objetivo General

El objetivo general de la investigación es identificar de qué manera influye el contexto y la estructura en la resolución de problemas de probabilidad condicional.

1.3.2 Objetivos específicos

Los objetivos específicos planteados son:

1. Estudiar la conceptualización y categorización de los problemas de probabilidad condicional de enunciado verbal en relación a la estructura del problema y los distintos contextos sobre los cuáles se movilizan.
2. Plantear un grupo de tareas con problemas de probabilidad condicional que den cuenta de algunas estructuras verbales específicas consideradas, así como de los diferentes contextos.
3. Describir y analizar los procedimientos que utilizan los estudiantes para resolver los problemas de probabilidad condicional según la estructura y el contexto que se eligió trabajar.
4. Comparar los resultados de la resolución de problemas en cada uno de los contextos y estructura y explicitar algunas recomendaciones para la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional, fruto de la implementación y análisis del experimento de enseñanza diseñado para este propósito.

2. ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN

En correspondencia a los objetivos de este trabajo, en este capítulo se presentan los antecedentes de investigación, los cuales hacen referencia, por una parte a las consideraciones que desde las políticas oficiales (lineamientos y estándares curriculares) proponen para la enseñanza de la probabilidad, en la que se expone una organización por pensamientos; y por otra parte, a la literatura que da cuenta de las concepciones de probabilidad, así como a las investigaciones relacionadas con la estructura y el contexto de los problemas de probabilidad condicional.

2.1 MARCO CURRICULAR

En los documentos oficiales del Ministerio de Educación, la probabilidad se encuentra en los lineamientos curriculares dentro del pensamiento aleatorio. En la descripción de este pensamiento se explicita que investigaciones realizadas por Shanghnessy (1985, citado por el MEN 2006), sugieren un desarrollo de este pensamiento mediante la exploración de fenómenos físicos y el desarrollo de estrategias, como la simulación de experimentos y de conteos por parte de los estudiantes y docentes.

En los estándares curriculares, el estudio de la probabilidad aparece a partir del grado primero, en el que se espera que los estudiantes expliquen desde la propia experiencia la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos, así como, predecir si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro. Posteriormente en grados superiores (octavo- noveno), se enfatiza en el cálculo de la probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo) y el uso de conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.). Puntualmente el estudio de la probabilidad condicional se menciona en los estándares para los grado decimo y once. Analizando los Estándares Curriculares de Matemáticas (MEN, 2006) para el pensamiento aleatorio, la probabilidad y los conceptos asociados a ella que pueden

ser de utilidad para este trabajo, se tienen en cuenta los estándares que se relacionan en la Tabla 1.

PENSAMIENTO ALEATORIO GRADO 10-11	ESTÁNDAR ASOCIADO
	Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta.
	Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencias de eventos.
	Propongo inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas.

Tabla 1. Estándares curriculares asociados a la probabilidad condicional (MEN, 2006)

Aunque específicamente la probabilidad condicional se menciona en el segundo estándar, el primero y el tercero están estrechamente relacionados con cualquier aspecto relevante asociado a la probabilidad, puesto que, el estudiante puede requerir del diseño de experimentos aleatorios para comprender un problema enmarcado en el cálculo de probabilidades condicionales y a partir del resultado de observar experimentos y fenómenos aleatorios, proponer inferencias e hipótesis, que a su vez pueden tener diferentes posibilidades de ser ciertas, tal y como lo expresa los lineamientos curriculares.

La probabilidad condicional se encuentra dentro de los saberes propuestos en el segundo estándar; allí aparece la expresión “Interpretar conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos” (MEN, 1998). Dicha interpretación de conceptos de probabilidad condicional, no es ampliada en relación a la manera de enseñarla y aprenderla, en el sentido de que no presenta los enfoques, en que se puede interpretar la probabilidad. Por ejemplo bajo un enfoque clásico la enseñanza de la probabilidad debería contener una serie de situaciones problema que les permita a los estudiantes suponer que cada resultado es igualmente posible de ocurrir. Bajo un enfoque frecuencial, la enseñanza de la probabilidad debería trabajar situaciones que les permitan a los estudiantes evidenciar la proporción de veces que

ocurre un evento favorable en un número de observaciones. Un enfoque subjetivo debería posibilitar a los estudiantes situaciones problema que les permita tomar una postura personal frente la ocurrencia de un evento, es decir crear su propio grado de creencia de que un evento ocurra, basado en toda la evidencia a su disposición.

2.2. CONCEPCIONES ACERCA DE LA PROBABILIDAD CONDICIONAL

Teniendo en cuenta que el objeto matemático presente en este trabajo es la probabilidad condicional; se considera pertinente hacer referencia a las concepciones, surgimiento y desarrollo de este concepto a través de la historia, así como al posicionamiento de las autoras en relación al tema.

El estudio y acercamiento de un objeto matemático a través de su historia, son la base para la construcción de modelos para su enseñanza. En el caso particular de éste trabajo de investigación, el objeto matemático gira en torno a la probabilidad condicional. Autores como Batanero (2005) alude en una de sus investigaciones, al recorrido histórico de la probabilidad, mencionando que el origen se puede vislumbrar a comienzos del siglo XVII, aunque en las civilizaciones primitivas se trabajaba de manera intuitiva con los juegos de azar; además, menciona las concepciones intuitiva, clásica, frecuencial, subjetiva y axiomática, como los diferentes significados que a través de la historia se dieron a la probabilidad. Para nuestra investigación, es de interés analizar un poco el significado subjetivo de probabilidad, ya que este hace un buen aporte al presente trabajo.

El significado subjetivo, amplía el campo de aplicación de la probabilidad, mejora el conocimiento sobre sucesos inciertos, incluso no repetibles. Los algoritmos y procedimientos utilizados en este campo, son el teorema de Bayes y la asignación subjetiva de probabilidades; además, en este periodo aparece un elemento lingüístico denominado probabilidad condicional, Batanero (2005). Teniendo en cuenta que en el significado subjetivo de probabilidad se hace presente el teorema de bayes, se dará una mirada a dicho procedimiento matemático. *El teorema de Bayes*, permite calcular las *probabilidades finales*, a partir del conocimiento de las *probabilidades iniciales* y de los datos obtenidos experimentalmente Rivadulla (1991 y Bolstad, 2004, citado en Batanero 2007) . En su forma más simple según Serrano,

(2003 citado en Batanero 2007), este teorema se expresa en la forma siguiente: Tenemos un suceso B (los datos) y queremos saber si ha sido producido por una de las causas A_1, A_2, \dots, A_n (una serie de hipótesis científicas rivales; son las posibles causas de B). Se conocen las probabilidades $P(A_1), P(A_2), \dots, P(A_n)$, es decir la probabilidad inicial de cada una de las hipótesis rivales, así como las probabilidades $P(B/A_1), P(B/A_2), P(B/A_n)$ o verosimilitud de obtener los datos B dependiendo de cuál de las hipótesis es cierta. En otras palabras, la probabilidad condicional, es la probabilidad de cierto evento, dado que ha ocurrido otro, y aunque el teorema de Bayes, se considera un método para calcular dicha probabilidad, en nuestro trabajo se presentará un estudio donde los estudiantes tendrán que hacer frente a problemas de probabilidad condicional, sin haber aprendido teorema de Bayes, ni desarrollado problemas de este estilo, con el fin de analizar los procedimientos y la manera de proceder de los estudiantes.

2.3. TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN RELACIONADOS A LA ESTRUCTURA Y AL CONTEXTO DE LOS PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL

A continuación se presenta cuatro trabajos de investigación relacionados con la influencia que puede tener la estructura y el contexto en la resolución de problemas de probabilidad condicional.

2.3.1. Investigación de Yañez

En este estudio titulado *“El álgebra, las tablas y los árboles en problemas de probabilidad condicional”*, el autor hace una clasificación de los tipos de problemas de acuerdo a la información suministrada. En el artículo, se presenta un análisis algebraico de la probabilidad, teniendo como punto de partida dos eventos de un cierto espacio de probabilidad, en la que la probabilidad condicional de A dado B está definida por:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

El evento B es el evento condicionante y A es el evento condicionado. Según Yañez (2001), al tomar los eventos complementarios de A y B respectivamente A^c y B^c y sin

olvidar que los denominadores se suponen diferentes de cero, las relaciones de probabilidad condicional que se pueden establecer son las siguientes:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Yañez manifiesta que las anteriores ocho relaciones dan cuenta de cualquier problema de probabilidad condicional asociado a dos eventos básicos y sus complementos. Por otro lado, sostiene que si identificamos las probabilidades de la forma como condicionales, las de la forma como intersecciones y las de la forma como marginales tenemos que toda la información que puede presentarse en este tipo de problemas de probabilidad condicional son: 8 condicionales, 4 intersecciones y 4 marginales. En este trabajo el autor da respuesta a los siguientes interrogantes: ¿cuál es el número mínimo de elementos que debe poseer un problema de probabilidad condicional para que se puedan encontrar los demás? Al decir que un problema de probabilidad condicional se resuelve completamente cuando se obtienen todos los 16 elementos, ¿cuál es el número mínimo de elementos que debe suministrar el problema para ser resuelto completamente? y ¿cuáles pueden ser esos elementos?

Yañez, sugiere que para dar respuesta a estas preguntas es necesario recordar algunas relaciones básicas de la teoría de probabilidades que son satisfechas entre algunos de los elementos mencionados tales como

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1; \text{ Condición 1}$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}); \text{ Condición 2}$$

$$P(A|B) + P(A|\bar{B}) = 1; \text{ Condición 3}$$

Según Yañez, cuando se tienen 3 elementos tomados adecuadamente de las intersecciones y de las marginales, se puede resolver totalmente un problema de probabilidad condicional. Por otro lado, el autor muestra una clasificación en relación a la información suministrada, en la que identifica los siguientes casos:

- 1) Tres intersecciones.
- 2) Dos intersecciones y una marginal.
- 3) Dos marginales y una intersección.
- 4) Dos marginales y una condicional.
- 5) Dos intersecciones y una condicional.
- 6) Una intersección, una marginal y una condicional.
- 7) Una marginal y dos condicionales.
- 8) Una intersección y dos condicionales.
- 9) Tres condicionales

De estas posibilidades como veremos más adelante se trabajará en este trabajo de investigación el caso 3. A su vez Yañez agrupa estos nueve casos en cuatro niveles de acuerdo al número de condicionales que poseen. Es así, que el autor propone un nivel 0 cuando está compuesto por los tres primeros casos que no tienen ninguna información condicional; el nivel 1 lo conforman los casos 4, 5 y 6 que poseen una condicional; el nivel 2 está constituido por los casos 7 y 8 que tienen dos condicionales y en el nivel 3 queda el caso 9 que tiene 3 condicionales.

Según Yañez los tipos de problemas posibles de probabilidad condicional para dos eventos y sus complementos, se clasifican en orden creciente de dificultad de acuerdo con el número de condicionales que poseen en su información. Esta dificultad se caracteriza con base en los procedimientos algebraicos requeridos para su solución.

2.3.2. Investigación de Carles, Cerdán, Huerta, Lonjedo y Edo

En este artículo titulado “*influencia de la estructura y del contexto en las dificultades de los problemas de probabilidad condicional de nivel N_0 . Un estudio exploratorio con estudiantes sin enseñanza previa*”, los autores presentan los resultados de una investigación más amplia realizada por Carles, Cerdán, Huerta, Lonjedo y Edo P.

(2009), quienes muestran la influencia que tiene la estructura y el contexto en que se formulan los problemas en la resolución de los mismos. Para mostrar esta influencia, los autores consideran como variables independientes: la isomorfía de los problemas, y los contextos en los que se formulan y como variables dependientes, las que describen la variable producto: la dificultad apreciada del problema (DAP), la dificultad del problema (DP), la dificultad de la solución del problema (DSP), y la dificultad de la descripción de la solución del problema (DRESC). El grupo investigador intenta mostrar si existe tal dependencia y hasta qué punto esto es significativo para las variables mencionadas anteriormente.

La población objeto de estudio, estuvo conformada por 165 estudiantes de 4° de secundaria entre los 15 a 16 años, sin ninguna instrucción previa en probabilidad condicional. Como este trabajo trata de un estudio exploratorio, el grupo de investigación no tenía hipótesis previas que verificar excepto los indicios que en otros trabajos surgieron de la constante de comportamientos dependientes en estos aspectos.

Los autores centran la atención en el estudio de las familias de problemas ternarios, denominados de nivel N_0 . Esta familia, se caracteriza por contener problemas formulados sin probabilidades condicionales como datos conocidos, siendo las probabilidades marginales y las de la intersección la fuente de información que posee el resolutor para obtener una respuesta para el dato desconocido, que siempre hace referencia a una probabilidad condicional. Las relaciones entre los datos conocidos son siempre aditivas, mientras que la obtención de los datos desconocido implica una relación multiplicativa.

Como proceso metodológico, los investigadores elaboran un cuestionario de problemas y parten de la división de los problemas de nivel N_0 en las tres subfamilias en que es posible hacerlo (Lonjedo, 2007). Para cada subfamilia, se estudian los casos posibles de problemas que pueden ser formulados con los datos que se describen por la terna (N_0, C_j, T_1) , para cada $j=0, 1, 2$, indicando el número de probabilidades marginales en el enunciado del problema. Fijado un formato para los datos, los casos posibles para los datos conocidos en el problema son

combinaciones posibles de: tres intersecciones (C_0); dos intersecciones y una marginal (C_1), y una intersección y dos marginales (C_2).

En la investigación se consideran tres contextos para dos situaciones, a las que han denominado situación estadística y test de diagnóstico. Los contextos han sido denominados estadístico-social (ESTSOCIAL), estadístico-salud (ESTSALUD) y test de diagnóstico en salud (DIAGSALUD). Teniendo en cuenta estos contextos elaboran 18 enunciados, 6 por cada uno de los 3 contextos, con los que se construyen 6 cuestionarios con 6 problemas cada uno. Cada cuestionario contiene 3 y 3 problemas estructuralmente isomorfos a pares, formulados en los diferentes contextos, con el fin de observar mediante las soluciones de los estudiantes la posible influencia del contexto en dichas resoluciones.

Entre los resultados obtenidos los autores encontraron cómo las dificultades varían en función del contexto en el que el problema está formulado. El grupo investigador encontró que para una situación estadística, la dificultad apreciada y la dificultad del problema no muestran diferencias significativas para el contexto social y salud (variables DAP, DP y DPR), y por tanto no parece existir influencia del contexto sobre ellas; para la dificultad de la solución (DSP) el contexto sí se muestra como un factor influyente, pues existen diferencias significativa entre ellos. Situación familiar sucede entre el contexto estadístico social y el de test de diagnóstico en salud, pero paradójicamente no ocurre entre el contexto estadístico-salud y test de diagnóstico en salud.

2.3.3. Investigación de Carles y Huerta

En este estudio titulado “*El mundo de los problemas de probabilidad condicional en el contexto del test diagnóstico*”, los autores muestran un mundo particular de problemas en un contexto que han denominado test diagnóstico, específicamente muestran los fenómenos implicados y de los cuales los sucesos y las probabilidades son su medio de organización. Con el fin de precisar en el lenguaje utilizado en el documento Carles y Huerta, definen el contexto de test diagnóstico no solo aquellos problemas que tienen por objeto el diagnosticar enfermedades mediante pruebas

médicas sino todos aquellos problemas que tienen por objeto diagnosticar el buen estado de productos fabricados mediante control de calidad que no son completamente fiables y que deben ser asumidos con un cierto grado de probabilidad.

Según Carles y Huerta para que un problema sea considerado como un problema de probabilidad condicional, este deberá cumplir con las siguientes condiciones:

- a. En el enunciado del problema, hay al menos, una probabilidad condicional implicada, ya sea como probabilidad conocida o como probabilidad preguntada, o las dos.
- b. Al menos se conocen tres probabilidades, no directamente relacionadas.
- c. Todas las probabilidades, tanto conocidas como desconocidas, están relacionadas mediante relaciones ternarias de los tipos: complementariedad, $P(A) + P(A^c) = 1$; aditiva $P(A \cap B) + P(A \cap B^c) = P(A)$; y multiplicativa $P(A/B) \times P(B) = P(A \cap B)$.
- d. La pregunta del problema se hace sobre una probabilidad desconocida que está relacionada con las probabilidades conocidas por al menos una de las relaciones ternarias.

Por otro lado, los autores presentan un análisis contextual de los problemas de probabilidad condicional, para el caso puntual del contexto test diagnóstico, e identifican los conjuntos de referencia para los fenómenos de los que son medio de organización los eventos y las probabilidades en el área de la salud. Tal y como se muestra en la siguiente tabla.

FENÓMENOS	TÉRMINOS ESPECÍFICOS	MEDIOS DE ORGANIZACIÓN	FORMATO DE LOS DATOS EN LOS PROBLEMAS
Resultado del test diagnóstico	Dar positivo en el test	P(+)	Razonablemente en números naturales, frecuencias absolutas o frecuencias naturales.
	Dar negativo en el test	P(-)	Razonablemente en números naturales, frecuencias absolutas o frecuencias naturales.
Probabilidad de estar enfermo y obtener positivo en el test.	No hemos encontrado	P(E∩+)	Razonablemente en números naturales, frecuencias absolutas o frecuencias naturales.
Probabilidad de no	No hemos encontrado	P(E^c∩+)	Razonablemente en

estar enfermo y dar positivo en el test.			números naturales, frecuencias absolutas o frecuencias naturales.
Probabilidad de estar enfermo y dar negativo en el test.	No hemos encontrado	$P(E \cap +)$	Razonablemente en números naturales, frecuencias absolutas o frecuencias naturales.
Probabilidad de no estar enfermo y dar negativo en el test	No hemos encontrado	$P(E^c \cap -)$	Razonablemente en números naturales, frecuencias absolutas o frecuencias naturales.

Tabla 2. Resultados del análisis fenomenológico en el contexto de test diagnóstico.

Según Carles y Huerta, la idea de considerar medios de organización como los presentados en la tabla anterior, surge de la idea planteada por Puig (1997, citado en Carles y Huerta (2007)), quien propone un juego de pares fenómenos- medios de organización. Esto supone, conjuntos de referencias como “padecer la enfermedad”, “no padecer la enfermedad”, “dar positivo en el test”, “dar negativo en el test”, con los cuales pueden considerarse complementos, uniones e intersecciones. Por otra parte, según los autores supone juicios sobre esos conjuntos de referencias, tales como “la probabilidad de E es.....”, expresada por la probabilidad $P(E)$. Como conclusiones finales los autores consideran que para enseñar la probabilidad condicional lo más pertinentes sería buscar los fenómenos que son organizados por medio de la probabilidad condicional y posteriormente buscar dichos medios de organización.

2.3.4. Investigación de Lonjedo

En su trabajo doctoral denominado “*Análisis de los problemas ternarios de probabilidad condicional de enunciado verbal y de sus procesos de resolución*” Lonjedo presenta una clasificación de los problemas de probabilidad condicional basada en la clasificación inicial que propone Yañez (2001), quien presenta una clasificación atendiendo a las probabilidades presentes en la parte informativa del problema. Según la autora, Huerta (2000, citado por Lonjedo, 2007) perfecciona la clasificación de Yañez (2001), en la que introduce un vector de tres componentes (x, y, z), en donde x representa el número de probabilidades presentes en el problema que son probabilidades marginales, y representa el número de probabilidades presentes en el problema, que son probabilidades de la intersección, y z representa el número de probabilidades presentes en el problema que son probabilidades

condicionales, con la condición de que $x+y+z = 3$. Lonjedo manifiesta que la clasificación estaría conformada por:

- Caso 1. Los datos son tres probabilidades de la intersección: (0, 3, 0)
- *Caso 2.* Los datos son una probabilidad marginal y dos probabilidades de la intersección: (1, 2, 0)
- *Caso 3.* Los datos son dos probabilidades marginales y una probabilidad de intersección: (2, 1, 0)
- *Caso 4.* Los datos son dos probabilidades marginales y una probabilidad condicional: (2, 0, 1) Lonjedo realiza una clasificación de los problemas, atendiendo a las relaciones entre las cantidades mencionadas en el enunciado del problema y la pregunta.
- *Caso 5.* Los datos son dos probabilidades de la intersección y una probabilidad condicional: (0, 2, 1)
- *Caso 6.* Los datos son una probabilidad marginal, una probabilidad de la intersección y una probabilidad condicional: (1, 1, 1)
- *Caso 7.* Los datos son una probabilidad marginal y dos probabilidades condicionales: (1, 0, 2)
- *Caso 8.* Los datos son una probabilidad de la intersección y dos probabilidades condicionales: (0, 1, 2)
- Caso 9. Los datos son 3 probabilidades condicionales: (0, 0, 3)

Al igual que Huerta, Lonjedo se basa en la clasificación de Yañez (2001) y teniendo en cuenta la pregunta del problema, puesto que según la autora el número de relaciones necesarias entre las cantidades mencionadas en el problema y la pregunta de éste puede variar si la pregunta varía, atendiendo a este aspecto, crea una clasificación de los problemas escolares ternarios de probabilidad condicional de enunciado verbal en Niveles, Categorías y Tipos. Según la autora el fin de esta clasificación es mostrar todas las posibles clases de problemas ternarios de probabilidad condicional de enunciado verbal, atendiendo a los datos y la pregunta del problema. Para clasificar un problema ternario de probabilidad condicional

hacemos una lectura del problema en términos de probabilidad y le asignamos el vector que le corresponde según el Nivel, la Categoría y el Tipo $N_i C_j T_k$.

- **Nivel:** Según Lonjedo, el Nivel está determinado por el número de probabilidades condicionales presentes en el enunciado verbal del problema. Se reconoce 4 niveles (N_i , $i = 1, 2, 3, 4$), dependiendo del número de probabilidades condicionales que hay en los datos, a saber, cero, una, dos o tres respectivamente. Es decir que el *Nivel 1* (cero probabilidades en el enunciado del problema), el *Nivel 2* (una probabilidad en el enunciado del problema), el *Nivel 3* (dos probabilidades condicionales en el enunciado del problema) y el *Nivel 4* (tres probabilidades condicionales en el enunciado del problema).
- **Categoría:** Según Lonjedo la categoría la determina el número de datos que tienen que ver con las probabilidades marginales. Se reconocen tres categorías respectivamente, la *Categoría 1*, hace referencia a aquellos enunciados verbales en el cual los datos no presentan ninguna probabilidad de la marginal; la *Categoría 2*, refiere aquellos enunciados verbales donde los datos presentan una probabilidad de la marginal y la *Categoría 3*, refiere a aquellos enunciados verbales en el que el enunciado del problema presenta dos probabilidades de la marginal.
- **Tipo:** Según Lonjedo el tipo viene determinado por la pregunta del problema, así tenemos, *tipo 1*, cuando se pregunta por una probabilidad condicional, el *tipo 2*, cuando se pregunta por una probabilidad marginal y el *tipo 3*, cuando se pregunta por una probabilidad de la intersección.

En la siguiente figura, se muestra un panorama general de la clasificación realizada por Lonjedo, según nivel, categoría y tipo.

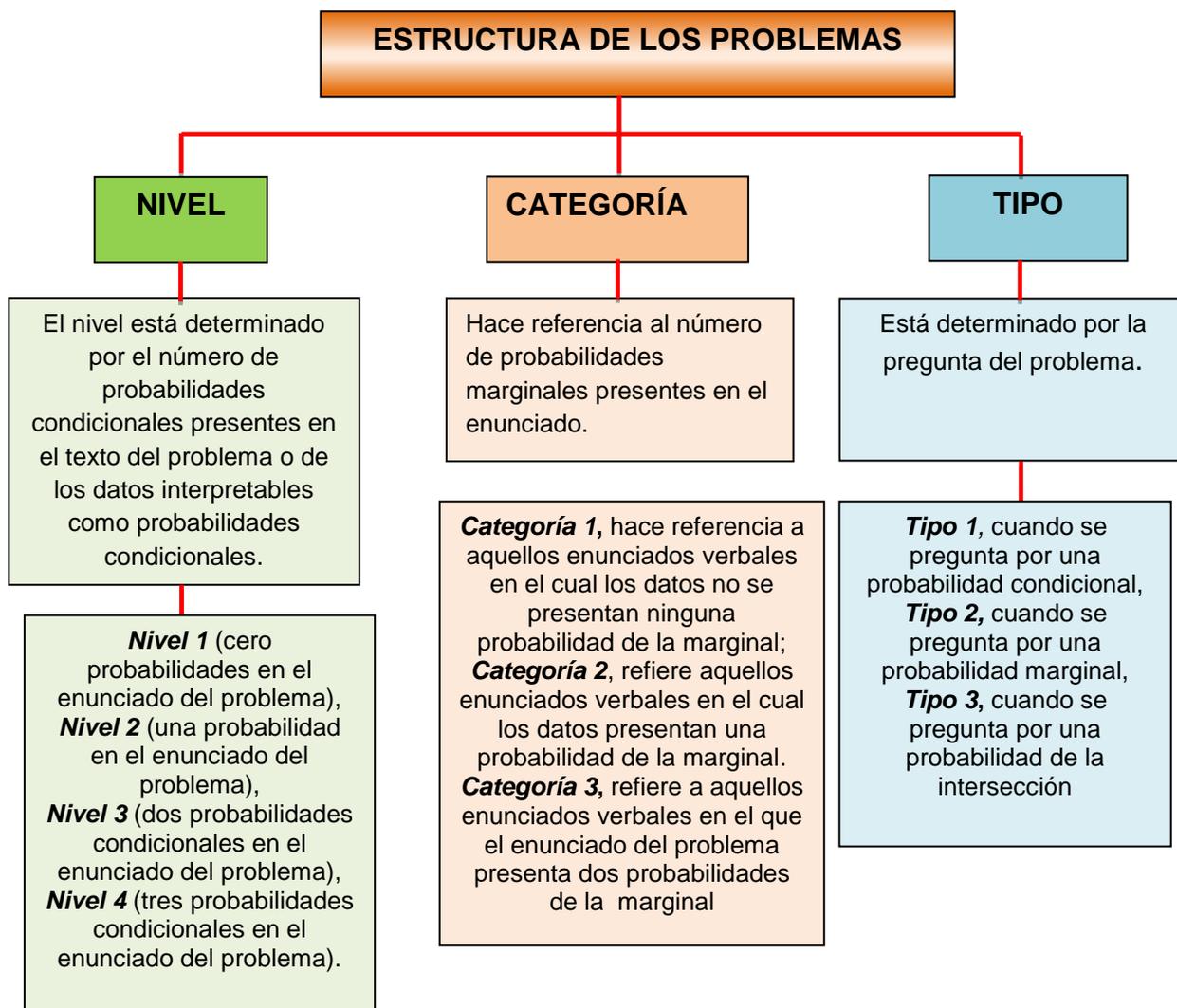


Figura 1. Clasificación de problemas

Luego de presentar la clasificación de los problemas de probabilidad condicional la autora presenta los análisis de los procesos de resolución de los problemas de probabilidad condicional Nivel 2. Este estudio fue realizado durante dos cursos escolares. Para el análisis de las actuaciones de los estudiantes la autora tuvo en cuenta varias variables de tareas, como la naturaleza de los datos, las estructuras condicionales del lenguaje natural no simbólico utilizadas en la expresión de la condicionalidad, tanto en el dato como en la pregunta del problema, así como el

número de relaciones aditivas y multiplicativas necesarias para la resolución del problema.

