# Razones, proporciones y proporcionalidad en términos de variación y correlación entre magnitudes: una posible forma para comprender la construcción de dichos objetos matemáticos[1].

Eruin Alonso Sánchez Ordoñez
eruinalonso@hotmail.com
Institución Educativa "Los Comuneros" Popayán
Universidad del Cauca

***Resumen***

En el currículo de matemáticas de Colombia tradicionalmente las razones, las proporciones y la proporcionalidad son enseñadas centrando su atención en lo algorítmico y privilegiando lo numérico, desconociendo o conectando débilmente estos objetos de conocimiento matemático con lo variacional, esencialmente con las relaciones y las funciones. En este documento se analizan los sistemas de prácticas desplegados por estudiantes de grado séptimo de educación básica, niñas y niños entre 11 y 14 años de edad, en el tratamiento de cinco situaciones de variación y cambio y se exhibe de qué manera los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad, son usados para enfrentar tales situaciones, estos usos son explicados a partir de los fundamentos teóricos y metodológicos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (en adelante TAD).

**Palabras clave**: Teoría Antropológica de lo Didáctico; sistemas de prácticas; razones proporciones y proporcionalidad; situaciones de variación y cambio.

## 1. Planteamiento del problema

En el documento Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006), se manifiesta que uno de los propósitos del pensamiento variacional es construir diversos caminos y acercamientos a la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos relativos a las funciones y sistemas analíticos y que es conveniente que las situaciones de aprendizaje propicien en particular el razonamiento proporcional. Por tanto, se hace necesario diseñar e implementar situaciones de variación y cambio en las cuales intervengan diferentes magnitudes para que los estudiantes logren determinar, en primera instancia de forma cualitativa, la correlación entre tales magnitudes y progresivamente vayan logrando cuantificar dicha correlación, utilizando para ello, inicialmente en acto, las diferentes facetas que juega la

[1] El documento surge del trabajo desarrollado en el proyecto del mismo nombre realizado como trabajo de tesis para optar al título de Magister en Educación. Línea Enseñanza de las Ciencias y la Tecnología, de la Universidad del Cauca.

razón como relator, operador o correlator, y determinando el tipo de proporcionalidad, simple directa o simple inversa, que existe entre ellas. Por lo que vale la pena preguntarse ¿Qué tipo de situaciones favorecen la aproximación de los estudiantes a las razones, las proporciones y la proporcionalidad? Cuestionamiento que conduce al siguiente problema de investigación

**¿Cuáles son los sistemas de prácticas matemáticas que desarrollan los estudiantes en la resolución de en situaciones de variación y cambio, y de qué manera esos sistemas dan forma a los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad?**

## 2. Marco de referencia conceptual

*Teoría Antropológica de lo Didáctico*

Para Bosh y Chevallard (1999) el análisis del conocimiento matemático como un conjunto de prácticas sociales institucionalizadas requiere de una forma de análisis que permita la descripción y el estudio de las condiciones de su realización. Dicho análisis, es lo que desde la TAD se ha denominado organización matemática (OM) o praxeología, o en palabras de Espinoza y Azcárate (2000) una OM permite modelizar el conocimiento matemático como actividad humana.

Estas praxeologías, propuestas por el enfoque antropológico, están compuestas de tipos de situaciones (S), problemas y de técnicas , las cuales constituyen la praxis o conocimientos técnicos y de tecnologías y teorías que constituirán el logos o saber. Según Espinoza y Azcárate (2000) las técnicas se entienden como ciertas maneras de hacer, esto es, como procedimientos que pueden ser empleados para resolver los problemas; las tecnologías como los discursos que sustentan, describen, explican y justifican los procesos matemáticos que ahí se encuentran involucrados y los cuales se espera sean más adelante institucionalizados en los procesos de enseñanza y de aprendizaje y la teoría $\Theta$ como el argumento formal que permite justificar rigurosamente dicha tecnología.

