

FORMAS ARGUMENTATIVAS DE NIÑOS DE GRADO QUINTO EN TORNO AL
CONCEPTO DE SEMEJANZA

LUZ ALEXANDRA OICATÁ OJEDA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D. C.
Mayo, 2007

FORMAS ARGUMENTATIVAS DE NIÑOS DE GRADO QUINTO EN TORNO AL
CONCEPTO DE SEMEJANZA

LUZ ALEXANDRA OICATÁ OJEDA

Trabajo de grado presentado como requisito parcial
para optar el título de Magíster en Docencia de la Matemática

DIRECTOR DE TESIS
Carmen Samper de Caicedo
Docente Departamento de Matemáticas

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D. C.
Mayo, 2007

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá D.C. , ___ mayo de 2007

ÍTACA

*Cuando emprendas tu viaje a Ítaca
pide que el camino sea largo,
lleno de aventuras, lleno de experiencias.
no temas a los lestrigones ni a los cíclopes,
ni al colérico Poseidón,
seres tales jamás hallarás en tu camino,
si tu pensar es elevado, si selecta
es la emoción que toca tu espíritu y tu cuerpo.
Ni a los lestrigones ni a los cíclopes
ni al salvaje Poseidón encontrarás,
si no lo llevas dentro de tu alma,
si no los yergue tu alma ante tí.*

*Pide que el camino sea largo.
Que sean muchas las mañanas de verano
en que llegues -¡con qué placer y alegría!-
a puertos antes nunca vistos.
Detente en los emporios de Fenicia
y hazte con hermosas mercancías,
nacar y coral, ámbar y ébano
y toda suerte de perfumes voluptuosos,
cuantos más abundantes perfumes voluptuosos puedas.
Ve a muchas ciudades egipcias
a aprender de sus sabios.*

*Ten siempre a Ítaca en tu pensamiento.
Tu llegada allí es tu destino.
Mas no apresures nunca el viaje.
mejor que dure muchos años
y atracar, viejo ya, en la isla,
enriquecido de cuanto ganaste en el camino
sin aguardar a que Ítaca te enriquezca.*

*Ítaca te brindó tan hermoso viaje.
Sin ella no habrías emprendido el camino.
Pero no tiene ya nada que darte.*

*Aunque la halles pobre, Ítaca no te ha engañado.
Así, sabio como te has vuelto, con tanta experiencia,
entenderás ya qué significan las Itacas.*

CONSTANTINO CAVAFIS

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi agradecimiento

A mi Directora de Tesis, Carmen Samper de Caicedo por su generosidad y dedicación al brindarme la oportunidad de recurrir a su capacidad y experiencia científica en un marco de confianza, afecto y amistad, fundamentales para la concreción de este trabajo.

A la profesora Leonor Camargo Uribe por su cooperación desinteresada, los lazos de amistad; y ante todo, por dar inicio y orientación a la concreción de los primeros capítulos de este trabajo.

A Jorge Castaño y Edwin Carrión, personas que desde el primer momento me brindaron y me brindan todo el apoyo, colaboración y cariño sin ningún interés, y que sus sugerencias fueron valiosas al presente trabajo.

A mis padres y hermanos por su apoyo en momentos de angustia y desesperación.

Al coordinador Alexander Castro del Colegio Fe y Alegría Palermo cuyo apoyo y gestión permitió que se realizara la experimentación de este trabajo.

A los estudiantes del Colegio Fe y Alegría Palermo que sus aportes, colaboración y participación permitieron este trabajo.

En definitiva sean estas líneas de reconocimiento y agradecimiento para todos cuantos con sus sugerencias y ánimos han hecho posible que esta investigación se llevo a cabo.

RESUMEN ANALÍTICO DE ESTUDIO RAE

TÍTULO: Formas Argumentativas de los Niños de Grado Quinto en Torno al Concepto de Semejanza.

TIPO DE DOCUMENTO: Tesis de Maestría.

AUTOR: OICATÁ Ojeda, Luz Alexandra.

PUBLICACIÓN: Bogotá D. C., Universidad Pedagógica Nacional. 2007

ENTIDAD: Universidad Pedagógica Nacional. Facultad de Ciencia y Tecnología. Departamento de Matemáticas.

PALABRAS CLAVES: Argumentación como objeto, argumentación como validación, semejanza, homotecia, razonamiento, actividad matemática, Educación Matemática, cognición, comprensión, ambientes de aprendizaje, estudio de casos, episodios de clase.

DESCRIPCIÓN: El trabajo estudia las formas argumentativas de los niños de grado quinto en torno al concepto de semejanza. Para ello, se elaboró el estado arte y marco teórico sobre la argumentación, desde los aspectos herramienta y objeto como plantea Douady (1986) para los conceptos matemáticos, y sobre la semejanza, desde la propuesta teórica de Escudero (2003). A partir de estos análisis, se construyó una propuesta didáctica, para estudiantes de grado quinto, que incluye tres situaciones problema. También se diseñaron las respectivas unidades o elementos de análisis para estudiar las intervenciones que se generaron al implementar la propuesta. Se describen las intervenciones de ocho estudiantes de grado quinto del Colegio Fe y Alegría Palermo. Se realizó el análisis de los resultados obtenidos con los cuales se contestó la pregunta de investigación y se formularon las conclusiones.

FUENTES:

Bibliografía: Se obtuvo información de 50 documentos (libros y artículos) referentes a las temáticas argumentación, interacción, demostración, validación, razonamiento geométrico, currículo, semejanza geométrica, investigación cualitativa y estudio de casos.

Trabajo de Campo: Se utilizó información registrada en video y audio, producciones escritas de los estudiantes y protocolos de la intervención didáctica.

CONTENIDOS: El documento está organizado en seis capítulos. En el primero se contextualiza la problemática de investigación y se presentan el problema, los objetivos y la hipótesis del trabajo. En el segundo capítulo, se exhiben los antecedentes investigativos en tres aspectos: estudios relacionados con la argumentación en geometría, estudios relacionados con los procesos argumentativos en la enseñanza de la demostración, y estudios sobre aspectos didácticos del concepto de semejanza. El tercer capítulo constituye el marco teórico respecto a la argumentación y el concepto de semejanza geométrica. El análisis de la argumentación se elaboró desde la perspectiva que plantea Douady (1986) teniendo en cuenta los aspectos herramienta y objeto de un concepto matemático, y se adaptó a la argumentación de la siguiente manera: para el aspecto de la argumentación como objeto se asumió la teoría de Duval (1999) y para el aspecto como herramienta de validación se asumió tanto los estudios de León y Calderón (2003) como los de Balacheff (2000). En el tratamiento teórico de semejanza se siguió la propuesta de Escudero (2003) a nivel estático y dinámico del concepto. El cuarto capítulo reporta la metodología de investigación que fue cualitativa. En el quinto capítulo se presenta el análisis de la información recogida junto con la descripción de la experimentación, criterios de análisis de protocolos, categorías de análisis de las intervenciones de los estudiantes y la descripción de resultados. Los protocolos y análisis de los mismos están ubicados en el trabajo como anexos. Finalmente, el sexto capítulo presenta las conclusiones, limitaciones y proyecciones.

METODOLOGÍA: En la investigación se adoptó una metodología de investigación cualitativa, de naturaleza descriptiva y exploratoria. Las razones para escoger este tipo de metodología fue que, con las observaciones a unos estudiantes, en sesiones de clase, es posible conservar el orden de las acciones de los estudiantes y describirlos tal como sucedieron; otra razón, fue que permite al investigador sistematizar, comprender e integrar lo estudiado. Finalmente, la metodología propicia el diseño, la intervención, análisis y teorización de las acciones que ocurren en el aula de clase. Se reconocen las características que establecen Huberman y Miles (1994), interpretativa, social y flexible, en este estudio. Las primeras dos porque se han interpretado las actuaciones e interacciones de los estudiantes, descifrando los significados necesarios y pertinentes para describir y entender las formas argumentativas que elaboran. La flexibilidad porque se modifican las tareas que los estudiantes enfrentan para generar argumentos de acuerdo a los avances de la investigación. Una de las técnicas que tienen en cuenta la naturaleza y las características de la investigación cualitativa es el estudio de casos, que fue la que se usó en este documento, asumiendo las propiedades que menciona Merriam (1988): particularística, descriptiva, heurística e inductiva.

Para llevar a cabo la metodología se establecieron cuatro fases. En la fase I, se definió la problemática de investigación, antecedentes y el marco teórico sobre la argumentación y sobre la semejanza geométrica. En la fase II, se realizó el diseño de experimentación que consistió en elaborar la propuesta didáctica que se reporta en el anexo A, que la componen tres situaciones problema relacionadas con una serie de fotos. En la fase III, se seleccionó la muestra, implementó la propuesta, se recogió la

información a través de videos, registros en audio y los materiales elaborados por los estudiantes, y se realizó los protocolos correspondientes a cada sesión de clase (véase anexos B a F). Finalmente, en la fase IV, se elaboraron los criterios de análisis, a partir de los parámetros elaborados en el marco teórico, el análisis de los protocolos (véase anexos G a K), y la respuesta a la pregunta de investigación para validar la hipótesis planteada.

CONCLUSIONES: Las conclusiones del trabajo se hacen según los objetivos planteados.

1) Se da la respuesta a la pregunta de investigación que orientó el trabajo. Se puede afirmar que hubo interacción productiva entre los estudiantes que conformaron la población que se analizó en esta investigación; sus intervenciones se centraron en explicar cómo resolvieron las tareas, y malinterpretaron el proceso de indagación de la profesora como una forma de decirles que su trabajo estaba mal hecho y no como mecanismo para que logran claridad de ideas.

2) Los argumentos de los estudiantes en situaciones de validación de trabajos o aceptación o rechazo de las ilustraciones, se basaron principalmente en evidencias empíricas, resultados propios o haciendo alusión a una autoridad externa.

3) La construcción de la comprensión de la noción de semejanza, durante el desarrollo de la primera actividad, se obtuvo a nivel perceptivo y dependió exclusivamente de un elemento de la figura, en este caso, el rectángulo. En cambio, en el desarrollo de la segunda y tercera actividad, hubo validación de lo que dicen de la semejanza a nivel de contenido en valores sociales, teóricos y epistemológicos como lo determina Duval (1999). Los estudiantes establecieron el factor de conversión entre las figuras o elementos de éstas. No se dio la condición de congruencia de los ángulos de manera explícita, pero quedó establecido que la forma del rostro debía mantenerse. También reconocieron que para tener semejanza debe mantenerse la misma cantidad de elementos que tiene la imagen inicial, así como la correcta ubicación de éstos. En lo epistemológico, como menciona Duval (1999), se observó que los argumentos de los estudiantes estuvieron ligados a intuiciones externas que se caracterizan por ser percepciones directas de los objetos matemáticos. Al avanzar, se observó que los estudiantes generaron argumentos ligados a intuiciones internas acerca de las condiciones para la semejanza. Finalmente, los estudiantes se referían al concepto a través de proposiciones desligadas de la situación particular.

4) En referencia a la hipótesis, se establece progreso en las formas de argumentar de los estudiantes porque se tuvieron dos condiciones: la exigencia de mejorar las razones que exponen, y mayor comprensión de las condiciones necesarias para la semejanza de figuras. Se promovió cada vez más un discurso reflexivo (Cobb, 1997) que permitió convertir los resultados de acciones concretas, en focos de discusión. Son la interacción y los enfrentamientos en que se coloca a los estudiantes lo que hace que sus elaboraciones se amplíen y modifiquen. La internalización de objetos y procesos

matemáticos a partir de exploraciones de las relaciones y las propiedades que los caracterizan, da origen a un proceso de significación. Involucrando los dos elementos de la hipótesis, se desarrollaron diferentes niveles y significados de la validación de los constructos matemáticos que los estudiantes elaboraron respecto a la semejanza. Éstos se denominaron, en el presente trabajo, Empirismo Ingenuo, Experiencia Crucial, Ejemplo Genérico y Experiencia Mental, categorías que se usaron para el estudio de las intervenciones.

5) El trabajo contribuyó a la línea de investigación interacción en el aula del grupo Cognición y Escuela. La interacción que se dio en la experimentación se evidencia en la participación de los estudiantes en diálogos que tienen como motivo explicitar propiedades o relaciones geométricas de la semejanza de figuras, inherentes a las ilustraciones que se utilizaron en las actividades. Se produjeron discusiones que fueron conformando un conocimiento matemático.

6) El análisis de la argumentación se presentó en dos aspectos: objeto y herramienta. Se estudió la argumentación como objeto, basado en la posición teórica de Duval (1999), y como herramienta de validación, teniendo en cuenta tanto los estudios de León y Calderón (2003) como los de Balacheff (2000).

7) En referencia a la semejanza, se estudió el desarrollo teórico de Escudero (2001) respecto al estudio del objeto semejanza que destaca el nivel estático (semejanza) y nivel dinámico (homotecia). En esta propuesta, las actividades potenciaban la semejanza como la relación entre dos figuras más que como resultado de una transformación.

LIMITACIONES: Las actividades diseñadas para la experimentación del presente trabajo, estaban divididas en tres partes: unas situaciones ligadas a secuencias de fotos, otras relacionadas con las secuencias de figuras geométricas, y finalmente, otras relacionadas solo con las condiciones que caracterizan la semejanza. Debido al factor tiempo y a lo dispendioso que es hacer un análisis cuidadoso y exhaustivo de las intervenciones, sólo se estudiaron los protocolos de la primera parte.

PROYECCIONES: La culminación de un trabajo como el que se describe en el presente documento debe permitir elaborar futuras investigaciones pues son más las preguntas que quedan abiertas que aquella que se intentó responder.

- Respecto a la argumentación, algunas preguntas que podrían orientar dichos trabajos pueden ser:

- ✓ ¿Cómo se puede caracterizar la validación de los estudiantes en torno a la resolución de situaciones problema?
- ✓ ¿Qué elementos caracterizan las justificaciones de los estudiantes cuando resuelven situaciones problemas?
- ✓ ¿Cómo son los argumentos que utilizan los estudiantes para generar una posición en una discusión?
- ✓ ¿Cómo proveen los artefactos que se utilizan en las situaciones problemas elementos de validación externa y qué importancia tiene esto en la clase de matemáticas?

- ✓ ¿Cómo son las estructuras de las intervenciones de los estudiantes?
 - ✓ ¿Cómo cambian las formas argumentativas de los estudiantes cuando hay un cambio a una situación en un contexto matemático?
 - ✓ ¿Qué características tienen las argumentaciones escritas y las orales, y que funcionalidad tienen en la interacción?
 - ✓ ¿Cuáles son las relaciones que existen entre las argumentaciones ligadas a situaciones cotidianas y aquellas relacionadas con situaciones matemáticas? ¿Si se cumplen los parámetros dados a la argumentación natural y a la argumentación formal?
- Respecto a la semejanza, algunas preguntas que podrían orientar dichos trabajos pueden ser:
- ✓ ¿Cómo influyen las situaciones problema en las comprensiones de los estudiantes en torno a la semejanza geométrica?
 - ✓ ¿Qué características deben tener las situaciones problema para potenciar la noción de semejanza como relación y como transformación?
 - ✓ ¿Qué condiciones se crean en las situaciones problemas en contexto matemático?
 - ✓ ¿Qué discursos generan los estudiantes para mostrar las comprensiones que tienen en torno a la semejanza?

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	14
CAPÍTULO 1	
CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA	16
1.1 PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA	16
1.2 OBJETIVOS.....	22
1.2.1 OBJETIVO GENERAL.....	22
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	22
1.3 HIPÓTESIS.....	23
CAPÍTULO 2	
ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS.....	24
2.1 ANTECEDENTES	24
2.2 LA ARGUMENTACIÓN EN GEOMETRÍA.....	24
2.3 EL PAPEL DE LOS PROCESOS DE ARGUMENTACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA DEMOSTRACIÓN 27	27
2.4 ASPECTOS DIDÁCTICOS DE LA SEMEJANZA	32
CAPÍTULO 3	
MARCO TEÓRICO	35
3.1 LA ARGUMENTACIÓN EN MATEMÁTICAS	35
3.1.1 LA ARGUMENTACIÓN COMO OBJETO DE CONOCIMIENTO	37
3.1.2 LA ARGUMENTACIÓN COMO HERRAMIENTA DE VALIDACIÓN.....	46
3.1.3 TIPOS DE ARGUMENTACIONES	49
3.2 LA SEMEJANZA GEOMÉTRICA, EL OBJETO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA	52
3.2.1 LA SEMEJANZA GEOMÉTRICA COMO RELACIÓN.....	52
3.2.2 LA SEMEJANZA COMO TRANSFORMACIÓN GEOMÉTRICA.....	57
CAPÍTULO 4	
METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	65
4.1 METODOLOGÍA.....	65

4.2	FASES DE INVESTIGACIÓN	66
4.2.1	FASE I.....	68
4.2.2	FASE II.....	68
4.2.2.1	Descripción de las Actividades.....	69
4.2.2.1.1	Actividad 1.....	69
4.2.2.1.2	Actividad 2.....	70
4.2.2.1.3	Actividad 3.....	71
4.2.2.2	Instrumentos para Recoger Información.....	71
4.2.2.2.1	Video – Camara	72
4.2.2.2.2	Audio.....	72
4.2.2.2.3	Producciones Escritas.....	72
4.2.3	FASE III.....	72
4.2.3.1	Muestra	73
4.2.3.2	Instrumentos de Registro y Análisis.....	73
4.2.4	FASE IV	74
4.3	METODOLOGÍA DE ANÁLISIS	75
4.3.1	REDUCCIÓN DE DATOS.....	76
4.3.2	COMUNICACIÓN DE DATOS	77
4.3.3	LA GENERACIÓN DE CONCLUSIONES	77
CAPÍTULO 5		
RESULTADOS.....		
79		
5.1	EXPERIMENTACIÓN	79
5.1.1	SESIÓN No. 1: (27 DE JULIO DE 2006).....	79
5.1.2	SESIÓN No. 2: (3 DE AGOSTO DE 2006).....	79
5.1.3	SESIÓN No. 3: (4 DE AGOSTO DE 2006).....	80
5.1.4	SESIÓN No. 4: (10 DE AGOSTO DE 2006).....	80
5.1.5	SESIÓN No. 5: (17 DE AGOSTO DE 2006).....	80
5.2	CRITERIOS DE ANÁLISIS DE LOS PROTOCOLOS	81
5.2.1	EPISODIO DE CLASE	82
5.2.2	INTERACCIÓN O INTERVENCIÓN	82
5.2.3	MEDIOS	83
5.2.4	CARACTERÍSTICAS	84
5.3	CATEGORÍAS DE ANÁLISIS DE INTERVENCIONES DE LOS ESTUDIANTES	85
5.3.1	EMPIRISMO INGENUO	85
5.3.2	EXPERIENCIA CRUCIAL	85
5.3.3	EJEMPLO GENÉRICO	86
5.3.4	EXPERIENCIA MENTAL	86
5.4	RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS DE LOS PROTOCOLOS.....	87
5.4.1	SOBRE LOS EPISODIOS.....	87
5.4.2	SOBRE LAS INTERVENCIONES.....	90
5.4.3	SOBRE CARACTERÍSTICAS DE LA SEMEJANZA	97

CAPÍTULO 6	
CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y PROYECCIONES	107
6.1 RESPUESTA A LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	107
6.2 EN REFERENCIA A LA HIPÓTESIS	111
6.3 EN REFERENCIA A LA INTERACCIÓN EN EL AULA	113
6.4 EN REFERENCIA A LA ARGUMENTACIÓN	113
6.5 EN REFERENCIA A LA SEMEJANZA.....	114
6.6 LIMITACIONES	114
6.7 PROYECCIONES.....	115
BIBLIOGRAFÍA	117
LISTA DE FIGURAS	121
LISTA DE CUADROS	122
LISTA DE GRÁFICAS	123
LISTA DE ANEXOS	124
ANEXOS	125

INTRODUCCIÓN

Este estudio pretende dar una descripción y explicación de las formas argumentativas de los niños de grado quinto en torno al concepto de la semejanza de figuras cuando se aplica una propuesta didáctica que dinamiza la construcción de significados y procedimientos. Se identifica que la argumentación en primaria no es potenciada en la actividad matemática de los estudiantes, a pesar de que los documentos curriculares oficiales le otorgue a la argumentación un rol protagónico. Igualmente se reconoce que hay escasos trabajos que brinden elementos a los docentes sobre la forma de fomentar la argumentación y cómo encaminarla para que sean los estudiantes los que muestren con lo que dicen comprensiones de los significados que le están asignado a un objeto matemático.

Con la propuesta didáctica se busca fortalecer la argumentación y la construcción de significados sobre la semejanza de figuras. Se escoge la semejanza, por ser uno de los tópicos geométricos que se abordan en primaria y la potencialidad que éste posee con otras temáticas de cursos superiores. Esta propuesta se implementó a ocho estudiantes de grado quinto del Colegio Fe y Alegría Palermo. Se realizó el análisis de los resultados obtenidos con los cuales se contestó la pregunta de investigación y se formularon las conclusiones.

En el capítulo 1 se contextualiza la problemática de investigación en donde se recoge la formulación del problema, la justificación para la realización del estudio, los objetivos y la hipótesis.

En el capítulo 2 se desarrolla los antecedentes investigativos en tres aspectos: estudios relacionados con la argumentación en geometría, estudios

relacionados con los procesos argumentativos en la enseñanza de la demostración, y estudios sobre aspectos didácticos del concepto de semejanza.

En el capítulo 3 se exhibe el marco teórico respecto a la argumentación y el concepto de semejanza geométrica. El análisis de la argumentación se elabora desde la perspectiva que plantea Douady (1986) teniendo en cuenta los aspectos herramienta y objeto de un concepto matemático, y se adapta a la argumentación de la siguiente manera: para el aspecto de la argumentación como objeto se asume la teoría de Duval (1999) y para el aspecto como herramienta de validación se asume tanto los estudios de León y Calderón (2003) como los de Balacheff (2000). En el tratamiento teórico del concepto de semejanza se sigue la propuesta de Escudero (2003) a nivel estático y dinámico.

En el capítulo 4 se presenta la metodología de investigación cualitativa, la justificación de la misma y las cuatro fases de investigación. En la fase I, se define la problemática de investigación, antecedentes y marco teórico sobre la argumentación y sobre la semejanza geométrica. En la fase II, se realiza el diseño de experimentación. En la fase III, se selecciona la muestra, la implementación de la propuesta, la recolección de la información y se realizan los protocolos correspondientes a cada sesión de clase. Finalmente, en la fase IV, se elabora los criterios de análisis, el estudio de los protocolos y la respuesta a la pregunta de investigación para validar la hipótesis planteada.

En el capítulo 5 se presenta el análisis de la información recogida junto con la descripción de la experimentación, criterios de análisis de protocolos, categorías de análisis de las intervenciones de los estudiantes y la descripción de resultados. Los protocolos y análisis de los mismos están ubicados en el trabajo como anexos.

Finalmente, el capítulo 6 presenta las conclusiones de acuerdo a los objetivos trazados, limitaciones y proyecciones del estudio.

CAPÍTULO 1

CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

1.1 PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

La normatividad elaborada en las últimas décadas sobre la educación matemática en Colombia se explicita a través de algunos documentos como los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Matemáticas (MEN, 2006). Con ellos se buscan cambios en el currículo sobre las formas de comprender, enseñar y aprender las matemáticas escolares. Tanto los lineamientos como los estándares parten de concepciones acerca de la matemática y la matemática escolar, que desde una perspectiva constructivista, establecen relaciones del conocimiento matemático con el contexto cultural. Esto hace que se enfatice en la actividad matemática que incluye resolución de problemas, razonamiento, comunicación y modelación, que a la postre son ejes transversales de los cinco tipos de pensamientos y sistemas matemáticos¹.

Dentro de la actividad matemática, los dos documentos resaltan a la argumentación como aspecto fundamental en cada uno de los ejes transversales. En el caso del eje de resolución de problemas, es con la argumentación donde se estructuran las justificaciones, se dan las razones para sustentar conjeturas y generalizaciones, se someten a prueba razonamientos que se interpretan y se evalúan en la búsqueda de estrategias de solución. En el eje del razonamiento matemático, la argumentación es la base para exponer ideas, dar cuenta del cómo y del por qué de los procesos que se siguen, proponer y justificar afirmaciones razonables, formular hipótesis, conjeturas y

¹ Los lineamientos y los estándares definen los siguientes pensamientos y sistemas matemáticos: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistema de datos y pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

patrones, entre otras acciones. En el eje de comunicación, la argumentación es la que muestra la capacidad que tiene un sujeto para persuadir y convencer a otros de la pertinencia de una afirmación; además, ayuda a construir vínculos entre las nociones informales e intuitivas de un sujeto y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas. Permite comprender la estructura del discurso matemático como lo afirma Romberg (MEN, 1998:95) *“la comunicación en forma de argumento lógico es fundamental para el discurso matemático”*. En el eje de la modelación, la argumentación posibilita la pertinencia y la validez de construcción de modelos matemáticos.

El interés y preocupación por la argumentación no es privativo del área de matemáticas, sino que es compartido por otras áreas del currículo escolar. Por ejemplo, la lengua castellana menciona en sus lineamientos (MEN, 1998:22) que *“...de lo que se trata es de construir en el aula la cultura de la argumentación, de la negociación que pueda garantizar la significatividad de los procesos educativos. En esta dirección no sólo son válidos los intereses de los estudiantes; también, los maestros deben dar a conocer sus intereses, argumentar la importancia de lo que creen es importante trabajar en las aulas...”*

Este énfasis en la argumentación se resalta también en algunos documentos conceptuales que fundamentan la evaluación externa del aprendizaje en Matemáticas del Distrito Capital². En ellos, se rescata la argumentación como uno de los desempeños propios del razonamiento matemático: *“En lo que respecta al razonamiento se identifican desempeños como conjeturar, generalizar propiedades, resultados matemáticos y tipos de soluciones, argumentar sobre propiedades y resultados”* (García y Acevedo, 2000). Así mismo, los documentos sobre las pruebas censales en matemáticas SABER (2003) rescatan la argumentación como una herramienta que permite cumplir los fines de la educación matemática, tales como: estimular el trabajo cooperativo y el ejercicio de la crítica; fortalecer la discusión y

² Documentos conceptuales de las pruebas Saber aplicadas inicialmente en Bogotá (Colombia) en los años 1998 a 2001 y luego a nivel nacional.

defensa de las propias ideas; participar en la construcción del conocimiento matemático y desarrollar capacidades de pensamiento y de acción del alumno, permitiéndole determinar hechos, establecer relaciones y deducir consecuencias, entre otros fines (Rico, 1995).

La preocupación que se percibe por enseñar a argumentar en matemáticas es compartida por la comunidad de investigadores en Educación Matemática. Diversas investigaciones a nivel internacional y nacional han estudiado los procesos de argumentación. En el campo internacional, los filósofos Perelman (1989) y Toulmin (1958) cambian el absolutismo del modelo geométrico de Descartes que consistía en organizar los saberes a partir de verdades evidentes³ en sí mismas, de las que es posible deducir el resto de contenidos de la filosofía y de las ciencias, considerando que los razonamientos válidos son los que se producen al aplicar las reglas de inferencia. A partir de la filosofía, ellos plantean el cambio a través de modelos de cómo es realmente la argumentación entre personas. Por su parte, Duval (1995), Cobb y Yackel (1996) y Balacheff (2000) entre otros educadores matemáticos, han generado un debate, aún abierto, sobre la importancia de la argumentación en la actividad matemática y su relación con procesos deductivos. En Colombia, Calderón y León (1996) y Samper, Camargo y Leguizamón, (2003) han realizado trabajos sobre el papel de los procesos de argumentación. Éstos permiten a los sujetos explorar nuevos procedimientos para solucionar situaciones problemáticas, explicar el por qué de ciertos resultados, estructurar justificaciones para sustentar generalizaciones, y someter al consenso enunciados y/o acciones importantes para adquirir conocimiento matemático.

A pesar de los esfuerzos teóricos por fundamentar la necesidad de introducir la argumentación en la educación matemática y en las directrices propuestas en las reformas curriculares, en la práctica cotidiana colombiana se perciben pocos esfuerzos por hacer de la argumentación un requerimiento en los ambientes de aprendizaje.

³ Innatas, es decir, existencia ideas o estructuras mentales previas a la experiencia.

Este fenómeno se agudiza en educación básica primaria. Las observaciones expuestas por Castaño (2006) acerca del trabajo escolar de maestros en matemáticas para los grados de primaria, muestran que no se propician prácticas argumentativas en el aula que busquen desarrollar procesos de razonamiento matemático. Los docentes enfatizan sus objetivos, intereses y procesos de enseñanza fundamentalmente en algoritmos para que el estudiante se haga diestro en la ejecución de técnicas o aplicación de fórmulas, pero se carece de una actividad matemática que permita confrontar ideas y realizar otras acciones relacionadas con la argumentación. Por otro lado, los resultados de las pruebas Saber (SED, 1998) aplicadas en Bogotá, y después, en los años 2002 y 2003 a nivel del país, correspondientes a grados tercero y quinto, han mostrado bajos desempeños frente a los procesos de razonamiento de tipo argumental⁴.

La distancia entre aquello que se espera y lo que sucede en el aula expone la necesidad de un análisis frente al trabajo del aula, donde se reflexione acerca de qué es lo que se está privilegiando, para buscar nuevas relaciones del saber, profesor y alumno que permitan desarrollar un trabajo verdaderamente matemático asociado a la práctica argumentativa. Es probable, como lo señala Balacheff (2000), que haya la necesidad de hacer esfuerzos respecto a la naturaleza del contrato didáctico que emerge de las posiciones del estudiante y el docente con respecto a un saber, para buscar alternativas a la propuesta donde el profesor es quién valida el saber, gracias a que en su imagen se deposita la garantía de ese saber, y el estudiante se desprende de la responsabilidad de la verdad y la justificación de ese saber.

La dificultad de generar espacios argumentativos en las aulas de los grados de básica primaria se percibe en el campo de la geometría. Generalmente, se insiste en repetir definiciones, memorizar clasificaciones y usar fórmulas para hallar perímetros, áreas y volúmenes. No se ven intenciones explícitas por favorecer procesos argumentativos

⁴ El promedio nacional correspondientes a los instrumentos aplicados en los años 2002 y 2003 a estudiantes de grado quinto fue de 56,95 % que indica que el 43,05% de los estudiantes no alcanzan a resolver la mayoría de las tareas diseñadas.

que permitan poner en juego el razonamiento necesario en la actividad geométrica. (Farell, citada por Samper, Camargo y Leguizamón, 2003).

Algunos esfuerzos investigativos se han orientado a cambiar la enseñanza de la geometría. Por ejemplo, Ortiz (2000) propone secuencias de actividades de carácter dinámico que, a través del uso de material para labores manuales (cartulina, cartón, tempera, etc.), permitan a los estudiantes manipular y establecer relaciones geométricas a partir de la percepción. Sin embargo, esta propuesta insiste en el desarrollo de la geometría desde la visión euclidiana, de tipo axiomático, para construir ideas sobre punto, recta y plano usando el plegado, el tangram o cartulina entre otros, pero no en la formulación de situaciones donde los niños desarrollen procesos que caracterizan la actividad argumentativa en geometría.

Con el interés de generar, desde la geometría, espacios para desarrollar procesos de razonamiento matemático, hace cuatro años el grupo Cognición y Escuela⁵, en el marco de la línea de investigación denominada “Interacción en el Aula”, ha planteado una propuesta didáctica para estudiantes de primaria que busca que los niños usen la argumentación para establecer relaciones geométricas, formular y verificar conjeturas. Algunas experiencias informales han permitido detectar que esta propuesta permite que los argumentos de los estudiantes se desprendan de los referentes manipulativos, y ponen en evidencia una posible vía para llegar a la comprensión de hechos geométricos mediante la argumentación. Sin embargo, aún no se ha realizado un proceso sistemático, de carácter investigativo, que explique el proceso evolutivo de la argumentación derivado de la propuesta y muestre evidencia del éxito de la misma.

Considerando el nexo de la autora del presente trabajo de investigación con el grupo Cognición y Escuela, se plantea como problema de investigación describir y explicitar el proceso de las formas argumentativas de los niños, a medida que desarrollan una secuencia de problemas geométricos articulados a la propuesta didáctica, y aportar así

⁵ El grupo Cognición y Escuela inicia en 1983 y es dirigido por Jorge Castaño García.

a la línea de investigación “Interacción en el Aula”. La imposibilidad de investigar el campo geométrico en su totalidad, lleva a que se defina un tópico matemático específico. Se abordará la semejanza geométrica, ya que se ha constituido en un reto para la autora dado su complejidad. La pregunta de investigación que orientará el trabajo es: ¿Cómo son las formas argumentativas de los niños de grado quinto en torno a la idea de semejanza de figuras, cuando se aplica una propuesta didáctica que busca favorecer la construcción de significados y procedimientos?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GENERAL

Describir y explicar las formas argumentativas de los niños de grado quinto, cuando se enfrentan a procesos de conceptualización de la semejanza de figuras.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Describir las formas argumentativas de los niños de grado quinto que surgen a medida que desarrollan una secuencia de problemas sobre semejanza.
- ✓ Jerarquizar los argumentos de los estudiantes en torno a la semejanza de figuras.
- ✓ Presentar un acercamiento al concepto de la semejanza.
- ✓ Implementar una propuesta didáctica que busca favorecer la argumentación, como parte del ambiente de aprendizaje y enseñanza, alrededor de la semejanza de figuras.
- ✓ Aportar a la construcción de la línea de investigación “Interacción en el Aula”, propuesta por el grupo Cognición y Escuela.

1.3 HIPÓTESIS

Para el presente trabajo de investigación, acerca de las formas argumentativas de los niños de grado quinto en torno a la idea de semejanza de figuras, cuando se aplica una propuesta didáctica que busca favorecer la construcción de significados y procedimientos, se tiene la siguiente hipótesis:

Ante situaciones problema que requieren formular o validar conjeturas respecto a la idea de semejanza de figuras, los estudiantes producirán argumentos diversos para satisfacer la demanda de justificar o de probar sus propias afirmaciones o resultados. Los estudiantes pueden proveer argumentos basados en la percepción, acciones concretas, ejemplos imaginados o independientes a la situación particular; para dar características de la semejanza e ilustrar sus ideas. Las formas de argumentar progresan, si el contexto de la interacción le exige al estudiante mejorar las razones que expone, y si ha logrado mayor comprensión sobre las relaciones de los elementos que caracterizan la semejanza de figuras.

CAPÍTULO 2 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS

2.1 ANTECEDENTES

Dado que el proyecto apunta a describir y explicar las formas argumentativas en geometría, como aspecto central de la actividad matemática, con especificidad en el tópico de la semejanza geométrica, se considera pertinente dar una visión general del estado de la investigación en tres aspectos: estudios relacionados con la argumentación en geometría, estudios relacionados con los procesos argumentativos en la enseñanza de la demostración y, estudios sobre aspectos didácticos de la semejanza. La mayoría de documentos que se referencian a continuación son escritos en español y provienen de investigaciones hechas en México y España. Éstos fueron obtenidos por medio de los buscadores de internet a través de los términos “argumentación en matemáticas”, “semejanza”, “demostración” y “razonamiento en matemáticas”.

2.2 LA ARGUMENTACIÓN EN GEOMETRÍA

En las investigaciones sobre la argumentación en geometría es posible distinguir la tendencia centrada de la argumentación como elemento de la enseñanza-aprendizaje. A continuación se reseñan los siguientes trabajos:

Algunas investigaciones que admiten que la argumentación se debe favorecer en propuestas de enseñanza en geometría son los trabajos de Ojeda, Medina, y Peralta, (2003), profesoras de la Universidad Pedagógica Nacional de México. En una de sus investigaciones sobre la enseñanza de la geometría en el bachillerato, realizan una secuencia de actividades que rescatan la experiencia con el espacio físico para construir conceptos abstractos de la geometría y desarrollar las habilidades básicas definidas por Hoffer (1990), las cuales son: visuales, verbales, de dibujo, lógicas y de

aplicación. Esto le da a la secuencia de actividades características constructivas (dibujar y medir) y, a su vez, argumentativas, ya que hay exigencia de fundamentar un razonamiento o procedimiento a través de expresiones orales y escritas, en forma clara y concisa. Las acciones que se solicitan a los estudiantes son describir, explicar, justificar, usar diferentes formas de razonamiento, discutir las ideas, elaborar conjeturas y comprobar hipótesis, entre otras. Poco a poco éstas facilitan la comprensión de las formas de demostrar en la geometría.

Por la misma línea, se encuentran los trabajos de Murrillo, Martín, y Fortuny (2003) que analizan los beneficios cognitivos que se producen en los alumnos en relación con la adquisición del conocimiento matemático, y en concreto, con la capacidad de argumentar y demostrar en geometría, cuando desarrollan trabajo colaborativo⁶ utilizando medios informáticos. La propuesta de enseñanza sugiere actividades diseñadas con el programa Cabri-Géomètre II para estudiantes cuyas edades están entre los 12 a 16 años. Los estudiantes consultan la página web <http://intermat.uab.es/intermates/60/> o sus correos electrónicos para las actividades, e individualmente realizan una aproximación a la demostración que es enviada al profesor virtual. El profesor tiene la función de organizar las diferentes respuestas de los estudiantes, y todos las discuten por medio de la herramienta foro que permite apoyarse en los gráficos para argumentar. A través de preguntas, el grupo genera, como respuestas, expresiones equivalentes del teorema problematizado y la demostración de la relación que se expresa. La experiencia del ambiente de enseñanza en los diferentes grados vislumbra que los estudiantes se vuelven más críticos; utilizan vocabulario propio de las matemáticas y generan conjeturas que sustentan y validan, caracterizándose por ser precisas y concretas, debido a la necesidad de articular y explicar al grupo las ideas propias.

⁶ El trabajo cooperativo (Computer Supported Cooperative Work) se define como procesos intencionales de un grupo para alcanzar objetivos específicos, más herramientas de software diseñadas para dar soporte y facilitar el trabajo.

El grupo Telemat⁷, (2005-2006) realizó estudios investigativos relacionados con el aprendizaje en personas con deficiencia auditiva. En uno de sus estudios, analizan la experiencia de construcciones geométricas de seis de estos estudiantes entre los 12 y 16 años, que han sido integrados a un grupo de estudiantes oyentes. Los estudiantes tienen dificultades para comprender los enunciados de las actividades. Por esa razón, se usan programas que permiten gráficos activos como Applets de Cabri Java de las figuras geométricas que pueden ser modificadas con el ratón y secuencias de imágenes que simulan procesos de construcción. A nivel de procesos argumentativos acerca de hechos geométricos, que a simple vista son comprobables, los estudiantes con deficiencia auditiva no tienen la necesidad de generar, a nivel verbal, expresiones hipotéticas y probarlas ya que para ellos la visualización es un mecanismo de prueba. Además tienen otras dificultades como la imposibilidad de describir el resultado, la carencia al manejo del léxico matemático, ya que asimilan algunos conceptos a la definición que conocen y no lo relacionan con la geométrica, el desconocimiento de las palabras, y la escasez para producir explicaciones verbales, entre otras, pues los profesores no les exigen explicar y justificar. Los autores atribuyen estas dificultades al poco conocimiento del lenguaje verbal que tienen las personas con deficiencia auditiva, ya que se limitan sólo a las estructuras gramaticales y no a expresar sus argumentos (Vigotsky, 1925) como lo efectúan cuando usan el lenguaje de señas. Esta investigación muestra las razones de las actitudes que tienen tanto los estudiantes oyentes como los no oyentes con respecto a temáticas geométricas, puesto que a veces se guían por lo visual y no sienten la necesidad de generar argumentos que validen las relaciones que ven, debido a que las prácticas en el aula no requieren esta actividad.

Un trabajo investigativo a nivel nacional es el elaborado por León y Calderón (2001). Ellas caracterizan los requerimientos didácticos para el desarrollo de competencias argumentativas en geometría a nivel epistemológico, cognitivo, comunicativo y socio-

⁷ El grupo Telemat está conformado por Profesores de la Universidad de Barcelona, los cuáles son: Nuria Rosich, Rosa M Latorre, Sergi Muria, Carme Burgués, Paloma García, Manel Montanuy dirigido por Joaquin Jiménez.

cultural en el aula, con el objeto elaborar marcos teóricos que fundamenten el diseño de propuestas didácticas. Generaron un espacio curricular electivo en el programa de formación de docentes de matemáticas, denominado Estilos de Razonamiento Matemático, en el cual se registraron 16 estudiantes de segundo semestre de dicha carrera. Con ellos, usaron situaciones problema relacionadas con la relación pitagórica y el concepto área. Las autoras, usaron la metodología investigación-acción y encontraron que, a partir de los recursos argumentativos que tienen, los estudiantes construyen conocimiento matemático a través de la confrontación, modificación y estructuración de saberes particulares. Esta investigación relaciona los procesos intrapersonales de estructuración interna de saberes, modificación y forma de manifestación de los mismos y los procesos interpersonales o procesos argumentativos generados durante la resolución de problemas matemáticos, para comprender la construcción de significados. Luego, realizaron otra investigación (2003) referida a las relaciones existentes entre los procesos de argumentación y los procesos de validación en el aula. Para ello, combinaron dos enfoques metodológicos: la etnografía y el aprendizaje cooperativo (Mulryan, 1997 citado por León y Calderon 2001). Las observaciones se realizaron en un grupo de estudiantes de primer semestre de la Licenciatura en Matemáticas, del programa de formación docente de la Universidad Distrital, a través de la resolución de problemas del campo geométrico, lógico y aritmético- algebraico. Sus resultados revelan que los estudiantes son más memorísticos y para que la argumentación sea aceptada por ellos como estrategia de comunicación y validación exige que se genere espacios para el consenso con la intención de construir saberes matemáticos.

2.3 EL PAPEL DE LOS PROCESOS DE ARGUMENTACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA DEMOSTRACIÓN

Sobre el papel de los procesos de argumentación en la enseñanza de la demostración es posible reconocer dos tendencias: aquellas que consideran que las prácticas argumentativas permiten un proceso constructivo hacia la demostración, y aquellas

que muestran todo lo contrario, que la argumentación es un obstáculo para comprender la demostración.

Los investigadores que admiten la primera tendencia, identifican una construcción sistemática y un enlace entre procesos argumentativos y procesos demostrativos para la construcción del objeto demostración. Se reseñan algunos trabajos.

Uno de los investigadores que admite que las prácticas argumentativas contribuyen a la demostración es Balacheff (2000). Uno de sus trabajos consiste en identificar una tipología de los argumentos de los estudiantes de grado octavo, cuyas edades oscilan entre los 13 y 14 años, que va desde argumentos de tipo empírico a argumentos de tipo demostrativo. Su trabajo investigativo se fundamenta en la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau y el modelo de Lakatos sobre dialéctica de las pruebas y refutaciones. Al realizar la tipología, sistematiza una evolución en la construcción de argumentos y en la conceptualización. Además, menciona el desarrollo de la responsabilidad del estudiante con el saber que está en juego en las situaciones problema que se plantean.

Con una postura similar a la de Balacheff, se encuentra la tesis doctoral de Martínez Recio (1999) dirigida por Godino, quien trata el problema de la enseñanza y aprendizaje de la demostración matemática, principalmente al nivel de razonamiento matemático en estudiantes de primer semestre de la Universidad de Córdoba. A través de cuatro estudios de carácter experimental, a partir de una prueba escrita en torno a un problema de orden aritmético y otro geométrico, Recio explora los esquemas personales de la demostración y estudia las relaciones de ésta con otros instrumentos de validación como la argumentación y la prueba. Elabora una tipología de la demostración e identifica diferentes significados de ella, de acuerdo al contexto institucional en los cuales actúa. Su marco teórico está basado en las teorías de Godino y Batanero (1998), de naturaleza antropológica y semiótica, que permiten ver

la argumentación como un proceso de comunicación, de validación y generalización de comprensiones de conceptos matemáticos.

Por otro lado, se encuentran los trabajos de Bravo, profesora de la Universidad de Cienfuegos de Cuba, y Arrieta, profesor de la Universidad de Oviedo de España (2003), quienes realizan un estudio sobre la determinación de un sistema de acciones como la argumentación para la enseñanza de la demostración en estudiantes de licenciatura en matemáticas. Para validar el sistema establecieron tres etapas: criterios de expertos para conocer las opiniones sobre las características del sistema, comprobación del sistema para desarrollar la habilidad de demostrar, y encuestas sobre el grado de satisfacción al resolver los problemas de demostración en geometría. Al comparar los datos, utilizaron la estrategia de triangulación de las técnicas aplicadas: el Método Delphi, el diseño cuasiexperimental del tipo “grupo de control no equivalente” y una encuesta a los estudiantes. En sus conclusiones encuentran que los estudiantes negocian los métodos y validan los argumentos como parte de la rutina de la clase, estableciendo el carácter de actividad social a la demostración.

Por su parte, Ibañez (2001) profesor de la Universidad de Valladolid, realiza un estudio sobre la demostración, estableciendo una estrecha relación con la argumentación en diferentes niveles. A continuación se describen las tres fases que constituyen el estudio. En la primera fase, define las dimensiones de la demostración matemática a nivel histórico, epistemológico, instrumental y cognitivo; en la segunda fase, define unos analizadores específicos de la demostración para aplicar en el análisis de once libros de textos de trigonometría; y por último, en la tercera fase, define los esquemas de prueba de los alumnos del primer curso de bachillerato. Al hacer el estudio histórico acerca de la demostración, Ibañez encontró relaciones estrechas con la argumentación debido a que existe una evolución histórica de los razonamientos de validación que se vislumbra en los modelos de demostración que varían y dependen de la época, de las personas y de las exigencias de rigor en la argumentación matemática. En el estudio epistemológico, la demostración se define como una clase de

argumentación típica de las matemáticas. A nivel instrumental, no hay diferencias entre la argumentación y la demostración ya que sus usos son para verificar, explicar, sistematizar y comunicar una proposición. A nivel cognitivo, tanto la argumentación como la demostración exige al sujeto interpretar, analizar y sintetizar; sin embargo, la demostración también requiere el lenguaje matemático. Con respecto a los alumnos de primer curso de bachillerato, Ibañez concluyó que los estudiantes se encuentran en un estado de transición entre los esquemas inductivos⁸ y los intuitivo-axiomáticos⁹. Esto se debe a que los argumentos de los alumnos se encuentran ligados a casos particulares que se generalizan, pero continúan ligados a lo intuitivo.

En la reseña del trabajo de tesis doctoral de Orly, elaborado por Hershkowitz (2001) y titulada *“Acerca del razonamiento de la geometría”*, se encuentran reflexiones acerca de la relación positiva entre la argumentación y la demostración. En sus estudios sobre procesos de justificación y prueba en geometría, usados por los alumnos de noveno y décimo grado, la autora encontró que existen desventajas en la forma clásica de enseñar geometría euclidiana debido a que la demostración no enfatiza el convencimiento de los hechos geométricos que se están validando, sino la forma de presentación. Propone generar, en los espacios de aula, situaciones que exijan a los estudiantes la necesidad de convencer en lugar de demostrar, caracterizadas por dar libertad de generar conjeturas experimentalmente. Según Orly, cuando surge conflicto y la clase se disgrega en dos o más grupos, se debe fomentar el debate de las conjeturas distintas, y permitir la libertad a los alumnos de elegir entre una variedad de argumentos para tratar de convencer a los demás. Orly se basó en la teoría de Duval y de Hanna para analizar las construcciones de los estudiantes, determinando

⁸ Los esquemas inductivos se clasifican por los criterios de interpretación, número de casos y a la forma de seleccionarlos. Estos a su vez se subdividen en falsamente inductivo e inductivos auténticos. Los primeros tratan de los casos en que el alumno entiende la justificación de la proposición como su comprobación en algún caso y los segundos tratan de los casos en que el alumno comprueba la proposición en algún caso particular, siendo consciente de la necesidad de suponer su validez universal ante la imposibilidad práctica de realizar la comprobación en todos los casos. Esta tipología se deduce de la propuesta por Harel y Sowder (1998).

⁹ Los esquemas intuitivos- axiomáticos son los casos en que los alumnos aceptan la prueba y rechaza explícitamente las anteriores pruebas expuestas pero usan el lenguaje natural y no la rigurosidad de la demostración.

como resultado que las formas más exitosas de convencer son aquellas que están basadas en el razonamiento deductivo, incluyendo la refutación mediante el contraejemplo.

Por la misma línea, un grupo de investigadores que ha dirigido sus esfuerzos hacia el desempeño de los estudiantes en la formulación y demostración de teoremas geométricos, es el constituido por Mariotti, Bartolini, Boero, Ferri, Garuti, entre otros (1996 a 1998). Sus investigaciones tienen dos referentes teóricos esenciales: el campo de experiencia¹⁰ y la discusión matemática¹¹. En estos referentes, se rescatan los procesos argumentativos que permiten la continuidad de la argumentación a la prueba matemática. Los objetivos específicos de sus estudios han sido identificar las condiciones bajo las cuales los estudiantes pueden aproximarse a los teoremas de geometría euclidiana y estudiar procesos mentales involucrados en tales aproximaciones, una de las cuales es la argumentación. Dados los diferentes niveles escolares en los que se ha intervenido, se han puesto en marcha aproximaciones diferentes relacionadas con la geometría experiencial y la geometría deductiva. La primera referida a estudiantes de los grados de sexto y séptimo y la segunda referida a estudiantes de los grados de octavo y décimo.

Como ya se había nombrado anteriormente, la segunda tendencia sobre el papel de los procesos de argumentación en la enseñanza de la demostración es la de reconocer que las prácticas argumentativas son obstáculos para la demostración. Al respecto se reseñan los siguientes trabajos.

En esta línea se encuentran los trabajos de Bohórquez y Hernández (2000), profesores de la Universidad del Zulia de Venezuela. Ellos realizaron un estudio en estudiantes de

¹⁰ La noción de campo de experiencia concierne a la relación compleja que se desarrolla en la escuela entre el contexto interno del alumno (la experiencia y las formas de pensar), el contexto interno del maestro, y el contexto externo (signos, objetos, confinamientos objetivos específicos de un campo dado).

¹¹ La discusión matemática es un medio que permite observar la complejidad de conjeturar, argumentar, probar y sistematizar las pruebas en relación a una situación-problema específica.

primer semestre de ingeniería cuyo objetivo era analizar los obstáculos del razonamiento común (definido como el razonamiento utilizado en la interacción social) para el razonamiento lógico-deductivo en geometría y por lo tanto para su aprendizaje. Se basaron en las construcciones teóricas de Brousseau y Sierpinska. Sus resultados muestran que algunos de los tipos de errores hallados en las demostraciones de los estudiantes son el uso de la tesis del teorema a demostrar como argumento en su desarrollo deductivo, y que, al usar el método por reducción al absurdo, parten de la negación de la hipótesis y no de la negación de la tesis. Puede encontrarse una razonable vinculación entre tales acciones debido a que los estudiantes, a través de su escolaridad, han establecido argumentos válidos que son de índole manipulativo y no analíticos.

2.4 ASPECTOS DIDÁCTICOS DE LA SEMEJANZA

La semejanza geométrica es uno de los temas que los estándares de Colombia ubican en el currículo desde tercero de primaria hasta grado noveno. Es un tema que exige para su comprensión más que el carácter visual al comparar dos figuras, la capacidad de generar argumentos que justifiquen por qué dos figuras son semejantes. Por tanto, la semejanza es un tema de aula que permite generar actividades, donde la argumentación incida en su comprensión.

Hasta el momento, se han encontrado pocas investigaciones relacionadas con la didáctica de la semejanza. Las que se encuentran, en su mayoría, son propuestas de enseñanza-aprendizaje. A continuación, se reseñan estudios que analizan la construcción del concepto de la semejanza, en relación con la práctica argumentativa.

La investigación de Escudero (2003), profesora de la Universidad de Sevilla, se refiere a la relación existente entre el conocimiento profesional y la práctica del profesor de matemáticas, a través del concepto de semejanza como objeto de enseñanza y aprendizaje. Para ello, genera marcos teóricos que los denomina genéticos, epistemológicos y didácticos. El primero, caracteriza la comprensión y las dificultades

que pueden tener los alumnos con relación al concepto. El marco epistemológico consiste en estudiar la evolución histórica del concepto de la semejanza para establecer los obstáculos epistemológicos. El marco didáctico sitúa el contenido del concepto de semejanza en un contexto de enseñanza/aprendizaje. De acuerdo a esos marcos teóricos, establece cuatro categorías para analizar el concepto de semejanza como objeto de enseñanza y aprendizaje, las cuales son: aproximación al concepto, tipos de actividades, modos de representación y tipos de aprehensión. Los resultados del trabajo aportan información sobre las conexiones entre aspectos específicos del conocimiento profesional y la toma de decisiones que inciden en la práctica docente; la semejanza la estudia como parte de esos conocimientos profesionales que se llevan al aula en forma tradicional, donde el estudiante adquiere la información pero no hay ambientes de aprendizaje que favorezcan la argumentación.

Por otro lado, el grupo de investigación español Beta¹² (1990) realizó un trabajo de investigación relacionado con la enseñanza de la semejanza geométrica en España. Los resultados del grupo muestran una relación teórica entre proporcionalidad y la semejanza geométrica, lo que los lleva a proponer una alternativa metodológica, ligada a la interdisciplinariedad del tema, para todos los grados de básica primaria y bachillerato.

Aunque existen investigaciones cuyo objeto de estudio no es la semejanza, algunos resultados aportan a la incidencia de ésta en situaciones problema. Es el caso del proyecto de enseñanza de sólidos en educación secundaria dirigido por Gregoria Guillén (1992). El objetivo era elaborar un currículo que se basara en las fases de aprendizaje de Van Hiele, rescatando, ante todo, procesos de visualización en los sólidos, para que los estudiantes describieran poco a poco, con argumentos matemáticos, por qué dos sólidos son semejantes. En el desarrollo de la argumentación se van identificando construcciones conceptuales de la semejanza en tercera dimensión.

¹² El grupo BETA está conformado por los siguientes profesores: Luengo, Ricardo; Blanco, Lorenzo; Mendoza, Mercedes; Sánchez, Cipriano; Márquez, Luis y Casas, Luis.

Por la vía del estudio del razonamiento proporcional, se encuentra el trabajo de Margarit (2002) que se centró en analizar problemas con el concepto de semejanza. El desarrollo de la parte teórica se configuró a lo largo de tres ejes: el análisis histórico y epistemológico, el análisis de libros y la revisión de las investigaciones afines. El autor recoge la información a través de tres tipos de cuestionarios que aplica a estudiantes de grado octavo. Entre los ítems propuestos, hace preguntas sobre la semejanza y descubre que los estudiantes las afrontan desde la percepción y que no usan la relación matemática de proporcionalidad. Al entrevistar algunos de los estudiantes, los argumentos que dan no son de índole geométrico sino basados en la intuición: parecidos en forma y no en tamaño.

Las investigaciones que abordan la semejanza como relación matemática no muestran relación explícita con la argumentación. Viceversa, las investigaciones que abordan la argumentación en matemáticas no han tomado la semejanza geométrica como tópico matemático.

CAPÍTULO 3 MARCO TEÓRICO

En esta parte del trabajo investigativo se da la postura teórica que guiará el proceso de observación y análisis de datos para describir y explicar formas argumentativas de los niños de grado quinto en torno al concepto de semejanza. Para ello, se elaboraron tres apartados. El primero relacionado con la argumentación en matemáticas como objeto de conocimiento, el segundo relacionado con la argumentación en matemáticas como herramienta de validación, y el tercero relacionado con un acercamiento al concepto de la semejanza geométrica.

3.1 LA ARGUMENTACIÓN EN MATEMÁTICAS

El interés por el proceso de argumentación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es reciente en la Educación Matemática, aunque es posible ubicar desde hace unas décadas antecedentes a ello de diversa naturaleza. Uno de ellos es el análisis de las variables sociales y dinámicas que afectan la comprensión y explicación de las matemáticas, que inicia con las problemáticas planteadas por Piaget (1930, 1967) acerca del razonamiento, quien construyó su teoría basándose en conversaciones y explicaciones que los niños produjeron en entrevistas e indagó sobre número, espacio y otros tópicos de la matemática escolar. Otro antecedente, de orden lingüístico¹³, son las propuestas de Wittgenstein y Ducrot (1973) en las que se caracteriza el razonamiento común y se valida su existencia. Anterior a estos trabajos, solamente se aceptaba como razonamiento el que se sometía a la lógica aristotélica y por esta línea se encuentran los trabajos de Woodworth y Sells (1935) y de Jonson-Laird (1983) que muestran ruptura entre el funcionamiento real del

¹³ El orden lingüístico se ocupa de los problemas que el lenguaje plantea como medio de relación social.

razonamiento de los sujetos y el funcionamiento del razonamiento según las leyes lógicas del pensamiento.

En años recientes, el interés por la argumentación surge, entre otras cosas, ante la problemática de la poca comprensión de los estudiantes con la demostración, ya que no la perciben como una forma de favorecer la validación, sino como una cadena de enunciados entrelazados por las reglas de inferencia. Adicionalmente, gracias a las recientes tendencias en Educación Matemática que fomentan el trabajo en equipo, para favorecer el aprendizaje a través de la interacción entre los estudiantes mismos y entre estudiantes y profesores, se ha ampliado el interés de las investigaciones sobre la argumentación.

En el marco del presente documento, la argumentación se ubicará en el ámbito de interacción de los protagonistas de la tríada didáctica maestro, estudiantes y saber matemático. Se admite la sugerencia de Giordano (2004), quien reconoce dos características fundamentales de la argumentación dentro de esta interacción: el papel protagónico en la perspectiva socio-cultural del aprendizaje y la actuación que tiene en la actividad matemática. Este reconocimiento da lugar a una resignificación del aula, que es vista ahora como un *“espacio social privilegiado donde se comunican y elaboran los saberes que cada cultura considera fundamental para que sus miembros se desempeñen socialmente”* (León y Calderón, 1996:10). Simultáneamente, este reconocimiento conlleva a caracterizar el discurso matemático como un cruce de conceptos y procedimientos concernientes a diferentes partes de la matemática. Por ejemplo, estos conceptos o procedimientos pueden ser de cálculo, álgebra, geometría, entre otras; lo cual no sólo es muestra de diversos desarrollos cognitivos, sino de diferentes desarrollos ontogénicos¹⁴ (Correa, Dimaté y Martínez, 1999).

Bajo esta perspectiva, la definición de argumentación que se adoptará en este trabajo es la sugerida por Duval (1999) como aquel tipo de razonamiento, ligado al uso del

¹⁴ Por ontogénico, Correa se refiere a la génesis u origen de los conceptos matemáticos.

lenguaje común, que se moviliza en situaciones donde un parecer, una afirmación, una opinión o una elección se puede poner en duda y requiere de una justificación que permita convencerse a sí mismo y convencer a los demás de la validez de ésta. Lo anterior permite darle a la argumentación el estatus de razonamiento¹⁵. Para la conceptualización de la argumentación, se pueden establecer dos vías: una, como objeto de conocimiento, es decir, estudiarla por su importancia para la interacción didáctica y otra como herramienta de validación. En el marco de este trabajo, la argumentación se estudia como objeto de conocimiento basada en los trabajos de Duval (1999) y como herramienta de validación desde el marco de las investigaciones realizadas por León y Calderón (2003); y Balacheff (2000), cuando estudia las formas de validación de los estudiantes.

3.1.1 LA ARGUMENTACIÓN COMO OBJETO DE CONOCIMIENTO

Al buscar la palabra argumentación en el diccionario de la lengua española¹⁶ ésta se relaciona con “argumento”, y al analizar la etimología de la palabra argumento que viene del latín “*argumentum*” se define como “*razonamiento que se emplea para probar o demostrar una proposición, o bien para convencer a alguien de aquello que se afirma o se niega*”. A su vez, establece clases de argumentos de la siguiente manera:

- ✓ Argumento *a contráris*: Es el que parte de la oposición entre dos hechos para concluir del uno lo contrario de lo que ya se sabe del otro.
- ✓ Argumento *ad hóminem*: Es el que se funda en las opiniones o actos de la persona a quien se dirige, para combatirla o tratar de convencerla.
- ✓ Argumento *a pari*: El fundado en razones de semejanza y de igualdad entre el hecho propuesto y el que de él se concluye.

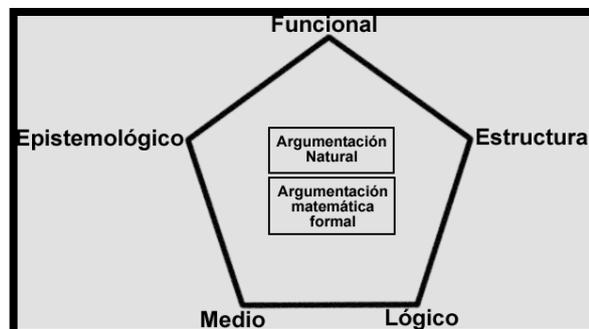
¹⁵ La argumentación es una de las formas de razonamiento identificadas por Duval (2004) que se caracterizan por estar vinculadas al uso del lenguaje natural o formal. Ellas son: el silogismo aristotélico, la deducción a partir de un sistema de axiomas y de definiciones, el razonamiento por el absurdo, las inferencias semánticas y la argumentación.

¹⁶ El diccionario de la lengua española pertenece a la página web de la Real Academia Española cuya dirección electrónica es <http://www.rae.es/>

- ✓ Argumento *Aquiles*: Raciocinio que se tiene por decisivo para demostrar justificadamente una tesis.
- ✓ Argumento *dilema*: Formado por dos proposiciones contrarias disyuntivamente, con tal artificio que, negada o concedida cualquiera de las dos, queda demostrado lo que se intenta probar.

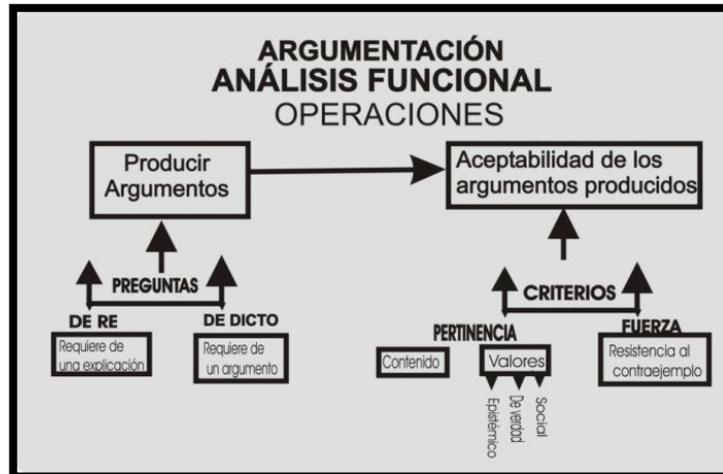
A partir del significado del diccionario y de la definición propuesta por Duval (1995), se pone de presente que los seres humanos poseen la facultad natural de argumentar, que eventualmente se aleja de la argumentación matemática formal, como se mencionó en párrafos anteriores. Dado que para Duval (1999), argumentar es la primera instancia para llegar al razonamiento lógico formal matemático, se debe realizar un análisis entre la argumentación natural y la argumentación matemática formal, a nivel funcional, del medio, estructural, lógico y epistemológico, como se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Aspectos para el análisis de la argumentación



A nivel funcional, Duval establece que la argumentación en general actúa cuando se exige justificar una afirmación que se ha comprendido. Como muestra el esquema de la Figura 2, esto implica distinguir dos operaciones asociadas a la argumentación: una, relacionada con la producción de argumentos que generalmente son espontáneos y se dan en discusiones o prácticas discursivas comunes; y otra, con la aceptación de esos argumentos.

Figura 2. Nivel funcional de la argumentación



En la primera operación, la producción de razones o argumentos se generan por la exigencia de justificación solicitada a un individuo cuando enuncia una proposición. Esta se ejecuta a través de la pregunta *¿Por qué?* Esta pregunta puede determinar en el individuo dos acciones posibles: una, exigir una descripción de un hecho denominado “*de re*”; y otra, proponer por lo menos un argumento o una razón denominado “*de dicto*”. En el caso de la producción de un discurso argumentativo, en un contexto matemático, éste se da por la necesidad de solucionar un problema o construir una prueba para una proposición. Este discurso puede presentarse en forma oral o escrita para enunciar la proposición o la prueba y se establecen niveles del razonamiento de las inferencias¹⁷ que realizan las personas.

La segunda operación está asociada con la aceptación de los razonamientos o argumentos producidos. Para que se de la aceptación, se usan los criterios de pertinencia y fuerza de los argumentos. Duval (1998) limita cada criterio de la siguiente forma: la pertinencia se relaciona con el contenido enunciado en la proposición y los valores que este contenido puede tomar en un determinado sujeto o

¹⁷ inferencia es una operación lógica que se refiere a proposiciones admitidas como verdaderas (las premisas) y que concluye en la verdad de una nueva proposición en virtud de su vinculación con las primeras. Por esto la inferencia se reduce a menudo a la deducción necesaria en la que la verdad de las premisas asegura totalmente la verdad de la conclusión.

cuerpo teórico que pueden ser: epistémico¹⁸, de verdad¹⁹ y valor social; la fuerza, es el grado de resistencia que tienen la proposición enunciada a un contra-argumento o replica. Balacheff (2000), afirma lo contrario, *“la contradicción no existe sino con respecto a un resultado que se espera, pero que al final no resulta; en otras palabras, a una conjetura inválida”*. En el caso de las matemáticas, la fuerza depende de su adaptación a la situación lo cual es garantía de la funcionalidad de la solución, como señala León (2003), *“la pertinencia y la fuerza de un argumento dependen del dominio de conocimientos y del contexto particular que da sentido a la situación argumentativa”*. La relación que existe entre la argumentación natural y la argumentación matemática formal, a nivel funcional, es en cuanto a la aceptabilidad de argumentos pues en la matemática se exige que los argumentos sean válidos y la distinción entre los valores epistémicos y de verdad son dados por los constructos teóricos de las matemáticas, y no por el sujeto.

A nivel estructural se estudia la organización de las proposiciones en el discurso. Como muestra el esquema de la Figura 3, se identifican en las proposiciones dos estatus²⁰: operativo o teórico.

Figura 3. Nivel estructural de la argumentación



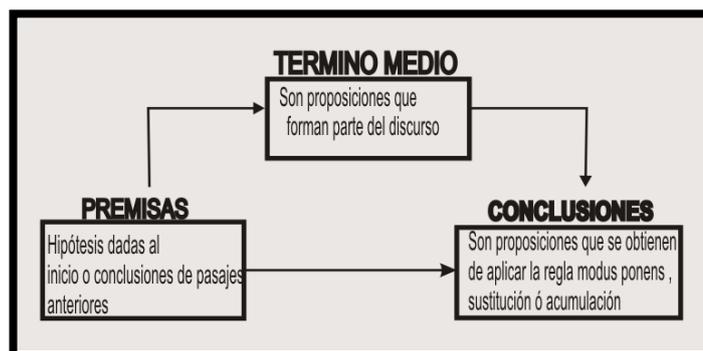
¹⁸ El valor epistémico depende de la comprensión del contenido por parte del interlocutor o interlocutores. Esto genera que una proposición pueda tener valores epistémicos diferentes en interlocutores distintos; puede ser verosímil para uno y absurdo para otro. Esta variación epistémica es lo que permite el debate ya que da lugar a la justificación (Duval, 1999:46).

¹⁹ El valor de verdad se refiere al hecho de que la proposición pueda tener uno y solamente uno de los siguientes valores: verdadero, falso ó indeterminada. El valor de verdad depende de los procedimientos específicos de prueba o verificación y no por el contenido enunciado.

²⁰ Posición que ocupa la proposición en el discurso.

A nivel del estatus teórico se identifican a las proposiciones como parte de un marco teórico como: definición, axiomas, regla, hipótesis, etc. A nivel del estatus operativo, se clasifican las proposiciones de la argumentación natural de igual forma que en la argumentación matemática formal, en tres tipos: premisas, términos medios y conclusiones; éstas actúan a través de un esquema generador que las organiza como lo muestra la Figura 4.

Figura 4. Esquema generador



Tanto la argumentación natural como la argumentación matemática formal tienen el mismo esquema pero difieren en el producto. Respecto a la argumentación natural se generan posibles esquemas para llegar a una o más conclusiones. Como se ilustra en la Figura 5, al lado izquierdo están los casos que usan término medio y al lado derecho los casos que no usan término medio. En cambio, en la argumentación matemática formal se llega a una y sólo una conclusión, usando el término medio (ya que éste da proposiciones que forman parte de la teoría matemática y que son pertinentes de acuerdo a las premisas) para determinar la conclusión²¹.

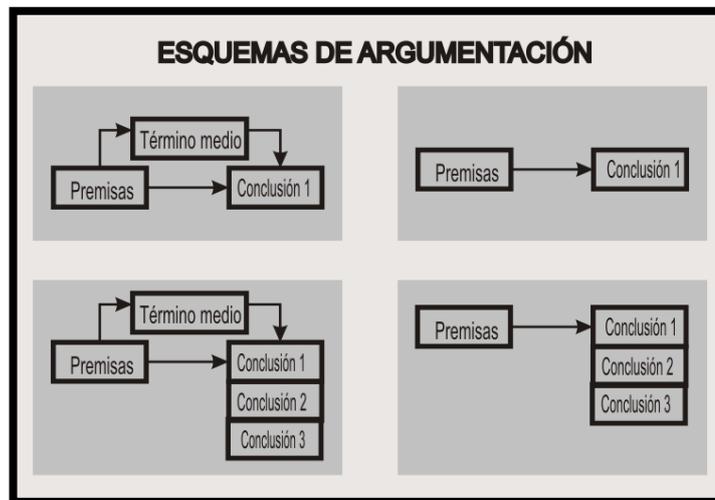
²¹ Para determinar la conclusión se utilizan las reglas como: modus ponendo ponens, sustitución y acumulación. Modus ponendo ponens consiste en tener dos proposiciones: una de la forma si p entonces q y otra p ; se concluye q . Se simboliza:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

La regla de sustitución consiste en reemplazar la progresión de las proposiciones por el resultado de las inferencias nuevas. Cuando se ha operado con la sustitución, todo lo anterior puede olvidarse y no tenerse más en cuenta en el desarrollo posterior del discurso.

La regla de acumulación consiste en añadir información válida de la teoría o rasgos al objeto que trata las proposiciones que forman el discurso.

Figura 5. Esquemas posibles de la argumentación natural

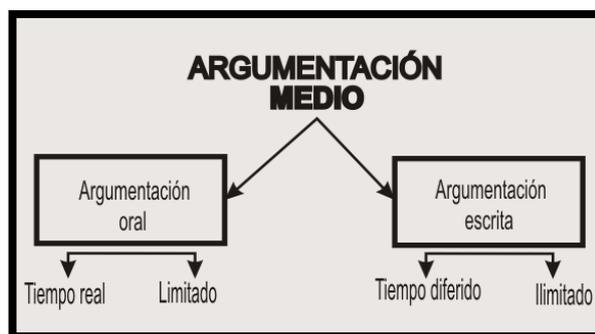


A nivel del medio en que se produce la argumentación, Duval (1999) define la argumentación oral y la argumentación escrita. Como ilustra el esquema de la Figura 6, la argumentación oral ocurre cuando la interacción es directa e inmediata con el interlocutor y se sujeta a las normas constituidas por un grupo; en cambio, la argumentación escrita ocurre sin interacción directa con el interlocutor y la distancia temporal es indeterminada. La argumentación matemática formal generalmente es escrita ya que permite que se cumpla con las características del saber matemático (atemporal, descontextualizado y despersonalizado). Esto llevaría a diferenciar la argumentación natural de la formal. Pero al realizar la clase de matemáticas, siguiendo los lineamientos de la perspectiva socio-cultural se estrechan lazos entre la argumentación natural y la argumentación matemática formal al permitir que ésta última sea oral. La perspectiva socio-cultural pregona que el aprendizaje es un proceso social que depende de la organización social, buscando que los estudiantes se conviertan en expertos del tema, y que aprender es una actividad discursiva que involucra la negociación de significados dentro de un contexto específico.

A nivel lógico, existen diferencias entre la argumentación matemática formal y la argumentación natural debido a que este nivel de análisis se relaciona con las condiciones de validez de las proposiciones. En la argumentación matemática formal,

la organización de las premisas da las condiciones para producir un paso²² de razonamiento válido o una forma válida de razonar para llegar a producir sólo una proposición o conclusión válida. En cambio, en la argumentación natural la organización de las proposiciones no interesa. Lo que importa es la comprensión del contenido de las premisas (semántico), y la única relación que se establece entre un argumento y una conclusión es la justificación.