La población objeto de estudio estuvo conformada por una muestra de 10 estudiantes de la facultad de Matemáticas, 38 estudiantes de bachiller tecnológico-científico, 16 estudiantes de bachiller ciencias sociales-humanidades, 38 estudiantes de bachiller tecnológico-científico, 37 estudiantes de bachiller ciencias sociales-humanidades y 27 estudiantes de educación secundaria obligatoria. A quienes se le aplicó una prueba compuesta por 18 problemas.

La autora dividió la información (soluciones de los estudiantes) en dos grupos: uno, los procesos de resolución con éxito y el otro, procesos de resolución sin éxito. Dentro de los procesos de resolución con éxito, la autora se interesó por conocer si el resolutor había utilizado como método de resolución la asignación o el cálculo de probabilidades. Por lo que el primer descriptor fue definido en términos de:

1. Procesos de resolución con éxito

1.1. Resolución por asignación

1.2 Resolución por cálculo de probabilidades

Dentro de los procesos de resolución sin éxito, la autora se interesó por conocer las dificultades y errores que presentan los resolutores en el proceso de resolución.

Análisis de los resultados: En su trabajo Lonjedo encontró que los errores en las producciones de los estudiantes vienen de interpretar de forma no deseada los datos y/o la pregunta del problema, de la utilización no adecuada de diferentes herramientas aritméticas, como por ejemplo la regla de tres y los porcentajes, del uso no adecuado de conceptos y fórmulas relativas a la teoría de la probabilidad, como por ejemplo la complementariedad de sucesos, del hecho de no entender las cantidades y/o los signos que presenta el texto del problema.

2.4. CONSIDERACIONES FRENTE AL CONTEXTO DE UN PROBLEMA

Según Valero (2002), el contexto de un problema puede referirse al campo de nociones y procedimientos matemáticos dentro de los cuales se ubica un problema, o a las referencias que la formulación de un problema evoca en el estudiante. Por ejemplo, si consideremos el problema *“Una urna tiene 8 bolas rojas, 5 amarillas y 7*

verdes. Si se extrae una bola al azar calcular la probabilidad de que: a) sea roja, b) no sea verde. ” El campo matemático dentro del que el problema se ubica es la probabilidad con las nociones y procedimientos asociados al cálculo de probabilidades. El conjunto de referencias que el problema evoca es una urna con una serie de balotas a su interior. Por otro lado, Valero manifiesta que el contexto de un problema es importante, puesto que, permite involucrar al estudiante en una construcción activa del conocimiento y el contexto les permite establecer conexiones con lo que ya conocen, tal y como lo manifiesta Font (2007), quien considera que hoy en día existe una importancia en contextualizar el conocimiento matemático, debido que, se considera que el *contexto*, puede ser la clave para que los seres humanos razonen, recuerden, imaginen y decidan con lo que han aprendido y la manera en que han construido significado a los objetos matemáticos. Al igual que Valero, Font identifica dos usos del contexto, el primero que hace referencia al campo de aplicación de un objeto matemático y otro hace referencia al uso que ha denominado metafóricamente ecológico, es decir que, permite ubicar en diferentes lugares, ya sea instituciones, programas de investigación o en diferentes juegos de palabras.

Con respecto a las anteriores posturas sobre la concepción de contexto, surge el interrogante de cuáles son los fenómenos en los cuales la probabilidad condicional toma sentido y significado para los estudiantes y como lo manifiesta Valero cuales son los contextos adecuados para que los estudiantes se involucren en una construcción activa del conocimiento, que a su vez aumenten las posibilidades para que ellos asimilen y reorganicen su pensamiento. Para el caso puntual de este trabajo, el tratamiento que se pretende dar al contexto está dirigido hacia la influencia que tiene el contexto en la actuación de los estudiantes, específicamente en el éxito o no en la resolución de un problema, así mismo, se pretende identificar cuál de los contextos es de mayor grado de complejidad y cual de menor complejidad para los estudiantes . Aspectos que son objeto de reflexión en el capítulo tres.

3. MARCO DE REFERENCIA

En concordancia con los trabajos de investigación presentados en el capítulo anterior y las referencias teóricas asumidas desde la justificación de este trabajo, es conveniente precisar en este marco de referencia, una posición frente a las investigaciones descritas anteriormente, precisando los aspectos relevantes que se tomarán en cuenta para el desarrollo de este trabajo.

3.1 LA PROBABILIDAD CONDICIONAL EN LOS TEXTOS ESCOLARES DE SECUNDARIA.

Con el fin de caracterizar el tratamiento que ha tenido la probabilidad condicional en algunos textos escolares de secundaria, se ha elegido una pequeña muestra de libros. Para el análisis de los textos escolares se ha decidido identificar aquellos elementos que se consideran, contribuyen a que los estudiantes tengan una mejor comprensión de un determinado objeto matemático. Los aspectos que se han considerado como objeto de observación son los fenómenos a los que se acuden para ambientar el enunciado de los problemas, las representaciones y la forma en que se presentan los datos de los sucesos (marginales, intersecciones y probabilidades). Se espera que este estudio contribuya en la toma de decisiones para la consolidación de la ruta de aprendizaje de la probabilidad condicional, así como, los diferentes contextos fenomenológicos que permiten ambientar los problemas de probabilidad condicional.

En cuanto al tratamiento que realizan los textos analizados se evidencia que el estudio de la probabilidad condicional es presentado entre dos y tres páginas, en el cual se da a conocer la definición de la probabilidad condicional, seguido de uno a dos ejemplos y posteriormente una serie de problemas. La tabla 3 muestra los fenómenos en que se enmarcan los problemas que conforman cada uno de los

talleres y los respectivos ejemplos, de cada fenómeno se presenta entre uno a dos problemas.

TEXTO	Matemáticas Aplicadas. Símbolos 10. Voluntad 2006	Aciertos Matemáticos 11. 2007	Nuevas Matemáticas 10. Santillana 2010	Nuevas Matemáticas 11. Santillana 2010	Zona Activa 10 Matemáticas 2011
<i>Contexto estadístico-social</i>		<ul style="list-style-type: none"> Encuestas a estudiantes 	<ul style="list-style-type: none"> Características de una población. Encuestas 		<ul style="list-style-type: none"> Encuestas a un grupo de estudiantes Encuestas a familias
<i>Contexto estadístico-salud</i>		<ul style="list-style-type: none"> Tipos de sangre en deportistas 	<ul style="list-style-type: none"> Discapacidades físicas 	<ul style="list-style-type: none"> Diagnósticos médicos Positivos 	
<i>Contexto estadístico-juego</i>	<ul style="list-style-type: none"> Situaciones con datos. Urnas Tarjetas 				<ul style="list-style-type: none"> Situaciones con lanzamientos de monedas Cálculo de probabilidades
<i>Contexto estadístico-industrias</i>	<ul style="list-style-type: none"> Artículos defectuosos Características de la producción de un artículo. 	<ul style="list-style-type: none"> Compañía aseguradora de vehículos 	<ul style="list-style-type: none"> Concesionario 	<ul style="list-style-type: none"> Aerolíneas Ventas Calidad de prestación de un servicio 	<ul style="list-style-type: none"> Fábrica de martillos, artículos defectuosos Planta purificadora de agua y válvulas
<i>Contexto estadístico-deportes</i>	<ul style="list-style-type: none"> Equipos de beisbol. 		<ul style="list-style-type: none"> Equipos de baloncesto. Bolos 	<ul style="list-style-type: none"> Equipos de fútbol. 	<ul style="list-style-type: none"> Equipos de baloncesto

Tabla 3. Fenómenos implicados en los problemas de la probabilidad condicional

La tabla 4 muestra las representaciones que son utilizadas en los libros de texto, en el cual predomina el uso de símbolos de intersección, seguido del empleo de los diagramas de árbol y las tablas de doble entrada.

SI * NO ●

TEXTO	Matemáticas Aplicadas. Símbolos 10. Voluntad 2006	Aciertos Matemáticos 11. 2007	Nuevas Matemáticas 10. Santillana 2010	Nuevas Matemáticas 11. Santillana 2010	Zona Activa 10 Matemáticas 2011
Símbolos de unión e intersección	*	*	*	*	*
Diagramas de Venn	●	●	*	*	●
Diagramas de árbol	●	●	●	*	●
Tablas de doble entrada	*	*	*	*	●
Programas de ordenador	●	●	●	●	*

Tabla 4. Representaciones empleadas en los diferentes textos

La tabla 5 muestra la manera en que se presenta los datos en el enunciado de los problemas, en el cual se evidencia el uso de los datos en términos de probabilidad, datos presentados en frecuencias absolutas y datos en términos de razón.

SI * NO ●

TEXTO	Matemáticas Aplicadas. Símbolos 10. Voluntad 2006	Aciertos Matemáticos 11. 2007	Nuevas Matemáticas 10. Santillana 2010	Nuevas Matemáticas 11. Santillana 2010	Zona Activa 10 Matemáticas 2011
Datos presentados en términos de probabilidad	*	*	*	*	*
Datos presentados en frecuencias absolutas	*	*	*	*	*

Datos presentados en términos de razón	*	●	*	*	*
Datos expresados en combinación	●	●	*	*	*

Tabla 5. Datos presentados en los problemas de probabilidad condicional

3.2 POSICIÓN FRENTE AL CONTEXTO DE UN PROBLEMA

Para tomar posición respecto a la idea de contexto de un problema, se realizaron dos tipos de acciones: por un lado se revisaron textos escolares para identificar la manera como se establecían los contextos relativos a la probabilidad condicional y por otra parte, para complementar esta posición, se revisaron referencias presentadas en la literatura, como las de Valero y Font.

En relación al análisis de los textos escolares, encontramos que los problemas allí presentados, se destacan por relacionar en sus enunciados situaciones que aluden a contextos de industria, social, diagnóstico y deportes; además se apoyan de gráficos, tablas y diagramas para la presentación de los datos, los cuales están dados en términos de probabilidades, frecuencias absolutas o porcentajes. Para nuestro estudio, la variable principal la constituyó el contexto, debido a que los problemas eran enunciados verbales con datos en lenguaje natural.

Con respecto a los planteamientos realizados por Valero (2002) y Font (2007), presentados en los antecedentes del presente trabajo, se considera el contexto como aquella situación particular en la que los problemas de probabilidad condicional están formulados, es decir, el conjunto de escenarios o hechos fenomenológicos en que se enmarca el enunciado de los problemas. Para nuestro trabajo, los fenómenos implicados que pueden ser organizados por medio de la probabilidad condicional y rescatando el análisis de textos realizados, hacen énfasis a tres fenómenos; social, industria y diagnóstico. A continuación se amplía lo puntos de referencia que abarcan estos tres contextos en los enunciados de los problemas.

3.2.1 Contexto social: En el caso puntual del experimento de enseñanza, los problemas que se enmarcan en este contexto, tienen como objeto aquellos fenómenos de sondeos de opinión, es decir, aquellas situaciones destinadas a conocer la opinión pública o estudios de una población específica, así como los reportes que se pueden presentar de las características demográficas y sociales de una determinada población. Específicamente en este trabajo, se considera en el contexto social, el reporte de vehículos asegurados de color azul en relación con los accidentados y el sondeo de opinión acerca de la práctica de deportes de los huéspedes de un hotel. Estos ejemplos se analizarán en las tablas 6 y 7, las cuales presentan los conjuntos de referencia en relación a los eventos que enmarcan los hechos fenomenológicos, así como los respectivos complementos y las intersecciones que se pueden establecer entre estos.

REPORTES DE UNA POBLACIÓN							
E	E ^c	A	A ^c	E∩A	E ^c ∩A	E∩A ^c	E ^c ∩A ^c
Vehículos Azules asegurados	Vehículos de color distinto al azul asegurados	Vehículos Accidentados	No accidentados	Vehículos azules que fueron accidentados.	Vehículos de color distinto al azul que fueron accidentados.	Vehículos azules que no sufrieron un accidente.	Vehículos de color distinto al azul que no sufrieron ningún accidente

Tabla 6. Conjunto de referencia rasgos de una población

SONDEO DE OPINIÓN							
E	A	E ^c	A ^c	E∩A	E ^c ∩A	E∩A ^c	E ^c ∩A ^c
Practica tenis	Practica golf	No practica tenis	No practica golf	Practica tenis y practica golf	No practica tenis pero practica golf.	Práctica tenis pero no practica golf	No Práctica tenis y tampoco practica golf

Tabla 7. Conjunto de referencia sondeo de opinión

3.2.2 Contexto de industria: Los problemas de probabilidad condicional que se enmarcan en un contexto de industria, hacen referencia a la producción en fábricas

de un determinado producto o artículo y si éste se elaboró de manera adecuada o defectuosa. También relaciona la obtención de productos por parte de proveedores y los mecanismos de acción, herramientas que son empleadas para detectar la presencia de errores, así como, la elección que puede realizar una persona al adquirir un determinado producto.

En particular, en el trabajo se considera para el contexto de industria problemas donde se refiere la fabricación de televisores por dos máquinas distintas y su relación televisor defectuoso y no defectuoso. Así mismo, se considera un problema donde se reporta la obtención de reguladores por parte de un almacén a dos fábricas diferentes y también se relaciona el evento regulador defectuoso y no defectuoso. En la tabla 8 se presenta el conjunto de referencia que los estudiantes deberán tener en cuenta en la resolución de un problema de probabilidad, enmarcado dentro de un contexto de industria.

CONTROL DE CALIDAD -OBTENCIÓN DE REGULADORES							
E	E ^c	A	A ^c	E∩A	E ^c ∩A	E∩A ^c	E ^c ∩A ^c
Regulador comprado a la fábrica Voltage	Regulador comprado a Electric Company	Regulador que salió en buen estado.	Regulador defectuoso	Se compró a la fábrica Voltage y salió en buen estado.	Se compró a Electric Company y salió en buen estado.	Se compró a la fábrica Voltage y salió defectuoso	Se compró a Electric Company y salió defectuoso

Tabla 8. Conjunto de referencia control de calidad

3.2.3 Contexto de diagnóstico: Los problemas de probabilidad condicional que se enmarcan en un contexto de diagnóstico hacen referencia a los hechos fenomenológicos que tienen por objeto diagnosticar una determinada enfermedad mediante una prueba médica o el éxito de alguna medicina para la cura de alguna enfermedad, así como los resultados de un examen médico, tal y como es el caso de una radiografía, ecografía, etc. Para el desarrollo del trabajo se utilizaron problemas relacionados con el pronóstico de las ecografías y los nacimientos reales; también se presentaron problemas acerca del diagnóstico de enfermedades en relación con el

padecimiento real. En las tablas 9 y 10 se presentan los conjuntos de referencia que los estudiantes deberán tener en cuenta en la resolución de un problema de probabilidad enmarcado dentro de un contexto de diagnóstico.

TEST DIAGNÓSTICO							
Antes del test				Después del test			
E	E ^c	A	A ^c	E∩A	E ^c ∩A	E∩A ^c	E ^c ∩A ^c
Padecer de infección intestinal	No padecer de infección intestinal	Diagnóstico positivo en relación a la infección intestinal	Diagnóstico negativo en relación a la infección intestinal	Padecer (estar enfermo) de infección intestinal y Dar positivo en el test de diagnóstico.	No padecer de infección intestinal y dar positivo en el test de diagnóstico.	Padecer de infección intestinal y ser diagnosticado negativamente.	No padecer de infección intestinal y ser diagnosticado negativamente.

Tabla 9. Basado en la tabla de Huerta y Carles (2007)

NACIMIENTOS REALES							
ANTES DEL NACIMIENTO		DESPUÉS DEL NACIMIENTO					
E	E ^c	A	A ^c	A∩E	A ^c ∩E	A∩E ^c	A ^c ∩E ^c
La ecografía indicaba mujer	La ecografía indicaba hombre	Nacimiento reales mujeres	Nacimiento reales hombres	Nació una mujer y la ecografía indicaba que era mujer.	Nació un hombre pero la ecografía indicaba que sería mujer.	Nació una mujer y la ecografía indicaba que sería un hombre	Nació un hombre y la ecografía indicaba que sería un hombre.

Tabla 10. Conjunto de referencia test diagnóstico

3.3. POSICIÓN FRENTE A LA ESTRUCTURA DE UN PROBLEMA DE PROBABILIDAD CONDICIONAL

Las tareas planteadas en el experimento de enseñanza corresponden a 12 problemas de probabilidad condicional de enunciado verbal con formato de frecuencias naturales; clasificados en nivel 1, tipo 1, categorías 2 y 3 y subtipos 0,1 y 2; la clasificación en niveles, es planteada por Yañez (2007) y luego Lonjedo (2009), quien en su tesis doctoral amplía dicha clasificación a tipos y categorías relacionando datos del enunciado y pregunta; de acuerdo a esta clasificación basamos nuestro estudio y planteamos las tareas, destacando también el número de datos que aporta el problema para llegar a encontrar una solución directa a la pregunta. Este último aspecto lo denominamos subtipos.

3.3.1. Problemas subtipo 0

Los enunciados de los problemas de este subtipo, presentan tres datos que corresponden a dos marginales y una intersección, la pregunta da cuenta de una probabilidad condicional. Este subtipo de problemas presenta información donde no se encuentran datos que proporcionen elementos de manera directa para encontrar la respuesta a la pregunta; se hace necesario realizar algunos procedimientos que lleven a plantear la probabilidad condicional de manera acertada. A continuación aparecen los problemas planteados, con los datos organizados en tablas de doble entrada:

1. En un hotel se realiza una encuesta a 500 de los huéspedes en relación a sus prácticas deportivas de tenis y golf. La encuesta encontró que 390 huéspedes no juegan tenis; 30 no juegan ni tenis ni golf y 410 juegan golf. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un huésped este no juegue golf, dado que juega tenis?

DEPORTES	TENIS	NO TENIS	TOTAL
GOLF			410
NO GOLF	¿?????	30	
TOTAL		390	500

Pregunta Intersección

Marginales

Al observar las anteriores tablas de doble entrada, donde se ubican los datos de los problemas, encontramos que en estas se señala en color amarillo una franja, la cual corresponde a los datos que son necesarios para plantear la probabilidad condicional y llegar a la solución del problema; en esta franja donde se relacionan tres datos se encuentra la particularidad que no existen valores allí; esta particularidad de los problemas, hace que los enmarquemos en un subtipo denominado cero (cero datos para hallar la probabilidad de manera directa). El estudiante deberá realizar una serie de operaciones matemáticas para establecer sus complementos y llegar a la solución.

3.3.2. Problemas subtipo 1

El subtipo 1 de problemas, al igual que el subtipo 0, corresponde a enunciados que presentan tres datos, dos de los cuales son marginales y una intersección, la pregunta da cuenta de una probabilidad condicional. Este subtipo de problemas presenta información donde se encuentra sólo un dato que proporciona elementos para encontrar la respuesta a la pregunta de manera directa; se hace necesario realizar algunos procedimientos que lleven a plantear la probabilidad condicional de manera acertada. A continuación aparecen los problemas planteados, con los datos organizados en tablas de doble entrada:

1. En un hotel se realiza una encuesta a 500 de los huéspedes en relación a sus prácticas deportivas de tenis y golf. La encuesta encontró que 50 huéspedes juegan tenis y golf; 90 no juegan golf y 390 no juegan tenis. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un huésped este no juegue tenis dado que juega golf?

	<i>Intersección</i>		<i>Pregunta</i>
	TENIS	NO TENIS	TOTAL
GOLF	50	¿???????	
NO GOLF			90
TOTAL		390	500

Marginales

Tabla 14. Problema social subtipo 1

2. En una fábrica de televisores se producen 700 unidades, de las cuales 6 son fabricadas por la máquina uno y salen defectuosas. 395 televisores son fabricados por la máquina dos y 689 televisores no salen defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un televisor este lo haya producido la máquina 2 dado que no es defectuoso?

Pregunta

TELEVISORES	DEFECTUOSO	NO DEFECTUOSO	TOTAL
MÁQUINA 1	6		
MÁQUINA 2		¿?????	395
TOTAL		689	700

Intersección **Marginales**

Tabla 15. Problema industria subtipo 1

3. En un centro médico, de 120 nacimientos 62 fueron varones y el resto hembras. Si de las ecografías previstas 70 indicaban que sería un varón y 43 nacimientos de niñas fueron previstas por la ecografía. Encuentra la probabilidad de que naciera un varón dado que la ecografía indicaba que era mujer.

	ECOGRAFIA NIÑO	ECOGRAFIA NIÑA	TOTAL
NACIMIENTO NIÑO		¿?????	62
NACIMIENTO NIÑA		43	
TOTAL	70		120

Pregunta **Marginales** **Intersección**

Tabla 16. Problema diagnóstico subtipo 1

Al igual que en los problemas del subtipo 0, en las tablas de doble entrada se destaca en color amarillo la zona que corresponde a los datos de mayor interés para plantear la probabilidad pedida y así mismo dar la solución al problema. Se observa

en la franja amarilla que de los tres datos posibles se encuentra uno; este hecho es lo que clasifica a los problemas en el subtipo 1.

3.3.3. Problemas subtipo 2

El subtipo 2 de problemas, presenta en el enunciado dos datos correspondientes a marginales y una intersección, la pregunta da cuenta de una probabilidad condicional. Este subtipo de problemas presenta información donde se encuentran dos datos que proporciona elementos para encontrar la respuesta a la pregunta; por lo tanto, llegar a la solución del problema, requiere el desarrollo de menor número de procedimientos. A continuación aparecen los problemas planteados, con los datos organizados en tablas de doble entrada:

1. Una compañía aseguradora de vehículos presenta su reporte anual en relación a la situación de 2000 autos asegurados, así: 400 vehículos de color azul fueron asegurados, 280 vehículos se accidentaron, 150 vehículos de color distinto al azul se accidentaron. Si al seleccionar un vehículo al azar, se sabe que este se accidentó, ¿cuál es la probabilidad de que sea azul?

VEHÍCULOS	Intersección		TOTAL
	ACCIDENTADOS	NO ACCIDENTADOS	
AZULES	¿???????		400
NO AZULES	150		
TOTAL	280		2000

Pregunta

Marginales

Tabla 17. Problema social subtipo 2

2. En una fábrica de televisores se producen 700 unidades, de las cuales 11 salen defectuosos, 305 televisores son fabricados por la máquina uno y 5 televisores defectuosos los fabrica la máquina dos. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un televisor este lo haya fabricado la máquina 1, dado que es defectuoso?

Pregunta

TELEVISORES	DEFECTUOSO	NO DEFECTUOSO	TOTAL
MÁQUINA 1	¿?????		305
MÁQUINA 2	5		
TOTAL	11		700

Marginales

Intersección

Tabla 18. Problema industria subtipo 2

3. En un hospital se atendieron 250 personas, de las cuales 120 fueron diagnosticadas positivamente en relación a infección intestinal, el resto fueron diagnosticadas negativamente. De las personas diagnosticadas positivamente solo 5 no padecen la enfermedad. Además 122 personas padecen la enfermedad. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona padezca la enfermedad, dado que fue diagnosticada positivamente?

Pregunta

	DIAG. POSITIVO	DIAG. NEGATIVO	TOTAL
PADECEN	¿????		122
NO PADECEN	5		
TOTAL	120		250

Marginales

Intersección

Tabla 19. Problema diagnóstico subtipo 2

Teniendo en cuenta el mismo análisis observado en los problemas de subtipo 0 y 1; aquí también encontramos que la franja amarilla indica los datos de mayor interés para la solución del problema, en esta zona resaltada se observan dos datos que se relacionan directamente con la pregunta planteada.

A partir de la clasificación de subtipos, se encuentra que de cada categoría presenta tres problemas diferentes; si se relacionan los contextos (social, industria y diagnóstico), se encuentran, por lo tanto 9 problemas distintos de cada categoría. La

siguiente tabla da a conocer las relaciones de los problemas según subtipo y contexto:

	SOCIAL	INDUSTRIA	DIAGNÓSTICO
SUBTIPO 0	N1T1C3S0	N1T1C3S0	N1T1C3S0
SUBTIPO 1	N1T1C3S1	N1T1C3S1	N1T1C3S1
SUBTIPO 2	N1T1C3S2	N1T1C3S2	N1T1C3S2

Tabla 20. Problemas de probabilidad

En esta tabla se considera N como el nivel, T es el tipo, C la categoría según Lonjedo y S hace referencia al subtipo.

Como se evidencia en la anterior clasificación en los tres contextos (social, industria y diagnóstico), se obtiene igualmente una combinación de nueve problemas, es decir, que para el nivel uno y tipo uno, en las tres categorías y los tres contextos, se tendría una combinación de 27 posibles subtipos de problemas, razón que nos lleva a delimitar la cantidad de tareas propuestas en el presente trabajo, en el que se optó por analizar la influencia del contexto y la estructura sobre la categoría tres.

Al retomar las tablas mostradas para cada subtipo de problemas, se evidencia la diferencia entre ellos, a pesar de que se clasifiquen en el mismo nivel, tipo y categoría. Dicha clasificación, conlleva al análisis de la complejidad de los problemas, debido a que se considera de menor complejidad los del subtipo 2, seguidos del subtipo 1 y finalmente de mayor complejidad los problemas del subtipo 0, teniendo en cuenta el análisis de complejidad presentado a continuación.

3.4. COMPLEJIDAD DE LOS PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL.

Resolver problemas de probabilidad condicional no es una tarea sencilla, puesto que existe una serie de indicadores de complejidad que a su vez presentan unas implicaciones didácticas tales como: la complejidad de las frases y palabras, orden

de las situaciones y acciones que tienen lugar, nivel de exigencia en la estructura matemáticas del problema y operaciones a realizar, tamaño y tipo de formato en los datos y contexto en que se formulan. A continuación aparece una explicación de cada uno de ellos.

3.4.1 La complejidad de las frases y palabras (verbos utilizados): Según Gregorio (2005) el resolver un problema supone, además, asociar una determinada acción lingüística con una operación matemática a realizar (*comprensión matemática*). Este proceso de codificación matemática está condicionado por los verbos que se utilizan, las operaciones a realizar y el nivel de exigencia en la estructura matemática del problema (si está al alcance de la capacidad mental de los alumnos). En el caso puntual de la probabilidad condicional, el identificar el evento condicionado y el evento condicionante le genera cierta dificultad a los estudiantes puesto que, en algunos casos no asimilan el hecho de calcular la probabilidad de un suceso limitado por otro suceso que ya sucedió.

