

FUNCIONES RACIONALES EN EL DESARROLLO DE PENSAMIENTO VARIACIONAL

Ronald Andrés Noreña Gallego

roanno@gmail.com

Universidad del Valle

Cali – Colombia

RESUMEN.

El pensamiento variacional es de suma importancia en el quehacer diario de los estudiantes, hecho por el cual existe gran preocupación en la escuela por los procesos por los cuales se busca la madurez de este en los estudiantes. De tal manera, que en la presente investigación, se intenta realizar un acercamiento al estudio de las funciones racionales como medio potenciador en la formación de pensamiento variacional en los estudiantes de grado noveno en la educación secundaria en Colombia; a partir de la articulación de subconceptos como: *dominio, dependencia, asíntotas y equivalencia de funciones*.

Este estudio se realiza bajo tres características de investigación: **a) Cognitiva:** bajo la teoría de **registros semióticos de representación** de Duval (1999) en los registros gráficos y algebraico; **b) Matemática:** Análisis y articulación de subconceptos propios de las funciones racionales, con los cuales se genera una caracterización de esta; **c) Curricular:** Se analiza las exigencias políticas que regulan la actividad escolar según lo estipulado por el MEN.

Palabras claves: Función racional, Pensamiento variacional, registro semiótico de representación, aprendizaje significativo.

Presentación del problema

En la actividad educativa en el aula, vemos que a través de los años se ha ido dando como tendencia que la actividad matemática promovida a los alumnos centra su atención en la manipulación y adquisición de algoritmos matemáticos los cuales actúan como medio para dar solución a un problema particular, dejando de esta manera de lado la construcción y análisis de los aspectos conceptuales de los objetos mismos. Ante esto, para el caso de las funciones racionales encontramos que uno de los conceptos más potentes y representativos en el estudio y desarrollo del pensamiento variacional son las funciones, y para nuestro caso particular las funciones racionales, ya que en estas los estudiantes pueden visualizar y explorar la noción de variación a través de la dependencia y características globales de las

funciones como es concavidad, intervalos de crecimiento, contextualización de las mismas bajo características interdisciplinarias.

Es así, como es de gran importancia resaltar que para promover el estudio del pensamiento variacional, este debe de contemplar la implementación y estudio de los *sistemas algebraicos* como medio para la formación de este, ya que este sistema es el más directamente ligado con las variaciones. Ante esto, una de las vías para el desarrollo de pensamiento variacional en los estudiantes a partir de funciones racionales, parte del análisis de diversos registros semióticos de representación como son el registro algebraico y gráfico, puesto que de acuerdo con lo que menciona el MEN (2006, p. 66) el *pensamiento variacional*:

Tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

Donde los sistemas semióticos de representación en los procesos de aprendizaje son de gran utilidad en la medida que es a partir de estos que se puede instaurar una relación entre las diversas ideas y representaciones mentales que circulan en el aula, ya que los registros de representación semiótica se convierten en el medio del cual nos valemos para identificar y caracterizar los objetos matemáticos que se estudian en los diferentes niveles de escolaridad.

Marco de referencia conceptual

La formación de pensamiento variacional en los estudiantes no se da por un fin caprichoso de las entidades educativas o de los profesores, sino que por el contrario, vive en el marco de las diversas políticas institucionales que regulan el avance y finalidad de la educación en Colombia, como son por ejemplo los estándares básicos de competencias en matemáticas expuestos por el MEN, los cuales entre sus exigencias frente a los requisitos básicos que debe de cumplir un estudiante para ser promovido de grado octavo a noveno, promulga que estos deben: *identificar relaciones entre las propiedades de las gráficas y de las ecuaciones algebraicas, uso de procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas, identificar la relación entre los cambios en los*

parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan, entre otras (MEN 2006, p. 87).