Figura 6. Nivel del medio de la argumentación



A nivel epistemológico, se aborda la aceptabilidad de los argumentos, cuando se ejecuta el criterio de pertinencia²³. Duval (1999) destaca el origen de la construcción de los objetos matemáticos desde un nivel intuitivo hasta un nivel más dialéctico²⁴ y semántico. Esto a su vez, se relaciona con la argumentación natural. La argumentación matemática formal establece un proceso de transición de una a la otra como se identifica en las ideas intuitivas a la formalización teórica de las matemáticas.

Los modos de construcción de los objetos matemáticos se relacionan con la forma cómo los sujetos acceden a los objetos referidos en el contenido de las proposiciones. Es así que los argumentos que se elaboran ilustran esas formas de accesibilidad a los objetos. En el esquema de la Figura 7, se muestran los modos que Duval (1999)

²² Duval usa el término paso como sinónimo de inferencia para obtener una y sólo una conclusión a través del uso de alguna de las leyes permitidas en la lógica aristotélica.

²³ El criterio de pertinencia es reconocer si lo que se enuncia esta acorde con el contexto de la situación.

²⁴ Se refiere a una serie ordenada de verdades o teoremas que se desarrolla en la ciencia o en la sucesión y encadenamiento de los hechos.

estableció para describir cómo se accede a los objetos matemáticos. Estos son: intuitivo externo e interno, apofántico y lógico.

Figura 7. Análisis epistemológico de los objetos matemáticos



En el modo intuitivo externo, los objetos se obtienen de la experiencia con el reconocimiento de formas y la discriminación de propiedades, generándose definiciones matemáticas con referencia descriptiva. Por ejemplo, en el caso del rectángulo se hace el acto de identificarlo y reconocer propiedades como la longitud de sus lados y que éstos son segmentos.

En cambio, en el modo intuitivo interno, los objetos se obtienen de la estructuración temporal-espacial y de las representaciones posibles de objetos concretos con relación a otros que se materializan con la intuición de las relaciones topológicas y afines. Esto sucede con las definiciones de dimensiones y sucesiones que son fundamentales en la geometría y en los números naturales respectivamente, para su construcción teórica. Por ejemplo, en el caso del rectángulo se identifica interior, exterior y frontera para la idea de cerrado, y las longitudes correspondientes al largo y al ancho para la idea de dimensión.

En contraste, en el modo apofántico, los objetos que se obtienen están relacionados con las proposiciones enunciadas a partir de los sistemas de clasificación elaborados a partir de datos recogidos experimentalmente. Por ejemplo, en el caso del rectángulo, es cuando se establece enunciados como: algunos rectángulos son cuadrados.

En el modo lógico, los objetos que se obtienen surgen de las operaciones de pensamiento controladas semióticamente por el cálculo proposicional o cálculo de predicados, entre otras, que se vinculan a un proceso lógico deductivo. Por ejemplo, si todos los cuadrados son rectángulos y todos los rectángulos son paralelogramos entonces todos los cuadrados son paralelogramos; al expresarlo simbólicamente:

$$\begin{array}{l} \forall x (Px \rightarrow Qx) \\ \forall x (Qx \rightarrow Sx) \\ \hline \therefore \forall x (Px \rightarrow Sx) \end{array}$$

En cuanto al análisis epistemológico propuesto por Duval, éste muestra cómo el sujeto establece esa accesibilidad a los objetos matemáticos, e inicia con la percepción hasta consolidar una formalización de las construcciones que se van elaborando de los objetos matemáticos.

Los discursos que elabora un sujeto cuando produce una proposición ó cuando la valida son los objetos tangibles para estudiar la argumentación. En el caso de que el discurso sea para validar algo, se consideran las siguientes condiciones:

1. El discurso debe estar orientado hacia una proposición que se quiera justificar.
2. El discurso debe estar centrado más en el valor lógico o epistémico, y no en el contenido de la proposición.

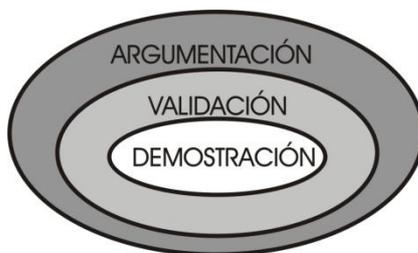
Los diferentes niveles de análisis expuestos en este apartado para estudiar tanto la argumentación natural como la argumentación matemática formal permiten

reconocer a la argumentación como un tipo de razonamiento y también como objeto de conocimiento.

3.1.2 LA ARGUMENTACIÓN COMO HERRAMIENTA DE VALIDACIÓN

La validación es un caso restringido de la argumentación (León y Calderón, 2003). Es decir, toda validación es una argumentación pero no toda argumentación es una validación. A su vez, se reconoce a la demostración como una posible forma de validar, estableciéndose una relación de inclusión entre demostración, validación y argumentación, como se ilustra en la Figura 8.

Figura 8. Relaciones de la argumentación con la validación y con la demostración



En los estudios analíticos planteados por Duval (1999) sobre la argumentación, la validación es el resultado de que el sujeto acepte argumentos elaborados por él mismo u otros, lográndose o la afinidad o la no aceptación como una incompatibilidad con los argumentos enunciados. En el anterior apartado se encuentra el análisis funcional de la argumentación como objeto de conocimiento.

Para estudiar la argumentación como herramienta de validación, Margolinas (1998, citado por León y Calderón, 2003) establece tres instancias para poder comprenderla, y éstas son situación, fase y proceso.

La *situación* se determina por las reglas de interacción que tienen principalmente el propósito de elaborar y comunicar los argumentos a un auditorio. Este hecho hace que surja la argumentación como validación en un contexto social. En cambio, la

instancia de *fase* se determina por el uso de la argumentación como validación, ya que ella actúa en el proceso de solucionar un problema matemático. Finalmente, la instancia *proceso* cumple el papel de legitimar los procedimientos y relaciones matemáticas que realiza un sujeto para convencerse.

Además de las instancias mencionadas para la argumentación como herramienta de validación, León y Calderón (2003) establecen dos componentes: el heurístico y el retórico. El primer componente privilegia la producción de argumentos que se adaptan a la situación que, en matemáticas, consiste en asegurar que la solución funcione o pueda funcionar. Eso hace que el sujeto considere desde casos particulares²⁵ hasta el empleo de proposiciones matemáticas, para llevar a cabo un proceso deductivo. El segundo componente se refiere a la función de obtener consenso, o de convencer a alguien para que tome una decisión.

Igualmente, Balacheff (2000) plantea que los procesos de validación de los estudiantes están basados en niveles de argumentación que se desarrollan a través de situaciones problema y permitan al estudiante producir²⁶ y validar²⁷ proposiciones.

En el proceso de producir la proposición, que forma parte del componente heurístico de la argumentación como herramienta de validación, se pueden identificar dos momentos como lo muestra el esquema de la Figura 9.

En el primer momento, el estudiante se guía por la evidencia sensorial y las creencias²⁸ para elaborar conjeturas a partir de la exploración de la situación problema, la

²⁵ Los argumentos que se elaboran se relacionan con el uso de material físico, información visual que se relaciona con las reconfiguraciones de orden geométrico y/o numérico, información manipulativa que se adquiere de actividades computacionales y otras.

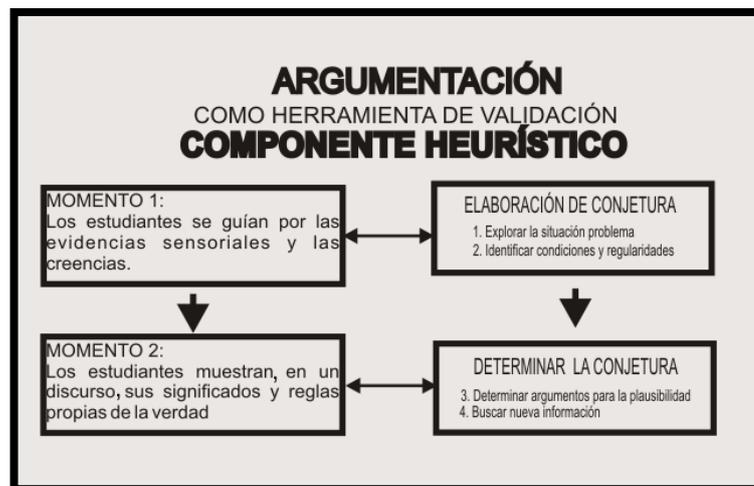
²⁶ Estas situaciones, las denomina Balacheff, **situaciones de decisión** que incitan a los estudiantes a anticipar o predecir la imagen o relación matemática que está en juego.

²⁷ Estas situaciones, las denomina Balacheff **situaciones de validación** en las que los estudiantes se responsabilizan de la verdad de lo que enuncian, por tanto, generan convicción a sí mismo y a los demás.

²⁸ Fischbein (1982), define *la creencia* como algo que se cree a nivel cognitivo, por convicción intrínseca e intuitiva directamente impuesta por la estructura de la situación misma (citado en Balacheff, 2000:4)

identificación de regularidades y condiciones bajo las cuales ocurren. En el segundo momento, el estudiante busca convencerse a sí mismo de la posible conjetura y ejecutar procesos de búsqueda de nueva información a partir de la proporcionada. En este proceso de convencimiento, los estudiantes aplican sus propias reglas de decisión de la verdad, las cuales expresa en un discurso; además, muestra los significados y relaciones que establece con los objetos que involucra la conjetura.

Figura 9. Momentos del componente heurístico



En el proceso de obtener consenso o de convencer a alguien sobre la conjetura, expresada por medio de una proposición, se identifican dos momentos, como los ilustra la Figura 10. En el primer momento, el estudiante anuncia la conjetura para que sea reconocida y aceptada por otros, tanto compañeros como docente. En el segundo momento, el estudiante organiza el discurso a través de las reglas de deducción y codifica la enunciación de la conjetura y los argumentos para justificarla y sea aceptada por la comunidad.

En la determinación de los momentos, tanto del componente heurístico como retórico, se identifican niveles determinados por la comunicación, la interacción social y la institucionalización en el proceso de validación. El nivel de comunicación consiste en las acciones que realiza una persona para enunciar una proposición; el nivel de

interacción social consiste en las acciones que realiza la comunidad para aceptar la proposición; y, a nivel de institucionalización son las acciones que se realizan para que la proposición se destemporalice, descontextualice y despersonalice para formar parte del discurso de la clase.

Figura 10. Momentos del componente retórico



3.1.3 TIPOS DE ARGUMENTACIONES

Balacheff (2000) identifica una evolución en los argumentos que utiliza el estudiante para resolver una situación de validación. Esta se determina por las siguientes variables:

1) *Naturaleza de los conocimientos*: Se refiere a las concepciones que los estudiantes tienen para resolver la situación problema. Se identifican tres tipos de saberes: prácticos, teóricos y científicos. Los primeros son los conocimientos que usan los estudiantes sin ser conscientes de ellos, los cuales se conocen como teoremas en acto²⁹; los teóricos son los conocimientos que se tienen del objeto y que manifiestan saber; y por último, los científicos donde el estudiante maneja conocimientos a nivel teórico.

²⁹ Teorema en acto es un concepto de la teoría sobre los campos conceptuales de Vergnaud (1981) para designar las propiedades que la persona utiliza en la solución de los problemas sin que éste las enuncie ni las justifique.

2) *Formulación del lenguaje*: Se encuentra un desarrollo más sistemático de la formulación de los argumentos de los estudiantes puesto que se identifica una movilidad entre el lenguaje de la familiaridad, lenguaje funcional y formalismo ingenuo³⁰. El primero se refiere al lenguaje que se utiliza con las personas con quien se tiene cierto grado de confianza y no se enuncian todas las proposiciones, porque el sujeto omite todo lo que considera ya asimilado por la otra persona. El segundo se refiere a la introducción de un léxico específico o de un simbolismo. El último se refiere a la combinación del simbolismo y expresiones del lenguaje natural.

3) *Proceso de validación*: Los argumentos que se utilizan se caracterizan porque los estudiantes recurren, en primera instancia, a acciones u ostensiones³¹; luego formulan las propiedades y relaciones en juego, y por último construyen la demostración, caracterizada por las reglas de deducción.

Según Balacheff (2000), en el transcurso de la evolución de los argumentos que utiliza el estudiante para resolver una situación de validación se encuentra el desarrollo de la argumentación natural a la argumentación formal, en donde se jerarquizan los argumentos que se dan de acuerdo al nivel de generalización y al nivel de conceptualización de los conocimientos. La tipología que propone Balacheff es la siguiente:

1) *Argumentación por Empirismo Ingenuo*: Los argumentos se refieren a verificaciones que se realizan de algunos casos para asegurar la validez de un enunciado que muestran observaciones directas de hechos o conexiones que hacen con conocimientos previos. Como se observa, existe ausencia de la generalización y los conocimientos se relacionan, más que todo, con las acciones de los estudiantes.

³⁰ Bourbaki(1984) denominó este tipo de lenguaje que es la mezcla de expresiones en lenguaje natural con simbolismos matemáticos.

³¹ Los estudiantes establecen operaciones y conceptos a través de la observación.

2) *Argumentación por Experiencia Crucial*: Los argumentos se refieren a un caso particular que verifica una proposición que es la solución de la situación; si funciona la solución en ese caso, se deduce que funcionará siempre, y así se garantiza la validez de la proposición. Como se observa, se explicita el problema de la generalización pero el estudiante sólo identifica al caso particular; no hay una comprensión del caso como representante para todos los casos posibles.

3) *Argumentación por Ejemplo Genérico*: Los argumentos se refieren a propiedades, características, estructuras ligados a una categoría y a la elección de un representante de una determinada clase para dar explicaciones sobre las razones de validez de un enunciado. Estos aspectos son deducidos de la práctica y por eso, usa el ejemplo que puede tener dos posibilidades, una a que el ejemplo sea el medio para mostrar las operaciones efectivas que aseguran la validez y otra, que el ejemplo sea un medio para expresar la validez de un enunciado.

4) *Argumentación por Experiencia Mental*: Los argumentos invocan la acción de la interiorización de las operaciones y las relaciones, y se desprenden de la ejecución sobre un representante particular. Se genera así un discurso de descontextualización, destemporalización y despersonalización para la institucionalización de ese saber. Los argumentos se aplican y coinciden con las operaciones mentales del pensamiento que no tienen estatuto matemático.

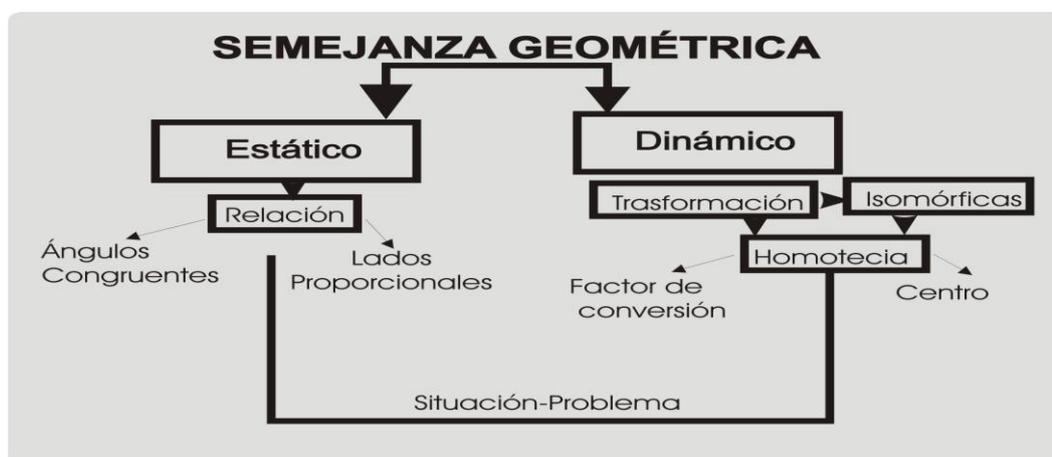
5) *Argumentación por Demostración*: Los argumentos están organizados en una estructura donde el nivel de formalismo es igual al que se encuentra en las demostraciones de los textos escolares y/o matemáticos.

La tipología muestra una evolución de los argumentos de los estudiantes elaborados en situaciones de validación, donde se exige producir y validar un enunciado. Pero Balacheff (2000) reconoce que de la argumentación por experiencia mental a la argumentación por demostración existe una tipología que no se ha determinado aún.

3.2 LA SEMEJANZA GEOMÉTRICA, EL OBJETO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA

En este apartado se reporta la aproximación teórica de Escudero (2003) del objeto matemático de la semejanza geométrica. Ella considera a la semejanza desde dos perspectivas: estática y dinámica. La primera se relaciona con la semejanza como una aplicación de las proporciones y la segunda hace referencia a la semejanza como una transformación geométrica³² denominada homotecia. El desarrollo teórico que se hizo de la semejanza geométrica se puede resumir como se muestra en el esquema de la Figura 11.

Figura 11. Esquema del estudio de la semejanza geométrica



3.2.1 LA SEMEJANZA GEOMÉTRICA COMO RELACIÓN

En sus estudios, Escudero (2003) establece que una de las aproximaciones al concepto de semejanza, desde el punto de vista estático, es intrafigural³³ (Piaget y García, 1982), que enfatiza en la relación entre los elementos de una figura con los elementos

³² Una transformación geométrica es una función del plano en sí mismo. Cada figura, al aplicar una transformación, se convierte en otra. Se definen tres clases de transformaciones :

-Isométricas: cuando la transformación conserva las longitudes de los lados y medidas de ángulos de la figura dada. Éstas son traslaciones, simetrías y rotaciones.

-Isomórficas: cuando la transformación conserva la forma y proporcionalidad entre las dimensiones de los lados. Un ejemplo es la homotecia.

- Anamórficas: cuando la transformación cambia la forma de la figura dada.

³³ Este término se refiere al estudio de las propiedades de las figuras y de los cuerpos geométricos como relaciones internas entre los elementos de dichas figuras o dichos cuerpos.

correspondientes³⁴ de su figura semejante y no en la transformación de una figura en otra figura semejante. De lo anterior, se distinguen dos clases de situaciones:

- a) Cuando se solicita aplicar el teorema de Thales en situaciones que involucran figuras geométricas, en las que se consideran tanto los aspectos proyección y homotecias con sus correspondientes razones.
- b) Cuando las situaciones solicitan medidas de elementos de figuras, pero no se requiere aplicación directa del teorema de Thales, sino de la proporción porque se plantean relaciones de ausencia del valor (Cramer, 1993 citado por Escudero, 2003) de alguna de las medidas de los elementos de las figuras que son semejantes.

Escudero afirma que el concepto de semejanza desde esta perspectiva, está relacionado con el pensamiento proporcional. Por esta razón, los conceptos que se utilizan para establecer la semejanza entre figuras están relacionados con razón, proporción y congruencia. A continuación se presentan definiciones que comúnmente se encuentran en los textos escolares:

Definición 1: Razón

Sean a y b dos magnitudes expresadas en la misma unidad de medida, con $b \neq 0$; entonces la comparación numérica expresada por el cociente³⁵ $\frac{a}{b}$ se llama razón entre a y b (Sousa, 1991).

Definición 2: Razón de segmentos

Sean \overline{PQ} y \overline{RS} segmentos, cuyas medidas correspondientes son los números reales positivos a y b respectivamente; se llama razón de \overline{PQ} a \overline{RS} a la comparación

³⁴ Elementos de la figura semejante establecidos por la correspondencia de los lados, que en cada una de dos o más figuras geométricas semejantes están colocados en el mismo orden.

³⁵ Otra forma de escribir una razón es $a : b$ y se lee " a es b "

establecida por el cociente de sus medidas respectivas (Sousa, 1991). Se simboliza como:

$$\frac{PQ}{RS}$$

Definición 3: Proporción

Si m y n son cantidades de una misma magnitud, y p y q otras dos cantidades de una misma magnitud, pero no necesariamente de la misma que m y n , y si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son sus respectivas razones, se afirma que las cuatro magnitudes m, n, p y q , consideradas en este orden, están en proporción o forman una proporción, si es:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ también se escribe } a : b = c : d$$

Además, el valor de ese cociente se denomina constante de proporcionalidad y se representa generalmente con la letra k .

En la proporción, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se determinan los siguientes términos: a y d se llaman extremos y b y c medios de una proporción (Moise, 1986).

Propiedades que cumplen las proporciones

Según Moise (1986) las propiedades que cumplen las proporciones son:

1) En toda proporción el producto de los medios es igual al producto de los extremos; es decir:

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ entonces } ad = bc$$

2) En toda proporción, invertir el orden de los términos extremos o el de los medios mantiene la proporción; es decir:

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ entonces } \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ o } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

3) Si se tiene la proporción $a : b = c : d$, también se verifican estas otras:

$$\frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c} = \frac{a \pm b}{c \pm d} = \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\frac{a + b}{a - b} = \frac{c + d}{c - d}$$

4) La media proporcional entre dos cantidades es la raíz cuadrada de su producto; es decir:

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \text{ entonces } b \text{ es la media geométrica de } a \text{ y } c \text{ siendo } b = \sqrt[2]{ac}$$

5) La tercera proporcional respecto de dos cantidades es la razón del cuadrado de una de ellas a la otra, es decir:

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{b}{r} \text{ entonces } r \text{ es la tercera proporcional de } a \text{ y } b; \text{ y se calcula } r = \frac{b^2}{a}$$

6) La cuarta proporcional es cualquiera de los cuatro términos de una proporción respecto de los otros tres. Es decir:

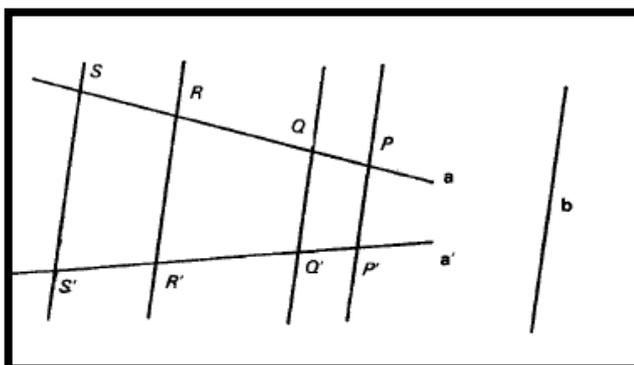
$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ entonces } a \text{ es la cuarta proporcional de } b, c \text{ y } d.$$

Teorema 1: Teorema de Thales de Mileto:

Los segmentos determinados en dos transversales por rectas paralelas son proporcionales (Vera, 1943).

Es decir, sea $\overline{SS'}$, $\overline{RR'}$, $\overline{QQ'}$ Y $\overline{PP'}$ segmentos paralelos y a y a' rectas secantes; entonces se tiene $\frac{PQ}{RS} = \frac{P'Q'}{R'S'}$ (véase Figura 12):

Figura 12. Representación correspondiente al teorema de Thales



Aplicaciones del teorema Thales

Según Vera (1943), las aplicaciones que tiene el teorema de Thales son:

- 1) Si por el punto medio de un lado de un triángulo se traza la paralela a otro lado, ésta pasa por el punto medio del tercer lado.

- 2) Todo segmento se puede dividir en un número cualquiera de partes iguales.

- 3) Toda paralela a un lado de un triángulo divide a los otros dos lados en partes proporcionales.

Definición 4: Segmentos proporcionales

Sean \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{EF} correspondientes a \overline{PQ} , \overline{RS} , \overline{TV} ; respectivamente. Si la razón entre AB Y PQ es igual a la razón entre CD y RS e igual a la razón entre EF Y TV es decir, si

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{CD}{RS} = \frac{EF}{TV}$$

entonces los segmentos son proporcionales (Vera, 1943).

Definición 5: Ángulos congruentes

Dos ángulos son congruentes si y sólo si tienen la misma medida (Moise, 1986).

Definición 6: Semejanza Geométrica

Los aspectos teóricos antes mencionados permiten que se defina la semejanza entre dos figuras, así (Sousa, 1991):

Dos figuras F y G son semejantes, lo que se escribe $F \sim G$, si y sólo si, existe una correspondencia entre los vértices de las figuras tal que se cumple las condiciones:

- 1) Los ángulos correspondientes son congruentes.
- 2) Los segmentos correspondientes son proporcionales.

3.2.2 LA SEMEJANZA COMO TRANSFORMACIÓN GEOMÉTRICA

En sus estudios, Escudero (2003) establece que una de las aproximaciones al concepto de semejanza es desde el punto de vista dinámico que implica transformación geométrica. Se destaca la noción de transformar una figura en otra. Se distinguen dos tipos de situaciones.

- a) Cuando la transformación geométrica se percibe como una aplicación de los puntos del plano en si mismo.
- b) Cuando la transformación geométrica se distingue como objeto matemático, ya que hay un tratamiento en el que se busca resultados de composiciones de otras transformaciones.

El concepto de semejanza, desde esta perspectiva, está relacionado con la transformación geométrica denominada homotecia, la cual se estudia a partir de vectores y producto escalar vectorial, como se muestra a continuación.

Definición 7: Transformaciones geométricas

Una transformación geométrica, es el resultado de un cambio de posición, tamaño o forma, que se produce en una figura F , cuando pasa a ser otra figura F' , es decir es, una función del plano en el plano.

En una transformación geométrica se debe tener en cuenta:

- 1) La figura geométrica inicial (preimagen).
- 2) La regla u operación que describe el cambio.
- 3) La figura que resulta después del cambio (imagen).

Según la relación que se establezca entre estas dos figuras, inicial (F) y final (F'), se tienen distintos tipos de transformaciones como: isométricas, isomórficas y anamórficas. En cada transformación hay una serie de elementos (ejes, centros, etc.)

que la determina y la diferencia de otras. Mediante diversos criterios, se relacionan geoméricamente la figura inicial y la figura final a través de sus elementos correspondientes que se suelen denominar elementos homólogos (Burgos, 1996).

Definición 8: Transformaciones Isomórficas

Esta clase de transformación modifica el tamaño y no la forma de la figura. Las transformaciones isomórficas que se conocen son: la homotecia y la semejanza (Vera, 1943).

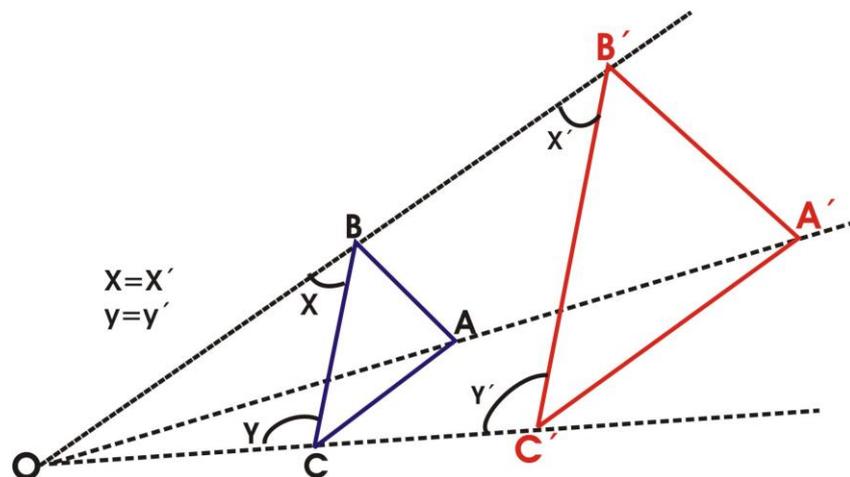
Definición 9: Homotecia

La homotecia se caracteriza por los siguientes elementos: un centro O y una razón k que es un número real distinto de cero. Es una transformación geométrica que hace corresponder a cada punto A otro punto A' , tal que $\overrightarrow{OA'} = k\overrightarrow{OA}$.

De la definición se deduce que O, A, A' están alineados.

Por ejemplo en la Figura 13 se muestra la homotecia del triángulo $\triangle ABC$ cuyo centro es O y $k = \frac{OA'}{OA}$

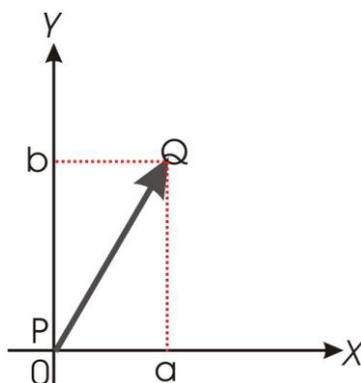
Figura 13. Homotecia de un triángulo



Las homotecias que se realizan en el plano son transformaciones en \mathbb{R}^2 . Una magnitud que tiene unidad, dirección y sentido se denomina magnitud vectorial. Un

vector en \mathfrak{R}^2 se define algebraicamente como una par ordenado de número reales (a, b) ; y, geoméricamente es una entidad que tiene longitud y dirección. Para ello, se usa el segmento recta dirigido, como se ilustra en la Figura 14.

Figura 14. Representación geométrica del vector \overrightarrow{PQ}



Definición 10: el producto vector escalar en \mathfrak{R}^2

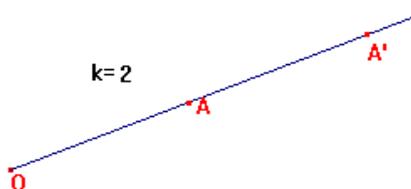
Sea el vector $u = (a, b)$ y k un número real, se define el producto vector escalar como:

$$k \cdot u = k \cdot (a, b) = (k \cdot a, k \cdot b)$$

El número $k \neq 0$ se denomina razón de la homotecia o factor de conversión. Según el valor de la constante k , se obtienen diferentes relaciones entre una figura geométrica inicial (preimagen) y la figura que resulta al aplicar la homotecia (imagen). Se consideran los siguientes casos (Molina, 1998):

1) *Homotecia directa*: Si $k > 0$, A y A' están en la misma semirrecta de origen O . Es decir, todos los puntos homólogos quedan al mismo lado del centro de homotecia O (véase Figura 15).

Figura 15. Ejemplo de homotecia directa

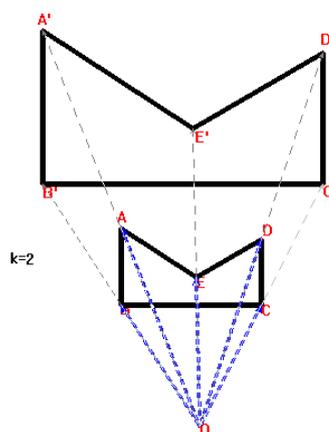


Casos de las homotecias directas:

- Si $k > 1$.

La figura resultante (imagen) es de mayor tamaño que la figura geométrica inicial (preimagen). Se dirá que la transformación es una *expansión*. Por ejemplo, la figura geométrica inicial se amplía k veces y los vectores resultantes son $\overrightarrow{OA'}$, $\overrightarrow{OB'}$, $\overrightarrow{OC'}$, $\overrightarrow{OD'}$ y $\overrightarrow{OE'}$ mantienen la dirección y sentido de los vectores iniciales \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD} y \overrightarrow{OE} respectivamente (véase Figura 16).

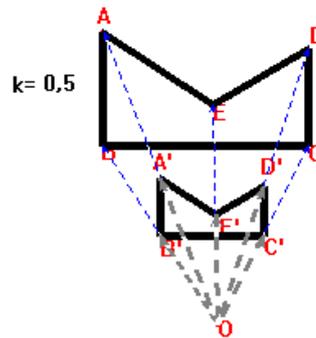
Figura 16. Ejemplo de expansión



- Si $0 < k < 1$.

La figura resultante (imagen) es de menor tamaño que la figura geométrica inicial (preimagen). Se dirá que la transformación es una *contracción*. Por ejemplo, la figura geométrica inicial se reduce a la k -ésima parte y los vectores resultados son $\overrightarrow{OA'}$, $\overrightarrow{OB'}$, $\overrightarrow{OC'}$, $\overrightarrow{OD'}$ y $\overrightarrow{OE'}$ mantienen la dirección y sentido de los vectores iniciales \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD} y \overrightarrow{OE} respectivamente (véase Figura 17).

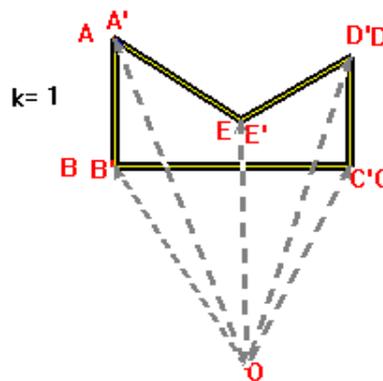
Figura 17. Ejemplo de contracción



- Si $k = 1$.

La figura resultante (imagen) es de igual tamaño que la figura geométrica inicial (preimagen). Se dirá que la transformación es una identidad. Por ejemplo, la figura geométrica inicial se transforma en sí misma y los vectores resultantes $\overrightarrow{OA'}$, $\overrightarrow{OB'}$, $\overrightarrow{OC'}$, $\overrightarrow{OD'}$ y $\overrightarrow{OE'}$ mantienen magnitud, dirección y sentido de los vectores iniciales \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD} y \overrightarrow{OE} respectivamente (véase Figura 18).

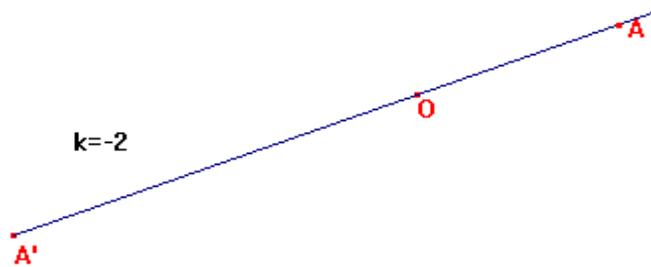
Figura 18. Ejemplo de identidad



2) Homotecia Inversa:

Si $k < 0$, el centro O se sitúa entre A y A' y el vector tiene sentido inverso; es decir, todos los puntos homólogos quedarán a distinto lado del centro O (véase Figura 19).

Figura 19. Ejemplo de homotecia inversa

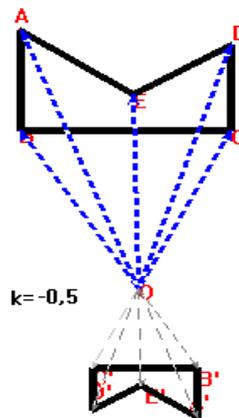


Casos de las homotecias inversas:

- Si $-1 < k < 0$

La figura resultante (imagen) es de menor tamaño y de sentido contrario a la figura geométrica inicial (preimagen). Por ejemplo, la figura ABCDE inicial, se reduce a la $|k|$ -ésima parte veces y los vectores resultantes $\overrightarrow{OA'}$, $\overrightarrow{OB'}$, $\overrightarrow{OC'}$, $\overrightarrow{OD'}$ y $\overrightarrow{OE'}$ tienen el sentido opuesto de los vectores iniciales \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD} y \overrightarrow{OE} , respectivamente. Los vectores resultantes mantienen la dirección de los vectores iniciales (véase Figura 20).

Figura 20. Ejemplo de homotecia inversa. Caso $-1 < k < 0$

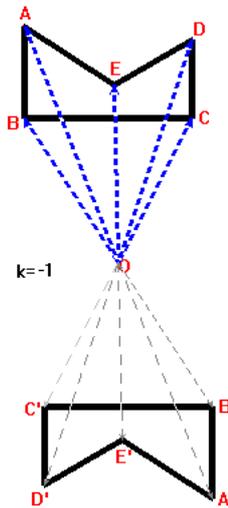


- Si $k = -1$

La figura resultante (imagen) es de mismo tamaño pero de sentido contrario a la figura geométrica inicial (preimagen). Se dirá que la transformación es una *simetría central*. Por ejemplo, los vectores resultantes $\overrightarrow{OA'}$, $\overrightarrow{OB'}$, $\overrightarrow{OC'}$, $\overrightarrow{OD'}$ y $\overrightarrow{OE'}$ tienen el sentido

opuesto de los vectores iniciales \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD} y \overrightarrow{OE} ; respectivamente, y mantienen la magnitud y la dirección de los vectores iniciales (véase Figura 21).

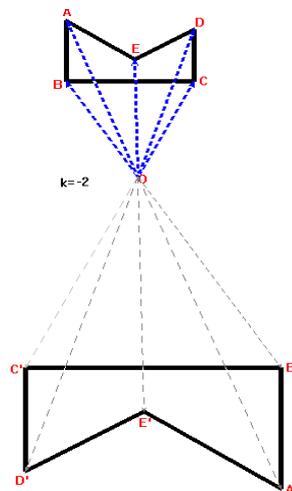
Figura 21. Homotecia inversa. Caso $k = -1$



- Si $k < -1$

La figura resultante (imagen) es de mayor tamaño y de sentido contrario a la figura geométrica inicial (preimagen). Por ejemplo, la figura geométrica inicial se amplía $|k|$ veces y los vectores resultantes $\overrightarrow{OA'}$, $\overrightarrow{OB'}$, $\overrightarrow{OC'}$, $\overrightarrow{OD'}$ y $\overrightarrow{OE'}$ tienen el sentido opuesto de los vectores iniciales \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD} y \overrightarrow{OE} , respectivamente. Los vectores resultantes mantienen la magnitud de los vectores iniciales (véase Figura 22).

Figura 22. Homotecia inversa. Caso $k < -1$



La homotecia se estudia a través de los movimientos en el plano y al analizar la imagen con la figura geométrica inicial (preimagen) se encuentra que cumplen las siguientes condiciones:

- 1) Los ángulos correspondientes son congruentes.
- 2) Los segmentos correspondientes son proporcionales.

Propiedades de las homotecias en el plano

- 1) La razón de las distancias entre dos puntos homólogos y sus originales es igual al valor absoluto de la razón de la homotecia.
- 2) Las homotecias transforman puntos no alineados en puntos no alineados.
- 3) Las homotecias transforman triángulos en triángulos semejantes.

Definición 11: Polígonos semejantes

Dos polígonos son semejantes si existe una correspondencia entre sus vértices para la cuál los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales (Sousa, 1991).

La semejanza estudiada como relación y como transformación determina exigencias distintas que están ligadas al tipo de actividades y énfasis que el docente emplee para que el estudiante construya el concepto.

CAPÍTULO 4 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Este capítulo presenta la metodología cualitativa que se implementó en la recolección, estudio y análisis de datos para la descripción y explicación de las formas argumentativas de los niños de grado quinto, en torno a la idea de semejanza de figuras, como consecuencia del desarrollo de una propuesta didáctica que busca favorecer la construcción de significados y procedimientos. Se elaboraron tres secciones: en la primera se sustenta la metodología de investigación; en la segunda, las fases de investigación; y en la última, la metodología de análisis.

4.1 METODOLOGÍA

Este estudio adoptó una metodología de investigación cualitativa, de naturaleza descriptiva y exploratoria, para realizar la recolección y análisis de datos de las formas argumentativas de los niños de grado quinto cuando tratan el tema de semejanza de figuras. Una de las razones para seleccionar este tipo de metodología, es que al realizar observaciones a unos estudiantes, en sesiones de clase, es posible conservar el orden de las acciones de los estudiantes y describirlos tal como sucedieron. Otra razón es que permite al investigador sistematizar, comprender e integrar lo estudiado. Además, los medios utilizados para recoger la información generan materiales que pueden ser consultados más de una vez. Igualmente, la metodología propicia el diseño, la intervención, análisis y teorización de las acciones que ocurren en el aula de clase.

A nivel teórico, Huberman y Miles (1994) le otorgan a la metodología cualitativa tres características: interpretativa, social y flexible. La primera característica aplica a esta investigación porque se interpretan las actuaciones e interacciones de los estudiantes, descifrando los significados necesarios y pertinentes para describir y entender las

formas argumentativas que elaboran (Olivero, 2002). La segunda característica (lo social) aplica al estudio, porque la argumentación se potencia y genera en contextos de interacción de unos individuos con otros. Y la última característica aplica al estudio, ya que el diseño de las tareas que los estudiantes enfrentan para generar argumentos pueden ser modificadas de acuerdo a los avances de la investigación.

Para realizar la investigación se usó la técnica de estudio de casos. Esta técnica permite al investigador realizar ciertas acciones que Merriam (1988) denomina propiedades. Con relación a la presente investigación y a lo propuesto por la autora se exponen las siguientes propiedades, necesarias en este estudio:

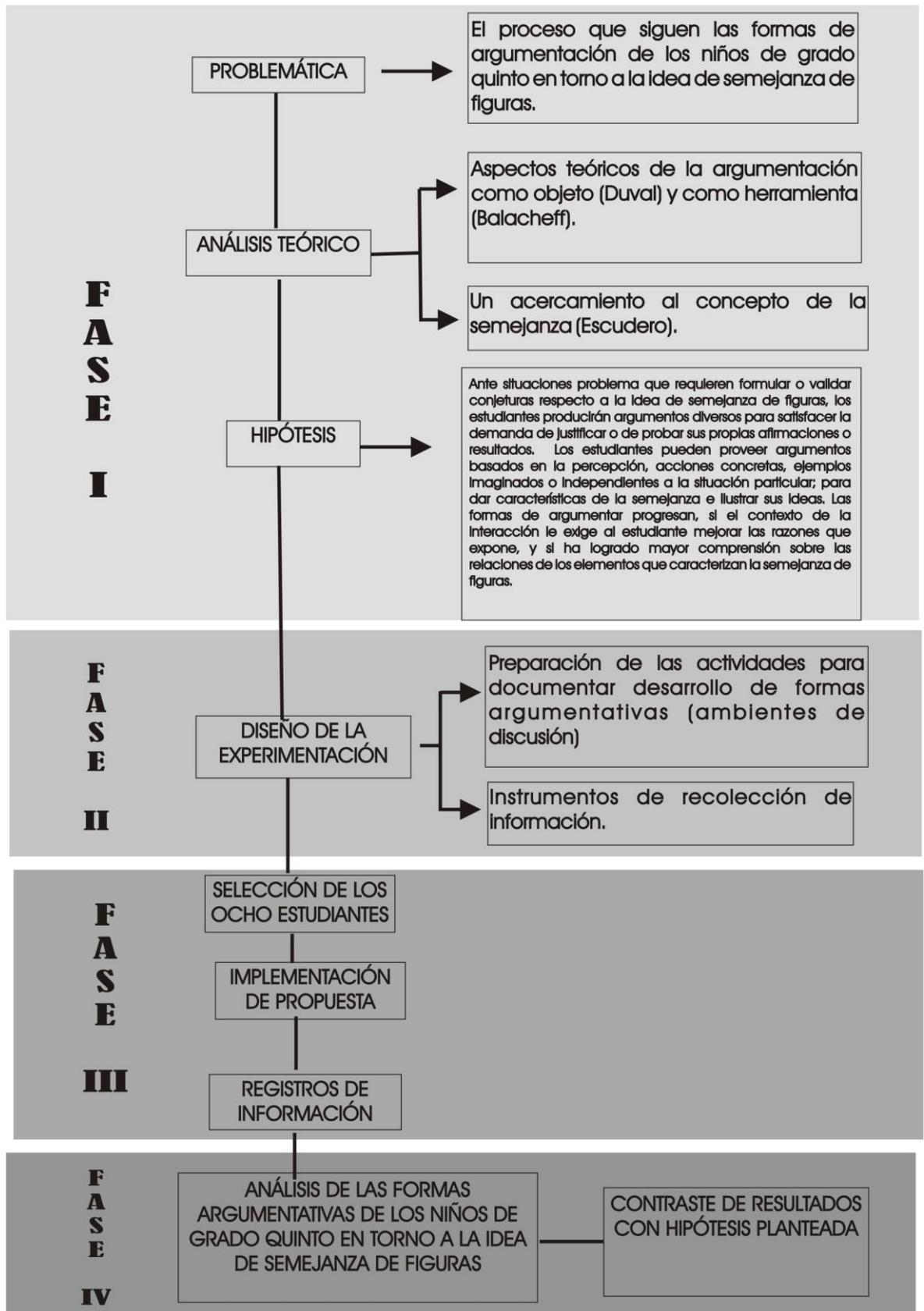
- a) *Particularista*, en cuanto a que el estudio se centra en cada niño.
- b) *Descriptiva*, en cuanto a que se quieren detallar las formas de argumentación.
- c) *Heurística*, porque concierne a la elaboración de los argumentos en torno a la idea de semejanza de figuras.
- d) *Inductiva*, en cuanto que, a partir de los resultados, se pueden hacer generalizaciones a nivel teórico.

En la presente investigación la autora asume dos roles: uno, como docente del grupo y otro, como investigadora. El primer rol implica que la autora planifique, diseñe y ejecute la propuesta didáctica con ocho estudiantes de grado quinto en torno al tema de semejanza de figuras. El segundo rol exige elaborar la investigación en sí, que inicia en acciones como en la recolección de datos, análisis e interpretaciones de éstos, y finalmente en la presentación de los resultados del estudio.

4.2 FASES DE INVESTIGACIÓN

Para llevar a cabo el proceso de investigación se contemplaron las fases que ilustra la Figura 23.

Figura 23. Organización de las fases de investigación



4.2.1 FASE I

En esta fase se definieron la problemática de investigación, los marcos teóricos sobre la argumentación y el acercamiento al concepto de la semejanza geométrica. El análisis de la argumentación se elaboró desde la perspectiva de análisis que plantea Douady (1986) en los aspectos herramienta y objeto de un concepto matemático y se adaptó a la argumentación. En el aspecto de la argumentación como objeto se asumió la teoría de Duval y en el aspecto de la argumentación como herramienta de validación se tomó la teoría de León y Calderón como la Balacheff. En el apartado de acercamiento al concepto de semejanza geométrica se siguió el análisis de Escudero para el tratamiento teórico del concepto a nivel estático y dinámico.

La hipótesis de investigación que se formuló para contrastar con los resultados de la experimentación es:

Ante situaciones problema que requieren formular o validar conjeturas respecto a la idea de semejanza de figuras, los estudiantes producirán argumentos diversos para satisfacer la demanda de justificar o de probar sus propias afirmaciones o resultados. Los estudiantes pueden proveer argumentos basados en la percepción, acciones concretas, ejemplos imaginados o independientes a la situación particular; para dar características de la semejanza e ilustrar sus ideas. Las formas de argumentar progresan, si el contexto de la interacción le exige al estudiante mejorar las razones que expone, y si ha logrado mayor comprensión sobre las relaciones de los elementos que caracterizan la semejanza de figuras.

4.2.2 FASE II

En esta fase se realizó el diseño de experimentación que consistió en elaborar la propuesta didáctica y los instrumentos de recolección de información. La propuesta didáctica que se reporta en el Anexo A se diseñó bajo los requerimientos de propiciar la discusión, como la interacción de los estudiantes, y generar un acercamiento a la idea de semejanza de figuras. Las actividades que se elaboraron se caracterizan por ser problemas relacionados con aspectos de la semejanza geométrica que, a través de preguntas, se hace que los estudiantes analicen las acciones que ejecutan.

4.2.2.1 Descripción de las Actividades

La secuencia de actividades está organizada con una serie de fotos y retratos que se amplían y se reducen, donde participan tres personajes:³⁶ el pintor Gioco, el discípulo de Gioco y el comprador. A continuación, se da la descripción de cada actividad:

4.2.2.1.1 ACTIVIDAD 1

Prerrequisitos:

- ✓ Conocer la técnica de la cuadrícula para realizar ampliaciones o reducciones de figuras.

Materiales:

- ✓ Regla, hojas cuadriculadas y lápiz.

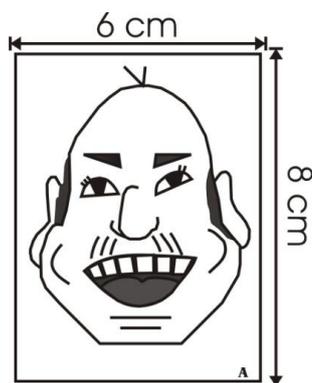
Descripción:

La tarea diseñada exige al estudiante realizar una ampliación y una reducción de una foto del comprador, con la intención de que el estudiante observe y de cuenta de los detalles del rostro de éste (véase Figura 24) y que identifique criterios para establecer si su producción es realmente una ampliación ó una reducción de ésta. Para guiarlos, se realizan las siguientes preguntas:

- ✓ *¿Por qué puedo asegurar que mi primer dibujo es una ampliación al triple de la foto?*
- ✓ *¿Por qué puedo asegurar que mi segundo dibujo es una reducción a la mitad de la foto?*

³⁶ Tales personajes son creación de la autora de esta investigación para dinamizar los objetivos de la misma.

Figura 24. Foto del comprador



Se espera que el estudiante escriba las respuestas de estos interrogantes y, a partir de la socialización de las mismas, elabore argumentos para convencer a otros de sus ideas.

4.2.2.1.2 ACTIVIDAD 2

Prerrequisitos:

- ✓ Uso de la regla como instrumento para medir.
- ✓ Establecer unidades de medida no estándar.

Materiales:

- ✓ Regla y papel.

Descripción:

El estudiante debe escoger, entre un conjunto de fotos, aquellas ampliaciones y reducciones elaboradas por Gioco, el experto, y aquellas hechas por su inexperto discípulo. Se busca que el estudiante elabore argumentos para explicar su selección e incluya ideas informales acerca de la semejanza entre figuras. Para ello, se solicita al estudiante que complete una tabla en donde explicita la razón para rechazar o aceptar la representación como una elaborada por Gioco a través de las indicaciones:

- ✓ *Comparto con dos de mis compañeros mis respuestas y las justifico.*
- ✓ *Escojan, como grupo, criterios que consideran adecuadas para seleccionar los retratos que hizo Gioco y compártanlos con los demás compañeros del curso.*

Se busca que los estudiantes lleguen a consensos para establecer criterios relacionados con las medidas del marco, los detalles de la foto en cuanto que no sobren ni falten elementos de la cara del comprador y la razón entre las dimensiones del marco.

4.2.2.1.3 ACTIVIDAD 3

Prerrequisitos:

- ✓ Medición de segmentos rectilíneos.

Materiales:

- ✓ Regla, y lápiz.

Descripción:

El estudiante debe observar seis representaciones de la cara del comprador que fueron realizadas por el discípulo de Gioco y generar los argumentos que elaboraría Gioco para aceptarlas o rechazarlas. Esta tarea difiere de la anterior porque las caras están en hojas del mismo tamaño y no tienen un marco que pueda ser usado como referencia. Esto impulsará a que los estudiantes tomen medidas de otras longitudes rectilíneas que se encuentran entre los rasgos constituyentes de la cara del comprador, si quieren establecer razones entre algunas dimensiones. De nuevo, el estudiante debe escribir sus argumentos en una tabla.

4.2.2.2 Instrumentos Para Recoger Información

La información analizada se recogió durante cinco (5) sesiones de clase, cada una de dos horas clase, completando aproximadamente 100 minutos de cada sesión. Estas sesiones de clase se realizaron con ocho estudiantes de grado quinto, que asistían a clase de matemáticas con la docente-investigadora. Para recoger la información se utilizaron los instrumentos que muestra el Cuadro 1:

Cuadro 1. Instrumentos de investigación

<i>INSTRUMENTOS</i>	<i>DATOS RECOGIDOS</i>
Videos	Trascripción de las sesiones de clase grabadas
Audio	Trascripción de las interacciones estudiante-estudiante y estudiante- docente
Recolección de material	Registros de papel y lápiz

4.2.2.2.1 VIDEO – CÁMARA

El video es un instrumento que proporciona un registro detallado y exacto de la interacción entre los estudiantes, con la docente-investigadora, con los materiales y con las ideas matemáticas involucradas en las diferentes tareas. Se realizaron las transcripciones para elaborar los protocolos de clase para el análisis.

4.2.2.2.2 AUDIO

El registro de audio es un instrumento que proporciona información detallada y exacta sobre lo que dicen los estudiantes, entre ellos mismos y con la docente-investigadora. La grabadora la usó la docente-investigadora para registrar la información que no podía captar la cámara de video y complementar la transcripción realizada con el video.

4.2.2.2.3 PRODUCCIONES ESCRITAS

Las producciones escritas que fueron elaboradas por los estudiantes se recogieron para completar los protocolos de clase para el análisis.

4.2.3 FASE III

En esta fase se realizaron tres tareas: la selección de la muestra, la implementación de la propuesta y los registros de información. Los ocho (8) estudiantes de grado quinto que conformaron la muestra, forman parte de la población estudiantil del curso 504 del Colegio Fe y Alegría Palermo. Se llevó a cabo la experimentación en un aula distinta a la que se encontraban los demás compañeros de clase. La mayoría de sesiones se realizaron los jueves ya que era el día que tenían clase de matemáticas, y otras sesiones se hicieron los viernes, para no interferir con las demás asignaturas.

4.2.3.1 MUESTRA

La experiencia investigativa se llevó a cabo en el Colegio Fe y Alegría Palermo de la ciudad de Bogotá. Esta institución educativa, de carácter privado, tiene una población estudiantil de estrato socioeconómico bajo³⁷. Para seleccionar a los ocho estudiantes de grado quinto, cuyas edades oscilan entre los 10 a 13 años, la autora realizó una observación no participante de dos clases dirigidas por el profesor titular del área de matemáticas. De acuerdo a las elaboraciones del marco teórico se determinaron los siguientes criterios para escoger a los estudiantes:

- 1) Tener experiencia con la resolución de problemas abiertos.
- 2) Mostrar facilidad de expresión oral.
- 3) Saber trabajar en grupo³⁸.

A partir de las observaciones y con el apoyo del profesor titular, se seleccionaron los estudiantes. A los estudiantes escogidos se les explicó que durante las clases normales de matemáticas del día jueves y viernes estarían trabajando con la docente-investigadora en otra aula diferente a la de la clase. Igualmente, por solicitud del coordinador, se les avisó a los padres de familia y/o acudientes de la participación de sus hijos en la experimentación. Debido a cambios de horario y por las dinámicas de la institución el trabajo con los estudiantes se realizó prácticamente cada ocho días.

4.2.3.2 INSTRUMENTOS DE REGISTRO Y ANÁLISIS

Los diferentes instrumentos permitieron la elaboración de protocolos, que fueron los elementos analizados para extraer la información. En el Cuadro 2 se reseñan las actividades que se realizaron en cada sesión de clase.

³⁷ La población estudiantil correspondiente a la muestra habita en las zonas periféricas de la ciudad. De acuerdo a la estratificación numérica estipulada en la organización social de la urbe, son estudiantes pertenecientes a los estratos 1 y 2 de dicha organización.

³⁸ Consiste en trabajar en coordinación con otros según acuerdos y metas establecidas para lograr un objetivo compartido (Olivero, 2002).

Cuadro 2. Organización de protocolos

<i>NÚMERO PROTOCOLOS</i>	<i>FECHA</i>	<i>ACTIVIDAD TRABAJADA</i>
1	27 de julio de 2006	Actividad 1
2	3 de agosto de 2006	Preguntas de la actividad 1
3	4 de agosto de 2006	Actividad 2
4	10 de agosto de 2006	Actividad 2
5	17 de agosto de 2006	Actividad 3

Los protocolos elaborados tienen la siguiente estructura organizativa: título, fecha de realización de la sesión de clase, descripciones generales que ubican al lector con las acciones que se describen en las intervenciones y finalmente un cuadro de tres columnas. En la primera columna se escribe el orden de la intervención determinado por cada protocolo, la segunda columna se escribe el nombre de la persona que hace la intervención y en la tercera columna se escribe lo que dice y hace³⁹ cada persona en la intervención (véase Figura 25).

4.2.4FASE IV

Esta fase se centró en el análisis de la información recogida a partir de los parámetros elaborados en el marco teórico, para poder contrastar las formas de argumentación de los estudiantes y validar la hipótesis planteada. Se elaboró el informe que presenta la categorización de las formas argumentativas de los niños de grado quinto durante el desarrollo de la propuesta didáctica relacionada con la idea de semejanza de figuras.

³⁹ Se escribe entre corchetes [] las acciones físicas que el estudiante hace para apoyar lo que dice. Igualmente entre corchetes se da información al lector sobre lo que se está refiriendo el estudiante con algunas palabras.

Figura 25. Foto del protocolo 3

PROTOCOLO 3

Fecha: 4 agosto 2006

Se inicia la sesión preguntando sobre la discusión que se generó por las preguntas que se encontraban en la actividad # 1.

1	Kelly	De la tarea que había, que nos había dejado. Hablamos sobre esa tarea y hablamos por qué respondimos la pregunta en clase y miramos si las hojas estaban bien [Se refiere a las ampliaciones o las reducciones de la foto del comprador que realizaron ellos,] y nos hicieron preguntas como: "¿por qué uno cree que es la reducción que hizo y la ampliación que hizo?"
2	Jaime	Ayer comparamos los dibujos de las caras y tuvimos una gran discusión con Kelly, porque no nos pudimos colocar de acuerdo. Y no nos pusimos de acuerdo.
3	Kelly	Que si yo media con centímetros era igual que si media con milímetros; [Corrige de inmediato.] con la mitad de los centímetros o con cada 5 mm, mejor dicho, con un cuadrito de la hoja.
4	Profesora	Bueno, ayer estábamos hablando de las medidas, porque se piensa que si yo mido en centímetros y saco el triple queda diferente que si yo hubiera medido a la mitad de cada centímetro y saco el triple; quedan de tamaños distintos. Esa es la posición de Jaime y la posición de Kelly es que queda igual de tamaño [Refiriéndose a la ampliación.] que no importa como se mida va a quedar igual.

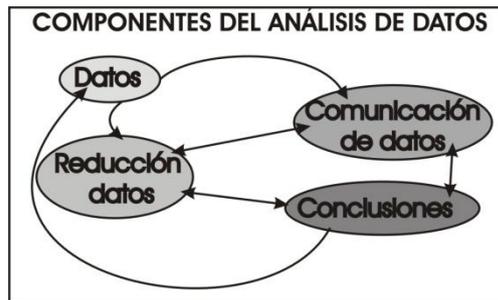
Se socializan las respuestas de la actividad #2. Los estudiantes debían determinar y dar razones sobre qué retratos realizó Gioco, pues existían algunos realizados por el discípulo de Gioco. Previamente, los estudiantes habían realizado la actividad. Se discuten los resultados para cada caso.

Se inicia la discusión correspondiente al retrato B

4.3 METODOLOGÍA DE ANÁLISIS

El proceso de análisis de datos se realizó teniendo en cuenta los planteamientos de Miles y Huberman (1994), quienes afirman que generar o corroborar la hipótesis posibilita nuevos caminos de interpretación. Ellos establecen tres componentes en el proceso de análisis que son: reducción de datos, comunicación de datos y conclusiones (véase Figura 26). Para lograr una interpretación coherente de los hechos, es necesario tener en cuenta el contexto de la aplicación, como lo afirman Bogdak y Biklen (1998) citado por Olivero (2002): "to divorce the act, word, or gesture from its context is, for the qualitative researcher, to lose sight of significance" que significa "separar el acto, la palabra, y el gesto del contexto en que está sucediendo es para el investigador cualitativo, perder de vista el significado".

Figura 26. Componentes del análisis de datos



4.3.1 REDUCCIÓN DE DATOS

La reducción de datos se refiere al proceso de seleccionar, enfocar, simplificar, abstraer y transformar los datos que aparecen en transcripciones o protocolos de clase. Este proceso es continuo durante el desarrollo de la investigación, que inicia con la reducción de datos cuando el investigador, continúa con la toma de decisiones para elaborar los marcos conceptuales, la realización de las preguntas de investigación, y al decidir la forma que usará para escoger los datos y establecer parámetros que restringirá el conjunto de datos a analizar. Al proceder con la recolección de datos pueden ocurrir las siguientes acciones: usar códigos, excluir temas que no interesan, realizar particiones, determinar qué patrones resumen mejor el número de grupos, decidir cuál es el reporte que mejor muestra la evolución y son todas escogencias analíticas, etc. La reducción de datos es una forma de análisis que afila, organiza, enfoca, descarta y agrupa datos de tal manera que se pueda llegar a conclusiones finales verificadas.

La reducción de datos no significa cuantificación. Los datos cualitativos pueden ser reducidos y transformados de diferentes formas: por medio de la selección, a través de resúmenes o parafraseos, ser incluidos en un patrón más amplio, entre otros. Es importante no descontextualizar los datos que se tienen del contexto en el que ocurren.

4.3.2 COMUNICACIÓN DE DATOS

La segunda acción importante de la actividad de análisis es decidir cómo mostrar los datos. Genéricamente, la comunicación de datos es una exhibición de éstos como conjunto de información organizada y comprimida que permite llegar a conclusiones y a realizar acciones basadas en la comprensión que se tiene.

Las formas más frecuentes de mostrar los datos cualitativos son: matrices, gráficas, tablas y redes. Todos son diseñados para unificar información organizada en una forma accesible y compacta. Así como sucede con la reducción de datos, la creación y uso de las representaciones de los datos no está separada del análisis, es parte del análisis. Diseñar una representación exige que se realicen actividades analíticas como, en el caso de las matrices, decidir qué datos van en las columnas y en las filas, y en qué forma deben estar en esas celdas.

4.3.3 LA GENERACIÓN DE CONCLUSIONES

El tercer componente de la actividad de análisis es llegar a elaborar y verificar conclusiones. Las conclusiones se empiezan a elaborar desde el inicio de la recolección de los datos; el investigador empieza a decidir qué significan las cosas puesto que desde esta instancia ya se está dando cuenta de regularidades, de patrones, de explicaciones, de posibles configuraciones, flujos causales y proposiciones. Las conclusiones finales pueden no aparecer hasta que se haya terminado la recolección de datos, ya que depende del tamaño de las notas de campo, la codificación, del almacenamiento y los métodos de recuperación de datos.

La verificación puede ser breve, como un pensamiento rápido o puede ser bastante elaborada y completada con argumentaciones y revisiones entre colegas, que en este caso era la directora de tesis. Los significados que emergen de los datos deben ser probados para ver su plausibilidad, firmeza y confiabilidad, es decir, su validez. Si no se realiza esto, se tendrá una cantidad de datos interesantes de lo que sucedió, cuya verdad y utilidad se desconocen.

Se han presentado tres componentes: reducción de datos, comunicación de datos y conclusiones, que están mezclados antes, durante, y después de la recolección de datos para realizar el respectivo análisis. Los tres componentes y la recolección de datos forman un proceso cíclico e interactivo puesto que el investigador constantemente se mueve a través de estos elementos.

CAPÍTULO 5 RESULTADOS

En este apartado se reporta el análisis de la información recogida. Para ello, se elaboraron cuatro secciones: en la primera, se describe la experimentación, en la segunda se dan los criterios de análisis de protocolos, en la tercera, las categorías de análisis de las intervenciones de los estudiantes; y en la última, se realiza la descripción de los resultados de los análisis de los protocolos.

5.1 EXPERIMENTACIÓN

La experimentación se realizó con ocho estudiantes durante cinco sesiones de clase. La investigadora asumió también el papel de docente. Estas sesiones de trabajo se llevaron a cabo entre el 27 de julio y el 17 de agosto del 2006. A continuación se describe cada sesión.

5.1.1 SESIÓN NO. 1: (27 DE JULIO DE 2006)

Se comenzó a trabajar la Actividad 1. El tiempo apenas alcanzó para que los estudiantes realizaran la ampliación al triple de la foto. La única pregunta que hizo la profesora fue acerca de cómo estaban resolviendo la tarea. Se dejó como trabajo para la casa la realización del retrato reducido a la mitad y contestar las preguntas correspondientes de la actividad como se muestra en el protocolo 1 (véase Anexo B).

5.1.2 SESIÓN NO. 2: (3 DE AGOSTO DE 2006)

En esta sesión, se continuó desarrollando la Actividad 1. Se comenzó recordando el método de ampliación de la cuadrícula ya que fue lo que usaron los estudiantes para hacer la tarea. Después se socializaron las respuestas de los estudiantes a las preguntas diseñadas para esta actividad. Con ellas se logró que los estudiantes

asumieran posiciones frente a sus ideas y que algunos se mantuvieran en ellas, a pesar de los argumentos que elaboraban otros para hacerlos cambiar de parecer como se muestra en el protocolo 2 (véase Anexo C).

5.1.3 SESIÓN NO. 3: (4 DE AGOSTO DE 2006)

Esta sesión se dedicó al desarrollo de la Actividad 2. En ella, se solicitaba a los estudiantes que dieran sus razones para determinar si las ilustraciones que se mostraban eran ampliaciones o reducciones del retrato del comprador. Los estudiantes empezaron a elaborar la idea de los lados proporcionales y a determinar la necesidad de tener en cuenta la forma y todos los detalles de la foto original del comprador. Igualmente, al socializar sus respuestas a las preguntas diseñadas para esta actividad, los estudiantes asumieron diferentes posiciones frente a sus ideas y generaron argumentos para defenderlas. Aquellas imágenes, cuyas dimensiones del marco no se ampliaron o redujeron a la misma razón, suscitaban diferencias de opiniones. En cambio, en los casos en que se ampliaron o redujeron a igual razón no hubo divergencia de argumentos como se reportó en el protocolo 3 (véase Anexo D).

5.1.4 SESIÓN NO. 4: (10 DE AGOSTO DE 2006)

En esta sesión se continuó desarrollando la Actividad 2. Los estudiantes se dividieron en dos grupos para elaborar dos carteleras donde consignaron los criterios que consideraban adecuados para seleccionar los retratos que hizo Gioco, es decir, aquellos que eran semejantes al retrato original. Se socializaron los criterios y se buscó, a través de las intervenciones, que los estudiantes fueran conscientes de lo que escribían y que realmente expresaran lo que querían decir. Solamente alcanzó el tiempo para analizar los criterios propuestos por uno de los grupos como se muestra en el protocolo 4. (véase Anexo E).

5.1.5 SESIÓN NO. 5: (17 DE AGOSTO DE 2006)

En esta sesión los estudiantes realizaron las Actividades 2, 3 y 4. Se hizo el análisis de los criterios del grupo que no había alcanzado socializarlos en la sesión anterior. Se llegó a un consenso frente a criterios de selección de fotos semejantes al retrato

original del comprador. Luego, se trabajó con las representaciones de las caras sin los marcos correspondientes, pues todos estaban en hojas del mismo tamaño. Esto impulsó a los estudiantes a tomar medidas de las longitudes de los elementos rectilíneos que formaban rasgos de la cara del comprador. Se socializaron las respuestas y se inició el trabajo en la Actividad 4. Desafortunadamente, los estudiantes no sabían manejar el transportador, lo que exigió que se explicara su uso y se diera el espacio para que ellos realizaran las medidas solicitadas de forma más guiada, como se muestra en el protocolo 5 (véase Anexo F).

5.2 CRITERIOS DE ANÁLISIS DE LOS PROTOCOLOS

En este apartado se describen los criterios de análisis de datos que se emplearon para estudiar la información de los protocolos. Se realizó el estudio de las formas argumentativas de los niños de grado quinto en torno al concepto de semejanza, expresadas en las interacciones elaboradas en el salón de clase. Este estudio se realizó para los protocolos enumerados del 1 al 5 que reporta cada uno las intervenciones que se elaboraron por sesión de clase al desarrollar las actividades 1, 2 y 3.

Para el análisis de datos, se precisaron los siguientes elementos: episodio de clase, interacción o intervenciones, características y formas argumentativas que se abordaron en cada análisis de protocolo a través de la estructura que se reporta en el Cuadro 3:

Cuadro 3. Estructura del análisis de protocolos

<i>Episodio Actividad #</i>	<i>Intervenciones</i>	<i>Texto del protocolo</i>	<i>Características</i>			<i>Clasificación de las argumentaciones</i>
			<i>De la semejanza</i>		<i>De la argumentación</i>	
			<i>Tamaño</i>	<i>Forma</i>		

A continuación se explica cada uno de esos elementos.

5.2.1 EPISODIO DE CLASE

El episodio de clase se determina por un período de tiempo de cada clase escogidos por su propósito, foco y patrón de actividad precisa (Burns y Lash, 1987: 395). Para este trabajo, se escoge aquellos episodios de clase donde hay interacción y se produce un discurso alrededor de la semejanza de figuras. De esta forma, el análisis del discurso de cada uno de los actores involucrados está enmarcado dentro de un contexto coherente que otorga significado y permite describir las características. Los episodios en los análisis de protocolos se determinaron por enunciados verbales que ilustran la intención de las intervenciones que se citan y que forman parte del desarrollo de una determinada actividad.

5.2.2 INTERACCIÓN O INTERVENCIÓN

La interacción o la intervención tienen lugar en un momento dado del proceso de enseñanza-aprendizaje entre por lo menos dos actores, aún cuando uno de los actores puede no manifestar explícitamente una reacción al mensaje que el otro actor le ha transmitido. El profesor es generalmente uno de los actores de la interacción, pero ésta también puede tener lugar entre dos o más alumnos, sin la participación del profesor.

La interacción tiene lugar gracias a que existe una comunicación o actos comunicativos entre los actores. Esta comunicación puede ser de tipo verbal o no verbal. La comunicación verbal se hace durante la construcción de un discurso. En el caso del salón de clase de matemáticas, este discurso tiene generalmente, en general, un contenido matemático. Este discurso se desarrolla a partir de una serie de mensajes que apuntan hacia la construcción de significados (véase Figura 27).

Figura 27. Discurso en el aula



De las intervenciones de los estudiantes se escogieron aquellas que se relacionan con semejanza de figuras y cuyos argumentos fueron elaborados ante la profesora o entre estudiantes, durante la realización de la actividad.

Para citar las intervenciones escogidas en el análisis de los protocolos se utilizó una nomenclatura que, para efectos de su comprensión, se describe a continuación a través de ejemplos:

- ✓ “P2:1”, donde P2 significa el número de protocolo que se está analizando y el número que está después de los dos puntos es el orden de la intervención en el protocolo citado.
- ✓ “P2:1-6” significa que esas intervenciones son continuas y tienen la misma intención frente a un foco determinado.
- ✓ “P2:92,103” son intervenciones del mismo estudiante que tienen la misma intención pero el orden en que sucedieron no es continuo.

Para efectos de comprensión, el texto de la intervención citada se ha trasladado tal cual como aparece en el protocolo al análisis del mismo.

5.2.3 MEDIOS

El discurso matemático requiere de un medio físico en el cual se exprese la argumentación que se desea transmitir. El medio está constituido, según Kaput

(1992), por aquellos aspectos particulares del mundo físico en los cuales se expresan los sistemas de representación. Estos pueden ser papel y lápiz, objetos físicos, pantallas de computador, el lenguaje hablado, etc. Puesto que este estudio se centra en el registro verbal de la interacción, se consideraron tres medios:

- ✓ El medio verbal
- ✓ El medio escrito expresado en carteleras
- ✓ El medio escrito expresado en el papel

Este elemento está implícitamente en el texto citado del protocolo a través de la información que se presenta entre los corchetes que se encuentran en el texto del protocolo.

5.2.4 CARACTERÍSTICAS

El discurso matemático requiere que las actividades de clase generen condiciones para que los estudiantes realicen dos operaciones: producir y validar argumentos en torno a la semejanza de figuras. Como este estudio se centra en la argumentación, se tuvo en cuenta:

- ✓ La producción de argumentos relacionados con las condiciones de la semejanza de figuras a nivel de tamaño y de forma.
- ✓ Características de la argumentación relacionado con la posición del estudiante frente a lo que otros estudiantes dicen o él afirma, y lo que usa para expresar su posición o sus ideas.

Estos dos elementos son los que permiten diseñar una clasificación de los argumentos adecuada a la clasificación de Balacheff (2000) que se desarrolla en el siguiente apartado.

5.3 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS DE INTERVENCIONES DE LOS ESTUDIANTES

Para realizar el análisis de las formas de argumentar de los estudiantes de grado quinto en torno a la semejanza, se tiene en cuenta la clasificación de Balacheff (2000). A partir de ésta, se definen las siguientes categorías:

5.3.1 EMPIRISMO INGENUO

Se clasifican así los argumentos relacionados con la semejanza que generan los estudiantes cuando usan la percepción o acciones concretas de medición. En el primer caso, los estudiantes realizan afirmaciones de observaciones directas como *“Esta foto es más chiquita que esta otra”*. En el segundo caso, los estudiantes realizan afirmaciones acerca de las acciones de medir que efectuaron antes de la intervención o muestran cómo las toman; por ejemplo: *“Este lado mide 8 cm”*.

Estos argumentos son descripciones de lo que ellos hicieron y los consideran como aceptables para responder las preguntas que exigen una explicación.