3.4.2. Orden de las situaciones y acciones que tienen lugar: Algunas investigaciones reportan que en el caso de la probabilidad condicional el orden temporal de los sucesos se convierte en un distractor para los estudiantes, lo cual les genera una dificultad a los resolutores para llegar a una respuesta acertada de la situación, tal y como lo sostiene Díaz y De la Fuente (2007), cuando afirman que: “La comprensión de la relación de condicionalidad también se dificulta si la secuencia temporal de los sucesos no coincide con el orden dado en el condicionamiento” (p. 2).

Por otro lado, Cardona y Arias (2008), señala que: “En la enseñanza de la probabilidad, uno de los temas que puede presentar mayor dificultad para ser comprendido y conceptualizado por parte de los estudiantes, es la probabilidad condicional. Esto se debe a un factor como el siguiente: El valor de la probabilidad del suceso depende de un evento que ya sucedió, de tal forma que aplicar el algoritmo utilizado para calcular una probabilidad condicional en muchas ocasiones resulta ser muy abstracto y difícil de comprender, convirtiéndose en la mayoría de los

casos en una fórmula más que se aplica sin que realmente se entiendan los conceptos que allí se están manejando”.

3.4.3. Nivel de exigencia en la estructura matemática del problema y operaciones a realizar: En el capítulo de los antecedentes se presenta una clasificación realizada por Lonjedo (2009), quien muestra todas las posibles clases de problemas ternarios de probabilidad condicional de enunciado verbal, atendiendo a los datos y la pregunta del problema. Aspecto que se convierte esencial al momento de dar solución a un problema de probabilidad condicional puesto que, el resolutor deberá establecer diferentes relaciones según el nivel, la categoría y el tipo, asunto que se pretende mostrar en este trabajo que influye en el éxito o no de la solución.

3.4.4 Tamaño y tipo de formato en los datos: Según Batanero (2005), el uso de formato de frecuencias y de diversas representaciones, como árboles, o diagramas rectangulares contribuye a la comprensión. Por ejemplo, los datos dados en términos de probabilidad han mostrado ser más complejo que un problema dado en términos de frecuencias absolutas.

3.4.5 Contexto en que se formulan los problemas: Pollatesk y cols. (1987, citados por Batanero, 2005) analizan los factores que pueden influir en la comprensión de los problemas de probabilidad condicional. Los autores encontraron que uno de los factores que influye es la forma en que están expresados los enunciados, y que el contexto esté basado o no en el conocimiento de los alumnos sobre el mundo real. Según Carles y Huertas (2009), la estructura matemática, el contexto en que se formulan, el formato de los datos que es propio del contexto y, por tanto, en el que se expresan sucesos y probabilidades de dichos sucesos, son factores influyentes en la solución de problema de probabilidad condicional, situación que permite evidenciar la complejidad que tienen los problemas de probabilidad condicional.

3.4. POSICIÓN FRENTE A LA COMPLEJIDAD

Aunque se presentan cinco aspectos relacionados con la complejidad de un problema de probabilidad condicional; en nuestro trabajo se tendrán en cuenta dos de ellos, a saber: contexto en que se formulan los problemas y nivel de exigencia en la estructura matemática del problema y operaciones a realizar. Solamente se tienen estas dos variables, debido a que las demás han sido controladas, ya que los enunciados de los problemas utilizan frases similares, en formatos de presentación con las mismas características y sin hacer uso de gráficos, tablas u otros elementos distintos al enunciado como tal. Los grados de complejidad que se proponen en este trabajo están en relación con la estructura matemática del problema y la cantidad de operaciones que como mínimo el estudiante debería realizar para dar solución a lo planteado; el número de operaciones que se debería hacer a su vez están relacionadas con la pregunta y los datos dados que relacionan dicha pregunta. Es pertinente aclarar que para dar solución a un problema de probabilidad condicional se debe tener como mínimo tres datos, estos no necesariamente están relacionados con los eventos condicionantes en el problema. Teniendo como base estas consideraciones se han identificado tres niveles que hacen referencia a:

3.4.1. Grado de complejidad 0: En este nivel, se ubican los problemas de subtipo 2, en el que la pregunta directamente relaciona dos de los datos dados que corresponde al dato de una intersección y un marginal del evento condicionante. Para la solución del problema el estudiante puede realizar una sola operación aritmética para llegar a la solución del problema.

3.4.2. Grado de complejidad 1: En este nivel, se ubican los problemas de subtipo 1, en el que la pregunta directamente relaciona uno de los datos dados, que corresponde o bien a un dato de la marginal o bien a un dato de la intersección del evento condicionado. Para la solución del problema el estudiante deberá realizar como mínimo dos operaciones aritméticas.

3.4.3. Grado de complejidad 2: En este nivel, se ubican los problemas de subtipo 0, en el que la pregunta directamente no relaciona ninguno de los datos dados, es decir, que la marginal o el dato de la intersección no relacionan el evento

condicionado. Para la solución del problema el estudiante deberá realizar como mínimo tres operaciones aritméticas.

4. MARCO METODOLÓGICO

En el presente capítulo, se hace referencia a la metodología utilizada en el desarrollo de la investigación y en el método para la recolección de los datos que proporcionaron información para dar cuenta de la pregunta y los objetivos de investigación. Se considera como metodología de investigación el experimento de enseñanza y luego se presenta la propuesta de intervención que está dividida en 3 talleres más la prueba diagnóstico, donde se presentan las tareas propuestas, su intención, el proceso hipotético de aprendizaje, socialización y el enlace de cada taller aplicado con el siguiente.

4.1. CONSIDERACIONES SOBRE LOS EXPERIMENTOS DE ENSEÑANZA

Esta investigación se inscribe en el paradigma de tipo interpretativo, ya que el propósito que se pretende con el desarrollo de éste trabajo no se encuentra dirigido a establecer una teoría general ni hacer un análisis objetivo con parámetros preestablecidos, sino buscar respuestas al problema teniendo en cuenta la actuación y comportamiento de los sujetos a medida que se desarrolla la secuencia de tareas. El paradigma interpretativo trabaja un enfoque cualitativo; este enfoque es adecuado para el objetivo que se persigue alcanzar con este trabajo, puesto que éste no tiene unos procesos estandarizados, rígidos y que deben seguirse tal cual, sino que al contrario da la oportunidad de ir trazando la ruta investigativa.

Dentro del paradigma interpretativo se encuentra el experimento de enseñanza, metodología utilizada en la investigación en Educación Matemática y Educación de las Ciencias, por lo que ha sido elegida como pertinente para el trabajo que se ha llevado a cabo. El experimento de enseñanza utilizado en este trabajo, es una postura alternativa presentada por Coob (1995, citado en Coob,) a la cual él llama perspectiva emergente, dicha perspectiva plantea que el aprendizaje se caracteriza por ser un proceso de construcción individual activo, así como por ser un proceso social y de enculturación. Por lo tanto, al realizar la actividad matemática en el aula,

se hace necesario relacionar los procesos individuales de los estudiantes, con el mundo social en que ellos participan. Coob (2000).

En los experimentos de enseñanza los participantes son normalmente un investigador docente, uno o más estudiantes y uno o más investigadores-observadores (Steffe y Thompson, 2000, citado en Molina, Castro, Molina, J.L., y Castro, E. (2011)). Con respecto al tiempo este puede tener una duración variada, algunos pueden desarrollarse en una semana y otros pueden durar hasta un año. Según (Cobb et al., 2003; Shavelson, Phillips, Towne y Feuer, citado por Molina, Castro, Molina, J.L., y Castro, E. (2011).), los experimentos de diseño son complejos, multivariados, multiniveles, intervencionistas, iterativos, orientados por la teoría y hacia la práctica y generadores de modelos teóricos locales. En la figura 2, se presenta la estructura general de una investigación de diseño. En donde se resalta la importancia de tener una situación de enseñanza y aprendizaje real, propia de las problemáticas del sistema educativo, unos principios teóricos que contribuyan a abordar dicha situación de tal manera que posibilite el diseño instruccional y establecer unas posibles conjeturas de investigación.

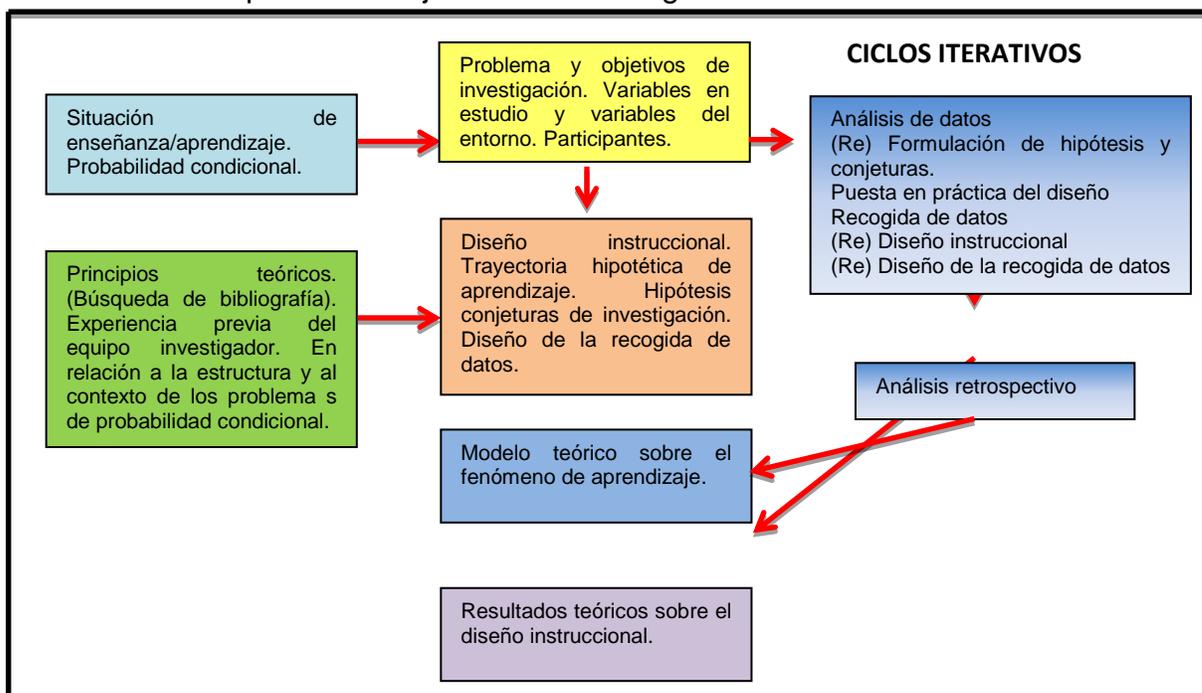


Figura 2. Estructura general de una investigación de diseño Molina, Castro, Molina, J.L., y Castro, E. (2011).

El experimento consiste en el desarrollo de tareas o actividades instruccionales por los estudiantes, que después de desarrolladas son discutidas y analizadas por el equipo investigador, quien previamente ha trazado una ruta hipotética de aprendizaje con ciertas hipótesis que a medida que se llevan a cabo en el experimento son corroboradas o replanteadas. Coob (2000).

Después de plantear la ruta hipotética y trabajar en las actividades instruccionales que se plantean a los estudiantes, el equipo investigador, lleva a cabo el experimento y a medida que este se desarrolla, van surgiendo conjeturas las cuales ayudan a orientar el análisis retrospectivo. La información puede ser recolectada a través de grabaciones de las sesiones de clase, grabación de entrevistas realizadas a los estudiantes, copias de notas de los estudiantes, notas de los profesores, entre otros. Coob (2000). Para el caso de nuestro experimento, la recolección de la información se llevó a cabo mediante grabación de las sesiones de clase, grabación de entrevistas hechas a los estudiantes y soluciones escritas de los talleres planteados a los estudiantes. Se pretende entonces presentar una secuencia de tareas de probabilidad condicional a un grupo de estudiantes de grado once de un colegio de Bogotá y a partir de la información recolectada y la retroalimentación del proceso de investigación, consolidar la propuesta planteada en el objetivo general.

El propósito de los investigadores de experimentar de primera mano el aprendizaje y razonamiento de los estudiantes convierte al experimento en una metodología para la intervención en el aula pertinente, puesto que permitirá identificar los razonamientos, la influencia de los contextos, estructuras de los problemas planteados y la evolución del proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional. Según Penalba, Roig y del Rio (2009), un experimento de enseñanza contempla un “ciclo de investigación” en tres fases:

Fase 1: Diseño y planificación de la instrucción. En esta fase, se definen los objetivos de aprendizaje, el diseño de tareas de probabilidad condicional y el planteamiento de la trayectoria hipotética de aprendizaje de la probabilidad, así como, el diseño de

algunas categorías de análisis. En el caso particular, en esta fase se llevó a cabo una revisión teórica en relación a la clasificación de los problemas de probabilidad condicional y luego se consolidaron tres talleres, cada uno de los cuáles presentaban tres tareas o problemas de probabilidad condicional pertenecientes a una categoría. Después de aplicado el segundo taller, nuevamente se hizo necesario volver a esta fase, ya que se tuvo la necesidad de redireccionar la ruta hipotética de aprendizaje y por ende modificar algunas tareas.

Fase 2: Experimentación en el aula con las tareas diseñadas. En esta fase, se aplican las secuencias de tareas a los estudiantes, se orienta y observa el trabajo en el aula. La secuencia de tareas es la fuente para la recolección de la información, así como, la grabación de algunas de las clases. Para el caso de este experimento, en primer lugar se aplica una prueba diagnóstica, luego se lleva a cabo la aplicación del primer taller y se realiza el análisis retrospectivo (fase 3). Se propone a los estudiantes el segundo taller y después de esta intervención, se hace necesario esperar un tiempo para poder llevar a cabo la aplicación del último taller, debido a las complicaciones que se presentan y a la necesidad de regresar a la fase uno, donde se construye nuevamente las últimas tareas que se llevarán al aula.

Fase 3: Análisis retrospectivo. En esta fase, se realizan los respectivos análisis de la experiencia en el aula a partir de referentes teóricos que fundamentan la trayectoria hipotética de aprendizaje de la probabilidad condicional, planteada en la fase uno. En esta fase se comprobó si los materiales, los dispositivos o el tipo de diseño permitieron generar la actividad esperada en los estudiantes, y si la actividad cognitiva y social desarrollada por ellos correspondió o no con lo que se había previsto en la primera fase.

4.2. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

A continuación se describe el contexto institucional y la población que sirvió como objeto de estudio para la recolección de los datos; posteriormente, se presenta una descripción de la prueba diagnóstica, que proporcionó elementos para la planeación de la ruta hipotética de aprendizaje; que fueron complementados con algunos aspectos teóricos considerados por Lonjedo (2007), sobre la estructura de los

problemas de probabilidad condicional y algunos aspectos metodológicos Cobb (2000), en relación a los experimentos de enseñanza. Así mismo se describen las tareas posteriores aplicadas en el experimento de enseñanza y la estructura desarrollada.

4.2.1. Contexto institucional y población

Los datos que se presentan en este trabajo fueron recogidos en el Colegio Adventista del Norte ubicado en la localidad 10^a de Engativá de Bogotá, D.C., en el grado once conformado por 36 estudiantes con edades comprendidas entre los 15 y 18 años de edad. La intervención se llevó a cabo al finalizar el año escolar del 2011 y el inicio del año escolar del 2012. Institucionalmente el Colegio imparte la asignatura de matemáticas y estadística por separado. Los indicadores de logro para la asignatura de estadística en grado décimo y once al final del plan de estudio, están dirigidos al estudio de la combinatoria y la probabilidad que contribuyen al desarrollo del pensamiento aleatorio, propuesto en los lineamientos y estándares curriculares para el área de matemáticas.

4.2.2. Prueba diagnóstico

En un primer acercamiento con la población, se diseñó y aplicó una prueba diagnóstico, cuyo objetivo principal se basaba en la confrontación de las concepciones iniciales que tenían los estudiantes sobre experimento aleatorio, espacio muestral, evento y cálculo de probabilidades, así como definir el rumbo de una posible ruta hipotética de aprendizaje que estuviera en correspondencia a las necesidades conceptuales y afectivas (actitud de los estudiantes frente a la asignatura). En la prueba que se aplicó a los estudiantes se les propuso las siguientes tareas que se describen a continuación las cuales se desarrollaron de forma individual (inicialmente), luego discutieron las respuestas con otros compañeros en grupos de cuatro personas, para finalmente realizar la socialización general dirigida por el docente.

4.2.2.1. Intención de las tareas

T1: Explorando conceptos de probabilidad: *La Copa Mundial de la FIFA Sudáfrica 2010 (FIFA World Cup South África 2010, en inglés) fue la XIX edición de la Copa Mundial de Fútbol. La competición se celebró en Sudáfrica, entre el 11 de junio y el 11 de julio de 2010. Participaron en este torneo 32 países de los 204 inscritos inicialmente. (Wikipedia). Los equipos que participaron en el mundial, aparecen en la tabla de la izquierda.*

1. A partir de la información presentada responde:

- a. ¿Cuántos y cuáles equipos participaron de África?
- b. De la manera que crean más conveniente representen cada uno de los continentes con sus respectivos equipos asistentes al mundial y mencionen el continente con mayor número de equipos participantes.

En este primer ítem de la tarea se esperaba que los estudiantes hicieran explícitos los elementos del espacio muestral, mencionando cada uno de ellos, realizando conteo y representaciones, así mismo se esperaba que realizaran una partición de dicho espacio.

T2: Calculando probabilidades simples: *Si escribieras en papelitos cada uno de los nombres de los equipos participantes en el mundial y los metieras en una bolsa y luego sacaras un papelito.*

- a. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un equipo Africano? Justifica tu respuesta.
- b. ¿Cuál continente es más probable que salga un equipo? ¿Por qué? ¿Qué procesos realizaste para llegar a esta conclusión, descríbelos?
- c. Calcula la probabilidad de **NO** sacar un equipo del continente Europeo. Explica el proceso que utilizaste para encontrar la solución
- d. Un estudiante, realiza la siguiente clasificación, en dos conjuntos, de algunos equipos que participaron en el mundial:

$A = \{\text{México, Estados Unidos, Honduras}\}$

$B = \{\text{Argentina, Chile, Paraguay, Honduras, Brasil, Uruguay}\}$

- e. Él considera que el conjunto A unido con el conjunto B, constituyen todos los equipos Americanos ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? ¿Por qué?

- f. ¿Calcula la probabilidad de elegir un equipo del continente Americano, teniendo en cuenta el experimento de meter en una bolsa los nombres de los equipos participantes en el mundial y elegir uno de los papелitos?
- g. Calcula la probabilidad de elegir Honduras si en una bolsa se ingresan los nombres de los equipos Americanos.

El segundo ítem se diseñó con la intención de que los estudiantes estimaran el valor numérico de las probabilidades pedidas, lo que mostraba el conocimiento en relación al cálculo de una probabilidad simple.

4.2.2.2. Resultados

Al observar las diferentes respuestas dadas por los estudiantes, se encontró que ellos tienen nociones acerca de espacio muestral, evento, probabilidad simple y que hacen uso de diversas maneras para representar objetos. Estos elementos nos proporcionan la base para llevar un estudio acerca de la probabilidad condicional, ya que creemos necesarios algunos conocimientos para llevar a cabo la investigación.

La noción de espacio muestral y evento se evidencia en las respuestas aportadas por los estudiantes, donde encontramos que ellos identifican el conjunto de todos los países que participaron en el mundial como el espacio muestral y los eventos como los continentes; realizan un listado de los equipos de cada continente participante.

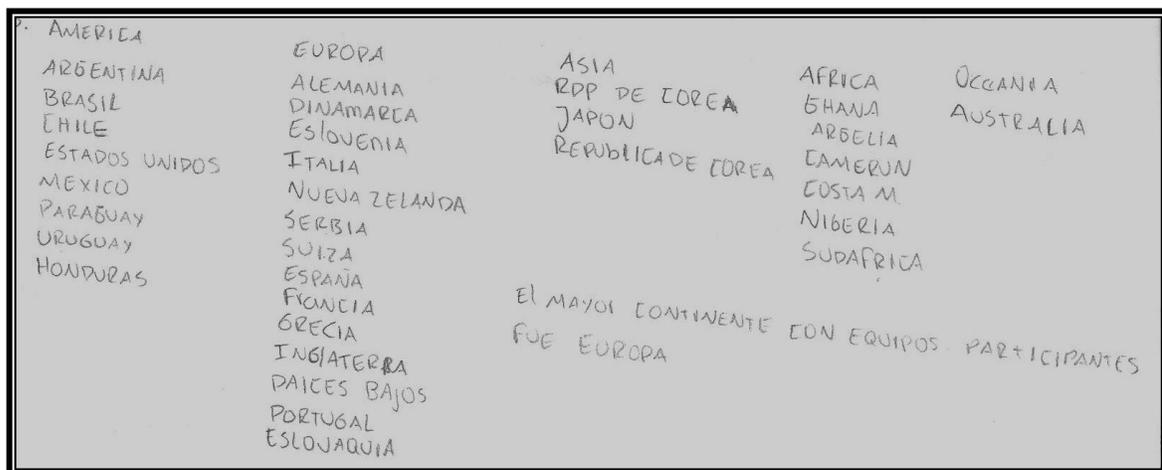


Figura 3. Primeros resultados prueba diagnóstico

En relación al cálculo de probabilidad, se evidencia en las soluciones procedimientos que llevan a calcular de manera correcta la probabilidad pedida. Los estudiantes encontraron probabilidades del complemento y expresaron de distinta forma los resultados, el más generalizado fue la presentación en porcentajes.

4.2.2.3. Consideraciones de la prueba diagnóstico

La aplicación y análisis de la prueba Diagnóstico, permitió un primer acercamiento con la población, así como evidenciar conocimientos de los estudiantes, los cuáles se requieren para el estudio de la probabilidad condicional y para el diseño y desarrollo de la ruta hipotética de aprendizaje del experimento de enseñanza en general. Con base a los resultados encontrados en la prueba diagnóstico, se decidió que el primer conjunto de tareas estaría constituido por tres problemas de probabilidad condicional *Nivel 1*, tipo 1, categoría 3; en tres contextos diferentes, social, de industria y diagnóstico; dichos problemas, según la clasificación de Lonjedo (2009), se caracterizan por presentar en el enunciado tres datos, dos de los cuales corresponden a probabilidades marginales y el tercero a una probabilidad de la intersección, además la pregunta considera la probabilidad condicional.

En la presentación del enunciado de los problemas se presentan los datos haciendo uso de cantidades absolutas, no porcentajes, ni fracciones o probabilidades, ya que la prueba diagnóstico y el conocimiento que el docente posee acerca de los estudiantes, determinó que este lenguaje es el más utilizado y de mejor dominio.

Además de considerar aspectos relacionados con la primera tarea. Se toma la decisión inicialmente, de aplicar a los estudiantes tres tareas en sesiones de 100 minutos, de acuerdo al horario escolar de la Institución. Para cada tarea se propuso un objetivo, Intención de los tres problemas propuestos, así como la gestión de la clase y las ideas para la socialización. La elección de la cantidad de sesiones obedeció a que se consideraron adecuadas para recoger información de algunos de los problemas que conforman el esquema combinatorio de selección.

4.2.3. TALLER 1 “EXPLORANDO LOS CONTEXTOS”

4.2.3.1. Objetivo de aprendizaje

Se pretende que los estudiantes evidencien que el conocimiento de sucesos relacionados con una situación puede modificar la asignación de probabilidades de otros sucesos asociados a la misma. En este sentido, se persigue que el estudiante identifique y diferencie entre un evento condicionado y un evento condicionante, y vea que el orden en que se formule una probabilidad condicional puede afectar su resultado. Así mismo, que los estudiantes identifiquen en el enunciado del problema los datos correspondientes a las probabilidades marginales y la intersección, para llegar a la solución.

4.2.3.2. Proceso Hipotético de aprendizaje: A los estudiantes se les plantea un taller con tres problemas de nivel 1 tipo 1 categoría 3 (según clasificación de Lonjedo), enmarcadas en un contexto social, de industria y diagnóstico. Los tres problemas presentan los datos utilizando formato de frecuencia natural, los cuáles hacen referencia a dos probabilidades marginales, una intersección y enfocando la pregunta hacia la probabilidad condicional; la variación se encuentra en el contexto del enunciado y el tipo de problema.

Se espera que los estudiantes empleen diferentes estrategias para la solución de los problemas y que el contexto incida en dicha solución, determinando distintas actuaciones en los estudiantes. En especial, consideramos que el contexto social será más familiar para los estudiantes y el contexto diagnóstico causará mayor dificultad en la resolución del problema.

4.2.3.3. Intención de las Tareas

T1: Problema Contexto social: *Una compañía aseguradora de vehículos presenta su reporte anual en relación a la situación de 2000 autos asegurados, así:*

- a) 400 vehículos de color azul fueron asegurados*
- b) 280 vehículos se accidentaron*
- c) 150 vehículos de color distinto al azul se accidentaron*

Si al seleccionar un vehículo al azar, se sabe que este se accidentó, ¿cuál es la probabilidad de que sea azul? Explica tu respuesta.

Este problema hace referencia a estadísticas relacionadas con una aseguradora de autos, en donde se reportan autos accidentados según el color. La intención de la tarea es llevar al estudiante al reconocimiento del evento condicionado y el evento condicionante y luego al cálculo de la probabilidad pedida, para ello, el enunciado del problema proporciona los datos de tal manera que el estudiante no tiene la necesidad de encontrar más información para llegar a la solución.

T2: Problema Contexto de Industria: *Una planta recibe 250 reguladores de voltaje de dos diferentes distribuidores, 120 de los reguladores se compran a la empresa Voltage y el resto a la empresa Electric Company. Si de los reguladores comprados 12 se encuentran defectuosos y se sabe que 115 motores de los comprados a Voltage se encuentran en buenas condiciones.*

¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar al azar un regulador éste sea defectuoso dado que se ha comprado a Electric Company?.

Este problema hace referencia a la adquisición de reguladores por parte de dos distribuidoras, en donde se destacan los eventos defectuoso, no defectuoso y las dos empresas que proporcionan los reguladores. La intención de la tarea es llevar al estudiante al reconocimiento del evento condicionado y el evento condicionante, la búsqueda de los datos desconocidos y luego al cálculo de la probabilidad pedida; a diferencia del problema de contexto social, en el enunciado de este problema, se hace necesario, a partir de la información proporcionada, encontrar dos datos que son de gran importancia para llegar a la probabilidad pedida, lo cual lleva a los estudiantes a considerar distintas estrategias para lograr el objetivo.

T3: Problema Contexto diagnóstico: *En un centro médico, de 120 nacimientos 62 fueron varones y 58 hembras. Si de las ecografías previstas 70 indicaban que sería un varón y 43 nacimientos de niñas fueron previstas por la ecografía. Encuentra la probabilidad de que naciera un varón dado que la ecografía indicaba que era mujer.*

Este problema se encuentra enmarcado en el contexto de diagnóstico, en el cual se destaca la predicción del sexo del bebé antes de nacer mediante la ecografía y la

comprobación del evento, después de llevarse a cabo los nacimientos. La intención de esta tarea al igual que las dos anteriores es que los estudiantes identifiquen el evento condicionado, el condicionante, las probabilidades marginales y de la intersección y encuentren la solución al problema, para ello el enunciado proporciona información que ayuda a que el estudiante encuentre un dato más que necesita para llegar a la solución.