De esta forma, para discutir sobre el proceso de enseñanza de las funciones racionales, es importante reconocer como lo mencionan Malagón, M. & Valoyes, L., (2006) que:

Consideramos que la actividad algebraica en la escuela debe caracterizarse por el estudio de campos de problemas mediante la utilización del **instrumento algebraico**. El resultado de esta actividad consistirá, básicamente en la construcción de modelos algebraicos de los campos de problemas considerados, los cuales pasaran posteriormente a ser en sí mismo objeto de estudio. (p. 37)

Donde en el caso de las funciones, se observa que estas en aras de formación de pensamiento variacional y algebraico en los estudiantes, permite la modelación de diversas situaciones problemáticas pertenecientes a distintos contextos (algunos casos puede ser de manera intra-matemáticos o extra-matemáticos); donde el uso del concepto de función en la modelación además del uso del álgebra como herramienta, permite manipular su estructura, hacer predicciones acerca de su comportamiento, realizar mediciones y cálculos, etcétera.

Así, para la comprensión del objeto matemático se debe distinguir el objeto matemático de sus representaciones. Ante esto, como lo menciona Duval, R. (1999):

Toda confusión entre el objeto y su representación provoca, en un plazo más o menos amplio, una pérdida en la comprensión: los conocimientos adquiridos se hacen rápidamente inutilizables por fuera de su contexto de aprendizaje, sea por no recordarlos, o por que permanecen como representaciones “inertes” que no sugieren ningún tratamiento productivo. En virtud de su pluralidad potencial, las diversas representaciones semióticas de los objetos matemáticos serían, pues, secundarias y extrínsecas a la aprehensión conceptual de los objetos. [...] Las representaciones semióticas, es decir, aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica) [...] no parecen ser más que el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros. Las representaciones semióticas, pues, estarían subordinadas por entero a las representaciones mentales y no cumplirían más que funciones de comunicación. (p. 14)

Siendo así, las representaciones semióticas además de ser indispensables como medio de comunicación, también son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma, puesto que el sistema de representación semiótico utilizado genera el conjunto de elementos, los cuales serán manipulados y tratados por los estudiantes en sus situaciones de

aprendizaje; donde es indispensable identificar el modelo o carácter sobre el cual se desarrolla la situación de aprendizaje; la cual desde el uso de registros semióticos de representación, se puede dar bajo la operación cognitiva de **conversión** ó desde la **coordinación de registros**. (Duval 1999, Pp. 77-78), de tal forma que cada una de estas determina sus propias características en el “modo de operar” como en las expectativas a llegar con los docentes.



Diagrama 1 Organización de las situaciones de aprendizaje

De esta manera, a continuación se presenta la estructura de articulación de los subconceptos matemáticos con los cuales se pretende caracterizar las funciones racionales a partir del uso de registros semióticos de representación como son el algebraico y el gráfico.

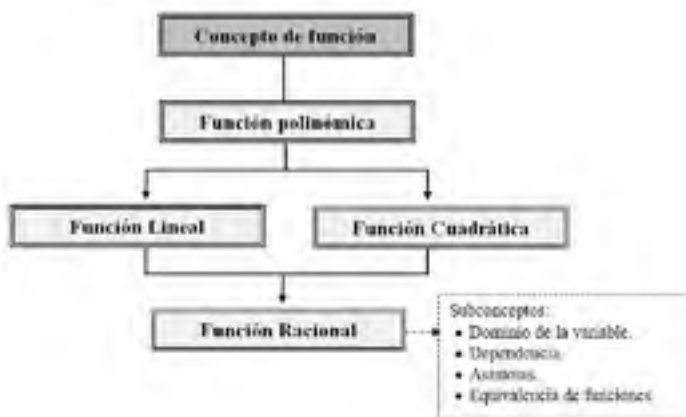


Diagrama 2 Construcción del concepto de función racional

Donde, en este mismo orden de ideas se observa que los procesos de interpretación de los sistemas de signos matemáticos puestos en juego en el seno de los sistemas didácticos, están sujetos a la interactividad que el estudiante establezca con ellos, donde es a partir de la intersubjetividad de los alumnos que toman valor los signo empleados en los registros semióticos. Tal que *“las representaciones externas cumplen pues una función de comunicación. Pero igualmente cumplen otras dos funciones cognitivas: la función de objetivación, como todas las representaciones conscientes, y la función de tratamiento”* (Duval, R. 1999. P. 34).

Metodología y análisis de datos

Se puede caracterizar la metodología a realizar en este proceso de investigación desde el marco conceptual de *investigación de metodología cualitativa*, ya que el propósito de esta modalidad investigativa es identificar y caracterizar situaciones problemáticas, reflexionar sobre ellas y proponer hipótesis y posibles soluciones; hecho que es evidente en las finalidades metodológicas del trabajo de grado. De tal manera, que para lograr una reflexión importante sobre la formación de pensamiento variacional en los estudiantes de grado noveno de la educación obligatoria en Colombia.