5.3.2 EXPERIENCIA CRUCIAL

Se incluyen aquí los argumentos relacionados con la semejanza en los que se menciona un caso o casos que exageran las características de los objetos o se modifican las condiciones para mostrar que se cumple lo que dicen. Estos casos pueden cumplir la función de ejemplo o contraejemplo para lograr convencimiento personal o defenderse de una contra posición. Normalmente, los estudiantes exageran varias características y no una, para lograr convencer otros compañeros que se adhieran a lo que ellos dicen.

Un ejemplo es cuando se nombran detalles del rostro del comprador modificando el tamaño de una parte de éste *“Los ojos grandes en fin nos iban a quedar mal”* o se modifica la forma de alguna o algunas partes de éste *“Cada persona tuvo un errorcito,*

así sea en la boca, en los dientes, en la nariz, la boca torcida, los ojos de otro lado, por eso nos quedó diferente”. Para más claridad, se transcriben, a continuación, las Intervenciones completas:

[P2:2]Ana: Pues uno, para que nos quede completo, tenemos que hacer la cuadrícula [Muestra la cuadrícula de la ampliación.], depende de los números que sean, por ejemplo, si uno hacía de diferente la cantidad de cuadros que uno usaba aquí [Muestra la cuadrícula que realizó en la foto del comprador.], pues ya, no había quedado más pequeño, los ojos grandes en fin nos iban a quedar mal y también pues guiarse con los números de los cuadros.

[P2:75]Kelly: Nos debería quedar igual pero no nos quedó. Si nosotros hiciéramos perfecto la cuadrícula si observáramos bien, dónde iba la regla, mejor dicho todo eso, a todos nos hubiera quedado igual. Era si todos lo hubiéramos hecho bien pero cada persona tuvo un errorcito, así sea en la boca, en los dientes, en la nariz, la boca torcida, los ojos de otro lado, por eso nos quedó diferente, porque todos tuvimos errores.

5.3.3 EJEMPLO GENÉRICO

Los argumentos relacionados con la semejanza que se incluyen en esta categoría se basan en el uso de un ejemplo para ilustrar lo que es correcto o incorrecto en las demás figuras. Aunque no explicitan que éste es el representante de la clase de figuras, lo usan para realizar acciones específicas como medir o para mostrar una exageración en las características. Su uso le permite al estudiante determinar la conclusión o la generalización para todos los elementos de la clase. La siguiente intervención ilustra esto: *“Que, por ejemplo, aquí en la foto esta parte de acá es recta [Señala la parte inferior del cachete izquierdo de la foto del comprador.] y aquí éste se equivocó en lo redondo [Muestra en el trabajo de Luz, el cachete izquierdo.] y entonces éste es otro punto que no concuerda, ni con los retratos de nuestros compañeros”*.

5.3.4 EXPERIENCIA MENTAL

Cuando los estudiantes generan argumentos relacionados con la semejanza, en los que aluden a las relaciones sin referirse a alguna ilustración o a ejemplos se categorizan

éstos como experiencia mental. Se expresan con los elementos que le otorga el marco de referencia. Por ejemplo, en la Actividad 2, en la cual tenían que elaborar los criterios para seleccionar las fotos elaboradas por Gioco, se obtuvieron las siguientes intervenciones:

[P5:56]Brian: Que tenga todo lo de la foto.

[P5:57]Ana: Que tenga el mismo número tanto de largo como de ancho; sea reducción o ampliación.

[P5:58]Luz: Que tengan todas las cantidades de números de medidas.

Con estas categorías se clasificó los argumentos de los estudiantes ubicándose la información en la última columna que forma parte del cuadro de los análisis de los protocolos.

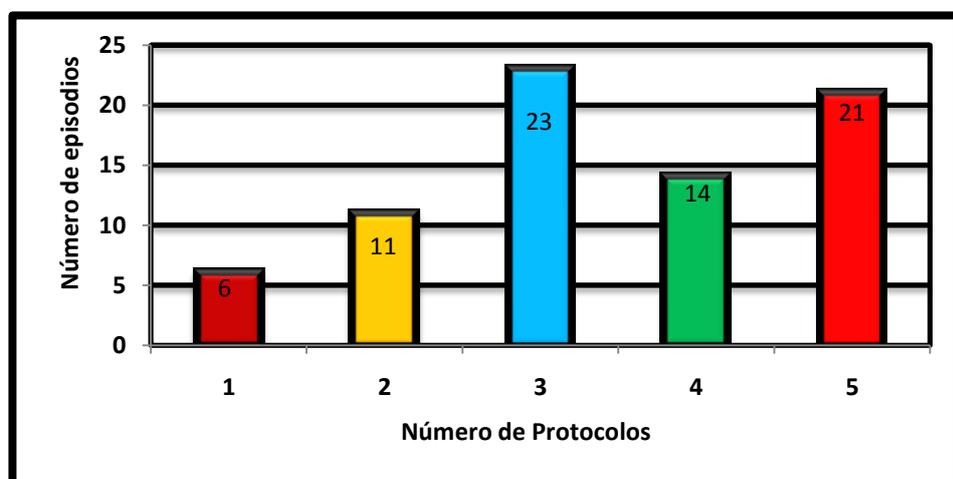
5.4 RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS DE LOS PROTOCOLOS

Para comprender la información que se presenta a continuación se le sugiere al lector que consulte en los anexos los análisis que se elaboraron por protocolo con los criterios y categorías que se describieron anteriormente.

5.4.1 SOBRE LOS EPISODIOS

El número de episodios determinados en los análisis de los protocolos y que se relacionan con la semejanza de figuras se reportan en la Gráfica 1.

Gráfica 1. Número de episodios por protocolo



En los protocolos 1 y 2 se registra el desarrollo de la actividad 1 que se dividió en dos etapas: desarrollo de la primera ampliación de la foto del comprador y respuesta a las preguntas ahí consignadas. Como se reporta en los análisis de protocolo 1 y 2 (véase anexos G y H) se determinaron 17 episodios en total para la actividad 1, cuyos focos se muestran en el Cuadro 4.

Cuadro 4. Episodios de la actividad 1

ACTIVIDAD 1	
EN EL ANÁLISIS DEL PROTOCOLO 1	EN EL ANÁLISIS DEL PROTOCOLO 2
1. Respuesta a la pregunta: ¿Cuántos retratos tienen que hacer?	1. Respuestas a la pregunta de cómo emplearon la cuadrícula para realizar la ampliación o la reducción del rostro del comprador.
2. Dialogo que surge por la intervención de Nidia al preguntar si era posible calcar la cara del comprador.	2. Respuesta a la pregunta: ¿Por qué puedo asegurar que mi primer dibujo es una ampliación al triple de la foto?
3. Discusión sobre la medida del tamaño de los cuadrados de la cuadrícula en la foto original.	3. Está en el contexto de la pregunta anterior, pero, se contesta la pregunta: ¿Por qué mi trabajo está bien hecho?
4. Discusión sobre la manera de usar la cuadrícula.	4. Respuesta a la pregunta: ¿Por qué puedo asegurar que mi primer dibujo es una ampliación al triple de la foto?
5. Respuesta a la pregunta: ¿Cómo puedo asegurar que lo que se hizo es una ampliación al triple del original?	5. Respuesta a la pregunta: ¿Cómo quedan todas las ampliaciones realizadas, iguales o distintas?
6. Respuesta a la pregunta relacionada con cuáles elementos amplían del rectángulo [marco de la foto del comprador].	6. Discusión sobre el dibujo de la ampliación que ellos realizaron.
	7. Discusión sobre la escala de la cuadrícula determina la ampliación.
	8. Determinación de los elementos en que se diferencian o se asemejan las ampliaciones.
	9. Observación de los detalles de los retratos que ellos realizaron para la ampliación.
	10. Discusión sobre la ampliación que realizó Dary.
	11. Respuesta a la pregunta: ¿Por qué puedo asegurar que mi segundo dibujo es la reducción a la mitad de la foto?

En los protocolos 3, 4 y parte del protocolo 5 se registra el desarrollo de la actividad 2 que se dividió en dos etapas. En la primera, en la discusión se identifican dos focos: uno relacionado en aceptar la foto B como ampliación y buscar que es lo que determina una ampliación; y el otro foco, relacionado con la aceptación de las otras fotos como ampliaciones o reducciones. En la segunda, se busca elaborar criterios para determinar ampliaciones y reducciones de la foto del comprador. Como se observa en los análisis de los protocolo 3, 4 y 5 (véase anexos I, J y K) se determinaron 46 episodios en total para la actividad 2, cuyos enunciados se reportan en el Cuadro 5.

Cuadro 5. Episodios de la actividad 2

ACTIVIDAD 2		
EN EL ANÁLISIS DEL PROTOCOLO 3	EN EL ANÁLISIS DEL PROTOCOLO 4	EN EL ANÁLISIS DEL PROTOCOLO 5
1. Discusión sobre lo que dice Kelly acerca del retrato B.	1. Discusión sobre la foto H y la foto B.	1. Discusión de lo que significa idénticas.
2. Discusión sobre el ancho de la foto B.	2. Posición de Jaime frente a las fotos F, B y H.	2. Discusión sobre el enunciado: “Mirar que las ampliaciones o reducciones sean iguales de alto y de ancho”.
3. Posición de Luz.	3. Discusión sobre la foto H.	3. Respuesta a la pregunta: ¿Cuál es la foto que descartamos por no cumplir con estar todos los elementos que están en la foto original?
4. Posición de Kelly.	4. Discusión sobre lo que es una ampliación.	4. Aclaración de lo que consiste una ampliación.
5. Discusión sobre los argumentos de Lina ó Kelly acerca de la foto B.	5. Respuesta a la pregunta: ¿Qué significa que todas las fotos sean idénticas?	5. Determinación de cuáles fotos se descartan del paquete por no cumplir la ampliación del largo y ancho a la misma razón.
6. Discusión de Kelly y Luz sobre la foto B.	6. Respuesta a la pregunta: ¿Qué significa que todos los retratos tengan todo completo?	6. Análisis de la foto K.
7. Exposición de argumentos a favor de lo que dice Luz.	7. Discusión sobre cómo escribir un criterio.	7. Análisis de la foto I.
8. Confrontación de Kelly y Cristóbal sobre las razones que da Luz de la foto B	8. Acuerdos del grupo de Kelly sobre qué deben escribir en la cartelera.	8. Análisis de una situación hipotética basada en el recubrimiento de las longitudes del marco: si aquí cabe dos [Refiriéndose al ancho] y aquí [Refiriéndose al alto] tres. ¿es ampliación?
9. Discusión sobre el significado de ampliación.	9. Socialización de lo escrito por el grupo de Kelly.	9. Elaboración de criterios para seleccionar las fotos elaboradas por Gioco.
10. Exposición de nuevas posiciones respecto a la foto B.	10. Socialización de lo escrito por el grupo de Luz.	
11. Uso de situación real para clasificar la foto B como ampliación .	11. Dedución de criterios de lo que se escribió como opiniones en la cartelera del grupo de Kelly.	
12. Determinación del factor de conversión en la foto B.	12. Análisis de la frase: “mirar que todos las fotos sean idénticas”.	
13. Análisis sobre la foto C para clasificarla como reducción.	13. Determinación de la relación entre las frases “mirar que todos las fotos sean idénticas” y “mirar que los retratos tengan todo completo”.	
14. Determinación y justificar si la foto C es una reducción o una ampliación.	14. Análisis de la frase: “observar que las longitudes tengan la misma medida ya que sean ampliaciones o reducciones”.	
15. Respuestas a la pregunta: ¿Por qué es una reducción la foto C?		
16. Discusión sobre la afirmación de Cristóbal: “la foto C es una reducción en cuatro partes”.		
17. Análisis de la foto D.		
18. Discusión sobre lo que dicen Jaime y Cristóbal con respecto a las veces que recubre la foto A a la foto D.		
19. Análisis de la foto E.		
20. Respuesta a la pregunta: ¿Por qué la foto E es una ampliación?		
21. Respuesta a la pregunta: ¿Es la foto F ampliación?		
22. Análisis de la foto G como reducción.		
23. Análisis de la foto J.		

En gran parte del protocolo 5 se registró el desarrollo de la actividad 3 cuya intención es deslizar el foco de atención en los cambios realizados en el marco que encierra la foto para centrarlo en la imagen de la cara. Se esperaba que el estudiante elaborara

otros parámetros o mejorara los que ya tiene para determinar cuándo se tiene una ampliación o una reducción del rostro del comprador. Como se observa en el análisis del protocolo 5 (véase Anexo K) se determinaron 12 episodios en total para la actividad 3, cuyos enunciados se reportan en el Cuadro 6.

Cuadro 6. Episodios de la actividad 3

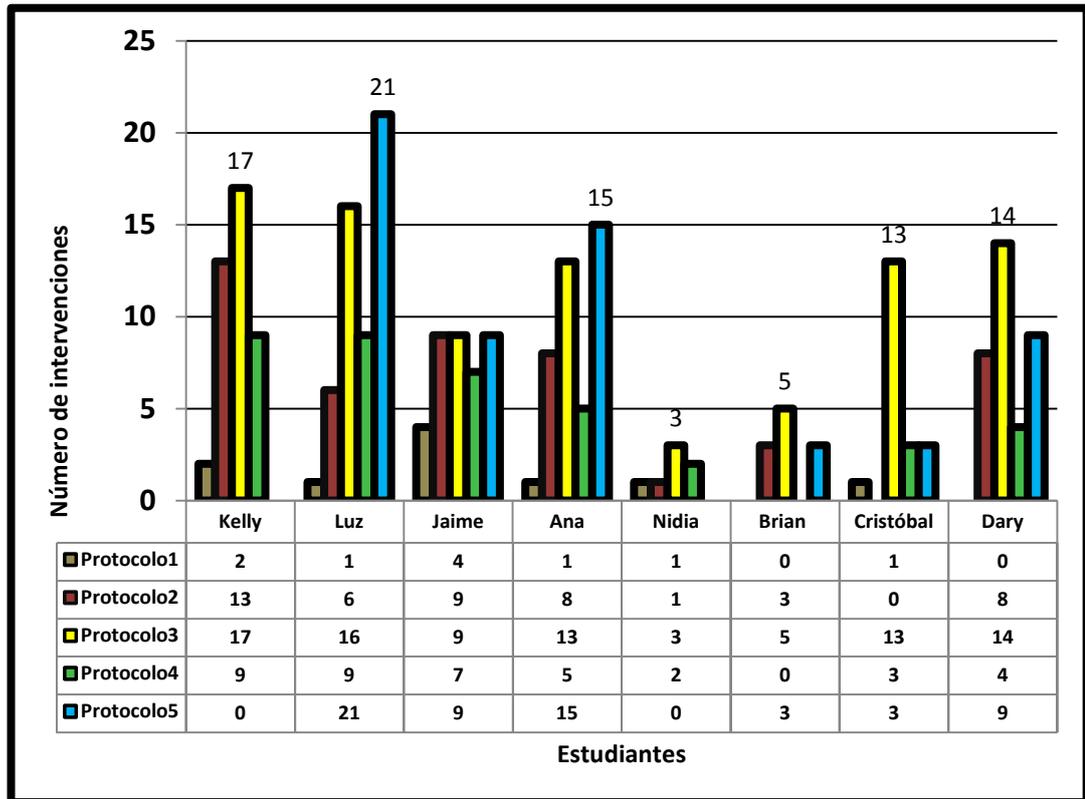
<i>Actividad 3</i> <i>EN EL ANÁLISIS DEL PROTOCOLO 5</i>
<ol style="list-style-type: none"> 1. Determinación de las fotos sin marco, son ampliaciones o reducciones. 2. Análisis de la cara de la hoja #1. 3. Análisis de la cara de la hoja #2. 4. Análisis de la cara de la hoja #3. 5. Análisis de la cara de la hoja #4. 6. Análisis de la cara de la hoja #5. 7. Análisis de la cara de la hoja #6. 8. Respuesta a la pregunta: ¿Si yo amplio al triple está cara [Foto A.], todo se amplía al triple? 9. Respuesta a la pregunta: ¿Cómo se puede asegurar que una cara se amplió de largo y no de ancho? 10. Relación de los ángulos de la parte inferior de las caras con la forma. 11. Relación entre las medidas de la cara original con la cara ampliada. 12. Indagación sobre qué comprenden acerca de figuras semejantes.

5.4.2 SOBRE LAS INTERVENCIONES

A continuación se reporta en la Gráfica 2 el número de intervenciones escogidas por protocolo y los estudiantes que las realizaron.

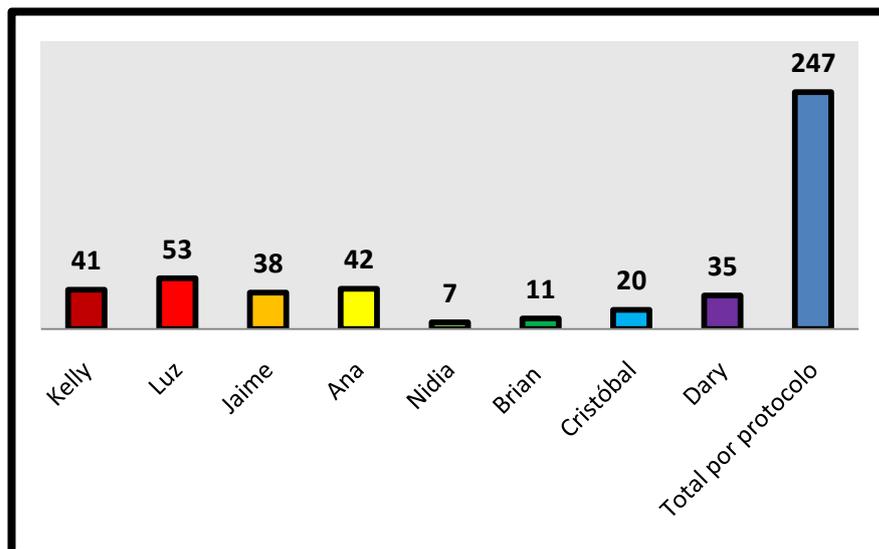
De la información de la Gráfica 2, se observa que en el protocolo 3 el mayor número de intervenciones escogidas son de los estudiantes Kelly, Nidia, Brian, Cristóbal y Dary. Igualmente, se observa que del protocolo 5, el mayor número de intervenciones escogidas son de las estudiantes Luz y Ana. En cuanto a Jaime tiene el mismo número de intervenciones analizadas en los protocolos 2, 3 y 5.

Gráfica 2. Número de intervenciones analizadas por persona en cada protocolo

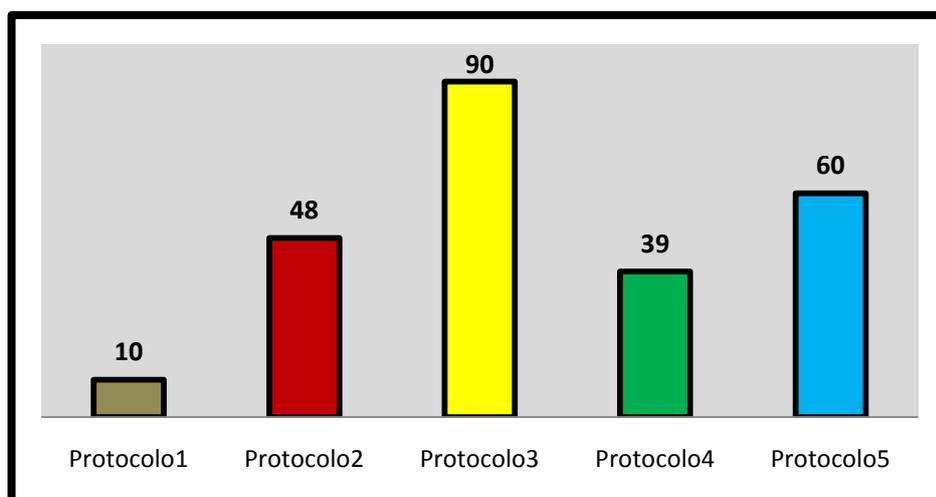


De los datos de la Gráfica 2 se deduce la Gráfica 3 que relaciona el número total de intervenciones analizadas por estudiante, y la Gráfica 4 que relaciona el número total de intervenciones analizadas por protocolo, como se ilustran respectivamente.

Gráfica 3. Número total de intervenciones por estudiante



Gráfica 4. Número total de intervenciones por protocolo



Con la información de la Gráfica 3 se deduce que la estudiante con la mayor cantidad de intervenciones es Luz, los estudiantes con más de 30 intervenciones y menos de 50, son Kelly, Ana, Jaime y Dary, y los estudiantes con menos de 20 intervenciones son Cristóbal, Brian y Nidia.

Con la información que ofrece la Gráfica 4 se encuentra que el protocolo con mayor número de intervenciones escogidas es el protocolo 3. Los protocolos 2, 4 y 5 constan de más de 30 y menos de 60 intervenciones, y el protocolo con el menor número de intervenciones escogidas es el Protocolo 1.

A continuación se indica el número de intervenciones por protocolo en cada categoría y se realiza los análisis correspondientes.

Cuadro 7. Clasificación de los argumentos de los estudiantes del protocolo 1

Categorías Estudiantes	Empirismo Ingenuo		Experiencia Crucial	Ejemplo Genérico	Experiencia Mental
	Percepción	Acción de medir			
Kelly	0	1	0	0	1
Luz	0	0	0	1	0
Jaime	1	0	0	1	2
Ana	0	0	0	1	0
Nidia	0	1	0	0	0
Brian	0	0	0	0	0
Cristóbal	0	1	0	0	0
Dary	0	0	0	0	0

En el Cuadro 7, se observa que los estudiantes generan pocos argumentos relacionados con la semejanza de las figuras en el protocolo 1. Que Jaime fue el que más intervino y dos de sus argumentos se clasificaron como *Experiencia Mental*. A nivel general en el análisis del protocolo 1 (véase Anexo G), las intervenciones de los estudiantes en esta sesión de clase corresponden a: *Empirismo Ingenuo*, *Ejemplo Genérico* y *Experiencia Mental*.

Cuadro 8. Clasificación de los argumentos de los estudiantes del protocolo 2

Categorías Estudiantes	Empirismo Ingenuo		Experiencia Crucial	Ejemplo Genérico	Experiencia Mental
	Percepción	Acción de medir			
Kelly	0	6	2	3	2
Luz	0	2	1	1	2
Jaime	2	4	0	2	1
Ana	0	5	1	2	0
Nidia	1	0	0	0	0
Brian	0	0	0	2	1
Cristóbal	0	0	0	0	0
Dary	0	6	0	2	0

Como se observa en el Cuadro 8, aumentó el número de argumentos relacionados con la semejanza de las figuras en el protocolo 2. Esto puede deberse a que se obliga a los estudiantes a reflexionar sobre aspectos de la semejanza ligadas más a la ampliación que a la reducción. La persona con mayor número de intervenciones es Kelly y la mayoría de sus argumentos están en la categoría de *Empirismo Ingenuo*, los cuales se relacionan con la descripción de acciones de medida. Igualmente, con más de 7 y menos de 10 intervenciones analizadas se encuentran los estudiantes Jaime, Dary y Ana, la mayoría de ellas clasificadas como *Empirismo Ingenuo*.

A nivel general del análisis del protocolo 2 (véase Anexo H), las intervenciones clasificadas se presentan, en el siguiente orden descendente de frecuencia, : *Empirismo Ingenuo*, enfatizando más en describir acciones de medida que en describir la percepción de tipo visual; *Ejemplo Genérico*, *Experiencia Mental* y *Experiencia Crucial*.

Cuadro 9. Clasificación de los argumentos de los estudiantes del protocolo 3

Estudiantes	Empirismo Ingenuo		Experiencia Crucial	Ejemplo Genérico	Experiencia Mental
	Percepción	Acción de medir			
Kelly	0	3	3	1	10
Luz	1	1	4	5	5
Jaime	1	2	0	0	6
Ana	0	2	5	2	4
Nidia	0	0	1	0	2
Brian	0	0	1	1	3
Cristóbal	0	6	3	0	4
Dary	3	8	1	1	1

En el Cuadro 9, el número de argumentos relacionados con la semejanza de las figuras en el protocolo 3 aumentó. Esto puede ser consecuencia del hecho de que tenían que dar razones para aceptar figuras como semejantes a la original. Las estudiantes Kelly y Luz sostuvieron un debate prolongado en torno al tema y por ello les corresponde la mayoría de las intervenciones. Los argumentos de Kelly son mayoritariamente de *Experiencia Mental*; en cambio, los argumentos de Luz se distribuyen equitativamente en las categorías *Ejemplo Genérico* y *Experiencia Mental*. Igualmente con más de 10 y menos de 15 intervenciones analizadas se encuentran las elaboradas por los estudiantes: Jaime, Dary y Cristóbal encontrándose que la mayoría de esas intervenciones se clasificaron en las categorías de *Empirismo Ingenuo* y *Experiencia Crucial*. Se destaca Dary, cuyos argumentos son principalmente de la categoría *Empirismo Ingenuo*.

A nivel general del análisis del protocolo 3 (véase Anexo I), las intervenciones de todos los estudiantes en esta sesión de clase se presentan, en orden descendente de frecuencia, clasificados como: *Experiencia Mental*, *Empirismo Ingenuo* enfatizando más en describir acciones de medida que en describir lo que perceptualmente ven, *Experiencia Crucial* y *Ejemplo Genérico*.

Cuadro 10. Clasificación de los argumentos de los estudiantes del protocolo 4

<i>Estudiantes</i>	<i>Empirismo Ingenuo</i>		<i>Experiencia Crucial</i>	<i>Ejemplo Genérico</i>	<i>Experiencia Mental</i>
	<i>Percepción</i>	<i>Acción de medir</i>			
Kelly	0	0	0	1	8
Luz	0	0	1	3	5
Jaime	0	0	0	2	5
Ana	0	0	1	3	1
Nidia	0	0	0	1	1
Brian	0	0	0	0	0
Cristóbal	0	0	2	0	1
Dary	0	0	1	3	0

Cómo se observa en el Cuadro 10, nuevamente las intervenciones que más se analizaron son de Kelly y Luz. La mayoría de argumentos tanto de Kelly como de Luz están en la categoría de *Experiencia Mental*. Igualmente con 5 o menos de 8 intervenciones analizadas se encuentran Jaime y Ana, siendo la mayoría de ellos clasificados como *Experiencia Mental* y *Ejemplo Genérico*, respectivamente. Los argumentos de Dary pasan a ser de *Experiencia Crucial* y *Ejemplo Genérico*.

A nivel general del análisis del protocolo 4 (véase Anexo J), los argumentos son mayoritariamente de *Experiencia Mental*, seguido por argumentos clasificados como *Ejemplo Genérico* y *Experiencia Crucial*.

Cuadro 11. Clasificación de los argumentos de los estudiantes del protocolo 5

<i>Estudiantes</i>	<i>Empirismo Ingenuo</i>		<i>Experiencia Crucial</i>	<i>Ejemplo Genérico</i>	<i>Experiencia Mental</i>
	<i>Percepción</i>	<i>Acción de medir</i>			
Kelly	0	0	0	0	0
Luz	0	0	3	6	12
Jaime	0	0	3	3	3
Ana	0	0	3	3	9
Nidia	0	0	0	0	0
Brian	0	0	0	0	3
Cristóbal	0	0	0	3	0
Dary	3	3	0	3	0

Cómo se observa en el cuadro 11, nuevamente es Luz quien más argumenta, siendo sus intervenciones principalmente de la categoría *Experiencia Mental*. Igualmente con menos de 16 y más de 8 intervenciones analizadas se encuentran las elaboradas por los estudiantes: Ana, Jaime y Dary. La mayoría de los argumentos de Ana pertenecen a la categoría de *Experiencia Mental* y Dary se devuelve a proveer argumentos de la categoría *Empirismo Ingenuo*. En el caso de Jaime, se distribuyen éstos equitativamente en las categorías *Experiencia Crucial*, *Ejemplo Genérico* y *Experiencia Mental*.

A nivel general del análisis del protocolo 5 (véase Anexo K), los argumentos de los estudiantes, en orden descendente de frecuencias, se encuentran en las categorías: *Experiencia Mental*, *Ejemplo Genérico*, *Experiencia Crucial* y *Empirismo Ingenuo*.

A manera de síntesis, se puede decir que las estudiantes Kelly y Luz fueron las que más argumentos proveyeron, y la mayoría son de *Experiencia Mental*. Igualmente, se destaca la participación de Jaime, Ana y Dary pues siguen en frecuencia a Kelly y Luz. Los estudiantes Cristóbal, Nidia y Brian intervinieron poco. Frente a la cantidad de intervenciones por categoría, se puede establecer el orden que se muestra en el Cuadro 12.

Cuadro 12. Orden de las categorías

Orden ascendente de categorías por sesión de clase →

	PROTOCOLO 1	PROTOCOLO 2	PROTOCOLO 3	PROTOCOLO 4	PROTOCOLO 5
Orden descendente de categorías por protocolo ↓	Empirismo Ingenuo	Empirismo Ingenuo	Experiencia Mental	Experiencia Mental	Experiencia Mental
	Ejemplo Genérico	Ejemplo Genérico	Empirismo Ingenuo	Ejemplo Genérico	Ejemplo Genérico
	Experiencia Mental	Experiencia Mental	Experiencia Crucial	Experiencia Crucial	Experiencia Crucial
		Experiencia Crucial	Ejemplo Genérico		Empirismo Ingenuo

5.4.3 SOBRE CARACTERÍSTICAS DE LA SEMEJANZA

A continuación se presenta información sobre las características de la semejanza en torno a las condiciones de tamaño y de forma que se plasmaron en el análisis de cada uno de los protocolos. Éste se realizó por actividad debido a que cada una tenía una intención particular frente a las relaciones de conceptualización de la semejanza de figuras y se usa la estructura que muestra el Cuadro 13, donde se divide en dos partes uno para la condición tamaño y otra para la condición forma. A nivel de columnas, en la primera se registra los objetos que las características nombran, en la segunda los términos que más se usan en esas características que pertenecen a cada objeto y en la tercera columna, se dan ejemplos de las características que están en los análisis de los protocolos. Igualmente se acompaña la primera y la segunda columna con un porcentaje. El porcentaje en la primera columna es la relación que hay entre cada objeto con respecto a la totalidad de las características de la semejanza y en la segunda columna es la relación de cantidad de términos que se usan con relación a cada objeto.

Cuadro 13. Estructura del análisis de las características de la semejanza

<i>Para la condición tamaño</i>	<i>En términos de</i>	<i>Ejemplos de características del análisis de los protocolos</i>
<i>Para la condición Forma</i>	<i>En términos de</i>	<i>Ejemplos de características del análisis de los protocolos</i>

ACTIVIDAD 1

Para el análisis de las características en la Actividad 1, los elementos que se refieren al tamaño son: cuadrícula, marco y rostro, sólo el marco y sólo el rostro. En cambio, para la forma sólo se refieren a las partes del rostro.

Cuadro 14. Características de la semejanza en la actividad 1

<i>Para la condición tamaño</i>	<i>En términos de</i>	<i>Ejemplos de características del análisis de los protocolos</i>
Marco y rostro 20%	Ampliación como más grande 25%	Reconoce que se compara la ampliación, usa el referente adecuado [P2:4B].
	Reducción como más pequeño 14%	Relaciona reducción con más pequeña [P1:18A].
	Triplicar 21%	La ampliación implica aumentar tres veces el marco y las partes del rostro del comprador [P2:10A,15]
	Mitad 14%	Habla de la relación a la mitad que es reducir el tamaño tanto del rostro como del marco [P2:118B, 120A].
	Otro valor numérico 7%	El factor de conversión que utilizó es cinco [P2:100A].
	Cambios de tamaño 18%	Reconoce la congruencia entre los dibujos en tamaño [P2:44A].
Cuadrícula 24%	Tamaño del cuadrado 57%	Si es de medio centímetro la cuadrícula original, la ampliación es más pequeña [P1:137].
	Cantidad de cuadrados 29%	La cantidad de cuadros en la cuadrícula ampliada no es la correcta [P2:95B].
	Ubicación de las partes 14%	Establece que hay que realizar una correspondencia entre los cuadros de la cuadrícula del comprador y la cuadrícula de la ampliación [P1:171A].
Marco 18%	Ausencia del factor 50%	Relaciona la ampliación con el número de veces que se repite la superficie del rectángulo (marco de la foto) [P1:20A].
	Factor de conversión 50%	Reconoce que el triple se refiere el número de veces que se puede recubrir el largo del marco ampliado con el largo del marco del original. Igualmente, pasa con el ancho (comienza a identificar el factor de conversión o razón de proporcionalidad entre los lados) [P2:70G].
Rostro 8%	Totalidad del rostro 45%	El tamaño de las partes del rostro también aumentan el triple [P2:70E].
	Cada parte del rostro 55%	Aumenta el tamaño de cada parte del rostro del comprador [P2:3C]
<i>Para la condición Forma</i>	<i>En términos de</i>	<i>Ejemplos de características del análisis de los protocolos</i>
Partes del rostro 30%	Conservar las partes del rostro 81%	Debe existir la misma forma del rostro tanto en la foto original y la reducción [P2:117A].
	Cantidad de partes del rostro 19%	Deben estar las mismas partes del rostro [P2:117B].

El 24% de los argumentos de los estudiantes, con respecto a la semejanza, que se desarrollaron en la Actividad 1, se relacionan con la cuadrícula que trazaron en la foto del comprador original y la cuadrícula de la ampliación ó la cuadrícula de la reducción, según sea el caso. Lo importante para los estudiantes en el proceso de ampliación o reducción de la foto del comprador es la técnica que se utiliza y no la imagen resultante; por ello el 57% del 24% son argumentos que enfatizan en la medida de

cada cuadro de la cuadrícula de la foto original y la medida de éste en la cuadrícula donde se realiza la ampliación ó la reducción, los estudiantes parten de la idea de que si la medida de los cuadrados de la cuadrícula trazada en la foto original del comprador es diferente, las ampliaciones de los cuadrados es diferente, como se ilustra en la siguiente intervención:

[P1:136]Profesora: O sea que si yo mido por centímetros la cuadrícula y hago el triple me da más grande; pero, si mido por la mitad ...

[P1:137]Jaime: Me va a dar más pequeño y voy a sacar el triple de los cuadritos más pequeño y me caben en la hoja

El 57% de aquellos argumentos relacionados con la cuadrícula se refieren al tamaño del cuadrado, ya que cada cuadrado trazado tiene una medida en la foto original y en la ampliación o en la reducción cambia esa medida a la razón que se solicita. El 29% de las intervenciones que se refieren a la cuadrícula sustentan la idea de que la cantidad de cuadrados de la cuadrícula original es la misma que aquella en la cuadrícula de la ampliación o la reducción. Esto lo ilustra la siguiente intervención:

[P2:40]Dary: Espere yo explico otra cosa. Y también la medida de aquí [Señala el largo del marco de la foto A.] es igualita a está [Señala el largo de la ampliación.]. Sino que acá [Señala la foto A.], por lo que es más pequeña tiene que hacer los cuadros más pequeños y acá [Señala la ampliación.] son más grandes pero la misma medida.

El 14% del 24% de los argumentos relacionados con la cuadrícula explican que aquella trazada en la foto original da la ubicación de cada parte del rostro y que así mismo se debe establecer al trazar el rostro del comprador al ampliarlo ó reducirlo. Esto se ilustra en las siguientes intervenciones:

[P2:179] Profesora: Luz me esta explicando porque dibuja la ceja ahí y no en otro sitio.

[P2:180]Luz: Aquí el cinco. [Muestra la línea 5 de las horizontales que hizo en la cuadrícula del comprador.] La rayita de abajo, [Muestra la línea recta de la ceja izquierda del comprador.] la rayita de abajo va en este punto. [Muestra la línea 5 de las que hizo en la cuadrícula ampliada.] Y 4 al lado de allá. [Muestra la línea 4 de las verticales en ambas cuadrículas.] Por eso aquí empezamos el punto de la ceja y con eso hago las partes del dibujo.

El 20% de las intervenciones de la Actividad 1, respecto a la semejanza, se relacionan con el marco y el rostro, de las cuales el 25% relacionan la ampliación con aumentar el tamaño y el 21% con la acción de triplicar preocupándose por el cambio de las longitudes de las medidas de los elementos de la foto del comprador. Esto se ilustra en la siguiente intervención:

[10]Luz: Pues si, porque la primera medida, porque es que yo cogí [P2:10A] mi foto original y la agrande aquí los 3 que tocaba agrandarla, entonces [P2:10B] ahí me quedó bien. Porque yo también la hice al pie de la original así como usted estaba diciendo [señalando a Jaime] [P2:10C] yo miraba entonces la ceja y ponía la rayita de la ceja, la A [Señala en la foto original.] y yo ponía la rayita de la A [Señala en la ampliación que realizó]. Por eso puedo asegurar que [P2:10D] mi primer punto está bien. [P2:10E] Pero me equivoque un poquito en los dientes.

El resto de las intervenciones (7% y 14%) que se relacionan con el marco y el rostro corresponden, el primero, con el valor de la reducción y el otro con la idea de que reducir es hacer más pequeño. Los estudiantes se refieren a la reducción aproximadamente la mitad de las veces de lo que lo hacen respecto a la ampliación; es decir, la mayoría de los argumentos se relacionan con ampliación.

El 18% de las intervenciones están relacionados con las dimensiones del marco, específicamente aumentar el tamaño o establecer la misma razón entre las medidas de las longitudes de los lados correspondientes del marco de la foto original con las respectivas de las ampliaciones o reducciones que los estudiantes construyeron. Un ejemplo es la siguiente intervención:

[P2:122]Dary: Yo creo que es la mitad, porque digamos aquí ahí 6 [Refiriéndose a la medida del ancho del marco de la foto del comprador.] y le quito la mitad y me da 3 y le di 3 centímetros acá [Muestra el ancho del marco de la reducción.] me da lo mismo. Sino que acá yo le hago en milímetros.

El 8% de las intervenciones de la Actividad 1 están relacionadas con los cambios del rostro; 55% de éstos se refieren al tamaño de cada una de las partes o los detalles del rostro y 45% con el cambio de tamaño del rostro como un todo. . Un ejemplo es la siguiente intervención:

[P2:39]Luz: Yo quiero aclarar algo. Dary quiso decir, que quedaría igual el dibujo; pero, con una medida más grande. [Eh! Silencio]. Porque, es como ésto [Muestra el dibujo de un compañero.]. Él hizo el dibujo completamente igual pero con la medida más grande. Si vemos éste ojo, este ojo esta ahí y es igual; pero, con la medida más grande.

El 30% de las intervenciones de la Actividad 1 muestra que poco interesa argumentar sobre la forma. De éstas el 81% se refieren a la conservación de las partes y el 19% a la misma cantidad de características en el rostro. Para ilustrar esto, se citan las siguientes intervenciones:

[P2:44]Kelly: El retrato de la foto, todos tenemos el retrato y a todos tendría que darnos la misma cosa. Tenemos la misma medida de la foto; pero, a todos nos quedó diferente el retrato.

[45]Profesora: ¿Por qué a todos les quedó diferente el retrato?

[46]Kelly: Porque todos no lo hicimos igual, o sea todos no observamos bien. Unos que lo hicieron bien y otros que quedaron cerquita. Digamos el ojo iba acá en el 8 y 9 [Muestra un cuadro de la cuadrícula ampliada.], y otros no se dieron cuenta cómo iba el ojo; por eso, lo colocaron más para acá. Entonces todas las caras son diferentes, [Corrige de inmediato.] Todos retratos que hicimos nosotros son diferentes a los del ninguno es igualito al otro. Porque todos resultan diferentes.

[P2:117]Jaime: [Lee] Que los dos son el mismo señor y tiene las mismas características como lo ojos, la nariz y la boca.

ACTIVIDAD 2

Para el análisis de la actividad 2, las características de la semejanza a que se refieren los estudiantes, respecto al tamaño, son: valor numérico, figura resultante y referentes, y respecto a la forma son: forma y deformación.

Como se muestra en el Cuadro 15, el 42% de las intervenciones respecto a las características de la semejanza de la Actividad 2 se relacionan con el establecimiento de un valor numérico que permita comparar las fotos del paquete con la foto del comprador original. De éstas, en el 42% se mencionan las longitudes del marco y en el 30% el número de veces que se pueden cubrir las superficies rectangulares. En el 17% restante establecen el factor de conversión o de proporcionalidad entre tanto los elementos del rostro como del marco de la foto. La siguiente intervención muestra la aclaración sobre el valor numérico de cambio en la ampliación:

[P3:191]Luz: Estoy con Kelly porque es que éste [Muestra la foto A.] es la tercera parte, no se cuenta todo, todo, porque me daría la novena parte, y es la tercera parte porque se cuenta aquí 1, 2, 3 [Recubre el largo de la foto D con el largo de la foto A.] y aquí también es tres [Recubre el ancho de la foto D con el ancho de la foto A.] 1, 2 y 3.

Cuadro 15. Características de la semejanza en la actividad 2

<i>Para la condición tamaño</i>	<i>En términos de</i>	<i>Ejemplos de características del análisis de los protocolos</i>
Valor numérico 42%	Recubrimiento 30%	El tamaño de la reducción lo relaciona con las veces que cubre la superficie de la foto C a la foto A [P3:125].
	Factor de conversión sólo el marco 42%	La ampliación del marco es de las dos dimensiones [P3:33B, 33C, 33E].
	Factor de conversión rostro-marco 17%	Establece la razón de la ampliación que debe ser la misma en las dos dimensiones del marco y el rostro [P3:227B, 234A].
	Determina razones distintas entre los lados del marco 11%	Establece que las razones entre las medidas de las longitudes son distintas [P3:233A].
Figura resultante 28%	Cambia tamaño del marco 67%	Lo importante es cambiar el tamaño [P3:113A].
	Cambia tamaño el marco y el rostro 26%	Ampliar es agrandar el tamaño del marco de la foto y de la cara [P3:204A, 210A].
	Cambia tamaño del rostro 4%	El tamaño de las partes no es lo importante [P3:219B].
	Trasformación 3%	El valor de la transformación es el mismo en todas las partes.
Referentes 3%	Las fotos 75%	Establece y generaliza a los otros casos la posición tomada [P5:53].
	Los aparatos 25%	Asocia la ampliación a lo que hace un aparato [P4:40A, 40B].
<i>Para la condición Forma</i>	<i>En términos de</i>	<i>Ejemplos de características del análisis de los protocolos</i>
Forma 22%	Exactitud de la forma 56%	Debe tener el mismo rostro. [P4:72].
	Todos los detalles 44%	Reconoce que deben estar todos los detalles del rostro del comprador [P3:142A].
Deformación 6%	Percepción 50%	Reconoce que las fotos deben parecerse [P3:35F].
	Medidas de las partes del rostro 50%	No importa que no estén todos las partes de la foto [P3:206].

El 28% de las intervenciones de la Actividad 2 relativas al tamaño se refieren a la figura resultante. En el 67% de éstas se menciona el cambio de tamaño del marco ligados más a la acción de aumentar o disminuir una superficie y el 26% incluyen el rostro en el proceso. El restante (4% y 3%) son argumentos relacionados con la transformación y el análisis de las partes del rostro, respectivamente. El siguiente ejemplo tiene la intención de ilustrar que lo importante es cambiar de tamaño:

[P3:35]Kelly: En contra, porque yo amplí algo, o sea, ampliar es aumentar el tamaño normal. Al decir aumentar uno de los dos lados. Si yo quiero decir que mi esfero sea más gordito; yo le digo a mi compañera mire que amplíe mi esfero. Lo puse más gordito. Una ampliación no tiene que ser así,

porque ampliación es aumentar de tamaño, puede ser del lado que sea. Pero no tiene que ser de alto y de ancho, porque eso no tiene que ser una ampliación y además, es igual. El señor que le dijo a Gioco que le dijo eso, digamos él quería verse más gordo en la foto, para participar en un concurso de gordura. Entonces el señor si se parecen.

El 22% de las intervenciones se refieren a la característica forma de la semejanza. En el 56% de éstas se establece la exactitud que debe existir entre los diferentes rostros del comprador y en el 44% están pendientes de que todas las partes del rostro estén en las diferentes ilustraciones. Como ejemplo se utilizan las siguientes intervenciones:

[P4:80]Jaime: Primero, nuestros criterios son [Lee el primer enunciado de la cartelera.] *mirar que todas las fotos sean idénticas*. O sea que sean iguales o si no serían diferentes; o sea el mismo.

[P4:82]Jaime: [Lee el tercer criterio de la cartelera] Tercero *mirar que todos los retratos tengan todo completo*. Por ejemplo, que al señor no le vaya a faltar una nariz y que no le vaya a faltar una ceja, [se refiere a la pestaña], un ojo y que tenga todo completo.

El 6% de los comentarios mencionan la deformación y el 3% referentes de situaciones reales que justifican ideas con el hecho de tomarse fotos o usar aparatos y así validar cualquier modificación de tamaño de la foto del comprador. Esto se muestra en las siguientes intervenciones:

[P4:37]Kelly: En ningún lado tampoco especifican que toca ampliarla de ancho y de largo.

[P4: 38]Dary: Digamos que si yo voy a que me tomen una foto, digamos yo soy así [Muestra la foto A.] no pueden tomarme la foto con los cachetes para fuera, porque queda así. La foto yo no la mandé a hacer más grande ni más ancha.

[P4: 39]Kelly: Pero, en computador si se puede ¿cierto?

[P4:40]Luz: Es que el señor no la mandó a hacer en computador, sino ahí, con la cámara y con [P4:40B] [a cámara no se puede ampliar.

[P4:41]Kelly: Mi posición es igual que siempre; que está ampliando de tamaño.

[P4:42]Nidia: Estoy de acuerdo con Kelly, porque está es ampliando y uno lo puede acomodar en computador así como ésta. [Muestra la foto F.].

ACTIVIDAD 3

Para el análisis de la Actividad 3, las características de la semejanza que se mencionan son: factor de conversión, rostro y forma.

Cuadro 16. Características de la semejanza en la actividad 3

<i>Para la condición tamaño</i>	<i>En términos de</i>	<i>Ejemplos de características del análisis de los protocolos</i>
Factor de conversión 35%	Aplicación del factor 80%	Reconoce que las partes al tomar longitudes verticales u horizontales cumplen con el factor de conversión. [P5:84] .
	Rechazo 10%	No acepta la cara que se altera en una dimensión [P5:95] .
	Mismo valor 10%	Solo se acepta las fotos que tengan el mismo valor de cambio entre las longitudes de las partes involucradas [P5:67] .
Rostro 37%	Perceptivo 23%	Si es más grande es ampliación. Si es más pequeña es reducción [P5:66] .
	Partes proporcionales 41%	Establece la relación entre las partes involucradas del rostro deben ser tanto de largo como de ancho [P5:76] .
	Sin marco 36%	Establece la relación es con el marco y no con el rostro [P5:93B] .
<i>Para la condición Forma</i>	<i>En términos de</i>	<i>Ejemplos de características del análisis de los protocolos</i>
Forma 28%	Exactitud de la forma 41%	Se conserva la forma de las partes [P5:109A] .
	Deforme 12%	La forma se distorsiona [P5:623A] .
	Cantidad 47%	Debe tener la misma cantidad de elementos las fotos que se comparan [P5:109A, 111] .

En el Cuadro 16 se resumen los datos que permiten realizar las afirmaciones que se dan a continuación. El 37% de las veces de las características mencionadas se relacionan con el rostro, de las cuales el 41% son intervenciones de los estudiantes que hacen referencia a las partes proporcionales, es decir que a cada detalle del rostro de las fotos ampliadas o reducidas del comprador se le pueden determinar medidas y que éstas mantienen el factor de conversión. Esto se ilustra en las siguientes intervenciones:

[P5:61]Profesora: ¿Qué hiciste con la regla?

[P5:62]Brian: Medí con la regla. Por ejemplo, acá [Toma la medida sobre las cejas de la cara de la hoja #4.] media 6 cm y 3mm; entonces miraba si era el doble de ancho o de largo. Mejor dicho, si era una ampliación o una reducción.

[P5:63]Ana: Yo no medí con la regla porque era más por vista que por medida, como ésta [muestra la cara de la hoja #1].

Del 37% de las intervenciones que se están analizando, el 36% de ellas se decide que una foto es semejante fijándose en los marcos del rostro. La intervención muestra la importancia de este aspecto.

[P5:117]Cristóbal: Si y no. Si porque tiene largo y ancho. Y no, porque no tiene marco.

En el 23% restante se evidencia que siguen aceptando las fotos como semejantes porque se guían por la información visual que les otorga la imagen pero no buscan otro tipo de razones no empíricas. La siguiente intervención ilustra eso:

[P5:66]Brian: Creo que ellos hicieron así, si era más grande que la foto A, era una ampliación si era más pequeña era una reducción.

[P5:67]Ana: No es una ampliación porque no está igual de largo y de ancho.

[P5:68]Brian: Por eso, si era más grande de ancho era una ampliación, era también de alto.

El 35% de las intervenciones de la Actividad 3 considera el factor de conversión; es decir, para los estudiantes, la relación de proporcionalidad entre segmentos no lineales debe cumplirse en todos los detalles del rostro del comprador. En el 80% de éstos se describe cómo encontrar ese valor numérico entre las partes involucrados, buscando segmentos lineales entre los elementos del rostro para comparar medidas, como se muestra en las fotos (véase Figura 28) y establecer un valor numérico como razón. El 10% de estas intervenciones determinan distancias distintas para medir y miran que tengan el mismo razón. Esto se ilustra con la siguiente intervención:

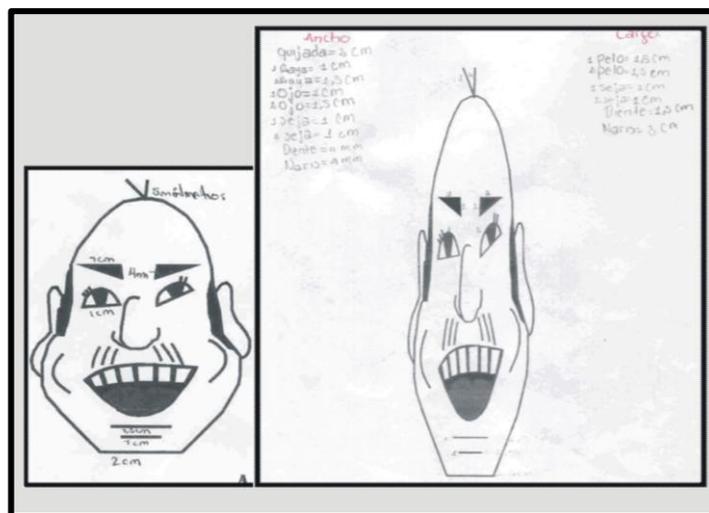
[P5:97]Jaime: Tampoco. Yo digo que no. Porque la foto A, tiene 5 y allá tiene 10. [Mide la misma distancia en la foto A; y la misma en la cara de la hoja #4.]. Pero, espera [Dirigiéndose a Brian.], está mal hecho [Verifica la medida y es 15 cm].

[P5:98]Brian: No. Porque está ampliando al triple de alto y al doble de ancho.

El 28% de las intervenciones de la Actividad 3 se refieren a la característica forma de la semejanza, La mayoría (47%) de los argumentos de los estudiantes se enfocan en la cantidad de partes del rostro pues en algunas caras faltaban o sobraban elementos. El 41% se refieren a la exactitud de la forma pero no pueden sustentar por qué razón son iguales, y el 12% manifiestan la deformación. Ejemplo de esto son las siguientes intervenciones.

- [P5:108]Nidia: No, porque no es igual. [Refiriéndose a la foto A.] Porque tiene más bigotes.
- [P5:109]Jaime: Debe cumplir con todas las condiciones. Todas las que dijimos antes.
- [P5:110]Dary: Tiene más bigotes.
- [P5:111]Jaime: Tiene uno más, en cada lado [Refiriéndose al número de pelitos del bigote de la cara de la hoja # 5.]
- [P5:112]Ana: En el derecho tiene cuatro [Refiriéndose al número de pestañas del ojo derecho de la cara de la hoja #5.] cuando tiene que tener dos.
- [P5:113]Profesora: Ella está refiriéndose a las pestañas.
- [P5:114]Luz: Como que el discípulo hizo todo igual; pero sin orden en la cantidad. Antes no hizo cuatro cejas o dos ojos más.

Figura 28. Medidas de algunas partes de las caras estudiadas en la actividad 3



CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y PROYECCIONES

El interés del presente trabajo consistía en describir y explicar las formas argumentativas de los niños de grado quinto, cuando se enfrentan a procesos de conceptualización en la semejanza de figuras. Las conclusiones finales del documento de tesis se hacen según los objetivos planteados.

6.1 RESPUESTA A LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

La pregunta de investigación que orientó el trabajo es: ¿Cómo son las formas argumentativas de los niños de grado quinto en torno a la idea de semejanza de figuras, cuando se aplica una propuesta didáctica que busca favorecer la construcción de significados y procedimientos?

En primer nivel y a manera de diagnóstico, se puede afirmar que hubo interacción productiva entre los estudiantes que conformaron la población que se analizó en esta investigación. Cada estudiante construyó su propio significado de semejanza de figuras, como se evidencia en sus intervenciones registradas en los protocolos, pero en su grupo no se logró negociación del significado para llegar a un consenso (véase Anexo I-K). Las intervenciones entre los alumnos se relacionaron en explicar la forma como resolvieron la tarea y algunos estudiantes preguntaban a otros sobre si el procedimiento que estaban usando era correcto; hubo gran preocupación de los estudiantes por lo correcto. Frente a las intervenciones entre la docente y los estudiantes, se observó que los estudiantes generalmente creían que lo que decían no era correcto porque la docente insistía en la pregunta o realizaba otras. No entendieron que el proceso de indagación realizado por la profesora sólo buscaba que expresaran con claridad sus ideas y que lograsen concretarlas.

Cuando el estudiante tiene que validar sus trabajos, como sucedió en la Actividad 1, a través de preguntas que exigen justificaciones, como lo menciona Duval (1999), se puede dar la posibilidad de que se obtenga una descripción o una razón. Las reacciones observadas en los estudiantes fueron varias. Algunas son:

- ✓ Su trabajo es la respuesta a la pregunta, ya que es evidencia de lo posible.
- ✓ Describe el procedimiento que utilizó para resolver la tarea.
- ✓ Asume que está bien porque le salió de esa manera.

Al analizar el contenido de lo que dicen los estudiantes en sus respuestas, como mencionan Balacheff (2000) y Duval (1999), se percibe el grado de validación o de aceptación de lo que dicen, de acuerdo al criterio de pertinencia. Este criterio se relaciona con el contenido de lo enunciado y los valores que este contenido puede tomar en un determinado sujeto o cuerpo teórico, éstos son: epistémico, de verdad y valor social.

La construcción de la comprensión de la semejanza, desde lo que se expone en el marco teórico sobre la argumentación como objeto, en el análisis a nivel funcional se puede mencionar que los estudiantes usaron más el criterio de pertinencia que el criterio de fuerza a la resistencia del contraejemplo. En términos de pertinencia, a nivel de contenido, los fenómenos de ampliación o reducción estuvieron ligados a la idea de ser más grande o más pequeño que el objeto original. De esta manera, la noción de semejanza se obtuvo a nivel perceptivo y dependió exclusivamente de un elemento de la figura, en este caso, el rectángulo. Avanzando en el proceso y basados en ese elemento, los estudiantes determinaron las dos medidas correspondientes a las dimensiones del rectángulo, establecieron cómo cambiaban esas medidas y que al comparar los valores numéricos resultaba que era el mismo valor de transformación.

En un segundo nivel, cuando el estudiante tenía que aceptar o rechazar ampliaciones o reducciones y decidir cuáles consideran correctas, como sucedió en las actividades 2 y 3, se hallan elementos a eso que los estudiantes consideran válido.

Los argumentos de los estudiantes, en estas secciones, se caracterizan por:

- ✓ Sus razones se sustentan en evidencias empíricas (“yo lo hice así”).
- ✓ Sus razones se sustentan en la autoridad externa, otras personas o fenómenos similares que ocurren en la vida real (“porque así me lo enseñaron” o “porque en foto Japón no hacen las fotos así”).
- ✓ Exponían sus razones a través de los personajes de la actividad, generando situaciones hipotéticas.
- ✓ Cuando iban a rebatir la idea del otro, sus razones se limitaron a mostrar sus resultados, que diferían de los del otro, pues son en los propios que confiaban.
- ✓ Tuvieron poco control del encadenamiento de las razones que producían y dificultad para recuperarlas y reflexionar sobre ellas.
- ✓ Los ejemplos cumplían varias funciones como: a) dar soporte a su razón propia, b) completar o ilustrar la idea y c) exagerar una característica de lo que se está estudiando, para validar su posición.

En el proceso de construcción del concepto de semejanza de figuras, hubo validación de lo que dicen a nivel de contenido en valores sociales, teóricos y epistemológicos como lo determina Duval (1999). En lo social, la construcción estuvo ligada a los significados de las palabras que en el caso de la semejanza es parecido; de la ampliación, grande; de la reducción, pequeño. Estas ideas limitaron el establecimiento de las condiciones de ángulos congruentes y lados proporcionales de la semejanza. En lo teórico, los estudiantes establecieron el factor de conversión entre todas las figuras o elementos que estuvieron involucrados, caracterizándolo a través de la razón entre las medidas de los lados o segmentos homólogos. Aunque no se dio la condición de congruencia de los ángulos desligada de las actividades, quedó establecido que la forma del rostro debía mantenerse. No ligaron esa idea al ángulo de manera explícita

pero los estudiantes relacionaron lo achatado del rostro con otro tipo de medida que no podían establecer con la regla. Hay otro tipo de características que, a nivel teórico no son relevantes para la construcción del concepto de semejanza, pero que fueron necesarias para su comprensión, como es el caso de la cantidad de elementos específicos del rostro, involucrados en la semejanza de las figuras. Esto permitió establecer conjeturas como hay o no semejanza porque todos los elementos cumplen o no con el factor de conversión y la ubicación y cantidad de las partes correspondía o no con las de la preimagen o figura original.

En lo epistemológico, como menciona Duval (1999), se observó que los argumentos de los estudiantes estuvieron ligados a intuiciones externas que se caracterizan por ser percepciones directas de los objetos matemáticos. Los argumentos ligados a este modo de construcción son los que se denominaron, basados en la clasificación de Balacheff (2000), como *Empirismo Ingenuo* que se caracterizan por dar razones ligadas a las percepciones o a las medidas que establecen entre los elementos involucrados de las figuras. Al avanzar, se observó que los estudiantes generaron argumentos ligados a intuiciones internas acerca de las condiciones para la semejanza y sus intervenciones correspondían a las categorías *Experiencia Crucial* y *Ejemplo Genérico*, definidas en el presente trabajo, ya que usaban un ejemplo para mostrar el grado de comprensión que tenían del concepto. En el caso de esta experiencia, cuando establecían exageraciones de las características de los elementos que forman partes de las figuras, y en el caso del ejemplo genérico, los estudiantes usaron el ejemplo para ilustrar alguna de las condiciones de la semejanza. Finalmente, los estudiantes accedieron al concepto a través de proposiciones que enunciaban desligadas de la situación particular, como es el caso de los argumentos que se categorizaron como *Experiencia Mental*. Es decir, los estudiantes usaron las condiciones de la semejanza en forma general, no veían la necesidad de establecer ejemplos y las usaron como herramienta de validación de lo que decían ellos y sus compañeros.

6.2 EN REFERENCIA A LA HIPÓTESIS

El planteamiento esencial de este trabajo radica en que los estudiantes, ante situaciones problema que requieren formular o validar conjeturas respecto a la idea de semejanza de figuras, los estudiantes producirán argumentos diversos para satisfacer la demanda de justificar o de probar sus propias afirmaciones o resultados. Los estudiantes pueden proveer argumentos basados en la percepción, acciones concretas, ejemplos imaginados o independientes a la situación particular; para dar características de la semejanza e ilustrar sus ideas. Las formas de argumentar progresan, si el contexto de la interacción le exige al estudiante mejorar las razones que expone, y si ha logrado mayor comprensión sobre las relaciones de los elementos que caracterizan la semejanza de figuras. Se considera adecuado finalizar estas conclusiones elaborando una explicación que satisfaga de manera suficiente tal planteamiento.

Se establece progreso en las formas de argumentar de los estudiantes si se dan dos elementos: uno, relacionado con exigir a los estudiantes que mejoren las razones que exponen, y otro, relacionado con las comprensiones de las condiciones necesarias para la semejanza de figuras. Como se trata de mostrar en el apartado anterior y en el capítulo de resultados, los estudiantes muestran progreso en sus formas de argumentar debido a la interacción social promovida a través del requerimiento de hacer explícitos y públicos los entendimientos individuales y las razones con las que trata de sustentar cierta afirmación o conjetura, frente a situaciones de decisión, o de aceptar sus trabajos como correctos, promoviendo cada vez un discurso reflexivo (Cobb, 1997) que permita convertir los resultados de acciones concretas, en focos de discusión. También el hecho de que el docente dejara que la conducción de la discusión la determinaran los estudiantes, permitió evidenciar que ellos validan sus ideas desde otros contextos diferentes a los matemáticos como de los matemáticos mismos. Se reconoce que existe un saber o aproximaciones, ligados a los contextos culturales o experiencias que hayan tenido los estudiantes con el fenómeno de que trata la situación o problema, y las experiencias que hayan tenido los estudiantes con

los conceptos que se involucran en el de semejanza, como es el caso de las relaciones multiplicativas, la proporcionalidad y la medición de longitudes y de amplitudes de ángulos. Es de esperar que si en el ambiente de enseñanza-aprendizaje se hace uso conciente y continuo de procesos de negociación, los estudiantes desarrollarán cierta autonomía intelectual en matemáticas y se logrará lo que Brousseau ha propuesto: responsabilizar al estudiante con el saber.

Simultáneamente, los estudiantes mejoraron sus comprensiones y la calidad de los argumentos en torno a la semejanza de las figuras. Esto se evidencia en lo que decían; hubo progreso al enfocar sus razones en los elementos que dan la solución a la situación problema. Son la interacción y los enfrentamientos en que se coloca a los estudiantes lo que hace que sus elaboraciones se amplíen y modifiquen generando posiciones que son difíciles de remover en ambientes de discusión, posiciones ligadas a las comprensiones que tienen de la semejanza. La internalización de objetos y procesos matemáticos a partir de exploraciones de las relaciones y las propiedades que los caracterizan, da origen a un proceso de significación.

Involucrando los dos elementos de la hipótesis, se desarrollaron formas de argumentar relacionadas con diferentes niveles y significados de la validación de los constructos matemáticos que los estudiantes elaboraron respecto a la semejanza. Éstas se denominaron, en el presente trabajo, *Empirismo Ingenuo*, *Experiencia Crucial*, *Ejemplo Genérico* y *Experiencia Mental*, categorías que se usaron para el estudio de las intervenciones.

En términos de las tres situaciones problema presentadas en el experimento, éstas permitieron promover distintos niveles de actividad cognitiva a través de la búsqueda de regularidades o de invariantes, la explicitación de tales regularidades, la identificación de regularidades en otras situaciones, y la producción de un discurso reflexivo sobre lo que el estudiante mismo piensa u otro dice.

6.3 EN REFERENCIA A LA INTERACCIÓN EN EL AULA

El trabajo que se realizó tenía como uno de sus objetivos contribuir a la línea de investigación interacción en el aula del grupo Cognición y Escuela. La interacción que se dio en la experimentación se evidencia en la participación de los estudiantes en diálogos que tienen como motivo explicitar propiedades o relaciones geométricas de la semejanza de figuras, inherentes a las ilustraciones que se utilizaron en las actividades.

Estas discusiones pueden caracterizarse como procesos de comunicación y podría llevarse un análisis de éstas en ese sentido. El sólo hecho de realizar discusiones hace que no se quede todo en el acto de explicar o justificar resultados o afirmaciones sino también lograr que el interlocutor comprenda lo que se trata de explicar o justificar (Yackel y Cobb, 1996).

6.4 EN REFERENCIA A LA ARGUMENTACIÓN

El análisis del concepto argumentación se presentó desde dos aspectos: objeto y herramienta. Se establecieron esos aspectos porque se adaptó la propuesta de Douady (1986) que consiste en estudiar esos aspectos respecto a los conceptos matemáticos. En el aspecto objeto, que es el estudio de la argumentación en sí misma, se usó la teoría de Duval (1999) que establece cinco niveles de análisis: funcional, medio, epistemológico, estructural y lógico. En el aspecto herramienta, que es el estudio de las funciones que se le dan a la argumentación, se encuentran las que se relacionan con la retórica (su intención es convencer a otros), las que se relacionan con la elaboración de conjeturas y las que se relacionan con la disciplina. Debido al enfoque de este trabajo, se estudió la argumentación como objeto, basado en la posición teórica de Duval (1999), y como herramienta de validación, teniendo en cuenta tanto los estudios de León y Calderón (2003) como los de Balacheff (2000).

Los resultados del análisis y la respuesta a la pregunta de investigación muestran que son evidentes los aspectos objeto y herramienta de la argumentación puesto que los argumentos de los estudiantes se daban en torno a la validación, en donde juega un

papel importante el valor epistémico y el valor de verdad, pero a la vez, se basaban en distintos elementos que hacían que el argumento fuera pragmático o teórico. Los argumentos están ligados a las comprensiones que los estudiantes van obteniendo del concepto matemático. Además, los argumentos de los estudiantes mejoran si tienen la oportunidad de analizar públicamente lo que dicen o escriben contrastarlo con lo que pensaban, como se observa en el Anexo E. Este proceso debería potenciarse desde otras áreas para que el estudiante sea consciente de la importancia en la claridad de la comunicación.

6.5 EN REFERENCIA A LA SEMEJANZA

En el capítulo correspondiente de este trabajo se mencionan los aportes teóricos de Escudero (2003) respecto al estudio del objeto semejanza que concuerda con los planteamientos de análisis de Douady (1986). Los aspectos que Escudero establece son el estudio de los objetos a nivel estático y a nivel dinámico, que corresponden a lo que se llama semejanza y homotecia, respectivamente.

En esta propuesta, las actividades potenciaban la semejanza como la relación entre dos figuras más que como resultado de una transformación; esto porque lo que se mostraba eran los estados inicial y final de la figura, y el estudiante tenía que buscar o intuir el valor de la transformación, a pesar de que en la primera actividad se solicitaba aplicar la transformación y dar la figura resultante. En este análisis, no se estudiaron las construcciones que realizaron los estudiantes que apuntaban, en forma abstracta, a estos dos aspectos de la semejanza, aún cuando las actividades correspondientes se realizaron, pero se decidió colocar el foco en las comprensiones de los estudiantes de la semejanza en torno a figuras.

6.6 LIMITACIONES

Las actividades diseñadas para la experimentación del presente trabajo, estaban divididas en tres partes: unas situaciones ligadas a secuencias de fotos, otras

relacionadas con las secuencias de figuras geométricas, y finalmente, otras relacionadas solo con las condiciones que caracterizan la semejanza. Todas las actividades fueron resueltas por los estudiantes, llevándose a cabo un trabajo que duró tres meses. Paralelamente, se iban desarrollando las transcripciones de los protocolos. Se observó que el tiempo planeado para el desarrollo de las actividades y de las discusiones no fue el real y que se necesitaron sesiones enteras para ello. Igualmente, el análisis de cada protocolo fue mucho más dispendioso de lo imaginado. La autora, junto con la directora de tesis, decidió que sólo se plasmara en este documento el análisis de todo lo relacionado con la secuencia de las fotos del comprador y dejar para posteriores productos, la información que se presenta en los otros protocolos.

6.7 PROYECCIONES

La culminación de un trabajo como el que se describe en el presente documento debe verse como punto de partida a futuras investigaciones pues son más las preguntas que quedan abiertas que aquella que se intentó responder.

Respecto a la argumentación, algunas preguntas que podrían orientar dichos trabajos pueden ser:

- ✓ ¿Cómo se puede caracterizar la validación de los estudiantes en torno a la resolución de situaciones problema?
- ✓ ¿Cómo son los argumentos que utilizan los estudiantes para generar una posición en una discusión?
- ✓ ¿Cómo proveen los artefactos que se utilizan en las situaciones problemas elementos de validación externa y qué importancia tiene esto en la clase de matemáticas?
- ✓ ¿Cómo son las estructuras de las intervenciones de los estudiantes?
- ✓ ¿Cómo cambian las formas argumentativas de los estudiantes cuando hay un cambio a una situación en un contexto matemático?

- ✓ ¿Qué características tienen las argumentaciones escritas y las orales, y que funcionalidad tienen en la interacción?
- ✓ ¿Cuáles son las relaciones que existen entre las argumentaciones ligadas a situaciones cotidianas y aquellas relacionadas con situaciones matemáticas. Si se cumplen los parámetros dados a la argumentación natural y a la argumentación formal?

Respecto a la semejanza, algunas preguntas que podrían orientar dichos trabajos pueden ser:

- ✓ ¿Cómo influyen las situaciones problema en las comprensiones de los estudiantes en torno a la semejanza geométrica?
- ✓ ¿Qué características deben tener las situaciones problema para potenciar la noción de semejanza como relación y como transformación?
- ✓ ¿Qué condiciones se crean en las situaciones problemas en contexto matemático?
- ✓ ¿Qué discursos generan los estudiantes para mostrar las comprensiones que tienen en torno a la semejanza?

BIBLIOGRAFÍA

- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Bogotá: Una Empresa Docente.
- Beta, G. (1997). *proporcionalidad Geométrica y Semejanza*. Madrid: Síntesis S.A.
- Bohórquez, H., Hernández, A. (2003). El razonamiento común: un obstáculo epistemológico en geometría. *Revista Pedagogía* , Vol, 24 No.69.
- Bravo, L. y Arrieta, J. (2003). Algunas reflexiones sobre las funciones de la demostraciones matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación* .
- Burgos, G. (1996). *Curso de Algebra y Geometría*. Madrid: Alhambra.
- Burns, B. y Lash, A. (1987). A Comparison of Activity Structures During Basic Skills and Problem-Solving Instruction in Seventh-Grade Mathematics. *American Educational Research Journal* , 393-414.
- Calderón, D.y León, O. y (1996). *La Argumentación en Matemáticas en el Aula : Una Oportunidad para la Diversidad*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.
- Castaño, J. (2006). Cómo logro que a mis estudiantes les gusten las matemáticas. *Palabra Maestra* , 10-11.
- Cobb, P. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education* , Vol.28, 258-277.
- Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for research in mathematics education* , Vol.27, No.4, 458-477.
- Correa, J., Dimaté, C., y Martínez, N. (1999). *Saber y saberlo demostrar: hacia una didáctica de la argumentacion*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Didactique de mathematique* , 5-31. Versión en español titulada Juegos de marcos y dialéctica herramienta-objeto tomada de Didáctica de la Matemática, Escuela Francesa. DME-CINVEST, México,1993.

Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?* México: Grupo Editorial Ibearomérica.

Duval, R. (1995). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Primera edición ed.). (M. Vega, Trad.) Peter Lang S.A.

Escudero, I. (2003). *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Obtenido de Grupo de Trabajo de Aprendizaje de la Geometría: <http://www.uv.es/apregeom/archivos2/Escudero03.pdf>

García, G. y Acevedo, M. (2000). La evaluación de las competencias en matemáticas y el currículo: un problema de coherencia y consistencia. En D. Bogoya, M. Vinent, G. Restrepo, M. C. Torrado, F. Jurado, M. Pérez, y otros, *Competencias y proyecto pedagógico* (pág. 244). Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Giordano, M. (2003). *Tesis doctoral: la racionalidad matemática desde la perspectiva de la mediación semiótica y el campo de la experiencia*. México: Universidad Pedagógica Nacional.

Grupo de Evaluación de la Educación Básica y Media. (2003). *ICFES*. Obtenido de http://200.14.205.63:8080/portalicfes/home_2/rec/arc_3616.pdf

Guillén, G., Gutiérrez, A., Jaime, A. y caceres, M. (1992). *Memoria final del proyecto de investigación. La enseñanza de la geometría de sólidos en la E.G. B*. Valencia.

Hershkowitz, R. (2001). About reasoning in geometry. En C. Mammana, & V. Villani, *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (V. Hernández, & M. Villalba, Trads.). Klumer Academic Publisher.

Hoffer, A. (1990). La geometría es más que demostración. *Notas de matemáticas* No. 29.

Huberman, M., y Miles, M. (1994). *Qualitative Data Analysis*. Londrés: Sage Publications.