4.2.3.4. Gestión de clase

En un primer momento se realiza un trabajo en grupo, los estudiantes leen los problemas y discuten la manera de solucionarlos, aportan ideas y plantean la solución que consideran pertinente, mientras ellos resuelven los problemas el docente escucha lo que los estudiantes llevan a cabo en el grupo. Después de solucionar los problemas, el docente realiza la socialización y escucha los diferentes planteamientos o soluciones propuestas, escribe en el tablero los procedimientos y estrategias utilizadas por ellos, pasa algunos grupos que tienen diferencia de ideas, y discuten en relación a lo planteado. Finalmente el docente concluye la solución de los problemas.

4.2.3.5. Ideas para la socialización

En la socialización de este grupo de tareas se retoman las respuestas que los estudiantes plantearon en cada grupo. En cada problema es importante escuchar la respuesta planteada y los argumentos que justifican dicha solución ya que es necesario que los estudiantes identifiquen la estructura general de los problemas, así como la diferencia entre ellos. Se pueden plantear preguntas como: ¿creen que todos los problemas tienen el mismo grado de dificultad? ¿Por qué?. Encontraron algún problema que consideran más difícil de resolver? ¿Cuál? ¿Qué lo hace difícil?. Se escuchan los argumentos de los estudiantes y el trabajo realizado. Se enfatiza en la manera de resolver cada problema y los argumentos que plantean los estudiantes.

4.2.3.6. Consideraciones del taller 1

Después de la aplicación del primer taller se encontró que las hipótesis planteadas, se corroboraban en un primer momento con la puesta en escena de las primeras tareas, se encuentra que la incidencia del contexto en la resolución de problemas de probabilidad condicional era muy significativa y se creía que los problemas planteados eran muy similares y su variación se encontraba únicamente en el contexto. Teniendo en cuenta lo anterior, se procede a aplicar la segunda tarea, en donde se presentan problemas de una categoría diferente a los del taller uno, teniendo en cuenta los tres contextos.

4.2.4. TALLER 2 “PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL CATEGORIA DOS”

4.2.4.1. Objetivo de aprendizaje

Se pretende que los estudiantes identifiquen en el enunciado del problema los datos correspondientes a la probabilidad marginal y las probabilidades de la intersección, así mismo que tengan en cuenta el evento condicionado y el condicionante para encontrar la solución.

4.2.4.2. Proceso Hipotético de aprendizaje: el segundo taller presenta tres problemas de nivel 1 tipo 1 categoría 2 (según clasificación de Lonjedo), enmarcados en un contexto social, industria y diagnóstico. Al igual que el taller 1, los tres problemas presentan los datos utilizando cantidades en frecuencia naturales, donde se hace referencia a dos probabilidades de la intersección y una probabilidad marginal; la variación se encuentra en el contexto del enunciado.

Se espera que los estudiantes empleen diferentes “estrategias” para la solución de los problemas y que el contexto incida en dicha solución, determinando distintas actuaciones en los estudiantes. En especial, consideramos que el contexto social será más familiar para los estudiantes y el contexto diagnóstico causará mayor dificultad en la resolución del problema.

4.2.4.3. Intención de las Tareas

T1: Problema Contexto social: Para organizar un campeonato deportivo, se ha realizado una encuesta sobre las aptitudes deportivas respecto al fútbol y al baloncesto a 350 personas. Los datos han arrojado que 300 personas juegan baloncesto, 275 de los inscritos juegan fútbol y baloncesto, 35 personas no juegan ni fútbol ni baloncesto. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un estudiante, éste juegue baloncesto, dado que no juega fútbol? Explica tu respuesta.

Este problema del contexto social, hace referencia a una encuesta acerca de las aptitudes deportivas de un grupo de personas en relación a sus prácticas de baloncesto y fútbol. La intención de la tarea es llevar al estudiante al reconocimiento del evento condicionado y el evento condicionante, las probabilidades de la intersección y luego al cálculo de la probabilidad pedida, para esto, el enunciado del problema proporciona la información de tal manera que el estudiante tiene la necesidad de encontrar dos datos más, para llegar a la solución.

T2: Problema Contexto Diagnóstico: En un laboratorio clínico se realizó un estudio a 1750 personas, de las cuales 780 padecen cierta enfermedad. El estudio, que pretende analizar la efectividad de una nueva prueba de diagnóstico de dicha enfermedad, arrojó que 560 de las personas que portan la enfermedad fueron diagnosticadas positivamente y que 480 de las personas que no portan la enfermedad fueron diagnosticadas negativamente. Si se selecciona una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la persona elegida sea diagnosticada negativamente dado que padece la enfermedad? Explica tu respuesta.

Este problema, se encuentra enmarcado en el contexto de diagnóstico, presentando información proporcionada por un laboratorio acerca del pronóstico de enfermedad y el padecimiento de la misma en un grupo de personas. La intención de la tarea es que el estudiante reconozca los eventos y las probabilidades presentes en el enunciado y encuentre la solución. Para llegar a la solución, es necesario encontrar un dato más a partir de la información presentada en el problema.

T3: Problema Contexto de industria: En un proceso industrial de producción en serie de llantas de autos, se producen llantas para camionetas y llantas de automóviles de carreras. De las 5800 unidades que se fabrican diariamente de ambos tipos. Se sabe que 3000 llantas corresponden a autos de carreras, 7 llantas de camionetas salen defectuosos y 2985 llantas de autos de carreras no salen

defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir una llanta, ésta no sea defectuosa, dado que es de una camioneta? Explica tu respuesta.

Este problema del contexto industria, hace referencia a la fabricación de llantas para autos y camionetas, donde algunas de ellas pueden considerarse defectuosas y otras en buen estado. La intención de la tarea al igual que los problemas anteriores, es llevar al estudiante al reconocimiento del evento condicionado y el evento condicionante, así como al reconocimiento de los datos que corresponden a las probabilidades de la intersección y la marginal, para encontrar la solución, para ello es necesario encontrar dos datos más no proporcionados en el enunciado y generar algunos procedimientos y estrategias para llegar a la solución.

4.2.4.3. Gestión de clase

A diferencia de la gestión realizada en la aplicación del taller uno, donde los estudiantes formaban grupos de 4 personas o más; en este caso los estudiantes se organizan por parejas y a cada pareja se le proporciona un taller con las tres tareas. Cada pareja discute acerca de la manera como pueden resolver los problemas y desarrollan la actividad en la hoja; mientras los estudiantes resuelven los problemas el docente aclara dudas, escucha posibles maneras de abordar las tareas y observa el actuar de los estudiantes. Después de que las parejas han solucionado los problemas en la hoja, el docente lleva a cabo la socialización, invita al tablero a varios estudiantes, iniciando con aquellos que tuvieron mayor dificultad en la solución de las tareas, ellos escriben en el tablero los procedimientos y estrategias utilizadas e interactúa con los demás integrantes del curso, con el fin de aclarar dudas y recibir aportes. A medida que los estudiantes participan, el docente va concluyendo la solución de los problemas.

4.2.4.4. Ideas para la socialización

En la socialización de este grupo de tareas se retoman las respuestas que los estudiantes plantearon en cada grupo, a medida que ellos presentan sus soluciones. En la presentación de la solución de cada tarea, es importante escuchar y observar

la manera en que utilizaron la información presentada en cada problema, la respuesta planteada y los argumentos que justifican dicha respuesta ya que es necesario que los estudiantes identifiquen la estructura general de los problemas y evidencien la incidencia del contexto. Se pueden plantear preguntas como: ¿Qué información proporciona el enunciado de cada problema? ¿Existe diferencia en las preguntas que se plantean en cada problema? ¿Qué diferencias existen entre las tareas planteadas? ¿Cuáles? ¿creen que todos los problemas tienen el mismo grado de dificultad? ¿Por qué?. Encontraron algún problema que consideran más difícil de resolver? ¿Cuál? ¿Qué lo hace difícil?. Se escuchan las respuestas a las preguntas y se espera a que amplíe cada respuesta a partir de diferentes argumentos de los estudiantes y el trabajo realizado.

4.2.4.5. Consideraciones del taller dos

En esta intervención, a partir de la aplicación del segundo taller, se encuentra que las hipótesis iniciales no se cumplían del todo, parecía que existían otras variables además del contexto que intervenían en la resolución de los problemas de probabilidad condicional. Los estudiantes manifestaban que los problemas eran diferentes y el problema del contexto de industria llegó a presentar menor complejidad para los estudiantes que el del contexto social, afirmación que contradecía una de las hipótesis planteadas en la ruta hipotética; este hecho lleva a que la ruta hipotética tome otro rumbo y sea necesario volver a revisar los componentes teóricos de la investigación; así como a realizar un análisis más profundo de la estructura de los problemas. Después de este proceso, se toman decisiones en cuanto a la elaboración de la tercera tarea, donde se hace necesario completar el conjunto de problemas de la categoría tres, en relación a las estructuras presentes en estos.

4.2.5. TALLER 3 “RETOMANDO PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL CATEGORIA 3”

4.2.5.1. Objetivo de aprendizaje

Que los estudiantes identifiquen las diferentes estructuras de los problemas de probabilidad condicional, así como los contextos en los cuáles se plantean y tengan la oportunidad de identificar las probabilidades marginales, de la intersección. Así como los eventos condicionados y condicionantes.

4.2.5.1. Proceso Hipotético de aprendizaje: A los estudiantes se les plantea un taller con seis problemas, aplicado en dos sesiones de clase diferentes; en cada sesión se plantean tres problemas de nivel 1 tipo 1 categoría 3 (según clasificación de Lonjedo), enmarcadas en un contexto social, de industria y diagnóstico. De la misma manera que en las sesiones anteriores, los problemas presentan los datos utilizando cantidades en frecuencias naturales, donde se hace referencia a dos probabilidades marginales, una intersección y la pregunta se enfoca hacia la probabilidad condicional; la variación se encuentra en el contexto del enunciado y también en el nivel de dificultad relacionado con la cantidad de datos que necesita el estudiante encontrar, para llegar a la solución. Este taller se complementa con el primero, ya que al unirlos encontramos toda la combinación de problemas que pueden surgir en la categoría tres, nivel uno, tipo uno, consideraciones que no se tenían en cuenta en el inicio de la implementación de las tareas, sino que surgió después de implementar el segundo taller.

Así mismo, se espera que los estudiantes empleen diferentes estrategias para la solución de los problemas y que la estructura como el contexto incida en dicha solución, determinando distintas actuaciones en los estudiantes. Se espera que cuando los estudiantes requieren encontrar más datos, el problema tenga una mayor complejidad, así como cuando se presenta el problema en el contexto de diagnóstico.

4.2.5.2. Intención de las Tareas

En general, la intención de las seis tareas es llevar al estudiante al reconocimiento del evento condicionado y el evento condicionante, así como a la distinción de las probabilidades marginales y la probabilidad de la intersección, para luego llegar al cálculo de la probabilidad pedida. Así mismo, se pretende que el estudiante considere la complejidad de los problemas de acuerdo a la estructura y el contexto sobre el cual se trabaja.

T1: Problema de contexto social: *En un hotel se realiza una encuesta a 500 de los huéspedes en relación a sus prácticas deportivas de tenis y golf. La encuesta encontró que 390 huéspedes no juegan tenis; 30 no juegan ni tenis ni golf y 410 juegan golf. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un huésped este no juegue golf, dado que juega tenis?*

Este problema del contexto social, hace referencia a una encuesta acerca de las prácticas deportivas de los huéspedes de un hotel, se destacan dos deportes, tenis y golf. El enunciado del problema proporciona la información de tal manera que el estudiante tiene la necesidad de encontrar tres datos más, para llegar a la solución. Se clasifica en el subtipo 0.

T2: Problema contexto de industria: *En una fábrica de televisores se producen 700 unidades, de las cuales 6 son fabricadas por la máquina uno y salen defectuosas. 395 televisores son fabricados por la máquina dos y 689 televisores no salen defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un televisor este lo haya producido la máquina 2 dado que no es defectuoso?*

Este problema del contexto de industria, hace referencia a la producción de televisores, por dos máquinas; donde se consideran televisores defectuosos y no defectuosos. El enunciado del problema proporciona la información de tal manera que el estudiante tiene la necesidad de encontrar dos datos más y relacionar la información de manera adecuada, para llegar a la solución. En otras palabras, el problema se clasifica en el subtipo 1, donde se presenta un dato el cual se relaciona directamente con la pregunta del enunciado.

T3: Problema contexto diagnóstico: *En un hospital se atendieron 250 personas, de las cuales 120 fueron diagnosticadas positivamente en relación a infección intestinal, el resto fueron diagnosticadas negativamente. De las personas diagnosticadas positivamente solo 5 no padecen la enfermedad. Además 122 personas padecen la enfermedad. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona padezca la enfermedad, dado que fue diagnosticada positivamente?*

Este problema del contexto diagnóstico, da a conocer la situación de un grupo de personas en relación a la infección intestinal, algunas de ellas padecen la enfermedad, otras no; pero los diagnósticos en algunas de ellas no coinciden con la realidad, por lo tanto es necesario comprender de manera adecuada el lenguaje utilizado y además encontrar un dato más para solucionar el problema.

T4: Problema contexto industria. *En una fábrica de televisores se producen 700 unidades, de las cuales 11 salen defectuosos 305 televisores son fabricadas por la máquina uno y 5 televisores defectuosos los fabrica la máquina dos. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un televisor este lo haya fabricado la máquina 1, dado que es defectuoso?*

Este problema del contexto industria, al igual que el de la tarea 2, da a conocer una situación acerca de la fabricación de televisores por dos máquinas diferentes. La intención es que el estudiante pueda encontrar un dato más relacionado con la pregunta y sea posible la solución del problema, se considera el problema del contexto de industria de menor complejidad, debido a que son menos los procesos que el estudiante lleva a cabo para encontrar la solución. Este problema se clasifica en el subtipo 2.

T5 Problemas contexto social: *En un hotel se realiza una encuesta a 500 de los huéspedes en relación a sus prácticas deportivas de tenis y golf. La encuesta encontró que 50 huéspedes juegan tenis y golf; 90 no juegan golf y 390 no juegan tenis. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un huésped este no juegue tenis dado que juega golf? 2 datos*

Este problema del contexto social, presenta la misma situación de la tarea 1, pero considera los datos de manera diferente, de tal manera, que se hace necesario encontrar 2 datos para lograr llegar a la solución. Se considera de una complejidad media de acuerdo a la estructura, ya que es del subtipo 1. La intención de la tarea es

llevar al estudiante al reconocimiento del evento condicionado y el evento condicionante, la búsqueda de los datos desconocidos y luego al cálculo de la probabilidad pedida. Así mismo a que el contexto pueda originar estrategias de solución.

T6 problema contexto diagnóstico: *En un hospital se atendieron 250 personas, de las cuales 120 fueron diagnosticadas positivamente en relación a infección intestinal, el resto fueron diagnosticadas negativamente. De las personas diagnosticadas negativamente solo 123 no padecen la enfermedad. Además 128 personas no padecen la enfermedad. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea diagnosticada positivamente, dado que padece la enfermedad?*

Este problema planteado, se encuentra enmarcado en el contexto de diagnóstico, en el cual se destaca el diagnóstico de enfermedades y el padecimiento de la misma. Para solucionarlo el estudiante debe relacionar los datos del enunciado y encontrar tres datos más relacionados con la pregunta para poder encontrar la solución. Se espera que en este contexto, los estudiantes presenten mayor dificultad para la solución del problema y así mismo recurran a distintas estrategias que los lleven a la solución. Al igual que en los anteriores problemas se espera que se identifique el evento condicionado y el condicionante.

4.2.5.3. Gestión de clase

Antes de la aplicación del taller se hace una introducción al trabajo que se llevará a cabo; se organizan los estudiantes por parejas y se les entrega la primera parte del taller, para que sea resuelto, mientras ellos trabajan el docente da respuesta a las preguntas que surjan e inspecciona el trabajo en el aula, cada pareja soluciona las tres tareas propuestas en la hoja y al finalizar, la entrega al docente. En la siguiente sesión se aplica la segunda parte del taller que contiene las tres tareas restantes (T4, T5 Y T6) y el docente lleva a cabo un trabajo desarrollado en la sesión de clase anterior. Después de solucionar las seis tareas, el docente realiza la socialización y escucha los diferentes planteamientos o soluciones propuestas, los estudiantes participan expresando sus opiniones, repuestas y presentando en el tablero sus

procedimientos, así mismo se espera al finalizar la socialización, concluir las soluciones.

4.2.5.4. Ideas para la socialización

Al igual que en la aplicación de las tareas anteriores, en la socialización de este grupo de tareas se retoman las respuestas dadas por las parejas de estudiantes y se enfatiza en los procedimientos que ayudaron a encontrar la solución al problema, así mismo se da la oportunidad de expresar el sentir de los muchachos a la hora de enfrentarse a las tareas. Se pregunta acerca de los datos proporcionados. Se pueden plantear preguntas como: ¿Que similitud encuentran en los problemas? ¿Qué diferencia existía entre los problemas del mismo contexto? ¿creen que todos los problemas tienen el mismo grado de dificultad? ¿Por qué? ¿Qué pregunta fue más difícil de resolver? .Se enfatiza en la manera de resolver cada problema y los argumentos que plantean los estudiantes. Así mismo en la identificación de la estructura del problema.

5. RESULTADOS

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos en este trabajo de investigación, al dar cuenta del éxito relativo que tienen los estudiantes cuando abordan problemas ternarios de probabilidad condicional en los tres tipos de contextos sugeridos en el estudio y clasificados en niveles, categorías, tipos y subtipos. Los resultados se organizan en dos apartados: en el primero, se hace referencia al desarrollo de cada una de las sesiones de clases, se enfatiza en la pertinencia de las tareas y la organización del aula, así como en las decisiones que se tomaron para la próxima sesión, en concordancia con la fase del experimento de enseñanza desarrollado; en el segundo apartado, se puntualiza en la verificación de las conjeturas iniciales a la luz de los referentes teóricos, al dar a conocer los procedimientos empleados por los estudiantes y comentar la influencia de cada contexto, estructura y la relación entre estas dos variables, en correspondencia con la fase tres del experimento de enseñanza que hace referencia al análisis retrospectivo, y que se hace de manera cualitativa a partir de la recogida de los datos recolectados.

5.1. DESARROLLO DE LOS TALLERES

A continuación se describe el desarrollo cronológico de las sesiones de clase y la aplicación de los tres talleres, teniendo en cuenta la pertinencia o no de los problemas planteados, la organización del aula, el desarrollo de las socializaciones en el grupo, los procedimientos empleados por los estudiantes y las decisiones que fueron delineando el rumbo de la trayectoria hipotética de aprendizaje, así como los aspectos emergentes que surgieron en el proceso de implementación de los problemas propuestos.

Inicialmente, se planteó una trayectoria hipotética, en la que se pretendía abordar en cada sesión una categoría de problemas del nivel 1, teniendo en cuenta los tres

contextos (social, industria y diagnóstico); específicamente en la sesión uno, se quería abordar la categoría tres, en la sesión dos, la categoría dos y en la sesión tres, la categoría uno. Luego de llevar a cabo la segunda sesión se vio necesario completar el trabajo realizado en la sesión uno y sólo trabajar una categoría de las tres propuestas al comienzo, debido que se había dejado de lado la variable estructura del problema que al principio no se pensaba que fuera relevante. En esta decisión también peso el hecho de que si se consideraban las tres categorías contemplando simultáneamente la estructura y el contexto, se debía proponer 27 problemas diferentes en total, esto desbordaba el tamaño del estudio.

Por lo tanto, el plan inicial se redefinió y se llevó a cabo la intervención, tal como se presenta en el capítulo 4.

Luego de llevar a cabo la aplicación del segundo taller, no solo se da un giro a la trayectoria hipotética, sino que también se evidencia que la hipótesis planteada inicialmente, acerca de los problemas de contexto social como de menor complejidad que los del contexto de industria y diagnóstico se pone en duda con los resultados obtenidos. Entonces, al llegar a la aplicación de taller 3, se aplica la nueva versión de problemas que complementan lo tratado en la sesión uno.

5.1.1. TALLER UNO

El desarrollo de este taller se divide en dos partes; la primera se da cuando los estudiantes resuelven los problemas y la segunda es la socialización dirigida por la docente. Durante el desarrollo de la primera parte, la docente interviene con los grupos de estudiantes para solucionar dudas; de estas interacciones surgen los episodios que se reportan. Posteriormente se presenta el análisis de resultados por parte de los investigadores y las recomendaciones o aportes para el siguiente taller.

5.1.1.1. *Transcurso taller 1*

Para dar solución a los problemas planteados se había previsto que los estudiantes dispusieran de 45 minutos, pero hubo necesidad de proporcionar más tiempo el siguiente día, puesto que el análisis del último problema les exigió mayor atención a los estudiantes. El taller fue desarrollado en grupos de cuatro personas; en los

grupos se plantearon maneras de llegar a la solución de los problemas y la docente se encontraba a la expectativa de las intervenciones de los estudiantes dentro de su grupo. Este primer taller (ver anexo1), presentaba tres problemas de nivel uno, tipo uno, categoría tres, los cuales se suponía eran de estructura similar, puesto que, no se había considerado la clasificación del subtipo presentada en la sección 3.2, se suponía que la variación se encontraba únicamente en el contexto y se tenía como hipótesis que el problema de contexto diagnóstico era el más complejo y el del contexto social el menos complejo. En un primer acercamiento a los resultados se encuentra que la hipótesis planteada era de cierta manera verificable, en el sentido de la complejidad del problema de diagnóstico. Los dos episodios que aparecen a continuación ayudan a corroborar lo anteriormente dicho, ya que dan a conocer hechos importantes.

Llaman a la profesora .. ella se acerca a la estudiante

E1: Es que lo que pasa es que ya habíamos hecho los anteriores (problemas), pero el tercero no lo habíamos hecho porque no habíamos entendido...

Docente: y ¿Por qué crees que no entiendes este? ¿los otros dos si los entendieron pero el tercero no?

E1: (la estudiante lee todo el problema nuevamente en presencia de la profesora, termina de leer y al final expresa que no entiende porque las sumas no le dan)

Docente: ¿Tú crees que este problema es diferente a los otros? ¿o no? ¿es más difícil?

E1: sí, es más difícil porque no me están dando los datos bien....

A pesar de que los estudiantes han resuelto el problema 1 y 2, el tercer problema del contexto diagnóstico lo consideran más complejo. El episodio anterior muestra que los estudiantes reflexionan acerca de los datos que proporciona el último problema, concluyendo que no están bien, eso llevaría a considerar el hecho de que las expresiones correspondientes a las marginales y la intersección en el enunciado, no son identificadas por los estudiantes, quizás por el lenguaje que se está utilizando en este contexto, en el que confunden lo previsto con lo real.

La docente se acerca a un segundo grupo y observa que los estudiantes aún no han resuelto el problema del contexto de diagnóstico. Se inicia un diálogo.

...

Docente: ¿Qué paso con este último problema?

E1: es que tenemos un conflicto

Docente: ¿un conflicto?

E1: si... de donde sale ese 43

E2: es que no sabemos armar la tabla profe

Docente: ¿el conflicto es saber de dónde sale el 43?

E1: sí, ... ¿43 pertenece a las 58 hembras que nacieron? Oooh ... aparte?... Ahh (vuelve a leer el problema rápidamente) 43 de las que nacieron fueron pronosticadas por la ecografía...

Docente: entonces ¿Cómo entiendes el 43?

E1: o sea que nacieron 43 reales de las que pronosticaron

Docente: sí ...

En el episodio anterior, los estudiantes hacen referencia a la palabra conflicto, refiriéndose al hecho de no saber qué estrategia utilizar, un estudiante manifiesta que no sabe cómo hacer la tabla, así mismo consideran el hecho de no tener claridad acerca del número 43 (dato de la intersección); aún no saben con certeza si el 43 está incluido en las 58 o es un dato que no tiene nada que ver; por lo tanto los estudiantes no diferencian claramente los datos correspondientes a las marginales y la intersección; aunque al leer nuevamente el problema, parecen intuir que el 43 se encuentra incluido en el dato de la marginal. Nuevamente se sospecha que el lenguaje o el desconocimiento del contexto hacen que no se distinga con claridad lo pronosticado respecto a lo sucedido realmente.

5.1.1.2. Socialización

Después que cada grupo desarrolla el taller planteado, se lleva a cabo la socialización de las tareas propuestas, la cual tiene una duración de 50 minutos. Inicialmente, la docente invita a los estudiantes a compartir las respuestas dadas a las respectivas, con el fin de analizar los procedimientos y soluciones encontradas. Se lee el primer problema, el cual corresponde al contexto social; los estudiantes dan

a conocer la manera en que lo resolvieron, la profesora escribe los aportes en el tablero y se encuentra que la mayoría coincide con la solución correcta, debido a que identifican el evento condicionado, el evento condicionante, las marginales y la intersección. Al analizar el segundo problema, donde se presentan las dos distribuidoras de reguladores, se da a conocer algunas respuestas donde el espacio muestral no es restringido según lo que requiere el evento condicionado, pero finalmente se llega a la solución correcta y se da a conocer la diferencia con el primer problema, en relación a la cantidad de operaciones que es necesario realizar para encontrar la respuesta. El último problema se consideró un poco difícil de entender, puesto que los estudiantes manifestaban no entender el lenguaje utilizado en relación a las expresiones pronosticadas, no pronosticadas y nacimientos reales, posiblemente sea debido a que el contexto no es muy familiar para algunos estudiantes, lo que conlleva a no se interpretar los datos dados de manera adecuada. A pesar de la dificultad en la interpretación, algunos estudiantes llegaron a la solución correcta; se observa que hacen uso de tablas de contingencia, proceso que no era muy común en la solución del primero y segundo problema. En general, en la socialización no se presentan hechos muy relevantes y todo transcurre acorde con lo planeado.

5.1.1.3. Análisis de resultados

Después de la socialización, se lleva a cabo una revisión de las evidencias escritas de los estudiantes, en las cuáles se encontró que efectivamente el problema de contexto social, fue desarrollado por mayor número de estudiantes y el problema de contexto de diagnóstico, fue abordado por un menor número de estudiantes. Otro análisis de la primera sesión, es en relación a los procedimientos que los estudiantes llevan a cabo para encontrar la solución a los problemas. En general, en el primer problema los estudiantes realizan una resta y luego plantean una probabilidad simple para encontrar la solución al problema como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{r} 280 \\ -150 \\ \hline 130 \end{array}$$

130 unidades de aceleradores

Figura 4. Resta del dato marginal el dato de la intersección

$$\frac{130}{280}$$

Figura 5. Cociente de probabilidad

El segundo problema, a diferencia del primero, no se resolvió de manera acertada haciendo una simple operación matemática, sino que requirió de varios procedimientos, como la identificación del evento condicionado y el condicionante, así como las restas y planteamiento adecuado de la probabilidad para hallar la solución.

$$250 - 120 = 130 \text{ motores Electric Company}$$

Figura 6a. Procedimiento 1 para la solución del problema de contexto de industria taller 1

$$\begin{array}{r} 120 \\ -115 \\ \hline 5 \end{array} \text{ defectuosas de Voltage}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ -5 \\ \hline 7 \end{array} \text{ defectuosas Electric Company}$$

Figura 6b. Procedimiento 2 para la solución del problema de contexto de industria taller 1

$$\frac{7}{130}$$

Figura 6c. Solución al problema de contexto de industria taller 1

En el problema tres del contexto diagnóstico los estudiantes utilizaron estrategias distintas a las utilizadas en los problemas uno y dos. Con el fin de entender el problema y organizar los datos, algunos de ellos hacen uso de tablas de contingencia y de esta manera llegan a distinguir los eventos condicionados, condicionantes y la probabilidad pedida. Un ejemplo de esto se presenta a continuación.