Conclusiones

El uso de registros semióticos de representación, ayuda a generar consciencia en los estudiantes en su proceso de aprendizaje sobre los objetos matemáticos desarrollados, ya que, fomenta en estos la reflexión y distinción constante entre el **objeto representado** y la **representación del objeto**, supliendo que estos ligen el aprendizaje de los objetos matemáticos como respuesta a la representación presentada, concibiendo que “la formación de una representación semiótica es el recurso a un(os) signo(s) para actualizar la mirada de un objeto o para sustituir la visión de ese objeto”(Duval, 1999, p.43). Por otra parte, ofrece ventajas tanto a docentes como a los alumnos en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las funciones racionales, como es en los alumnos la posibilidad de ver diversas representaciones de un mismo objeto en diversos registros, los cuales permiten desde la naturaleza de cada uno efectuar tratamientos diferentes que permiten la exploración de propiedades que son más potentes en un registro que en otro; y por otra parte, desde el punto de vista de la resolución de problemas, estos se pueden convertir en un

medio que reduce los costos en los diversos procesos algorítmicos. Por parte del docente, el generar su proceso de enseñanza a partir del uso de distintos registros semióticos, aunque estos no sean muy conocidos para el estudiante, genera la impresión en el docente que trabaja sobre el sentido mismo de los objetos matemáticos (distinguiendo la representación del objeto), lo cual ayuda a generar en el estudiante diversas ocasiones y “espacios” para expresarse. Siendo así, como lo menciona Duval (1999) que:

La importancia de un cambio de registro está en que, justamente, se pueden efectuar tratamientos totalmente diferentes en un registro distinto a aquel en el que fueron dadas las representaciones iniciales. (p. 55)

Es importante reconocer que el solo uso de diversos registros de representación semiótica no potencializa un aprendizaje significativo del concepto de función racional en los estudiantes, sino que se debe de tener claro la intencionalidad y fin con la cual se usa los registros de representación en el proceso de aprendizaje, de tal forma que estos no se muestren solo como medios visuales perceptibles a la vista de las personas, sino que por el contrario trascienda hasta el punto de generar cambios de orden cognitivo en el estudiante; ya que, en algunos casos “*las representaciones semióticas pueden ser satisfactorias desde el punto de vista de la expresión y no corresponder a ninguna objetivación para el sujeto que las reproduce solo por imitación, y no las produce para una objetivación*”(Duval, R. 1999, p. 37).

Bibliografía

- Azcárate, C. & Deulofeu, P. (1990) *Funciones y gráficas*. En: Matemáticas: Cultura y Aprendizaje (26). Editorial Síntesis
- Bruner, J. (1997). Pedagogía popular. (F. Díaz, Trad.). *La educación puerta a la cultura* (pp. 63-83). Madrid, España.: Visor.
- Cantoral, R. & Montiel, G. (s.f.) *Visualización y pensamiento matemático*. Recuperado el día 01 de Noviembre de 2011, del sitio web: [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/\(Cantoral-Montiel2003\)-ALME16-.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/(Cantoral-Montiel2003)-ALME16-.pdf)
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano, Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Vega, M. Trad.) Universidad del Valle, Instituto de Educación Matemática. Colombia. (Trabajo original publicado en 1995).

- Lacaste, E. & pascual, J. (s.f.) *Las funciones en los gráficos cartesianos*. Madrid, España: Síntesis, S.A.
- MEN. (2006) *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Imprenta nacional de Colombia: Santafé de Bogotá. Recuperado el 12 de Marzo del 2011 de <http://www.mineducacion.gov.co>
- Valoyes, L. & Malagon, M. (2006). *Formación de pensamiento algebraico en la educación escolar* (2da Ed.). Cali, Colombia.: Merlín.
- Velasco, M. & Mejía, M. (Comps.). (2010). *I. Pensamiento variacional y álgebra en la escuela*. En Torres, L. (Ed.), *Las matemáticas su enseñanza y aprendizaje*. Cali, Colombia.: Universidad del Valle.