Ibañez, M. (2001). *Aspectos Cognitivos del Aprendizaje de la Demostración Matemática en los Alumnos de Primer Curso de Bachillerato*. España: Universidad de Valladolid.

Kaput, J. (1992). Technology and Mathematics Education. *Handbook of research on mathematics teaching and learning* , 515-556.

León, O. y Calderón, D. (2003). *Argumentar y validar en matemáticas ¿una relación necesaria?* Bogotá: Colciencias y Universidad del Valle.

León, O. y Calderón, D. (2001). *Requerimientos didácticos y competencias argumentativas en matemáticas*. Bogotá: IDEP y Colciencias.

Margarit, J. (2002). *Tesis doctoral: Tendencias metodológicas de alumnos de secundaria en situaciones de proporcionalidad. El caso de la razón de la semejanza*. Granada: Universidad de Granada.

Mariotti A., (1997). Approaching geometry theorems in contexts: from history and epistemology to cognition. En PME-XXI. PME.

Mariotti, A. (Diciembre de 1998). *lettredelapreuve*. Obtenido de <http://www.lettredelapreuve.it/Newsletter/981112Theme/981112ThemeES.html>

Martínez Recio, A. (1999). *Una Aproximación Epistemológica a la Enseñanza y el Aprendizaje de la Demostración Matemática (tesis doctoral)*. Universidad de Granada.

MEN. (2006). Estándares Básicos de competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar! En MEN, *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. (págs. 46-95). Bogotá: Ministerio de educación Nacional.

MEN. (1998). *Lengua Castellana. Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

MEN. (1998). *Matemáticas. Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Merriam, S. (1988). *Case Study Research in Education. A qualitative approach*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Moise-Downs, E. (1986). *Geometría Moderna*. México: Addison Wesley Iberoamericana.

Molina, L. (1998). *Geometría Plana y del Espacio: Dibujo*. Quito: Prociencias Editores.

Murrillo, J., Martín, J. y Fortuny, J. (2003). *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Obtenido de Grupo de Trabajo de Aprendizaje de la Geometría: <http://www.uv.es/aprengeom/archivos2/MartinMurilloF02.pdf>

Ojeda, B., Medina, B., y Peralta, D. (2003). *Cómo justificar en geometría*. México: UNAM.

Olivero, F. (2002). *PhD Thesis: The proving process within a dynamic geometry environment*. Bristol: Universidad de Bristol.

Ortiz, M. (2000). *El desarrollo del pensamiento espacial y geométrico*. Bogotá: Secretaría de Educación Distrital.

Perelman, C. (1989). *Tratado de la argumentación. La nueva retórica*. Madrid: Gredos.

Piaget, J., y García, R. (1982). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. Bogotá: Siglo veintiuno editores S.A.

Rico, L. (1995). Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. *Revista Emma* (1), 4-24.

Romberg, T. (1991). Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas. *Revista de Educación* No.294, 323-406.

Samper, C., Camargo, L. y Leguizamón de Bernal, C. (2003). *Cómo promover el Razonamiento en el aula por medio de la geometría*. Bogotá: UPN-CIUP.

SED. (1998). *Resultados de las evaluaciones pruebas saber 1998*. Obtenido de Evaluación de Competencias Básicas Lenguaje, matemáticas y ciencias por aplicación: <http://www.redacademica.edu.co/redacad/export/REDACADEMICA/ddirectivos/evaluacion/archivos/primer/web/index.htm>

Sousa, I. (1991). *Geometría: semejanza, resolución de triángulos*. México: Bruño.

Telemat. (2005-2006). Diversidad y geometría en la ESO. El caso del alumnado deficiente auditivo. *Contextos Educativos* , 51-68.

Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge: Cambridge University Press.

Vera, F. (1943). *Elementos de Geometría*. Bogotá: Voluntad.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Aspectos para el análisis de la argumentación.....	38
Figura 2. Nivel funcional de la argumentación.....	39
Figura 3. Nivel estructural de la argumentación	40
Figura 4. Esquema generador	41
Figura 5. Esquemas posibles de la argumentación natural	42
Figura 6. Nivel del medio de la argumentación.....	43
Figura 7. Análisis epistemológico de los objetos matemáticos.....	44
Figura 8. Relaciones de la argumentación con la validación y con la demostración.....	46
Figura 9. Momentos del componente heurístico.....	48
Figura 10. Momentos del componente retórico.....	49
Figura 11. Esquema del estudio de la semejanza geométrica	52
Figura 12. Representación correspondiente al teorema de Thales	55
Figura 13. Homotecia de un triángulo.....	58
Figura 14. Representación geométrica del vector PQ	59
Figura 15. Ejemplo de homotecia directa	59
Figura 16. Ejemplo de expansión	60
Figura 17. Ejemplo de contracción	61
Figura 18. Ejemplo de identidad	61
Figura 19. Ejemplo de homotecia inversa	62
Figura 20. Ejemplo de homotecia inversa. Caso $-1 < k < 0$	62
Figura 21. Homotecia inversa. Caso $k = -1$	63
Figura 22. Homotecia inversa. Caso $k < -1$	63
Figura 23. Organización de las fases de investigación	67
Figura 24. Foto del comprador.....	70
Figura 25. Foto del protocolo 3.....	75
Figura 26. Componentes del análisis de datos.....	76
Figura 27. Discurso en el aula.....	83
Figura 28. Medidas de algunas partes de las caras estudiadas en la actividad 3.....	106

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1. Instrumentos de investigación	72
Cuadro 2. Organización de protocolos	74
Cuadro 3. Estructura del análisis de protocolos.....	81
Cuadro 4. Episodios de la actividad 1.....	88
Cuadro 5. Episodios de la actividad 2.....	89
Cuadro 6. Episodios de la actividad 3.....	90
Cuadro 7. Clasificación de los argumentos de los estudiantes del protocolo 1	92
Cuadro 8. Clasificación de los argumentos de los estudiantes del protocolo 2	93
Cuadro 9. Clasificación de los argumentos de los estudiantes del protocolo 3	94
Cuadro 10. Clasificación de los argumentos de los estudiantes del protocolo 4	95
Cuadro 11. Clasificación de los argumentos de los estudiantes del protocolo 5	95
Cuadro 12. Orden de las categorías	96
Cuadro 13. Estructura del análisis de las características de la semejanza	97
Cuadro 14. Características de la semejanza en la actividad 1.....	98
Cuadro 15. Características de la semejanza en la actividad 2.....	102
Cuadro 16. Características de la semejanza en la actividad 3.....	104

LISTA DE GRÁFICAS

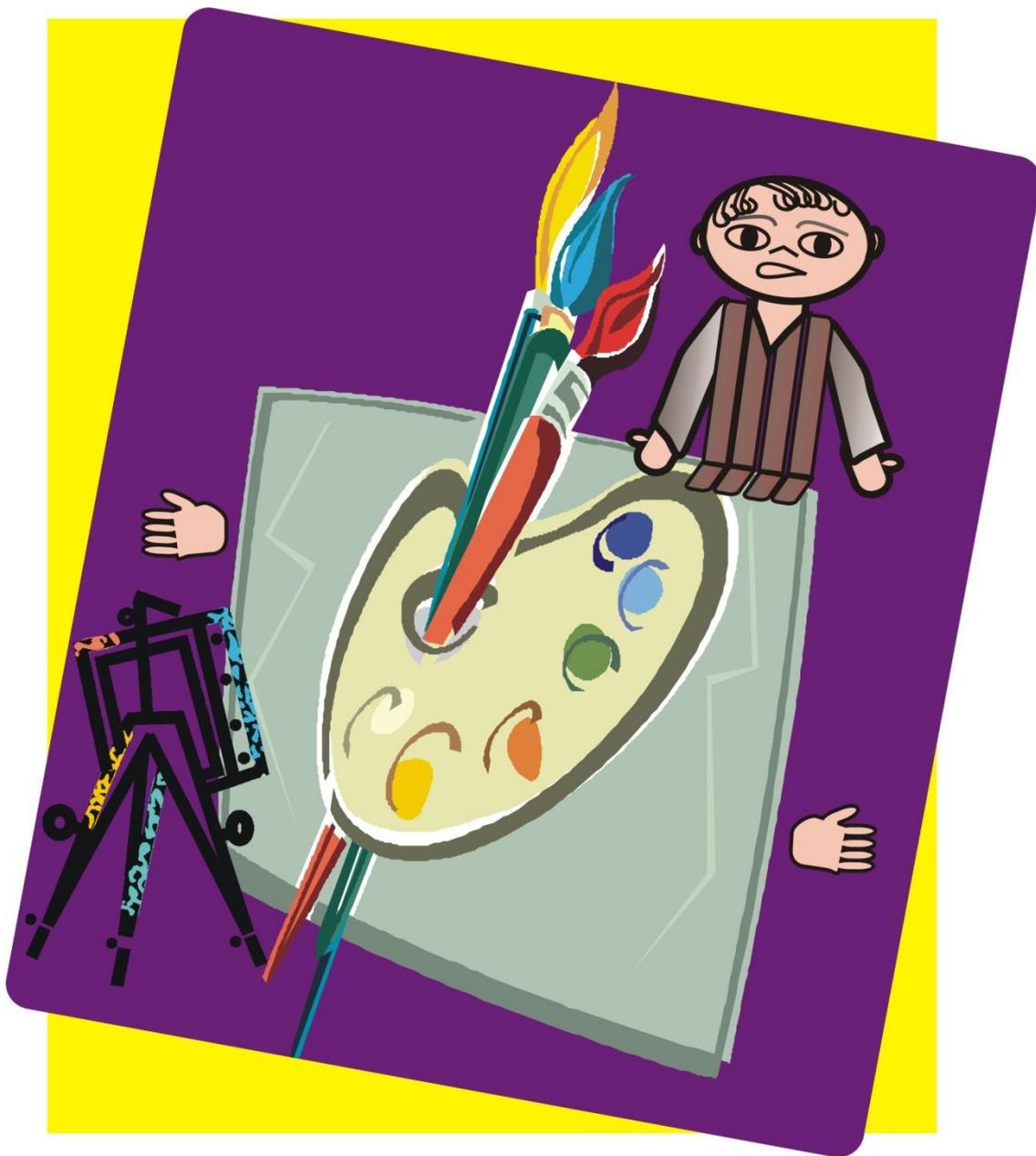
Gráfica 1. Número de episodios por protocolo	87
Gráfica 2. Número de intervenciones analizadas por persona en cada protocolo	91
Gráfica 3. Número total de intervenciones por estudiante	91
Gráfica 4. Número total de intervenciones por protocolo	92

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Propuesta didáctica.....	126
Anexo B. Protocolo 1.....	141
Anexo C. Protocolo 2.....	147
Anexo D. Protocolo 3.....	153
Anexo E. Protocolo 4.....	161
Anexo F. Protocolo 5.....	166
Anexo G. Análisis de .protocolo 1.....	179
Anexo H. Análisis de .protocolo 2.....	180
Anexo I. Análisis de .protocolo 3.....	198
Anexo J. Análisis de .protocolo 4.....	222
Anexo K. Análisis de .protocolo 5.....	234

ANEXOS

GIOCO, EL PINTOR



*Gioco, sus manos hábiles eran,
Sus pinceladas en sus pinturas plasmaba,
ampliaciones y reducciones del mundo realizaba.
Aunque no era lo único que efectuaba,
ya que máquinas también inventaba.*



Gioco, famoso es en la región y un comprador un encargo le solicitará, ampliaciones o reducciones de su foto retratará.

Ayudo a Gioco a realizar los retratos que se solicitan a continuación:

Dibujo la ampliación de la foto al triple del tamaño.

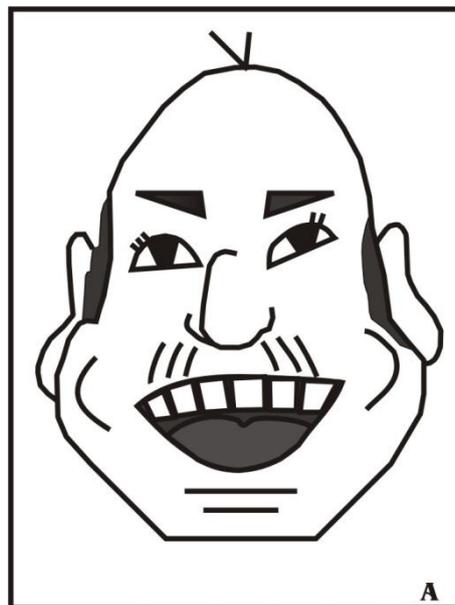


Foto del comprador

Al recibir la ampliación, el comprador tuvo gran emoción y otro retrato le solicitó pero esta vez a la mitad. Dibujo la reducción de la foto a la mitad del tamaño.

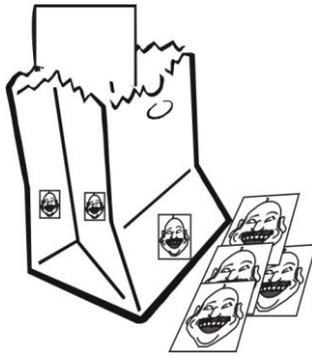
Comparo la foto con la ampliación y la reducción que realicé en el ejercicio anterior y escribo en mi cuaderno: en qué se parecen y en qué se diferencian.

Contesto las siguientes preguntas:

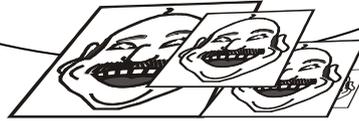
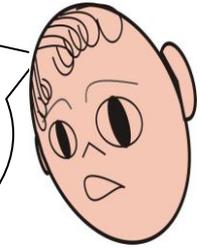
¿Por qué puedo asegurar que mi primer dibujo es una ampliación al triple de la foto?

¿Por qué puedo asegurar que mi segundo dibujo es una reducción a la mitad de la foto?

Comparo mis dibujos con los de dos compañeros y escribo en mi cuaderno en qué se parecen y en qué se diferencian.



Gioco muchos retratos realizó, y un discípulo con menos habilidad le colaboró. Muchas solicitudes atendió y un dilema se generó, ya que su discípulo confundió, los retratos de uno y otro en un paquete los colocó.
 ¿Cuáles son ampliaciones y reducciones de la foto del comprador que ha realizado Gioco?



Solicito al profesor el paquete de los retratos de la foto del comprador.

Si el retrato es una ampliación o una reducción de la foto A escribo "si" y en caso contrario, escribo "no" en la celda correspondiente.

Lleno la tabla.

Retrato	¿Aceptado?	¿Por qué?
B		
C		
D		
E		
F		
G		
H		
I		
J		
K		

Escribo por qué acepto o por qué no acepto el retrato.

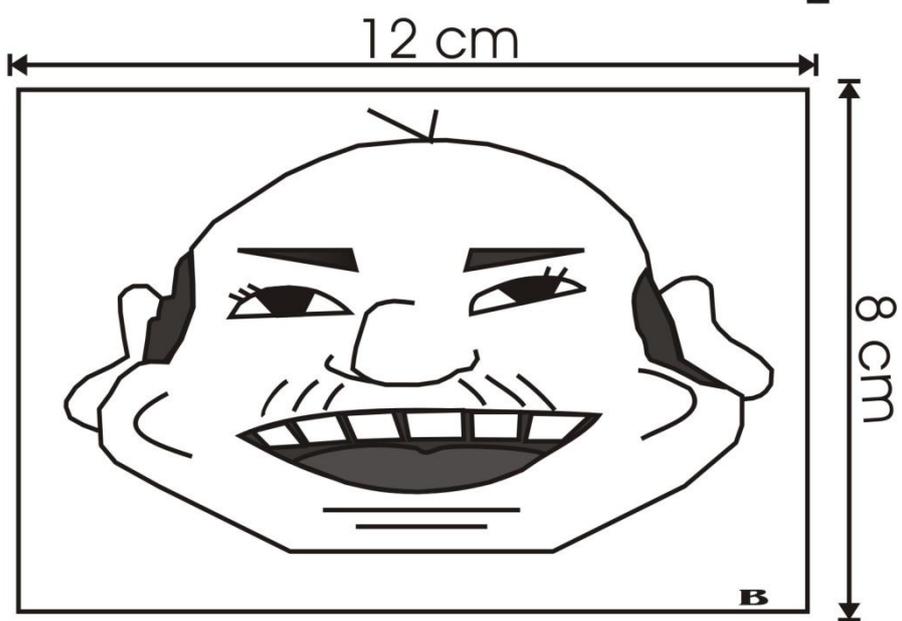
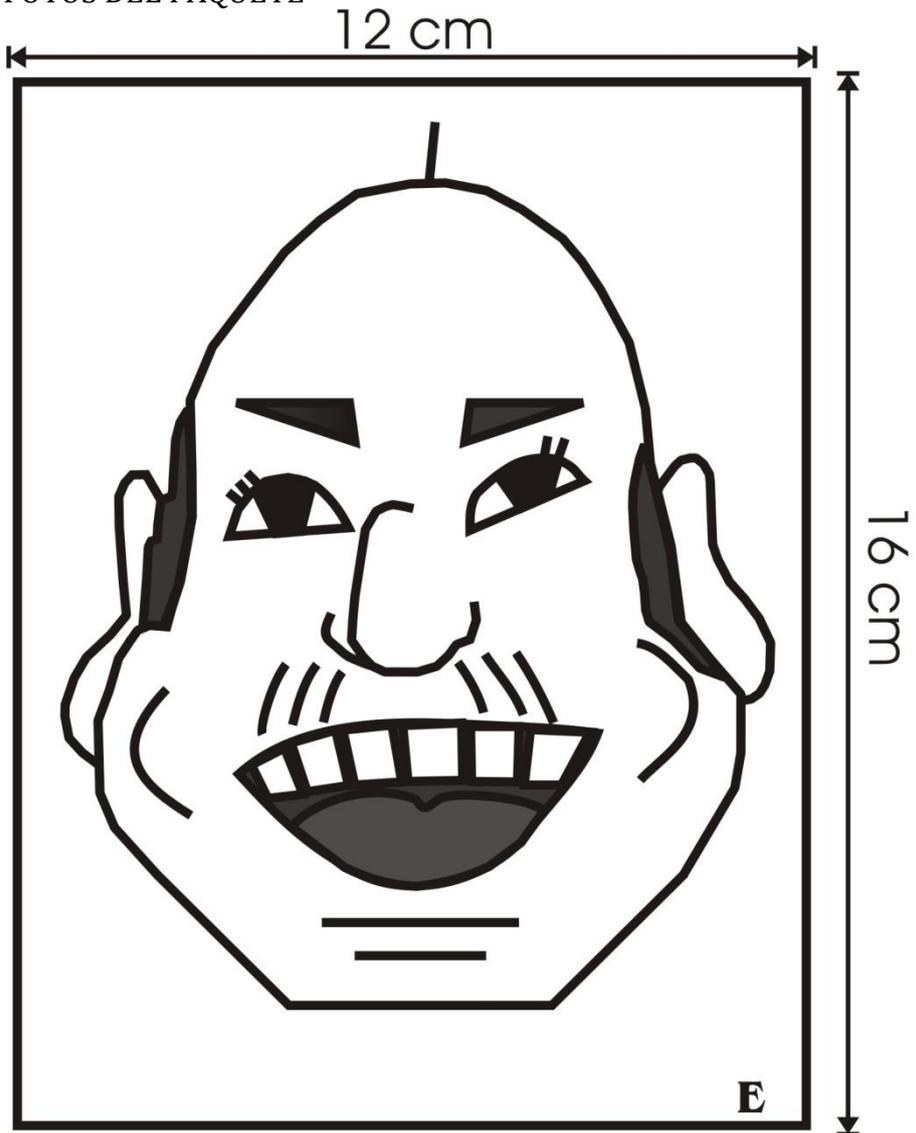
Comparto con dos de mis compañeros mis respuestas y las justifico.

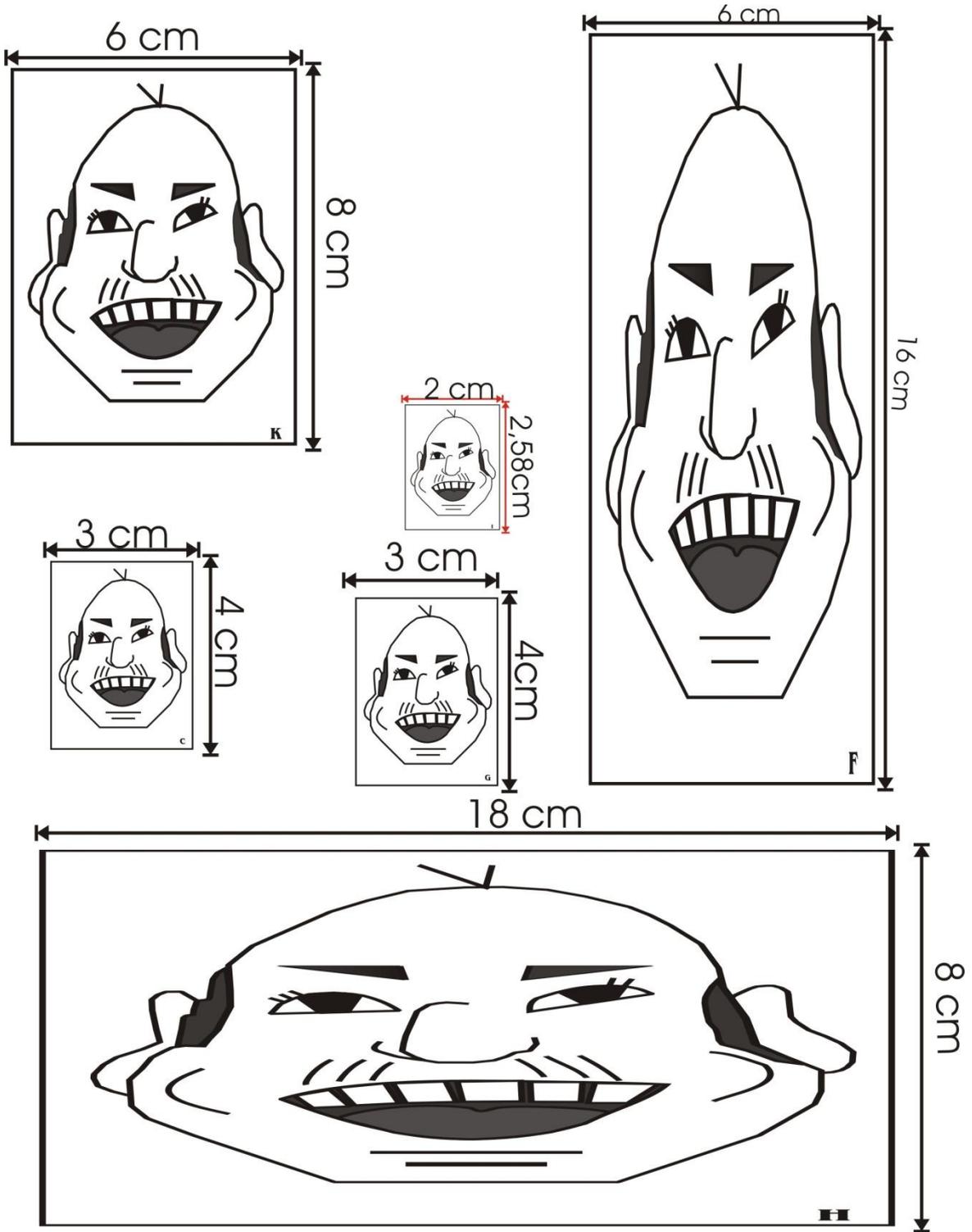
Escojan por grupo criterios que consideran adecuadas para seleccionar los retratos que hizo Gioco y los comparten con los demás compañeros del curso

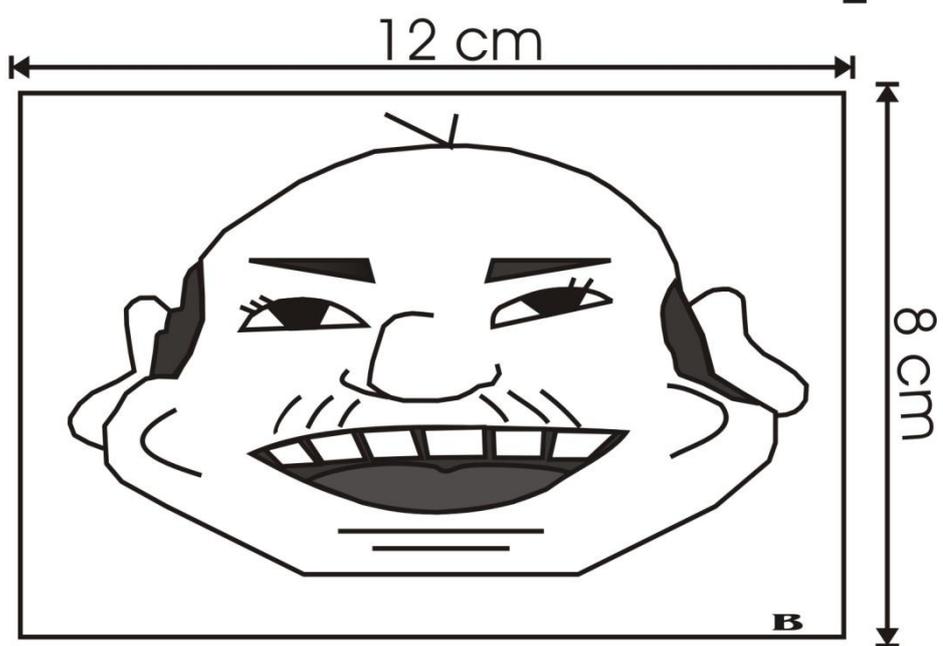
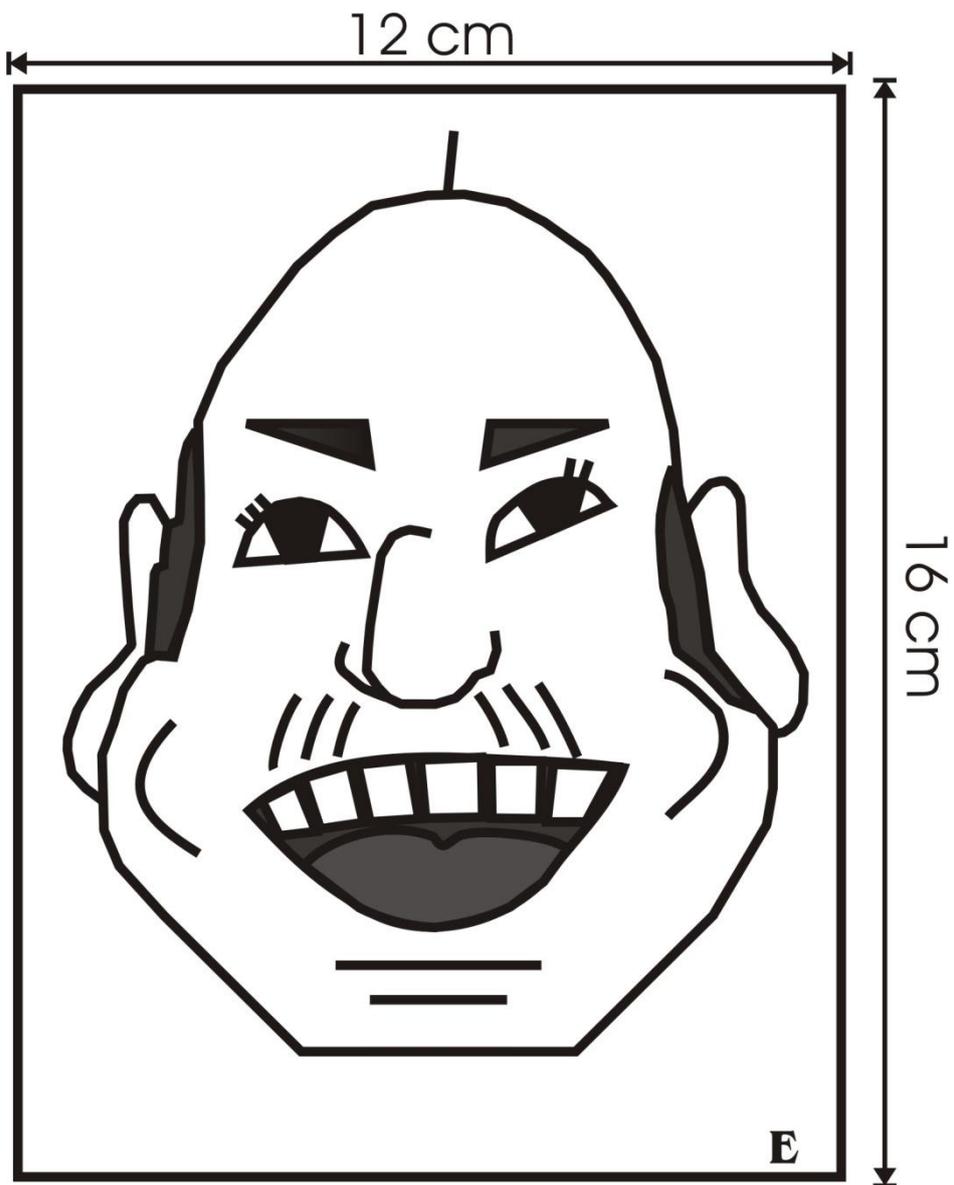
El discípulo de Gioco, retratos del comprador realizó, pero, Gioco algunos no los aceptó. Escribo las razones por las cuales Gioco los rechazó.

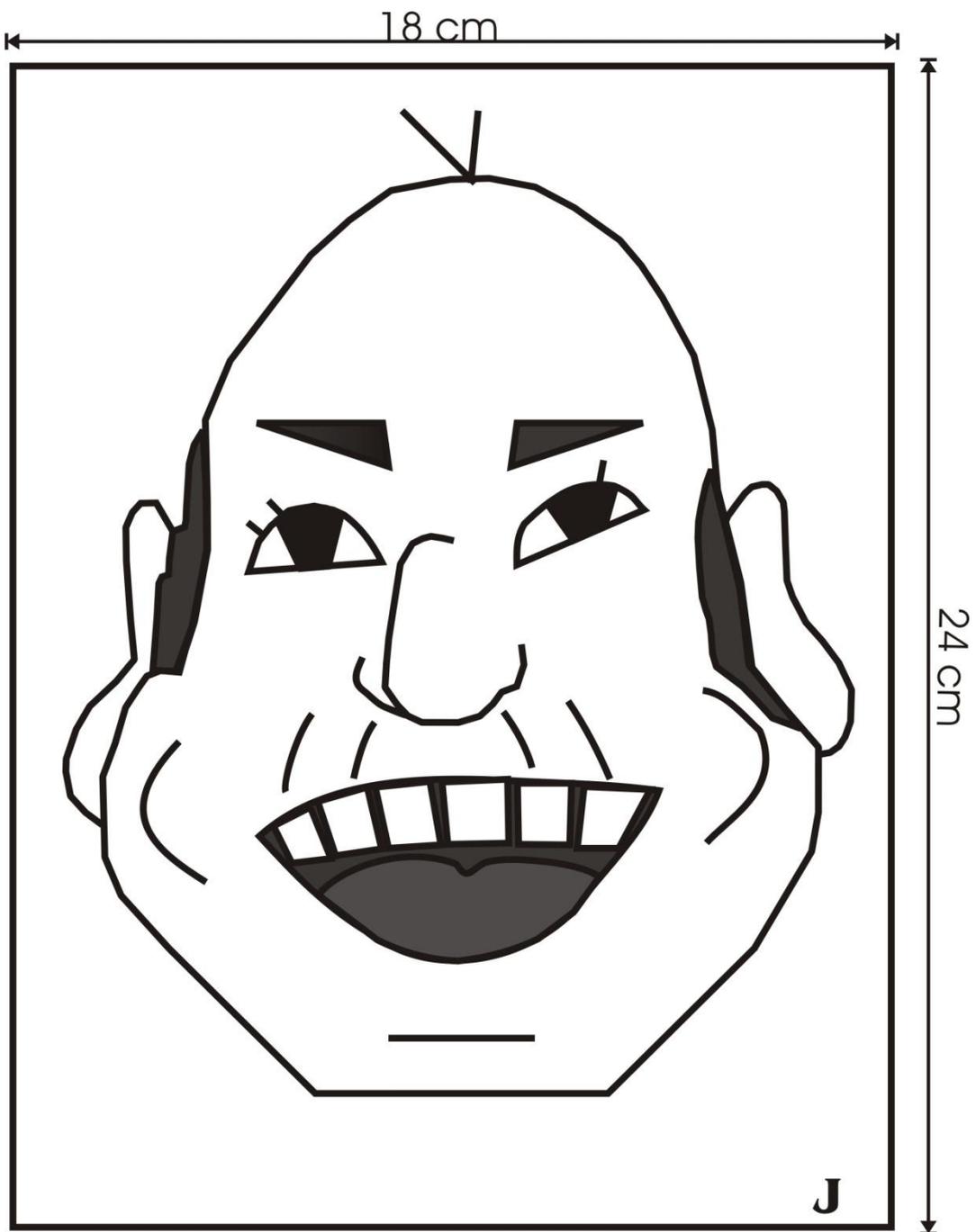
Retrato	Razones
1	
2	
3	
4	
5	
6	

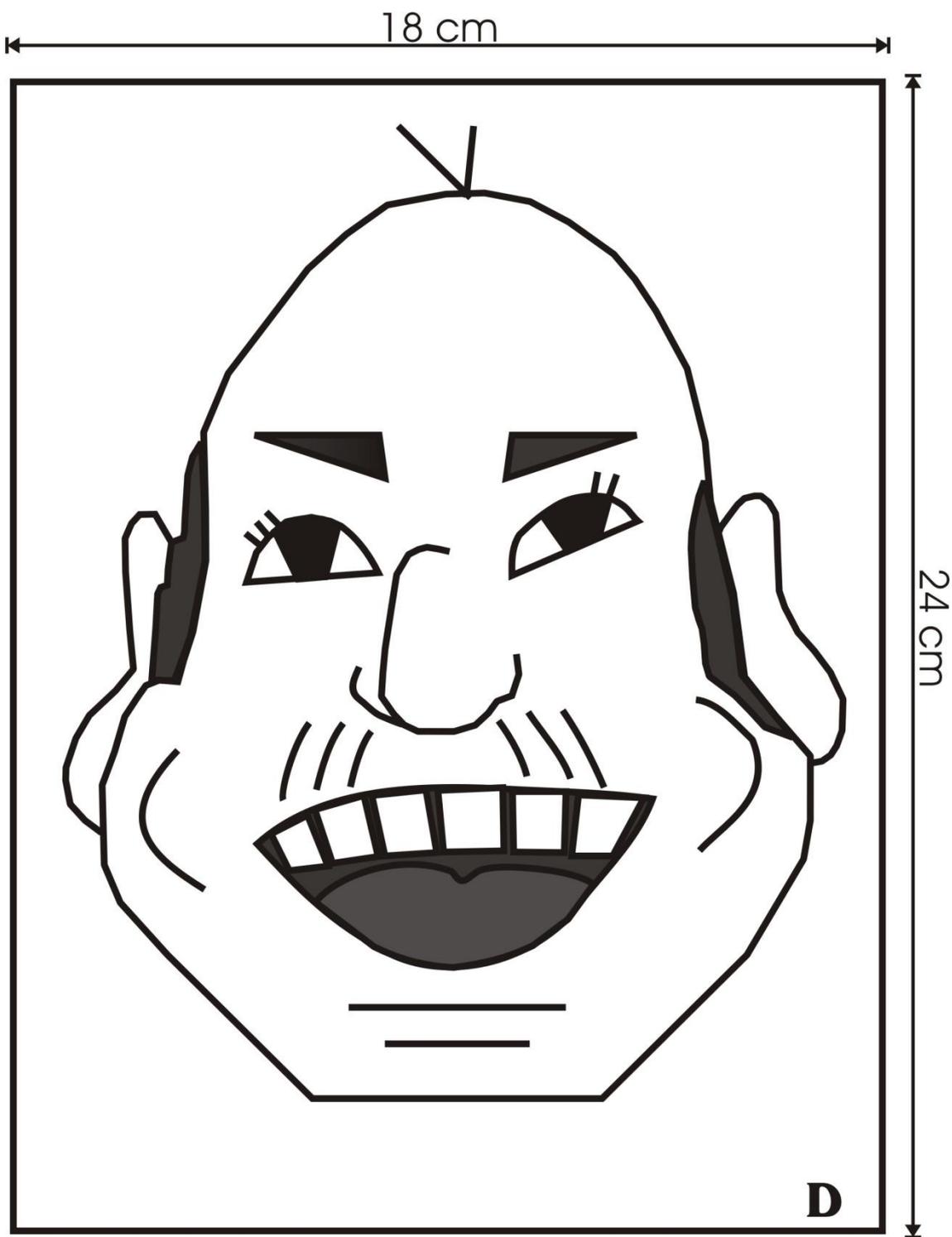
FOTOS DEL PAQUETE







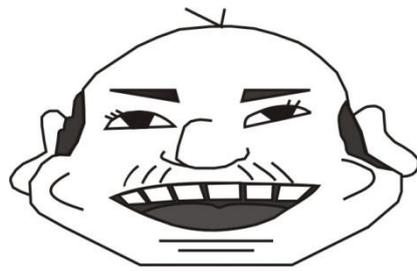




FOTOS PARA LA ACTIVIDA 6
Cara de la hoja 1



Cara de la hoja 2



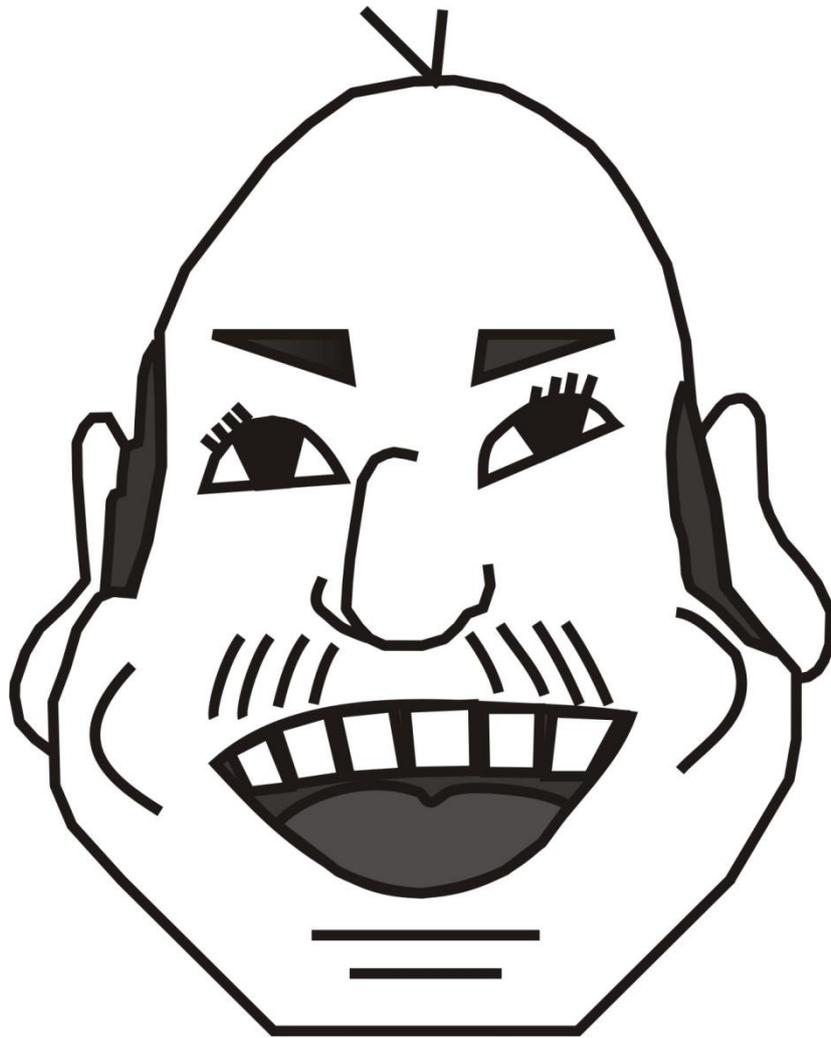
Cara de la hoja 3



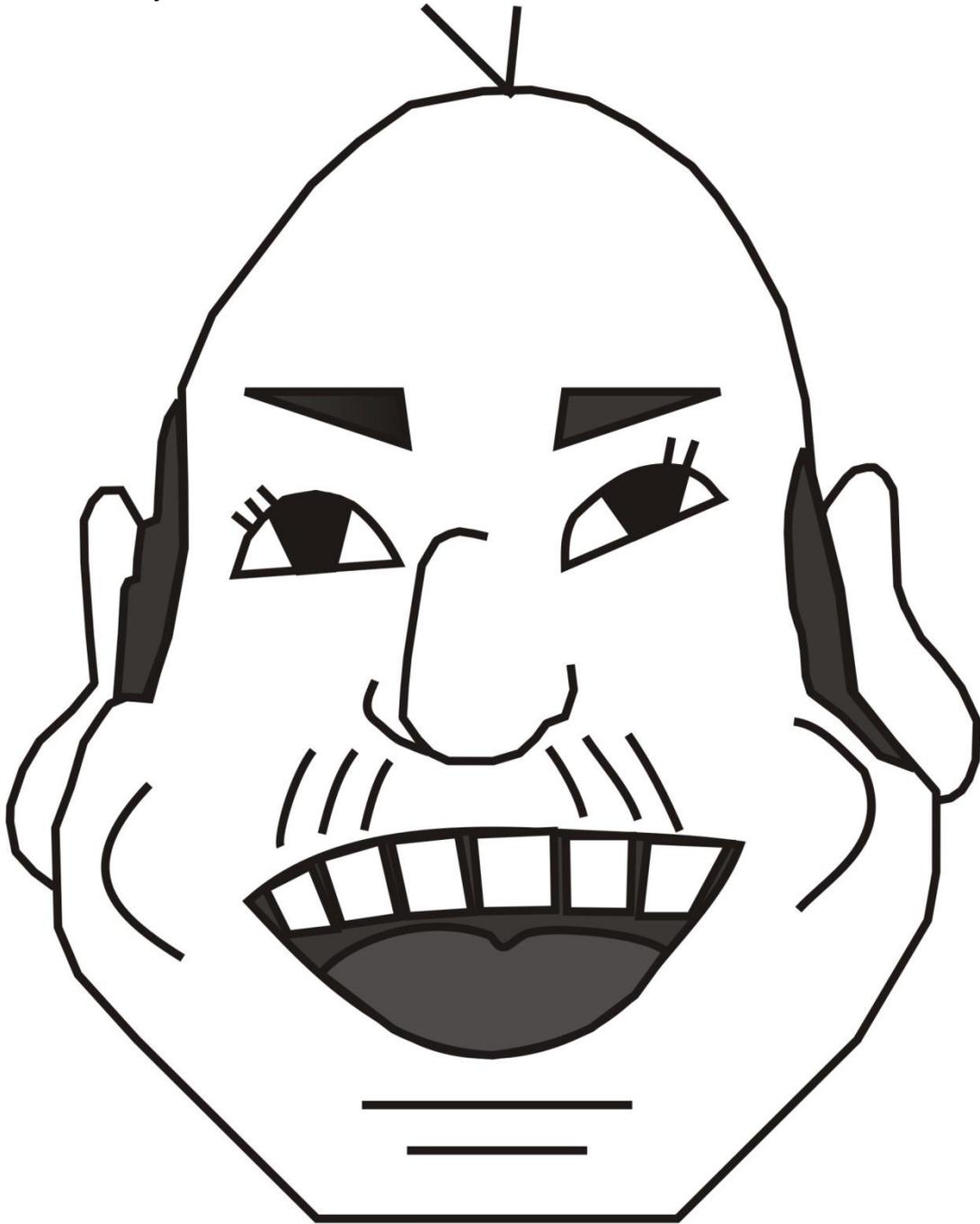
Cara de la hoja 4



Cara de la hoja 5



Cara de la hoja 6



**ANEXO B
PROTOCOLO 1**

Fecha: 27 julio 2006

Se inicia la clase con la presentación de los estudiantes seleccionados del curso 504 para la aplicación de las actividades. Se usa un nombre distinto por respeto a la identidad. Ellos son:

N°	Estudiantes	Edad
1	Kelly	10 años
2	Ana	13 años
3	Cristóbal	13 años
4	Dary	11 años
5	Brian	11 años
6	Jaime	10 años
7	Luz	10 años
8	Nidia	11 años

La profesora entrega a cada estudiante el material para la Actividad 1 y hojas cuadrículadas. Se realiza la presentación del personaje que acompaña las situaciones problema, llamado "Gioco", a través de la lectura de la portada de la cartilla de actividades, de la siguiente manera:

1	Kelly	Gioco, sus manos hábiles eran... [Realiza la lectura del párrafo de la presentación de la cartilla de actividades]
2	Profesora	¿Qué quiere decir?
3	Cristóbal	Él, además de ser pintor, inventaba máquinas
4	Luz	Qué tenía manos muy hábiles
5	Profesora	[Los estudiantes empiezan hablar al tiempo] Recuerden, que dijimos que íbamos alzar la mano para solicitar la palabra.
6	Jaime	Él reducía y ampliaba pinturas
7	Ana	Que a pesar de que las manos de él eran muy hábiles, era pintor y además ampliaba
8	Profesora	¿Tú [Señala a Kelly] ibas a decir algo más?
9	Kelly	Si, que sus manos eran como pinceles o sea con ellas pintaba.
10	Profesora	De acuerdo, entonces estamos hablando de un personaje que es pintor y, ¿qué hacía?
11	Luz	Que pintaba.
12	Cristóbal	Que hacía máquinas.
13	Jaime	Que inventaba.
14	Niños	Inventaba, ampliaba y reducía.

A continuación, la profesora lee la Actividad 1 que consiste en realizar una ampliación y una reducción de la cara de un "Comprador" (En la cartilla de actividades se llama foto A; consulte la página 1, Anexo A). Para ampliar la cara, los estudiantes utilizan la técnica de la cuadrícula y hacen las siguientes intervenciones:

15	Profesora	¿Cuántos retratos tienen que hacer?
16	Jaime	Tres
17	Profesora	¿Por qué dicen que tres?
18	Jaime	La ampliación, la mitad y la reducción, o sea la más chiquitica.
19	Profesora	Sí. ¿Están de acuerdo todos?
20	Kelly	[no contesta la pregunta] Profe, o sea que para ampliarlo hace tres veces ese mismo cuadro
21	Jaime	Como hicimos en tecnología.
22	Brian	Y para reducirlo, la mitad.
23	Profesora	Entonces, ¿cuántas fotos tienen que hacer?
24	Niños	[inmediato] Dos.
25	Profesora	Una qué es... [interrumpen los niños]
26	Niños	¿La ampliación!
27	Profesora	¿A cuánto?
28	Jaime	A 3 cm
29	Profesora	Se dice al triple y no a 3 cm.
30	Luz	Y la segunda a la mitad.

Los niños inician la ampliación de la foto del comprador. Se hacen las siguientes intervenciones:

31	Jaime	[Mide largo y ancho del marco de la foto A.] 8, 24 y 6 y 18. [Enuncia los números en voz alta.] No alcanza.
32	Luz	¿Por qué no alcanza?
33	Profesora	¿No alcanza qué? [La profesora se acerca a los estudiantes.]
34	Jaime	Hacer el triple
35	Profesora	¿Por qué?
36	Jaime	Aquí son 6 cm [Muestra el ancho del marco.] y 6 por 3 son 18 y aquí serían 24. En total entonces no alcanza. [Muestra el ancho de una hoja cuadrícula de tamaño carta.]
37	Brian	Entonces, hágalo así [muestra el largo de la hoja cuadrícula de tamaño carta]
38	Jaime	Por eso, tampoco alcanza.

39	Profesora	¿Le pegamos dos hojas o será que te alcanza?
40	Jaime	[Se ríe y no contesta.]
41	Luz	Si alcanza.
42	Jaime	No alcanza.
43	Luz	¿Puedo hacerlo en centímetros? [Dirigiéndose a la profesora.]
44	Kelly	Profe, ¿puedo hacer por milímetros en lugar de centímetros?
45	Profesora	Si, claro. [Contestándole a ambas.]
46	Jaime	Yo, también lo iba hacer centímetros... mejor lo hago por milímetros

Los estudiantes realizan una cuadrícula, sobre la foto A, cuyas medidas entre las líneas varía; unas de 5 mm y otras de 1 cm. A su vez, hay las siguientes discusiones entre los estudiantes:

47	Jaime	La mitad de 9 es cuatro y medio. [Se está refiriendo a los 9 unidades de un centímetro que le salieron a lo largo de la foto, porque iniciaron la medida, con la regla, colocando el punto inicial en la marca de 1 cm.]
48	Brian	La mitad de 18 [Está refiriéndose a unidades de medio centímetro] es 9
49	Jaime	Da lo mismo.
50	Ana	No, la mitad de 9 es cuatro y medio y la mitad de 18 es 9. Entonces no es lo mismo
51	Jaime	Ah!

Intervenciones profesora, Nidia y Kelly

52	Nidia	Profe, ¿se puede calcar el muñeco?
53	Kelly	No, qué lo debe agrandar, ¿cierto? [dirigiéndose a la profesora.]
54	Nidia	Por eso aquí lo hago grande [Muestra una hoja cuadrículada.] y aquí chiquito. [Muestra otra hoja cuadrículada.]
55	Kelly	Pues, no gaste las hojas.
56	Profesora	Aclaro; tenemos que hacer dos fotos, una el triple del tamaño de la foto original, que es la que tienen acá [muestra la foto A del comprador.]; ¿Qué significa el triple?
57	Kelly	O sea, es hacerla tres veces más grande. Que va a ponerse hacer está misma [mostrando la foto A.] si ésta ya está. [Mueve la cabeza de un lado otro, dirigiéndose a Nidia.]
58	Nidia	Es hacer tres veces la cantidad de cuadritos que dan acá

La profesora, cuando observa que los estudiantes ya están terminando el primer punto, realiza entrevistas sobre la forma cómo resolvieron la tarea:

Docente-Kelly

59	Kelly	16, 17 y 18 [en hojas realiza las cuentas]
60	Profesora	Dime Kelly, ¿qué cuentas estabas haciendo?
61	Kelly	¡Señora! ¿Cómo?
62	Profesora	¿Qué cuentas estabas haciendo? Mejor dicho, ¿cómo empezaste a resolver el problema?
63	Kelly	Primero, hice la cuadrícula de medio centímetro. Después, puse los números del 1 al 16 que dan los cuadritos que había hecho. [Muestra la cuadrícula enumerada a lo largo desde 1 al 16]. Después, acá [Muestra el largo de la cuadrícula que realizó para la ampliación.], puse 16 por tres, como es el triple, entonces 16 por 3, tres veces 16. Entonces da lo largo, es el triple de este largo y el otro es lo del ancho.
64	Profesora	¿Cuánto es de ancho?
65	Kelly	De ancho es 12mm y 12mm, como la hoja está dividida en milímetros, son 12mm y entonces serían 24mm sería... para este lado, y... 48mm de para abajo, para ampliarla 3 veces
66	Profesora	¿Por qué sabes que es 48? ¿Qué hiciste?
67	Kelly	16 más 16 más 16 da 48. [Muestra la cuenta que realizó, que es una suma]
68	Profesora	Para la de 12 que es el ancho, ¿lo qué vas hacer es...?
69	Kelly	Multiplicar 12 por 3, para que me de 24. No mentiras, para que me de el resultado del triple de eso.[Mueve una mano de izquierda a derecha]. Poder identificar el triple de eso.

Docente- Ana

70	Profesora	Ana, ¿qué hiciste?
71	Ana	Yo, aquí dividí la hoja, por medio centímetro [Muestra la foto A con la cuadrícula que ella realizó.] para después, ya tenga el dibujo, guiarme por la cuadrícula. Entonces, voy a multiplicar tres veces 16 que da de largo y 3 veces 12 que da de ancho. Así hago la cuadrícula y así me queda más fácil para hacer el dibujo.

Docente- Luz

72	Profesora	¿Cómo empezaste hacer la tarea?
73	Luz	Primero, yo hice la cuadrícula y luego,... de esa cuadrícula, esto lo agrando por tres acá. [Muestra la cuadrícula que ha hecho ampliada].
74	Profesora	¿Cómo así “-lo agrando por tres”?
75	Luz	O sea, ¿cómo se dice?...lo amplió a tres y me dio..., eh... lo amplio a 3 para que me de acá en la hoja.

Docente-Nidia

76	Profesora	Nidia, ¿por qué cambiaste la cuadrícula?
77	Nidia	Porque...sí
78	Profesora	¿Cómo habías empezado? Aquí hiciste un cambio.
79	Nidia	Acá, yo lo hice por centímetros y no daba [Se refiere al tamaño de los cuadrados de la cuadrícula.] y lo hice por medio centímetro, para que me tuviera que dar toda la cuadrícula. [Muestra la cuadrícula que realizó en la foto A]

80	Profesora	¿No se puede con uno?
81	Nidia	¡Noo!
82	Profesora	¿Por qué no se puede con uno?
83	Nidia	Espere, porque..., tocaría..., o sea..., acá es de 1 [Muestra la cuadrícula que hizo en la foto del comprador.] y yo le iba hacer de 2. Entonces no se podía, tiene que ser, mejor dicho, porque no cabe [Se refiere al tamaño de la hojas donde tenían que hacer la ampliación de la foto del comprador].
84	Profesora	Yo te pase colbón para que agrandaras la hoja, ¿Por qué no lo hiciste ?
85	Nidia	Porque queda mejor así [Muestra el tamaño del cuadrado de 1,5 cm de la cuadrícula que realizó], para que quedara el mismo como ese. [Muestra la cuadrícula que realizó Luz].

Docente-Jaime

86	Profesora	¿Cómo empezaste a resolver la tarea?
87	Jaime	Primero, intenté hacerlo en centímetros pero como vi que la hoja era muy pequeña para hacerlo en centímetros. Entonces, yo lo estoy haciendo en milímetros y como cada cuadrito de la hoja cuadrículada es 5 mm, estoy haciendo sin la necesidad de medir.
88	Profesora	Ah, ya, ¿ahí no mides con la regla?
89	Jaime	No.
90	Profesora	Para saber que era cinco hiciste la cuadrícula en la foto. ¿De cuánto hiciste la cuadrícula en la foto?
91	Jaime	Primero, la hice de 1 cm y luego la hice de 12 por 9, o sea...
92	Profesora	O sea la hiciste de medio.
93	Jaime	Sí, la hice de 12 por 9.
94	Profesora	Si yo hago la ampliación de la cuadrícula de centímetros y si yo la triplicó de la original entonces ¿por qué dices que no te cabe en la hoja?
95	Jaime	Porque sería muy grande.
96	Profesora	Sí, entonces vamos a mirar. Este es 1 cm del lado del cuadrado [Muestra un lado de 1 cm en la cuadrícula que Jaime realizó en la foto A.] ¿cierto?
97	Jaime	Sí. [movimientos de la cabeza]
98	Profesora	Por acá hay un centímetro y por aquí hay otro. [Muestra varios lados de 1 cm en la cuadrícula que realizó en la foto A]. Si lo voy a triplicar, ¿cuánto tengo que pintar acá? [Muestra la hoja cuadrículada.]
99	Jaime	24
100	Profesora	¿24?
101	Jaime	¡Ah, no! 27.
102	Profesora	¿Por qué 27?
103	Jaime	Si, porque si voy a triplicar, si esta medida es de 9 cm [Muestra el largo de la foto A.] y la voy a triplicar entonces 9 por 3 da 27.
104	Profesora	Entonces, ¿esto cuánto mide? [Señala el ancho de la foto A.]
105	Jaime	9 cm.
106	Profesora	9 cm no es.
107	Jaime	6 cm.
108	Profesora	¿Y aquí? [Señala el largo de la foto A.]
109	Jaime	9. ¡Nooo! 8
110	Profesora	Aquí mide 6 [Señala ancho de la foto A.] y aquí mide 8. [Señala largo de la foto A.] Si yo triplico 6 cm, ¿cuántos tengo que triplicar?
111	Jaime	24
112	Profesora	¿Si triplico 8?
113	Jaime	24
114	Profesora	¿O sea que si triplico 6, 24 y si triplico 8, 24? ¿Está seguro?
115	Jaime	¿8 x 3?
116	Profesora	24 y ¿6?
117	Jaime	6 x 3 también da 24, ah no, da 18.
118	Profesora	¿Cuántos centímetros de ancho?
119	Jaime	18.
120	Profesora	¿Cuántos centímetros de largo?
121	Jaime	24.
122	Profesora	Tú dices que no te alcanzaba en la hoja. [Muestra la hoja cuadrículada.] Entonces hiciste por medio. Por medio, ¿cuántos cuadritos pintaste?
123	Jaime	¿Por medio?
124	Profesora	Sí.
125	Jaime	18 [Muestra el ancho de la cuadrícula ampliada.] y así 24 [Muestra el largo de la cuadrícula ampliada]
126	Profesora	¿Seguro? Cuenta
127	Jaime	16. [Después de haber contado el número de cuadrados que salió a lo largo de la foto del comprador.]
128	Profesora	Al triplicar, ¿cuántos cuadritos tiene que hacer en la hoja?
129	Jaime	48.
130	Profesora	Así. [Muestra el ancho de la foto del comprador]
131	Jaime	12. [Cuenta cuadritos de una fila de la cuadrícula que realizó.] Tengo que hacer 36 cuadritos.
132	Profesora	Si yo mido con centímetros y mido por la mitad de un centímetro ¿en el fondo no necesito la misma cantidad de papel?
133	Jaime	Yo, creo que no.
134	Profesora	No, ¿Por qué dices que no?
135	Jaime	Pues si necesito otra cantidad de papel diría que es muy grande, pero si la necesito más chiquita entonces necesito sólo una hoja

136	Profesora	O sea que si yo mido por centímetros la cuadrícula y hago el triple me da más grande ; pero, si mido por la mitad ...
137	Jaime	Me va a dar más pequeño y voy a sacar el triple de los cuadritos más pequeño y me caben en la hoja

Docente-Dary

138	Profesora	Cuéntame, ¿por qué dijiste que era mucho?
139	Dary	Porque yo enumere cada cuadrito. [Muestra la foto A con cada cuadrito enumerado.] Si. Digamos acá veo [pausa] cuántos era cada centímetro de la cara. [Se está refiriendo a la cantidad de cuadritos que le salió al trazar la cuadrícula en la foto.] 
140	Profesora	¿Tú lo hiciste por centímetro o por 5 mm, es decir, la mitad de 1 cm?
141	Dary	No, por 5 mm. Entonces, lo que pasa es que si yo sumo lo que me dio acá [Muestra los cuadritos enumerados de la foto A; parece que se está refiriendo al número de cuadritos.] tres veces, me va a dar mucho... Si de aquí acá da 6 cm [Habla del ancho de la foto A.] y si yo lo hago acá pues me quedaba apenas de 9. [Señala el ancho de la hoja cuadrículada, ya que los cuadrados los realiza de 1,5 cm de lado.] Pero en cambio acá [Muestra el largo de la foto A.] no me quedaba bien porque acá sobra 3 cm. [Se refiere a decir que le faltan 3 cuadritos.]
142	Profesora	Yo no entiendo. Explicame mejor... Hiciste las cuadrículas y estas enumerando los cuadrados.
143	Dary	Entonces, si yo hago tres veces lo que me dio acá [Muestra la foto A que está cuadrículada.], no me va a caer el resultado. Pero si yo hago la cuadrícula del 9, 3 veces 9. 9, 9, 9. [Muestra el largo de la hoja, mueve la mano tres veces]
144	Profesora	¿Por qué te da 9?
145	Dary	O sea 3 veces los centímetros que da acá. [Muestra el largo de la foto del comprador.]
146	Profesora	En total en centímetros aquí es 9. [Muestra el largo de la foto del comprador.]
147	Dary	O sea del 1 al 9 acá [Para medir, usa la escala 1 a 9; no empieza desde el cero.] me da 9. Entonces yo le hago 3 veces 9.  
148	Profesora	¿9 qué?
149	Dary	9 cm.
150	Profesora	Nueve no. [Explica el uso de la regla] No se inicia desde uno; para medir se inicia desde cero, porque aquí mide 8 cm de largo... ¿Cuánto mide de ancho? A ver si me entendiste.
151	Dary	Allá, o sea que se empieza desde cero. Seis.
152	Profesora	Siempre parto de cero, cuando estoy midiendo con la regla.
153	Dary	Seis; pero entonces yo divido 3 en 8 y no me da el resultado
154	Profesora	¿Por qué tienes que dividir?
155	Dary	Para ver cuanto me da. A ver si puedo hacer, [silencio] y si le hago multiplicación, si yo lo voy hacer digamos de 12, 6 y 6 [Muestra el ancho de la foto del comprador.] y acá lo hago de 24, [Muestra el ancho de dos hojas cuadrículadas unidas; se refiere a realizar 24 cuadritos de 1,5 cm.] como hizo Jaime, de 24, pero no me da la mismo.
156	Profesora	No te da lo mismo, ¿de qué?
157	Dary	De acá, [Se refiere al tamaño del marco de la ampliación.] de la respuesta.
158	Profesora	No, porque si tu tienes las cuadrículas en centímetros, me va a dar distinto. Si yo hubiera hecho las mitades, me queda diferente la ampliación.
159	Dary	Me da el mismo resultado pero más grande.... Cuando uno le va hacer más alto o sea en triplicar lo que hace es ser más alto o sea triplicar no alcanza.

Docente- Cristóbal

160	Profesora	Cristóbal, dime qué estas haciendo. ¿Cómo pudiste hacer el primer punto que era hacer la ampliación de la foto?
161	Cristóbal	Yo empecé a hacerlo, pero me toco borrarlo porque aquí da 18 cm y no me alcanzaba y él [Señala a Jaime.] me dijo que estaba mal. Me dijo que era 12 por 9; entonces yo lo hice igual que él.
162	Profesora	¿Qué es 12 por 9?
163	Cristóbal	Porque acá es 6 cm
164	Profesora	No, hay 12 cuadritos.
165	Cristóbal	Sí, pero de centímetros hay 6 y entonces multiplique por dos y me dió 12. Y acá 8 y multiplique por dos y me dió 16.

Cuando se estaban realizando estas entrevistas, los demás estudiantes iban terminando los puntos uno y dos de la actividad 1. Se realiza un comentario general sobre las cuadrículas debido a que los estudiantes estaban haciendo comentarios acerca de si retienen las líneas de toda la hoja cuadrículada o las que necesitaban.

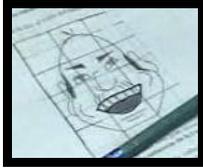
166	Profesora	Miren que ustedes han tenido el mismo inconveniente para todo el problema. Es que ya hicieron la cuadrícula pero no la saben usar. Es cierto que una técnica para ampliar y reducir es la cuadrícula. ¿Qué características tiene la técnica de la cuadrícula que han visto?[Jaime alza la mano y se le da la palabra.]
167	Jaime	Que debemos tener las mismas medidas
168	Profesora	¿Cómo así que las mismas medidas?
169	Jaime	O sea las mismas medidas pero 3 veces más grandes. Digamos si es de 12 por 9, la parte de 12 pasa a 36 y si es 9, la parte de 9 pasa a 27.
170	Profesora	Él dice [Muestra a Jaime.] lo siguiente: que la misma medida se amplía 3 veces. El problema es que ellos ya hicieron la cuadrícula. Como dice Kelly, “El problema es que yo miro mi cuadrícula [Hizo el marco tres veces más grande; pero no hizo los cuadrados de 1,5 cm de lado sino de 0,5 cm.] y me pasa que el cuadrado me queda del mismo tamaño. No me esta ampliando. ¿Cómo hago para ampliarlo?” 
171	Ana	Yo ya se cómo. Aquí ya tenemos la cuadrícula y acá tenemos en el dibujo, esta parte de 2 cuadritos, que es pequeñito, aquí sí lo hacemos de 2 cuadritos también, pero es más grande, y ya no va a quedar de la misma medida. Y aquí ya tocaría ampliarlo al triple. [Kelly alza la mano.]
172	Profesora	Nelly [para darle la palabra].
173	Kelly	Lo que entiendo es que si acá estoy dejando dos cuadritos [Muestra los cuadritos de la foto A.] entonces como es el triple tomo 6.
174	Luz	No es menos complicado hacer esta cuadrícula. Yo haría solo la cuadrícula haciendo éstas [Amplía la longitud tres veces por unidad de la longitud del ancho del marco.] pero da 6 [número de cuadrados de ancho de la foto A y del marco de la ampliación.] y después de 8 [Muestra el largo de la hoja.] para hacer el cuadrado 
175	Profesora	Luz está dando otra alternativa y no la escucharon... Luz ¿cuál es la alternativa?
176	Luz	La alternativa es no hacer todas estas rayitas [Muestra las líneas de la hoja cuadrículada] y hacer una de éstas representando cada uno de los cuadritos.
177	Profesora	A ver si se entendimos a Luz. Ella dice: que un cuadrado es igual a los otros y como todos tenemos una cuadrícula parecida, si ese es un cuadrado, lo que esta haciendo es ampliarlo tres veces 1, 2, 3 en una sola línea. En la otra hace lo mismo y se obtiene un cuadrado más grande de tres cuadrados por tres cuadrados. Esto se repite con todos los cuadrados de la cuadrícula. [Muestra la cuadrícula de Luz.]
178	Dary	Yo lo estoy haciendo distinto, o sea, yo lo estoy haciendo igual de centímetros por tres por tres, sino que yo lo estoy haciendo de 6 y 6 y 6 me da 12 sino que no me alcanza la hoja. [Ella pego dos hojas cuadrículadas].

Los estudiantes continúan realizando la actividad, unos los de la ampliación y otros los de la mitad. Luego se hace la primera pregunta de la actividad 1 a los estudiantes (ver cartilla de actividades), pero los estudiantes se dedican a explicar cómo usan la cuadrícula para realizar el dibujo.

179	Profesora	Hay una pregunta que quiero que me la contesten. ¿Por qué puedo asegurar que mi primer dibujo es una ampliación al triple de la foto? Escriban en la hoja la respuesta. [Luz llama a la profesora para explicarle la forma cómo usa la cuadrícula.] Luz me esta explicando porque dibuja la ceja ahí y no en otro sitio.
180	Luz	Aquí el cinco. [Muestra la línea 5 de las horizontales que hizo en la cuadrícula del comprador.] La rayita de abajo, [Muestra la línea recta de la ceja izquierda del comprador.] la rayita de abajo va en este punto. [Muestra la línea 5 de las que hizo en la cuadrícula ampliada.] y 4 al lado de allá. [Muestra la línea 4 de las verticales en ambas cuadrículas.] Por eso aquí empezamos el punto de la ceja y con eso hago las partes del dibujo.
181	Profesora	¿Cómo dibujas las partes del dibujo con la cuadrícula? Por ejemplo, ¿cómo dibujaste la ceja, en ese sitio?
182	Jaime	Porque aquí esta en tres y medio con tres y medio también [Muestra las líneas tanto horizontal como vertical que pertenece a la numeración de la cuadrícula del comprador.] y entonces aquí es tres y medio también. [Muestra las líneas horizontal como vertical de la cuadrícula ampliada.]
183	Profesora	Entonces así hiciste con todas las partes del dibujo.

Hay unos estudiantes que inician la elaboración del dibujo de la reducción de la foto del comprador a la mitad. Igualmente, la profesora indaga la forma cómo lo realizan.

184	Jaime	Aquí la ampliación... la duplicación era 6, la mitad son 3. Entonces hago tres cuadritos grandecitos [Muestra el ancho de la foto del comprador.] y la ampliación era 8. Entonces la mitad de 8 son 4. [Muestra el largo de la
-----	-------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

		cuadrícula de 1cm que realizó en la foto del comprador.] Ya no quedan chiquitos sino más grandecitos aquí en la hoja. [Muestra la hoja que va a trabajar.]
		
185	Profesora	[Luego, la profesora lee la respuesta de Jaime sobre la pregunta acerca de cómo puede asegurar que es el triple de la foto.] Para asegurar que es el triple de la foto es tres veces más grande que el original. ¿Qué significa, para ti, tres veces?
186	Jaime	Tres veces más grande es cómo multiplicar un número por tres.
187	Profesora	¿Qué números estás multiplicando por tres veces?
188	Jaime	Los números de la cuadrícula
189	Profesora	¿Cuáles números?
190	Cristóbal	Cada cuadrito por tres.
191	Profesora	¿Cómo así, cada cuadrito por tres?
192	Cristóbal	Así, porque cada cuadrito por tres significa que lo vuelvo tres.
193	Profesora	Este cuadro, [Muestra el marco de la foto del comprador.] ¿amplificó el largo o ancho, o ambos lados? ¿Por qué lo hacen así a ambos lados?.
194	Cristóbal	Ambos lados
195	Profesora	¿Por qué ambos lados? Si yo lo hago en uno, ¿será que ya no sirve? , ¿No? Y ¿por qué?
196	Jaime	No. La idea es triplicar todo el cuadro [Muestra el marco de la foto.] y si triplico sólo una parte, una me quedaría igual y otra triplicada.

Se termina la sesión de clase, solicitándoles que revisen lo que realizaron de la ampliación; decidan si es realmente correcta y que aquellas personas que no han terminado realicen en la casa el dibujo de la foto del comprador. Igualmente, se les pide a los estudiantes que contesten las preguntas que están en la actividad 1.

**ANEXO C
PROTOCOLO 2**

Fecha: 3 agosto 2006

Se inicia la clase, realizando preguntas sobre cómo utilizaron la cuadrícula para realizar la ampliación o la reducción

1	Brian	Guiarse por los cuadritos y por los números. Uno por ejemplo hacia en la cuadrícula de la primera hoja lo que teníamos que hacer, yo hice unos cuadritos. Entonces cuando necesitaba algo contaba por ejemplo el numero 26 y ahí hacia la rayita o lo que me tocaba hacer.
2	Ana	Pues uno, para que nos quede completo, tenemos que hacer la cuadrícula. [Muestra la cuadrícula de la ampliación.]. Depende de los números que sean, por ejemplo, si uno hacia de diferente la cantidad de cuadros que uno usaba aquí [Muestra la cuadrícula que realizó en la foto del comprador.], pues ya no había quedado más pequeño, los ojos grandes en fin nos iban a quedar mal y también guiarse con los números de los cuadros.
3	Kelly	Digamos que uno hace la cuadrícula de medio centímetro en la hoja [Muestra la foto del comprador.]. Entonces la hoja la dejaba así o tocaba ampliarla tres veces, o sea eran tres veces [Moviendo las manos] Entonces digamos que el medio centímetro era un cuadrito, también acá [muestra la cuadrícula que realizó para la ampliación.] en vez de un cuadrito de medio centímetro era un cuadrito de centímetro y medio. Entonces, digamos que en el medio centímetro está un pedazo de cara, entonces se va a dibujar en centímetro y medio y va a estar al lado de acá como apareció en la foto.

La profesora realiza el comentario sobre el acto de escuchar lo que el compañero dice y respetar el orden asignado, que lo indica el docente, para comunicar su posición o sus opiniones ante el grupo. Se inicia la socialización de la respuesta a la pregunta: ¿Por qué puedo asegurar que mi primer dibujo es una ampliación al triple de la foto? Por cada intervención la profesora le pregunta al grupo si están de acuerdo o tendrán alguna pregunta para la persona que habló; la mayoría de veces a la primera pregunta contestaban que sí y a la segunda pregunta contestaban que no.