	EH	EM	+
H1	55	7	62
Mc	15	43	58
+	70	50	120

$$P = \frac{7}{50} = 0.14$$
14%

Figura 7. Solución al problema diagnóstico taller 1.

El análisis específico de los resultados y su clasificación en categorías, se presentan más adelante debido a la importancia que adquieren después de desarrolladas todas las sesiones y al visualizar el panorama general, teniendo en cuenta la complejidad de los problemas, según el contexto y la estructura.

5.1.1.4. Aportes para la siguiente sesión

Después de realizar un análisis de los resultados de la primera sesión y teniendo en cuenta que se verificaba en parte la hipótesis inicial, se tomó la decisión de continuar las intervenciones de acuerdo a la ruta hipotética planteada. No se encontraron indicios que llevaran a cambiar lo inicialmente planteado en el experimento de enseñanza, a diferencia de la organización de los estudiantes para solucionar el taller y la manera como se llevaría a cabo la socialización. Para la próxima sesión el grupo

investigador tomo la decisión de realizar los problemas por parejas y otros de manera individual.

5.1.2. TALLER DOS

Con la convicción, de que los problemas de las tareas tenían estructura similar y que la variación se encontraba únicamente en el contexto, procedimos a aplicar el segundo taller, que esta vez, presentaba tres problemas de nivel uno, tipo uno, pero categoría dos, se esperaban resultados similares a los obtenidos en el taller uno. Además, se pretendía caracterizar la actuación de los estudiantes frente a los contextos y las diferentes categorías. Pero el segundo taller lleva a realizar un cambio en la investigación, debido que aporta otros elementos que no habían sido considerados por las autoras y era la estructura de los problemas en relación al número de datos necesarios para llegar a la solución; esta nueva variable, lleva a considerar la pertinencia de completar la primera intervención, aplicando los problemas faltantes de la categoría número tres y no destacar las categorías uno y dos que en un principio se pretendían considerar.

5.1.2.1. *Transcurso del taller 2*

En el segundo taller, se presentan los problemas en los tres contextos, pero en orden distinto al taller uno; en esta ocasión aparece en primer lugar el problema de contexto social, en segundo lugar el problema de contexto diagnóstico y finalmente el problema del contexto de industria. Para el desarrollo de las tareas del segundo taller se organizan los estudiantes por parejas, ya que en el primer taller los grupos eran conformados por cuatro personas, no se encontraban igual de dispuestos para el trabajo que los grupos más pequeños; esta modificación llevó a que los estudiantes estuvieran más atentos y participativos en la sesión. Se había previsto que los estudiantes dispusieran de una hora, para desarrollar los tres problemas planteados, pero hubo necesidad de proporcionar más tiempo; aproximadamente una hora y 30 minutos, tiempo en el cuál cada grupo realizó sus procedimientos, hizo preguntas al docente y resolvió en la hoja los problemas planteados.

5.1.2.3. Socialización

Después de que cada pareja de estudiantes desarrolla el taller planteado, se lleva a cabo la socialización de las tareas propuestas, la cual tiene una duración de una hora y 15 minutos aproximadamente. Se hace referencia al primer problema el cual pertenece al contexto social y se invita a varios estudiantes para que en el tablero escriban el procedimiento utilizado para resolverlo, los estudiantes realizan este proceso y se da a conocer, que a diferencia del problema de contexto social de la sesión uno, donde sólo era necesario realizar una operación y plantear una probabilidad simple para llegar a la respuesta, en este problema se requiere de varias operaciones y análisis para llegar a la solución, así como se muestra a continuación:

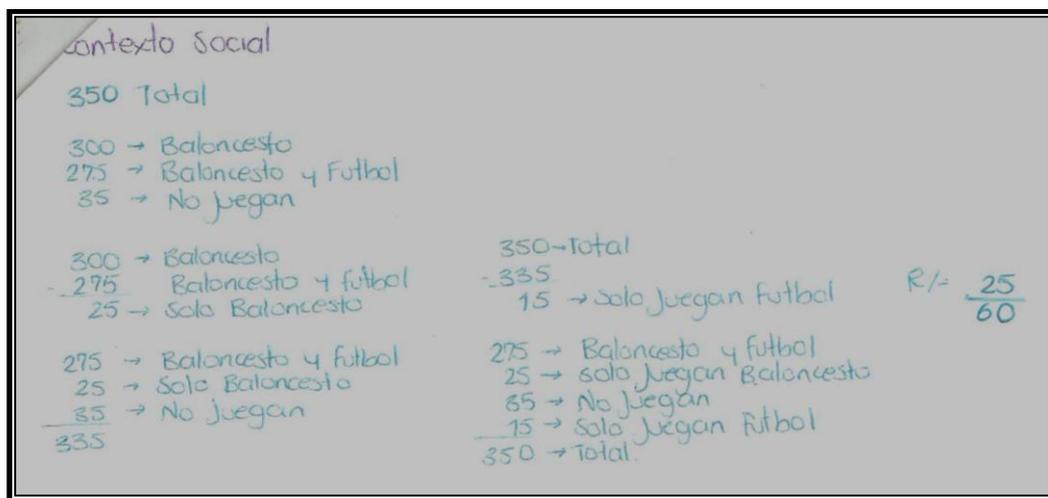


Figura 8. Solución problema social taller 2

Las parejas de estudiantes que realizaron este procedimiento u otro similar, identifican el dato de la marginal el cual hace referencia al número de personas que juegan baloncesto que son 300; de este número de personas, existen 275 que juegan baloncesto y fútbol, el cual es un dato de la intersección, este número lo restan a 300, obteniendo como resultado 25, que corresponde a las personas que juegan baloncesto pero no fútbol. De la misma manera se encuentra, después de este primer procedimiento, una sumatoria donde se relacionan los datos que hacen parte de todo el espacio muestral.

Después de socializar el primer problema y concluir en relación a la solución, se pregunta por el segundo el cual pertenece al contexto diagnóstico; los estudiantes manifestaron que dicho problema era muy parecido al social en relación a la complejidad y aunque no requirió de muchas operaciones matemáticas para resolverlo, si llevó a los estudiantes a reflexionar, durante un tiempo. A continuación aparece una solución presentada por los estudiantes:

2. Contexto de Diagnóstico.

$$\begin{array}{r} 780 \text{ P.e.} \\ - 560 \text{ diagnosticados} \\ \hline 220. \end{array} \quad \frac{220}{780} = 0.28 \times 100 = 28\%$$

R/. La probabilidad es de 28%
dado que fueron diagnosticados
negativos \leftarrow padecen la enfermedad.

Figura 9. Solución al problema de contexto diagnóstico taller 2

Aquí se muestra cómo los estudiantes llevan a cabo la resta de los 560 que corresponden al dato de la intersección, de 780 que es la marginal, al encontrar el resultado que es 220, relacionan esta cantidad con 780, teniendo en cuenta la pregunta del problema y sabiendo que 780 corresponden a las personas que padecen la enfermedad y 220 los que padecen y son diagnosticados negativamente; con estos dos datos es posible encontrar la probabilidad de los diagnosticados negativamente y que padecen la enfermedad.

Finalmente, se hizo referencia al tercer problema del contexto de industria y en éste los estudiantes presentaron soluciones rápidas y acertadas, no realizaban muchas operaciones como en el caso del problema uno correspondiente al contexto social, pero igualmente llegaban a la solución. La mayoría de ellos deseaba participar en socialización ya que consideraba tener un procedimiento para encontrar la solución. Una de las soluciones planteadas al problema se muestra a continuación:

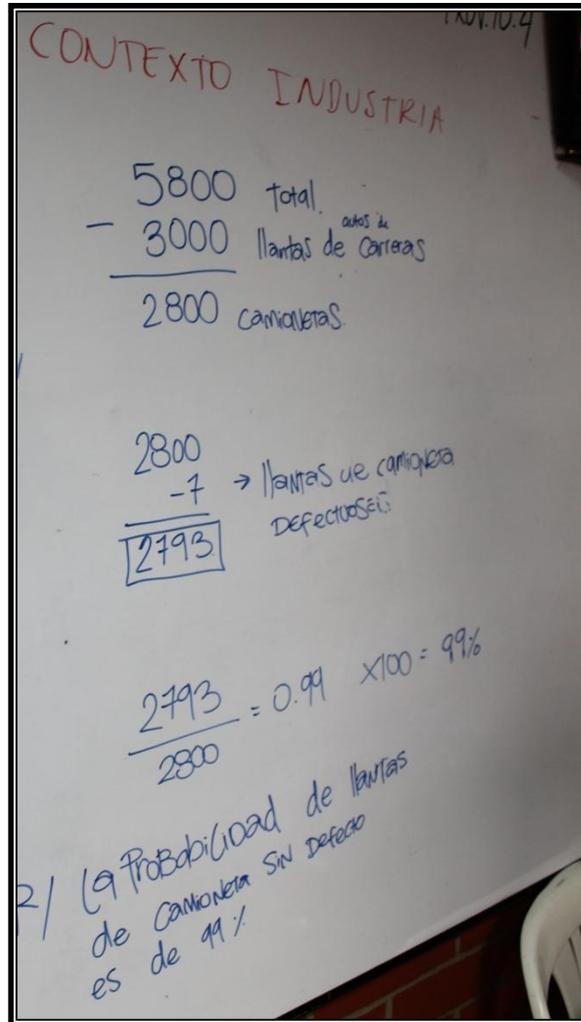


Figura 10. Socialización del problema de contexto de industria.

En esta solución, observamos que los estudiantes a partir del espacio muestral correspondiente a 5800 llantas fabricadas y el dato marginal presentado en el enunciado de 3000 llantas de autos, encuentran la cantidad de llantas de camioneta producidas, las cuales corresponden a 2800. Sabiendo que 2800 es un dato marginal, los estudiantes identifican el hecho de que las 7 llantas de camioneta defectuosas, corresponden al dato de la intersección y hacen parte de las 2800 llantas producidas. Después de este procedimiento, los estudiantes identifican el evento condicionado y el condicionante y plantean de manera adecuada la probabilidad pedida.

A medida que se escuchaban los planteamientos de cada grupo se empezó a notar algunas diferencias en cuanto a la hipótesis corroborada en la primera sesión, se evidenciaba de alguna manera que el problema de contexto social no se consideraba el menos complejo, sino que el de industria era el menos complejo para los estudiantes; así mismo, el problema del contexto de diagnóstico no fue para algunos el más complejo; los estudiantes además manifestaban la complejidad no en relación al contexto sino a aspectos relacionados con los datos proporcionados por el problema. Por esta razón, se hizo necesario llevar a cabo algunas entrevistas a los estudiantes, con el fin de aclarar la duda surgida por la docente en el momento de la socialización; este proceso no se llevó a cabo en la primera sesión, debido a que no se vio la necesidad de llevarlo a cabo.

Con el fin de aclarar lo presentado en la socialización, se decide preguntar a algunos estudiantes acerca del problema que consideraban más complejo y el que era para ellos de menor complejidad. A continuación se presentan las respuestas dadas por los estudiantes:

Docente: ¿Qué problema tuvo mayor dificultad para ti y cuál fue más fácil?

E1: el más fácil, el tercero, ... el de las llantas y el más dificiiiiil el primero

Docente: ¿por qué el primero?

E1: porqueee, porque ... tenía muchos datos y tocaba... tocaba unirlos y sacar los jugadores que no jugaban fútbol o baloncesto, y ... hacer muchas cosas.

En esta entrevista, el estudiante hace referencia al hecho de que el problema más difícil fue el primero debido a que era necesario “hacer muchas cosas”, esta expresión tal vez puede referirse a que era necesario realizar varios procedimientos para encontrar los datos que ayudaban al planteamiento de la probabilidad pedida, por lo tanto la complejidad del problema, empieza a desplazarse del contexto hacia la presentación de los datos. Esta declaración, lleva a reconsiderar la hipótesis, dado que el primer problema pertenecía al contexto social, el cual se consideraba, por las investigadoras, como el contexto de menor complejidad, pero aquí los estudiantes manifestaban algo diferente, lo cual ponía en duda los análisis iniciales.

Docente: ¿De los tres problemas, cuál de los tres te pareció más complejo?

E1: el primero

Docente: ¿el primero?

E1: sí, porqueee, osea, no era solamente ver los datos que daban ahí; porque uno veía los datos y decía, pero esto no corresponde al total que le daban a uno; entonces uno tenía que sacar, ehhh, desmenuzar los datos para poder sacar los 25, los 15 y así dar el total de los 350 y después el lío fue determinar en qué, con qué, podíamos dividir, para poder que nos diera un resultado total, porque decíamos que 350 era muy obvio, osea, no podía ser así tan fácil de tomar los 25 y dividirlos en 350, había que desmenuzar más el dato y de acuerdo a la pregunta fue que sacamos los 60 que era lo que nos pedían, yyy ya.

En esta segunda entrevista, al igual que en la primera, se manifiesta que el primer problema es el más complejo, destacando el hecho de que era necesario “desmenuzar los datos”, expresión que tal vez se refiere al subtipo de problema, ya que el enunciado no presenta datos relacionados con la pregunta, esto significa que es necesario llevar a cabo algunos procedimientos que ayuden al estudiante a encontrar los datos necesarios para el planteamiento de la probabilidad condicional. Así mismo, en la entrevista se manifiesta el hecho de no tomar el 350 como el espacio muestral para encontrar la probabilidad y se considera importante la pregunta presente en el enunciado cuando manifiesta: “de acuerdo a la pregunta fue que sacamos los 60 que era lo que nos pedían”, esto da a conocer la relación de la pregunta con los datos y el hecho de restringir el espacio muestral, de acuerdo a los eventos condicionados o condicionantes.

Teniendo en cuenta las entrevistas realizadas encontramos que coinciden en presentar el problema uno, el cual pertenece al contexto social, como el de mayor dificultad y el problema tres, de contexto de industria, como el más fácil para solucionar. Destacando así mismo una relación de la complejidad con la estructura del enunciado, los datos presentados y la pregunta planteada. El contexto como base fundamental del estudio, queda relegado a un segundo plano y la atención se centra un poco más en otros elementos de gran importancia a la hora de encontrar la solución a un problema de probabilidad condicional.

5.1.2.4. Análisis de resultados

Después de realizar las entrevistas y en un primer acercamiento a los resultados, se revisan los talleres con el fin de determinar los aciertos y desaciertos en la solución a los problemas, se encuentra que la mayoría de los estudiantes, resuelven con éxito el problema correspondiente al contexto de industria. Aspectos que se muestran en los análisis de los procedimientos en relación a la estructura y contexto.

La cantidad de estudiantes que resuelven de manera acertada el problema del contexto social, es muy similar a la cantidad que soluciona el problema del contexto diagnóstico. Luego, en esta sesión no se corrobora la hipótesis de que el contexto social era el menos complejo para los estudiantes a pesar de que el enunciado del problema se encontraba en formato de frecuencias naturales y se clasificaba en el mismo nivel, tipo y categoría que los demás problemas presentados en el taller, por lo tanto era necesario determinar un elemento más en la estructura del problema.

5.1.2.5. Aportes para la siguiente sesión

Después de terminada la sesión, se encontraron varios aspectos importantes que determinaron el nuevo rumbo de la trayectoria hipotética; en primer lugar se consideró pertinente dar nuevamente una mirada a la teoría para determinar que variable relacionada con la estructura era necesaria incluir en la siguiente sesión y que tal vez con anterioridad no se había tenido en cuenta, en segundo lugar se decidió llevar a cabo un rediseño de las tareas, de acuerdo a lo encontrado en la teoría y finalmente hubo necesidad de considerar los análisis desde otro punto de vista.

Después de revisada la teoría y haciendo una reflexión más profunda, se encuentra que efectivamente en la estructura del problema se encontraba un elemento vital, el cuál consideramos clasificarlo como subtipo en el capítulo tres de este trabajo. Después de realizar la clasificación se hace necesario rediseñar las tareas teniendo en cuenta que éstas debían ser el complemento de las tareas de la primera sesión ya que faltaban todas las posibles combinaciones referentes a la categoría tres.

5.1.3. TALLER TRES

Teniendo en cuenta los aportes del taller dos, este taller no presenta tres problemas como los demás, sino seis, dos problemas de cada contexto, donde se consideran todas las combinaciones de problemas posibles de la categoría tres junto con los problemas del taller uno. Cabe destacar que dicho taller se aplica en dos sesiones de clase distintas y en cada una de ellas se presenta un problema de cada contexto

5.1.3.1. Transcurso del taller 3

En el tercer taller, se presentan los problemas en los tres contextos; en esta ocasión se considera de manera muy detallada la estructura del problema y se da prelación al grado de complejidad teniendo en cuenta las dos variables a saber contexto y estructura. Para el desarrollo de las tareas del tercer taller se organizan los estudiantes por parejas, al igual que en el taller dos ya que se consideró de mayor beneficio el trabajar de esta manera. Se había previsto que los estudiantes dispusieran de dos horas en dos sesiones de clase diferentes, para desarrollar los seis problemas planteados, y se llevó a cabo de esta manera. Durante el tiempo de cada sesión los estudiantes hicieron preguntas, discutieron por parejas y solucionaron en su hoja los problemas.

5.1.3.2. Socialización

Después de que cada pareja de estudiantes desarrolla el taller planteado en dos sesiones de clase, se lleva a cabo la socialización de las tareas propuestas, la cual tiene una duración de una hora aproximadamente. Se hace referencia en primer lugar a los problemas del contexto social enfatizando en las diferencias y semejanzas entre ellos, debido a que el enunciado es muy similar pero los datos y la pregunta varían. Los estudiantes encuentran la diferencia en la estructura y en la manera de relacionar los datos, ya que requieren identificar el evento condicionado y el condicionante de manera adecuada. Se invita a varios estudiantes para que en el tablero escriban el procedimiento utilizado para resolver los problemas, los estudiantes realizan este proceso y se da a conocer, que la estructura es realmente relevante y existe una combinación con el contexto, encontrando que el contexto diagnóstico es de mayor complejidad que los demás.

5.2. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS SEGÚN ESTRUCTURA Y CONTEXTO.

Según Lonjedo (2007) uno de los factores que influyen en la resolución exitosa de un problema de probabilidad condicional, es la identificación correcta de los sucesos y sus respectivas probabilidades. Con respecto a esto, existen factores como la estructura y el contexto que influyen en que el estudiante los identifique correctamente. A continuación intentamos mostrar tal influencia al analizar los procedimientos que realizan los estudiantes al dar solución a los problemas planteados. Se centra la atención en primer lugar, en la estructura de los problemas, y luego en el contexto que ambienta el problema (social, industria y diagnóstico).

5.2.1. Problemas Sub tipo 2

Como se mencionó en el capítulo tres este sub tipo hace referencia a los problemas en cuyo enunciado la pregunta relaciona directamente dos datos con la probabilidad pedida (tablas 17, 18 y 19 del capítulo 3), que corresponde a un dato de la marginal o a un dato de la intersección del evento condicionado. En relación al nivel de complejidad este tipo de problema es considerado de Nivel 0, puesto que si el estudiante identifica correctamente el evento condicionado y el evento condicionante, puede realizar una sola operación aritmética para llegar a la solución del problema. En la siguiente tabla, se muestra los tres problemas que fueron aplicados a los estudiantes y que hacen parte de este sub tipo.

CONTEXTO DE INDUSTRIA	CONTEXTO SOCIAL	CONTEXTO DIAGNÓSTICO
En una fábrica de televisores se producen 700 unidades, de las cuales 11 salen defectuosos 305 televisores son fabricados por la máquina uno y 5 televisores defectuosos los fabrica la máquina dos. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un televisor este lo haya fabricado la maquina 1, dado que es defectuoso?	Una compañía aseguradora de vehículos presenta su reporte anual en relación a la situación de 2000 autos asegurados, así: 400 vehículos de color azul fueron asegurados, 280 vehículos se accidentaron ,150 vehículos de color distinto al azul se accidentaron. Si al seleccionar un vehículo al azar, se sabe que este se accidentó, ¿cuál es la probabilidad de que sea azul? Explica tu respuesta	En un hospital se atendieron 250 personas, de las cuales 120 fueron diagnosticadas positivamente en relación a infección intestinal, el resto fueron diagnosticadas negativamente. De las personas diagnosticadas positivamente solo 5 no padecen la enfermedad. Además 122 personas padecen la enfermedad. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona padezca la enfermedad, dado que fue diagnosticada positivamente?

Tabla 21. Problemas Nivel 1, Categoría 3, tipo 1 y sub tipo 2

A continuación se muestra el número de estudiantes que dieron solución de manera exitosa y el número de estudiantes que no llegaron a una solución exitosa.

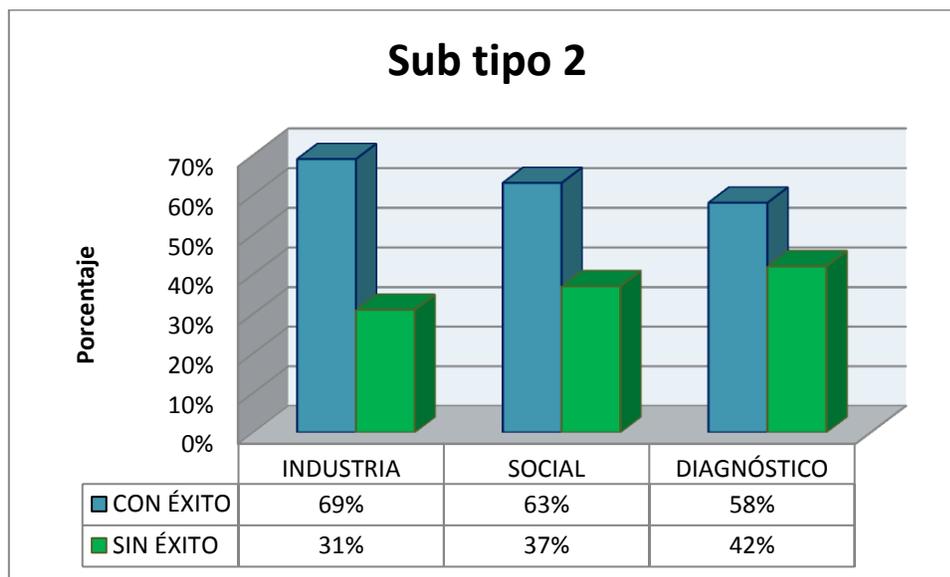


Grafico 1. Cantidad de estudiantes que dan solución con y sin éxito subtipo 2

Pese a que los problemas presentan una estructura similar, el porcentaje de estudiantes que llegan a una solución exitosa y el porcentaje de estudiantes que no logran tener éxito en la solución, son indicio de que el contexto tiene alguna incidencia en la resolución. Como se puede evidenciar en la gráfica el contexto menos complejo para los estudiantes es el de industria seguido del contexto social y posteriormente del contexto diagnóstico.

5.2.1.1. Análisis de los procedimientos del problema de contexto de industria

En el contexto de industria el 69 % de los estudiantes dieron una respuesta correcta al problema, identifican las intersecciones y las marginales correspondientes al evento condicionado y al evento condicionante (ser defectuoso y fabricado en la máquina 1, respectivamente). Entre los procedimientos realizados está el de organizar la información en una tabla de doble entrada, posiblemente como una estrategia para hallar el complemento (intersección entre los televisores no defectuosos y que fueron fabricados por la máquina 1 o la máquina 2). Así obtienen

como resultado que 299 televisores fueron fabricados por la maquina 1 y salieron en buenas condiciones y 390 fueron fabricados por la maquina 2 y salieron en buen estado. Los estudiantes hallaron el dato que corresponde a la marginal de los televisores fabricados por la maquina 2, es decir 395 televisores y 689 que corresponde a los televisores fabricados en buen estado (no defectuosos). Posteriormente establecieron la probabilidad de elegir un televisor fabricado por la maquina 1, dado que es defectuoso y establecer un cociente para encontrar la probabilidad pedida. El resultado de este tipo de procedimiento se ilustra en la respuesta de un grupo de estudiantes, presentado en la siguiente figura.

La Probabilidad es de

	Defectuoso	No Defectuoso	
Maq 1	6	299	305
Maq 2	5	390	395
	11	689	700

$\frac{6}{11}$

Figura 12. Solución de los estudiantes problema de industria subtipo 2.

Otros estudiantes restan de la marginal la intersección para establecer el complemento de la intersección. Para ello toman la cantidad de los 11 televisores y le restan los 5 televisores que corresponde a los que son fabricados en la máquina 2 y presentan algún defecto, obtienen así como resultado que 6 televisores son fabricados en la máquina 1 y presentan algún defecto. Posteriormente encuentran la probabilidad condicional por medio de un cociente. Un ejemplo de este tipo de respuesta se muestra en la figura 13 que corresponde a una de las soluciones de los estudiante.

$$\begin{array}{r}
 11 \rightarrow \text{Total defectuosos} \\
 - 6 \rightarrow \text{maquina 1 defectuosos} \\
 \hline
 5 \quad \text{maquina 2 defectuosos}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 6 \rightarrow \text{defectuosos maquina 1} \\
 \div 11 \rightarrow \text{Total defectuosos} \\
 \hline
 0,5
 \end{array}$$

Figura 13. Solución dos de los estudiantes al problema de industria

Aunque otros estudiantes no escriben el procedimiento que emplearon para hallar la cantidad de televisores que fueron fabricados por la máquina 1 y que salieron defectuosos, se infiere que estos estudiantes acudieron a restar de la marginal (asociada al evento condicionante) el valor de la intersección (asociada al evento condicionado). Este hecho se ilustra en la figura 14 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

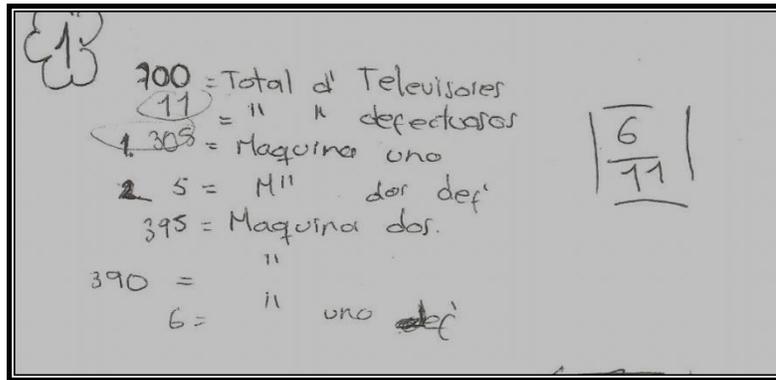


Figura 14. Solución tres de los estudiantes al problema de industria.