De lo anterior se puede determinar que los objetos de conocimiento matemático surgen de prácticas con las matemáticas ubicadas en diversos contextos geográficos y culturales, en tal sentido, D'Amore y Godino (2007); Godino, Batanero y Font (2008), entienden una práctica matemática como una actuación particular, o conjunto de actuaciones, en el abordaje de problemas matemáticos específicos (de un individuo o de una institución). Esta práctica está determinada por formas de razonar, comunicar, validar o generalizar y habitualmente no existe de manera aislada sino que está asociada a sistemas de prácticas que interaccionan entre sí.

*Campos conceptuales*

Para (Vergnaud, 1990) un campo conceptual puede considerarse como un conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar un conjunto de situaciones. Este conjunto de conceptos y de teoremas están presentes de manera informal y a un nivel previo[2] en los sujetos a través de lo que Vergnaud (1983) denomina teoremas y conceptos en acto o en acción. Los teoremas en acto son definidos como relaciones matemáticas que son tomadas en cuenta por los estudiantes cuando escogen una operación o una secuencia de operaciones para resolver un problema.

*El campo conceptual de las estructuras multiplicativas*

Vergnaud (1983, 1990, 1991, 1994, 2007) define el campo conceptual de las estructuras multiplicativas como el conjunto de situaciones que requieren una multiplicación, una división o una combinación de tales operaciones, pero también como el conjunto de conceptos (proporción simple y compuesta, función lineal, múltiplo, combinación lineal, fracción, divisor, razón, etc.) y teoremas (propiedades de isomorfismo de la función lineal y su generalización a las relaciones no enteras, propiedades que se refieren al coeficiente constante entre dos variables linealmente ligadas, y algunas propiedades específicas de la bilinealidad) que permiten analizar estas situaciones.

## 3. Metodología

La investigación, base del presente documento, se asumió como de intervención en el sentido de (Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas y Ferreira, 1998; Ponte, 2008; Cochran – Smith, 2003) y fue hecha a partir de la experiencia profesional como docente de básica y media.

*El método*

La actividad que permitió la recolección de la información se desarrolló durante la jornada habitual de los estudiantes de grado séptimo[3] pero por fuera de la clase normal de

[2] Hace referencia a preconceptos o conocimientos previos de los sujetos.

[3] Las edades de los estudiantes oscilan entre 11 y 14 años. Este grupo de estudiantes aún no había realizado un estudio formal sobre las razones, las proporciones y la proporcionalidad.

matemáticas. A los estudiantes se les entregó, de manera individual, una fotocopia en donde estaba escrita la guía de trabajo que debían realizar con cada situación[4] y algunas preguntas de reflexión surgidas de ella. Al final de las sesiones fueron recogidas las producciones escritas de los estudiantes para analizar sus respuestas y soluciones. El método empleado para el análisis de las estrategias desplegadas integra:

- Un análisis previo de situaciones, tomando como modelo el esquema presentado en (Obando, Vanegas y Vásquez, 2006; Posada, 2006).
- El análisis de las soluciones dadas por los estudiantes a la situación.

## 4. Análisis de datos y conclusiones:

*Teorías.*

Tanto para el análisis de las situaciones por parte del investigador como para las soluciones dadas por los estudiantes se observa la necesidad de acudir a todo el aparato formal de las transformaciones lineales y de las funciones reales, por ejemplo, es necesario acudir a las funciones lineales, a las funciones bilineales, a las tres propiedades fundamentales de la linealidad y a los sistemas lineales directos e inversos, de igual forma a los tres roles de la razón (relator, operador y correlator).

*Técnicas y tecnologías asociadas.*

Los estudiantes recurrieron inicialmente a la técnica correspondiente a las representaciones tabulares, para dar algunas respuestas. Aunque, en la situación 1, en la que se les solicitó hacer una gráfica, la mayoría de los estudiantes acudieron a la técnica de las representaciones icónicas. Este par de hechos llevó a que en la primera intervención se recordará lo referente a las gráficas cartesianas y estadísticas, lo que condujo a que en las siguientes dos situaciones, en las que se pedía hacer una gráfica, los estudiantes acudieran a la técnica de las gráficas cartesianas.