4	Jaime	[Leyendo] Podemos asegurar que es el triple de la foto, porque es tres veces más grande en milímetros que la original.
5	Kelly	Pero, ¿por qué?.
6	Jaime	Porque... ¡se me fue la paloma! ... Si en la hoja original un cuadrito es de cinco milímetros en la otra tendría que hacerlo de centímetro y medio.
7	Kelly	[Inmediatamente] Sí, porque yo lo hice así.
8	Luz	[Se le asigna la palabra y leyendo.] Porque yo lo hice la medida correcta y bien hecha.
9	Jaime	¡Uy! Yo no respondí así. [Hablan otros niños al tiempo, negándole lo que leyó Luz.]
10	Luz	Pues si, , porque es que yo cogí mi foto original y la agrande aquí los 3 que tocaba agrandarla, entonces ahí me quedo bien. Porque yo también la hice al pie de la original así como usted estaba diciendo [señalando a Jaime]. Yo miraba entonces la ceja y ponía la rayita de la ceja. La A [Señala en la foto original.] y yo ponía la rayita de la A. [Señala en la ampliación que realizó.]. Por eso puedo asegurar que mi primer punto esta bien. Pero me equivoque un poquito en los dientes.
11	Profesora	Jaime iba a preguntar algo
12	Jaime	Es que ahí no decía si podía asegurar si la foto esta bien, si no que le están preguntando ¿cómo puedo asegurar si la foto es el triple de la original?
13	Kelly	[Inmediatamente, interrumpe Kelly.] ¿Por qué es el triple de la original?
14	Jaime	[Termina la anterior intervención.] ¿No sí está bien?
15	Luz	Porque yo lo hice agrandándolo, como tocaba agrandarlo, tres veces más grande entonces yo sé que esta bien. Que está a la medida del dibujo.
16	Dary	[Se le asigna la palabra y no lee y observa unas palabras de la hoja.] Porque es que en la parte de arriba hay seis y lo que mide son seis y entonces...
17	Profesora	¿Seis, qué?.
18	Dary	6 cm. Entonces yo lo hice tres veces, el triple, o sea más largo [Señala en el aire, una línea horizontal.] y los del lado que eran ocho [Señala una línea vertical.] yo hice lo mismo. Entonces yo hice los cuadritos y me dio el resultado, que fue tres veces más grandes
19	Profesora	¿Cuál es? Muestra la tarea..
20	Dary	[Muestra su trabajo y dice.] Esta, digamos que aquí yo le hice tres veces más grande [Señala el borde superior del rectángulo de su dibujo.] y aquí lo mismo. Así pude hacer el señor, o sea cada cuadrito lo hice de 3cm. 
21	Brian	[Lee su trabajo después de indicar que no lo quería hacer.] porque sé que puedo, por eso me pusieron hacer esto.
22	Profesora	¿Cómo así? Explícanos bien, ¿qué querías decir?
23	Brian	Que usted pensó que nosotros podríamos hacer ampliación tres veces de lo que esta aquí en la foto, por eso usted nos puso hacer esto.
24	Profesora	¿Están de acuerdo?
25	Kelly	[Inmediatamente, habla.] Esa no era la tarea, pero yo si le entendí.
26	Luz	Esta bien lo que él dijo; pero, la pregunta no concuerda con la respuesta que hicieron.
27	Profesora	¿Usted esta de acuerdo Kelly?, que hace rato está que habla.
28	Kelly	Ahora, no, que no era la pregunta..., que yo si le entendí lo que dijo. Que él pensó que la tarea era esa, [Cambia

		de inmediato, moviendo la cabeza.] que la pregunta era ¿Por qué crees que éstas haciendo esto? Algo así y entonces Brian respondió porque si estamos acá haciendo esto y nos eligieron para hacer esto, es porque lo podemos hacer, o sea que si nos eligieron a nosotros éramos porque lo podíamos hacer.
29	Ana	[Leyendo.] Puedo asegurarlo que la foto que Gioco mando a hacer era de 16 mm y entonces cuando él la recibió dijo que estaba quedando bien, pero lo mandó hacer al triple de esa medida o sea de 48 mm de largo y 36 de ancho.
30	Kelly	[Se le asigna la palabra y lee.] Yo creo que el dibujo es el triple del normal porque este es 3 veces más grande que el normal o sea triplicado.
31	Profesora	[Como la profesora observa que los niños no comprendieron lo que leyó Kelly; se le exige a ella, que explique su respuesta.] Explícate mejor
32	Kelly	La pregunta es: ¿por qué yo creo que mi dibujo es el triple de lo normal? Porque es tres veces más grande que la propia original. Porque mandaron a triplicar la foto de la foto que habían entregado normal; pero que Gioco, iba a triplicar. Si entonces es tres veces más grande, lo puso tres veces más grande.
33	Profesora	Cristóbal [Para que leyera su respuesta.]
34	Cristóbal	Se me perdió la hoja
35	Profesora	No importa, de acuerdo a lo que has escuchado de los compañeros puedes contestar la pregunta [Kelly interfiere y le enuncia la pregunta.]
36	Cristóbal	Porque... eh! Cuando lo hicimos acá, yo iba hacer el triple de ésta [Muestra la foto del comprador.] pero Jaime nos dijo que nueve cuadritos era como un centímetro entonces lo empecé hacer así no más y después me puse hacer la siguiente actividad

La discusión se realiza entorno a una nueva pregunta: Si todos tenemos la misma foto del comprador, ¿cuál es el tamaño de la foto y si todos la ampliamos al triple ¿cómo queda esa ampliación? La mayoría contesta la primera pregunta que 12 cm y 16 cm (refiriéndose al número de cuadrados de medio centímetro que hay tanto en ancho como en largo) pero se aclara que es 6 cm y 8 cm. En cambio, para la segunda pregunta, surgió:

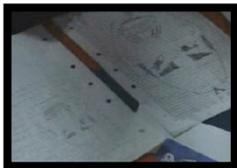
37	Profesora	Sí todos triplicamos el tamaño de la foto de 6cm por 8 cm ¿cómo nos queda esa ampliación: igual o distinta? Todos tenemos la ampliación, ahí, ¿cierto? ¿Cómo nos quedaría si hacemos la ampliación al triple? [Asigna, el orden de dar la palabra]
38	Dary	Nos quedaría igual. O sea, pero no la misma medida. Porque si son tres veces más grande entonces es la misma foto y no la misma medida, si no que el tamaño es más grande. [Silencio] Digamos la parte de arriba y la parte del lado son tres veces más grande; pero la misma cosa, la misma medida.
39	Luz	Yo quiero aclarar algo. Dary quiso decir, que quedaría igual el dibujo; pero, con una medida más grande. [Eh! Silencio] Porque, es como ésto [Muestra el dibujo de un compañero.]. Él hizo el dibujo completamente igual pero con la medida más grande. Si vemos éste ojo, este ojo esta ahí y es igual, pero con la medida más grande.
40	Dary	Espere yo explicó otra cosa. Y también la medida de aquí [Señala el largo del marco de la foto A.] es igualita a está [Señala el largo de la ampliación.]. Sino que acá [Señala la foto A.], por lo que es más pequeña tiene que hacer los cuadros más pequeños, y acá [Señala la ampliación.] son más grandes pero la misma medida.
41	Jaime	Yo creo que queda igual, queda la misma foto, el mismo retrato, es idéntico a la original; pero, queda más grande y quedaría con 18 centímetros de ancho y de largo con 24 centímetros.

Luego, de realizar el sondeo por lo que se estaba preguntando, se continúa, con la indagación sobre si las ampliaciones eran distintas o iguales.

42	Kelly	Profé, Pues lo de nosotros, la foto de cada uno, yo he visto que es diferente, puesto que...
43	Profesora	¿Cuál foto? Ésta es la foto [Muestra la foto del comprador.] y éste es el retrato [Muestra una ampliación.]
44	Kelly	El retrato de la foto, todos tenemos el retrato y a todos tendría que darnos la misma cosa. Tenemos la misma medida de la foto, pero a todos nos quedó diferente el retrato.
45	Profesora	¿Por qué a todos les quedó diferente el retrato?
46	Kelly	Porque todos no lo hicimos igual, o sea todos no observamos bien. Unos que lo hicieron bien y otros que quedaron cerquita. Digamos el ojo iba acá en el 8 y 9 [Muestra un cuadro de la cuadrícula ampliada.], y otros no se dieron cuenta cómo iba el ojo; por eso, lo colocaron más para acá. Entonces todas las caras son diferentes [Corrige de inmediato.]. Todos los retratos que hicimos nosotros son diferentes a los del compañero, porque se pone uno a mirar y ninguno es igualito al otro. Porque todos resultan diferentes.
47	Jaime	Yo digo que no todas quedan iguales. Porque yo lo hice en milímetros mientras que algunos compañeros lo hicieron en centímetros.
48	Profesora	¿Ya por eso es diferente?
49	Jaime	Sí. la medida de las grandes son iguales porque son el triple; pero, ¿yo no sé cómo explicarlo?
50	Profesora	¿Cómo así?
51	Jaime	No se como explicarlo, ... Si ella lo hace en centímetros le va quedar más grande que la mía, y es el triple. Pero, yo la hago en milímetros no me va a quedar igual a la de ella, pero es el triple.
52	Ana	Puede que sea igual o distinta. Porque, si por ejemplo yo veo la foto y hago el dibujo del retrato acá en esta hoja; o sea, el mío si me va a quedar igual a ésta [Señala la foto del comprador.], pero no concuerda con la de mi compañero; porque yo sé que a mi compañero tiene diferente observación al dibujo; o por ejemplo, Kelly tiene su dibujo y es diferente al mío. Porque ella tiene diferente observación y ya por eso, serían distintos entre ella y yo, igual la mía [La ampliación que ella realizó.] con la mía [Se refiere a la foto del comprador.]
53	Kelly	Yo digo que lo que dijo Jaime es mentira. Porque él dijo que el dibujo de él iba a ser más grande, porque lo hizo en centímetros; pero no, porque si yo lo hago en milímetros es lo mismo que hacerlo en centímetros. Si mide 6 cm y 8 cm y se tomo la mitad de un centímetro va dar la misma. No ve que 1 cm es 10 mm. Si lo vemos por las líneas son muchas; pero son iguales.
54	Jaime	Yo digo que no va a dar la misma medida. Como ejemplo, digamos si 1 Km tiene 1000 m y en milímetros serían 100 cm pues 1 Km no podría ser 100cm. Si 1 Km tiene 1000 m; si ella hace 1 Km en milímetros le daría 100 m, entonces eso no es 1 Km., no da la misma medida.

55	Kelly	Profe, es como dijo el profe Dieguito [profesor titular de matemáticas], dice que 10 milímetros son 1 cm. Serían lo mismo que... [Señala a Jaime.], ¿cuántos metros? [La profe aclara que 1000m equivale a 1 Km]. Bueno serían lo mismo que 1000 m es 1 Km porque si yo digo que 10 mm serían 1 cm; si yo tengo 6 cm voy a tener 12mm [Se está refiriendo a medio centímetro no a milímetros.]; porque es la mitad 6 y 6, 12. Si yo tengo 12, se va tener 1 cm como 2.
56	Dary	No van a ser iguales, porque el cachete va a estar en 5 [Señala la línea 5 horizontal de la cuadrícula trazada en la foto del comprador.]. Aquí no va en el 5 [Muestra una ampliación de un compañero.]. Ya es distinto, lo que hicieron ellos dos. Y no todo va estar en el mismo dibujo. Como aquí [Muestra la ampliación de otro compañero.] digamos el cabello está en 3 y aquí [Señala, en otra ampliación.] está en el 3 o en el 4. O sea no están iguales.
57	Brian	No están iguales

La intervención de Dary enfoca el problema que se estaba tratando de analizar en los dibujos ampliados por los estudiantes; pero, se altera la discusión de Jaime y Kelly, la cuál se vuelve a retomar.

58	Kelly	Es como Jaime dice, quedaría más si se mide con centímetros, la amplía más con centímetros, si esta foto da 16 cm, como yo lo medí acá [Señala el largo de la foto del comprador, de Brian.], ¿cuántos es que le da a usted? 8 y 8 16 como ésto no va a dar más. Porque está en centímetros es la mitad de 1 cm, entonces 16 cuadrados son 8 cuadrados
59	Jaime	Yo diría que esta ampliación [Señala una ampliación cuyos cuadrados son de 0,5 mm] y ésta [Señala otra ampliación cuyos cuadrados son de 1.5 cm] o sea que está al doble mayor que ésta. Porque está en centímetros y está en milímetros. 
60	Kelly	O sea la ampliación que usted hizo es igual a mi ampliación [Ubica sobre la mesa tres ampliaciones cuyas cuadrículas coinciden en el tamaño del borde]. Debe ser igual la cuadrícula, porque el dibujo no todos lo hacen igual. Porque si usted mide en milímetros, digamos yo mido en milímetros y me dio 16.
61	Ana	Por ejemplo, Jaime y Kelly se ponen de acuerdo. Él dice que 1 Km tiene 1000 m, o sea, cambiando eso, 16mm [Refiriéndose a 16 centímetros y medio.] y 8 centímetros van a dar lo mismo porque 8 centímetros tienen 16 mm [refiriéndose a 16 centímetros y medio.]. Van a dar la misma cantidad con diferente medición.
62	Kelly	[Aclarándole a Ana] 16 unidades de mitad de centímetro.
63	Profesora	Bueno, ¿con quién estás de acuerdo?
64	Ana	Con los dos. Por ejemplo, Jaime toma la decisión de 8 centímetros porque 8 centímetros tienen 16mm y 16mm tiene 8 centímetros
65	Profesora	8 centímetros no tienen 16 mm ¿Cuántos tiene?
66	Brian	8 cm tiene 80 mm
67	Kelly	No es igual la opinión de nosotros. Él dice que no va a dar igual si mide en centímetros o si va a medir en milímetros; pero yo digo que si va a dar igual siempre. Si se mide en medio centímetro o si se mide en centímetros. Yo digo que va a dar igual.
68	Jaime	Yo ya le entendí a Kelly, pero ella no me entiende a mí.

A pesar de la discusión, los estudiantes Jaime y Kelly se mantienen en la misma posición. La profesora ubica las ampliaciones realizadas por los estudiantes en la mesa y pregunta: Si todos hicimos las ampliaciones, ¿nos tendría que quedar las ampliaciones iguales o distintas o del mismo tamaño o de diferente tamaño?

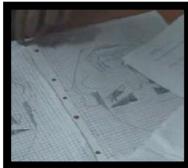
69	Dary	O sea todas van hacer del mismo tamaño. Yo creo que todas tienen el mismo tamaño y hay unas personas que las hicieron distintas a otras, sino que ellas la hicieron con los cuadritos más pequeños y otros grandes de 3 cm, como yo; pero ellos van a tener el mismo tamaño.
70	Kelly	Yo digo que queda igual la cuadrícula sea en centímetros o milímetros. Pero, el retrato no queda igual. [Silencio] porque eso [Señalando el marco de la ampliación.] le ayuda a uno la regla. Pero la gente que no sabe, o sea, pueden que no observen bien, digamos a mí, me pudieron quedar mal unos pedazos. O a él le pudieron quedar las pestañas muy largas. Pero tocaba observar bien, porque si uno mide de acá a acá [Señalando la ceja de la foto del comprador.] la ceja eran dos cuadritos. Por eso hay que observar bien; por eso es que la cuadrícula queda igual y el dibujo queda diferente. Sí, es el triple porque 2 y 3 [Hace coincidir el largo de la foto del comprador con el largo de la ampliación que ella realizó y lo recubre exactamente tres veces.] y por el otro lado 1, 2 [Voz baja] y 3 [Voz alta. Realiza el recubrimiento a lo ancho.]. 
71	Ana	Puede que las hojas sean iguales y de la misma medida con milímetros y otras con centímetros [Muestra los bordes de las cuadrículas que los compañeros realizaron para la ampliación.]; o sea, la medida es igual pero los dibujos no. Por ejemplo, que Luz hubiera hecho los dientes donde no concuerde el número [Muestra el cuadro de un diente de la foto del comprador.] y puede que Kelly si hubiera hecho donde si concuerda el número. Nos

		quedaría igual la medida pero el retrato ⁴⁰ no.
72	Luz	Yo creo que si todos tuviéramos la misma medida y la misma foto[Refiriéndose a la foto del comprador] entonces a todos nos debería quedar igual, porque para todos es la misma pregunta; para todos es la misma ampliación. Entonces todas tienen que quedar igual. Ahora la cosa es que digamos que yo y Nidia nos haya quedado muy diferente el retrato ya es otra cosa, porque de pronto, una o la otra no hicimos bien, como tocaba hacerlo aquí. Ahora, si todos lo hubiéramos hecho bien, a todos nos hubiera quedado bien, igualítico, porque todos nos tocaba hacer lo mismo.
73	Profesora	¿Estás de acuerdo con lo que dice Kelly? Kelly decía que no importaba si se hacia la medida en centímetros o en milímetros pero a todos nos debería quedar del mismo tamaño
74	Luz	Eso si..., no, no...
75	Kelly	Nos debería quedar igual pero no nos quedó. Si nosotros hiciéramos perfecto la cuadrícula, si observáramos bien donde iba la regla, mejor dicho todo eso, a todos nos hubiera quedado igual. Era si todos lo hubiéramos hecho bien pero cada persona tuvo un errorcito, así sea en la boca, en los dientes, en la nariz, la boca torcida, los ojos de otro lado, por eso nos quedo diferente, porque todos tuvimos errores
76	Profesora	Bueno, Kelly, había dicho que la cuadrícula había quedado igual.
77	Kelly	Que la cuadrícula nos quedó igual a todos los niños, la cuadrícula nos quedaría igual.
78	Profesora	¿Y todas están iguales?
79	Kelly	Sí
80	Niños	No [Inmediatamente]
81	Jaime	No, porque el dibujo de Kelly quedó mirando para arriba
82	Brian	No están iguales. [Toma la ampliación de Dary y de Ana.] Mire, ésta quedó mirando para allá [Señala a la izquierda.]
83	Kelly	O sea la cuadrícula, los cuadros que hicimos nos quedan igual, pero el retrato no nos queda igual; debería quedar igual pero no nos quedó igual. De aquí a aquí nos queda igual [Mostrando el largo de las cuadrículas de dos ampliaciones.] así la hoja sea más chiquita nos quedó igual.

Las intervenciones se tornan a observar los detalles de los retratos que ellos realizaron para la ampliación:

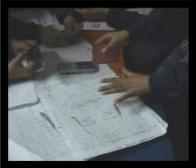
84	Jaime	El dibujo de Brian quedó mirando hacia allá [Señala hacia la izquierda.] y no hacia el otro lado.
85	Ana	Respecto a los puntos, mire aquí la oreja en la línea de finalizar 6 [Mostrando la cuadrícula de la foto del comprador.] y Dary lo hizo más abajito. [Señala la línea 6 de la ampliación de Dary.] Entonces ya no concuerda el punto en eso. 
86	Dary	O sea que si yo lo hubiera hecho a esa medida [Muestra una cuadrícula con el tamaño correcto] me hubiera quedado muy chiquito, pero si yo me pongo acá más grande y aquí más pequeño quedaba como igualito. [Muestra su cuadrícula pero al señalar la parte final con las manos indica que haría cuadros más pequeños para que quedara el borde de la cuadrícula, el mismo en medidas.]. Sí, porque si aquí le hago las mismas medidas que acá [Muestra una cuadrícula con el tamaño correcto.] me va a quedar digamos 1, 2, 3 hasta 6 y acá hasta el 3.[Cuenta el número de cuadrados a lo largo y ancho de la cuadrícula de ella que coincide con el tamaño de las otras cuadrículas.] Pero me tocaría hacer el dibujo muy chiquitico, por eso lo hice más grandes.

La profesora da indicaciones para que los estudiantes elaboren conclusiones sobre cómo debían ser las ampliaciones de acuerdo a lo que se enunció en clase:

87	Nidia	El de Luz, ella lo hizo diferente [Muestra la ampliación de Luz.], y el de Kelly, súper diferente, porque ella lo hizo el cuadro diferente a éste y ella también [Muestra los trabajos de cada una]. En cambio, Dary lo hizo más grande y que ella decía que para que le quedara la misma medida que estaba aquí en la hoja.
88	Kelly	No, las cuadrículas son iguales [Muestra el trabajo de Luz y el de ella.]
89	Ana	Que, por ejemplo, aquí en la foto esta parte de acá es recta [Señala la parte inferior del cachete izquierdo de la foto del comprador.] y aquí éste se equivocó en lo redondo. [Muestra el trabajo de Luz, el cachete izquierdo.] Entonces éste es otro punto que no concuerda, ni con los retratos de nuestros compañeros; por eso, quedaron diferentes. 
90	Kelly	También, si nosotros hubiéramos cometido el mismo error nos hubiera quedado igual; pero, todos cometimos diferentes errores y por eso, Dary no hizo triple, ella hizo como uh...[Mueva la mano hacia arriba.] Yo no sé profe. Todos tenemos el triple en la cuadrícula. Sea la hoja más pequeña, las cuadrículas son iguales

⁴⁰ Se llegó al acuerdo de que el dibujo que ellos realizaron se iba a denominar retrato y la foto del comprador se iba a denominar foto. Términos que se usarán en adelante en el protocolo.

		<p>[Muestra varias cuadrículas de varias ampliaciones que coinciden en el tamaño y el borde.]. Ésta tampoco sirve. [Otra ampliación que no es el triple.]. No sé cuánto es [coloca la foto del comprador para averiguar el número de veces que cabe en la ampliación pero no es un número entero], no es la reducción, ésta es..., yo no sé que es. De todas formas, estas cuatro [Compara fotos cuyas cuadrículas coinciden en tamaño y no en la distancia. Entre las líneas hay unas de 0,5mm y otras de 1,5cm .] nos quedaron igual. Los que hicimos el triple bien, porque de aquí a aquí [Hace coincidir el borde inferior derecho de una cuadrícula con el borde inferior izquierdo de la otra.]es igual que de aquí a acá, [Hace coincidir el borde superior derecho de una cuadrícula con el borde superior izquierdo de la otra.] y quedaron las cuadrículas bien, en cambio el de Dary no es el triple sino un local.</p> 
91	Brian	Es que Dary hizo fue, como acá, en la foto original habían 6 cm. Entonces Dary al hacer 6 cm hizo cada cuadrado de 3x3. Para ella significó que era en centímetros; entonces ella hizo 6 centímetros y después hizo el doble, después el triple [Muestra el ancho de la ampliación de Dary.] y acá el triple pero de ocho. [Muestra el largo de la ampliación de Dary.]
92	Dary	Lo que pasa es que yo lo hice igual a ellos. Sino que yo dije que hacer el cuadro por 3, pero en cambio ellos lo hicieron muy distinto. Yo lo que hice fue hacerlo más grande. Si lo hubiera hecho igual a ellos no me hubiera gastado más hojas pero yo quise hacerlo más grande que lo que ellos decían. Yo pensé en hacerlo de 3 cada cuadrado y me dio más grande.
93	Luz	Ahora si me toca a mí. Es que lo que pasa no todos tienen la misma forma de dibujar. [Toma todas las ampliaciones que tienen bien la cuadrícula.]. Ejemplo, miren que aquí este señor quedó un poquito más chonchito [Toma una ampliación.]. Éste quedó con un cachete más para allá y el otro más chiquitico. [Toma una ampliación.]. Éste quedó con la boca más para allá y quedó más recto aquí [Toma una ampliación.]; y en cambio, éste quedó con la boca muy abajo [Toma una ampliación.]. Entonces no todos tienen la misma forma de dibujar y por eso no a todos nos quedó igual. Lo que dice Kelly es muy cierto. La cuadrícula nos quedó bien, a todos nos quedó igual la cuadrícula, menos la de Dary pero la forma de dibujar es muy diferente. Por eso nos quedó diferente todos.
94	Ana	Hay una cosa que yo no entiendo. Me quedó la duda. por ejemplo, yo no sé, pero acá es de tres cuadritos o sea de 1 centímetro y medio [Muestra la ampliación de un compañero.] y acá también está [La ampliación de Dary.]. Yo creo que Dary hizo con más cuadros acá [Muestra a lo largo.] que no de acá [Muestra el ancho.], porque esta hoja, mire, es más pequeñita y da como por aquí [Coloca una ampliación que esta bien la cuadrícula sobre la ampliación de Dary.] y ella lo hizo más y yo no entiendo si están a la misma medida los cuadros de acá y de acá también [Se refiere al tamaño de los cuadros de ambas cuadrículas es de 1,5 cm].
95	Kelly	Si, está a la misma medida pero ella exageró la medida.
96	Nidia	Todos nos hubiéramos puesto de acuerdo en hacer la misma medida del retrato. A todos nos hubiera quedado igual y a Pachón [Refiriéndose a Dary.] lo mismo. Pero ella lo hizo más grande, pero la medida casi es igual.
97	Profesora	¿De acuerdo todos?
98	Niños	Sí, señora
99	Profesora	Jaime, ¿qué era lo que estaba comprobando con la foto del comprador con el retrato de Dary?
100	Jaime	Para ver si era el triple o era más. No era ni el triple, ni el doble, ni nada, sino que era cinco veces mayor [Recubre la ampliación de Dary a lo ancho y cuenta de uno a uno hasta llegar a cinco.]
101	Dary	Yo lo hice a la medida, más no a la foto [Refiriéndose a la foto el comprador.]
102	Kelly	Ella hizo un poco de grande
103	Dary	La foto [Refiriéndose a la foto comprador.] es pequeña, porque si esa foto fuera un poquito más grande, de pronto, me daría el mismo resultado; pero yo quise hacerla así, y de a ocho centímetros que eran lo que media la foto.
104	Luz	¿Dónde están las medidas? [Buscando una cuadrícula de las ampliaciones con los cuadros enumerados a lo largo]. Esa tiene 16 y tiene cada cuadrado de a centímetro y medio. Así como dijo Ana. Ésto tiene [Refiriéndose a la cuadrícula realizada por Dary.] 16 más 16, 32 y aquí nos queda 16 [Refiere a la fila 16 de la cuadrícula de Dary.] la hoja de una persona [Coloca la ampliación enumerada sobre la realizada por Dary.]. Yo pregunté ¿por qué a ella le quedó más grande si lo hizo con el mismo centímetro y medio?.

		
105	Kelly	Yo le respondo. Porque ella no hizo el triple. Ella hizo más del triple, o sea ella no midió, lo que era el triple. Si ella lo hubiera hecho, la foto hasta este cuadrito [Muestra la cuadrícula de la ampliación de Dary a lo ancho y en la columna 12 se detiene.] queda doce y hasta éste [Muestra la cuadrícula de la ampliación de Dary a lo largo y en la fila 16 se detiene.] le hubiera dado igual que a todos. [Es el tamaño que le dio a la mayoría a la ampliación.]. Pero ella se pasó.
106	Luz	Yo preguntó por qué Dary la agrando más, si esa no era la medida. Ahora, yo creí que ella iba hacer por centímetros; ahí si le hubieran quedado las medidas correctas y como decía que le hubiéramos ayudado a Gioco.
107	Brian	Eso fue lo que yo dije. Es que ella hizo un cuadrito como si fuera un centímetro.
108	Ana	Ella hizo de largo 24 cuadritos y aquí está de 16 cuadritos, entonces ella lo hizo al doble. No lo hizo a la medida que era.
109	Luz	Porque si lo hubiera hecho al doble le hubiera dado 32, si este lo hiciera dos veces [Muestra un cuadrado de 1 centímetro y medio] le hubiera dado 32 [Se refiere al número de filas a lo largo.] y más no 29 [En la cuadrícula de Dary hay 29 filas]. Entonces la medida no llegó a conclusión de algún retrato, o de alguna foto igual, ¿sí me entienden?
110	Kelly	La medida hubiera quedado bien hasta dieciséis. Hasta la cuadrícula es igual a ésta [Muestra una cuadrícula con el tamaño correcto.], pero como ésto era hasta 16 y acá hasta 12 y hubiera quedado bien y hubiera podido hacer el dibujo y todo, pero ella se pasó.
111	Dary	Es que ustedes no me entienden cómo yo lo hice
112	Brian	Es que el triple de seis es 18 por eso ella hizo 18 cuadritos [El ancho de la cuadrícula de Dary.] y acá el triple de 8 es 24 [El largo de la cuadrícula de Dary.]. Por eso ella hizo cada uno y lo triplico en 8 cuadritos [Se refiere al número de cuadros que se realizaron a lo largo de la foto del comprador.] de tres por tres y le dieron 24 cuadritos. Lo mismo acá, triplicó seis cuadritos [Se refiere al número de cuadros que se realizaron a lo ancho de la foto del comprador.] 3 por 3 y le dieron 18 cuadritos de 3 por 3.
113	Dary	Si, él si me entiende

Se pasa a analizar las reducciones de la foto del comprador a la mitad a través de la pregunta ¿por qué puedo asegurar que mi segundo dibujo era la reducción a la mitad de la foto? La profesora dice que de acuerdo a lo que sucedió con la ampliación de la foto al triple, puede cambiar lo que escribieron en la hoja con respecto a la reducción. Ellos dicen que no, que se mantienen en la posición.

114	Luz	[Lee] Porque yo lo hice a la medida correcta y bien hecha.
115	Kelly	No le están preguntando si lo hizo bien. Le están preguntando por qué usted asegura qué es la mitad de la foto [Señala la reducción de Luz.].
116	Luz	Ésta es la primera [Se refiere a la respuesta de la primera pregunta.]. Es la segunda, [Lee] porque todo lo que yo hice estaba a la medida justa y bien al dibujo.
117	Jaime	[Lee] Que los dos son el mismo señor y tienen las mismas características como lo ojos, la nariz y la boca.
118	Ana	Aquí el retrato si me quedó igual. Yo lo reduje a la mitad de éste.[Muestra la foto del comprador.]
119	Profesora	¿ Hiciste una reducción?
120	Ana	Yo hice la reducción y la ampliación .O sea, este dibujo era la mitad, aunque no es exactamente la mitad de éste [Muestra la foto del comprador.]. Pero si traté de hacerlo más pequeño a la ampliación del triple [No es una reducción es una ampliación al doble.] de la cuadrícula original.
121	Kelly	Tocaba reducirlo a la mitad, entonces yo aseguro que la foto que yo hice pequeña es la mitad de la normal, porque está reducido dos veces: es el doble ,o sea la que yo hice es el doble de la normal. Por eso aseguro que es.
122	Dary	Yo creo que es la mitad, porque digamos aquí hay 6 [Refiriéndose a la medida del ancho del marco de la foto del comprador.] y le quito la mitad y me da 3 y acá le di 3 centímetros y [Muestra el ancho del marco de la reducción.] me da lo mismo. Sino que acá yo le hago en milímetros.
123	Kelly	Mitad de los centímetros.
124	Dary	Si tengo 8 [Muestra el largo del marco de la foto del comprador.], le quitó la mitad y me da 4 [Muestra el largo del marco de la reducción.]. Con la regla mido y dije que si me daba la misma cantidad de cuadritos y no me queda ninguna que falte ni sobre, yo dije que era el cuadro [Refiriéndose al marco]; o sea si me dio: entonces yo miró, y lo hice en otra hoja y conté la cantidad de cuadritos y me dio la misma [Refiriéndose a que enumero cada uno de los cuadritos de la cuadrícula de la foto del comprador y los de la reducción.] y sé que esa es la medida
125	Jaime	Mi reducción yo digo que esta bien, por lo que mi ampliación yo aquí de ancho hice de 6 y de largo hice 8 y como la reducción era la mitad de la ampliación entonces la hice de 3 por 4.
126	Dary	Igual a mí!
127	Kelly	A ella, esa si le quedó bien [Se dirige a Dary]. Porque esa si es la mitad y yo comparándola con otra [Muestra que la reducción de Dary cabe exactamente dos veces sobre la foto del comprador]. Entonces eso le quedó bien medido, porque acá habían 6 cm [Ancho del marco de la foto comprador.] y buscó la mitad que era de 3 cm y lo hizo de 3 cm. Y el otro son 8 cm [Largo del marco de la foto comprador.] y la mitad son 4 cm y lo hizo de 4 cm, y eso si es la mitad.

Termina la sesión recibiéndoles los dibujos y las respuestas a la primera actividad.

**ANEXO D
PROTOCOLO 3**

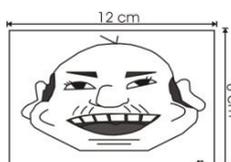
Fecha: 4 agosto 2006

Se inicia la sesión preguntando sobre la discusión que se generó por las preguntas que se encontraban en la actividad # 1.

1	Kelly	De la tarea que había, que nos había dejado. Hablamos sobre esa tarea y hablamos por qué respondimos la pregunta en clase y miramos si las hojas estaban bien [Se refiere a las ampliaciones o las reducciones de la foto del comprador que realizaron ellos.] y nos hicieron preguntas como: “¿por qué uno cree que es la reducción que hizo y la ampliación que hizo?”
2	Jaime	Ayer comparamos los dibujos de las caras y tuvimos una gran discusión con Kelly, porque no nos pudimos colocar de acuerdo. Y no nos pusimos de acuerdo.
3	Kelly	Que si yo media con centímetros era igual que si media con milímetros; [Corrige de inmediato.] con la mitad de los centímetros o con cada 5 mm, mejor dicho, con un cuadríto de la hoja.
4	Profesora	Bueno, ayer estábamos hablando de las medidas, porque se piensa que si yo mido en centímetros y saco el triple queda diferente que si yo hubiera medido a la mitad de cada centímetro y saco el triple; quedan de tamaños distintos. Esa es la posición de Jaime y la posición de Kelly es que queda igual de tamaño [Refiriéndose a la ampliación.] que no importa como se mida va a quedar igual.

Se socializan las respuestas de la actividad #2. Los estudiantes debían determinar y dar razones sobre qué retratos realizó Gioco, pues existían algunos realizados por el discípulo de Gioco. Previamente, los estudiantes habían realizado la actividad. Se discuten los resultados para cada caso.

Se inicia la discusión correspondiente al retrato B



5	Kelly	[Lee] El B es ampliación. Porque es el doble de la figura A en ancho pero no en alto. O sea, es el doble de la figura [Coloca la foto A sobre la foto B dos veces.] en ancho pero no en alto; es lo mismo es ampliación pero no de ancho.
6	Jaime	Entonces no es ampliación
7	Luz	Entonces no es ampliación ni reducción. [La interrumpe Kelly.]
8	Kelly	Sí, señora.
9	Luz	[Continúa, subiendo la voz.] Porque ellos están hablando de la ampliación y reducción más no de anchura. La ampliación podría ser éste [Muestra la foto D.] bien amplio, y bien. Más éste no [Muestra la foto B.], porque éste [Muestra la foto B.] no es ampliación ni reducción.
10	Kelly	¿Cierto, profe que la ampliación es de altura y de altura?
11	Luz	No sólo de altura; también de ancho
12	Kelly	La ampliación, la ampliación
13	Brian	Amplía a lo ancho [Refiriéndose a la foto B.]
14	Jaime	Y no de alto [Refiriéndose a la foto B.]
15	Profesora	Ana, ibas a decir algo
16	Ana	Aquí en la B, se puede decir: si y no. las dos opciones: Digo sí, porque amplió el doble del ancho, pero no amplió ni redujo de largo.
17	Kelly	Pero no reduce nada .
18	Jaime	Ni amplía
19	Kelly	Sí amplía. Si amplía de alto pero no de largo. Porque esto fuera más grande sería ampliación [se refiere al ancho de la foto] y eso no está dando.
20	Brian	¿Usted que dijo, si o no?
21	Kelly	Es ampliación
22	Cristóbal	Yo digo que sí, porque la foto B es el doble de ancho que la foto A
23	Luz	Yo digo que no, porque la ampliación sería ésta [Muestra la foto D.], yo se que amplía de ancho y de alto; pero, esto [Toma la foto B y señala las partes.] no amplía de alto pero si de ancho.
24	Nidia	Yo digo que no, porque es el doble de ancho y no de lo alto
25	Dary	Yo digo que sí, porque digamos acá [Lo ancho de la foto B.] es dos de A, pero no alcanza de arriba y acá serían dos y acá [Refiriendo a lo ancho de la foto B.] serían más.
26	Ana	Que si y que no.
27	Jaime	Digo que no, porque sólo amplía de ancho pero no de alto entonces no está completamente ampliada.
28	Profesora	¿Cuántos dijeron sí y cuántos dijeron no?
29	Cristóbal	5 sí y 3 no.
30	Profesora	¿Quiénes dijeron que sí?
31	Cristóbal	Kelly, Cristóbal, Dary, Ana y Nidia.
32	Profesora	Se tienen 3 no, porque Ana está entre sí y no. Los estudiantes que dicen que no son : Luz, Jaime y Ana

La Profesora exige a los estudiantes que den argumentos sobre su posición frente a la foto B, si es o no es realmente una ampliación de la foto A.

33	Luz	Yo opino, que no es, porque una ampliación sería completa y no sólo de ancho. Es necesario una ampliación completa así [Muestra foto D.] más no así [Muestra foto B.], porque eso sería una hinchazón. Yo necesitaba una ampliación que me quede bien, este señor [Foto A] no se parece a este [Foto B], porque los cachetes están muy gordos, entonces por eso no.
34	Profesora	Entonces, por eso, no, dice ella. [Señala a Kelly.] ¿En contra o a favor?
35	Kelly	En contra, porque yo amplí algo, o sea, ampliar es aumentar el tamaño normal. al decir aumentar uno de los dos lados. Si yo quiero decir que mi esfero sea más gordito; yo le digo a mi compañera mire que amplíe mi esfero. Lo puse más gordito. Una ampliación no tiene que ser así, porque ampliación es aumentar de tamaño, puede ser del lado que sea. Pero no tiene que ser de alto y de ancho, porque eso no tiene que ser una ampliación y además, es igual. El señor que le dijo a Gioco que le dijo eso, digamos el quería verse más gordo en la foto, para participar en un concurso de gordura. Entonces el señor si se parecen.
36	Todos	Se ríen
37	Profesora	¿Vas a favor o en contra de Luz?
38	Cristóbal	En contra de Luz y a favor de Kelly. Porque ,digamos la primera dijo que era el doble de ancho de la A con la B; pero, digamos la A la comparó con la B, es la mitad de la B y como la A y la K son iguales cubren la B [Realiza los cubrimiento de la foto B con las fotos A y K.]
39	Dary	En contra de Luz y a favor de Kelly. es que lo que pasa si yo la amplio dos veces, porque digamos es la ampliación sí [Muestra la foto B.] y digamos que voy hacer otra. Entonces sería el doble o sea la amplio una vez más, para que me dé lo que yo necesito, o sea me va a quedar igualita. [Cubre la foto B con las fotos A y K]. La misma forma porque digamos ésta [Refiere a la foto B.] yo le encima otra [Foto A] y ahí queda el resultado. Otra igualita ésta. [Compara el tamaño de los marcos de la foto B con el marco que se forma de la suma de los marcos de las fotos A y K.]
40	Brian	Yo estoy en contra de Luz y a favor de Kelly. Porque lo que pasa, es verdad. si yo necesito ampliar cualquier cosa lo puedo ampliar a cualquier tamaño. No necesita ampliarlo de alto o de ancho; sino que el señor, él de la foto, quiso verse más ancho, ampliar la foto al doble de ancho y no de alto.
41	Jaime	En contra de Luz y a favor de Kelly. Porque ella [refiriéndose a Kelly] me convenció. Porque ella dijo, que una ampliación no necesita ampliarse por alto y ancho sino como uno la quisiera, como el comprador la quisiera ampliar.
42	Luz	Qué pena, pero ahí no especifica cómo el comprador quiere la foto. Ahora ustedes no pueden saber si ahí no se especifica.
43	Jaime	Él solicitó ampliación.
44	Luz	Sí, ampliación. Pero no específica de qué manera. Ahora sí le dijo ampliación a Gioco, le dijo de qué manera tiene que ser una ampliación completa, más no sólo de ancho o sólo de largo. No. Sino completa.
45	Kelly	Pero si nos dieron estas fotos es porque Gioco hizo estas fotos.
46	Niños	Todos los estudiantes hablando al tiempo
47	Luz	[Hablando fuerte.] Por algo nos dijeron sí o no. Si era correcta o no era correcta.
48	Brian	En otras hay fotos incorrectas
49	Luz	Por eso. Yo sigo con mi posición.
50	Profesora	Vamos a mirar, que Gioco tiene un discípulo y el discípulo confundió las fotos que había hecho Gioco y él, por eso estamos mirando cuáles son ampliaciones y cuáles son reducciones hechas por Gioco. Leamos la información del globo.
51	Dary	[Lee la información del globo.]
52	Kelly	Ahora, si ya más en mi posición, porque vea, esto es ampliación ¿cierto? [Toma la foto B.], bueno acá dice [Lee en el globo.]: ¿Cuáles ampliación y reducción de la foto que ha realizado, cuáles ampliaciones y reducciones? Las ampliaciones es aumentar de tamaño, la medida que es. Dije ampliaciones y entonces aquí [mostrando el ancho de la Foto B], lo está ampliando porque está aumentando el tamaño de ancho que tiene, o sea lo está aumentando.
53	Luz	Miré Kelly, por algo, a nosotros nos dijeron haga la ampliación de la foto, usted la pudo haber ampliado así [Mueve las manos hacia fuera en forma horizontal.], no!, la tiene que ser completa.
54	Kelly	No, porque es que dijeron que al triple.
55	Luz	¿Este es el doble?
56	Kelly	Este es el doble, pero de ancho.
57	Luz	Por eso, a usted le dijeron ampliación y usted la hizo como debía hacerla. Pero, ahí ésta. ¿Qué es el triple?
58	Brian	Otra vez, se alegraron [Refiriéndose a Luz y a Kelly.].
59	Ana	Yo, ya tomé una decisión referente a todo lo que han dicho mis compañeras. Estoy a favor de Luz, porque si fuera una ampliación tendría que ampliar de la misma medida. Si, Gioco lo amplió al triple de ancho, tendría que ampliarlo también al triple de alto; pero acá [Muestra la foto B.] Gioco lo amplio de ancho más no de largo, entonces ésto [Muestra la foto B.], no es una ampliación.
60	Profesora	Acuérdense que hay dos personajes Gioco y el discípulo, estamos buscando las fotos que hizo Gioco
61	Nidia	Aquí hay tres.[Se refiere a la foto D.]
62	Jaime	A favor de Luz, porque el comprador le dijo a Gioco que quería la ampliación de su foto, el triple y acá no sólo la estaba ampliando el doble [Con la foto A recubre la foto B dos veces y muestra que falta una más.], sino que tendría que ser el triple y también debía ampliarlo a lo largo [Usando la foto A , mueve de abajo hacia arriba simulando tres recubrimientos.], a lo ancho.
63	Profesora	Ojo, porque ahí dice muchas solicitudes atendió.
64	Luz	Ahí no dice, sólo el triple.
65	Ana	No, porque hubiera podido ampliar al doble o al triple o dejarlo así como estaba como la K [Refiriéndose a la foto K.].
66	Kelly	Yo sigo con mi posición. Cuando a nosotros nos mandaron hacer el trabajo de la ampliación, nos hicieron ampliarlo tres veces más no nos dijeron ni de alto ni de ancho. A nosotros nos dijeron amplíelo al triple; pero si nosotros hicimos esto porque lo entendimos así. Pero como usted [Refiriéndose a la profesora.] no nos dió la instrucción así, de que iba ser sólo de alto, dijo, amplíelo al triple pero no nos dijo de alto o de ancho, y nosotros pensamos que era de alto y de ancho; y por eso ampliamos de largo y de ancho el triple. Si el comprador le hubiera dicho Gioco o al discípulo amplíe de ancho más no de alto; o hágame mi retrato el doble de ancho, eso es una ampliación porque está aumentando de tamaño, no sólo de arriba [Muestra el largo.] sino que también de lado [Muestra el ancho.]. El quiere verse más gordo, mejor dicho.
67	Cristóbal	Yo estoy a favor de Kelly, porque lo que pidieron fue ampliara y lo ampliaron sólo a lo ancho, para verse más gordo.
68	Nidia	Es que no sé, porque no le entendí a Kelly y hay enredo de palabras con Luz

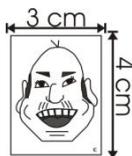
69	Luz	Voy a explicar, el señor que mando ampliar la foto, dijo ampliame la foto pero no dijo, si a lo largo ni a lo ancho. Sólo dijo a ampliame bien la foto.
70	Kelly	Usted cómo sabe que dijo que le ampliará la foto, si hay no dice cómo dice el comprador.
71	Dary	No ve que se equivocaron y los echaron en un paquete.
72	Kelly	Muchos retratos realizó, mas no dice que ampliará una foto.
73	Luz	Por eso. Éste es ampliar. [Muestra la foto D.] Entonces debería ampliarlo bien, o sea, completo, más no sólo de ancho
74	Kelly	Por qué si usted no sabe cómo dijo el comprador.
75	Luz	El comprador no dijo ni de alto ni de ancho, nada de eso
76	Kelly	[Todos hablando.]. Tampoco dice de alto y de ancho. [Trata de callar a Luz, alegando.]
77	Ana	El comprador no dijo ni que lo ampliara, ni que lo redujera, ni que lo dejará así [Como la foto K.], sino que muchas solicitudes le solicito. Entonces, éste [Muestra la foto B.] no lo amplió. Sigo a favor de Luz.
78	Brian	Yo sigo a favor de Kelly porque lo amplía. Y ahí dice [Lee la información del globo.], que hizo muchos retratos, entonces no dice: ni amplió ni reduce; entonces toca ver, sí amplía o sé disminuye. Pues yo pienso que si lo amplía se vería más grande que el muñeco de la letra A y si lo reduce se vería más pequeño que la letra A.
79	Nidia	Yo no he visto que en Foto Japón entreguen ampliaciones de fotos como dice Kelly sólo de ancho
80	Luz	En foto Japón, yo nunca he visto una foto que amplíe sólo de ancho, ¡Nunca! siempre la amplían normal, no sólo de ancho sino también de largo.
81	Cristóbal	En foto Japón, dan una grande y otras pequeñas
82	Kelly	Busque en un diccionario ampliación y verá que es aumentar el tamaño, más no aumento de tamaño de alto y de ancho. pero él tuvo que aumentar el tamaño de anchura. ¿Y por qué tiene que ser de altura también?.
83	Dary	Estoy de acuerdo
84	Profesora	Entonces, aquí hay estas posiciones: la primera, era que si es ampliación y la razón es que aumenta de tamaño que es lo que dice Kelly.
85	Kelly	[De inmediato interrumpe.] ¿Usted dice que no, cierto [Refiriéndose a la profesora.]?
86	Profesora	Déjame terminar
87	Kelly	Espere profe, hay dice que si es ampliación o si es reducción, y eso no es reducción.
88	Luz	Hay dice es que si acepta o no acepta que si es ampliación o reducción. Lea y capte.
89	Profesora	Y la posición de Luz que es la que genera el debate, la razón que ella da, es que debe aumentar tanto de largo como de ancho el doble, y vuelvo a preguntar. ¿Usted está de acuerdo con quién?

Al responder los estudiantes, se igualan las votaciones a favor de Luz y de Kelly e inicia Dary a dar sus razones.

90	Dary	En contra de Kelly y a favor de Luz. Porque lo que yo tengo es 2 veces y necesitamos 3 veces, que es lo que trata de decir acá [Refiriéndose a la información del globo.]. Mientras que aquí, en esta ya no da tres, porque ahí solo caben dos A [Coloca la foto A sobre la B.] mientras que en la otra si [Toma la foto D.], 3 en lo largo y tres en lo ancho y uno no puede ir a que le tomen una foto ¡Uh!. La pueden tomar más grande pero no más alta ni larga [Varios estudiantes hablando.]. Si usted se la van a tomar más grande pero no más ancha la cara.
91	Cristóbal	En contra de ellos dos [Señala a Brian y Dary.] y Kelly; porque Luz tiene la razón, porque cuando uno se va a tomar una foto, digamos que se la tomen así [Muestra la foto B.], sino que se la toman así, así y así [Señalando los lados del marco de la foto D.].
92	Ana	Aquí no dice que lo ampliara de las dos formas: de ancho o de alto, pero trato de decir, que se le ampliara para tomar una foto; por ejemplo Kelly, se va a tomar una foto se la toman normal, se la toman así [Mueva las manos para señalar ancho y alto.], como se la van a tomar así [Solo ancho.] y así [Solo alto.].
93	Kelly	[Alegando, no se entiende.] Miré, todos contra mí.
94	Dary	Si usted va a donde le toman las fotos y le toman las fotos así [Muestra la foto B y la foto F.].
95	Ana	¿Usted cree que una cámara puede hacer eso?
96	Kelly	Es que la ampliación no la hacen con la cámara [Todos los estudiantes hablando.]. Ahí no decía exactamente que la ampliara al triple como dice Dary, ni al doble, ni que la ampliara de alto y de ancho, si esta foto está acá, es que el comprador dijo que se la ampliarán de ancho.
97	Luz	¿Dónde dice?
98	Kelly	No, porque esta foto está acá dónde ve usted una foto que esta ampliada al triple.
99	Luz	Mírela [Muestra la foto D.]
100	Dary	Uno va a donde le toman la foto a uno, a veces, por ejemplo a un bebé se la pueden tomar así [Muestra la foto D.], pero sale igual digamos así [Muestra la foto K.] más no sale así [Muestra la foto B.], pero sale lo mismo, sino que la forma es ésta [Mueve las manos hacia fuera.]
101	Cristóbal	Cuando uno va a tomar una foto uno dice: foto vertical y toman la foto y sale así [Muestra la foto F.].
102	Kelly	Entonces, si se puede.
103	Ana	Pero, sale flaquito.
104	Cristóbal	Si, sale flaquito.
105	Luz	Entonces, está en contra de Kelly [Refiriéndose a Cristóbal.]
106	Nidia	Este es un trabajo y no un juicio.
107	Profesora	Vamos a mirar, esta es una foto que por hay había, no llegamos a acuerdos. Si miramos si es ampliación o reducción. No es reducción pero si estamos en la duda si es ampliación o no. Alcen las manos los que están a favor de Kelly [Al hacer el conteo.] 2 [2 estudiantes a favor de Kelly.] y alcen las manos los que está a favor de Luz, 4 [4 estudiantes a favor de Luz.]
108	Nidia	Yo cambie de posición hacia Luz, lo de Luz es lógico, porque no dice alguna condición para hacer la ampliación.
109	Dary	Yo estoy a favor de Kelly. Yo estoy a favor de las dos. Porque Kelly ella no dice cómo se tenía que ampliar, no entiendo.
110	Profesora	Retomo de nuevo, hay dos posiciones sobre la foto [Muestra la foto B] si es o no es ampliación
111	Dary	Ahora si, estoy a favor de Kelly porque hay no decía de cuánto tenía que ampliar, y era de tres por tres.
112	Cristóbal	Hay no decía que era tres por tres, ésto es aparte.
113	Dary	Esto es ampliar [Muestra la foto B.], digamos lo amplió otra [Toma la foto A.] para que de una de éstas [Muestra la foto

		B.]; y en cambio Luz, es que ésta da acá tres [Muestra la foto D.] y uno no puede tomar una foto que de tres por tres . Ni nada. Ni el doble tampoco.
114	Kelly	Profe, una foto no se puede ampliar porque ésta si se pudo [Muestra la foto B.].
115	Profesora	Es que son dibujos.
116	Kelly	Si son dibujos, porque no tienen cuadrícula, ni nada de eso, además está ampliado.
117	Luz	Por que es una foto normal, puede dibujar y hacer una foto igual. ¿Cómo pudo hacer antes bien la ampliación?
118	Profesora	Joco es él que hace bien el trabajo
119	Kelly	Sé esta hablando como si nosotros tomáramos las fotos, entonces las fotos si quedaría diferente, si se pudo ampliar ¿por qué una foto no se puede ampliar? Además este es un trabajo así, y no estamos hablando sobre fotos de nosotros, y es una cosa que estamos haciendo un dibujo acá; y estamos hablando referente a eso, y no referente a nuestras fotos.
120	Dary	Yo quiero decir que el discípulo se equivocó en algunas fotos porque vea, por ejemplo,.. [La detiene Jaime, espere.]
121	Cristóbal	Estoy a favor a Luz que al tomar una foto se amplía.
122	Ana	Ósea que está a favor de las dos.
123	Profesora	Entonces, ahora tenemos tres a favor de ella [Refiriéndose a Luz.] pero sigue la discusión vamos a dejar ahí y la vamos a tener en cuenta cuando hablemos de otra situación parecida.

Se inicia el análisis de la foto C



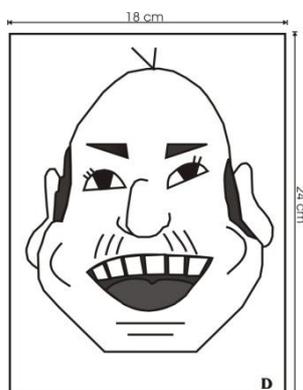
124	Profesora	¿Qué podemos decir de la foto C ?
125	Cristóbal	Que la foto C es la cuarta parte de la foto A
126	Kelly	No, la segunda porque es la segunda parte de A, mire [Muestra como recubre la foto C a lo largo de la foto A.].
127	Profesora	Primero contestan ¿si es ampliación o reducción ?
128	Cristóbal	Reducción
129	Profesora	¿Porque es una reducción ?
130	Cristóbal	Porque ésta es la segunda parte de la foto A y si uno la coloca acá [Dos veces coloca el largo la foto C sobre el largo la foto A.] y acá. [Realiza cubrimiento a lo ancho de las fotos.] Son cuatro partes de la foto A.
131	Kelly	Dos de ancho y dos de alto.
132	Dary	Digamos, yo creo que si es la mitad
133	Profesora	¿Crees o es?
134	Dary	Si es, porque yo lo medí con la regla y acá me dio 8 [Largo de la foto A.] entonces éste midió 4 [Largo de la foto C.] entonces yo dije que era la mitad; como aquí mide 6 [Ancho de la foto A.], yo mido y me dio 3 [Ancho de la foto C.], es una reducción porque le quitaron como la mitad, igual a lo que habíamos hecho en la otra hoja, en la tarea; o sea que está es una reducción porque es la mitad de ésta [muestra la foto A].
135	Jaime	¿Reducción o ampliación? [Se dirige a Ana.]
136	Kelly	[interrumpe inmediatamente.] Todos van a decir reducción.
137	Ana	Reducción. Porque esta foto [Muestra la foto C.] está dos veces, o sea la mitad de la foto A, redujo una vez, redujo 4 cm porque la A esta a 8 cm de largo y 6 de ancho y la foto C está 3 cm de largo, la mitad de ocho y a lo ancho a 3 cm que es la mitad de 6 del ancho.
138	Jaime	Redujo 3/4 porque aquí [Muestra el largo de la foto C.] redujo de a cuatro, son ocho, entonces sí la mido con la regla da cuatro; o sea la mitad, entonces acá [Muestra el ancho de la foto C.] me da tres, me daría 3/4 o sea como si dividiera todo, todo en tres partes y cogiera uno.
139	Kelly	Yo dije porque es la mitad de la A, en ancho y en alto es la segunda parte. Porque es la segunda parte porque están dos veces en alto y está dos veces en ancho. Uno no cuenta todo esto [Muestra la foto C sobre la foto A.], no cuenta todas las partes que están en la foto, uno la ve de ancho y de alto o sea la ampliación de cuánto es, de alto y de ancho, igual le va dar igual, usted [Dirigiéndose a Jaime.] está sumando lo que ya hizo acá .
140	Brian	Yo tengo lo mismo que Cristóbal
141	Luz	Ésta es la reducción[toma la foto C]. Porque si está completamente igual una es una reducción. Es una reducción de la segunda parte, es como la reducción que nosotros y hicimos entonces, si es. Y que está igual, es una reducción y ya.

La profesora solicita que lean lo que escribieron sobre la foto C.

142	Luz	Yo dije lo que escribí. [Lee] Sí es una reducción porque está completa. Es una reducción porque se nota
143	Cristóbal	Es una reducción y siento que es la foto.
144	Dary	Yo dije, que si; porque es la mitad de la otra; o sea, de la A, porque es la mitad de la parte de arriba que me dio 6 y de acá [Muestra el largo de la C.], es la mitad de la que me dio 8.
145	Ana	Me tocó borrar, reducción
146	Profesora	Haber que escribiste [Lee lo que escribió Ana.]: No es ampliación, si porque es de diferente tamaño y además la foto era más pequeña. ¡Me equivoque! es reducción.
147	Cristóbal	Una reducción en cuatro partes porque tenemos 8 y 6 y acá tenemos 3 y acá 4.
148	Profesora	Kelly, sí dice algo, que es una reducción a la mitad del tamaño que consiste en la mitad de ambos lados
149	Kelly	O sea la mitad de ambos lados, es la mitad de ancho y la mitad de largo; pero es que Cristóbal cuenta dos veces el alto.
150	Profesora	La posición de Cristóbal es que es la cuarta parte y aquí hay otra posición, él dice [señala a Jaime] que es 3/4.
151	Jaime	No, 1/4. Lo dividido en cuatro partes y cojo uno.
152	Brian	Porque Cristóbal dice que es la cuarta parte, porque mide todo, si medimos acá [La foto C recubre a lo largo 2 veces a la foto A.] nos daría de a dos, si cuenta todos los lados, lo redujo a una cuarta parte.
153	Kelly	Profe, es que hay cuatro partes de la foto, pero no es la cuarta parte, hay cuatro partes. Él toma una, es un cuarto, es la

		segunda parte, también. O sea Cristóbal si dice bien; pero, se está refiriendo como a ésto [Muestra la superficie de la foto C.], cuatro partes que tiene la foto y toma una y esa es la cuarta parte, y no nos estamos refiriendo a todas las partes, sólo a una que es ésta [Muestra la foto C.] y esa es la segunda parte, la mitad.
154	Jaime	[Interrumpe a Kelly.] Ésta no es la cuarta parte [muestra la foto C], esta es una de las cuatro partes.
155	Luz	Pero, . Cristóbal dice que esa es la cuarta parte.
156	Ana	Cristóbal, dice que en toda la foto es la cuarta parte, porque él está contando: uno, dos, tres y cuatro [Recubre con la foto C a la foto A.]; o sea que la foto A se divide en cuatro partes
157	Kelly	Pero, nosotros tenemos que decir esta foto nada más, no las cuatro que hay.
158	Ana	Qué tanto redujo la foto C a la foto A, de cada lado; por ejemplo, estamos en lo mismo, porque lo ancho redujo una vez y de largo también redujo una vez.
159	Kelly	Sólo ésta [Muestra la foto C.] y está es la segunda parte [Muestra el largo de la foto C.] y está es un cuarto [Muestra la superficie de la foto C.].
160	Profesora	Bueno, entonces estamos de acuerdo que es una reducción; pero hay un argumento de Ana que dice: si yo miró ésta [Muestra la foto C.] es una de las cuatro que podrían salir de acá [Muestra la foto A.], y también, disminuye una vez a lo largo y una vez a lo ancho, por eso sería...
161	Kelly	La cuarta parte
162	Ana	Un cuarto de la cuarta parte.
163	Kelly	Un cuarto de las cuatro partes como dice Jaime, un cuarto de las cuatro partes que hay en la foto, o sea la mitad de la mitad como explica la profe
164	Ana	Exacto

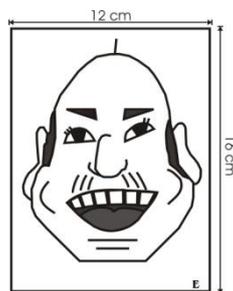
Se inicia el análisis de la foto D



165	Ana	La D amplió el triple de la A, pasa lo mismo que la C y la A; pero al contrario, o sea la foto A, amplió el triple; o sea, la foto D está tomada al triple de la A, entonces de ancho y de largo entonces es una ampliación.
166	Kelly	Yo digo que la D es una ampliación porque es tres veces más grande que la A en altura y en anchura.
167	Cristóbal	Si. Porque es nueve veces más amplia que la foto A
168	Jaime	¿Nueve?
169	Cristóbal	Si porque vea aquí 1, acá 2,... y 9.. [Coloca la foto A sobre la foto D.].
170	Ana	Usted, otra vez, está tomando la medida de toda la foto .
171	Kelly	Usted tiene que comparar con una sola parte que es ésta [Señala el largo de la foto A y recubre el largo de la foto D.] No tiene comparar con toda [Señala la superficie de la foto A.]. Usted, escribió eso, pero ya entendió que eso no es o no.
172	Profesora	¿Por qué esta mal?
173	Kelly	Porque es que aquí nos dice que, digamos, si la foto A, si la foto grande, D es una ampliación de la foto A. Nos está diciendo si la D es una ampliación de la A, nos está diciendo de la A, no esta diciendo ¿cuántas veces está la A ? y ésta [Muestra la foto A.] es un tercio de toda la foto no contar todas las fotos que hay, solo tenemos que hablar de la A y la D; o sea, la A es la tercera parte de ésta [Muestra la foto D.].
174	Ana	Cristóbal midió todo el plano de la foto, lo mismo que hizo la C con la A porque él dijo que la C con la A es la cuarta parte y acá es la segunda parte.
175	Jaime	Yo digo lo que dice Cristóbal hacer un noveno, digamos es como coger la foto y dividirla en nueve partes y escoger la A.
176	Dary	Porque la A es cuatro veces de largo en cada lado; o sea, en cada lado caben de a tres [Recubre la foto D a lo largo con la foto A.] y acá de tres [Recubre la foto D a lo ancho con la foto A.]; tres veces ancho y yo lo pongo como dice Cristóbal y me puede dar 18 cm y de este acá [Señala el largo de la foto D.] le puede dar 16 cm de ancho.
178	Profesora	Luz: ¿es una ampliación o no?
179	Luz	Si es una ampliación porque está igual a una ampliación es que si medimos éste [Se refiere al largo de la foto A.] es tres veces a lo largo. Y al ancho también es tres veces.
180	Nidia	Es la tercera parte de ésta [Muestra la foto D.] y la redujo a ésto [Muestra foto A.] y es el tercio y lo redujo
181	Profesora	Lo que tenemos es que es una ampliación ¿Estamos de acuerdo, todos?
182	Niños	Si
183	Profesora	Lo que no sabemos es de cuánto es la ampliación; hay dos posiciones, unos que dicen que es la tercera parte y otros que dicen que es la novena ¿con quién están de acuerdo ?
184	Jaime y Dary	Con Cristóbal
185	Kelly	No profe, Porque ellos cuentan toda la foto, si lo que hay es que comparar es la foto A que es la foto única con la otra, no cuántas veces está la foto acá [Muestra la foto D.].

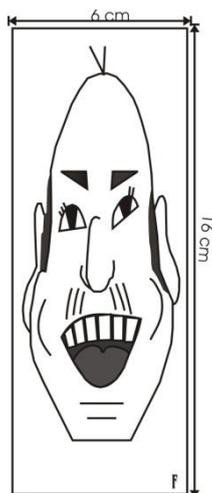
186	Dary	Es que Kelly dice: que no, pues lo dice igual a mi, sólo los bordecitos; pero se puede como lo hizo Cristóbal; pero sólo se cuentan lo que son las orillas.
187	Kelly	Si la pregunta es si la foto [Muestra la foto D.] es una ampliación o una reducción de la foto A, no cuántas veces está la foto A en todas las fotos. Es una ampliación de la foto A y la foto A es un tercio de ésta [Señala la foto D.]. Si me entienden.
188	Ana	Nos están diciendo que tanto amplio o que tanto redujo; más no que tanto amplio toda la foto. Ustedes están midiendo toda la foto y que tanto amplió de ancho y que tanto amplió de largo.
189	Dary	¿Cuántas personas fueron las que dijeron que no?
190	Profesora	Ninguna. Es que tenemos un problema que es saber cuánto, entonces están diciendo que es la tercera parte, la novena o el triple...
191	Luz	Estoy con Kelly porque es que éste [Muestra la foto A.] es la tercera parte, no se cuenta todo, porque me daría la novena parte, y es la tercera parte porque se cuenta aquí 1, 2, 3 [Recubre el largo de la foto D con el largo de la foto A.] y aquí también es tres [Recubre el ancho de la foto D con el ancho de la foto A.] 1, 2 y 3.
192	Kelly	Estamos hablando referente a esta foto [Muestra la foto A.], de la foto A, con referente a ésta foto [Muestra la foto D.] se habla de la ampliación.
193	Ana	Es que estaba pensando que era: si es la tercera parte, un tercio o el triple
194	Kelly	Mejor dicho las tres cosas: es la tercera parte o el triple; ¡ah! no, triple no, porque ya estamos hablando referente a ésta [Muestra la foto E] . O sea también se puede así porque éste es el triple de ésta [Muestra la foto A.]

Se inicia el análisis de la foto E.



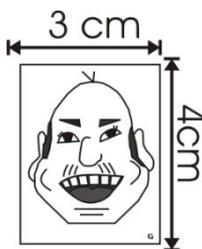
195	Profesora	¿Si es o no ampliación la foto E? o ¿Si es o no reducción de la foto E?
196	Luz	Es ampliación más no está bien; o sea, es ampliación pero le falta un mechoncito acá [Muestra la parte superior de la cara de la foto E]
197	Kelly	Si, es ampliación.
198	Dary	Que sí.
199	Ana	Que sí, es una ampliación; pero, me hace dudar lo que dice Luz
200	Jaime	Dice que no
201	Brian	Que sí es ampliación.
202	Profesora	Tenemos cuatro que afirman que si es ampliación y uno que no es ampliación.
203	Kelly	Yo lo que pienso es que Jaime piensa es que es una reducción porque ésta [Muestra la foto A.] es una reducción de ésta [Muestra la foto E.]; pero cómo nos toca referirnos a ésta[Muestra la foto A.].
204	Jaime	Yo lo que digo es que es una ampliación; pero no está bien hecha porque le falta un pelito
205	Luz	Es como si la hubiera hecho el discípulo, porque la hizo imperfecta, porque hay un problema le falta un pelito.
206	Brian	Pero por un pelito. ¡No!
207	Kelly	Estamos hablando si es ampliación o reducción y no de que le falta algo.
208	Profesora	Estamos hablando por qué es ampliación
209	Luz	Esta [Muestra la foto E.] es la segunda parte; espere, no, es la cuarta parte.
210	Jaime	Si es ampliación y ésta [Muestra la foto E.] es la ampliación del doble de ésta [Muestra la foto A.].
211	Cristóbal	Sí, porque es la cuarta parte. La foto E es cuatro veces más amplía que la foto A.
212	Dary	Yo digo que si, porque acá amplía por dos [Recubre el largo de la foto E con el largo de la foto A.] y acá también [Recubre el ancho de la foto E con el ancho de la foto A.] y acá tratan de decir que son por cuatro.
213	Ana	Otra vez, Cristóbal está contando toda la foto. Y están preguntando porque dijo que es ampliación y está al doble de la foto A.
214	Kelly	Este... referente a la E, La E es una ampliación de la A, porque la E es dos veces más grande, mejor dicho, es el doble... y ésta [Muestra la foto A.] es el medio de ésta [Muestra la foto E.].
215	Profesora	A es la mitad de E y E es el doble de A. [Kelly repite lo que la profesora dice.]
216	Dary	¡No!
217	Ana	La E es el doble de la A, mire [Toma la foto A], a lo largo recubre dos veces a la foto E
218	Luz	Esta rayita de acá arriba [Muestra el pelito de la foto de la E.] tiene 4 cm más ésta tiene que ir a la mitad, y ésta [Mide el pelito de la foto A correspondiente.] tiene 2 cm.
219	Kelly	Que no estamos hablando de eso. Sino de esto [Muestra como la foto A recubre a lo largo a la foto E.]
220	Brian	Ésta es la mitad [Muestra la foto A.]. Ésta [Muestra la foto E.] la amplió al doble, entonces ésta la amplio al doble. Entonces está[Muestra la foto A.] es la mitad de ésta [Muestra la foto E.].
221	Dary	Yo estoy con Luz. Porque a la ampliación le falta un pelito.

Se inicia el análisis de la foto F.



222	Profesora	¿ la foto F, es ampliación o reducción?
223	Luz	No es ampliación [Ana, repite la negación.]
224	Nidia	Si es ampliación [Kelly, Cristóbal, Jaime y Dary, repiten la afirmación.]
225	Cristóbal	Si, porque es el doble en alto
226	Ana	No es; aquí amplió dos veces de largo pero no de ancho; es lo mismo que la B pero al contrario, en la B aumento dos veces de ancho y no de alto; entonces no es ampliación.
227	Luz	Entonces, no es ampliación. Vuelvo a lo que yo decía ampliación incompleta. Siempre debe ser completa.
228	Jaime	Yo digo que si, porque la F es dos veces más grande que la A en la altura.
229	Ana	Pero no en ancho
230	Jaime	Pero es más grande
231	Ana	Si acá [Señala una línea del mentón de la foto E.] mido, no cambia.
232	Jaime	Pero grande es grande
233	Dary	Si medimos éste [mide el ancho del marco de la foto E], es el doble en centímetros, y acá da otro [Mide el largo del marco de la foto A]. Acá en altura, acá en está parte da uno y acá amplía más dos.
234	Luz	No, porque aquí está alta y debe tener el mismo grosor. Está es alta y está bien; pero debe tener el mismo grosor para poder verse bien.
235	Jaime	¿Grosor?
236	Ana	Grosor no es lo mismo que ancho; porque sería esto [Señala el grosor de la foto A]
237	Luz	Perdón, es el mismo ancho.
238	Dary	Es que Luz no entiende.

Se inicia el análisis de la foto G .



239	Niños	Es una reducción [Todos lo afirman.]
240	Jaime	Es un cuarto [Muestra la foto G.] de la foto A
241	Kelly	Es la segunda parte [Muestra la foto G.]
242	Dary	La G es la mitad de la A
243	Cristóbal	La G es la cuarta parte de la A

La profesora solicita a los estudiantes que analicen las fotos: G y C.

244	Profesora	Las fotos G y C, ¿son reducciones?
245	Niños	Sí.
246	Luz	[Inmediatamente] No es reducción. Pero, le falta una rayita en la nariz [Se refiere a la foto G].
247	Profesora	Muy bien. Miren que no nos estamos fijando en eso, para ser una reducción. Imagínese que si usted fuera a foto Japón y le faltara algo, usted la aceptaría si le faltara algo a la reducción.
248	Ana	No, porque hay algo que le falta y yo no la recibiría
249	Dary	Es que la culpa no es de él, porqué de pronto la cámara está dañada entonces no tiene que ser que le falte algo
250	Brian	Si yo pidiera una ampliación y le falta algo, como una ceja, yo no la pagaría porque le falta esto. Además, así no la pedí, la pedí completa.
251	Cristóbal	Aquí hay cuatro bigotes[Muestra la foto J.] y tiene seis [Muestra la foto A]. Esta tiene una rayita [Muestra la línea del mentón de la foto J.] y esta tiene dos rayitas [Muestra las líneas del mentón de la foto A.]
252	Dary	Es que esa foto es más grande [Muestra la foto J.]

253	Cristóbal	Y acá tiene una cosita acá [Muestra la línea del mentón de la foto J.] y acá tiene dos Muestra las líneas del mentón de la foto A.]
254	Dary	Como la foto es más grande. Puede tener más cosas o menos cosas; digamos cuando crece puede tener las mismas cosas y otras.
255	Ana	Si yo voy a foto Japón, pido el favor que me amplíe la foto pequeña, resulta que a la ampliación le hace falta una ceja, yo no voy a pagar ya que no le pedí una foto incompleta, porque yo le diría que la cámara esta dañada, yo no recibo la foto. Ya que la foto que pedí es tal como yo soy.
256	Kelly	Yo estoy de acuerdo. Porque si yo mando a tomar una foto normal, como dice Dary, no se puede cambiar la foto que le falta algo porque está es instantánea. Esa es al instante y eso no se puede cambiar.

Se termina la indagación sobre las razones de si es o no una ampliación, o en el otro caso, si es o no reducción cada retrato que está en el paquete. Se solicita que revisen lo que escribieron teniendo en cuenta la discusión realizada en la clase y, si quieren hacer cambios, que lo escriban en la cartilla de actividades. Se coloca la siguiente situación: *Van a imaginar que los retratos del comprador están hechos del mismo tamaño de la hoja, sin marco, sin borde, sino sólo la foto. ¿Cómo hago para saber si los retratos son ampliaciones o reducciones ?* Para que los estudiantes entendieran la pregunta se realizaron las siguientes intervenciones:

257	Profesora	Por ejemplo, el señor Gioco pone la foto la B acá, pero sin marco coloca la foto en la hoja.
258	Kelly	Es como si se viera más grande.
259	Profesora	Todas las hojas son iguales del mismo tamaño. Imagínese las fotos sin marco
260	Kelly	Queda la cara nada más
261	Luz	Cómo si hubiera dibujada la foto pero no le hubiera hecho nada acá; profe y la puse aquí sin esto [Señala el borde de una foto.] sólo la cara.
262	Kelly	O sea, en vez de hacer el marco sólo hago el dibujo.
263	Dary	Solo esta la cara del señor hay.
264	Profesora	Estamos en desacuerdos en: determinar en unas fotos si es ampliación o reducción y tampoco cuánto se redujo o se amplió la foto del comprador. Y de acuerdo es que los retratos deben tener todo los detalles de la foto del comprador.
265	Luz	Todas la fotos deben tener los detalles de la foto A
266	Profesora	¿Aceptamos la foto G?
267	Luz	No la aceptamos porque le falta una rayita de la nariz.
268	Niños	Deben estar todos los detalles

La profesora realiza un cierre a la discusión recordando los argumentos que se dieron en la sesión y se aclara que se continuará con indagar criterios para hallar las fotos correctas que corresponden a las realizadas por Gioco.