Entre los procedimientos sin éxito, algunos estudiantes establecen la intersección del evento condicionado correctamente pero no tiene éxito al identificar el dato de la marginal asociada al evento condicionante. Tal como se muestra en los ejemplos de las dos siguientes figuras.

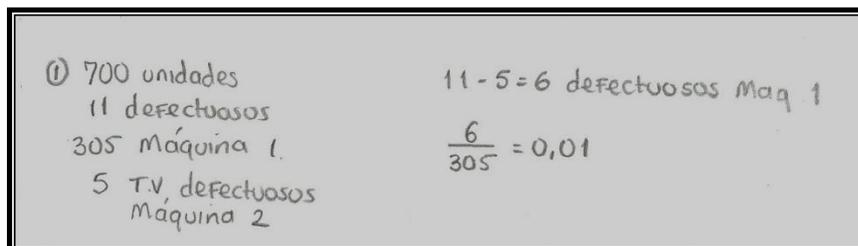


Figura 15. Solución no exitosa del problema de industria.

$$\begin{array}{r}
 1) \quad 700 \text{ T.D.} \\
 \quad \quad 11 \text{ DEFC} \\
 \quad \quad \quad 6 = \text{DEFC.} \\
 \quad \quad \quad 305 = \text{M.I.} \\
 \hline
 \text{ETA} = 0,07.
 \end{array}$$

ES LA PROBABILIDAD DE QUE SALGA EL TELEVISOR DEFECTUOSO ELABORADO POR LO MAQUINO \neq

Figura 16. Solución dos no exitosa del problema de industria.

5.2.1.2. Análisis de los procedimientos del problema de contexto social

En el contexto social el 61 % de los estudiantes dieron una respuesta correcta al problema. A partir de los procedimientos de los estudiantes, se evidencia que en ellos identifican el evento condicionado y el evento condicionante, así como las respectivas marginales e intersecciones dadas en el enunciado. Una prueba de ello es que al preguntar a los estudiantes por la probabilidad que se tiene al seleccionar un vehículo al azar de color azul, sabiendo que este se accidentó, los estudiantes restan de la marginal la intersección para establecer el complemento de la intersección (vehículos accidentados de color azul). En las figuras 17 y 18 se muestran algunos ejemplos.

$$280 - 150 = \frac{130}{280}$$

Figura 17. Solución al problema de contexto social subtipo 2

280	Vehículos accidentados
- 150	Vehículos accidentados de distinto color al azul
130	Vehículos accidentados de color azul

Figura 18. Solución dos al problema de contexto social subtipo 2

Es fácil ver que los estudiantes identifican el número de vehículos accidentados que corresponde a un total de 280 vehículos y restan la cantidad de vehículos que se

accidentaron de color diferente al azul, para obtener como resultado 130 vehículos accidentados de color azul. Los estudiantes toman la cantidad de elementos que corresponde al espacio muestral del evento condicionante (se sabe que este se accidentó) e identifican la cantidad de elementos del espacio muestral de los vehículos accidentados de color azul.

Por otro lado se evidencia que los estudiantes identifican la intersección como un subconjunto del dato asociado a la marginal, ya que en los procedimientos y las evidencias mostradas se observa que los estudiantes manipulan únicamente los datos del evento condicionante e incluyen en este subconjunto del espacio muestral el conjunto de la intersección. Este procedimiento se considera como correcto puesto que los estudiantes establecieron que la probabilidad de seleccionar un vehículo al azar de un vehículo accidentado de color azul es de 0,4 respuesta expresada en términos del cociente de probabilidad casos favorables sobre casos posibles. Tal y como se evidencia en la figura 19 que corresponde a las respuestas dadas por uno de los grupos.

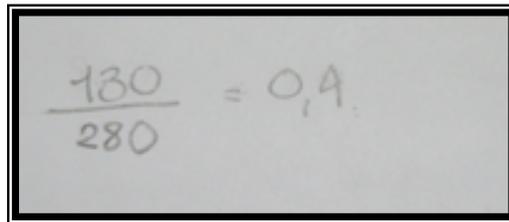

$$\frac{130}{280} = 0,4$$

Figura 19. Calculo de probabilidad

Entre los procedimientos sin éxito en la solución del problema, se encuentra los de estudiantes que intentan establecer una relación entre los conjuntos de las probabilidades marginales y la intersección, por medio de una regla de tres; estos estudiantes multiplican 280 por 100 y lo dividen por 830 (que lo obtienen de sumar 400 vehículos de color azul asegurados más 280 vehículos accidentados y mas 150 vehículos accidentados de color diferente al azul), obteniendo como resultado que la

probabilidad de elegir al azar un vehículo accidentado de color azul es de 34%⁴. Este hecho se ilustra en la figura 20 que corresponde a la solución de uno de los estudiantes.

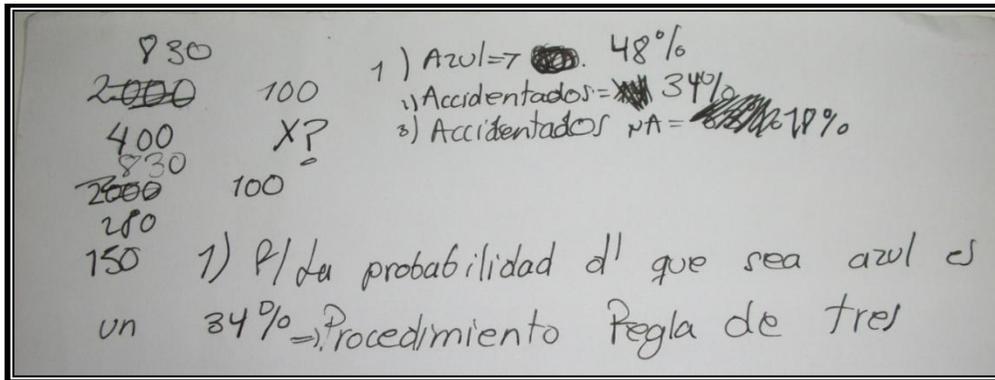


Figura 20. Solución no exitosa del problema de contexto social subtipo 2

Otros estudiantes establecen el porcentaje del conjunto de las marginales en relación al conjunto de las intersecciones. En las respuestas dadas por algunos estudiantes se evidencia que establecen a 410 como el 100% de los vehículos accidentados (los estudiantes suman 280 con 130) y concluyen que 280 es el 65% de la probabilidad de sacar al azar un vehículo de color azul accidentado puesto que 280 es el 65% de 410.

5.2.1.3. Análisis de los procedimientos del problema de contexto diagnóstico

El contexto diagnóstico presentó mayor complejidad para los estudiantes, solamente el 58 % de los estudiantes lo respondió correctamente. En este problema los estudiantes debían encontrar el dato de la intersección (padecer la enfermedad y ser diagnosticados positivamente), para dar solución al problema. Entre los procedimientos empleados por los estudiantes se encuentra que algunos organizan los datos dados en una tabla de doble entrada; los estudiantes identifican las cuatro variables (padecer la enfermedad-no padecer la enfermedad- ser diagnosticados positivamente-ser diagnosticados negativamente). Esta organización les permitió hallar el complemento de la intersección dada (padecer la enfermedad y ser

⁴ Los estudiantes en muchas aproximan al entero más cercano desconociendo algunas cifras decimales. Por ejemplo (33.73 lo aproximan a 34).

diagnosticada positivamente. Este hecho se ilustra en la figura 21 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

3	Positiva	Negativo	T	La Probabilidad es de
Padece	115	7	122	$\frac{115}{120}$
No Padece	5	123	128	
T	120	130	250	

Figura 21. Solución exitosa al problema del contexto diagnóstico subtipo 2

Otros estudiantes optan por extraer las variables del problema y organizan la información teniendo en cuenta las variables del problema pero sin estructurar una tabla de doble entrada. Esta organización también les permite establecer el dato de la intersección que necesitan para dar solución al problema.

Contexto de diagnóstico		
122	Padece enfermedad	
120	diagnosticadas positivamente	$\frac{115}{120}$
7	diagnosticadas negativamente	

Figura 22. Solución dos al problema del contexto diagnóstico subtipo 2

Un estudiante realiza una especie de diagrama de árbol, construcción que le permitió llegar a establecer correctamente la probabilidad pedida. Tal y como se muestra en la figura 23.

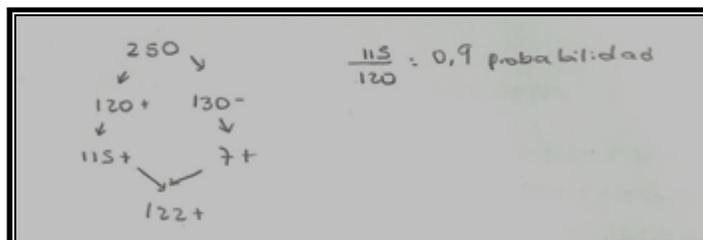


Figura 23. Solución tres al problema del contexto diagnóstico subtipo 2

Entre los procedimientos sin éxito, se encuentra que algunos estudiantes identifican el complemento de la intersección pero establecen de manera incorrecta la probabilidad pedida puesto que no tienen en cuenta el evento condicionante y el evento condicionado, situación que los conlleva a relacionar de manera incorrecta la probabilidad pedida o simplemente dejan los datos señalados sin establecer ninguna probabilidad. Otros estudiantes organizan la información en una tabla de doble entrada pero al final establecen de manera incorrecta la probabilidad puesto que suma el valor de una marginal con la intersección. Este hecho se ilustra en la figura 24 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

	P_a	N.P	
P	115	5	120
N	122	8	130
	237	13	250

$$\frac{115}{237} = 0,48 \xrightarrow{\times 100} 48\%$$

Figura 24. Solución cuatro al problema del contexto diagnóstico subtipo 2

5.2.2. Problemas Sub tipo 1

Este subtipo hacen referencia a los problemas en cuyo enunciado la pregunta relacionan directamente a uno de los datos dados con la probabilidad pedida, que puede ser una marginal o una intersección. En relación a la complejidad este subtipo es considerado de Nivel 1, puesto que si el estudiante identifica correctamente el evento condicionado y el evento condicionante, podría realizar como mínimo dos operaciones aritméticas. En la tabla 22, se muestra los tres problemas que fueron aplicados a los estudiantes y que hacen parte de este sub tipo.

CONTEXTO DE INDUSTRIA	CONTEXTO SOCIAL	CONTEXTO DISGNÓSTICO
En una fábrica de televisores se producen 700 unidades, de las cuales 6 son fabricadas por la máquina uno y salen defectuosas. 395 televisores son fabricados por la máquina dos y 689 televisores no salen defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un televisor este lo haya producido la máquina 2 dado que no es defectuoso?	En un hotel se realiza una encuesta a 500 de los huéspedes en relación a sus prácticas deportivas de tenis y golf. La encuesta encontró que 50 huéspedes juegan tenis y golf; 90 no juegan golf y 390 no juegan tenis. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un huésped este no juegue tenis dado que juega golf?	En un centro médico, de 120 nacimientos 62 fueron varones y 58 hembras. Si de las ecografías previstas 70 indicaban que sería un varón y 43 nacimientos de niñas fueron previstas por la ecografía. Encuentra la probabilidad de que naciera un varón dado que la ecografía indicaba que era mujer.

Tabla 22. Problemas Nivel 1, Categoría 3, tipo 1 y sub tipo 1

En el gráfico 2, se muestra el número de estudiantes que dieron solución de manera correcta y el número de estudiantes que no llegaron una solución del problema.

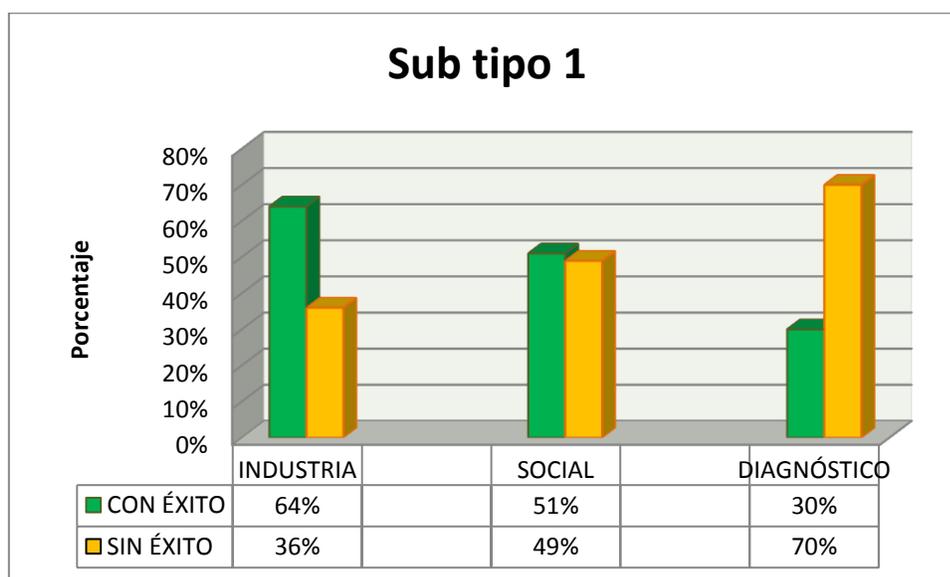


Grafico 2. Cantidad de estudiantes que dan solución con y sin éxito al problema subtipo 1

Con respecto a los anteriores resultados se puede inferir que el contexto que menos presente complejidad para los estudiantes es el de industria seguido del contexto social y posteriormente el contexto de diagnóstico. Aspecto que nos permite concluir que en este subtipo el contexto diagnóstico es el que más presenta mayor complejidad para los estudiantes. A continuación se presenta los procedimientos

realizados por parte de estudiantes para dar solución al problema, al igual que en el subtipo anterior puntualizamos en la identificación de las marginales y las intersecciones.

5.2.2.1. Análisis de los procedimientos del problema de contexto industria

En el problema del contexto de industria, los estudiantes debían encontrar el valor de la intersección (televisor defectuoso fabricado por la máquina 2); el valor de la marginal del evento que corresponde a la cantidad de televisores que no son defectuosos. Para dar solución a este problema algunos estudiantes organizan la información en una tabla de doble entrada, en el que identifican el total de televisores fabricados por las dos máquinas incluyendo los defectuosos. El dato de la marginal que corresponde al evento condicionante (no defectuoso); el dato de la marginal que corresponde a la cantidad de televisores fabricados por la maquina 2. Realizan las respectivas operaciones aritméticas para complementar la tabla de datos. El resultado de este tipo de procedimiento se ilustra en la respuesta de un grupo de estudiantes, presentado en la figura 25.

	Defectuosa	No defectuosa	T	La probabilidad es de $\frac{390}{689}$
Maq 1	6	299	305	
Maq 2	5	390	395	
T	11	689	700	

Figura 25. Solución exitosa al problema del contexto industria subtipo 1.

Este procedimiento es considerado como correcto, puesto que los estudiantes establecieron la probabilidad pedida, como se puede evidenciar en una de las soluciones dadas por los estudiantes.

Otros estudiantes restan de la marginal la intersección para establecer el complemento de la intersección; los estudiantes que realizan este procedimiento por medio de la resta establecen el dato de la intersección por ejemplo toman 700

televisores que son fabricados por ambas máquinas y le restan los 689 televisores que no son defectuosos, obtienen como resultado 11 televisores defectuosos. En la figura 26 se ilustra el resultado final de esta forma de proceder.

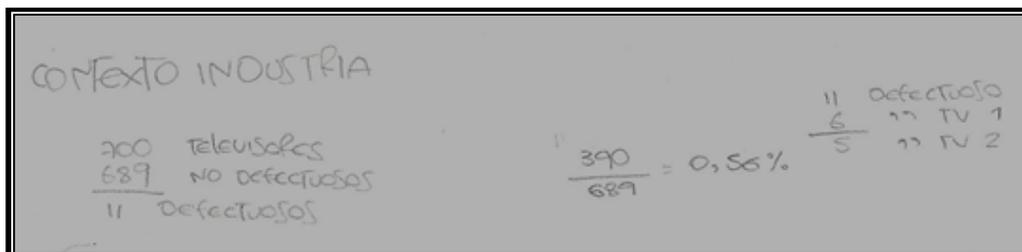


Figura 26. Segunda solución exitosa del problema del contexto industria subtipo 1.

Otros estudiantes complementan este procedimiento con la organización de la información en una especie de diagrama de árbol. El resultado de este tipo de procedimiento se ilustra en la respuesta de un grupo de estudiantes, presentado en la figura 27

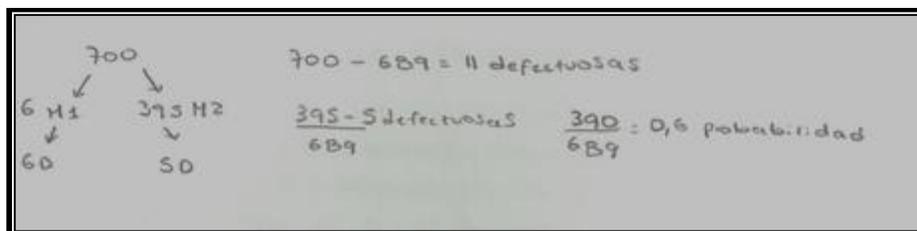


Figura 27. Tercera solución exitosa al problema del contexto industria subtipo 1.

Un estudiante establece la probabilidad pedida correctamente pero no escribe el procedimiento que él emplea para establecer los datos necesarios para dar la solución al problema. El resultado de este procedimiento se ilustra en la respuesta de un grupo de estudiantes, presentado en la figura 28.

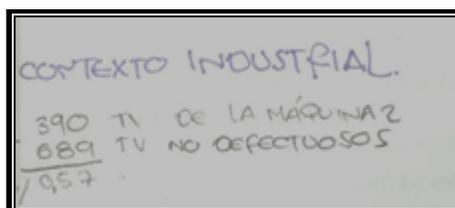


Figura 28. Cuarta solución al problema del contexto industria subtipo 1.

Esta respuesta se considera como correcta, debido que al preguntarle al estudiante expresa que por medio de restas encuentra los datos que le sirven para dar solución al problema.

Entre los procedimientos sin éxito en las soluciones dadas por los estudiantes se evidencia que éstos identifican algunas de las intersecciones o las marginales que necesitan para dar solución al problema, pero no establecen la probabilidad correcta, quizás porque no tienen en cuenta el evento condicionante ni el evento condicionado de la probabilidad pedida, hecho que los conlleva a tomar de forma incorrecta los datos o no la establecen sino que dejan los datos expresados. El resultado de este tipo de procedimiento se ilustra en la respuesta de uno de los estudiantes, presentado en la figura 29.

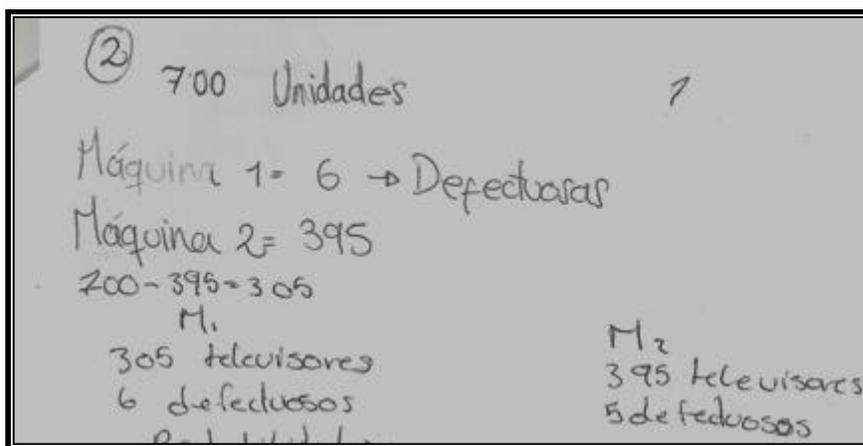


Figura 29. Solución no exitosa del problema del contexto industria subtipo 1.

5.2.2.2. Análisis de los procedimientos del problema de contexto social

Con respecto al contexto social los estudiantes debían encontrar el complemento de la intersección (no jugar tenis y jugar golf, así como, la marginal que corresponde a las personas que practican golf). Entre los procedimientos empleados por los estudiantes, se encuentra que algunos estudiantes organizan la información en una tabla de doble entrada, estrategia que permite establecer que 410 personas practican

golf, dato que corresponde a una marginal; 360 personas no practican tenis pero si practican golf, dato que corresponde a la intersección del evento condicionado. Posteriormente establecen la probabilidad de elegir un huésped que juegue tenis dado que juega golf, por medio de una probabilidad simple. El resultado de este tipo de procedimiento se ilustra en la figura 30 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

2		tenis	No tenis		La Probabilidad es de
	golf	50	360	410	$\frac{360}{410}$
	No golf	60	30	90	
		110	390	500	

Figura 30. Solución al problema del contexto social subtipo 1.

Otros estudiantes tienen en cuenta la variable de practicar ambos partidos en la tabla de doble entrada (construyen una tabla de 3x2; juegan, no juegan y practican ambos), luego restan la cantidad de personas que practican ambos deportes a la cantidad de personas que juegan golf, procedimiento que les permite llegar al dato que corresponde a la intersección (no jugar tenis y jugar golf).

Algunos estudiantes restan de la marginal la intersección para establecer el complemento de la intersección, quienes realizan este procedimiento toman el dato de las 500 personas encuestadas y le restan 90 personas que no juegan golf, obteniendo como resultado 410 personas que practican golf, a este nuevo dato le restan 50 personas que juegan golf y tenis, obteniendo como resultado que 360 personas juegan únicamente golf. Posteriormente establecen la probabilidad de elegir que al elegir un huésped este no juegue tenis dado que juega golf. Este hecho se ilustra en la figura 31 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

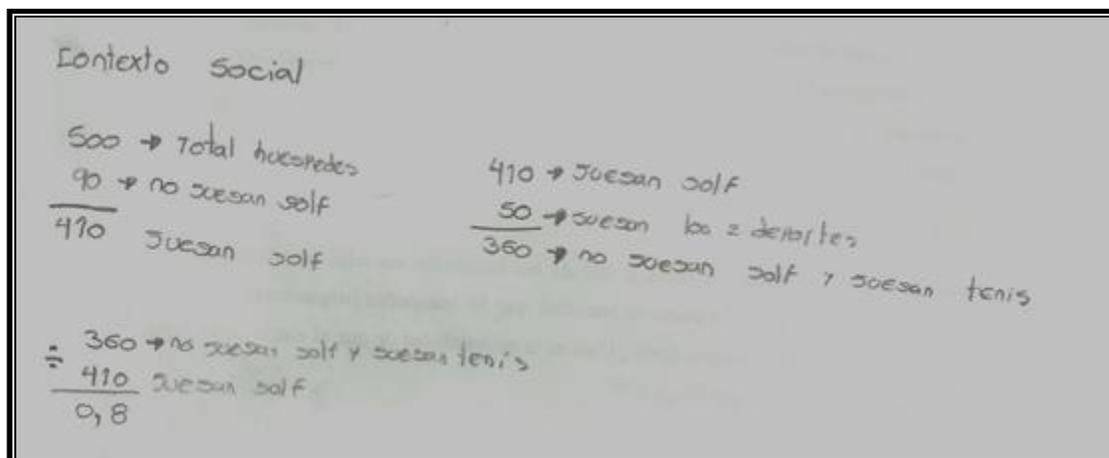


Figura 31. Solución dos al problema del contexto social subtipo 1.

Entre los procedimientos sin éxito, se encontró que algunos estudiantes identifican los datos que corresponden a la marginal del evento condicionante (410 huéspedes les gusta el golf), pero no logran identificar el dato que corresponde a la intersección del evento condicionado (juegan golf y no juegan tenis). Este hecho se ilustra en la figura 32 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

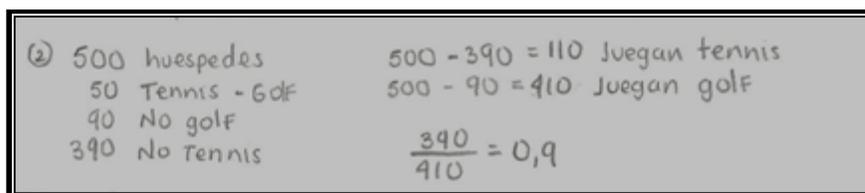


Figura 32. Solución sin éxito del problema de contexto social subtipo 1.

Otros estudiantes no establecen ni la marginal ni la intersección correctamente. Hecho que se ilustra en la figura 33.

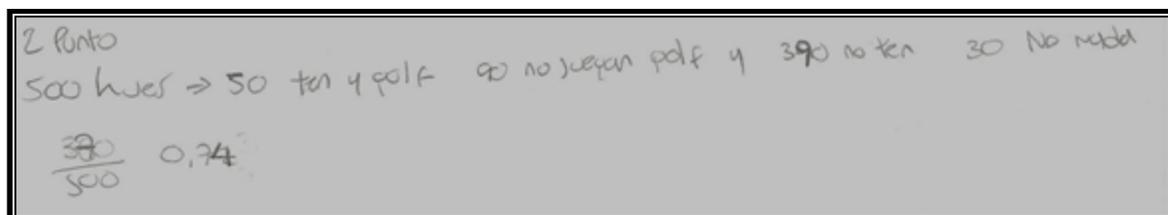


Figura 33. Segunda solución sin éxito del problema de contexto social subtipo 1.

5.2.2.3. Análisis de los procedimientos del problema de contexto diagnóstico

El problema enmarcado en el contexto diagnóstico se preguntaba por la probabilidad que se tiene de nacer una hembra dado que la ecografía indicaba este mismo género. Para dar solución a este problema el estudiante cuenta con el dato de la intersección (nacimientos de hombres reales pero en la ecografía se tenía previsto el nacimiento de una niña) y cuenta con el dato de la marginal pronostico del nacimiento total de mujeres. Entre los procedimientos empleados por los estudiantes se tiene que los estudiantes restan de la marginal la intersección para establecer el complemento de la intersección. Los estudiantes toman el dato de las 120 personas que fueron diagnosticadas positivamente y le restan el dato de las 5 personas para establecer la intersección que corresponde a las personas que fueron diagnosticadas positivamente y padecen a la vez la enfermedad, obteniendo como resultado 115 personas que cumplen esta condición.

Otros estudiantes organizan los datos e identifican los eventos y las probabilidades a partir de una tabla de contingencia. Al igual que los dos problemas anteriores en este procedimiento se evidencia que los estudiantes identifican los datos del problema que corresponde a las marginales y la intersección. La organización de los datos en la tabla, lleva a algunos de los grupos a la solución correcta. Este hecho se ilustra en las figuras 34 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

	EH	EN	Total
HP	55	7	62
MR	15	43	58
Total	70	50	120

Figura 34. Solución exitosa del problema de contexto diagnóstico subtipo 1.