Se observó cómo en algunas situaciones los estudiantes acuden a realizar la división entre las cantidades de magnitud involucradas para determinar el valor por unidad. En este momento fue difícil determinar si los estudiantes estaban utilizando la razón como relator. Pero en las

[4] Se diseñaron y aplicaron cinco situaciones y dos subsituaciones a lo largo de aproximadamente dos meses en sesiones de dos a cuatro horas semanales.

preguntas denominadas de generalización, se observa que el valor encontrado es utilizado como invariante o como constante de proporcionalidad. También se observó, aunque con menos frecuencia, la aplicación de técnicas asociadas con la tecnología de los análisis escalares, y con el razonamiento por analogías. Se pone en evidencia la preferencia de algunos estudiantes por la realización de procesos aditivos en lugar de la multiplicación.

En problemas de repartos proporcionales se evidenció mayor comodidad de los estudiantes para realizar análisis de tipo cualitativo y no tanto para el análisis de índole cuantitativo. De igual manera en un grupo significativo de estudiantes se observó la primacía de los repartos equitativos por encima de los repartos proporcionales, influenciada por la manera como en la vida cotidiana se dan las cosas. En este sentido es necesario diseñar situaciones de tal forma que induzcan al estudiante a asignar de manera natural el carácter proporcional que debe tener el reparto que se va a realizar. Ahora bien, en la realización de los análisis cuantitativos la técnica mayoritariamente utilizada permitió calcular la constante de proporcionalidad que luego se aplicó para determinar los valores del premio que debe recibir cada persona. Esta técnica está sustentada por las tecnologías de los análisis escalares y funcionales y de las proporciones, apoyadas por la teoría de los roles de la razón. En un menor número, los estudiantes utilizaron las técnicas que se apoyan en el uso de la razón como relator y de los sistemas lineales directos.

En lo referente a los problemas relacionados con porcentajes, la mayoría de los estudiantes acudieron a la técnica de determinar a cuanto correspondía el 1% de determinado valor la cual también tiene su sustento en la teoría de los roles de la razón. Por otro lado, teniendo en cuenta que se trabajó con porcentajes que eran múltiplos de 5, algunos estudiantes, aunque en menor número, recurrieron a la técnica soportada por la teoría de los sistemas lineales.

**Bibliografía.**

Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19 (1), 77-124.

D'amore, B., & Godino, J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de las matemáticas. *Revista Latinoamenricana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (2), 191-218.

Espinoza, L., & Azcarate, C. (2000). Organizaciones matemáticas y didácticas en torno al objeto "limite de una función": una propuesta metodológica para el análisis. *Enseñanza de las Ciencias*, 18 (3), 355-368.

García, F. (2005). *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar.De la proporcionalidad a las relaciones funcionales.* Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de Jaen. España.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático. Consultado en diciembre 15, 2009. Disponible en http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm

MEN. (2006). *Estándares básicos de competencia matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Obando Zapata, G., Vanegas Vasco, M. D., & Vásquez Lasprilla, N. L. (2006). *Pensamiento numérico y sistemas numéricos*. Medellín: Gobernación de Antioquia.Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Dirección de Fomento a la Educación con Calidad.

Ponte, J. P. (2008). Investigar a nossa própria prática: Uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. *Revista PNA–Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*. 2 (4), 153 - 180.

Ponte, P., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J., & Ferreira, C. (1998). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, 7 (2), 41 - 70.

Posada Balvin, F. A. (2006). *Módulo 2 Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. Medellín: Gobernación de Antioquia. Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Dirección de Fomento a la Educación con Calidad.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structures. En R. Lesh y M Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 127-124). New York: Academic Press.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 10 (23), 133-170.

Vergnaud, G. (1991). *El niño las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.* México: Trillas.

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? En G. Harel and J. Confrey (Eds.), *The Devepopment of MULTIPLICATIVE REASONING in the learning of mathematics* (pp. 41-61). Albany: State University of New York.

Vergnaud, G. (2007). In what sense the conceptual fields theory might help us to facilitate meaningful learning? [¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo?]. *Investigações em Ensino de Ciências,* 12(2), 285 - 302.