ANEXO E
PROTOCOLO 4

Fecha: 10 agosto de 2006

Para iniciar la sesión, se organizaron los estudiantes en grupos. Debían elaborar los criterios comunes que usaron para seleccionar aquellas fotos que realizó Gioco, tarea que corresponde a la parte final de la actividad # 2.

1	Profesora	¿Cuáles fueron las fotos que tuvieron más dificultad?
2	Niños	La H y la B [Muestran cada una de las fotos.]
3	Dary	La F y H [Muestra cada una de las fotos.]
4	Profesora	H?
5	Dary	La A [Muestra la foto.]
6	Profesora	No, porque la foto A es la foto original.
7	Kelly	Pero también hay otra. ¿Cuál?
8	Ana	La B
9	Profesora	Hay otras fotos, con las que tuvimos dificultad?
10	Brian	La H, La F y la B
11	Profesora	¿Por qué hay líos, en esas fotos en particular?
12	Ana	Porque no nos pusimos de acuerdo si era ampliación o reducción
13	Kelly	No . No, nos podemos poner de acuerdo si es ampliación o no es ampliación.[La profesora pregunta: “¿por qué?” e interrumpe de inmediato Kelly] Porque reducción no puede ser porque estamos hablando referente a como es la ampliación. Referente a ésta [Muestra la foto H.] con la A [Muestra la foto A.]; ésta [Muestra la foto B.] es la ampliación de ésta [Muestra la foto A.] y ésta [Muestra la foto A.] es la reducción de ésta [Muestra la foto B.], pero bueno, es la reducción.
		
14	Cristóbal	¿Reducción?
15	Nidia	Todas éstas, miramos si son el triple o la reducción
16	Kelly	De todas maneras, a que nos estamos refiriendo a la de la mitad [Se refiere a la posición en la mesa de la foto B con respecto a las otras.]
17	Profesora	Si, a la grande
18	Kelly	A la grande. Entonces la grande es la ampliación de ésta [Muestra la foto A.]
19	Profesora	Luz decía que no es ampliación porque no está ni en lo largo ni en lo ancho igual. Ana, Dary , Jaime y Brian son 4 personas que están en la misma posición. Y los estudiantes que están de acuerdo con Kelly son 1, 2, 3,4, y 5 [La profesora enumera las personas que alzaron la mano a favor de las ideas de Kelly.] porque ella dice si es ampliación porque el tamaño es más grande.
20	Luz	La B, yo digo que no es una ampliación mucho menos una reducción; porque está ampliada solo de ancho [Mueve las manos de adentro hacia fuera en dirección horizontal] y el señor que mando hacer las ampliaciones no dijo que sólo de ancho, pero él dijo, ampliémola, y para uno, hacer una ampliación tiene que hacerla bien, normal ,de ancho y de largo, yo nunca he visto una ampliación que sea sólo de ancho.
21	Profesora	Bueno, éstas hablando de la B y ¿de las otras?
22	Luz	Ésta tampoco [Muestra la foto F.]
23	Profesora	¿Por que la F, no?
24	Luz	Porque esta ampliada de alta más no de ancho [Muestra la foto F y con las manos para señalar lo alto y lo ancho.] y necesitamos que sea de alto y de ancho para tener una ampliación correcta.
25	Jaime	Es una ampliación hecha porque si. Es una ampliación
26	Profesora	Pero cuál?
27	Jaime	Con la F, la B y la H.
28	Kelly	Entonces está conmigo
29	Jaime	Si [Mira a Kelly.]. Todas son ampliaciones pero esas no las hizo Gioco, las hizo el discípulo porque el discípulo le está ayudando y el discípulo hacía unas y otras cosas mal y en cambio Gioco, las hacia bien hechas.
30	Ana	Vamos hablar de la foto H. La foto H amplio de ancho y no de largo, como dice Luz, para que sea una ampliación debe ser de alto y de ancho.
31	Kelly	Pero, usted está diciendo que amplio
32	Ana	Pero de ancho nada más
33	Kelly	La gracia, es ampliar
34	Ana	Se supone que es de alto y de largo.
35	Kelly	Pero usted, misma dijo amplio. Si, ve.
36	Luz	[Alterada y subiendo la voz] El señor que la mando ampliar no dijo ampliémela sólo de ancho, no creo, el dijo ampliémela la foto, en ningún lado especifica que diga: que sólo de ancho o que sólo de alto, él dijo ampliémela la foto y para ampliar una foto, digamos yo mando ampliar una foto a mi me dan la ampliación así [Muestra la foto D.], igual amplía, más no sólo de ancho ni de alto. Ni nada.
37	Kelly	En ningún lado tampoco especifican que toca ampliarla de ancho y de largo.
38	Dary	Digamos que si yo voy a que me tomen una foto, digamos yo soy así [Muestra la foto A.] no pueden tomarle la

		foto con los cachetes para fuera, porque queda así la foto yo no la mande hacer más grande ni más ancha.
39	Kelly	Pero, en computador si se puede ¿cierto?
40	Luz	Es que el señor no la mando hacer en computador, sino ahí, con la cámara y con la cámara no se puede ampliar.
41	Kelly	Mi posición, es igual que siempre, que está ampliando de tamaño.
42	Nidia	Estoy de acuerdo con Kelly, porque está es ampliando y uno lo puede acomodar en computador así como ésta [Muestra la foto F.].
43	Kelly	No estamos hablando de nosotros, sino lo que nos pusieron hacer.
44	Cristóbal	Yo sigo con mi posición, estoy con Luz, el discípulo dijo, que no le pidió a Gioco, que le ampliara la foto, si no que le dijo que hiciera un retrato de él.
45	Profesora	¿Cómo así un retrato de él?
46	Cristóbal	O sea, que debe ser ampliado de alto y de ancho.
47	Jaime	Otra vez, cambio, por lo que dijo Cristóbal que en ninguna parte de los que nos puso hacer, dice que el señor le dijo a Gioco que la amplié, le dice que le haga el retrato y el retrato es ampliación, entonces estaría con las dos[Señala a Luz y a Kelly.].
48	Kelly	Dónde dice que el retrato es sólo ampliación y no reducción, mejor dicho un retrato es igual a la foto.
49	Ana	Ya cambie otra vez, estoy de acuerdo con Jaime y bueno con las dos, porque como dice Kelly como yo había dicho ,se había ampliado de ancho, pero si había ampliado.
50	Kelly	Pero había ampliado.
51	Profesora	Ustedes se están guiando por el marco. Se acuerdan que el marco es el borde de esas fotos que ustedes tienen; la idea es que pensarán qué sucedería, si yo les daba las caras en hojas de igual tamaño.
52	Dary	Profe: ¿Cierto que todo, tiene un borde?
53	Profesora	Si señora, todo tiene un borde y eso lo llamamos frontera.

En la parte final de este apartado, como se habla de frontera, los estudiantes dan ejemplos de frontera como la de Ecuador con respecto a Colombia o la piel como la frontera que recubre los músculos de los seres vivos. Enfocándose de nuevo en la actividad, ellos deben determinar cuáles son los criterios para seleccionar las fotos que realizó Gioco del paquete de fotos. Se organizaron dos grupos para que los escribieran y socializaran en cartelera. (Se dio indicaciones como: Lo escrito en la cartelera debe ser el consenso del grupo ya que debían sustentarlo.)

Algunos comentarios de los grupos.

Grupo liderado por Luz

54	Luz	Mirar bien que esté bien de ancho y de ancho, igual por dentro, por ejemplo éste [Muestra la foto F.] no es igual a la cara de ese [Muestra la foto D.]
55	Nidia	Luz está tratando de decir que es que todas las fotos deben tener el mismo parecido a la foto A.
56	Luz	Acordamos como criterio que todas las fotos sean de ampliación o reducción sean de ancho y de alto.
57	Profesora	[En la cartelera escriben: "...mirar que todas las fotos estén idénticas..."] Explicame.
58	Jaime	Las fotos deben estar correctas, que uno tiene que mirar que las fotos estén idénticas, que no les falte algo, entonces así están bien.
59	Profesora	[Pasa un tiempo y al leer los textos de la cartelera, lee uno, en voz alta] "Mirar que todos los retratos tengan todo completo" ¿Y eso qué significa?
60	Luz	Que si el retrato de la foto A ésta con cinco mechones aquí [Señala su cabello.] entonces todo los retratos tienen que tener cinco mechones aquí [Señala su cabello de nuevo.]. En nuestro caso son dos mechones y tres bigotes a cada lado, entonces todos deben tener dos mechones y tres bigotes, mejor dicho todo porque si no sería retrato incompleto porque le falta algo o le sobra algo.
61	Jaime	[El grupo discute sobre cómo escribir un criterio.] No escriba medida, escriba longitud.
62	Nidia	Escriba observar
63	Jaime	[Le dicta a Luz] Observar que la longitud sea amplia o sea cómo se dice reducción
64	Luz	[Nidia toma una hoja y escribe lo que dice Luz] Observar que sea amplia, no, de la misma medida.
65	Jaime	No, porque si usted va ampliar algo como puede ser de la misma medida, digamos que sea de 5 cm no puede quedar de 5 cm
66	Luz	[Continúa dictándole a Nidia.] La misma medida ya sea ampliación o reducción

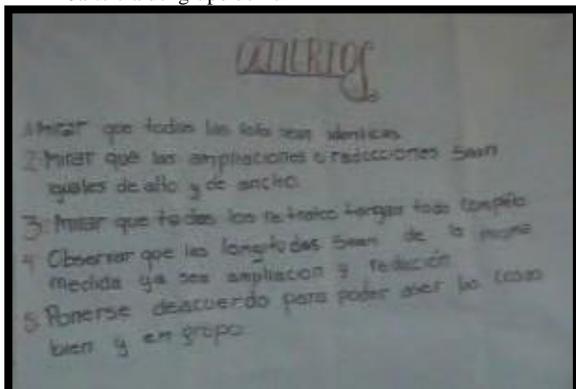
Grupo liderado por Kelly

67	Profesora	¿Cómo están haciendo la cartelera?
68	Cristóbal	Están escribiendo los criterios como cada uno piensa
69	Kelly	Estamos haciendo los criterios como cada uno piensa, primero Cristóbal, él piensa que es una ampliación porque estaba aumentando de tamaño la foto, el retrato estaba aumentando de tamaño. El otro nos dice que la fotografía es buena y la correcta porque ella tiene la razón. Dary está de acuerdo conmigo porque dice que si aumento de tamaño es una ampliación y yo porque tengo la razón de todas las ampliaciones.
70	Cristóbal	Yo opino que la opción de Kelly, ella tiene la razón de todas las ampliaciones y reducciones son de Gioco.
71	Profesora	O sea que todas son de Gioco
72	Cristóbal	No, sólo las que hizo Gioco, todas las que están iguales.
73	Profesora	Todas son iguales
74	Kelly	Las iguales son las que están ampliadas de ancho y alto. Y las del discípulo también son ampliaciones pero sólo la cambio de un lado.
75	Cristóbal	Si, pero digamos unas [Refiriéndose a las fotos] tienen, por ejemplo un pedazo de ojo y otro no, es que no tiene la marca, entonces es del discípulo.
76	Profesora	Kelly estaba completando la idea.
77	Kelly	Las fotos de Gioco son las que están perfectas; pues, las que están ampliadas de ancho y de alto, las que tienen el ojo igual, la figura todo igual. Y las del discípulo son las que están ampliadas sólo de ancho o sólo de alto pero sí

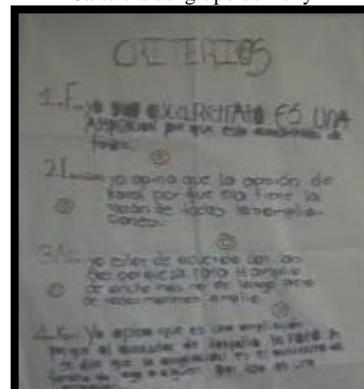
		están ampliadas. Porque están ampliado, así sea de ancho o de alto. Están ampliando.
78	Ana	Yo estoy de acuerdo con las dos, como dije ahorita. Porque de todas maneras la foto A la ampliaron de largo o de ancho; por ejemplo, la foto H la ampliaron el triple de ancho pero no de largo. Pero de todas maneras, ahí va la palabra ampliaron entonces estoy de acuerdo con las dos.

Se pegan las carteleras de los grupos en la pared para socializarlas:

Cartelera del grupo de Luz



Cartelera del grupo de Kelly



79	Kelly	[Lee los enunciados de la cartelera de su grupo] Porque yo digo que el retrato es una ampliación porque están aumentando el tamaño [Lo que sigue no estaba escrito] que tenía la foto anterior que es la A. Cristóbal opinó que la opción mía porque yo tengo la razón de todas las ampliaciones están grandes [Cambio el texto, el texto escrito es: "yo opino que la opción de Kelly porque ella tiene la razón de todas las ampliaciones"]. [Lee el enunciado tal cómo está] Ana: yo estoy de acuerdo con las dos porque la foto H. amplio de ancho más no de largo pero de todas maneras amplio. [Lee, el otro enunciado.] Kelly: yo opino que es una ampliación porque al aumentar de tamaño de la foto K, se dice que la ampliación es el aumento de tamaño de algo o alguien por eso es una ampliación. [Lee, el enunciado siguiente] Dary: yo opino que las dos tienen la razón porque Luz dice que no se puede ampliar solamente los cachetes pero sí se puede ampliar de ancho o de largo.
80	Jaime	Primero, nuestros criterios son [Lee el primer enunciado de la cartelera] mirar que todas las fotos sean idénticas. O sea que sean iguales o sino serían diferentes; o sea el mismo.
81	Luz	Otro criterio [Lee el segundo criterio de la cartelera] mirar que las ampliaciones o reducciones sean iguales de alto y de ancho. [Se dirige al grupo para dar una explicación de lo escrito.]. O sea que no sólo de ancho es la ampliación, sino también que sea de alto y de ancho; más no sólo de alto.
82	Jaime	[Lee el tercer criterio de la cartelera] tercero mirar que todos los retratos tengan todo completo. Por ejemplo, que al señor no le vaya a faltar una nariz y que no le vaya a faltar una ceja [Se refiere a la pestaña.], un ojo y que tenga todo completo.
83	Dary	Sino no sería un dibujo sería una cosa diferente.
84	Luz	[Lee el cuarto criterio de la cartelera] Cuarto, observar que las longitudes sean de las mismas medidas ya sea ampliación o reducción [cambia el texto, decía: "observar que las longitudes sean de la misma medida ya sea ampliación y reducción"]. Significa que necesitamos que las medidas de las longitudes, sean las mismas, no pueden tener más ancho que alto, sino que sean las mismas longitudes.
85	Brian	Yo, leo el siguiente.
86	Luz	Pero, lo explica
87	Brian	No [mueve la cabeza].
88	Luz	[Lee el quinto criterio de la cartelera] Ponerse de acuerdo para poder hacer las cosas bien y el grupo. O sea para poder hacer todas las cosas y los trabajos tenemos que ponernos de acuerdo y en grupo, y así todo nos va a quedar bien.
89	Profesora	Ustedes tenían que escribir criterios. De lo que escribieron, preguntó: ¿Todos son criterios o son opiniones?
90	Niños	Son opiniones
91	Profesora	¿Son criterios u opiniones?
92	Jaime	Opiniones.
93	Brian	Las dos cosas.
94	Jaime	No, nosotros escribimos estrategias.
95	Profesora	Eso es lo que nosotros tenemos que mirar, y los criterios eran claves para saber si eran las fotos de Gioco o no. Porque las fotos de Gioco estaban correctas.
96	Luz	Yo creo, que lo de ese grupo son opiniones[Señala el grupo liderado por Kelly.]. Porque si miramos bien, Kelly dice yo opino; Dary dice yo opino; Ana dice yo estoy de acuerdo [Lee palabras de la cartelera.]. Ahora, criterios, el título es criterios [Lee el título de la cartelera]. Los criterios son claves para poder hacer ese trabajo, estrategias. Si miramos nosotros, nosotros pusimos, [lee el primer criterio] mirar que todas las fotos sean idénticas, es una estrategia para poder hacer las tareas, todo bien.
97	Ana	Respecto a los criterios que es el tema de ahora del grupo de allá [Refiriéndose al grupo de Luz.]. Primero [Lee el primer criterio de la cartelera del grupo de Luz.] mirar que todas las fotos sean idénticas, eso no sería ni criterio, ni opinión; porque yo tengo entendido que un criterio, se trataba de verificar que las fotos de Gioco estaban bien y que las fotos del discípulo estaban mal. Entonces yo estoy de acuerdo que son opiniones.
98	Kelly	Yo creo, que ella tiene razón [Refiriéndose a Luz.], los criterios son claves para encontrar la solución del tema que nosotros estamos tratando y son claves y unas de las claves que nosotros...[Interrumpe la profesora].

99	Profesora	¿Qué es en sí, claves ? ,¿a qué te estás refiriendo?
100	Kelly	Digamos la primera, [Lee el primer criterio de la cartelera del grupo de Luz.] <i>mirar todo las fotos que sean idénticas</i> , eso es una clave para ver si es. Los criterios son claves. Por ejemplo: La segunda también porque es [Lee el segundo criterio de la cartelera del grupo de Luz.] <i>mirar que las ampliaciones quedan igual de alto y de ancho</i> . Ah!, pero la segunda no.
101	Profesora	Estamos mirando si son criterios o no y después vamos a mirar qué dicen.
102	Luz	Kelly me dice que son claves más no criterios. Los criterios es lo mismo que claves Dary
103	Ana	Hablemos del primer criterio que escribieron ellos, digamos que es una opción y es una clave.
104	Profesora	[Muestra las carteleras de los grupos.] Vamos a aclarar una cosa, criterios es para mirar cuáles son las fotos que estaban bien hechas, quiere decir, cuáles son las ampliaciones o las reducciones que están bien.
105	Kelly	Todas
106	Profesora	¿Las qué hizo, quién?
107	Kelly	Las que hizo Gioco están perfectas y las que hizo el otro muchacho no están bien.
108	Profesora	Las que hizo Gioco, son las ampliaciones o las reducciones que están bien hechas. La tarea era hacer los criterios que utilizó cada uno para seleccionar las fotos, como las claves que les voy a dar a mis compañeros para seleccionar las fotos correctas. [Muestra la cartelera del grupo de Kelly] Lo que se encuentra acá ¿son opiniones o criterios? [A los estudiantes se les pregunta si son opiniones o criterios: obteniendo 6 y 2 respectivamente.] Son opiniones porque los criterios son acuerdos del grupo y cómo está escrito [cartelera del grupo de Kelly] no se llegaron a acuerdos. Vamos a leer lo que dice el primero [lee la primera opinión del grupo de Kelly] <i>yo digo que el retrato es una ampliación porque está aumentando de tamaño</i> , si yo voy a sacar un criterio de ahí, ¿cuál sería?
109	Kelly	Mirar que las ampliaciones, todas sean del mismo tamaño. Mirar que sea un aumento de tamaño para que sean ampliaciones.
110	Profesora	Realmente lo que se necesita es que aumente el tamaño. [Lee la segunda opinión del grupo de Kelly] <i>Yo opino, que la opción de Kelly porque ella tiene razón de todas las ampliaciones</i> , aquí lo único que me dice Cristóbal es que está de acuerdo con lo que dice Kelly; pero, en ningún momento me está dando un criterio para saber si la foto es grande o no, o la foto es ampliación o reducción. ¿Dijo algún criterio?
111	Kelly	No, dijo nada de criterio
112	Profesora	[Lee la tercera opinión, de la cartelera del grupo de Kelly.] <i>Yo estoy de acuerdo con las dos porque la foto H, amplio de ancho pero no de largo pero de todas maneras amplio</i> . Esto que está aquí ,vamos a leerlo muy bien, lo que nos sirve es lo que está subrayado [La profesora subraya en la cartelera: <i>amplio de ancho pero no de largo pero de todas maneras amplio</i>]. Esto nos está diciendo que está de acuerdo con Kelly y con Luz porque se está aumentando ¿de qué ?
113	Niños	De tamaño
114	Profesora	No, ¿Con qué de lo que está escrito está de acuerdo Ana?
115	Ana	Que es una ampliación.
116	Profesora	¿Con qué de lo que hemos leído está de acuerdo?
117	Dary	Con él de Cristóbal.
118	Profesora	No, porque Cristóbal no dice ningún criterio.
119	Kelly	Con los dos, porque ambos están de acuerdo conmigo.
120	Nidia	Con el primero porque él dijo lo de la ampliación, que aumenta de tamaño y Ana dijo lo de la ampliación
121	Luz	[Lee en la cartelera del grupo de Kelly] Dijo el primero: <i>yo digo que el retrato es una ampliación porque está aumentando de tamaño</i> y dijo Ana: <i>la Foto H amplio de ancho más no de largo pero de todas maneras amplio</i> . Están de acuerdo los dos porque esta refiriéndose a aumentar de tamaño.
122	Profesora	Puedo decir qué tienen el mismo criterio ¿por qué Kelly ?
123	Kelly	Eso [Refiriéndose a las opiniones] no es exactamente el mismo. Porque él dice es que hay que mirar que éste aumentan de tamaño para ver si es una ampliación y Ana dijo yo estoy de acuerdo con las dos pero amplió de ancho más no de largo ,de todas maneras amplio. Usan otras palabras pero está lo mismo.
124	Profesora	Vamos a volver a mirar las opiniones y vamos a leer la de Kelly.[Lee lo escrito por Kelly en la cartelera] <i>yo opino que es una ampliación porque al aumentar de tamaño la foto A se dice que el ampliación es el aumento de tamaño de algo o alguien por eso es una ampliación</i> . ¿Con las opiniones que están escritas y hemos leído, con cuáles se ven acuerdos?
125	Dary	Con Ana y conmigo.
126	Profesora	¿Cuántos criterios se podrían escribir de acuerdo a las opiniones?
127	Cristián	Muchos
128	Profesora	Uno, ¿cuál ?
129	Dary	Uno bien largo y que todos digan un pedazo
130	Profesora	Sólo voy a escribir uno que tenga, todas las ideas de todos
131	Kelly	Yo digo el criterio que estamos diciendo todos, hay que tener en cuenta que una ampliación es el aumento de un tamaño.
132	Profesora	Y que pasó, les falta algo, las reducciones qué...
133	Kelly	No, porque estamos hablando de las fotos, de las tres [Se refiere a las fotos B, F y H.]
134	Dary	Ahora, veamos la cartelera de ellos [Refiriéndose a la cartelera del grupo de Luz.]
135	Profesora	[Lee el primer criterio.] La frase es <i>mirar que todas las fotos sean idénticas</i> , están de acuerdo que ese sí es un criterio.
136	Niños	Si.
137	Profesora	Yo digo que no. ¿Qué significa para ustedes idénticas?
138	Niños	Iguales
139	Profesora	¿En qué ?
140	Dary	En todo, en forma, en tamaño, en medida. O sea iguales en todo como la foto K y la foto A.
141	Kelly	No, idénticas no. Uno mira que todos las fotos sean idénticas. No, porque entonces no sería ni una ampliación ni una reducción, porque serían idénticas. Idénticas en tamaño, en cejas, en ojos, en nariz, en boca [Señala cada

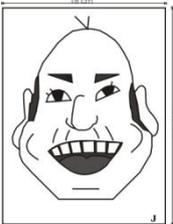
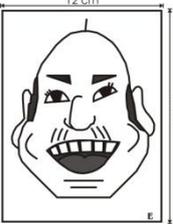
		parte que enuncia en su rostro.], es decir todo igual ni más grande ni más pequeño.
142	Luz	Entonces que las condiciones sean iguales en alto y ancho
143	Ana	Como dice usted [Refiriéndose a la profesora.] no es un criterio.
144	Profesora	¿Por qué?
145	Ana	Para mí, idéntico, significa que tenga la misma medida y tenga todos los defectos de la foto y tengan igual longitud del marco, etc. En cambio, si la foto tiene una cosa, la otra la debe tener. Por ejemplo, si tiene tres pestañas la otra también debe tener lo mismo, es decir, idéntica.
146	Dary	Puedo decir que esa bolsa es igual a la otra [Señala otra bolsa], porque Gioco hizo unas, y el discípulo hizo unas más. Eso no significa que tiene que tener el mismo pelito, digamos aquí arriba [Señala la parte superior de su frente.] es que tiene que ser así, no es que sean equivocaciones de Gioco ni del discípulo.
147	Luz	Una foto, yo le tomé una foto a usted [Muestra Dary.] y salió con la lengua fuera, entonces sea el discípulo o sea Gioco, yo tengo que entregarle la foto ampliada o con la reducción, le tengo que entregar la misma cosa.
148	Profesora	La razón de que no estaba de acuerdo es por la palabra idéntico. Idéntico se refiere a lo que dijo Dary, que eran del mismo tamaño, forma y todos los detalles que tienen. Por eso no es conveniente usar la palabra idéntico. La idea que quieren expresar está ahí en los otros criterios, cómo lo decimos de forma más conveniente.
149	Kelly	[Lee el cuarto criterio.] en el cuarto dicen: <i>observar que las longitudes tengan la misma medida ya que sean ampliaciones o reducciones</i> . Pero como van a ser las fotos de la misma medida, si uno la va ampliar cómo pueden ser de la misma medida.
150	Profesora	No me cambie el tema [dirigiéndose a Kelly]. Estábamos hablando del primero, están de acuerdo todos con la idea que ellos quieren expresar.
151	Niños	Si
152	Profesora	Lo que yo quiero, es que miren los criterios que ellos escribieron, si uno de esos, tiene la idea que ellos quieren expresar. Ya no vamos a mirar el uno, sino 2, 3, 4 y 5.
153	Jaime	La tercera, porque hay que mirar que tengan todo completo.
154	Kelly	Si, eso es lo que tratan de decir ellos.
155	Profesora	¿Por qué estás de acuerdo, Kelly?
156	Kelly	Porque ahí dice que [texto de la cartelera] <i>mirar que los retratos tengan todo completo</i> . Mirar que la foto sean idénticas; yo pienso que lo que ellos quisieron decir ahí, es que fueran idénticas a la original, a la [Foto] A, que fueran idénticas, si es ampliación o reducción no puedan ser idénticas en tamaño, porque está aumentando.
157	Dary	Digamos coge esa bolsa [Toma una bolsa.] y les saca una fotocopia a veces queda borrosita... Bueno, entonces al libro al sacar una fotocopia, puede ser que una parte no se va a ver, unas cositas; entonces, son distintas.
158	Profesora	Dejamos como criterio que <i>Todos los retratos tengan todo completo</i> . Vamos a dejar el criterio escrito como está o se va arreglar. Es decir, cualquiera que leyera eso, va a entender que va a mirar el bigote, los pelitos, la nariz, los detalles, cuando lea <i>todo completo</i> ¿será que sí?
159	Niños	No.
160	Dary	Yo no puedo sacar una fotocopia que me dé lo mismo, o no puede igualar las cosas.
161	Profesora	¿El argumento que dice ella [Dary] es válido?
162	Ana	No es válido, Dary esta hablando de sacar fotocopias y no dé las fotos.
163	Dary	Digamos que Luz tiene una hermana gemela.
164	Luz	Eso no entra hay, porque hay gemelos que no se parecen.
165	Profesora	No se salgan del tema. Retomando Kelly había nombrado el criterio cuatro que dice [lee el criterio] <i>Observar que las longitudes sean de la misma medida ya sea ampliación o reducción</i> . Ella dice que eso no puede ser porque las medidas serían igualitas, pasaría lo mismo qué cuál criterio.
166	Kelly	O sea pasaría lo mismo que el primer criterio.
167	Jaime	Yo quería explicar a Kelly que cuando dice que sean de la misma longitud ya sea ampliación o reducción; quiere decir que si yo voy ampliarla al doble, si es dos debe ampliarla a dos, no puedo ampliar a dos y medio; debe ser cuatro, tiene que ser la misma medida. Y lo mismo hay que hacer con las ampliaciones o las reducciones.
168	Kelly	Yo no entendí.
169	Jaime	A ver digamos [Interrumpe Kelly].
170	Kelly	No puede ser las medidas iguales, entonces lo que se debe tener en cuenta que si es una ampliación debe ser más de la medida de la foto A.
172	Ana	Yo estoy de acuerdo con Kelly, porque la medida no puede ser igual. Si la medida se va a reducir va a quedar más pequeñita. Hay podían haber metido los defectos que sean iguales, de todas maneras, si la foto que realizo Gioco es pequeñita debía quedar igual los defectos más no la medida.
173	Kelly	Los defectos tienen que ser iguales, es decir son iguales en forma, pero no pueden ser de la misma medida, si es ampliación deben ampliarse las partes y si es reducción se deben reducir.
174	Cristóbal	Yo digo que aquí hay un dibujo y lo voy a dibujar y lo puedo hacer más grande o más pequeño, sólo puede salir igual si yo lo calco.

Se termina la sesión de trabajo.

**ANEXO F
PROTOCOLO 5**

Fecha: 17 de agosto de 2007

Se continua con la discusión sobre lo que estaba escrito en las carteleras. Para ello, la profesora realiza una contextualización de lo discutido en la clase pasada y anuncia lo que pasa en la parte de *la misma medida ya sea ampliación y reducción* donde había una posición de Kelly y otra de Jaime .

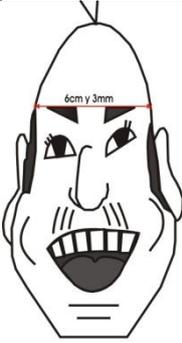
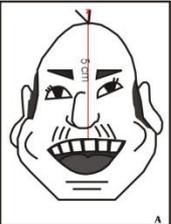
1	Profesora	[Lee el primer enunciado de la cartelera del grupo dirigido por Luz]: <i>1. Mirar que las fotos sean idénticas. ¿qué significa idénticas?</i>
2	Luz	Por ejemplo, todos ustedes tienen 2 cejas, 2 ojos, una nariz, una boca deben ser idénticas
3	Ana	Que sea como otro gemelo, con otros son idénticos, son iguales, por ejemplo, si Dary tiene una hermana gemela, la hermana gemela no tendrá la cantidad de lunares que tiene.
4	Profesora	Si, pero digamos; como estamos hablando de las fotos deben tener...
5	Ana	Todos los elementos que tiene la foto A
6	Profesora	Y también esos elementos deben tener la misma forma. [Lee enunciados de la cartelera de Luz.] <i>1. Mirar que las fotos sean idénticas, 2. Mirar que las ampliaciones o reducciones sean iguales de alto y de ancho, 3. Mirar que todos los retratos tengan todo completo, 4. Observar que las longitudes sean de la misma medida ya sea ampliación y reducción. 5. Ponerse de acuerdo para poder hacer las cosas bien y en grupo. Éste [señala el quinto enunciado] tiene que ver con lo que estamos hablando. ¿es un criterio?</i>
7	Niños	si
8	Luz	No tiene que ver; pero, es una recomendación que se da a los grupos para que lo tengan en cuenta y puedan hacer las cosas bien.
9	Profesora	Tu decías algo importante, que es una recomendación y no un criterio. Estamos hablando de criterios de selección. Además Jaime, la última vez que hablo, daba como ejemplo, que era el doble que es dos veces más grande- Miremos de nuevo el criterio [Lee el criterio de la cartelera.] <i>2. Mirar que las ampliaciones o reducciones sean iguales de alto y de ancho. ¿Será que eso puede suceder que las ampliaciones y las reducciones sean iguales de alto y de ancho?</i>
10	Nidia	No
11	Jaime	Si
12	Dary	O sea, puede ser de la misma medida, pero varía la medida de alto y ancho, porque la [foto] A es más pequeña que la figura G, es más pequeña; y puede tener la misma medida pero el doble.
13	Ana	Como dice Dary que las fotos tienen que ser idénticas pero debe cambiar el ancho y el largo, de la misma medida, para que sea bien el cambio.
14	Profesora	Yo les traje las fotos [Paquete con el que realizaron la actividad 2] para que lleguemos a conclusiones entre todos. Estamos de acuerdo que un criterio es que tenga todo lo que hay acá [Muestra el rostro del comprador.], todos los elementos que están ahí deben estar en todas las fotos, entonces ya por eso, vamos a descartar una foto de acá [Busca una foto de las del paquete.], ¿cual es la foto que descartamos?
15	Cristóbal	La [foto] E.
16	Ana	Descartamos la que tenía el lió que era la J [La toma del paquete.]. Porque aquí abajo [Señala el mentón.] le falta una rayita, le faltan bigotes [Se refiere a las líneas que están debajo de la boca.] le faltan una pestaña [Se refiere a las líneas que están en el ojo izquierdo de la foto.], ésta se descartaría, y no sería ni una ampliación ni una reducción.
		
		Hay otra figura que también descartaríamos por estar incompleta
17	Dary	La [foto] C porque le falta una línea a la nariz
18	Cristóbal	Hay otra, como la E porque le falta un pelito en la calva.
		
19	Luz	Entonces esas fotos no fueron realizadas por Gioco porque están incompletas.
20	Profesora	Ahora vamos a mirar lo que es una ampliación. Está es mi foto A [Muestra la foto A que es la del comprador.], cuando se realiza una ampliación y para que quede bien hecha, qué debo hacer.
21	Luz	Cambiar el largo y el ancho.
22	Profesora	Lastimosamente, Luz tiene razón. Para poder ampliar tengo que ampliar tanto el largo como el ancho
23	Luz	Si, si, si.
24	Nidia	Hay no.
25	Profesora	Si usted solo amplía en una sola dirección [Muestra el largo de la foto A.] está mal la ampliación

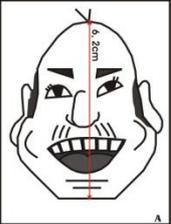
26	Jaime	Entonces Luz si tenía la razón
27	Luz	Yo tenía la razón. Porque yo decía que ésta [Foto B.] no es una ampliación porque tenía que ser alto y largo. No sólo de alto, no sólo de largo sino de los dos lados.
28	Profesora	¿Qué fotos descartaríamos?
29	Lina	Por eso descartamos lo que decía Kelly que ésta [Foto B.] era una ampliación. Lo que es una ampliación del tamaño, en este caso, de éste rectángulo [Muestra el marco de la foto B.], así es el doble del tamaño[Muestra como la foto A cubre el doble a la foto B.].
30	Jaime	Si yo miro el rectángulo de largo [Refiriéndose al marco de la foto F.], éste es el doble de tamaño a lo largo de la foto A y si yo miro éste [Refiriéndose a la foto H.] es el triple de ancho del tamaño. Entonces todas éstas [Refiriéndose a las fotos H y F.] ya se descartan como la [Foto] B.
31	Ana	La B que era la foto polémica, por la que empezamos todo y la descartamos porque no están ni el largo ni el ancho bien.
32	Brian	Es una ampliación mal hecha
33	Profesora	[toma la foto D] Esta es ampliación, porque esta ampliado tanto el ancho como largo ¿cuántas veces cabe de ancho la foto A
34	Cristóbal	Tres veces[Muestra el recubrimiento del ancho de la foto D con la foto A.]
35	Profesora	¿y de largo?
36	Nidia	Tres veces[Muestra el recubrimiento a lo largo de la foto D con la foto A]
37	Profesora	A lo ancho y a lo largo debe haber tres veces. ¿Y en toda la superficie?
38	Cristóbal	Cabe nueve veces [Muestra el recubrimiento de la superficie de la foto D con la superficie de la foto A.]
39	Profesora	Estamos determinando el valor de la ampliación porque aumento en la misma cantidad o medida tanto en largo como en ancho; y, la foto D tiene todos los detalles de la foto A. Ahora, vamos a mirar ésta [muestra la foto K]
40	Jaime	Esa no es ampliación
41	Profesora	Esa no es una ampliación, dicen acá [Señalando a Jaime.] ¿por qué ?
42	Dary	Porque es igual a la [Foto.] A.
43	Luz	No es ampliación, ni reducción, ninguna de las dos
44	Jaime	La descartaríamos también, porque no sería ni ampliación ni reducción.
45	Profesora	Vamos a mirar ésta chiquita [Toma la foto I.] ¿es una reducción?
46	Dary	Tampoco, ah! esa sí, es una reducción. Porque es tres veces nueve.
47	Profesora	Es una reducción y no es nueve veces, es un tercio. Para ver cuánto es una reducción tomo de la foto cada longitud y miro cuántas veces cabe el largo y el ancho de la foto I en el largo y el ancho de la foto A; yo solo tengo que mirar que [Recubriendo el ancho de la foto A] cabe tres veces y que por este lado cabe tres veces [Recubriendo el largo de la foto A]. Tengo la siguiente pregunta ¿si aquí cabe dos [Refiriéndose al ancho] y aquí [Refiriéndose al alto] tres, es ampliación?
48	Jaime	No.
49	Profesora	¿Por qué?
50	Jaime	No, porque va a dar de igual medida.
51	Luz	No, no. Si una es de dos, y la otra de tres, no sería, ni ampliación, ni reducción, tenemos el mismo problema con las otras [Muestra las fotos B, H y F.] que tenemos allá, que están solo ampliadas así [Con las manos hace la señal de ancho.] y no así [Muestra la señal de largo.].
52	Profesora	O sea están ampliadas ambas, a lo alto y a lo ancho; pero no, con el mismo número. Ese número, se llama en matemáticas factor de conversión, el número de veces que amplía el largo y el ancho es el mismo; igual pasa con la reducción, el número de veces que se reduce tanto el largo como el ancho debe ser el mismo.
53	Luz	Entonces lo mismo pasa con éstas [Se refiere a las fotos F, B, H, E, J y G]
54	Dary	Entonces Gioco hizo poquitas
55	Profesora	Claro, Gioco hizo poquitas . Ahora si, entendieron la tarea. Entonces cuáles son los criterios para seleccionar una foto que éste bien.
56	Brian	Que tenga todo lo de la foto.
57	Ana	Que tenga el mismo número tanto de largo como de ancho; sea reducción o ampliación.
58	Luz	Que tengan todas las cantidades de números de medidas.

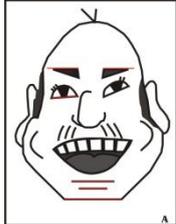
Se le entrega a cada estudiante, seis retratos del comprador sin marco, todos los retratos están en hojas tamaño carta. Y se les solicitó a los estudiantes que escribieran las razones. Para resolver la actividad , se observó que los estudiantes toman medidas de las distancias de algunas partes de la cara.

En el proceso de socialización se tuvo los siguientes diálogos:

59	Profesora	¿Quién nos quiere compartir cómo resolvió la tarea?
60	Brian	Yo, lo resolví con la regla.
61	Profesora	¿Qué hiciste con la regla?
62	Brian	Medí con la regla, por ejemplo, acá [Toma la medida sobre las cejas de la cara de la hoja #4.] media 6 cm y 3mm; entonces miraba si era el doble de ancho o de largo. Mejor dicho, si era una ampliación o una reducción.

		 <p style="text-align: center;">4</p>
63	Ana	Yo, no medí con la regla porque era más por vista que por medida, como ésta [muestra la cara de la hoja #1]
64	Jaime	Pero midió [Dirigiéndose a Ana.].
65	Cristóbal	Las diferencias entre las fotos de Gioco y el discípulo, es que las de Gioco tienen marco y las del discípulo no
66	Brian	Creo que ellos hicieron así, si era más grande que la foto A ,era una ampliación si era más pequeña era una reducción.
67	Ana	No es una ampliación porque no está igual de largo y de ancho.
68	Brian	Por eso, si era más grande de ancho era una ampliación, era también de alto.
69	Profesora	Vamos a revisar la cara de la hoja#1.
70	Nidia	La primera la rechace, porque debe tener de ancho como de largo y no más la amplió de largo.
71	Cristóbal	Gioco no recibió la foto, porque las fotos de Gioco tienen marco y las del discípulo no.
72	Profesora	O sea que ninguna de las fotos de ahí sirven, porque no tienen marco [Dirigiéndose a Cristóbal.].
73	Jaime	Todas, no.
74	Profesora	Dices que: “todas, no”. Todas las caras no. Por qué...
75	Jaime	Por las medidas.
76	Ana	[Leyendo] <i>Gioco rechaza ésta</i> [Muestra la cara de la hoja # 1.] <i>porque no vio que era una ampliación porque nada más la amplió de largo y no de ancho y era la ampliación de ancho y de largo.</i>
77	Profesora	Nidia, qué escribiste
78	Nidia	Casi lo mismo. Bueno, yo voy a explicar. Sino que uno se da cuenta, porque como al principio dijimos que para saber tenía que ampliar de largo y de ancho y aquí [Muestra el largo de la cara de la hoja #1.] sólo está de alto y no de ancho.
79	Luz	[Leyendo] <i>No, porque está más estirada y eso así no es, porque tiene que ser de juntos lados.</i>
80	Brian	En la primera.[Busco lo que escribí.] No.
81	Profesora	¿No. Por qué?
82	Brian	Nooo! Yo ahorita, le digo.
83	Dary	Yo puse que no, es algo parecido a lo de Luz. Porque yo no puedo mandar, vuelvo a lo de las fotos, yo no puedo mandar a tomar una foto que me queden las cejas así más chiquitas, con dos pestañas no más, más flaquita [Refiriéndose a la cara de la hoja #1 que es alargada.], la boca más ancha. O sea si yo tomé una foto, me la tomé como salgo pero si yo quiero tomarme una foto y yo quiero salir sin una ceja no me la pueden quitar.
84	Jaime	No. [leyendo] <i>Porque la foto que si tiene marco mide 7 cm y la uno mide 20, entonces no porque es una ampliación pero bien hecha</i>
85	Brian	A ver ,yo escribí lo mismo, casi lo mismo.
86	Luz	Se rechazó porque está más alargada
87	Profesora	Vamos a revisar la cara de la hoja#2. ¿quién nos quiere compartir?
88	Luz	No, es una reducción.
89	Brian	Ya, lo decía Dary.
90	Jaime	Porque sólo se redujo de alto y no de ancho.
91	Brian	Ah! Sí, claro.
92	Profesora	Vamos a revisar la cara de la hoja#3.
93	Cristóbal	Porque es deforme y no tiene marco tampoco.
94	Dary	Pueden no tener marco pero pueden tener las mismas medidas o quitarle o encimar.
95	Luz	La tres se rechaza porque sólo cambio de alto. Aunque la vista nos engaña se piensa que es de ancho
96	Profesora	Vamos a revisar la cara de la hoja# 4.
97	Jaime	Tampoco, Yo digo que no, porque la foto A, tiene 5 y haya tiene... [Mide en la cara de la hoja #4.]
		 <p>Aquí tiene 10 [Mide la misma distancia en la foto A; y en la cara de la hoja #4.]; pero, espera [Dirigiéndose a Brian.], está mal hecho [Verifica la medida y es 15 cm].</p>

		
98	Brian	No, porque está ampliando al triple de alto y doble de ancho.
99	Profesora	Brian nos da una buena razón, de la cuatro que es lo que nos dice:
100	Brian	Porque está ampliada al triple de alto y al doble de ancho.
101	Profesora	¿Como sacaste esa medida?
102	Brian	Midiendo la foto A, acá [Muestra el borde de la cabeza.] de alto me da...cómo yo lo acabe de decir [Refiriéndose a la expresión “triple de alto”], de alto me da [Muestra que mide en la foto A.]
103	Profesora	Usted mide desde el borde de la cabeza, no desde los 2 pelitos, hasta aquí [Muestre el final del mentón de la cara de la foto A.] y ésto cuánto da.
		
104	Luz	6cm y 2mm.
105	Profesora	Y lo que hace ahora, es mirar esa medida, o sea le dio 3 veces, entonces cuánto debe medir, dieciocho [Inmediatamente, Brian dice: Sí.] ¿Qué mediste para saber el doble?
106	Brian	Pues de acá [Toma la medida de la parte final del mentón de la foto A.], como acá en la foto A, nos da 2 cm aquí nos daría 4 y me dio 4 cm [Muestra la medida del mentón de la cara de la hoja #4.].
107	Profesora	Él tomó la medida del borde de la cara, al final [Foto A], y en la foto original mide 2 y aquí [Muestra la cara de la hoja #4] 4 pues él deduce que amplio el doble. Y así [Muestra la imagen anterior], el pone la regla en forma vertical, eso me da que amplio el triple entonces por eso no es una ampliación.
		
		Vamos a revisar la cara de la hoja#5.
108	Nidia	No, porque no es igual [Refiriéndose a la foto A.] porque tiene más bigotes.
109	Jaime	Debe cumplir con todas las condiciones. Todas las que dijimos antes.
110	Dary	Tiene más bigotes.
111	Jaime	Tiene uno más, en cada lado [Refiriéndose a los pelitos del bigote de la cara de la hoja # 5.]
112	Ana	En el derecho tiene cuatro [Refiriéndose al número de pestañas del ojo derecho de la cara de la hoja #5.] cuando tenía dos.
113	Profesora	O sea ,ella está hablando de las pestañas.
114	Luz	Como que el discípulo hizo todo igual; pero sin orden en la cantidad, antes no hizo cuatro cejas o dos ojos más.
115	Profe	Vamos a revisar la cara de la hoja#6
116	Brian	Si, porque ésta [Refiriéndose a la cara de la hoja#6.] ampliado tanto de ancho como de largo
117	Cristóbal	Si y no. Si porque tiene largo y ancho. Y no, porque no tiene marco.
118	Brian	Es que no estamos hablando del marco.
119	Ana	No estamos hablando del marco, sino de la cara
120	Dary	Digamos usted no tiene saco pero tiene lo mismo que tiene los otros.
121	Cristóbal	Sí, porque tengo ojos, boca.[Interrumpe a Dary]
122	Dary	No es lo mismo, no tiene los mismos ojos de Jaime, no tiene la misma nariz[Interrumpe Ana]
123	Ana	No porque él, tiene las mismas cosas.
124	Dary	Son distintas.
125	Luz	Pero tienen lo mismo, tienen la misma nariz [Interrumpe Jaime y Brian.]
126	Jaime y Brian	Nooo!
127	Profesora	Vamos a realizar aclaraciones. Una pregunta, primero sí ésta es mi figura original [Muestra la foto A.] que mandaron ampliar, si yo dije al triple, que fue un ejercicio que ustedes hicieron al triple, si yo amplio al triple esta cara, todo se

		amplia al triple .
128	Dary	No.
129	Jaime y otros	Sí.
130	Profesora	O sea, ; los ojos la nariz, la boca,...
131	Niños	[Unos dicen] sí [Y otros] no
132	Luz	Yo digo por qué. Si yo aquí le hice la rayita [Muestra la línea que está debajo de la boca de la foto A.] y a la más grande no puede tener la misma distancia de la rayita porque me saldría muy mal, o me puede quedar el marco así [con las manos, muestra la señal de grande] y con lo de adentro, con los ojos tal como están en está [muestra los ojos de la foto A] y quedaría chiquitica.
133	Ana	Para que sea el doble; tiene que ser por ejemplo, que la rayita de la nariz tiene 2 mm y para ampliar al doble tiene que ser 4 y para ampliarla al triple tiene que ser 6 mm, o sea que sí.
134	Profesora	O sea que estás de acuerdo[dirigiéndose a Ana] que toda la cara se amplia al triple, todas las líneas se amplían al triple
135	Ana	Si van a ampliar al triple o al doble
136	Profesora	Cuando hay reducción, ¿qué pasa?
137	Ana	Cuando se reduce, todas las partes se reduce a la misma medida
138	Profesora	Jaime, qué ibas a decir
139	Jaime	Todo se amplia al triple; pero no la cantidad. Digamos hay tres pelitos se va ampliar al triple, no pueden a ver 9 [refiriéndose al # de pelitos] sino 3.
140	Profesora	No la cantidad, es una buena sugerencia. Lo que amplia al triples entonces qué es
141	Cristóbal	La forma
142	Luz	Nooo! Lo que amplio fue todo, como el largo y el ancho. Tengo que ampliar todas las curvas que hay ahí.
143	Dary	Si pero, hay en unas fotos que faltan cosas; o sea, yo voy a coger esta foto y la voy ampliar, por ejemplo la [foto]A, entonces como ésta que me puede salir más o me quiten un pelito como en las anteriores pues no se puede.
144	Profesora	Ya nos escuchamos todos y estamos de acuerdo con las condiciones que todo se va ampliar de acuerdo a lo que se dice. Vamos a mirar este dibujo [Muestra la cara de la hoja # 5.] que lo rechazamos porque tiene más bigotes y más pestañas. Van a mirar cada una de las fotos y van a decirme cuánto amplio o cuánto redujo de cada lado.
145	Luz	El número
146	Profesora	¿Cómo puedo asegurar que una figura como ésta [Muestra la cara de la hoja #1.], amplio de largo y no de ancho?
147	Cristóbal	Yo lo puedo asegurar porque la cara esta como estirada cuando se va subiendo.[silencio prolongado] Ampliaron la cara de ancho más no de largo
148	Profesora	Estamos de acuerdo, solo viendo, uno dice que sí. Pero eso no es argumento que nos pueda asegura que eso sea cierto. Él dice que solo mirando el largo y el ancho, el ancho es el mismo ¿cómo puedo asegurar que el ancho es el mismo?
149	Luz	Uno coge la foto A y la arregla y mide éste cachete a éste cachete [Realiza la medida de la foto A.] da 6 y [Toma la cara de la hoja #1 y realiza la medida de cachete a cachete.] también da la misma medida ⁴¹ , 6 y así da
150	Profesora	En la cara hay unas líneas que son rectas, están se llaman segmento de recta. ¿Cuáles son, quién me las puede señalar?
151	Nidia	La nariz.
152	Profesora	¿la nariz es un segmento de recta?
153	Niños	No .
154	Profesora	Esta línea de abajo es recta [Señala una de las líneas del mentón de la foto A.].
155	Cristóbal	El cabello es recto [Señala en la foto A.]
156	Dary	Las cejas son así . [Muestra la forma triangular con las manos.]
157	Ana	Los ojos [Muestra en la parte inferior el segmento de los ojos de la foto A.], los dientes [Muestra la forma rectangular de un diente de la foto A.]
158	Dary	Y las pestañas.
159	Profesora	Van a medir éstas líneas [Muestra los segmentos rectos de los ojos, las cejas , las del mentón, pestañas de la foto A.] tanto en la foto A como en la cara de la hoja número 1. ¿Esas medidas cómo nos tendrán quedar?
160	Ana	Pues iguales.
161	Luz	Medimos las rayas horizontales. [muestra los segmentos en la foto A],1,2,3,4,5,y 6 son 6.
		
162	Cristóbal	Esto de aquí [Muestra el ángulo en la parte inferior de la izquierda de la cara de la foto A.] es diferente al de acá [Muestra el mismo ángulo en la cara de la hoja # 1.]. ¿Igualmente amplía así?
163	Jaime	No. Si vemos esto [Muestra el ángulo en la parte inferior de la izquierda de la cara de la foto A.] aquí, debe ser de la misma forma aquí [Muestra el mismo ángulo en la cara de la hoja # 1.].
164	Profesora	A lo que se refiere Jaime es un ángulo, y él esta afirmando que es el mismo. Tenemos que comprobar si es el mismo. No sólo mirando podemos asegurar que es el mismo.
165	Profesora	Vamos a medir las líneas horizontales.
166	Luz	Deben ser las horizontales para que miremos si son iguales las de la foto A con ésta [Muestra la cara de la hoja #1]
167	Dary	¿Todas[dirigiéndose a la profesora]?
168	Profesora	Escriban en la hoja esas medidas

⁴¹ La medida es 5cm aproximadamente pero ella coloca la regla desde uno; por eso, afirma que es seis.

169	Luz	¿De todas las fotos?
170	Profesora	Sí.

Los estudiantes miden las líneas horizontales de las caras, la mayoría de medidas se diferencian por 0,2mm por defecto o por exceso.

Los estudiantes comprueban que las medidas horizontales son iguales tanto de la cara de la foto A con las de la cara de la hoja #1.

171	Profesora	Ahora, vamos a mirar las líneas verticales, qué líneas verticales tenemos que medir. [Muestra las líneas que se ilustran en la cara.]. El pelito, los dientes a lo largo, las cejas, no porque están torcidas, hay 2 pestañas rectas. Van a medir a lo largo ¿cómo nos debe dar esas medidas?
172	Brian	En un pelito [Medida del pelo que está sobre la cabeza de la cara de la hoja # 1] nos dio 1cm y medio
173	Profesora	¿Cuánto veces es más largo?
174	Jaime	Dio tres veces
175	Brian	En un pelito [Medida del pelo que está sobre la cabeza de la cara de la hoja # 1.] nos dio 1cm y medio; en el chiquito [Medida del pelo correspondiente en la cara de la foto A.] me dio 0,5mm.
176	Profesora	La pregunta es que si el pelito original, mide 0,5mm [Refiriéndose a la medida en la cara de la foto A.] cuando hicieron la ampliación en forma vertical, ese pelito está ampliado a 1,5mm [Refiriéndose a la medida en la cara de la hoja #1.]. ¿Cuál es la relación?
177	Jaime	El triple
178	Profesora	A pesar que eso no es una ampliación correcta. ¿Estamos de acuerdo todos?
179	Todos	Sí.
180	Profesora	Recordemos que estamos averiguando si el comentario que hizo Cristóbal es cierto. Cristóbal dijo: si yo les digo a ustedes amplio de ancho pero no de largo. Otro compañero, dice, yo estoy de acuerdo pero se amplio de largo el triple y de ancho, todas las medidas quedaron igual. cuál argumento aceptaría?, ¿cuál argumento aceptarían el primero o el segundo?.
181	Ana	El segundo.
182	Brian	El segundo.
183	Jaime	El segundo.
184	Profesora	¿Por qué?
185	Jaime	Porque dice la verdad.
186	Brian	Amplio de largo el triple y de ancho quedo todas las medidas iguales. es igual a lo que dicen acá [Lo escrito en el tablero.], acá de ancho todas las medidas quedaron iguales y amplio de largo el triple.
187	Profesora	¿Por qué aceptarías el segundo, los dos dicen lo mismo?
188	Brian	No.
189	Profesora	¿Por qué, no?
190	Brian	Uno dice que amplio de largo y no de ancho y otro dice, que amplio de largo y el triple de ancho entonces amplio las dos y no amplio nada en el primero.
191	Jaime	Yo estoy de acuerdo con las dos.
192	Profesora	¿Las dos dicen lo mismo?
193	Jaime	Sí.
194	Profesora	Vamos a mirar primero eso, de las dos dicen lo mismo: una dice, amplio de largo y no de ancho y el otro dice, amplio de largo el triple y de ancho todas las medidas quedaron igual.
195	Jaime	Cuando dice que no amplio es que quedaron intactas.
196	Brian	Hay sí.
197	Profesora	Entonces los dos dicen lo mismo.
198	Brian	[Silencio prolongado.] La amplio de largo y no de ancho es cuando amplio de largo y el triple de ancho . Entonces el ancho, no se le amplio ni reducción, sino se quedaron quietas ;y lo largo , si se amplió, y acá dice lo mismo, amplio de largo y el triple de ancho.
199	Profesora	Vuelvo a preguntar. ¿Cuál argumento aceptarían ustedes, el primero o el segundo?
200	Luz	El segundo, dice la información que se necesita que el largo es el triple.
201	Jaime	El segundo, porque dice que tanto amplio.
202	Profesora	Para saber si las caras son ampliaciones o reducciones ¿Qué condiciones deben cumplir?
203	Luz	Que no le falte nada.
204	Brian	Que no le sobre nada.
205	Ana	Que tengan las medidas que son.
206	Profesora	¿Cómo así?
207	Ana	O sea las medidas que son [Interrumpe Jaime.].
208	Jaime	Que no se le vaya ir un centímetro de más.
209	Ana	Por ejemplo en la primera foto, la ceja es de 1cm y si es el doble [interrumpe Jaime]
210	Jaime	debe ser de 2 pero no de 3.
211	Profesora	Estamos de acuerdo que si yo amplio todo, se debe ampliar la misma cantidad como dijo él [Brian], la misma cantidad de medidas, todo, se amplia tanto de largo como de ancho
212	Jaime	Debo ampliar de alto como de ancho.
213	Profesora	Entonces la cara de la hoja #1 no es.
214	Luz	Porque ahí una que es, como la 4, que es el triple como dijo Brian.

Al terminar esta parte de la actividad. La profesora realiza un cierre afirmando que lo estaban estudiando son figuras semejantes.

215	Profesora	Ustedes son expertos con figuras semejantes. Las figuras semejantes con qué están relacionadas, qué estábamos viendo.
216	Dary	Se relaciona con medidas
217	Brian	Con ampliaciones y reducciones

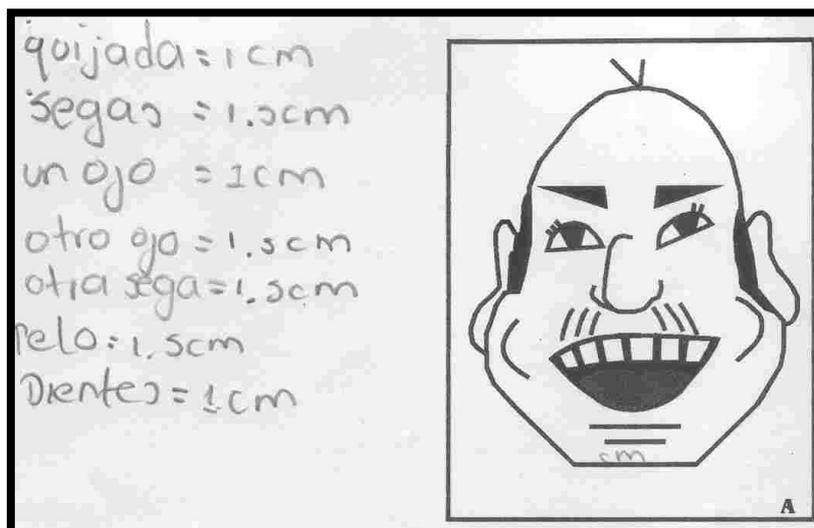
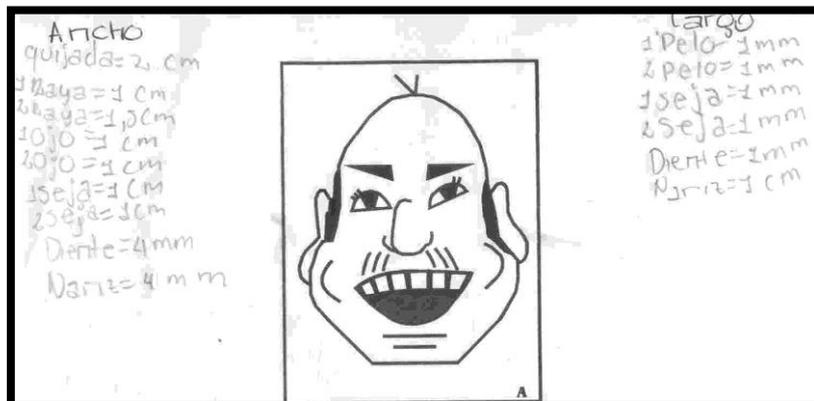
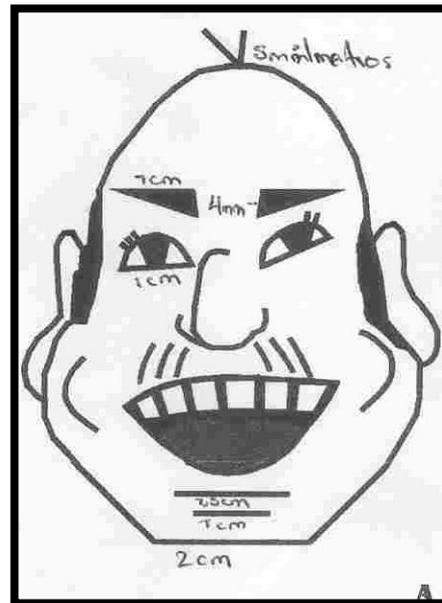
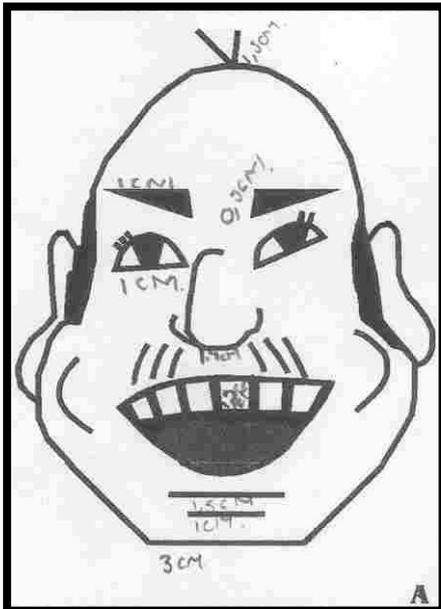
218	Profesora	¿Qué es la semejanza? La semejanza de lo que estamos mirando, qué es, cuándo hago qué
219	Jaime	Cuando se parecen
220	Profesora	Cuando yo hago dos figuras que se parecen
221	Dary	Que son iguales
222	Profesora	¿Qué son iguales?
223	Jaime	No. Porque son semejantes, o sea casi iguales.
224	Profesora	Casi iguales, si señor. Entonces lo que hicieron en las fotos era ver cuáles eran figuras semejantes. Pero en el lenguaje común se conocen como ampliación o reducción. Por ejemplo, el señor que hizo este colegio tuvo que hacer una maqueta. ¿Si han visto las maquetas?
225	Niños	Sí
226	Brian	[Grita]Un plano
227	Profesora	Una maqueta es una reducción de lo que va hacer en realidad
228	Brian	Un plano
229	Profesora	Un plano es un papel con medidas pero las maquetas usted ve los objetos que están ahí.
230	Jaime	Por ejemplo, trasmilenio, las maquetas tienen carritos pequeños y en lo real son grandotes.

A continuación la profesora, presenta la actividad siguiente que se realiza en figuras geométricas como: triángulos, cuadrados y trapecios.

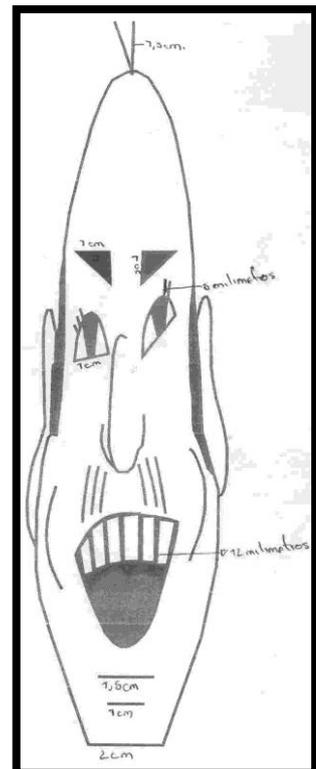
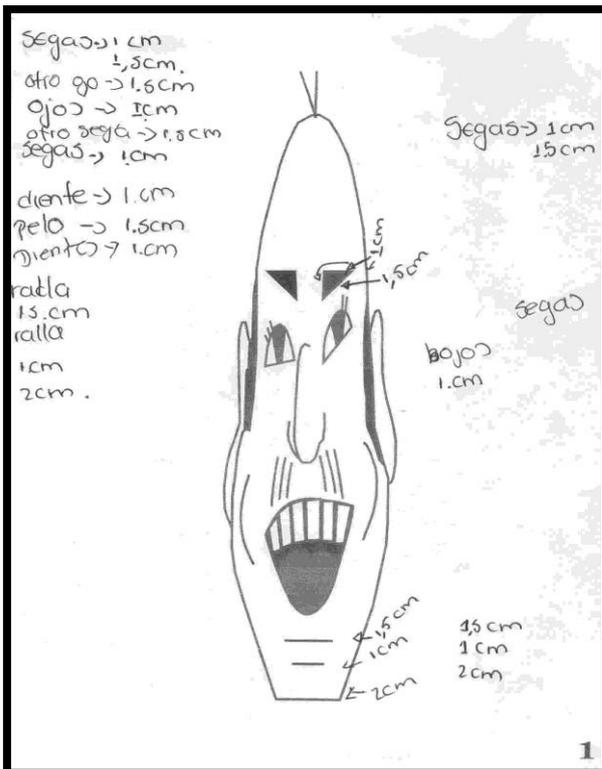
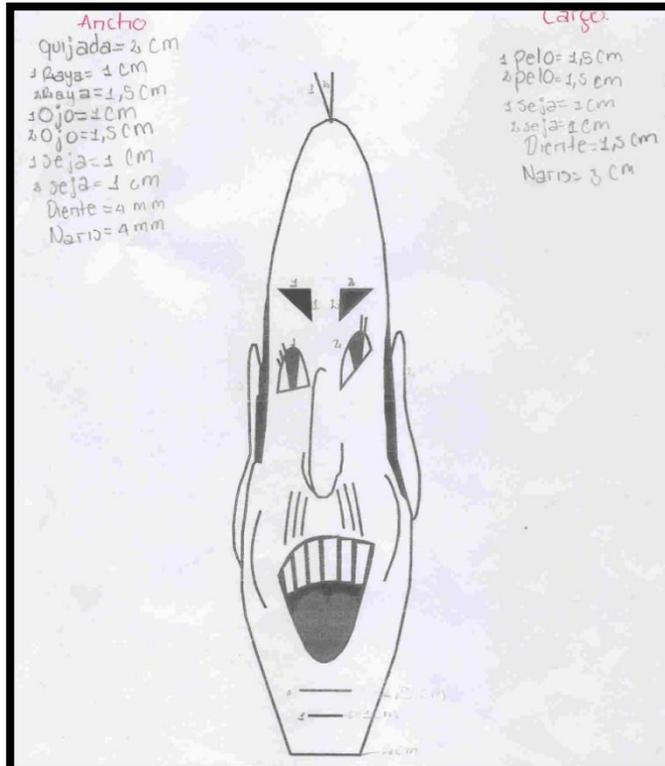
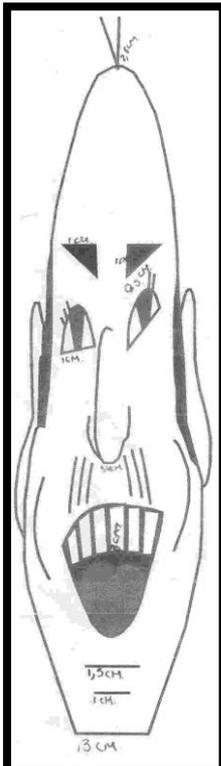
231	Profesora	A continuación vamos a analizar figuras geométricas como los triángulos.[Muestra los triángulos de la siguiente actividad.]
232	Jaime	Hay ángulos.
233	Profesora	Vamos a medir los lados y los ángulos
234	Luz	Para eso era el transportador.
235	Profesora	Será que la foto no tenía ángulos.
236	Jaime	Sí, por ejemplo al final del cachete.
237	Profesora	¿Qué figura tenía la ceja?
238	Niños	Un triángulo.
239	Dary	Los ojos.
240	Profesora	Los ojos no son triángulos ya que ahí, hay una curva.

La profesora explica la actividad 4. Da indicaciones entorno a la forma de medir los ángulos y los lados utilizando instrumentos; igualmente la manera de nominar los lados y los ángulos.

ANEXOS
 Medidas tomadas a la foto A



Medidas tomadas a la cara de la hoja #1.



Las razones que escribieron los estudiantes en las hojas son:

El trabajo escrito por Luz

Retrato	Razones
1	No, porque está más estirada y eso así no es porque tiene que ser de juntos lados
2	No, porque de ancho tiene la misma medida pero de largo no tiene y eso así no es.
3	No, porque está más ancha que alta y tiene que ser igual de juntos lados.
4	Sí, porque esta ampliada de juntos lados tomando la medida correctamente y con los mismos detalles.
5	Sí, porque a la foto a los detalles y medidas si son iguales teniendo encuenta que es una ampliación.
6	Si, porque es así como se amplia.

El trabajo escrito por Dary

Retrato	Razones
1	No, porque el discípulo hizo la número 1, más delgada las cejas son más pequeñas y la boca es muy grande y los dientes son más largos y la boca y no tiene doble
2	No, que es más pequeña que la aparte vertical la misma la A es el doble porque en vertical pa pequeña mide 3 y la grande 6 pero horizontal en la pequeña mide 6 y la grande mide 7 por eso no sirve
3	No, porque es muy distinta las medidas, no es ni el doble de la A porque se pasa.
4	No porque no es una ampliación pero también puede ser una ampliación.
5	Si porque es una ampliación el doble si no esta distinta los que tiene más cejas y tiene más bigotes y más pestañas.
6	Si, porque es una ampliación.

El trabajo escrito por Cristóbal

Retrato	Razones
1	No la recibió porque las fotos de Gioco tienen marco y las del discípulo no como la foto. Pero no tiene los mismos detalles de la foto
2	No la recibió porque las fotos de Gioco tienen marco y las del discípulo no como la foto A pero la foto 2 es diferente a la foto A.
3	No la recibió porque las fotos de Gioco tienen marco y las del discípulo no , como la foto A
4	No la recibió porque las fotos de Gioco tienen marco y las del discípulo no como la foto A
5	No esta tampoco tiene marco porque la hizo el discípulo.
6	No y la última tampoco tiene marco porque la hizo el discípulo.

El trabajo escrito por Jaime

Retrato	Razones
1	No la aceptó. Porque la foto que si tiene marco mide 7 cm y la 1 mide 20 entonces la rechazo porque es una ampliación pero bien hecha.
2	No la aceptó. Porque si en la foto A hay 5 cm en la cara en la otra debe haber 2 cm y 5 mm y no la misma medida
3	No la aceptó. Porque si amplía de ancho también debe ampliar de alto o sino no sería ni ampliación ni reducción.
4	No la aceptó. Porque de ancho tiene 10 centímetros está parte está bien pero el alto está mal porque mide 20cm pero debe medir 14cm.
5	No la aceptó. Porque su medida es diferente a la que debe ser . Por ejemplo, en la foto A el alto mide 6 cm y 7 mm y en la foto 5 mide 3 y 5 mm entonces está mal.
6	Porque las ampliaciones y los números no son exactos.

El trabajo escrito por Nidia

Retrato	Razones
1	No. La uno no es reducción porque tiene que ser de ancho y de alto pero solo tiene de largo y no las recibió porque tiene que ser de largo y de alto
2	No. Las aceptó porque solo tiene ancho y no largo y la A si tiene de alto y ancho.
3	No porque los cachetes son muy anchos y no se ve bien y no tiene alto solo ancho
4	No porque esta 3 y doble ancho
5	Sí. Porque tiene ancho y tiene largo pero solo que tiene 4
6	Sí. Porque tiene todo lo que tiene la A solo que es grande pero es lo mismo y si se la recibió y tiene ancho como alto

El trabajo escrito por Ana

Retrato	Razones
1	Gioco rechazo ésta porque no vio que era una ampliación porque nada más la amplió de largo y no de ancho y era la ampliación de ancho y de largo
2	Esta Gioco la rechazo porque la ampliaron de ancho y no de largo porque una ampliación o reducción siempre tiene que tener el número de medidas exactamente igual
3	Esta Gioco la rechazo por la misma razón porque el discípulo lo amplió nada mas de ancho y no de largo
4	Esta Gioco la rechazo porque nada más la amplió de largo y no de ancho y además esta igual que las otras no tienen el marco
5	Esta Gioco no la rechazo porque tiene lado lo que el reservo y esta a la misma medida de la foto si no que amplio más o sea amplio el doble del retrato
6	Esta Gioco no la rechazo porque también tiene todos los defectos de el y no le quedo nada mal y si le pidió que se

	le ampliara Gioco se la amplio al comprador amplio el triple de la foto.
--	--------------------------------------------------------------------------

El trabajo escrito de Kelly⁴²

Retrato	Razones
1	No, porque no esta de ampliado de ancho y tiene que ser ampliación correcta.
2	No porque no es una reducción correcta
3	No porque la 3 esta muy gorda de cara y la de Gioco no esta de Gorda en cara y tiene que están ampliada o reducida
4	Si porque esta ampliada al 3 de alto y al doble de ancho.
5	Si esta ampliada al doble de ancho y largo.
6	Si esta ampliada al 3 de ancho y largo.