Entre los procedimientos sin éxito, se tiene que algunos estudiantes suman el número de elementos de los conjuntos de las probabilidades marginales y la probabilidad de la intersección, a pesar de que no identifiquen estas probabilidades,

tratan de encontrar el número total de elementos del espacio muestral, pero la estrategia no es adecuada. Este hecho se ilustra en la figura 35 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

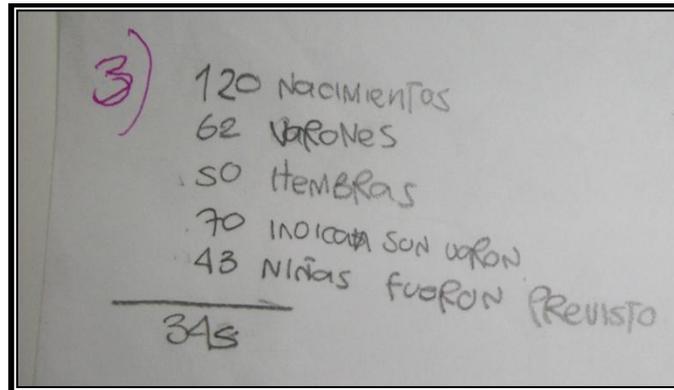


Figura 35. Solución no exitosa del problema de contexto diagnóstico subtipo 1.

Otros estudiantes organizan los datos del problema en un diagrama de Venn con el fin de identificar los diferentes eventos así como el espacio muestral, es otra estrategia vista en las soluciones de los estudiantes, que llevan. Es un método que puede llevar a encontrar la solución, pero en este caso el grupo, utiliza esta estrategia sin éxito. El hecho de identificar los pronósticos y las realidades hace que el problema sea complejo y requiera de la búsqueda de distintos medios que lleven a la solución.

5.2.3. Problemas Sub tipo 0

Esta clasificación corresponde a aquellos problemas en cuyo enunciado no se relaciona directamente ninguno de los datos dados, es decir, que la marginal o el dato de la intersección no relacionan el evento condicionado. En relación a los niveles de complejidad este es considerado de Nivel 2, debido a que el estudiante deberá realizar como mínimo tres operaciones aritméticas para encontrar la probabilidad pedida, puesto que no cuenta con ningún dato que relacione directamente la pregunta de la probabilidad pedida. En la tabla xxx, se muestra los

tres problemas que fueron aplicados a los estudiantes y que hacen parte de este sub tipo.

CONTEXTO DE INDUSTRIA	CONTEXTO SOCIAL	CONTEXTO DIAGNÓSTICO
Una planta recibe 250 reguladores de voltaje de dos diferentes distribuidores, 120 de los reguladores se compran a la empresa Voltage y el resto a la empresa Electric Company. Si de los reguladores comprados 12 se encuentran defectuosos y se sabe que 115 motores de los comprados a Voltage se encuentran en buenas condiciones. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar al azar un regulador éste sea defectuoso dado que se ha comprado a Electric Company?.	En un hotel se realiza una encuesta a 500 de los huéspedes en relación a sus prácticas deportivas de tenis y golf. La encuesta encontró que 390 huéspedes no juegan tenis; 30 no juegan ni tenis ni golf y 410 juegan golf. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un huésped este no juegue golf, dado que juega tenis?	En un hospital se atendieron 250 personas, de las cuales 120 fueron diagnosticadas positivamente en relación a infección intestinal, el resto fueron diagnosticadas negativamente. De las personas diagnosticadas negativamente solo 123 no padecen la enfermedad. Además 128 personas no padecen la enfermedad. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea diagnosticada positivamente, dado que padece la enfermedad?

Tabla 23. Problemas Nivel 1, Categoría 3, tipo 1 y sub tipo 0

En el gráfico 3, se muestra el número de estudiantes que dieron solución de manera correcta y el número de estudiantes que no llegaron una solución del problema.

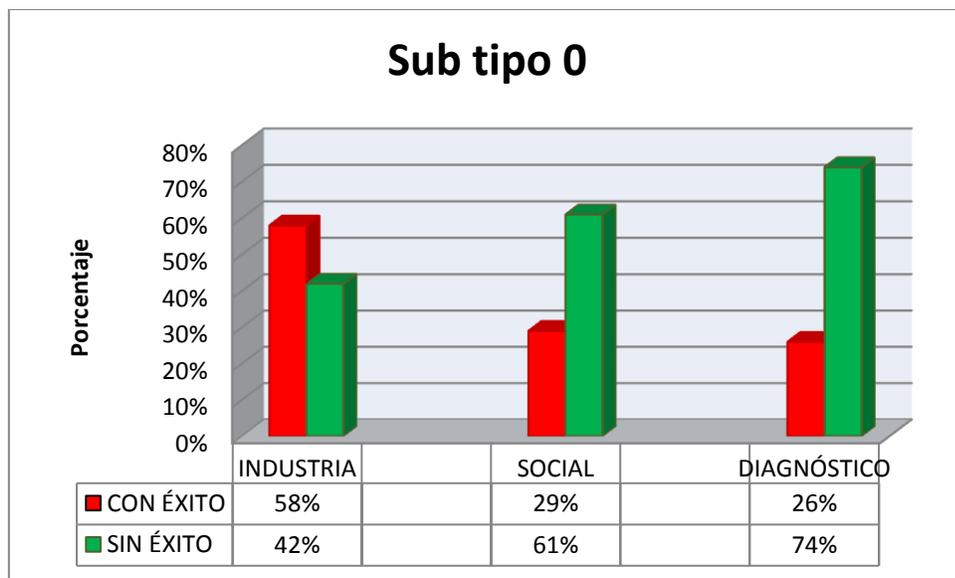


Gráfico 3. Cantidad de estudiantes que dan solución con y sin éxito subtipo 0

Con respecto a los resultados presentados en la gráfica se evidencia que el contexto que menos presento dificultad fue el contexto de industria, seguido del contexto social y posteriormente el contexto diagnóstico. En este subtipo la cantidad de estudiantes que no llegaron a una respuesta incremento significativamente con respecto a los subtipos anteriores.

5.2.3.1. Análisis de los procedimientos del problema de contexto industria

Con respecto al contexto de industria algunos estudiantes restan de la marginal la intersección para establecer el complemento de la intersección, para ello manipulan el dato 120 que corresponde a la cantidad de reguladores que se compraron a la distribuidora Voltage y le resta 115 que corresponde a la cantidad de reguladores comprados a esta misma empresa pero que se encuentran en buen estado, obteniendo como resultado que 5 de los reguladores salieron con algún defecto. Posteriormente los estudiantes toman los 5 reguladores que fueron comprados a la distribuidora Voltage y que salieron defectuosos y lo restan con la cantidad de reguladores defectuosos, posteriormente establecen que 7 de los reguladores comprados a la distribuidora Electric Company, salieron con algún tipo de defecto. Este hecho se ilustra en la figura 36 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

2. $250 - 120 = 130$ motores Electric Company

$$\begin{array}{r} 120 \\ -115 \\ \hline 5 \end{array}$$

5 defectuosos de Voltage

$$\begin{array}{r} 12 \\ -5 \\ \hline 7 \end{array}$$

7 defectuosos Electric Company

$$\frac{7}{130}$$

Figura 36. Solución del problema de contexto industria subtipo 0.

En este subtipo y contexto los procedimientos de los estudiantes se reducen a la sola manipulación aritmética.

Con respecto a los procedimientos no exitosos encontramos que los estudiantes suman la cantidad total de elementos del espacio muestral, los reguladores

defectuosos, los no defectuosos y la cantidad de reguladores comprados en las dos distribuidoras, olvidan que este valor supera la cantidad de productos comprados. Este hecho se ilustra en la figura 37 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

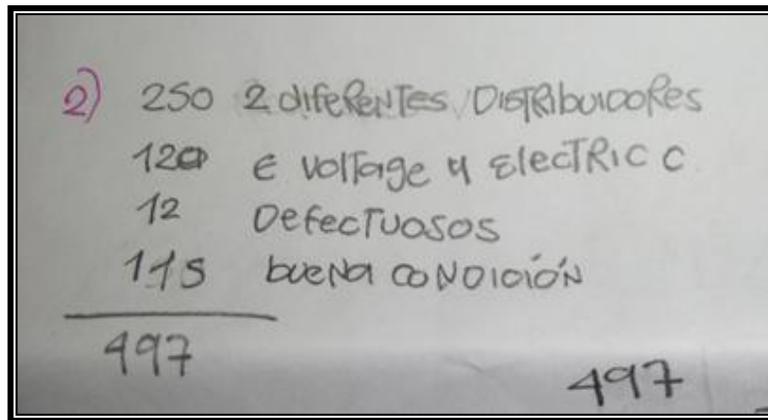


Figura 37. Solución del problema de contexto industria subtipo 0.

Otros estudiantes hacen uso incorrecto de los diagramas de Venn, aspecto que no les permite identificar las marginales y la intersección en el problema así como el evento condicionado y el evento condicionante, debido que, la ubicación del cardinal de cada una de las marginales y las intersecciones no coincidía con el conjunto total del espacio muestral. Este hecho se ilustra en la figura 38 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

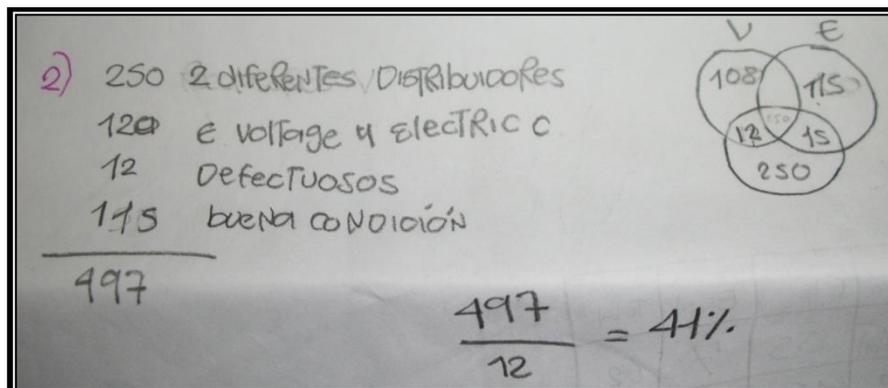


Figura 38. Solución no exitosa del problema de contexto industria subtipo 0.

Otros estudiantes establecen el porcentaje de los reguladores defectuosos con relación a la cantidad total de los reguladores comprados en las dos distribuidoras. Este procedimiento es considerado como incorrecto puesto que los estudiantes no identifican el evento condicionado y el evento condicionante. Por tal motivo concluye que 12 es el 4.8% de 250. Este hecho se ilustra en la figura 39 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

F 7) HAY UN 4,8% DE PROBABILIDAD DE SACAR UN REGULADOR DAÑADO DE LA EMPRESA ELECTRIC COMPANY. PORQUE 12 ES EL 4,8% DE 250 Y ESTE 250 SALE DE LA SUMA DE LOS REGULADORES DAÑADOS.

Figura 39. Solución dos no exitosa del problema de contexto industria subtipo 0

5.2.3.2. Análisis de los procedimientos del problema de contexto social

Con respecto al problema enmarcado en un contexto social los estudiantes contaban con el dato de la marginal (no jugar tenis), el dato de la marginal (jugar golf) y el dato de una intersección (no jugar ninguno de los dos deportes) con esta información debían hallar el valor de la intersección (jugar tenis y no jugar golf), el dato de la intersección (jugar tenis y jugar golf) y el dato de la marginal (jugar tenis).

Entre los procedimientos que realizaron los estudiantes se encuentra que algunos estudiantes organizan la información en una tabla de doble entrada; los estudiantes ubican los datos dados en una tabla de doble entrada, identifican las variables del problema (Jugar –No jugar- Jugar ambos-Jugar ambos deportes). Así como, los complementos, las intersecciones y las marginales. Este hecho se ilustra en la figura 40 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

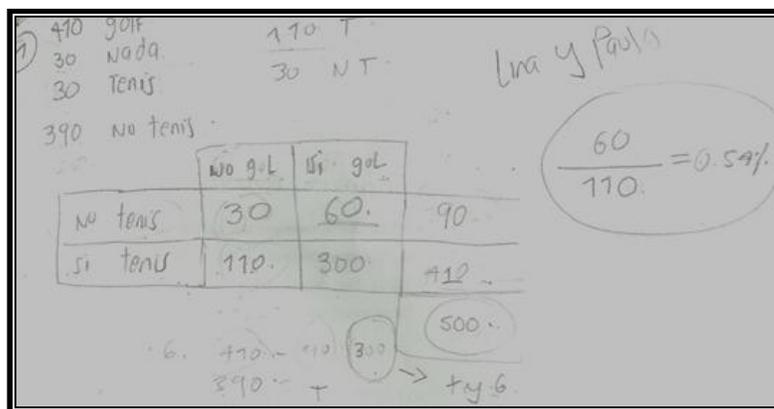


Figura 40. Solución del problema de contexto social subtipo 0.

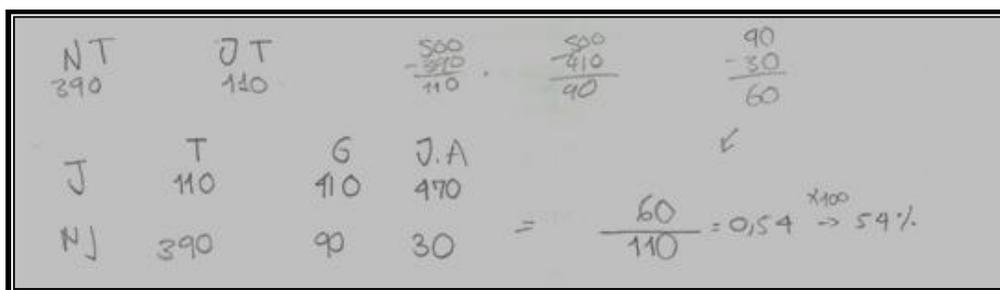


Figura 41. Solución dos del problema de contexto social subtipo 0.

Entre los procedimientos que no llevarán a la solución correcta del problema, los estudiantes no logran identificar el dato que corresponde a la intersección del evento condicionado. Aunque identifican algunas intersecciones y marginales no toman las que les sirve para dar solución al problema planteado. En la figura 42 se ilustra el resultado final de esta forma de proceder.

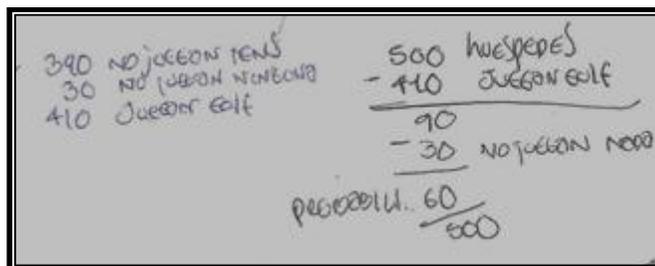


Figura 42. Solución no exitosa del problema de contexto social subtipo 0.

Otros estudiantes suman la cantidad de personas que no juegan tenis con la cantidad de personas que no juegan ningún deportes obteniendo como resultado 420, posteriormente restan este dato con la cantidad de personas que conforman el espacio muestral, obteniendo como resultado un total de 80 personas que juegan tenis. Posteriormente establecen la probabilidad entre las personas que juegan tenis sobre la cantidad de personas que no juegan golf. Este hecho se ilustra en la figura 43 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

Handwritten student solution for Figure 43:

- 500 huéspedes
- 390 no juegan tenis
- 30 no juegan nada
- 410 Juegan golf
- $500 - 390 = 110 \rightarrow 30$
- $390 + 30 - 500 = 80$ - Juegan tenis
- $410 - 500 = 90$ No juegan golf
- $\frac{80}{90} = 0,8$

Figura 43. Solución dos no exitosa del problema de contexto social subtipo 0.

Otros estudiantes establecen la probabilidad entre las 80 personas que juegan tenis sobre el total de personas encuestadas. Este hecho se ilustra en la figura 44 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

Handwritten student solution for Figure 44:

- 500 total
- 390 No juegan Tennis
- 30 Ninguno
- 410 Juegan Golf
- $390 + 30 = 420 - 500 = 80$ juegan Tennis.
- $\frac{80}{500} = 0,16$

Figura 44. Solución tres no exitosa del problema de contexto social subtipo 0.

5.2.3.1. Análisis de los procedimientos del problema de contexto diagnóstico

En el problema enmarcado en un contexto de diagnóstico los estudiantes debían encontrar el complemento de la intersección (ser diagnosticado positivamente y padecer la enfermedad). Así como, el valor de la marginal del evento condicionante (diagnosticado positivamente). Entre los procedimientos empleados por los estudiantes se encuentra que algunos estudiantes identifican el complemento de la intersección del evento condicionante (padecer la enfermedad y ser diagnosticado positivamente). Para ello organizan la información en una tabla de doble entrada, ubican los datos dados en una tabla de doble entrada, teniendo en cuenta las variables (ser diagnosticados positivamente y negativamente, padecer y no padecer la enfermedad). Como en los anteriores problemas, establecen la probabilidad pedida por medio de una probabilidad simple). Este hecho se ilustra en la figura 45 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

S	Positivamente	Negativamente		La Probabilidad es de
Padecen	115	7	122	$\frac{115}{122}$
No padecen	5	123	128	
	120	130	250	

Figura 45. Solución del problema de contexto diagnóstico subtipo 0.

Otros estudiantes restan de la marginal la intersección para establecer el complemento de la intersección; restan de los 120 pacientes que fueron diagnosticados positivamente los 5 pacientes que no padecen la enfermedad y que fueron diagnosticados positivamente, obtienen como resultado 115 pacientes que padecen la enfermedad y que fueron diagnosticados positivamente. Posteriormente establecen la probabilidad en términos de una probabilidad simple. Este hecho se ilustra en la figura 46 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

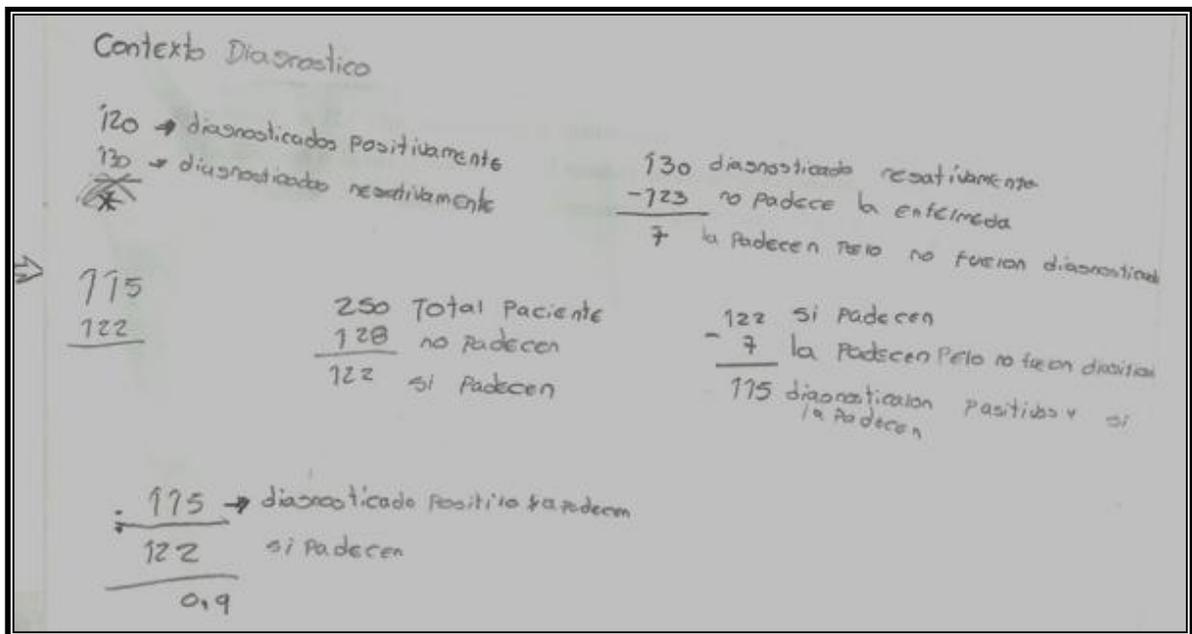


Figura 46. Solución dos del problema de contexto diagnóstico subtipo 0.

Entre los procedimientos sin éxito algunos estudiantes no logran identificar el dato que corresponde a la intersección del evento condicionado. Pero si identifican la intersección (padecer la enfermedad y ser diagnosticados negativamente-ser diagnosticadas negativamente y no padecer la enfermedad), así como la marginal respectiva a este evento (ser diagnosticado negativamente- no padecer la enfermedad). Otros estudiantes identifican correctamente la intersección y la marginal necesaria para dar solución al problema pero no tienen en cuenta la condición padecer la enfermedad, dado que fue diagnosticada positivamente. Situación que los conlleva a establecer de manera incorrecta la probabilidad pedida. Este hecho se ilustra en la figura 47 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

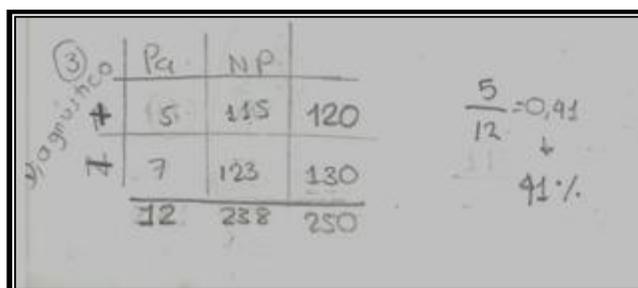


Figura 47. Solución sin éxito del problema de contexto diagnóstico subtipo 0.

Otros estudiantes expresan no entender el problema o no poder solucionarlo. Este hecho se ilustra en la figura 48 que corresponde a una solución de uno de los estudiantes.

	Pa	NP	
P	115	5	120
N	123	7	130
	238	12	250

NO ENTENDIMOS EL ÚLTIMO.
☹

Figura 48. Solución dos sin éxito del problema de contexto diagnóstico subtipo 0.

Con respecto a los anteriores resultados y procedimientos presentados, se puede concluir que uno de los contextos que causa una mayor complejidad para los estudiantes fue el contexto diagnóstico, seguido del contexto social, que según la teoría, este era uno de los menos complejos para los estudiantes, hipótesis que no pudo ser verificada en este trabajo puesto que, el contexto que menos presento complejidad para los estudiantes fue el contexto de industria, independientemente de la estructura que tenga el problema, tal y como se muestra en los siguientes análisis.

5.2.4. Análisis general del Contexto de industria

En este contexto las soluciones dadas por los estudiantes muestran que cuando la pregunta no se relaciona con ninguno de los datos dados en el problema este presenta un cierto grado de complejidad para los estudiantes, puesto que como se evidencia la cantidad de estudiantes que no llegan a una respuesta correcta se incrementa en relación a la cantidad de estudiantes que no tienen éxito al solucionar un problema cuando en este se relaciona dos de los datos dados con la probabilidad pedida. Esto nos permite mostrar la influencia de la estructura en la resolución de un problema de probabilidad condicional. Quizás debido al lenguaje en que se presenta el problema (fabricado en, comprado en, defectuoso, no defectuoso, fabricado por, etc.), le facilita al estudiante identificar correctamente las marginales y las

respectivas intersecciones, así como el evento condicionante y el evento condicionado.

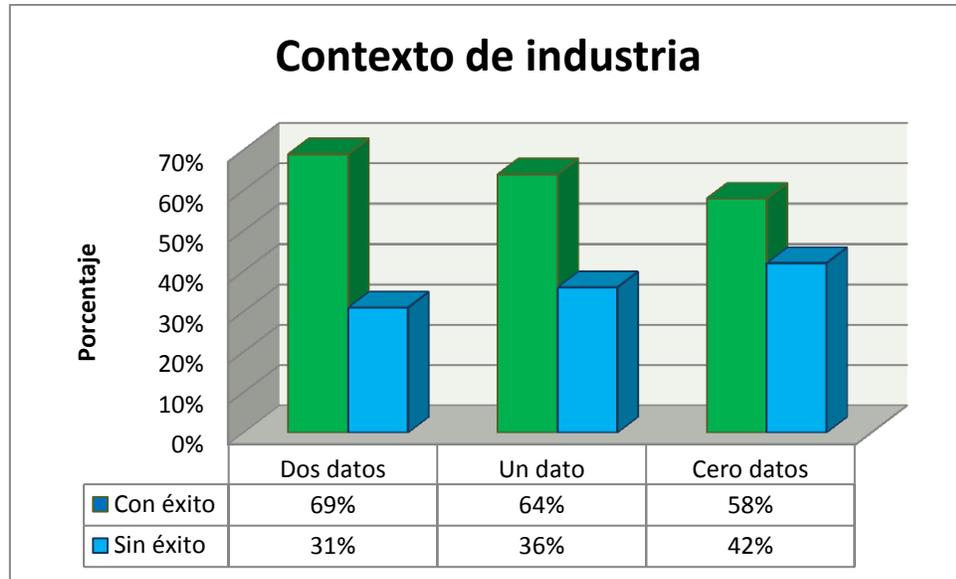


Gráfico 4. Cantidad de estudiantes que dan solución con y sin éxito contexto industria

5.2.5. Análisis general del Contexto social

Con respecto a este contexto las soluciones dadas por los estudiantes, muestran una influencia significativa de la estructura del problema; de nuevo se tiene que cuando no se relaciona ningún dato dado con la probabilidad pedida, este genera una complejidad más significativa para los estudiantes, tal y como se observa en la gráfica.

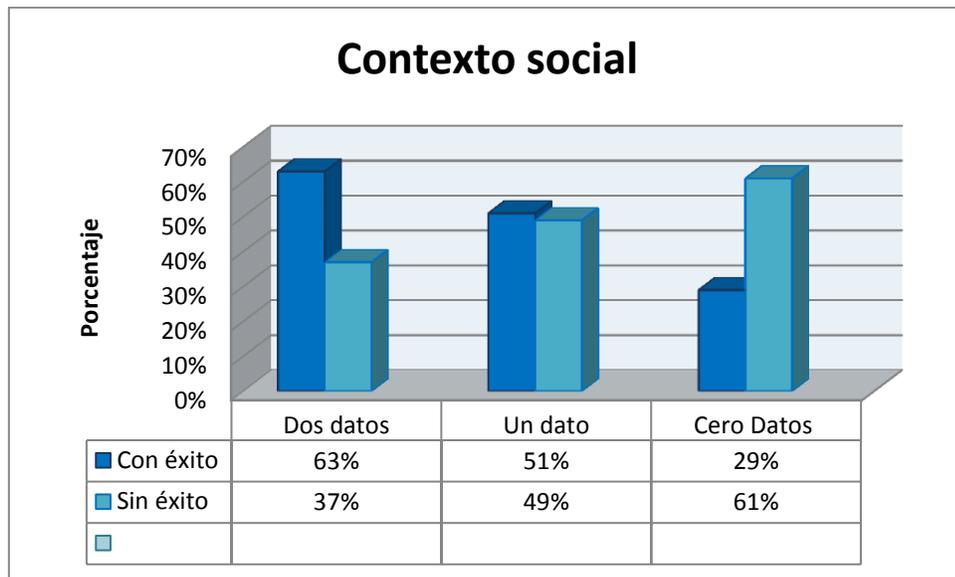


Gráfico 5. Cantidad de estudiantes que dan solución con y sin éxito contexto social

5.2.6. Análisis general del Contexto de diagnóstico

En este contexto las soluciones dadas por los estudiantes muestran que cuando el problema no relaciona ningún dato con la probabilidad pedida, presenta un grado de complejidad mayor para los estudiantes, en relación a los anteriores contextos vemos que el nivel de éxito disminuyó significativamente.

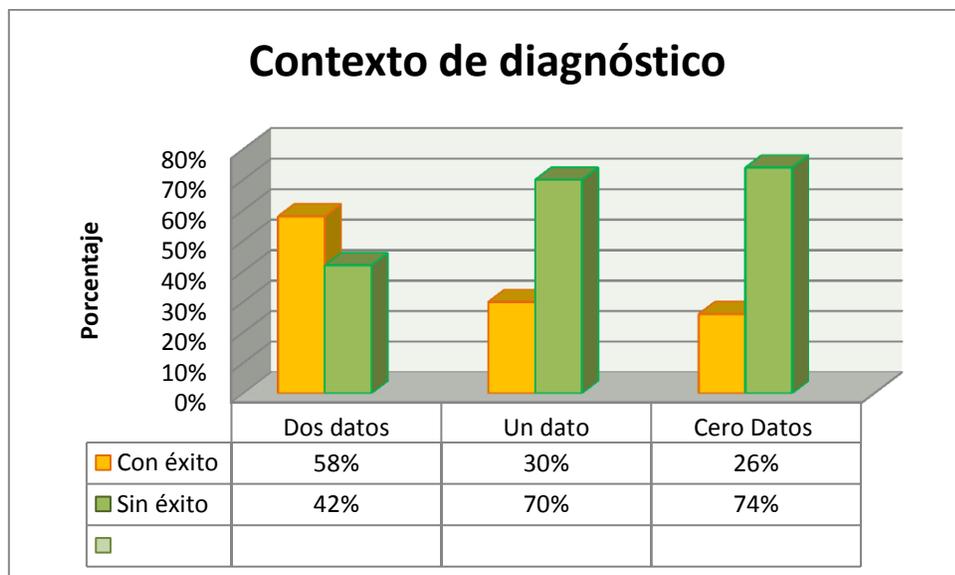


Gráfico 6. Cantidad de estudiantes que dan solución con y sin éxito contexto social

5.2.7. Análisis general del Contexto- Estructura

A partir de lo presentado con anterioridad, se puede evidenciar que en los problemas de probabilidad condicional priman las variables estructura y contexto para determinar el grado de complejidad de cada uno de ellos.

Al realizar un análisis general de los contextos de los problemas, se encuentra que el problema de mayor complejidad es del contexto diagnóstico y el de menor complejidad el de industria. Así mismo en relación a la estructura el problema de mayor complejidad es el del subtipo cero. La tabla siguiente y su respectivo gráfico ilustran está el éxito en relación a la solución de los problemas presentada por los estudiantes:

	Diagnostico	social	industria	Promedio
Sub 0	26	29	58	37.6
Sub 1	30	51	64	48.3
Sub 2	58	63	69	63.3
Promedio	38	47.6	63.6	

Tabla. Soluciones exitosas según contexto y estructura

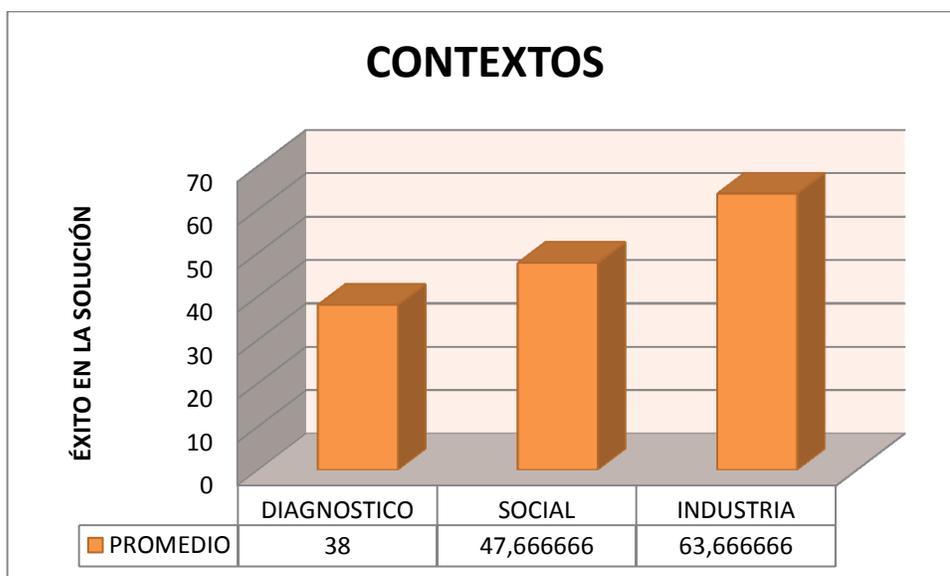


Grafico 7. Éxito en la solución en cada contexto

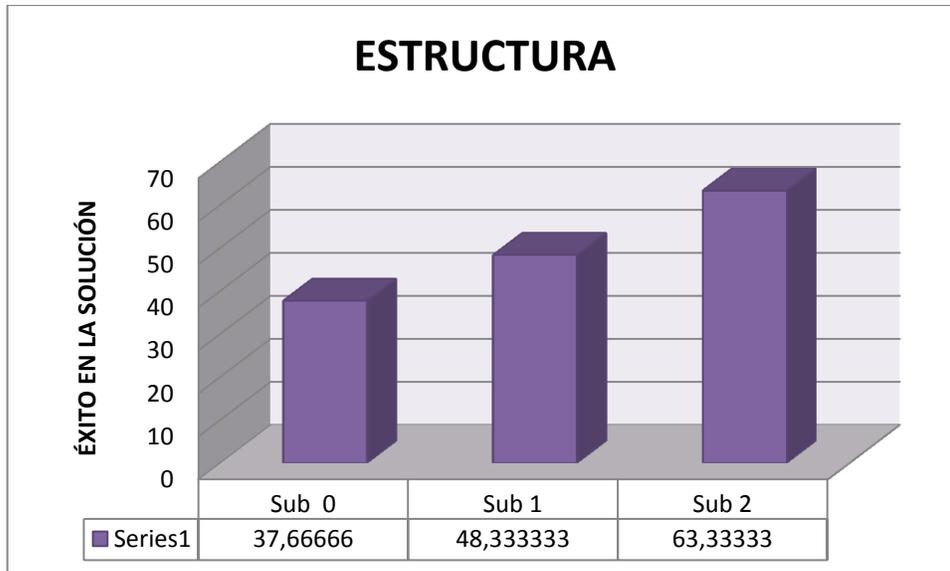


Grafico 8. Éxito en la solución según estructura

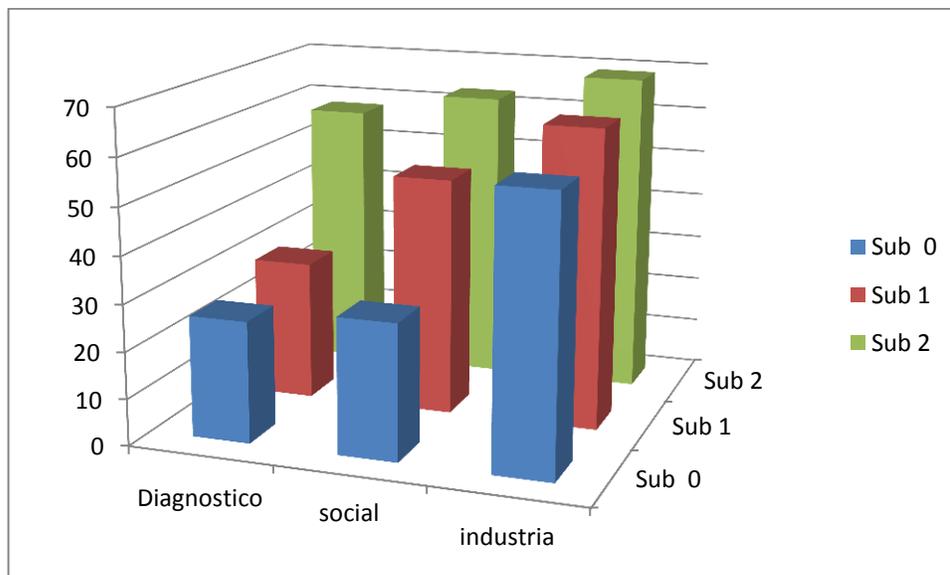


Grafico 9. Éxito en la solución según estructura y contexto

Finalmente la siguiente gráfica, en el que se relaciona todos los contextos con su respectiva estructura. Para efectos de lectura de la gráfica a continuación se presenta las respectivas conversiones que aparecen en los respectivos ejes, según

el contexto (**I**: industria, **S**: Social, **D**: Diagnóstico) y según la estructura (**2D**: Dos datos, **1D**: Un dato, **0D**: Cero datos).

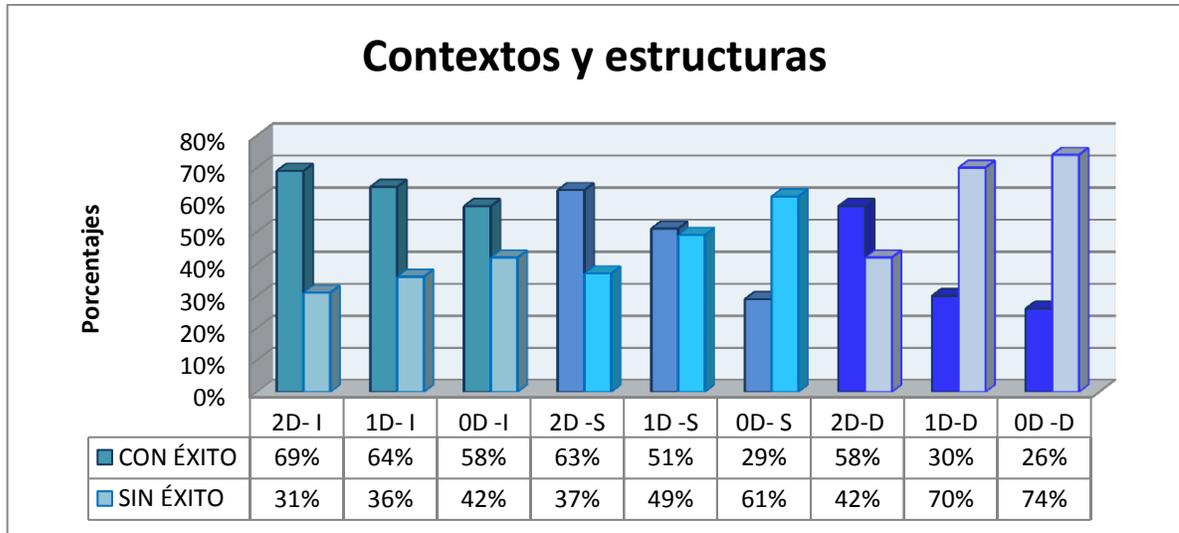


Gráfico 10. Cantidad de estudiantes que dan solución con y sin éxito contextos y subtipos

Como se puede inferir de la gráfica el contexto que genero menos complejidad para los estudiantes fue el de industria, allí se encuentra el mayor número de soluciones exitosas por parte de los estudiantes, seguido del contexto social y por último el contexto de diagnóstico que fue el más complejo para los estudiantes. Por otro lado, se observa cuando la pregunta relaciona los datos con la probabilidad pedida, gran parte de los estudiantes llegan a una solución correcta del problema, así mismo, la gráfica muestra que cuando el problema no relaciona los datos dados con la pregunta el éxito disminuye de manera significativa en los tres contextos abordados.

CONCLUSIONES

Las conclusiones de este trabajo se organizan en tres apartados; en primer lugar se hace referencia al alcance de los objetivos relacionados con la estructura y el contexto de los problemas de probabilidad condicional teniendo en cuenta los procedimientos empleados por los estudiantes. En segundo lugar, se presentan las consideraciones acerca de la metodología del experimento de enseñanza teniendo en cuenta la pertinencia de la ruta hipotética de aprendizaje planteada y finalmente se plantean algunas ideas para futuras investigaciones relacionadas a la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional.

Frente a la influencia de la estructura que presentan los problemas de probabilidad condicional de enunciado verbal, cuando los estudiantes los resuelven, se puede concluir que el subtipo que presenta mayor grado de complejidad para ellos es el que hemos denominado sub tipo 0. Este subtipo de problema no relaciona ninguno de los datos directamente con la pregunta, aspecto que conlleva a realizar un análisis más detallado de los datos y a buscar estrategias de solución. En las soluciones de estos problemas es relevante la organización de los datos en tablas de doble entrada, el uso de representaciones gráficas y la utilización de varias operaciones aritméticas para llegar a la solución.

Por otra parte, los problemas del subtipo dos se consideran como los de menor complejidad. Ello se debe a que en las soluciones de los estudiantes se evidencia que se recurre a realizar menos operaciones aritméticas, suele no ser necesario la elaboración de tablas de doble entrada o de representaciones gráficas, pues los estudiantes pueden extraer directamente los datos que necesitan para encontrar la solución y responder la pregunta del problema.

En relación al contexto, se llevó a cabo un análisis comparativo de los contextos en cada subtipo de problemas y se encontraba que siempre el número de estudiantes que resolvía de manera exitosa los problemas del contexto diagnóstico en relación a los demás contextos era menor. De ello se concluye que el contexto que presenta mayor complejidad para los estudiantes es el de diagnóstico, independientemente de la complejidad de la estructura.. Así mismo, el contexto de menor complejidad llegó a ser el de industria, resultado un poco inesperado debido a que se creía inicialmente que el contexto social era el menos complejo.

Respecto al éxito de los estudiantes al resolver problemas, con base en los análisis de resultados presentados en el capítulo 5, se evidencia que el contexto jugó un papel importante en sus actuaciones; cuando ellos resuelven un problema en el contexto de industria el índice de éxito aumenta considerablemente y cuando los estudiantes resuelven un problema formulado en un contexto de diagnóstico el índice de éxito disminuye considerablemente, situación que se presenta en los tres subtipos.

A pesar de que la estructura y el contexto tienen una incidencia de forma individual, también la presentan cuando se unen ambas variables y hace que esto incida en el actuar de los estudiantes. Estructura y contexto se correlacionan en el sentido de que un problema de diagnóstico subtipo cero, se constituye en el más complejo para los estudiantes, mientras que un problema de subtipo dos y del contexto de industria se considera el de menor complejidad para los estudiantes.

En relación a los experimentos de enseñanza, como metodología de investigación, se destacan las bondades que permitieron ir trazando una ruta hipotética de aprendizaje y alcanzar los objetivos que se establecieron en un inicio para el desarrollo de este trabajo. El experimento de enseñanza permitió reformular en el camino la ruta hipotética que se había trazado en un inicio, así como las conjeturas iniciales,. En particular, en un inicio se había considerado que el contexto de menor complejidad para los estudiantes era el contexto social; y en este sentido la flexibilidad que se tiene de movilizarse durante la puesta en marcha del experimento permitió redefinir dicha conjetura y llegar a concluir que el contexto de menor

complejidad es el de industria. Por otra parte la ruta hipotética de aprendizaje se reacomodó, al ajustar de nuevo las tareas que se propusieron a los estudiantes, ya que inicialmente se tenía previsto trabajar las tres categorías de problemas propuestas por Lonjedo (2009), para el nivel uno, ya que de haber seguido la ruta inicial el número total de problemas que debían abordarse en la enseñanza era de 27 y no los 9 problemas que finalmente conformaron el grupo de tareas.

Entre los aspectos a destacar del experimento, se resalta el análisis retrospectivo y el análisis de datos sugeridos en este trabajo, puesto que conllevó a retomar la teoría en relación a la clasificación de los problemas de probabilidad condicional según su estructura y a revisar de nuevo la teoría a la luz de los resultados. Además, permitió ampliar la clasificación realizada por Lonjedo (2009) y Yañez (2002), frente a los datos que relacionaba directamente la pregunta del problema.

En relación a la escuela, generó una reflexión frente a la importancia que se tiene en la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional, puesto que usualmente se presenta a los estudiantes una gama de problemas que son considerados como similares porque en sus preguntas siempre se enfatiza la búsqueda de la probabilidad de un suceso, dado que ya sucedió otro y se recae en muchas ocasiones a evaluar de manera negativa a los estudiantes, sin tener en cuenta que algunos problemas requieren que el estudiante proceda de manera diferente.

Además, se puede destacar el hecho de que los problemas de probabilidad condicional no siempre están expresados en lenguajes avanzados de probabilidad, pero esto no quiere decir que no sean complejos. Así mismo, aunque existan problemas similares en su estructura, el contexto lleva a ciertas actuaciones a los estudiantes, de la misma manera, aunque los problemas se encuentren en el mismo contexto la estructura es factor determinante.

En base a los análisis y al estudio de la estructura de los problemas de probabilidad condicional se resalta la importancia de tener presentes la estructura y el contexto a la hora de llevar al aula de clases este objeto de estudio, puesto que, como se mostró en los resultados, estos dos factores influyen en las actuaciones de los

estudiantes. Por otro lado, en muchas ocasiones se hace un trato a los problemas de probabilidad como si estos presentaran una estructura similar en el que el único cambio es el contexto en que se ambienta el problema, pero los resultados que en este trabajo se presentan, muestra que pese a que los problemas sean de estructura y contexto similar, los datos que relacionan la pregunta hace que el estudiante tenga que hacer más procedimientos para dar respuesta al problema. Finalmente, en relación a los análisis y conclusiones presentados en este trabajo sugieren que en futuras actuaciones del profesor o para el desarrollo de futuros trabajos en que se formulan los problemas de probabilidad condicional, se promueva el estudio de la estructura y el contexto de los problemas, puesto que éstas variables inciden en las actuaciones de los estudiantes.

Como en este trabajo solo se analizó las actuaciones de los estudiantes frente al nivel uno, tipo uno y categoría 3, como se mostró en los antecedentes y en el marco de referencia existen otros tres niveles con sus respectivas categorías. Los cuáles son dignos de estudio y que pueden ser investigados como en el caso de este trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Batanero, C. (2005). *Significados de la probabilidad en la Educación Secundaria*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 8(03), 247-263.
- Batanero, C. (2006). *Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: Un desafío educativo*. En P. Flores y J. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar*. Granada: Sociedad de Educación
- Cardona, J y Arias, L. (2008). *Didáctica para la enseñanza de la probabilidad condicional*. Universidad en la Universidad de Pereira
- Carles, M., Cerdán, F., Huerta, M. P., y Lonjedo, M.A., Edo P. (2009). *Influencia de la estructura y del contexto en las dificultades de los problemas de probabilidad condicional de nivel N0. Un estudio exploratorio con estudiantes sin enseñanza previa*. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 173-185). Santander: SEIEM.
- Carles, M y Huerta, P (2007). El mundo de los problemas de probabilidad condicional en el contexto de test diagnóstico. p. 249-260.
- Cobb, P. (2000). *Conducting Teaching Experiments in Collaboration with Teachers*. En Kelly; Lesh.(2000). *Handbook of research design in mathematics and science education*.
- Díaz, C y De la Fuente inmaculada, (2007). *Un estudio inicial de sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional en alumnos universitarios*. Universidad de Granada.
- Diaz, A (2011). *Zona Activa 10*. Edición para el maestro. Editorial Voluntad. Bogotá Colombia
- Font, V. (2007). *Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas*. La gaceta de la RSME, Vol. 10.2. P. 419–434.
- Gregorio, J. (2005). *La resolución de problemas en primaria*. España. Revista Sigma. Nº 27. P. 1-34.
- Huerta, M y Lonjedo, M.A., (2009). *Una clasificación de los problemas escolares de probabilidad condicional*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia.

- Joya, R (2010). *Nuevas Matemáticas 10*. Edición para el maestro. Editorial Santillana. Bogotá Colombia
- Lonjedo, M. (2008). *Análisis de los problemas ternarios de probabilidad condicional de enunciado verbal y de sus procesos de resolución*. Universidad de Valencia.
- Ministerio de educación nacional, (1998). *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas*. Bogotá. D.C.
- Ministerio de educación nacional, (2006). *Estándares Básicos de calidad. Área de Matemáticas*. Bogotá, MEN.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J.L., y Castro, E. (2011). *Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza*. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75–88
- Morales, M. (2010). *Nuevas Matemáticas. 11* Edición para el maestro. Editorial Santillana. Bogotá Colombia
- Penalva, M. Roig, A. Río, M (2009). *Experimento de enseñanza: tareas de aprendizaje de la geometría en la formación de maestros de educación infantil* Dpto. Innovación y Formación Didáctica (Universidad de Alicante) .
- Pulido, L. Mesa, M. (2006). *Matemática aplicada Símbolos 10*. Editorial Voluntad. Educación media.
- Rocha, P, (2007). *Educación estocástica Didáctica de la probabilidad y la estadística*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.
- Valero, P. (2002). *Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia*. *Cuadrante*, 11(1), 49-59.
- Yañez, G (2001). *El álgebra, las tablas y los árboles en problemas de probabilidad condicional*. *Cinvestav-IPN-México*, v.1, p.355 - 371.

ANEXO 1

TAREA 1 PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL NIVEL 1

Soluciona los siguientes problemas haciendo uso de lo que considere necesario para encontrar la respuesta a la pregunta.

CONTEXTO SOCIAL

Una compañía aseguradora de vehículos presenta su reporte anual en relación a la situación de 2000 autos asegurados, así:

- a) 400 vehículos de color azul fueron asegurados
- b) 280 vehículos se accidentaron
- c) 150 vehículos de color distinto al azul se accidentaron

Si al seleccionar un vehículo al azar, se sabe que este se accidentó, ¿cuál es la probabilidad de que sea azul? Explica tu respuesta.

CONTEXTO DE INDUSTRIA

Una planta recibe 250 reguladores de voltaje de dos diferentes distribuidores, 120 de los reguladores se compran a la empresa Voltage y el resto a la empresa Electric Company. Si de los reguladores comprados 12 se encuentran defectuosos y se sabe que 115 motores de los comprados a Voltage se encuentran en buenas condiciones.

¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar al azar un regulador éste sea defectuoso dado que se ha comprado a Electric Company?.

CONTEXTO DE DIAGNÓSTICO

En un centro médico, de 120 nacimientos 62 fueron varones y 58 hembras. Si de las ecografías previstas 70 indicaban que sería un varón y 43 nacimientos de niñas fueron previstas por la ecografía. Encuentra la probabilidad de que naciera un varón dado que la ecografía indicaba que era mujer.

ANEXO 2

TAREA 2 PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL

NOMBRES _____

Soluciona los siguientes problemas haciendo uso de lo que considere necesario para encontrar la respuesta a la pregunta.

CONTEXTO SOCIAL

Para organizar un campeonato deportivo, se ha realizado una encuesta sobre las aptitudes deportivas respecto al fútbol y al baloncesto a 350 personas. Los datos han arrojado que 300 personas juegan baloncesto, 275 de los inscritos juegan fútbol y baloncesto, 35 personas no juegan ni fútbol ni baloncesto. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un estudiante, éste juegue baloncesto, dado que no juega fútbol? Explica tu respuesta.

CONTEXTO DE DIAGNÓSTICO

En un laboratorio clínico se realizó un estudio que se realizó a 1750 personas, de las cuales 780 padecen cierta enfermedad. El estudio, que pretende analizar la efectividad de una nueva prueba de diagnóstico de dicha enfermedad, arrojó que 560 de las personas que portan la enfermedad fueron diagnosticadas positivamente y que 480 de las personas que no portan la enfermedad fueron diagnosticadas negativamente. Si se selecciona una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la persona elegida sea diagnosticada negativamente dado que padece la enfermedad? Explica tu respuesta.

CONTEXTO DE INDUSTRIA

En un proceso industrial de producción en serie de llantas de autos, se producen llantas para camionetas y llantas de automóviles de carreras. De las 5800 unidades que se fabrican diariamente de ambos tipos. Se sabe que 3000 llantas corresponden a autos de carreras, 7 llantas de camionetas salen defectuosas y 2985 llantas de autos de carreras no salen defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir una llanta, ésta no sea defectuosa, dado que es de una camioneta? Explica tu respuesta.

ANEXO 3

TAREA 3 PARTE 1 TALLER PROBABILIDAD

CONTEXTO SOCIAL NIVEL 1 (CERO DATOS)

En un hotel se realiza una encuesta a 500 de los huéspedes en relación a sus prácticas deportivas de tenis y golf. La encuesta encontró que 390 huéspedes no juegan tenis; 30 no juegan ni tenis ni golf y 410 juegan golf. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un huésped este no juegue golf, dado que juega tenis?

CONTEXTO INDUSTRIA, NIVEL 1 (UN DATO)

En una fábrica de televisores se producen 700 unidades, de las cuales 6 son fabricadas por la máquina uno y salen defectuosas. 395 televisores son fabricados por la máquina dos y 689 televisores no salen defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un televisor este lo haya producido la máquina 2 dado que no es defectuoso?

CONTEXTO DE DIAGNÓSTICO NIVEL 1 (DOS DATOS)

En un hospital se atendieron 250 personas, de las cuales 120 fueron diagnosticadas positivamente en relación a infección intestinal, el resto fueron diagnosticadas negativamente. De las personas diagnosticadas positivamente solo 5 no padecen la enfermedad. Además 122 personas padecen la enfermedad. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona padezca la enfermedad, dado que fue diagnosticada positivamente?

TAREA 3 PARTE 2 TALLER PROBABILIDAD

CONTEXTO INDUSTRIA

En una fábrica de televisores se producen 700 unidades, de las cuales 11 salen defectuosos 305 televisores son fabricados por la máquina uno y 5 televisores defectuosos los fabrica la máquina dos. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un televisor este lo haya fabricado la máquina 1, dado que es defectuoso?

CONTEXTO SOCIAL

En un hotel se realiza una encuesta a 500 de los huéspedes en relación a sus prácticas deportivas de tenis y golf. La encuesta encontró que 50 huéspedes juegan tenis y golf; 90 no juegan golf y 390 no juegan tenis. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un huésped este no juegue tenis dado que juega golf?

CONTEXTO DE DIAGNÓSTICO En un hospital se atendieron 250 personas, de las cuales 120 fueron diagnosticadas positivamente en relación a infección intestinal, el resto fueron diagnosticadas negativamente. De las personas diagnosticadas negativamente solo 123 no padecen la enfermedad. Además 128 personas no padecen la enfermedad. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea diagnosticada positivamente, dado que padece la enfermedad?