El trabajo escrito de Brian

Retrato	Razones
1	No es reducción porque no tiene de ancho como de largo y cuando nosotros hacemos una reducción tiene que tener de ancho como de largo por eso no es una reducción.
2	No es una reducción por debe tener de largo como de ancho y no más tiene de largo por eso no es una reducción.
3	No debe tener la ampliación de largo como de ancho no solamente de largo por eso no es una ampliación
4	No porque solamente tiene de largo no de ancho por eso no es una ampliación.
5	Porque tiene la ampliación como de ancho como de largo sino que tiene de más bigotes.
6	Si porque tiene de largo como de ancho y no les faltan partes de la cara

⁴² Kelly no estuvo en esta sesión; pero entrego en la próxima clase 24 de agosto

ANEXO G. Análisis del protocolo 1.

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			
			Tamaño	Forma		
Respuesta a la pregunta ¿Cuántos retratos tienen que hacer?	P1:18	[18]Jaime: La ampliación, la mitad y la [P1:18A] reducción, o sea la más chiquitica.	1. Relaciona reducción con más pequeña [P1:18A]. 2. No identifica la mitad como reducción [P1:18].		1. Utiliza términos que se refieren a lo visual [P1:18A]. 2. No da un cardinal sino una descripción de los retratos que piensa que se deben elaborar.	Jaime Empirismo Ingenuo Percepción
	P1:20	[20]Kelly: [No contesta la pregunta] Profe, o sea que para ampliarlo hace [P1:20A] tres veces ese mismo cuadro.	1. Relaciona la ampliación con el número de veces que se repite la superficie del rectángulo (marco de la foto) [P1:20A].		1. Describe la acción de medir [P1:20A] la superficie. 2. No contesta la pregunta.	Kelly Empirismo Ingenuo Acción de medir
Dialogo que surge por la intervención de Nidia al preguntar si era posible calcar la cara del comprador.	P1:52-58	[52]Nidia: Profe, ¿se puede [P1:52A] calcar el muñeco?	1. El tamaño del rostro del comprador se conserva [P1:52A]. 2. Asume que debe aumentar y reducir el tamaño [P1:54]. 3. Aumentar tres veces la cantidad de cuadritos que hay en la cuadrícula del comprador [P1:58].	1. Se mantiene la forma y el tamaño del rostro de comprador [P1:52].	1. Describe acciones como calcar [P1:52] y medir [P1:58]. 2. No mantiene una posición de lo que dice, la cambia por lo que dicen los otros [P1:54].	Nidia Empirismo Ingenuo Acción de medir
		[53]Kelly: No, qué [P1:53A] lo debe agrandar, ¿cierto? [Dirigiéndose a la profesora.]				
		[54]Nidia: Por eso, aquí lo hago grande [Muestra una hoja cuadrículada.] y aquí chiquito. [Muestra otra hoja cuadrículada.] [55]Kelly: Pues, no gaste las hojas. [56]Profesora: Aclaro tenemos que hacer dos fotos, una el triple del tamaño de la foto original que es la que tienen acá [muestra la foto A del comprador.].¿Qué significa el triple? [57]Kelly: O sea es hacerla [P1:57A].tres veces más grande [Refiriéndose a la imagen]. [P1:57B].Que va a ponerse hacer está misma [Muestra la foto A.] si ésta ya está. [58]Nidia: Es hacer tres veces la cantidad de cuadritos que da acá.				
Discusión sobre la medida del tamaño	P1:132-137	[132] Profesora: Sí yo mido con centímetros y mido por la mitad de un	1. El tamaño de la ampliación lo determina la unidad de medida		1. Es organizado en lo que dice. 2. Se mantiene en su posición.	Jaime Ejemplo Genérico

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
de los cuadrados de la cuadrícula en la foto original.		centímetro ¿en el fondo no necesito la misma cantidad de papel? [133]Jaime: Yo, creo que no. [134] Profesora: No, ¿Por qué dices que no? [135]Jaime :Pues si necesito otra cantidad de papel diría que es muy grande, pero si la necesito más chiquita entonces necesito sólo una hoja [136]Profesora: O sea que si yo mido por centímetros la cuadrícula y hago el triple me da más grande ; pero, si mido por la mitad ... [137]Jaime: Me va a dar más pequeño y voy a sacar el triple de los cuadritos más pequeño y me caben en la hoja	que usa para la cuadrícula de la foto original [P1:135]. 2. Si es de medio centímetro la cuadrícula original, la ampliación es más pequeña [P1:137].		3. Ilustra con un ejemplo genérico no es una situación particular.	
Discusión sobre la manera de usar la cuadrícula	P1:171	[171]Ana: Yo ya se cómo. Aquí como ya tenemos la cuadrícula y acá como tenemos en el dibujo, [P1:171A] esta parte de 2 cuadritos, que es pequeñito, aquí sí lo hacemos de 2 cuadritos también, pero es más grande, y ya no va a [P1:171B] quedar de la misma medida. Y aquí ya tocaría ampliarlo al triple.	1. Establece que hay que realizar una correspondencia entre los cuadros de la cuadrícula del comprador y la cuadrícula de la ampliación [P1:171A]. 2. Se refiere a las partes del rostro que se amplían al triple [P1:171B]. 3. Las medidas no quedan iguales de las partes del rostro [P1:171A].		1. Realiza un ejemplo para ilustrar su idea. 2. Hace una descripción para sustentar la generalización.	Ana Ejemplo Genérico
	P1:179-180	[179] Profesora: Luz me esta explicando porque dibuja la ceja ahí y no en otro sitio. [180]Luz: Aquí el cinco. [Muestra la línea 5 de las horizontales que hizo en la cuadrícula del comprador.] La rayita de abajo, [Muestra la línea recta de la ceja izquierda del comprador.] la rayita de abajo va en este punto. [Muestra la línea 5	1. Establece una correspondencia entre las partes del rostro del comprador tanto en la cuadrícula del original y en la cuadrícula ampliada [P1:180]. 2. Reconoce que se cambia el tamaño del rostro y del marco de la foto [P1:180A]	1. La forma de las partes debe coincidir entre la foto original y la foto ampliada.	1. Se apoya en un ejemplo para ilustrar su idea [P1:180]. 2. generaliza [P1:180A].	Luz Ejemplo Genérico

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		de las que hizo en la cuadrícula ampliada.] Y 4 al lado de allá. [Muestra la línea 4 de las verticales en ambas cuadrículas.] Por eso aquí empezamos [P1:180A] el punto de la ceja y con eso hago las partes del dibujo.				
Respuesta a la pregunta: ¿cómo puedo asegurar que lo que se hizo es una ampliación al triple del original?	P1:185-186	[185] Profesora: [La profesora lee la respuesta de Jaime.] <i>Para asegurar que es el triple de la foto es tres veces más grande que el original. ¿Qué significa, para ti, tres veces?</i> [186] Jaime: Tres veces más grande es cómo [P1:186A] multiplicar un número por tres.	1. Establece una relación entre el tamaño y el valor de la medida de lo que se amplía [P1:185] . 2. Triplicar es ampliar el valor de la medida de la longitud [P1:186A] .		1. Utiliza una comparación para ilustrar una idea [P1:186] 2. No usa ejemplos establece una relación numérica.	Jaime Experiencia Mental
Respuesta a la pregunta relacionada con cuáles elementos amplían del rectángulo [marco de la foto del comprador].	P1: 193-195	[193] Profesora: Este cuadro, [Muestra el marco de la foto del comprador.] ¿Amplifico el largo o ancho, o ambos lados? ¿Por qué lo hacen así a ambos lados?, [194] Cristóbal :Ambos lados Profesora: ¿Por qué ambos lados? Si yo lo hago en uno, ¿será que ya no sirve? ¿No? Y ¿por qué? [195] Jaime: No. La idea es triplicar todo el cuadro [Muestra el marco de la foto.] y si triplico sólo una parte, una me quedaría igual y otra triplicada.	1. El marco de la foto se amplifica tanto de largo y ancho al mismo valor [P1:194] . 1. Reconoce que el rectángulo se amplifica tanto de largo y ancho a la misma razón. 2. Al expresar “es triplicar todo” se está refiriendo a las partes del rostro y al marco de la foto. Incluye las dos cosas		1. Muestra seguridad en lo que dice [P1:194] . 2. Su argumento esta basado en lo que hace [P1:194] . 1. Seguridad en lo que dice. 2. Su idea es sobre la totalidad de los elementos involucrados 2. Complementa su idea con un contraejemplo para ilustrar lo que no es correcto. 3. Tanto su idea como contraejemplo no están ejemplificados.	Cristóbal Empirismo Ingenuo Acción de medir Jaime Experiencia Mental

ANEXO H. Análisis del protocolo 2.

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
Respuestas a la pregunta cómo emplearon la cuadrícula para realizar la ampliación o la reducción del rostro del comprador.	P2:1	[1]Brian: Guiarse por los cuadritos y por los números. Uno por ejemplo hacia en la cuadrícula de la primera hoja lo que teníamos que hacer, yo hice unos cuadritos. Entonces cuando necesitaba algo contaba [P2:1A] por ejemplo el numero 26 y ahí hacia la rayita o lo que me tocaba hacer.		1. Realiza una correspondencia: Entre la numeración de los cuadrados y el contenido o parte del rostro de cada cuadrado.	1. Caracterizar lo que hace en forma general. 2. Usa el ejemplo como apoyo para presentar su idea [P2:1A]	Brian Ejemplo Genérico
	P2:2	[2]Ana: Pues uno, para que nos quede completo, tenemos que hacer la cuadrícula [Muestra la cuadrícula de la ampliación.]. Depende de los números que sean, por ejemplo, [P2:2A] si uno hacia de diferente la cantidad de cuadros que uno usaba aquí [Muestra la cuadrícula que realizó en la foto del comprador.], [P2:2B] pues ya, no había quedado más pequeño, los ojos grandes en fin nos iban a quedar mal y también pues guiarse con los números de los cuadros.	1. Correspondencia entre la cantidad de cuadrados que realiza en el original con la imagen [P2:2A] .	1. las partes de la imagen van a ser de tamaños adecuados [P2:2B] .	1. La organización de las frases es desordenada. 2. Usa situación de error, extrema, para explicar una idea [P2:2A, 2B] .	Ana Experiencia Crucial
	P2:3	[3]Kelly: Digamos que uno hace la cuadrícula de medio centímetro en la hoja [Muestra la foto del comprador.]. Entonces la hoja la dejaba así o P2:3A] tocaba ampliarla tres veces o sea eran tres veces [Moviendo las manos]. Entonces digamos que el medio centímetro era un cuadrito, también acá [muestra la cuadrícula que realizó para la ampliación.] en vez de [P2:3B] un cuadrito de medio centímetro era un cuadrito de centímetro y medio. Entonces, [P2:3C] digamos que en el medio centímetro está un pedazo de cara entonces se va a dibujar en centímetro y medio y va a estar al lado de acá [P2:3D] como apareció en la foto.	1. La ampliación es la ampliación de cada cuadrado que mide medio centímetro a [P2:3B] . 2. Reconoce el valor de cambio entre las longitudes de los lados del marco [P2:3A] . 3. Ubicación de cada parte del rostro en la ampliación de acuerdo a la cuadrícula original [P2:3C] .	1. Se mantiene la forma de la parte del rostro del comprador [P2:3D] .	1. Describe lo que hizo. 2. Usa dos ejemplos uno para indicar el tamaño de los cuadros de la cuadrícula y otro sobre la manera de dibujar la parte de rostro. 3. Los ejemplos se usan para mostrar la generalización.	Kelly Ejemplo Genérico

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
			4. Aumenta el tamaño de cada parte del rostro del comprador [P2:3C]			
Respuesta a la pregunta ¿Por qué puedo asegurar que mi primer dibujo es una ampliación al triple de la foto?	P2:4-7	<p>[4]Jaime: [Leyendo] podemos asegurar que es el triple de la foto porque es [P2:4A] tres veces más grande en milímetros [P2:4B] que la original.</p> <p>[5]Kelly: Pero, ¿por qué?</p> <p>[6]Jaime: Porque... ¡se me fue la paloma! ... Si en la hoja original un cuadrito es de cinco milímetros en la otra tendría que hacerlo de centímetro y medio.</p> <p>[7]Kelly: [Inmediatamente] Sí, porque yo lo hice así.</p>	1. Establece el valor de ampliación [P2:4A]. 2. Reconoce con que se compara la ampliación, usa el referente adecuado [P2:4B]. 3. Establece la razón o factor de conversión entre los cuadros de la cuadrícula original [P2:6].		1. Describe lo que hizo [P2:4,6]. 2. Usa un ejemplo para ilustrar su idea [P2:6]. 3. La exigencia del por qué, le exige dar un ejemplo.	Jaime Ejemplo Genérico
			1. Reconoce la razón o factor de conversión en la cuadrícula comparando la foto del comprador con la foto ampliada por ella [P2:7].		1. Exige justificar lo que dice otro a partir de lo que dice [P2:5]. 2. Acepta el argumento del otro por lo que hizo ella [P2:7].	Kelly Empirismo Ingenuo Acción de medir
Está en el contexto de la pregunta anterior; pero, se contesta la pregunta ¿Por qué mi trabajo está bien hecho?	P2:8-15	<p>[8]Luz: [Se le asigna la palabra y leyendo.] Porque yo lo hice a [P2:8A] la medida correcta y [P2:8B] bien hecha.</p> <p>[9]Jaime: ¡Uy! Yo no respondí así. [Hablan otros niños al tiempo, negando lo que leyó Luz.]</p> <p>[10]Luz: Pues sí, porque la primera medida, porque es que yo cogí [P2:10A] mi foto original y la agrande aquí los 3 que tocaba agrandarla, entonces [P2:10B] ahí me quedo bien. Porque yo también la hice al pie de la original así como usted estaba diciendo [señalando a Jaime] [P2:10C] yo miraba entonces la ceja y ponía la rayita de la ceja, la A [Señala en la foto original.] y yo ponía la rayita de la A [Señala en la ampliación que realizó.]. Por eso puedo asegurar que [P2:10D] mi primer punto esta bien.</p>	1. <i>“medida correcta”</i> se está refiriendo al cambio de las longitudes del marco y del rostro de la foto original en la foto ampliada [P2:8A]. 2. La ampliación implica aumentar tres veces el marco y las partes del rostro del comprador [P2:10A,15] 4. La cuadrícula en la foto original, determina partes que deben ser correspondientes en la cuadrícula ampliada	1. “bien hecha” se está refiriendo a la imagen que es de la misma forma que el rostro de la foto original [P2:8B, 10B, 15]. 2. Las partes del rostro conservan la misma forma que la foto original como es el caso de la ceja [P2:10C]. 3. Sabe que todas las partes del rostro deben mantener la misma forma que la	1. Establece criterios de aceptación de su trabajo “[P2:8]. 2. Interpreta lo que el otro dice, hay mecanismo de control y genera una argumentación con los argumentos del otro y no los propios [P2:10]. 3. Elabora argumentos desde lo que hizo [P2:10C]. 4. Ilustra con casos: el pintar la ceja y la letra A. 5. Seguridad de lo que hace [P2:10D]. 6. Usa lo que otros dicen:	Luz Empirismo Ingenuo Acción de medir

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>[P2:10E] Pero me equivoque un poquito en los dientes.</p> <p>[11]Profesora: Jaime iba a preguntar algo</p> <p>[12]Jaime: Es que ahí no decía si podía asegurar si la foto esta bien, si no que le están preguntando ¿cómo puedo asegurar si la foto es el triple de la original?</p> <p>[13]Kelly: [Inmediatamente, interrumpe Kelly.] ¿Por qué es el triple de la original?</p> <p>[14]Jaime: [Termina la anterior intervención.] No sí está bien.</p> <p>[15]Luz: Porque yo lo hice agrandándolo, como tocaba agrandarlo, tres veces más grande entonces yo sé que esta bien. [P2:15A] Que está a la medida que es del dibujo.</p>	<p>[P2:10C].</p> <p>5. A nivel del rostro como del marco debe cumplirse los cambios en el tamaño [P2:15A].</p>	<p>foto original [P2:10E].</p> <p>4. A nivel del rostro como del marco debe cumplirse conservación de la forma [P2:15A].</p>	<p>[P2:10B].</p> <p>7. Acepta que hay errores [P2:10E].pero eso no significa que ya no esta bien la ampliación [P2:15].</p>	
<p>Respuesta a la pregunta ¿Por qué puedo asegurar que mi primer dibujo es una ampliación al triple de la foto?</p>	P2: 16-20	<p>[16]Dary: [No lee y observa unas palabras de la hoja.] Porque es que en la parte de arriba, ahí seis y lo que mide son seis y entonces...</p> <p>[17]Profesora: ¿Seis, qué?</p> <p>[18]Dary: 6 cm. Entonces [P2:16A] yo lo hice tres veces, el triple o sea más largo [Hace la señal de horizontal.] y los del lado que eran ocho [Hace la señal de vertical.] [P2:16B] yo hice lo mismo, entonces yo hice los cuadritos y me dio el resultado, que fue tres veces más grandes.</p> <p>[19]Profesora: ¿Cuál es? Muestra la tarea...</p> <p>[20]Dary: [Muestra su trabajo y dice.] Esta, digamos que aquí yo le hice tres veces más grande [Señala el borde superior del rectángulo de su dibujo.] y aquí lo mismo. Así pude hacer el señor, o sea cada cuadrito lo hice de 3cm.</p>	<p>1. Ampliar el tamaño del marco tanto de largo como de ancho [P2:16,18].</p> <p>2. Usa el valor de triple como tres veces y lo relaciona con más longitud [P2:16A].</p> <p>3. Cardinalidad de los cuadros de la cuadrícula de la foto del comprador aumenta tres veces en la cantidad de cuadros de la cuadrícula de la foto ampliada [P2:16B].</p> <p>4. Los cuadros de la foto del comprador miden medio centímetro y los cuadros de la foto ampliada mide un</p>	<p>1. Reconoce la imagen que es más grande que la foto del comprador [P2:20].</p>	<p>1. Es desordenada para presentar sus ideas.</p> <p>2. Describe lo que hizo en una parte (a lo ancho) y no lo hace para la otra (a lo largo) en detalle lo reemplazo por "yo hice lo mismo".</p> <p>3. Usa la imagen (ver protocolo#2) para completar su idea.</p>	<p>Dary</p> <p>Empirismo Ingenuo</p> <p>Acción de medir</p>

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
			centímetro y medio [ver foto de P2: 20]			
	P2: 29	[29]Ana: [Leyendo.] Puedo asegurarlo, que la foto que Gioco mando a hacer era de 16 mm y [P2:29A] entonces cuando él la recibió dijo que [P2:29B] estaba quedando bien, pero [P2:29C] lo mandó a hacer al triple de esa medida o sea de 48 mm de largo y 36 de ancho.	1. Aumenta el tamaño de las longitudes del marco [P2:29C]. 2. Al triple es calcular el valor de las longitudes del largo y del ancho.		1. Describe lo que ella hizo. 2. Realiza una situación hipotética con los personajes de la actividad [P2:29A]. 3. La expresión de bien se relaciona con las medidas de la foto original [P2:29B].	Ana Empirismo Ingenuo Acción de medir
	P2: 30-32	[30]Kelly: [Lee.] Yo [P2:30A] creo, que el dibujo es el triple del normal porque éste [muestra la ampliación hecha] [P2:30B] es 3 veces más grande que el normal o sea triplicado. [31]Profesora: Explicáte mejor [32]Kelly: La pregunta es: ¿por qué yo creo que mi dibujo es el triple de lo normal? Porque [P2:32A] es tres veces más grande que la propia original. Porque [P2:32B] mandaron a triplicar la foto de la foto que habían entregado normal; [P2:32C] pero que Gioco, iba a triplicar. Si entonces [P2:32D] es tres veces más grande, lo puso tres veces más grande.	1. La imagen aumentó de tamaño [P2:30B, 32D]. 2. La razón es el triple [P2:30A, 32]. 3. Se refiere al número de veces que repite el marco [P2:32D].		1. No es clara la organización, siempre repite la misma idea. 2. Muestra su trabajo [P2:30] y afirma que esta triplicado pero no puede generar un porque. 3. Cambia la pregunta a conveniencia de lo que afirma en sus argumentos [P2:32]. 4. No genera nuevas formas de decir sus argumentos para que los entiendan otros, sino que repite lo que ha dicho [P2:32A, 32B, 32C, 32D]. 5. Utiliza los personajes de la situación [P2:32C].	Kelly Empirismo Ingenuo
Respuesta a la pregunta ¿cómo quedan todas las ampliaciones realizadas, iguales o distintas?	P2:38-41	[38]Dary: Nos [P2:38A] quedaría igual. O sea, [P2:38B] son tres veces más grande entonces [P2:38C] es la misma foto y no la misma medida, si no que [P2:38D] el tamaño es más grande. [Silencio]. [P2:38E] Digamos la parte de arriba y la parte del lado son tres veces más grande; pero [P2:38F] la misma cosa, la misma medida. [39]Luz: [P2:39A] Yo quiero aclarar algo. [P2:39B] Dary quiso decir, que [P2:39C] quedaría	1. Aumenta tres veces el tamaño de las dos dimensiones del marco [P2:38B, 38D, 38E, 40]. 2. Aumenta el tamaño del rostro del comprador [P2:38D]. 3. Cada cuadrado de la cuadrícula de la foto original es ampliado en la	1. La forma del rostro se conserva [P2:38A, 38C, 38F].	1. Los argumentos son desordenados [P2:38, 40]. 2. Reconoce la relación numérica entre las medidas del marco [P2:38]. 3. Expresa que va a decir una idea complementaria pero ilustra con medidas lo que dijo en la anterior intervención [P2:40A].	Dary Ejemplo Genérico

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>igual el dibujo; pero, con una medida más grande. [Eh! Silencio]. Porque, es como ésto [Muestra el dibujo de un compañero.]. [P2:39D] Él hizo el dibujo completamente igual pero con la medida más grande. [P2:39E] Si vemos éste ojo, este ojo esta ahí y es igual; pero, con la medida más grande.</p> <p>[40]Dary: Espere [P2:40A] yo explicó otra cosa. Y también la medida de aquí [Señala el largo del marco de la foto A.] [P2:40B] es igualita a está [Señala el largo de la ampliación.]. [P2:40C] Sino que acá [Señala la foto A.], por lo que es más pequeña tiene que hacer los cuadros más pequeños y acá [Señala la ampliación.] son más grandes [P2:40D] pero la misma medida.</p> <p>[41]Jaime: [P2:41A] Yo creo que queda igual, queda la misma foto, el mismo retrato. [P2:41B] Es idéntico a la original, pero, [P2:41C] queda más grande y quedaría con 18 centímetros de ancho y de largo con 24 centímetros.</p>	<p>cuadrícula de la foto ampliada [P2:40C].</p> <p>4. La misma cantidad de cuadros debe estar en las dos cuadrículas [P2:40D].</p> <p>1. El tamaño del rostro es más grande que el original [P2:39C].</p> <p>2. El tamaño de cada parte del rostro también aumenta a la misma razón que el marco [P2:39E].</p> <p>1. Aumenta de tamaño el marco y cada parte del rostro [P2:41C].</p>	<p>1. La imagen queda igual a la original [P2:39D].</p> <p>2. Existe correspondencia entre la posición de cada parte del rostro tanto en la foto original como en la foto ampliada.</p> <p>1. Se conserva la forma [P2:41A, 41B].</p>	<p>4. Al describir los tamaños de la cuadrícula lo realiza en forma general [P2:40C].</p> <p>1. Aclara lo que dice otro [P2:39A].</p> <p>2. Es capaz de argumentar desde la posición de otro [P2:39B].</p> <p>3. Crea un ejemplo a partir del trabajo que hizo otro para ilustrar las condiciones para que las figuras sean semejantes [P2:39C].</p> <p>4. Establece analogías con los trabajos de los compañeros [P2:39B, 39D].</p> <p>1. Complementa lo que había dicho [P2:41].</p> <p>2. Repite frases que dicen lo mismo [P2:41A, 41B].</p> <p>3. Mantiene su posición</p> <p>4. No usa ejemplo.</p> <p>5. Realiza descripción general.</p>	<p>Luz</p> <p>Ejemplo Genérico</p> <p>Jaime</p> <p>Experiencia Mental</p>
<p>Discusión sobre el dibujo de la ampliación que ellos realizaron.</p>	P2:44-46	<p>[44]Kelly: El retrato de la foto, todos tenemos el retrato y a [P2:44A] todos tendría que darnos la misma cosa. [P2:44B] Tenemos la misma medida de la foto; pero, a todos nos quedó diferente el retrato.</p> <p>[45]Profesora: ¿Por qué a todos les quedó diferente el retrato?</p> <p>[46]Kelly: Porque todos no lo hicimos igual, o sea [P2:46A] todos no observamos bien. [P2:46B] Unos que lo hicieron bien y otros que quedaron</p>	<p>1. Reconoce que la medida del marco en las ampliaciones deben ser la misma [P2:44B].</p> <p>2. Aumenta el tamaño de la superficie y del rostro.</p> <p>3. Reconoce la congruencia entre los dibujos en tamaño [P2:44A].</p>	<p>1. Debe haber congruencia en la forma de la imagen de todas las producciones de los compañeros [P2:44A].</p> <p>2. Reconoce que las imágenes producidas son distintas [P2:46C].</p> <p>3. Los detalles del</p>	<p>1. Con un ejemplo concreto complementa su idea [P2:46].</p> <p>2. Valora lo que han hecho sus compañeros y es consciente que los resultados deben ser otros [P2:44,46].</p> <p>3. Da argumentos de causa de porque hay fallas en los resultados [P2:46A].</p> <p>4. Crea un caso extremo con</p>	<p>Kelly</p> <p>Experiencia Crucial</p>

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		cerquita. Digamos el ojo iba acá en el 8 y 9 [Muestra un cuadro de la cuadrícula ampliada.], y otros no se dieron cuenta cómo iba el ojo; por eso, lo colocaron más para acá. Entonces todas las caras son diferentes, [Corrige de inmediato.] [P2:46C] Todos retratos que hicimos nosotros son diferentes a los del [P2:46D] ninguno es igualito al otro. Porque todos resultan diferentes.		rostro deben ser iguales [P2:46A]. 4. Las partes del rostro tienen una ubicación que determina la cuadrícula de la foto original. Cada cuadro de la cuadrícula de la foto del original le corresponde un cuadro de la cuadrícula ampliada [P2:46B]. 5. Reconoce que debe haber congruencia entre los dibujos del rostro del comprador pero en los trabajos no sucedió [P2:46C].	relación a la ubicación [P2:46B]. 5. Compara todos los casos y asegura su argumento [P2:46D].	
P2:52	[52]Ana: [P2:52A] Puede que sea igual o distinta. Porque, si por ejemplo yo veo la foto y hago el dibujo del retrato acá en esta hoja; o sea, [P2:52B] el mío si me va a quedar igual a ésta [Señala la foto del comprador.], [P2:52C] pero no concuerda con la de mi compañero; porque yo sé que a mi compañero tiene diferente observación al dibujo; o por ejemplo, [P2:52D] Kelly tiene su dibujo y es diferente al mío. Porque ella tiene diferente observación y ya por eso, serían distintos entre ella y yo, igual la mía [La ampliación que ella realizó.] con la mía [Se refiere a la foto del comprador.]		1. La imagen del rostro del comprador es el mismo que el rostro del comprador [P2:52B]. 2. Son diferentes porque cada estudiante destaca diferentes partes al observar [P2:52C, 52D]. 3. Es importante determinar los detalles del rostro [P2:52C].	1. Su argumento se relaciona con una hipótesis [P2:52A]. 2. Su trabajo es correcto porque es realizado por ella [P2:52B]. 3. El trabajo de mi compañero es diferente porque es el de mi compañero [P2:52C]. 4. Usa un ejemplo para ilustrar su posición [P2:52D].	Ana Ejemplo Genérico	
P2:56	[56]Dary: No van a ser iguales, [P2:56A] porque		1. La ubicación de	1. Usa ejemplos para	Dary	

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		el cachete va a estar en 5 [Señala la línea 5 horizontal de la cuadrícula trazada en la foto del comprador.]. Aquí no va en el 5 [Muestra un ampliación de un compañero.]. [P2:56B] Ya es distinto, lo que hicieron ellos dos. Y no todo va estar en el mismo dibujo. Como aquí [Muestra la ampliación de otro compañero.] [P2:56C] digamos el cabello está en 3 y aquí [Señala, en otra ampliación.] está en el 3 o en el 4. O sea no están iguales.		todas las partes del rostro de la cara ampliada deben coincidir con la ubicación de la foto original [P2:56].	sustentar su idea de correspondencia entre las partes [P2:56A, 56C]. 2. Hay un caso de no correspondencia entonces ya generaliza que está incorrecto [P2:56B]	Ejemplo Genérico
Discusión sobre: la escala de la cuadrícula determina la ampliación.	P2:47-51	[47]Jaime: Yo digo que [P2:47A] no todas quedan iguales. Porque yo [P2:47B] lo hice en milímetros mientras que algunos compañeros lo hicieron en centímetros. [48]Profesora: ¿Ya por eso es diferente? [49]Jaime: Sí. [P2:49A] la medida de las grandes son iguales porque son el triple; pero, ¿yo no sé cómo explicarlo? [50]Profesora: ¿Cómo así? [51]Jaime: No se como explicarlo,... [P2:51A] si ella lo hace en centímetros le va quedar más grande que la mía, y es el triple. Pero, yo la hago en milímetros no me va a quedar igual a la de ella, pero es el triple.	1. La diferencia de tamaños de las ampliaciones se debe a la medida que usaron en la cuadrícula de la foto original [P2:47,51]. 2. Reconoce que la relación el triple se cumple con respecto a las medidas tomadas para la cuadrícula realizada en la foto original [P2:49A].		1. Da razones sobre las diferencias de las ampliaciones [P2:47]. 2. Tiene dificultad de explicar por qué la medida de las grandes son iguales [P2:49, 51]. 3. Se encuentra en un dilema ya que hay retratos de sus compañeros que son iguales en tamaño a pesar de que usaron medidas distintas para elaborar la cuadrícula en la foto original. 4. A pesar del dilema no cambia su posición [P2:51]. 5. Ilustra con un ejemplo [P2:51A].	Jaime Empirismo Ingenuo Acción de medir
	P2: 53	[53]Kelly: [P2:53A] Yo digo que lo que dijo Jaime es mentira. [P2:53B] Porque él dijo, que él dibujo de él, iba a ser más grande porque lo hizo en centímetros; pero no, porque si yo lo hago en milímetros es lo mismo que hacerlo en centímetros. [P2:53C] Si mide 6 cm y 8 cm y se tomo la mitad de un centímetro va dar la misma.	1. No importa en que escala maneje la cuadrícula de la foto del original ya que la ampliación debe ser igual para todos [P2:53B, 53C]. 2. La cantidad de líneas es		1. No acepta lo que dice el otro compañero [P2:53A]. 2. Da razones por las cuales rechaza lo que dice el compañero [P2:53B]. 2. Ilustra su posición con las medidas del marco de la foto	Kelly Ejemplo Genérico

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		No ve que 1 cm es 10 mm. [P2:53D] Si lo vemos por las líneas son muchas; pero son iguales.	lo que aumenta pero se mantiene la misma relación espacial [P2:53D].		[P2:53C].	
	P2: 59-60, 67	[59]Jaime: Yo diría que esta ampliación [Señala su ampliación cuyos cuadrados son de 1,5 cm, y el marco de 9x12] y ésta [Señala otra ampliación cuyos cuadrados son de 1.5 cm y el marco 18x24] [P2:59A] o sea que está al doble mayor que ésta. Porque está en centímetros y está en milímetros. [60]Kelly: [P2:60A] O sea la ampliación que usted hizo es igual a mi ampliación [Ubica sobre la mesa tres ampliaciones cuyas cuadrículas coinciden en el tamaño del borde]. [P2:60B] Debe ser igual la cuadrícula, [P2:60C] porque el dibujo no todos lo hacen igual. Porque si usted mide en milímetros, digamos yo mido en milímetros me dio 16. ... [67]Kelly: [P2:67A] No es igual la opinión de nosotros. [P2:67B] Él dice que no va a dar igual si mide en centímetros o si va a medir en milímetros; pero yo digo que si [P2:67C] va a dar igual siempre. Si se mide en medio centímetro o si se mide en centímetros. Yo digo que va a dar igual.	1. El tamaño del marco ampliado depende de la unidad de medida que se usa en la original [P2:59A]. 2. Es consiente a nivel numérico, que ambas, sean el triple. 1. El marco debe ser del mismo tamaño [P2:60,67]. 2. No importa la unidad de medida que se usa en la cuadrícula de la foto original, las ampliaciones deben ser iguales [P2:60A, 67C].		1. Usa su trabajo y lo compara con otro para apoyar su idea sobre la medida [P2:59].	Jaime Empirismo Ingenuo Percepción
				1. Sabe que la imagen de la cara debe ser la misma [P2:60C].	1. Reconoce que su ampliación con la del compañero son iguales en tamaño [P2:60A]. 2. Dice las razones por las que no acepta los trabajos [P2:60B, 60C]. 3. Reconoce que las opiniones son distintas [P2:67A]. 4. A partir de la razón del compañero da argumentos para mostrar el error que tiene [P2:67]. 1. Establece la universalidad de la relación de conversión entre unidades de medidas [P2:67C].	Kelly Ejemplo Genérico
Determinación de los elementos en que se diferencian o se asemejan las ampliaciones	P2: 69	[69]Dary: O sea [P2:69A] todas van hacer del mismo tamaño. [P2:69B] Yo creo, que todas tienen el mismo tamaño y [P2:69C] hay unas personas que las hicieron distintas a otras_sino que ellas la hicieron con los cuadritos más pequeños y otros grandes de 3 cm; como yo; pero	1. Todas las ampliaciones deben tener el mismo tamaño [P2:69]. 2. El tamaño de los cuadros de la cuadrícula en el original no influyen		1. Maneja una idea [P2:69A] que al final de su intervención lo repite [P2:69D]. 2. Retoma su idea mostrando que es una creencia [P2:69B]. 3. Reconoce que los trabajos	Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		ellos, [P2:69D] van a tener el mismo tamaño.	en el tamaño de la ampliación [P2:69].		son distintos pero los acepta como válidos [P2:69].	
	P2: 70	[70]Kelly: [P2:70A] Yo digo que queda igual la cuadrícula sea en centímetros o milímetros. Pero, [P2:70B] el retrato no queda igual. [Silencio] porque eso [Señalando el marco de la ampliación.] [P2:70C] le ayuda a uno la regla; pero la gente que no sabe, o sea pueden que no observen bien, digamos [P2:70D] a mí, me pudieron quedar mal unos pedazos, o a él le pudieron quedar las pestañas muy largas. [P2:70E] Pero tocaba observar bien, porque si uno mide de acá a acá [Señalando la ceja de la foto del comprador.] la ceja eran dos cuadritos. Por eso hay que observar bien, por eso es que la cuadrícula queda igual y [P2:70F] el dibujo queda diferente. [P2:70G] Sí, es el triple porque 2 y 3 [Hace coincidir el largo de la foto del comprador con el largo de la ampliación que ella realizó y lo recubre exactamente tres veces.] y por el otro lado 1, 2 [Voz baja] y 3 [Voz alta. Realiza el recubrimiento a lo ancho.]	1. Se conserva el tamaño de la cuadrícula ampliada así, en la cuadrícula de la foto original se utilice unidades de medidas distintas [P2:70A]. 2. Reconoce que el triple es el valor de recubrir el largo del marco ampliado con el largo del marco del original. Igualmente, pasa al recubrir el ancho (inicia a identificar el factor de conversión o razón de proporcionalidad entre los lados) [P2:70G]. 3. El tamaño de las partes del rostro también aumentan el triple [P2:70E].	1. Los rostros deben quedar iguales [P2:70B, 70F]. 2. La forma del marco se conserva por el uso de instrumentos como la regla [P2:70C]. 3. Los detalles deben conservar una proporción con el tamaño original; si eso no sucede ya quedan diferentes [P2:70D].	1. Reconoce las características que deben cumplir las ampliaciones [P2:70]. 2. Ilustra con ejemplo sus ideas [P2:70E]. 3. Identifica los errores que pueden existir en los trabajos [P2:70]. 4. Usa suposición [P2:70D]. 5. Ella usa el recubrimiento para mostrar el triple [P2:70G]. 6. Para el tamaño de las partes del rostro [P2:70E].	Kelly Empirismo Ingenuo Acción de medir
	P2: 71	[71]Ana: Puede que las hojas sean iguales y de la misma medida con milímetros y otras con centímetros [Muestra los bordes de las cuadrículas que los compañeros realizaron para la ampliación.]; [P2:71A] o sea la medida es igual [P2:71B] pero los dibujos no. Por ejemplo, que [P2:71C] Luz hubiera hecho los dientes donde no concuerde el número [Muestra el cuadro de un diente de la foto del comprador.] y [P2:71D] puede que Kelly si hubiera hecho donde si concuerda el número. [P2:71F] Nos quedaría igual la medida pero el retrato no.	1. Reconoce que el tamaño del marco es el mismo en todas las ampliaciones [P2:71A, 71F].	1. Reconoce que el rostro ampliado debe coincidir en la forma con el original y debe ser iguales comparando los ampliados [P2:71B, 71F]. 2. Establece que las ubicaciones de las partes del rostro deben coincidir con la que se determina en la	1. Sus argumentos se basan en la percepción [P2:71]. 2. Ilustra con ejemplos la relación de la ubicación [P2:71C, 71D]. 3. Reconoce que si no se cumple con un detalle ya no existe la relación [P2:71].	Ana Empirismo Ingenuo Acción de medir

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
				cuadrícula de la foto original [P2:71C, 71D].		
P2: 72	[72]Luz: [P2:72A] Yo creo que si todos tuviéramos la misma medida y la misma foto [Refiriéndose a la foto del comprador.] entonces a [P2:72B] todos nos debería quedar igual, porque [P2:72C] para todos es la misma pregunta, [P2:72D] para todos es la misma ampliación. [P2:72E] Entonces todas tienen que quedar igual. Ahora la cosa es que [P2:72F] digamos que yo y Nidia nos haya quedado muy diferente el retrato ya es otra cosa; porque de pronto, una o la otra, no hicimos bien, como tocaba hacerlo aquí. Ahora, [P2:72G] si todos lo hubiéramos hecho bien, a todos nos hubiera quedado bien, igualitico, porque todos nos tocaba hacer lo mismo.	1. Deben quedar el mismo tamaño en la ampliación ya que todos tienen la misma foto del comprador [P2:72A, 72B, 72G]. 2. Las partes del rostro también aumentan de la misma manera que el marco [P2:72E, 72G].	1. Las partes del rostro deben quedar todos en las ampliaciones [P2:72B]. 2. La forma de las partes del rostro deben ser las mismas que la foto original [P2:72F].	1. No hace referencia a ejemplos. 2. Realiza una inferencia a través de las proposiciones [P2:72C, 72D, 72E]. 3. Habla desde la posibilidad. 4. Reconoce que existen errores porque las personas no hacen las cosas como deben ser [P2:72F]. 4. Sabe que ha todos le debe quedar la misma ampliación [P2:72E, 72G].	Luz Experiencia Mental	
P2: 73, 75-77	[73]Profesora: ¿Estás de acuerdo con lo que dice Kelly? Kelly decía que no importaba si se hacía la medida en centímetros o en milímetros pero a todos nos debería quedar del mismo tamaño. ... [75]Kelly: [P2:75A] Nos debería quedar igual pero no nos quedo. Si nosotros [P2:75B] hiciéramos perfecto la cuadrícula si [P2:75C] observáramos bien, donde iba la regla, mejor dicho todo eso, [P2:75D] a todos nos hubiera quedado igual. Era [P2:75E] si todos lo hubiéramos hecho bien pero [P2:75F] cada persona tuvo un errorcito, así sea en la boca, en los dientes, en la nariz, la boca torcida, los ojos de otro lado, por eso nos quedo diferente, porque todos tuvimos errores. [76] Profesora: Bueno, Kelly, había dicho que la cuadrícula había quedado igual.	1. El tamaño de la cuadrícula y la precisión de cada una de las líneas tanto horizontales como verticales permite la unicidad en los trabajos [P2:75B, 75D].	1. Los detalles de cada una de las partes del rostro se deben realizar [P2:75C, 75E].	1. Establece condiciones supuestas de acciones de los estudiantes para que las ampliaciones quedaran bien [P2:75]. 2. Reconoce los trabajos que están correctos [P2:75A, 77]. 3. Coloca supuestos errores relacionados con la forma y la ubicación de las partes del rostro [P2:75F].	Kelly Experiencia Crucial	

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		[77]Kelly: Que [P2:77A] la cuadrícula nos quedó igual a todos los niños, la cuadrícula nos quedaría igual.				
P2: 78, 81-83		[78]Profesora: ¿Y todas están iguales? ...		1. los detalles del rostro deben coincidir con la foto original [P2:81A].	1. Usa un ejemplo concreto para generalizar [P2:81].	Jaime Ejemplo Genérico
		[81]Jaime: No, porque [P2:81A].el dibujo de Kelly quedó mirando para arriba. [82]Brian: No están iguales. [Toma la ampliación de Dary y de Ana.] [P2:82A].Mire ésta quedó mirando para allá [Señala la de Dary]		1. Deben coincidir los detalles de la imagen ampliada con los de la foto original [P2:82].	1. Compara dos ampliaciones para mostrar una diferencia [P2:82A]. 2. Usa los ejemplos para generalizar.	Brian Ejemplo Genérico
		[83]Kelly: O sea la cuadrícula, [P2:83A] los cuadros que hicimos nos quedan igual; pero, [P2:83B] el retrato no nos quedó igual, [P2:83C] debería quedar igual pero no nos quedo igual. De aquí a aquí nos queda igual [Mostrando el largo de las cuadrículas de dos ampliaciones.] [P2:83D] así la hoja sea más chiquita nos quedó igual.	1. Congruencia en el tamaño de los cuadros de las cuadrículas [P2:83A].	1. Debe haber congruencia de los rostros del comprador hechos por los estudiantes [P2:83C].	1. Hace la acción para comparar los tamaños de los marcos de las fotos [P2:83D]. 2. Reconoce que les debe quedar igual tanto de forma como de tamaño [P2:83B].	Kelly Empirismo Ingenuo
Observación de los detalles de los retratos que ellos realizaron para la ampliación.	P2: 84	[84]Jaime: El dibujo de Brian quedó mirando hacia allá [Señala hacia la izquierda.] y no hacia el otro lado.		1. Los detalles de la foto original deben estar en la imagen ampliada [P2:84].	1. Utiliza un contraejemplo y hace la corrección.	Jaime Empirismo Ingenuo Percepción
	P2: 85	[85]Ana: [P2:85A] Respecto a los puntos, [P2:85B] mire aquí la oreja en la línea de finalizar 6 [Mostrando la cuadrícula de la foto del comprador.] y Dary lo hizo más abajito. [Señala la línea 6 de la ampliación de Dary.] Entonces ya no concuerda el punto en eso.		1. La ubicación de las partes del rostro de la imagen y del original debe ser la misma.	1. Utiliza un contraejemplo.	Ana Empirismo Ingenuo Acción de medir
	P2: 86	[86]Dary: O sea que [P2:86A] si yo lo hubiera hecho a esa medida [Muestra una cuadrícula con el tamaño correcto.] me hubiera quedado muy chiquito, pero [P2:86B] si yo me pongo acá más grande y aquí más pequeño quedaba como igualito. [Muestra su cuadrícula pero al señalar la	1. Reconoce que el tamaño de su trabajo es diferente a los otros y que deben ser iguales en cuanto al marco [P2:86B]. 2. Habla que el rostro que		1. No reconoce que su trabajo no está bien hecho [P2:86A]. 2. Esta en dilema ya que quiere aprobar su trabajo pero también quiere aprobar el trabajo de sus compañeros	Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		parte final, con las manos señala que haría cuadros más pequeños para que quedara el borde de la cuadrícula, el mismo en medidas.] Sí, porque si aquí le hago las mismas medidas que acá [Muestra una cuadrícula con el tamaño correcto.] me va a quedar digamos 1,2, 3 hasta 6 y acá hasta el 3. [Cuenta el número de cuadrados a lo largo y ancho de la cuadrícula de ella que coincide con el tamaño de las otras cuadrículas.] [P2:86C] Pero me tocaría hacer el dibujo muy chiquitico por eso lo hice más grande.	ella hizo debería hacerlo más pequeño [P2:86C] .		[P2:86B] . 2. Usa su trabajo para comparar el tamaño del marco con los trabajos de los compañeros [P2:86] .	
P2:87	[87]Nidia: El de Luz, [P2:87A] ella lo hizo diferente [Muestra la ampliación de Luz.], y [P2:87B] el de Kelly, súper diferente , porque ella lo hizo el cuadro diferente a éste y ella también [Muestra los trabajos de cada una]. En cambio, [P2:87C] Dary lo hizo más grande y que ella decía que para que le quedara la misma medida que estaba aquí en la hoja.	1. Todas sus observaciones se relacionan con el tamaño del marco [P2:87B, 87C] .		1. Muestra diferentes casos de tamaños distintos [P2:87] . 2. No da argumentos sólo valora con el término "diferente"y" súper diferente". 3. No puede dar argumentos que sustente porque son diferentes.	Nidia Empirismo Ingenuo Percepción	
P2:88,90	[88]Kelly: No, [P2:88A] las cuadrículas son iguales [Muestra el trabajo de Luz y el de ella.] ... [90]Kelly: También, [P2:90A] si nosotros hubiéramos cometido el mismo error nos hubiera quedado igual; pero, [P2:90B] todos cometimos diferentes errores y por eso, [P2:90C] Dary no hizo triple, ella hizo como uh... [Mueva la mano hacia arriba.].Yo no sé profe. Todos tenemos el triple en la cuadrícula sea la hoja más pequeña, las cuadrículas son iguales [Muestra varias cuadrículas de varias ampliaciones que coinciden en el tamaño y el borde.]. [P2:90D] Ésta tampoco sirve. [Otra ampliación que no es el triple.] No sé cuánto es [coloca la foto del	1. Las cuadrículas y el marco son del mismo tamaño [P2:90A] . 2. Reconoce el factor de conversión en el marco de la foto [P2:90F] .	1. es consciente que no debe haber errores que deben ser idénticos los detalles entre las fotos [P2:90B] . 2. La igualdad de los resultados se daría si todos hubieran cometido el mismo [P2:90A] .	1. Genera una suposición [P2:90A] . 2. Reconoce que todos cometieron errores y son distintos [P2:90B] . 3. Rechaza dos trabajos por los tamaños no coinciden con el que ella realizó [P2:90C, 90D] y acepta las que coinciden con el de ella [P2:90E] . 3. Se preocupa por el tamaño del marco y no por otras características [P2:90G] .	Kelly Empirismo Ingenuo Acción de medir	

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		comprador para averiguar el número de veces que cabe en la ampliación pero no es un número entero], no es la reducción, está es... yo no sé que es. [P2:90E] De todas formas, estas cuatro [Compara fotos cuyas cuadrículas coinciden en tamaño y no en la distancia entre las líneas hay unas de 0,5mm y otras de 1,5cm.] nos quedo igual, [P2:90F] los que hicimos el triple bien , porque de aquí a aquí [Hace coincidir el borde inferior derecho de una cuadrícula con el borde inferior izquierdo de la otra.]Es igual que de aquí a acá [Hace coincidir el borde superior derecho de una cuadrícula con el borde superior izquierdo de la otra.] [P2:90G] quedaron las cuadrículas bien, en cambio el de Dary no es el triple sino un local.				
P2:89	[89]Ana: Que, por ejemplo, [P2:89A] aquí en la foto esta parte de acá es recta [Señala la parte inferior del cachete izquierdo de la foto del comprador.] y aquí éste se equivoco en lo redondo. [Muestra el trabajo de Luz, el cachete izquierdo.] [P2:89B] Entonces éste es otro punto que no concuerda, ni con los retratos de nuestros compañeros; por eso, quedaron diferentes.		1. Percepción de ángulo que da la forma del cachete [P2:89A].	1. Ilustra con un ejemplo concreto [P2:89A]. 2. Usa el ejemplo para la generalización [P2:89B].	Ana Ejemplo Genérico	
P2:93	[93]Luz: Ahora si me toca a mí. [P2:93A] Es que lo que pasa no todos tienen la misma forma de dibujar. [Toma todas las ampliaciones que tienen bien la cuadrícula.]. Ejemplo, miren que aquí [P2:93B] este señor quedó un poquito más chonchito [Toma una ampliación.]. [P2:93C] Éste quedó con un cachete más para allá y el otro más chiquitico. [Toma una ampliación.]. [P2:93D] Éste quedó con la boca más para allá y quedó más recto aquí [Toma una ampliación.]; y en	1. Se refiere al tamaño del marco que la determina la cuadrícula [P2:93G]. 2. Los trazos de las partes del rostro cambian de tamaño [P2:93B, 93C].	1. Es importante que la forma de las partes del rostro de la ampliación coincida con la foto original [P2:93B, 93C, 93D].	1. Identifica causas generales por la incongruencia en los retratos [P2:93A, 93F]. 2. Toma las ampliaciones y escoge detalles lo que exagera cada dibujo [P2:93B, 93C, 93D, 93E]. 3. Establece una consecuencia en general relacionada con la forma de	Luz Experiencia Crucial	

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		cambio, [P2:93E] éste quedó con la boca muy abajo [Toma una ampliación.]. [P2:93F] Entonces no todos tienen la misma forma de dibujar y por eso no a todos nos quedó igual. Lo que dice Kelly es muy cierto. [P2:93G] La cuadrícula nos quedó bien, a todos nos quedo igual la cuadrícula, menos la de Dary pero [P2:93H] la forma de dibujar es muy diferente. Por eso nos quedaron diferentes todos.			dibujar [P2:93H].	
Discusión sobre la ampliación que realizo Dary.	P2: 92, 103	[92]Dary: [P2:92A] Lo que pasa es que yo lo hice igual a ellos. Sino que yo dije, que hacer el cuadro por 3 pero en cambio ellos lo hicieron muy distinto. [P2:92B] Yo lo que hice fue hacerlo más grande [P2:92C] si lo hubiera hecho igual a ellos no me hubiera gastado más hojas [P2:92D] pero yo quise hacerlo más grande que lo que ellos decían; Yo pensé en hacerlo de 3 cada cuadrito y me dio más grande. ... [103]Dary: La foto [Refiriéndose a la foto comprador.] es pequeña, [P2:103A] porque si esa foto fuera un poquito más grande; de pronto, me daría el mismo resultado; pero yo quise hacerla así, y de ha [P2:103B] ocho centímetros que eran lo que media la foto.	1. Reconoce que el tamaño del cuadro de la cuadrícula es el mismo 1,5 X1, 5" [P2:92A]. 2. El tamaño del marco y el rostro es más grande comparada con el de los otros [P2:92B]. 3. Aumentó el número de cuadrillos por lado en la cuadrícula ampliada quedando 27cm x 36 cm		1. Reconoce similitudes y diferencias [P2:92]. 2. Defiende su trabajo y forma de proceder desde el querer [P2:92B, 92C, 92D]. 3. Describe lo que hizo [P2:103A]. 4. No es clara en las expresiones. 5. No asume que su trabajo esta incorrecto [P2:103A].	Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir
	P2: 91	[91]Brian: Es que Dary hizo fue, como acá, en la foto original habían 6 cm entonces Dary al hacer 6cm [P2:91A] hizo cada cuadrito de 3x3 para ella significó que era un centímetros. Entonces ella hizo 6 centímetros y después [P2:91B] hizo el doble después el triple [Muestra el ancho de la ampliación de Dary.] y acá el triple pero de ocho. [Muestra el largo de la ampliación de Dary.]	1. Reconoce que el error de la compañera está en la medida del cuadrado de la cuadrícula [P2:91A]. 2. Reconoce que la ampliación de la compañera está aumentada el doble y el triple [P2:91B].		1. Realiza una explicación de lo que hace otro [P2:91]. 2. No da ejemplos [P2:91].	Brian Experiencia Mental

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
P2: 94	[94]Ana: [P2:94A] Hay una cosa que yo no entiendo. Me quedó la duda. Por ejemplo, yo no sé, [P2:94B] pero acá es de tres cuadritos o sea de 1 centímetro y medio [Muestra la ampliación de un compañero.] y acá también está [La ampliación de Dary.]. [P2:94C] Yo creo que Dary hizo más cuadros acá [Muestra a lo largo.] que no de acá [Muestra el ancho.], [P2:94D] porque esta hoja, mire, es más pequeñita y da como por aquí [Coloca una ampliación que esta bien la cuadrícula sobre la ampliación de Dary.] y ella lo hizo más y [P2:94E] yo no entiendo [P2:94F] si están a la misma medida los cuadros de acá y de acá también [Se refiere al tamaño de los cuadros de ambas cuadrículas es de 1,5 cm].	1. Identifica que el tamaño de los cuadrados de las cuadrículas ampliadas son iguales [P2:94B]. 2. El número de cuadrados que hay en la foto original debe ser el mismo número en la foto ampliada [P2:94C]. 3. El tamaño de los marcos ampliados deben ser iguales [P2:94D].		1. Reconoce que no entiende [P2:94A, 94E]. 2. Describe las razones por las que no entiende [P2:94B, 94C, 94E]. 3. Realiza una suposición de lo que hace otro [P2:94C]. 4. Hace acciones de medidas con el tamaño de los cuadrados y de las cuadrículas.	Ana Empirismo Ingenuo Acción de medir	
P2: 95	[95]Kelly: Si, [P2:95A] está a la misma medida pero ella [P2:95B] exageró la medida.	1. Reconoce que los cuadrados tienen la misma medida [P2:95A]. 2. La cantidad de cuadros en la cuadrícula ampliada no es la correcta [P2:95B].		1. No usa términos adecuados, uno es la medida por lado del cuadrado de la ampliación [P2:95A] y otro el número de cuadrados por lado [P2:95B].	Kelly Experiencia Mental	
P2: 100	[100]Jaime: Para ver si era el triple o era más. No era ni el triple, ni el doble, ni nada, [P2:100A] sino que era cinco veces mayor [Recubre la ampliación de Dary a lo ancho y cuenta de uno a uno hasta llegar a cinco.]	1. El factor de conversión que ella utilizó es cinco [P2:100A].		1. Realiza medidas de recubrimiento [P2:100].	Jaime Empirismo Ingenuo Acción de medir	
P2: 104	[104]Luz: ¿Dónde están las medidas? [Buscando una cuadrícula de las ampliaciones con los cuadros enumerados a lo largo]. Esa tiene 16 y [P2:104A] tiene cada cuadrito de a centímetro y medio. [P2:104B] Así como dijo Ana. Ésto tiene [Refiriéndose a la cuadrícula realizada por Dary.] [P2:104C] 16 más 16, 32 y aquí nos queda 16 [Refiere a la fila 16 de la cuadrícula de Dary.] la	1. Reconoce que el tamaño de cada cuadrado es el mismo [P2:104A].		1. Explica lo que hace otro. 2. Describe a través de medidas. 3. Tiene en cuenta lo que otros dicen [P2:104B]. 4. Genera interrogantes para el grupo buscando razones [P2:104C].	Luz Empirismo Ingenuo Acción de medir	

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		hoja de una persona [Coloca la ampliación enumerada sobre la realizada por Dary.]. Yo preguntó ¿por qué a ella le quedó más grande si lo hizo con el mismo centímetro y medio?				
Respuesta a la pregunta ¿por qué puedo asegurar que mi segundo dibujo era la reducción a la mitad de la foto?	P2:116	[116]Luz:Es la segunda, [Lee] porque [P2:116A] todo lo que yo hice estaba a la medida justa y [P2:116B] bien al dibujo.	1. El marco y el rostro disminuye [P2:116A].	1. Tienen la misma forma el rostro de la reducción y la foto original [P2:104A].	1. Lo que escribe es parecido a lo que escribió en la parte de ampliación. 2. No usa ejemplos.	Luz Experiencia Mental
	P2:117	[117]Jaime: [Lee] Que [P2:117A] los dos son el mismo señor y tiene las mismas características [P2:117B] como lo ojos, la nariz y la boca.		1. Debe existir congruencia en forma del rostro tanto en la foto original y la reducción [P2:117A]. 2. Debe estar las mismas partes del rostro [P2:117B].	1. Realiza descripción a nivel visual [P2:117].	Jaime Empirismo Ingenuo Percepción
	P2:118-120	[118]Ana: [P2:118A] Aquí el retrato si me quedo igual. [P2:118B] Yo lo reduje a la mitad de éste. [Muestra la foto del comprador.] [119]Profesora: ¿Hiciste una reducción? [120]Ana: Yo hice la reducción y la ampliación .O sea [P2:120A] este dibujo era la mitad aunque no es exactamente la mitad de éste. [Muestra la foto del comprador.] [P2:120B] Pero si traté de hacerlo más pequeño a la ampliación del triple [No es una reducción es una ampliación al doble.] de la cuadrícula original.	1. Habla de la relación a la mitad que es reducir el tamaño tanto del rostro como del marco [P2:118B, 120A]. 2. Reconoce que la relación la mitad es menor a la relación el triple [P2:120B].	1. Reconoce que los rostros tanto de la foto del comprador y la reducción es el mismo [P2:118B].	1. No contesta la pregunta dada. 2. Sus argumentos están relacionadas con observaciones concretas [P2:118, 120].	Ana Empirismo Ingenuo Acción de medir
P2:121	[121]Kelly: [P2:121A] Tocaba reducirlo a la mitad, entonces [P2:121B].yo aseguro que la foto que [P2:121C] yo hice pequeñita es la mitad de la normal; porque, [P2:121D] está reducido dos veces, es el doble, o sea [P2:121E] la que yo hice, es el doble de la normal. [P2:121F] Por eso aseguro que es.	1. Sabe el factor de la reducción, la mitad [P2:121C, 121D]. 2. Establece las relaciones de comparación entre la foto original y la reducción [P2:121C, 121E].		1. La estudiante reconoce lo que la tarea le solicita [P2:121A]. 2. Muestra seguridad en lo que hace [P2:121B, 121F].	Kelly Experiencia Mental	

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
P2: 122, 124	<p>[122]Dary: Yo creo que es la mitad, [P2:122A] porque digamos aquí ahí 6 [Refiriéndose a la medida del ancho del marco de la foto del comprador.] y le quito la mitad y me da 3 y le di 3 centímetros acá [Muestra el ancho del marco de la reducción.] me da lo mismo. Sino que acá yo le hago en milímetros.</p> <p>...</p> <p>[124]Dary: [P2:124A] Si tengo 8 [Muestra el largo del marco dela foto del comprador.] le quitó la mitad me da 4 [Muestra el largo del marco de la reducción.]. Con la regla mido y dije que si me daba [P2:124B] la misma cantidad de cuadritos y no me queda ninguna que falte ni sobre, yo dije que era el cuadro [Refiriéndose al marco]; o sea si me dio, entonces yo miró, y lo hice en otra hoja y conté la cantidad de cuadritos y me dio la misma [Refiriéndose a que enumero cada uno de los cuadritos de la cuadrícula de la foto del comprador y los de la reducción.] y sé que esa medida es.</p>	<p>1. Usa las medidas del marco para realizar la mitad tanto del ancho como del largo [P2:122A, 124A].</p> <p>2. Tiene tanto la original como la reducción la misma cantidad de cuadros [P2:124B]</p>	<p>1. Describe paso a paso lo que hizo [P2:121, 124].</p> <p>2. Menciona las medidas que tomo.</p>	<p>Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir</p>		
P2:125	<p>[125]Jaime: Mi reducción [P2:125A] yo digo que esta bien, por lo que mi ampliación yo aquí de ancho hice de 6 y de largo hice 8 y como [P2:125B] la reducción era la mitad de la ampliación entonces la hice de 3 por 4.</p>	<p>1. Reconoce que el largo y el ancho cada uno se reduce a la mitad [P2:125B].</p>	<p>1. Valida lo que hizo [P2:125A].</p> <p>2. Describe las medidas [P2:125B].</p>	<p>Jaime Empirismo Ingenuo Acción de medir</p>		
P2:126	<p>[126]Dary: Igual a mí!</p>	<p>1. Asume el proceso de medir las longitudes del marco.</p>	<p>1. Compara lo que ella hace con lo de otro [P2:126].</p>	<p>Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir</p>		

Episodio Actividad 1	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
P2:127	[127]Kelly: [P2:127A] A ella, esa si le quedó bien [Se dirige a Dary]. [P2:127B] Porque esa si es la mitad y yo comparándola con otra [Muestra que la reducción de Dary cabe exactamente dos veces sobre la foto del comprador]. Entonces eso le quedó bien medido, porque acá había 6 cm [Ancho del marco de la foto comprador.] y buscó la mitad que era de 3 cm y lo hizo de 3 cm. Y el otro son 8 cm [Largo del marco del a foto comprador.] y la mitad son 4 cm y lo hizo de 4 cm, y eso si es la mitad	1. Reconoce que el largo y el ancho cada uno se reduce a la mitad [P2:127]. 2. Establece el factor de conversión [P2:127B].		1. Valora el trabajo de otros [P2:127A]. "2. Hace procesos de recubrimiento y de medición para comparar la relación [P2:127].	Kelly Empirismo Ingenuo Acción de medir	

ANEXO I. Análisis del protocolo 3.

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
Discusión sobre lo que dice Kelly acerca del retrato B.	P3:5,9-11	<p>[5]Kelly: [Lee] El B es ampliación. Porque [P3:5A] es el doble de la figura A en ancho pero no en alto. O sea, [P3:5B] es el doble de la figura [Coloca la foto A sobre la foto B dos veces.] en ancho pero no en alto; es lo mismo [P3:5C] ampliación pero no de ancho.</p> <p style="text-align: center;">...</p> <p>[9]Luz: [Continua, subiendo la voz.] Porque ellos están hablando de la ampliación y reducción más no de anchura. [P3:9A] La ampliación podría ser éste [Muestra la foto D.] bien amplio, y bien. Más éste no [Muestra la foto B.], [P3:9B] porque éste [Muestra la foto B.] no es ampliación ni reducción.</p> <p>[10]Kelly: ¿Cierto, profe que la ampliación [P2:10A] es de altura y de altura?</p> <p>[11]Luz: No sólo de altura; también de ancho.</p>	<p>1. No hay factor de conversión: el doble de la superficie y no el doble de cada lado [P3:5A, 5B].</p> <p>2. Asume la ampliación como aumentar el tamaño de la superficie al doble de ancho [P3:5C, 10A].</p>		<p>1. Repite varias veces la misma idea en una intervención [P3:5].</p> <p>2. Hace la acción de recubrir para asegurar lo que dice</p>	<p>Kelly Empirismo Ingenuo Acción de medir</p>
		<p>[16]Ana: Aquí en la B, [P3:16A] se puede decir: sí y no. las dos opciones: [P3:16B] Digo sí, porque amplió el doble del ancho, pero [P3:16C] no amplió ni redujo de largo.</p> <p>[17]Kelly: [P3:17A] Pero no reduce nada.</p> <p>[18]Jaime: Ni amplía</p> <p>[19]Kelly: Sí amplía. [P3:19A] Si amplía de alto pero no de largo. Porque esto fuera más grande sería ampliación [se refiere al ancho de la foto] y eso no está dando.</p>	<p>1. Reconoce la funcionalidad del factor de conversión [P3:9A].</p> <p>2. La ampliación deber ser de largo y ancho y no un solo lado [P3:9,11].</p>	<p>1. Conserva la forma y deben estar todos los detalles. [P3:9A].</p>	<p>1. Ilustra su idea con un ejemplo que cumple con las condiciones necesarias para ser una ampliación proporcional [P3:9A].</p> <p>2. Usa contraejemplo [P3:9B].</p> <p>3. No se puede clasificar la foto B como ampliación [P3:9B].</p>	<p>Luz Experiencia Crucial</p>
Discusión sobre el ancho de la foto B.	P3:16-19	<p>[16]Ana: Aquí en la B, [P3:16A] se puede decir: sí y no. las dos opciones: [P3:16B] Digo sí, porque amplió el doble del ancho, pero [P3:16C] no amplió ni redujo de largo.</p> <p>[17]Kelly: [P3:17A] Pero no reduce nada.</p> <p>[18]Jaime: Ni amplía</p> <p>[19]Kelly: Sí amplía. [P3:19A] Si amplía de alto pero no de largo. Porque esto fuera más grande sería ampliación [se refiere al ancho de la foto] y eso no está dando.</p>	<p>1. Duda en el manejo del termino el doble como:</p> <p>a. amplía el doble de la superficie rectangular [P3:16B].</p> <p>b. Debe ser el doble tanto de largo como de ancho [P3:16C].</p>		<p>1. Indecisión [P3:16A, 26].</p> <p>2. Da razones sobre porque acepta y no acepta que la foto B sea ampliación [P3:16B, 16C].</p> <p>3. No usa ejemplos.</p>	<p>Ana Experiencia Mental</p>
			<p>1. El hecho de ampliar lo asocia a una dimensión [P3:19A].</p>		<p>1. Contra-argumenta [P3:17] la posición de una compañera desde su posición [P3:19].</p> <p>2. No hace ejemplos.</p>	<p>Kelly Experiencia Mental</p>

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
P3:22-27		<p>[22]Cristóbal: [P3:22A] Yo digo que si, [P3:22B] porque la foto B es el doble de ancho que la foto A.</p> <p>[23]Luz: [P3:23A] Yo digo que no, porque [P3:23B] la ampliación sería ésta [Muestra la foto D.], [P3:23C] yo se que amplía de ancho y de alto; pero, esto [Toma la foto B y señala las partes.] [P3:23D] no amplía de alto pero si de ancho.</p> <p>[24]Nidia: [P3:24A] Yo digo que no, porque [P3:24B] es el doble de ancho y no de lo alto.</p> <p>[25]Dary: [P3:25A] Yo digo que sí, [P3:25B] porque digamos acá [Lo ancho de la foto B.] es dos de A, pero no alcanza de arriba y acá serían dos y acá [Refiriendo a lo ancho de la foto B.] serían más.</p> <p>[26]Ana: Que si y que no.</p> <p>[27]Jaime: [P3:27A] Digo que no, porque [P3:27B] sólo amplía de ancho pero no de alto entonces [P3:27C] no está completamente ampliada.</p>	1. El doble sólo se realiza en una dimensión [P3:22B].		1. Es una descripción de recubrimiento [P3:22]. 2. Enuncia su posición frente a la aceptación de la foto B [P3:22A].	Cristóbal Empirismo Ingenuo Acción de medir
			1. Se debe aumentar las dos dimensiones [P3:23C] y no una dimensión [P3:23D].		1. Enuncia su posición frente a la no aceptación de la foto B [P3:23A]. 2. Muestra un caso que es correcto para ella, y, es contraejemplo del caso que se está analizando [P3:23B].	Luz Ejemplo Genérico
			1. La palabra doble se relaciona con ampliar tanto el largo como el ancho [P3:24B].		1. Enuncia su posición frente a la no aceptación de la foto B [P3:24A]. 1. No usa ejemplos [P3:24B].	Nidia Experiencia Mental
			1. Es una ampliación porque cabe dos veces una foto con respecto a la otra [P3:25B].		1. Enuncia su posición frente a la aceptación de la foto B [P3:25A]. 21. Describe medidas en torno a las dimensiones del marco y enuncia su posición frente a la aceptación de la foto B [P3:25].	Dary Empirismo Ingenuo
			1. Reconoce que la ampliación debe ser tanto de largo como de ancho [P3:23C].		1. Enuncia su posición frente a la no aceptación de la foto B [P3:27A]. 2. Da razón de su posición relacionado con el tamaño [P3:27B].	Jaime Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
Posición de Luz.	P3:33	[33]Luz: Yo opino, [P3:33A] que no es, [P3:33B] porque una ampliación sería completa y no sólo de ancho. [P3:33C] Es necesario una ampliación completa así [Muestra foto D.] más no así [Muestra foto B.], [P3:33D] porque eso sería una hinchazón. [P3:33E] Yo necesitaba una ampliación que me quede bien, [P3:33E] este señor [Foto A] no se parece a este [Foto B], [P3:33F] porque los cachetes están muy gordos, entonces por eso no.	1. La ampliación del marco es de las dos dimensiones [P3:33B, 33C, 33E]. 2. Las partes del rostro deben ampliarse a la misma razón que el marco [P3:33E].	1. Se debe conservar las facciones del rostro [P3:33D, 33E]. 2. Debe tener la misma forma la foto A con la foto B [P3:33E].	1. Muestra un ejemplo de un caso para ilustrar su idea [P3:33]. 2. Muestra un caso para mostrar lo que acepta como correcto [P3:33C]. 3. Usa un caso extremo [P3:33D, 33F]. 4. Enuncia su posición frente a la no aceptación de la foto B [P3:33A].	Luz Experiencia Crucial
	P3: 69	[69]Luz: [P3:69A] Voy a explicar, [P3:69B] el señor que mando ampliar la foto, dijo ampliame la foto pero no dijo, si a lo largo ni a lo ancho. Sólo [P3:69C] dijo a ampliame bien la foto.	1. La ampliación del marco es de las dos dimensiones [P3:69].	1. Se debe conservar las facciones del rostro [P3:69C].	1. Enuncia que va a realizar una explicación [P3:69A]. 2. Genera una situación hipotética con los personales de la actividad [P3:69B]. 3. Mantiene su posición [P3:69C].	Luz Experiencia Mental
Posición de Kelly.	P3: 35	[35]Kelly: [P3:35A] En contra, porque yo amplío algo, o sea, [P3:35B] ampliar es aumentar el tamaño normal. Al decir [P3:35C] aumentar uno de los dos lados. [P3:35D] Si yo quiero decir que mi esfero sea más gordito; yo le digo a mi compañera mire que amplíe mi esfero. Lo puse más gordito. Una ampliación no tiene que ser así, [P3:35E] porque ampliación es aumentar de tamaño, puede ser del lado que sea. Pero no tiene que ser de alto y de ancho, porque eso no tiene que ser una ampliación y además, es igual. [P3:35F] El señor que le dijo a Gioco que le dijo eso, digamos el quería verse más gordo en la foto, para participar en un concurso de gordura. Entonces el señor si se parecen.	1. Ampliar es aumentar el tamaño de la superficie [P3:35A] que se logra si aumenta uno de los dos lados [P3:35C, 35E].	1. No considera la forma pero sabe que se deforma [P3:35F]. 2. Reconoce que las fotos deben parecerse [P3:35F].	1. Enuncia que está en contra de lo que dice Luz [P3:35A]. 2. Usa un referente del lenguaje común relacionado con la palabra ampliar con aumentar tamaño [P3:35B]. 3. Usa un ejemplo que ella se invento con otro objeto [P3:35D]. 4. Invento una situación hipotética con los personajes de la actividad para dar sus razones [P3:35F].	Kelly Experiencia Crucial

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
Discusión sobre los argumentos de Lina ó Kelly acerca de la foto B	P3:38	[38]Cristóbal: [P3:38A] En contra de Luz y a favor de Kelly. Porque, [P3:38B] digamos la primera dijo que era el doble de ancho de la A con la B; pero, digamos la A la comparó con la B, es la mitad de la B y [P3:38C] como la A y la K son iguales cubren la B [Realiza los cubrimiento de la foto B con las fotos A y K.]	1. Relaciona ampliar con aumentar el tamaño de la superficie [P3:38C] . 2. Establece relaciones de acuerdo al tamaño de la superficie [P3:38B] .	1. No importa la forma del rectángulo o del rostro.	1. Realiza las acciones de cubrimiento [P3:38C] . 2. Asume una posición con referencia a lo que dice un compañero y la sustenta [P3:38A] .	Cristóbal Empirismo ingenuo Acción de medir
	P3:39	[39] Dary: [P3:39A] En contra de Luz y a favor de Kelly. Es que lo que pasa [P3:39B] si yo la amplio dos veces, porque digamos es la ampliación sí [Muestra la foto B.] y digamos que voy hacer otra. Entonces [P3:39C] sería el doble o sea la amplio una vez más, para que me dé lo que [P3:39D] yo necesito, o sea me va a quedar igualita. [Cubre la foto B con las fotos A y K]. [P3:39E] La misma forma porque digamos ésta [Refiere a la foto B.] yo le encimo otra [Foto A] y ahí queda el resultado. Otra igualita a ésta [Compara el tamaño de los marcos de la foto B con el marco que se forma de la suma de los marcos de las fotos A y K].	1. Reconoce que uno de los lados amplia a una razón que es el doble [P3:39B] . 2. Igual establece la relación en forma aditiva [P3:39C] .	1. La misma forma se relaciona con obtener unas superficies pequeñas para recubrir otra mayor [P3:39E] .	1. Asume una posición frente a lo que dice un compañero [P3:39A] . 2. No es organizada en lo que dice repite ideas [P3:39] . 3. Realiza las acciones de cubrir una superficie mayor con otra [P3:39D] .	Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir
	P3:40	[40]Brian: [P3:40A] Yo estoy en contra de Luz y a favor de Kelly. Porque lo que pasa, es verdad. [P3:40B] si yo necesito ampliar cualquier cosa lo puedo ampliar a cualquier tamaño. [P3:40C] No necesito ampliarlo de alto o de ancho; [P3:40D] sino que el señor, él de la foto, quiso verse más ancho, ampliar la foto al doble de ancho y no de alto.	1. Ampliar se relaciona con aumentar el tamaño [P3:40B, 40C] . 2. Reconoce el valor numérico del cambio a nivel de recubrir un área mayor.	1. No importa cumplir con la forma [P3:40D] .	1. Asume una posición frente a lo que dice un compañero [P3:40A] . 2. No usa ejemplos. 3. La generalización, no importa los objetos todos se pueden ampliar [P3:40B] . 4. Inventa una situación hipotética con los personajes de la actividad para dar sus razones [P3:40D] .	Brian Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
	P3:41	[41]Jaime: [P3:41A] En contra de Luz y a favor de Kelly. Porque ella [refiriéndose a Kelly] [P3:41B] me convenció. Porque ella dijo, que [P3:41C] una ampliación no necesita ampliarse por alto y ancho sino como uno la quisiera, [P3:41D] como el comprador la quisiera ampliar.	1. Se debe cambiar la longitud de uno de los lados de la superficie rectangular (marco) [P3:41C].		1. Asume una posición frente a lo que dice un compañero [P3:41A]. 2. Afirma que lo convencieron [P3:41B]. 3. Inventa una situación hipotética con los personajes de la actividad para dar sus razones [P3:41D].	Jaime Experiencia Mental
	P3:44	[44]Luz: Si, ampliación. Pero no específica de qué manera. [P3:44A] Ahora sí le dijo ampliación a Gioco, le dijo de qué manera tiene que ser una ampliación completa, [P3:44B] más no sólo de ancho o sólo de largo. No. [P3:44C] Sino completa.	1. La ampliación del marco es de los dos lados [P3:44A, 44C] y no de uno sólo [P3:44B].		1. No usa ejemplos. 2. Usa una ironía [P3:44]. 3. Inventa una situación hipotética con los personajes de la actividad para dar sus razones [P3:44A].	Luz Experiencia Mental
Discusión de Kelly y Luz sobre la foto B	P3:51-57	[51]Dary: [Lee la información del globo de la actividad.] [52]Kelly: [P3:52A] Ahora, si ya más en mi posición, porque vea, esto es ampliación ¿cierto? [Toma la foto B.], bueno acá dice [Lee en el globo.]: ¿Cuáles ampliación y reducción de la foto que ha realizado, cuáles ampliaciones y reducciones? [P3:52B] Las ampliaciones es aumentar de tamaño, la medida que es. Dije ampliaciones y entonces aquí [mostrando el ancho de la Foto B], lo está ampliando [P3:52C] porque está aumentando el tamaño de ancho que tiene, o sea lo está aumentando.	1. Ampliar es aumentar el tamaño de la superficie [P3:52B] que se logra si aumenta uno de los dos lados [P3:52C]. 2. Reconoce que significa el doble en la foto B [P3:56].		1. Asegura más su posición con la información que se leyó [P3:52A]. 2. Reconoce que la tarea es clasificar las fotos en reducciones o ampliaciones [P3:52]. 3. Establece como criterio para la ampliación aumentar de tamaño [P3:52B].	Kelly Experiencia Mental
		[53]Luz: [P3:53A] Miré Kelly, por algo, [P3:53B] a nosotros nos dijeron haga la ampliación de la foto, [P3:53C] usted la pudo haber ampliado así [Mueve las manos hacia fuera en forma horizontal.], no!, la tiene que ser completa. [54]Kelly: No, porque es que dijeron que al triple. [55]Luz: ¿Este es el doble?	1. La ampliación del marco es de los dos lados, de largo y de ancho [P3:53C].		1. Asume que está contra argumentando [P3:53A]. 2. Sus razones se basan en las acciones de la actividad de ampliar la foto al triple por ellos mismos [P3:53B, 57A].	Luz Ejemplo Genérico

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		[56]Kelly: Este es el doble, pero de ancho. [57]Luz: Por eso, [P3:57A] a usted le dijeron ampliación y usted la hizo como debía hacerla. Pero, ahí ésta. ¿Qué es el triple?				
Exposición de argumentos a favor de lo que dice Luz.	P3: 59	[59]Ana: Yo, [P3:59A] ya tomé una decisión referente a todo lo que han dicho mis compañeras. [P3:59B] Estoy a favor de Luz, [P3:59C] porque si fuera una ampliación tendría que ampliar de la misma medida. [P3:59D] Si, Gioco lo amplió al triple de ancho, tendría que ampliarlo también al triple de alto; pero acá [Muestra la foto B.] [P3:59E] Gioco lo amplio de ancho más no de largo, entonces ésto [Muestra la foto B.], no es una ampliación.	1. En el caso de ampliación afecta las dos dimensiones del marco [P3:59C, 59E].		1. Dice que asume una posición a partir de lo que se ha dicho [P3:59A]. 2. Dice y sustenta que posición asume [P3:59B, 59C]. 2. Ilustra con un caso “Si, Gioco lo amplió al triple de ancho, tendría que ampliarlo también al triple de alto” 3. Inventa una situación hipotética con los personajes de la actividad para dar sus razones [P3:59E].	Ana Experiencia Crucial
	P3:62	[62]Jaime: [P3:62A] A favor de Luz, [P3:62B] porque el comprador le dijo a Gioco que quería la ampliación de su foto, el triple y acá no sólo la estaba ampliando el doble [Con la foto A recubre la foto B dos veces y muestra que falta una más.], [P3:62C] sino que tendría que ser el triple y también debía ampliarlo a lo largo [Usando la foto A , mueve de abajo hacia arriba simulando tres recubrimientos.], a lo ancho.	1. El marco se amplia a lo largo y a lo ancho [P3:62C].		1. Asume que la actividad anterior y está son la misma. 2. Cambia el criterio por realizar el triple [P3:62B]. 3. Realiza las acciones de recubrimiento. 4. Inventa una situación hipotética con los personajes de la actividad para dar sus razones [P3:62B].	Jaime Empirismo Ingenuo Acción de medir
Confrontación de Kelly y Cristóbal sobre las razones que da Luz de la foto B	P3:66	[66]Kelly: [P3:66A] Yo sigo con mi posición. [P3:66B] Cuando a nosotros nos mandaron hacer el trabajo de la ampliación, nos hicieron [P3:66C] ampliarlo tres veces más no nos dijeron ni de alto ni de ancho. A [P3:66D] nosotros nos dijeron amplíelo al triple; [P3:66E] pero si nosotros hicimos esto es porque lo entendimos así. Pero	1. Afirma que hay dos posibilidades al ampliar: a) aumentar el tamaño de una de las dimensiones (Largo o ancho, pero no ambas) y b) aumentar el tamaño tanto de largo	1. Reconoce que se deforma si sólo cambia una dimensión [P3:66J].	1. Afirma que mantiene su posición [P3:66A]. 2. Para mantener su posición y para usar lo que hay en la actividad anterior afirma que faltó instrucción [P3:66B, 66C, 66E, 66F, 66G].	Kelly Experiencia Crucial

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		como usted [Refiriéndose a la profesora.] [P3:66F] no nos dió la instrucción así, de que iba ser sólo de alto, dijo, amplíelo al triple pero no nos dijo de alto o de ancho, y [P3:66G] nosotros pensamos que era de alto y de ancho; y por eso ampliamos de largo y de ancho el triple. [P3:66H] Si el comprador le hubiera dicho Gioco o al discípulo amplíe de ancho más no de alto; o hágame mi retrato el doble de ancho, [P3:66I] eso es una ampliación porque está aumentando de tamaño, no sólo de arriba [Muestra el largo.] sino que también de lado [Muestra el ancho.]. [P3:66J] El quiere verse más gordo, mejor dicho.	como de ancho [P3:66D, 66F, 66G, 66I].		3. Inventa una situación hipotética con los personajes de la actividad para apoyar sus razones [P3:66I]. 4. Usa el argumento de la actividad anterior porque lo usó Luz.	
	P3:67	[67]Cristóbal: [P3:67A] Yo estoy a favor de Kelly, porque [P3:67B] lo que pidieron fue ampliarla y lo ampliaron sólo a lo ancho, [P3:67C] para verse más gordo.	1. Ampliar es aumentar el tamaño y puede ser en una sola una dimensión [P3:67B].	1. Reconoce que hay deformación [P3:67C]	1. Asume que esta de acuerdo con lo que dice un compañero [P3:67A]. 2. Usa una exageración [P3:67C].	Cristóbal Experiencia Crucial
Discusión sobre el significado de ampliación.	P3: 73-82	[73]Luz: Por eso. [P3:73A] Éste es ampliar. [Muestra la foto D]. [P3:73B] Entonces debería ampliarlo bien, o sea, [P3:73C] completo, más no sólo de ancho. [74]Kelly: Por qué si usted [P3:74A] no sabe cómo dijo el comprador. [75]Luz: El comprador no dijo ni de alto ni de ancho, nada de eso. [76]Kelly: [Todos hablando.]. Tampoco dice de alto y de ancho. [Trata de callar a Luz, alegando.] [77]Ana: [P3:77A] El comprador no dijo ni que lo ampliara, ni que lo redujera, ni que lo dejará así [Como la foto K.], [P3:77B] sino que muchas solicitudes le solicito. Entonces, [P3:77C] éste [Muestra la foto B.] no lo amplió. [P3:77D] Sigo a favor de Luz. [78]Brian: [P3:78A] Yo sigo a favor de Kelly	1. Se debe ampliar tanto el largo como el ancho del marco y el rostro [P3:73B, 80B]. 2. No se acepta que sólo se amplíe una dimensión [P3:73C, 75, 80A].	1. Se debe conservar el rostro de la foto original en la ampliación [P3:73B].	1. Tiene criterios para asumir que ampliación es correcta [P3:73B]. 2. Usa lo que le dice la otra para contra-argumentar [P3:75,80]. 3. Usa la situación real de foto Japón para apoyar su posición [P3:80A] y crea una situación hipotética con los personajes de la actividad para apoyar su posición [P3:75].	Luz Ejemplo Genérico
			1. Ampliar es aumentar tamaño la superficie y no cambiar las longitudes del largo y del ancho de la figura [P3:76,82B].		1. Usa lo que dice Luz para argumentar usando los personajes de la actividad [P3:74, 76, 82C]. 2. Coloca el diccionario como	Kelly Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>porque [P3:78B] lo amplía. [P3:78C] Y ahí dice [Lee la información del globo.], que hizo muchos retratos, entonces [P3:78D] no dice: ni amplió ni reduce; entonces toca ver, si amplía o se disminuye. [P3:78E] Pues yo pienso que si lo amplía se vería más grande que el muñeco de la letra A y [P3:78F] si lo reduce se vería más pequeño que la letra A.</p> <p>[79]Nidia: Yo no he visto que en Foto Japón entreguen ampliaciones de fotos como [P3:79A] dice Kelly sólo de ancho.</p> <p>[80]Luz: [P3:80A] En foto Japón, yo nunca he visto una foto que amplíe sólo de ancho, ¡Nunca! [P3:80B] siempre la amplían normal, no sólo de ancho sino también de largo.</p> <p>[81]Cristóbal: En foto Japón, dan una grande y otras pequeñas.</p> <p>[82]Kelly: [P3:82A] Busque en un diccionario ampliación y verá que [P3:82B] es aumentar el tamaño, más no aumento de tamaño de alto y de ancho. Pero [P3:82C] él tuvo que aumentar el tamaño de anchura. ¿Y por qué tiene que ser de altura también?</p>			referente de verdad y apoyo a su posición [P3:82A].	
			1. Se modifica tanto largo como ancho a la misma razón del marco y del rostro [P3:77C].	1. Se debe conservar los detalles y la forma del rostro [P3:77A].	1. Usa el enunciado de la actividad [P3:77B]. 2. Sigue a favor de lo que dijo Luz [P3:77D]. 3. Genera situación posible con los personajes [P3:77A]. 4. Muestra las fotos para apoyar ideas generales [P3:77].	Ana Ejemplo Genérico
			1. Ampliar es aumentar el tamaño con respecto a la foto original [P3:78E]. 2. Reducir es disminuir el tamaño con respecto a la foto original [P3:78F].		1. Enuncia que está a favor de Kelly [P3:78A]. 2. Usa lo que dice la actividad para apoyar su posición [P3:78C, 78D]. 3. Enuncia argumentos relacionados con lo que considera ampliación o reducción [P3:78E, 78F].	Brian Ejemplo Genérico
			1. Se debe modificar tanto el alto como el ancho del marco y el rostro [P3:79].	1. Se conserva la forma del rostro [P3:79].	1. Trae como caso real el acto de tomarse fotos [P3:79]. 2. Usa la situación para rechazar lo que dice Kelly [P3:79A].	Nidia Experiencia Crucial
Exposición de nuevas posiciones respecto a la foto B.	P3: 90	[90]Dary: [P3:90A] En contra de Kelly y a favor de Luz. Porque lo que [P3:90B] yo tengo es 2 veces y necesitamos 3 veces, que es lo que trata de decir acá [Refiriéndose a la información del globo.]. [P3:90C] Mientras que aquí, en esta ya no da tres, porque ahí solo caben dos A [Coloca la foto A sobre la B.] [P3:90D] mientras que en la otra si [Toma la foto D.], 3 en lo largo y tres en lo ancho y [P3:90E] uno no puede ir a que le tomen	1. Ampliar es cambiar las longitudes tanto de largo como de ancho del marco y del rostro a la misma razón [P3:90D, 90E, 90F]. 2. Reconoce que el recubrimiento no me el factor de conversión [P3:90C].	1. Se debe conservar la forma del rostro [P3:90G].	1. Enuncia que está a favor de lo que dice alguna de las compañeras [P3:80A]. 2. Interpreta el enunciado de la actividad desde lo que se solicitó en la actividad 1 [P3:90B]. 3. Ilustra con un ejemplo que considera correcto para	Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		una foto ¡Uh! La pueden tomar más grande pero no más alta ni larga [Varios estudiantes hablando.]. [P3:90F] Si usted se la van a tomar más grande [P3:90G] pero no más ancha la cara.			rechazar la foto B [P3:90D]. 4. Usa la situación de tomarse una foto para apoyar su posición [P3:90E, 90F, 90G]. 5. Realiza acciones de recubrimiento y enuncia medidas.	
	P3: 91	[91]Cristóbal: [P3:91A] En contra de ellos dos [Señala a Brian y Dary.] y Kelly; porque [P3:91B] Luz tiene la razón, porque cuando [P3:91C] uno se va a tomar una foto, digamos que se la tomen así [Muestra la foto B.], sino que se la toman así, así y así [Señalando los lados del marco de la foto D.].	1. El marco y el rostro cambia tanto de largo como de ancho a la misma razón [P3:91C].		1. Enuncia con quienes no está de acuerdo [P3:91A] y con quienes si está [P3:91B]. 2. Compara fotos a partir de una situación real "[P3:91C].	Cristóbal Experiencia Crucial
	P3: 92	[92]Ana: Aquí [P3:92A] no dice que lo ampliara de las dos formas: de ancho o de alto, [P3:92B] pero trato de decir, que se le ampliara para tomar una foto; [P3:92C] por ejemplo Kelly, se va a tomar una foto se la toman normal, se la toman así [Mueva las manos para señalar ancho y alto.], como se la van a tomar así [Solo ancho.] y así [Solo alto.].	1. Se debe ampliar el largo y el ancho de la figura [P3:92A, 92B].	1. Debe conservarse la imagen [P3:92C].	1. Rechaza la foto B por los resultados de tomarse fotos [P3:92C]. 2. Establece supuestos en las instrucciones de la actividad [P3:92A, 92B].	Ana Experiencia crucial
Uso de situación real para clasificar la foto B como ampliación .	P3: 94-104	[94]Dary: Si usted va a donde le toman las fotos y le toman las fotos así [Muestra la foto B y la foto F.]. [95]Ana: ¿Usted cree que una cámara puede hacer eso? [96]Kelly: [P3:96A] Es que la ampliación no la hacen con la cámara. [Todos los estudiantes hablando.] [P3:96B] Ahí no decía exactamente que la ampliara al triple como dice Dary, ni al doble, ni que la ampliara de alto y de ancho, si esta foto está acá, [P3:96C] es que el comprador dijo que se la ampliarán de ancho. [97]Luz: ¿Dónde dice?	1. Ampliar es aumentar alguna o todas las dimensiones de la figura [P3:96B].		1. Contesta las preguntas que le hacen sus compañeros [P3:96A, 98A]. 2. Mantiene su posición [P3:96B]. 3. Genera una situación hipotética con los personajes de la actividad para dar sus razones [P3:96C]. 4. Acepta lo que dicen los compañeros que este a favor de su posición 4. Inventa una situación hipotética con los	Kelly Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>[98]Kelly: [P3:98A] No, porque esta foto está acá [P3:98B] dónde ve usted una foto que esta ampliada al triple.</p> <p>[99]Luz: Mírela [Muestra la foto D.]</p> <p>[100]Dary: [P3:100A] Uno va a donde le toman la foto a uno, a veces, por ejemplo a un bebé se la pueden tomar así [Muestra la foto D.], pero sale igual digamos así [Muestra la foto K.] [P3:100B] más no sale así [Muestra la foto B.], pero sale lo mismo, sino que la forma es ésta [Mueve las manos hacia fuera.]</p> <p>[101] Cristóbal: Cuando uno va a tomar una foto uno dice: foto vertical y toman la foto y sale así [Muestra la foto F.].</p> <p>[102]Kelly: Entonces, si se puede.</p> <p>[103]Ana: Pero, sale flaquito.</p> <p>[104]Cristóbal: Si, sale flaquito.</p>			personajes de la actividad para dar sus razones [P3:102]	
		<p>1. Reconoce que hay fotos que salen del mismo tamaño que la original [P3:100A].</p> <p>2. Las fotos deben ampliarse las dos dimensiones [P3:100A].</p>	1. Debe conservarse la forma [P3:100].	1. Enuncia una situación real de tomar fotos para apoyar su posición con respecto a la foto B [P3:94,100]. 2. Su explicación es con señas para referirse a las dimensiones de la foto.	Dary Empirismo Ingenuo Percepción	
			1. Se puede afectar una de las dos dimensiones [P3:101].	1. Es permitible el cambio de forma [P3:104].	1. Usa la situación de tomar las fotos para apoyar la posición que ha tenido [P3:100]. 2. Muestra un ejemplo válido de acuerdo a su posición.	Cristóbal Experiencia Crucial
Determinación del factor de conversión en la foto B.	P3:111-113	<p>[111]Dary: [P3:111A] Ahora si, estoy a favor de Kelly [P3:111B] porque hay no decía de cuánto tenía que ampliar, [P3:111C] y era de tres por tres.</p> <p>[112]Cristóbal: Hay no decía que era tres por tres, ésto es aparte.</p> <p>[113]Dary: [P3:113A] Esto es ampliar [Muestra la foto B.], digamos lo amplio otra [Toma la foto A.] para que de una de éstas [Muestra la foto B.]; [P3:113B] y en cambio Luz, es que ésta da acá tres [Muestra la foto D.] y [P3:113C] uno no puede tomar una foto que de tres por tres. Ni nada. Ni el doble tampoco.</p>	<p>1. Establece el factor de conversión por la cantidad de veces que cubre el largo de la foto original a la foto ampliada que es lo mismo que sucede por el lado ancho [P3:111C].</p> <p>2. Lo importante es cambiar el tamaño [P3:113A].</p> <p>3. No hay valor [P3:113C] de ampliación y niega la</p>		<p>1. Asume una posición a partir de lo que dice un compañero [P3:111A].</p> <p>2. Establece argumentos relacionados con el enunciado de la actividad pero une con enunciados de otras actividades [P3:111C].</p> <p>3. Mejora su argumento, mostrando fotos y utilizando lo que hizo la otra persona [P3:113A, B].</p> <p>3. hace referencia a medidas</p>	Dary Empirismo Ingenuo Percepción

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
			posibilidad de hallarlo.		[P3:113].	
Análisis sobre la foto C para clasificarla como reducción.	P3: 125-126	[125]Cristóbal: Que la foto C es la cuarta parte de la foto A. [126]Kelly: No, la segunda porque [P3:126A] es la segunda parte de A, mire [Muestra como recubre la foto C a lo largo de la foto A.].	1. El tamaño de la reducción lo relaciona con las veces que cubre la superficie de la foto C a la foto A [P3:125].		1. Asegura una relación numérica entre las partes. 2. No usa ejemplo.	Cristóbal Experiencia Mental
			1. Reconoce el factor de conversión que es el que se establece con las medidas de las longitudes del rectángulo (marco) [P3:126A].		1. Asegura una relación numérica [P3:126A]. 2. Para complementar lo que dice le muestra a sus compañeros como recubre una foto con la otra.	Kelly Ejemplo Genérico
	P3: 130-134	[130]Cristóbal: [P3:130A] Porque ésta es la segunda parte de la foto A y si uno la coloca acá [Dos veces coloca el largo la foto C sobre el largo la foto A.] y acá. [Realiza cubrimiento a lo ancho de las fotos.] [P3:130B] Son cuatro partes de la foto A. [131]Kelly: Dos de ancho y dos de alto. [132]Dary: Digamos, [P3:132A] yo creo que si es la mitad. [133]Profesora: ¿Crees o es? [134]Dary: Si es, porque [P3:134A] yo lo medí con la regla y acá me dio 8 [Largo de la foto A.] entonces éste midió 4 [Largo de la foto C.]	1. Estable el factor de conversión con las longitudes de los lados [P3:130A]. 2. Establece las veces que recubre la superficie de la foto C a la foto original [P3:130B].		1. Asume una posición [P3:130A]. 2. Realiza las acciones de recubrimiento para determinar el factor de conversión [P3:130A].	Cristóbal Empirismo Ingenuo Acción de medir
		1. Reconoce que el factor de conversión esta relacionado con las longitudes y no con la superficie [P3:131].		1. No utiliza ejemplos. 2. Dice la medida de recubrimiento para determinar el factor de conversión [P3:131].	Kelly Empirismo Ingenuo Acción de medir	

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		entonces yo dije que era la mitad; como aquí mide 6 [Ancho de la foto A.], yo mido y me dio 3 [Ancho de la foto C.], [P3:134B] es una reducción porque le quitaron como la mitad, [P3:134C] igual a lo que habíamos hecho en la otra hoja, en la tarea; o sea que está es una reducción porque es la mitad de ésta [muestra la foto A].	1. Reconoce que el factor de conversión es la mitad y lo ilustra con las medidas [P3: 132, 134A]. 2. Relaciona la reducción con la mitad de la superficie [P3: 134B].		1. Enuncia que es una creencia [P3: 132]. 2. Describe que uso la regla para hallar las medidas [P3: 134A]. 3. Como en la actividad 1 había que hacer una reducción la relaciona con el análisis de la foto C [P3: 134C].	Dary Empirismo ingenuo Acción de medir
Determinar y justificar si la foto C es una reducción o una ampliación.	P3: 136-141	[136]Kelly: [interrumpe inmediatamente.] Todos van a decir reducción. [137]Ana: [P3:137A] Reducción. Porque esta foto [Muestra la foto C.] [P3:137B] está dos veces, o sea la mitad de la foto A, redujo una vez, [P3:137C] redujo 4 cm porque la A esta a 8 cm de largo y 6 de ancho y la foto C está 3 cm de largo, la mitad de ocho y a lo ancho a 3 cm que es la mitad de 6 del ancho. [138]Jaime: Redujo 3/4 porque aquí [Muestra el largo de la foto C.] [P3:138A] redujo de a cuatro, son ocho, entonces sí la mido con la regla da cuatro; o sea la mitad, entonces acá [Muestra el ancho de la foto C.] me da tres, [P3:138B] me daría 3/4 o sea como si dividiera todo, todo en tres partes y cogiera uno. [139]Kelly: [P3:139A] Yo dije porque es la mitad de la A, en ancho y en alto es la segunda parte. Porque es la segunda parte porque están dos veces en alto y está dos veces en ancho. Uno no cuenta todo esto [Muestra la foto C sobre la foto A.], [P3:139B] no cuenta todas las partes que están en la foto, uno la ve de ancho y de alto o sea la ampliación de cuánto es, de alto y de	1. Reconoce que es una reducción [P3:136]. 2. Determina que la reducción es la mitad y muestra como halla el valor [P3:139A].		1. Realiza una suposición de la posición de los compañeros [P3:136]. 2. Muestra seguridad en lo que dice [P3:139A]. 3. No usa ejemplos [P3:139A]. 4. Contra argumenta la posición de Jaime y da razones de porqué la considera incorrecta [P3:139B].	Kelly Experiencia Mental
			1. Reconoce que es una reducción [P3:137A]. 2. El factor de conversión es una comparación entre las medidas de las longitudes del marco de la foto C con las medidas de las longitudes del marco de la foto A [P3: 137C]. 3. Reconoce el valor numérico de la reducción [P3:137B].		1. Tiene una posición frente a la clasificación del a foto C [P3:137A]. 2. Describe medidas que tomo antes de la intervención a los diferentes marcos [P3:137C].	Ana Empirismo Ingenuo Acción de medir

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>ancho, igual le va dar igual, usted [Dirigiéndose a Jaime.] está sumando lo que ya hizo acá. [140]Brian: Yo tengo lo mismo que Cristóbal [141]Luz: [P3:141A] Esta es la reducción [toma la foto C]. [P3:141B] Porque si está completamente igual una es una reducción. [P3:141C] Es una reducción de la segunda parte, [P3:141D] es como la reducción que nosotros y hicimos entonces, [P3:141E] si es. Y que está igual, es una reducción y ya.</p>	<p>1. Establece una fracción como parte y todo donde la parte es la foto C y el todo la foto A [P3:138A]. 2. Establece una razón con las medidas de las longitudes del marco de la foto C [P3:138B].</p>		<p>1. Realiza una descripción de medidas que tomó de las fotos [P3:138].</p>	<p>Jaime Empirismo Ingenuo Acción de medir</p>
			<p>1. Reconoce que es una reducción [P3:141A] y el valor de la reducción [P3:141C].</p>	<p>1. Sabe que debe coincidir los detalles del rostro del comprador tanto en la foto A como en la foto C [P3:141B].</p>	<p>1. Es segura delo que dice. 2. No usa ejemplos. 3. Relaciona lo que afirma con los resultados de la actividad 1 [P3:141D]. 5. Valida desde los resultados que obtuvo en una actividad previa [P3:141E].</p>	<p>Luz Experiencia Mental</p>
Respuestas a la pregunta ¿Por qué es una reducción la foto C?	P3:142	<p>[142]Luz: Yo dije lo que escribí. [Lee] Sí es una reducción [P3:142A] porque está completa. [P3:142B] Es una reducción porque se nota.</p>	<p>1. Reconoce que se reduce el tamaño [P3:142B].</p>	<p>1. Reconoce que deben estar todos los detalles del rostro del comprador [P3:142A].</p>	<p>1. Realiza argumentos relacionados con la percepción [P3:142B].</p>	<p>Luz Empirismo Ingenuo Percepción</p>
	P3:143, 147	<p>[143]Cristóbal: [P3:143A] Es una reducción y [P3:143B] siento que es la foto. ... [147]Cristóbal: Una reducción en cuatro partes porque tenemos 8 y 6 y acá tenemos 3 y acá 4.</p>	<p>1. Reconoce que se reduce el tamaño [P3:143A]. 2. El valor de la reducción es la cuarta parte porque está relacionada con el tamaño de la superficie [P3:147]</p>	<p>1. Mantiene la forma del rostro del comprador la reducción [P3:143B].</p>	<p>1. Se base en la percepción porque la foto es pequeña [P3:143]. 2. Su posición se sustenta en medidas de las longitudes de los marcos de las fotos A y C [P3:147].</p>	<p>Cristóbal Empirismo Ingenuo Acción de medir</p>
	P3:144	<p>[144]Dary: Yo dije, que si; porque [P3:144A] es la mitad de la otra; o sea, de la A, [P3:144B] porque es la mitad de la parte de arriba que me dio 6 y de acá [Muestra el largo de la C.], es la mitad de la que me dio 8.</p>	<p>1. Establece el factor de conversión [P3:144A]. 2. El valor de la reducción es el valor de la relación multiplicativa entre las longitudes del largo como del ancho de los</p>		<p>1. En su argumento refiere a medidas para sustentar su idea [P3:144A]. 2. Describe medidas que tomó antes de la intervención [P3:144B].</p>	<p>Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir</p>

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
			respectivos marcos [P3:144].			
	P3:145-146	[145]Ana: Me tocó borrar, reducción . [146]Profesora: Haber que escribiste [Lee lo que escribió Ana.]: [P3:146A] No es ampliación , si porque es de diferente tamaño y además [P3:146B] la foto era más pequeña . ¡Me equivoque! es reducción.	1. Reconoce que es una reducción la foto C [P3:145, 146A]. 2. La reducción es disminuir el tamaño [P3:146B].		1. Establece su posición frente a la foto c [P3:145, 146]. 2. Usa argumentos relacionados con la percepción [P3:146B].	Ana Empirismo Ingenuo Percepción
Discusión sobre la afirmación de Cristóbal “la foto C es una reducción en cuatro partes”.	P3:151-159	[151]Jaime: No, $\frac{1}{4}$. Lo dividido en cuatro partes y cojo uno . [152]Brian: [P3:152A] Porque Cristóbal dice que es la cuarta parte, porque mide todo , [P3:152B] si medimos acá [La foto C recubre a lo largo 2 veces a la foto A.] nos daría de a dos , si cuenta todos los lados, lo redujo a una cuarta parte. [153]Kelly: Profe, [P3:153A] es que hay cuatro partes de la foto, pero no es la cuarta parte, hay cuatro partes. Él toma una, es un cuarto, es la segunda parte, también. [P3:153B] O sea Cristóbal si dice bien; pero, se está refiriendo como a ésto [Muestra la superficie de la foto C.], cuatro partes que tiene la foto y toma una y esa es la cuarta parte, [P3:153C] y no nos estamos refiriendo a todas las partes, sólo a una que es ésta [Muestra la foto C.] y [P3:153D] esa es la segunda parte, la mitad. [154]Jaime: [Interrumpe a Kelly.] Ésta no es la cuarta parte [muestra la foto C], esta es una de las cuatro partes. [155]Luz: Pero, Cristóbal dice que esa es la cuarta parte.	1. Reduce el tamaño [P3:151]. 2. El valor numérico $\frac{1}{4}$ se relaciona con la relación de la parte (foto C) con relación a las partes del mismo tamaño de la foto C que se pueden determinar en la foto A [P3:151, 154].		1. No esta de acuerdo con lo que afirma el otro compañero [P3:151] porque lo ve relacionado como fracción como parte y todo y no como número de veces que una superficie cubre la otra [P3:154]. 2. Hace una descripción de lo que se hace a nivel de fracción como parte y todo [P3:151].	Jaime Experiencia Mental
			1. Reconoce el factor de conversión es la mitad de las longitudes de los lados que deben cumplir los marcos de las fotos A y C [P3:152B]. 2. No acepta que el valor de la reducción sea la cuarta parte es las veces que cubre la superficie de la foto C a la foto A [P3:152A].		1. No comparte la posición del compañero Cristóbal [P3:152A]. 2. Sustenta lo de su compañero desde lo que afirma el otro [P3:152].	Brian Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>[156]Ana: [P3:156A] Cristóbal, dice que en toda la foto es la cuarta parte, porque él está contando: uno, dos, tres y cuatro [Recubre con la foto C a la foto A.]; o sea que la foto A se divide en cuatro partes.</p> <p>[157]Kelly: Pero, nosotros tenemos que decir esta foto nada más, no las cuatro que hay.</p> <p>[158]Ana: Qué tanto redujo la foto C a la foto A, de cada lado; por ejemplo, estamos en lo mismo, [P3:158A] porque lo ancho redujo una vez y de largo también redujo una vez.</p> <p>[159]Kelly: Sólo ésta [Muestra la foto C.] y está es la segunda parte [Muestra el largo de la foto C.] y está es un cuarto [Muestra la superficie de la foto C.].</p>	<p>1. Reconoce el factor de conversión es la mitad de las longitudes de los lados que deben cumplir los marcos de las fotos A y C [P3:153D, 159].</p> <p>2. No acepta el valor $\frac{1}{4}$ y cuatro partes ya que el primero es una fracción de la parte con respecto al todo y el otro es el valor de recubrimiento [P3:153A].</p>		<p>1. Da argumentos de las posiciones de Jaime y de Cristóbal [P3:153A].</p> <p>2. Reconoce que lo que dice Cristóbal está correcto [P3:153B].</p> <p>3. Asume que todos tienen la misma posición que ella [P3:153C].</p> <p>4. Interviene para ubicar a los compañeros en la discusión [P3:157].</p>	Kelly Experiencia Mental
			<p>1. Reconoce que la relación es con la longitud de los lados del marco de las fotos A y C pero lo hace en forma aditiva [P3:158A].</p> <p>2. No acepta que el valor de la reducción sea la cuarta parte [P3:156,158].</p>		<p>1. Reconoce y explica la posición de Cristóbal mostrando cómo el hizo el recubrimiento de superficie de la foto A con la foto C [P3:156A].</p> <p>2. Describe medidas en sus intervenciones para complementar su idea [P3:156,158].</p>	Ana Empirismo Ingenuo Acción de medir
Análisis de la foto D.	P3:165-176	<p>[165]Ana: [P3:165A] La D amplió el triple de la A, [P3:165B] pasa lo mismo que la C y la A; pero al contrario, o sea la foto A, amplió el triple; o sea, [P3:165C] la foto D está tomada al triple de la A, [P3:165D] entonces de ancho y de largo entonces es una ampliación.</p> <p>[166]Kelly: Yo digo que la D es una ampliación porque es tres veces más grande que la A en altura y en anchura.</p> <p>[167]Cristóbal: Si. Porque es nueve veces más amplia que la foto A.</p>	<p>1. Reconoce que el valor de la ampliación es el triple [P3:165A].</p> <p>2. Establece la comparación entre las longitudes del marco de las fotos de forma adecuada [P3:165C].</p> <p>3. No acepta que el valor de la ampliación sea relacionada con el</p>		<p>1. No usa ejemplos y da la relación [P3:165A].</p> <p>2. Establece analogías entre situaciones analizadas [P3:165B].</p> <p>3. No organiza lo que dice [P3:165].</p> <p>4. Explica la posición del compañero Cristóbal desde lo que sucedió en el análisis de la foto C [P3:170,174].</p>	Ana Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>[168]Jaime: ¿Nueve?</p> <p>[169]Cristóbal: Si porque vea aquí 1, acá 2,... y 9... [Coloca la foto A sobre la foto D.].</p> <p>[170]Ana: Usted, otra vez, está tomando la medida de toda la foto.</p> <p>[171]Kelly: Usted tiene que comparar con una sola parte que es ésta [Señala el largo de la foto A y recubre el largo de la foto D.] No tiene comparar con toda [Señala la superficie de la foto A.]. Usted, escribió eso, pero ya entendió que eso no es o no.</p> <p>[172]Profesora: ¿Por qué esta mal?</p> <p>[173]Kelly: Porque es que aquí nos dice que, digamos, si la foto A, si la foto grande, D es una ampliación de la foto A. [P3:173A] Nos está diciendo si la D es una ampliación de la A, nos está diciendo de la A, no esta diciendo ¿cuántas veces está la A? y ésta [Muestra la foto A.] es un tercio de toda la foto no contar todas las fotos que hay, solo tenemos que hablar de la A y la D; o sea, [P3:173B] la A es la tercera parte de ésta [Muestra la foto D.].</p> <p>[174]Ana: [P3:174A] Cristóbal midió todo el plano de la foto, lo mismo que hizo la C con la A porque él dijo que la C con la A es la cuarta parte y acá es la segunda parte.</p> <p>[175]Jaime: [P3:175A] Yo digo lo que dice Cristóbal hacer un noveno, [P3:175B] digamos es como coger la foto y dividirla en nueve partes y escoger la A.</p> <p>[176]Dary: Porque la A es cuatro veces de largo en cada lado; o sea, [P3:176A] en cada lado caben de a tres [Recubre la foto D a lo largo con</p>	<p>tamaño de la superficie [P3:170,174].</p> <p>1. Reconoce que la ampliación es tanto en ancho y como en el largo en el mismo valor [P3:166].</p> <p>2. No se debe comparar superficies [P3:171].</p> <p>3. Realiza la comparación multiplicativa entre las fotos A y D [P3:173B].</p> <p>1. Establece la relación numérica entre la foto D y la foto A desde el cubrimiento de las superficies [P3:167,169].</p> <p>1. Establece la relación numérica entre la foto D y la foto A desde el cubrimiento de las superficies [P3:175].</p> <p>2. Establece la fracción entre la superficie de la foto A con la foto D, pero a nivel inverso [P3:175B.]</p>	<p>1. No usa ejemplo y dice es la relación [P3:166].</p> <p>2. Reconoce la posición de otro compañero y la explica desde lo que dice el otro y aclara desde lo que ella piensa [P3:171].</p> <p>3. Asume que su aclaración permite que el compañero cambie de posición [P3:171].</p> <p>4. Ubica la discusión en torno a la pregunta si la foto D es ampliación de la foto A y no cuántas veces la foto A es ampliada [P3:173A].</p> <p>1. Realiza la medida del cubrimiento de la foto A en la foto D [P3:169].</p> <p>1. Reconoce su posición en otro [P3:175A].</p> <p>2. Continúa con su posición a nivel de fracción pero no asume que está asumiendo significados distintos.</p> <p>3. No usa ningún ejemplo.</p>	<p>Kelly Experiencia Mental</p> <p>Cristóbal Empirismo Ingenuo Acción de medir</p> <p>Jaime Experiencia Mental</p>	

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		la foto A.] y acá de tres [Recubre la foto D a lo ancho con la foto A.]; tres veces ancho y [P3:176B] yo lo pongo como dice Cristóbal y me puede dar 18 cm y de este acá [Señala el largo dela foto D.] le puede dar 16 cm de ancho.	1. Reconoce que es el triple la ampliación en las longitudes de la forma rectangular de los marcos de la foto A y D [P3:176A, 176B].		1. Realiza las acciones de cubrimiento [P3:176A]. 2. realiza mediciones de longitudes [P3:176B]. 3. Afirma que asume la posición de Cristóbal pero lo adapta a su posición que es diferente [P3:176B].	Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir
	P3:179-180	[179]Luz: Si es una ampliación, porque está igual a una ampliación es que si medimos éste [Se refiere al largo de la foto A.] es tres veces a lo largo. Y al ancho también es tres veces. [180]Nidia: Es la tercera parte de ésta [Muestra la foto D.] y la redujo a ésto [Muestra foto A.] y es el tercio y lo redujo.	1. Reconoce que el factor de conversión es el triple [P3:179]. 2. Cambio el referente al comparar las fotos y establece la relación que la foto A es la reducción y es un tercio de la foto D. 2. Establece el valor de la reducción con las medidas de las longitudes del marco de la foto D con respecto a las longitudes del marco de la foto A [P3:180].		1. Establece una relación numérica entre las longitudes de los lados [P3:179]. 2. No usa ejemplos [P3:179]. 1. Establece una relación numérica entre las longitudes de los lados [P3:180]. 2. No usa ejemplos [P3:180].	Luz Experiencia Mental Nidia Experiencia Mental
Discusión sobre lo que dice Jaime y Cristóbal con respecto a las veces que recubre la foto A a la foto D.	P3:185-187	[185]Kelly: No profe, [P3:185A] Porque ellos cuentan toda la foto, si [P3:185B] lo que hay es que comparar es la foto A que es la foto única con la otra, no cuántas veces está la foto acá [Muestra la foto D.]. [186]Dary: [P3:186A] Es que Kelly dice: que no, pues lo dice igual a mi, [P3:186B] sólo los	1. Establece el valor de la reducción con la medida de las longitudes del marco de la foto D con respecto a las longitudes del marco de la foto A [P3:187].		1. Explica la posición de los otros compañeros desde el otro [P3:185A]. 2. Ubica la discusión con la pregunta dada [P3:185B, 187].	Kelly Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>bordecitos; pero [P3:186C] se puede como lo hizo Cristóbal; pero sólo se cuentan lo que son las orillas.</p> <p>[187]Kelly: Si la pregunta es si la foto [Muestra la foto D.] es una ampliación o una reducción de la foto A, no cuántas veces está la foto A en todas las fotos. Es una ampliación de la foto A y la foto A es un tercio de ésta [Señala la foto D.]. Si me entienden.</p>	<p>1. Reconoce que la relación numérica se establece con la medida de las longitudes del marco de la foto D con respecto a las longitudes del marco de la foto A [P3:186B].</p>		<p>1. Reconoce su posición en lo que dicen los otros compañeros [P3:186A].</p> <p>2. Da una solución a las contraposiciones [P3:186C].</p> <p>3. Utiliza otros términos para referirse al marco como bordecitos y orillas.</p>	<p>Dary Experiencia Crucial</p>
	P3:191	<p>[191]Luz: [P3:191A] Estoy con Kelly porque [P3:191B] es que éste [Muestra la foto A.] es la tercera parte, [P3:191C] no se cuenta todo, todo, porque me daría la novena parte, y es la tercera parte porque [P3:191D] se cuenta aquí 1, 2, 3 [Recubre el largo de la foto D con el largo de la foto A .] y aquí también es tres [Recubre el ancho de la foto D con el ancho de la foto A.] 1, 2 y 3.</p>	<p>1. Asume la foto A como reducción de la foto [P3:191B].</p> <p>2. No acepta el valor del recubrimiento de una en la otra como valor de la ampliación [P3:191C].</p> <p>3. Reconoce que la relación numérica se establece con la medida de las longitudes del marco de la foto D con respecto a las longitudes del marco de la foto A y debe dar el mismo valor [P3:191D].</p>		<p>1. Afirma con que persona está de acuerdo [P3:191A].</p> <p>2. Realiza las medidas directamente [P3:191D] en su intervención.</p>	<p>Luz Empirismo Ingenuo Acción de medir</p>
Análisis de la foto E.	P3:196	<p>[196]Luz: [P3:196A] Es ampliación[P3:196B] más no está bien; o sea, es ampliación pero [P3:196C] le falta un mechoncito acá.[Muestra la parte superior de la cara de la foto E]</p>	<p>1. Es ampliación porque cambia el tamaño [P3:196A].</p>	<p>1. Debe estar todos los detalles del rostro del comprador [P3:196C].</p>	<p>1. Reconoce que no hay una característica y por eso no acepta el trabajo [P3:196B].</p> <p>2. Enuncia lo que falta en la foto [P3:196C].</p>	<p>Luz Experiencia Crucial</p>
	P3:203-214	<p>[203]Kelly: [P3:203A] Yo lo que pienso es que Jaime piensa es que es una reducción [P3:203B] porque ésta [Muestra la foto A.] es una reducción de ésta [Muestra la foto E.]; pero cómo nos toca referirnos a ésta [Muestra la foto A.].</p>	<p>1. Lo importante es cambiar el tamaño [P3:207A].</p> <p>2. Determina cuál es la imagen al establecer un</p>	<p>1. No es importante que le falte algo al rostro del comprador [P3:207B].</p>	<p>1. Explica la posición de otro compañero [P3:203A].</p> <p>2. Ubica la discusión de acuerdo a la pregunta porque le conviene a lo que ella ha</p>	<p>Kelly Experiencia Mental</p>

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>[204]Jaime: [P3:204A] Yo lo que digo es que es una ampliación; pero [P3:204B] no está bien hecha porque [P3:204C] le falta un pelito.</p> <p>[205]Luz: Es como [P3:205A] si la hubiera hecho el discípulo, porque la hizo imperfecta, porque [P3:205B] hay un problema le falta un pelito.</p> <p>[206]Brian: Pero por un pelito. ¡No!</p> <p>[207]Kelly: [P3:207A] Estamos hablando si es ampliación o reducción y [P3:207B] no de que le falta algo.</p> <p>[208]Profesora: Estamos hablando por qué es ampliación.</p> <p>[209]Luz: Esta [Muestra la foto E.] [P3:209A] es la segunda parte; espere, [P3:209B] no, es la cuarta parte.</p> <p>[210]Jaime: [P3:210A] Si es ampliación y ésta [Muestra la foto E.] [P3:210B] es la ampliación del doble de ésta [Muestra la foto A.].</p> <p>[211]Cristóbal: Sí, [P3:211A] porque es la cuarta parte. [P3:211B] La foto E es cuatro veces más amplía que la foto A.</p> <p>[212]Dary: [P3:212A] Yo digo que si, [P3:212B] porque acá amplía por dos [Recubre el largo de la foto E con el largo de la foto A.] y acá también [Recubre el ancho de la foto E con el ancho de la foto A.] y acá tratan de decir que son por cuatro.</p> <p>[213]Ana: [P3:213A] Otra vez, Cristóbal está contando toda la foto. Y están preguntando porque dijo que es ampliación y [P3:213B] está al doble de la foto A.</p> <p>[214]Kelly: Este referente a la E, [P3:214A] La E es</p>	<p>referente entre las fotos involucradas [P3:203B, 214A, 214C].</p> <p>3. Reconoce el factor de conversión entre las longitudes del marco [P3:214B].</p>		<p>dicho [P3:207A].</p> <p>3. Menciona la relación entre las fotos involucradas [P3:214].</p> <p>4. No usa ejemplos.</p>	
		<p>[210]Jaime: [P3:210A] Si es ampliación y ésta [Muestra la foto E.] [P3:210B] es la ampliación del doble de ésta [Muestra la foto A.].</p> <p>[211]Cristóbal: Sí, [P3:211A] porque es la cuarta parte. [P3:211B] La foto E es cuatro veces más amplía que la foto A.</p> <p>[212]Dary: [P3:212A] Yo digo que si, [P3:212B] porque acá amplía por dos [Recubre el largo de la foto E con el largo de la foto A.] y acá también [Recubre el ancho de la foto E con el ancho de la foto A.] y acá tratan de decir que son por cuatro.</p> <p>[213]Ana: [P3:213A] Otra vez, Cristóbal está contando toda la foto. Y están preguntando porque dijo que es ampliación y [P3:213B] está al doble de la foto A.</p> <p>[214]Kelly: Este referente a la E, [P3:214A] La E es</p>	<p>1. Ampliar es agrandar el tamaño del marco de la foto y de la cara [P3:204A, 210A].</p> <p>2. El factor de conversión lo identifica como la razón entre las longitudes de los marcos de las fotos [P3:210B].</p>	<p>1. Reconoce que debe estar todos los detalles del rostro del comprador [P3:204C].</p>	<p>1. Esta indeciso pero reconoce que no es correcta [P3:204B].</p> <p>2. Si falta una característica ya no cumple [P3:204C].</p> <p>3. Aclara su posición [P3:204,210].</p>	<p>Jaime</p> <p>Experiencia Mental</p>
		<p>[210]Jaime: [P3:210A] Si es ampliación y ésta [Muestra la foto E.] [P3:210B] es la ampliación del doble de ésta [Muestra la foto A.].</p> <p>[211]Cristóbal: Sí, [P3:211A] porque es la cuarta parte. [P3:211B] La foto E es cuatro veces más amplía que la foto A.</p> <p>[212]Dary: [P3:212A] Yo digo que si, [P3:212B] porque acá amplía por dos [Recubre el largo de la foto E con el largo de la foto A.] y acá también [Recubre el ancho de la foto E con el ancho de la foto A.] y acá tratan de decir que son por cuatro.</p> <p>[213]Ana: [P3:213A] Otra vez, Cristóbal está contando toda la foto. Y están preguntando porque dijo que es ampliación y [P3:213B] está al doble de la foto A.</p> <p>[214]Kelly: Este referente a la E, [P3:214A] La E es</p>	<p>1. El factor de conversión lo identifica entre las longitudes de los lados de los marcos [P3:209A] pero se confunde con el valor del recubrimiento [P3:209B].</p>	<p>1. Deben estar todos los detalles de la foto [P3:205B].</p>	<p>1. Muestra indecisión en establecer la relación entre las fotos [P3:209].</p> <p>2. El hecho que no este un detalle ya no es correcta [P3:205B].</p> <p>3. Da razones utilizando un personaje de la actividad [P3:205A].</p>	<p>Luz</p> <p>Experiencia Mental</p>
		<p>[210]Jaime: [P3:210A] Si es ampliación y ésta [Muestra la foto E.] [P3:210B] es la ampliación del doble de ésta [Muestra la foto A.].</p> <p>[211]Cristóbal: Sí, [P3:211A] porque es la cuarta parte. [P3:211B] La foto E es cuatro veces más amplía que la foto A.</p> <p>[212]Dary: [P3:212A] Yo digo que si, [P3:212B] porque acá amplía por dos [Recubre el largo de la foto E con el largo de la foto A.] y acá también [Recubre el ancho de la foto E con el ancho de la foto A.] y acá tratan de decir que son por cuatro.</p> <p>[213]Ana: [P3:213A] Otra vez, Cristóbal está contando toda la foto. Y están preguntando porque dijo que es ampliación y [P3:213B] está al doble de la foto A.</p> <p>[214]Kelly: Este referente a la E, [P3:214A] La E es</p>	<p>1. El valor numérico de la ampliación está relacionado con el número de recubrimientos de la foto A en la foto E [P3:211].</p>		<p>1. Establece la relación desde el número de recubrimiento [P3:211B].</p> <p>2. No usa ejemplos [P3:211].</p>	<p>Cristóbal</p> <p>Experiencia Mental</p>

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		una ampliación de la A, porque [P3:214B] la E es dos veces más grande, mejor dicho, es el doble y [P3:214C] ésta [Muestra la foto A.] es el medio de ésta [Muestra la foto E.].	1. Halla el valor del factor de conversión recubriendo las longitudes a lo largo y a lo ancho y es el mismo valor [P3:212B]		1. Enuncia que está de acuerdo con lo que dice Cristóbal [P3:212A]. 2. Realiza las acciones de medir el largo y el ancho de la foto E con el largo y el ancho de la foto A Enuncia que está de acuerdo con lo que dice Cristóbal [P3:212B].	Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir
			1. Identifica el valor de conversión entre las fotos [P3:213B].		1. Reconoce la posición del otro compañero aunque no la acepta [P3:213A]. 2. No usa ejemplos [P3:213].	Ana Experiencia Mental
Respuesta a la pregunta ¿Por qué la foto E es una ampliación?	P3:217 -221	[217]Ana: [P3:217A] La E es el doble de la A, mire [Toma la foto A], [P3:217B] a lo largo recubre dos veces a la foto E.	1. Halla el valor del factor de [P3:217A]. 2. Utiliza el recubrimiento para hallar el valor de conversión [P3:217B].		1. Esta segura de la razón entre las fotos involucradas [P3:217A]. 2. Usa el ejemplo para mostrar una generalización [P3:217].	Ana Ejemplo Genérico
		[218]Luz: Esta rayita de acá arriba [Muestra el pelito de la foto de la E.] tiene 4 cm más ésta tiene que ir a la mitad, y ésta [Mide el pelito de la foto A correspondiente.] tiene 2 cm.	1. El tamaño de cada parte del rostro de la foto debe ampliarse a la misma razón y lo ilustra con un ejemplo [P3:218].	1. Las partes del rostro del comprador deben ser parecidos a la foto original [P3:218].	1. Ilustra con un caso su posición de que todas las partes del rostro del comprador cumple la relación [P3:218].	Luz Ejemplo Genérico
		[219]Kelly: Que [P3:219A] no estamos hablando de eso. [P3:219B] Sino de ésto [Muestra como la foto A recubre a lo largo ala foto E.].	1. Lo importante es la ampliación del marco [P3:219B]. 2. El tamaño de las partes no es lo importante [P3:219B].		1. Contra argumenta lo que está diciendo Luz [P3:219A]. 2. Ubica la discusión con acción de recubrir una de las longitudes de la foto E.	Kelly Empirismo Ingenuo Acción de medir
		[220]Brian: Ésta es la mitad [Muestra la foto A.]. Ésta [Muestra la foto E.] la amplió al doble, entonces ésta la amplio al doble. Entonces está [Muestra la foto A.] es la mitad de ésta [Muestra la foto E.]. [221]Dary: [P3:221A] Yo estoy con Luz. Porque a [P3:221B] la ampliación le falta un pelito.	1. Reconoce la razón entre las fotos E y D [P3:220].	1. No importa que no estén todos las partes de la foto [P3:206].	1. Establece la relación entre las fotos involucradas [P3:220].	Brian Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
				1. Deben estar todas las partes de la foto del comprador [P3:221B].	1. Menciona que apoya un compañero [P3:221A]. 2. Da razones complementarias sobre su posición [P3:221B].	Dary Ejemplo Genérico
Respuesta a la pregunta ¿Es la foto F ampliación?	P3:225 -234	[225]Cristóbal: [P3:225A] Si, [P3:225B] porque es el doble en alto. [226]Ana: [P3:226A] No es; [P3:226B] aquí amplió dos veces de largo pero no de ancho; [P3:226C] es lo mismo que la B pero al contrario, en la B aumento dos veces de ancho y no de alto; entonces no es ampliación. [227]Luz: Entonces, [P3:227A] no es ampliación. [P3:227B] Vuelvo a lo que yo decía ampliación incompleta. Siempre debe ser completa. [228]Jaime: [P3:228A] Yo digo que si, porque [P3:228B] la F es dos veces más grande que la A en la altura. [229]Ana: Pero no en ancho. [230]Jaime: Pero es más grande. [231]Ana: Si acá [Señala una línea del mentón de la foto E.] mido, no cambia. [232]Jaime: Pero grande es grande. [233]Dary: Si medimos éste [mide el ancho del marco de la foto E], es el doble en centímetros, y acá da otro [Mide el largo del marco de la foto A]. Acá en altura, [P3:233A] acá en está parte da uno y acá amplía más dos. [234]Luz: No. [P3:234A] porque aquí está alta y debe tener el mismo grosor. Está es alta y está bien; pero debe tener . [P3:234B] el mismo grosor para poder verse bien.	1. La foto F es ampliación [P3:225A]. 2. Establece el valor de la ampliación [P3:225B].		1. Afirma que la foto es ampliación [P3:225A]. 2. No usa ejemplos.	Cristóbal Experiencia Mental
			1. La foto F no es ampliación [P3:226A]. 2. Reconoce que el valor del factor de conversión recubriendo las longitudes a lo largo y a lo ancho. 3. No acepta sólo una dimensión [P3:226B, 229].	1. Todas las partes de la foto deben ampliarse a la misma razón, no puede permanecer la misma longitud [P3:231].	1. No acepta la foto F como ampliación [P3:226A]. 2. Establece una analogía con lo que sucedió con la foto B [P3:226C]. 3. Usa la foto B como ejemplo 4. Muestra un caso donde no cambia la longitud [P3:231]. 5. Muestra un contraejemplo [P3:231].	Ana Experiencia Crucial
			1. La foto F no es ampliación [P3:227A]. 2. Establece la razón de la ampliación que debe ser la misma en las dos dimensiones del marco y el rostro [P3:227B, 234A].	1. Debe conservar la forma del rostro de la foto del comprador [P3:234B].	1. No acepta la foto F como ampliación [P3:227A, 234]. 2. Utiliza términos que no son claros [P3:227B]. 3. Su posición es la misma que en la foto B [P3:227B, 234]. 4. Describe las características que se deben cumplir [P3:2234].	Luz Experiencia Crucial
			1. La foto F es ampliación [P3:228A, 230,232]. 2. El valor de la ampliación lo asume por el recubrimiento de la superficie de la foto F con		1. Acepta la foto F como ampliación [P3:228A]. 2. Se basa en la percepción de los tamaños para mostrar seguridad [P3:2230,232].	Jaime Empirismo Ingenuo Percepción

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
			la superficie de la foto A [P3:228B]. 3. Ampliar es lo mismo que agrandar [P3:232]			
			1. Establece que las razones entre las medidas de las longitudes son distintas [P3:233A].		1. Muestra las medidas que toma del marco de las fotos [P3:233].	Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir
Análisis de la foto G como reducción.	P3:240 -243	[240]Jaime: Es un cuarto [Muestra la foto G.] de la foto A. [241]Kelly: Es la segunda parte [Muestra la foto G.]. [242]Dary: La G es la mitad de la A. [243]Cristóbal :La G es la cuarta parte de la A.	1. Establece la relación numérica entre la foto G y la foto A desde el cubrimiento de las superficies [P3: 240].		1. Es una reducción y da el valor desde el cubrimiento. 2. No usa ejemplos.	Jaime Experiencia Mental
			1. Halla el valor del factor de conversión [P3: 241].		1. No usa ejemplos. 2. Establece el factor de conversión.	Kelly Experiencia Mental
			1. Halla el valor del factor de conversión [P3: 242].		1. No usa ejemplos. 2. Establece el factor de conversión.	Dary Experiencia Mental
			1. Establece la relación numérica entre la foto G y la foto A desde el cubrimiento de las superficies [P3: 243].		1. Es una reducción y da el valor desde el cubrimiento. 2. No usa ejemplos.	Cristóbal Experiencia Mental
	P3: 246,265-267	[246]Luz: [Inmediatamente] [P3:246A] No es reducción. Pero, [P3:246B] le falta una rayita en la nariz [se refiere a la foto G]. ... [265]Luz: Todas las fotos deben tener los detalles de la foto A. [266]Profesora: ¿Aceptamos la foto G? [267]Luz: No la aceptamos porque le falta una rayita de la nariz.		1. Deben estar todas las partes del rostro de la foto original [P3: 265]. 2. Ilustra con un caso lo de los detalles [P3: 246B, 267].	1. No acepta la foto G como reducción [P3: 246A, 267]. 2. Enuncia una generalización para todas las fotos [P3: 265]. 2. Enuncia la característica que falta [P3: 267].	Luz Ejemplo Genérico
	P3:248	[248]Ana: [P3:248A] No, porque [P3:248B] hay		1. Deben estar todas	1. No la acepta como	Ana

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		algo que le falta y [P3:248C] yo no la recibiría.		las partes del rostro comparada con la foto original [P3:248B].	reducción [P3:248A, 248C]. 3. Habla desde el referente de Foto Japón [P3:248C].	Experiencia Crucial
	P3:250	[250]Brian: Si yo pidiera una ampliación y [P3:250A] le falta algo, como una ceja, [P3:250B] yo no la pagaría porque le falta esto. Además, así no la pedí, [P3:250C] la pedí completa.		1. Deben estar todas las partes del rostro que muestra la foto original [P3:250C].	1. Habla de una situación hipotética real [P3:250B]. 2. Usa un caso de lo que falta y lo que debe ser [P3:250A,250C].	Brian Experiencia Crucial
Análisis de la foto J.	P3:251,253	[251]Cristóbal: Aquí hay cuatro bigotes [Muestra la foto J.] y tiene seis [Muestra la foto A]. Esta tiene una rayita [Muestra la línea del mentón de la foto J.] y esta tiene dos rayitas [Muestra las líneas del mentón de la foto A]. ... [253]Cristóbal: Y acá tiene una cosita acá [Muestra la línea del mentón de la foto J.] y acá tiene dos [Muestra las líneas del mentón de la foto A.].		1. Reconoce las diferencias que hay entre la foto A y la foto J, en cuánto alas partes del rostro que hacen falta [P3:251, 253].	1. Realiza una descripción de lo que hace falta [P3:251, 253].	Cristóbal Empirismo Ingenuo Acción de medir
	P3:252,254	[252]Dary: Es que esa foto es más grande [Muestra la foto J]. ... [254]Dary: Como la foto es más grande. Puede tener más cosas o menos cosas; digamos cuando crece puede tener las mismas cosas y otras.	1. La ampliación se relaciona con ser más grande [P3:252].	1. No importa que este los detalles completos o incompletos [P3:254].	1. Su argumento es perceptivo sobre el tamaño [P3:252]. 2. Relaciona con el crecimiento de una persona los detalles [P3:254].	Dary Empirismo Ingenuo percepción
	P3:255	[255]Ana: [P3:255A] Si yo voy a foto Japón, pido el favor que me amplíe la foto pequeña, resulta que a la ampliación [P3:255B] le hace falta una ceja, yo no voy a pagar ya que [P3:255C] no le pedí una foto incompleta, porque yo le diría que la cámara esta dañada, yo no recibo la foto. Ya que la foto que pedí [P3:255D] es tal como yo soy.		1. Debe estar todas las partes del rostro [P3:255B, 255C]. 2. Debe ser igual en forma y detalles en las dos fotos A y J [P3:255D].	1. Su posición está relacionada con una situación hipotética de irse a tomar fotos [P3:255A]. 2. Enuncia que le falta una parte del rostro como una ceja estableciendo una exageración [P3:255B].	Ana Experiencia Crucial

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del Protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
P3:256	[256]Kelly: [P3:256A] Yo estoy de acuerdo. [P3:256B] Porque si yo mando a tomar una foto normal, como dice Dary, [P3:256C] no se puede cambiar la foto que le falta algo porque está es instantánea. [P3:256D] Esa es al instante y eso no se puede cambiar.		1. Reconoce que debe estar la misma forma tanto de la foto original como de la ampliación [P3:256C].	1. Enuncia que esta de acuerdo con lo que dijo Ana [P3:256A]. 2. Continúa con la situación real de tomarse una foto [P3:256B] 2. Establece la relación a través de la situación [P3:256D]	Kelly Experiencia Crucial	

ANEXO J. Análisis del protocolo 4.

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
Discusión sobre la foto H y la foto B.	P4:20-24	<p>[20]Luz: [P4:20A] La B, yo digo que no es una ampliación mucho menos una reducción; [P4:20B] porque está ampliada solo de ancho [Mueve las manos de adentro hacia fuera en dirección horizontal] y [P4:20C] el señor que mando hacer las ampliaciones no dijo que sólo de ancho, pero él dijo, ampliémosla, y para uno, hacer una ampliación tiene que hacerla bien, normal ,de ancho y de largo, yo nunca he visto una ampliación que sea sólo de ancho.</p> <p>[21]Profesora: Bueno, éstas hablando de la B y ¿de las otras?</p> <p>[22]Luz: Ésta tampoco [Muestra la foto F.]</p> <p>[23]Profesora: ¿Por que la F, no?</p> <p>[24]Luz: [P4:24A] Porque esta ampliada de alta más no de ancho [Muestra la foto F y con las manos señala lo alto y lo ancho] y [P4:24B] necesitamos que sea de alto y de ancho para tener una ampliación correcta.</p>	<p>1. Se debe ampliar en las dos dimensiones de largo y ancho [P4:20C, 24B].</p> <p>2. No acepta en una sólo dimensión la ampliación [P4:20B, 24A].</p>		<p>1. Menciona su posición referente a la foto B [P4:20A]</p> <p>2. Usa una situación hipotética con los personajes para dar sus razones [P4:20B].</p> <p>3. Lo que acepta como válido lo manifiesta con la expresión “correcto”. [P4:24B]</p>	Luz Experiencia Mental
Posición de Jaime frente a las fotos F; B y H.	P4:25-29	<p>[25]Jaime: Es una ampliación hecha porque si. Es una ampliación.</p> <p>[26]Profesora: Pero ¿cuál?</p> <p>[27]Jaime: Con la F, la B y la H.</p> <p>[28]Kelly: Entonces está conmigo</p> <p>[29]Jaime: [P4:29A] Si. [Mira a Kelly.] [P4:29B] Todas son ampliaciones pero [P4:29C] esas no las hizo Gioco, las hizo el discípulo porque el discípulo le está ayudando y el discípulo hacía unas y otras cosas mal y en cambio Gioco las hacía bien hechas.</p>	<p>1. Las ampliaciones son las que se amplían en una de las dos dimensiones o en ambas [P4:25, 29A].</p>		<p>1. Mantiene la posición de que todas son ampliaciones [P4:25, 29].</p> <p>2. Reconoce que está de acuerdo con lo que dice una compañera [P4:29A].</p> <p>2. Usa los personajes de la actividad para dar las razones [P4:29B].</p> <p>3. No usa ejemplos.</p>	Jaime Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
Discusión sobre la foto H.	P4:30-36	[30]Ana: Vamos hablar de la foto H. [P4:30A] La foto H amplió de ancho y no de largo. [P4:30B] Como dice Luz, para [P4:30C] que sea una ampliación debe ser de alto y de ancho. [31]Kelly: Pero, usted está diciendo que amplió. [32]Ana: Pero de ancho nada más. [33]Kelly: La gracia, es ampliar. [34]Ana: Se supone que es de alto y de largo. [35]Kelly: Pero usted, misma dijo amplió. Si, ve. [36]Luz: [Alterada y subiendo la voz] [P4:36A] El señor que la mandó ampliar no dijo ampliémela sólo de ancho. No creo. Él dijo amplieme la foto. [P4:36B] En ningún lado especifica que diga: que sólo de ancho o que sólo de alto. Él dijo amplieme la foto y para ampliar una foto, [P4:36C] digamos yo mando ampliar una foto a mi me dan la ampliación así. [Muestra la foto D.] Igual amplía, más no sólo de ancho ni de alto, ni nada.	1. Debe ser de alto como de ancho la ampliación [P4:30C, 34]. 2. No acepta la ampliación en una sola dimensión [P4:30A, 32].		1. Usa lo que otro dijo [P4:30B]. 3. Establece la generalización que es todo lo que se amplía [P4:30C, 34]. 4. Nombra el caso de la foto H como un ejemplo. [P4:30]	Ana Ejemplo Genérico
			1. Ampliar es aumentar de tamaño [P4:33,35].		1. Usa palabras de otro para argumentar su posición [P4:31, 35]. 2. Muestra seguridad en lo que dice y se mantiene en su posición. [P4:33].	Kelly Experiencia Mental
			1. Afecta el largo y el ancho el hecho de ser ampliación; no es en un sólo lado [P4:36C]. 2. No acepta que la ampliación sea sólo de una dimensión [P4:36A, 36C].		1. Crea situaciones hipotéticas con los personajes de la actividad para dar sus razones [P4:36A]. 2. Para apoyar su posición menciona que el enunciado de la actividad no tiene esa posibilidad [P4:36B]. 3. Usa ejemplo de una situación real para mantener su posición [P4:36C].	Luz Ejemplo Genérico
Discusión sobre lo que es una ampliación.	P4:37-50	[37]Kelly: En ningún lado tampoco especifican que toca ampliarla de ancho y de largo. [38]Dary: [P4:38A] Digamos que si yo voy a que me tomen una foto, [P4:38B] digamos yo soy así [Muestra la foto A.] no pueden [P4:38C] tomarme la foto con los cachetes para fuera, [P4:38D] porque queda así. La foto yo no la mandé a hacer más grande ni más ancha. [39]Kelly: Pero, en computador si se puede ¿cierto?	1. La ampliación se relaciona con ser más grande. [P4:41B, 50]. 2. No acepta que sea de las dos dimensiones [P4:37].	1. Que debe quedar las partes del rostro del comprador [P4:48].	1. Usa lo que dijo Lina con respecto a lo que la actividad no especifica para mantener su posición. [P4:37, 48]. 2. Menciona el computador como aparato que puede hacer ese tipo de ampliaciones [P4:39]. 3. Ubica la discusión a la situación. [P4:43].	Kelly Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		[40]Luz: [P4:40A] Es que el señor no la mandó a hacer en computador, sino ahí, con la cámara y con [P4:40B] la cámara no se puede ampliar. [41]Kelly: [P4:41A] Mi posición es igual que siempre; [P4:41B] que está ampliando de tamaño.			4. No usa ejemplos. 5. Usa lo de Ana para mostrarle que ella tiene razón [P4:50].	
		[42]Nidia: [P4:42A] Estoy de acuerdo con Kelly, porque está es ampliando y uno lo puede acomodar en computador [P4:42B] así como ésta. [Muestra la foto F.].	1. Se conserva el tamaño. Propone una situación de tomarse la foto. [P4:38D].	1. Se conserva la forma [P4:38B]. 2. No acepta las deformaciones del rostro [P4:38C].	1. Usa una situación real. [P4:38A]. 2. Usa una exageración de una parte del rostro [P4:38C].	Dary Experiencia Crucial
		[43]Kelly: No estamos hablando de nosotros, sino lo que nos pusieron a hacer. [44]Cristóbal: [P4:44A] Yo sigo con mi posición. Estoy con Luz. [P4:44B] El discípulo dijo, que no le pidió a Gioco, que le ampliara la foto, [P4:44C] si no que le dijo que hiciera un retrato de él.	1. Asocia la ampliación a lo que hace un aparato. [P4:40A, 40B].		1. Contra argumenta lo que dice un compañero a través de una situación de tomar fotos [P4:40A].	Luz Experiencia Crucial
		[45]Profesora: ¿Cómo así un retrato de él? [46]Cristóbal: O sea, que debe ser ampliado de alto y de ancho.	1. Al ampliar una foto pueden suceder las dos opciones: ambas dimensiones o solo una de las dos. Ilustra su idea		1. Apoya lo que dice una compañera y lo sustenta. [P4:42A]. 2. Ilustra su idea mostrando un caso. [P4:42B].	Nidia Ejemplo Genérico
		[47]Jaime: [P4:47A] Otra vez, cambio por lo que dijo Cristóbal, que [P4:47B] en ninguna parte de los que nos puso hacer, dice que el señor le dijo a Gioco que la amplié. Le dice que le haga el retrato y el retrato es ampliación. Entonces [P4:47C] estaría con las dos. [Señala a Luz y a Kelly.]	1. La ampliación afecta el largo como ancho [P4:46].	1. Se mantiene la forma del rostro. [P4:44C].	1. Afirma que continúa con su posición y con quién está de acuerdo. [P4:44A]. 2. Usa a los personajes de la actividad para argumentar su posición. [P4:44B].	Cristóbal Experiencia Mental
		[48]Kelly: ¿Dónde dice que el retrato es sólo ampliación y no reducción, Mejor dicho un retrato es igual a la foto? [49]Ana: [P4:49A] Ya cambié otra vez. Estoy de acuerdo con Jaime y bueno con las dos, porque como dice Kelly como yo había dicho, [P4:49B] se había ampliado de ancho, pero si había ampliado.	1. Al ampliar la foto pueden suceder las dos opciones: ambas dimensiones o solo una de las dos [P4:47C].		1. Afirma que cambia de posición. [P4:47A]. 2. Usa los personajes de la actividad para dar razones [P4:47B]. 3. Nombra que está de acuerdo con lo que dicen los compañeros [P4:47C].	Jaime Experiencia Mental
			1. Ampliar la foto puede		1. Está de acuerdo con las	Ana

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		[50]Kelly: Pero había ampliado.	sucedier las dos opciones: ambas dimensiones o sólo una de las dos [P4:49B].		dos posiciones[P4:49A] 2. No usa ejemplos usa la relación.	Experiencia Mental
	P4:54-56	[54]Luz: Mirar bien. [P4:54A] Que esté bien de ancho y de ancho, [P4:54B] igual por dentro. [P4:54C] Por ejemplo éste [Muestra la foto F.] no es igual a la cara de ese. [Muestra la foto D.] [55]Nidia: Luz está tratando de decir que es que todas las fotos deben tener el mismo parecido a la foto A. [56]Luz: [P4:56A] Acordamos como criterio que [P4:56B] todas las fotos sean de ampliación o reducción sean de ancho y de alto.	1. Ampliar es cambiar de longitudes tanto el largo como el ancho del rostro y del marco [P4:54A, 54B].	1. Debe estar la misma forma del rostro del comprador. [P4:54C, 55].	1. Mantiene su posición frente a las fotos. [P4:54,56B]. 2. Usa dos casos para mostrar lo correcto e incorrecto. [P4:54C] 3. Respeta los criterios establecidos. [P4:56A].	Luz Ejemplo Genérico
Respuesta a la pregunta: ¿Qué significa que todas las fotos sean idénticas?	P4:58	[58]Jaime: [P4:58A] Las fotos deben estar correctas, que uno tiene que [P4:58B] mirar que las fotos estén idénticas, [P4:58C] que no les falte algo. Entonces [P4:58D] así están bien.		1. Las partes del rostro deben ser de la misma forma [P4:58B] tanto en el original como en la ampliación o reducción. 2. Todas las partes del rostro deben estar en las fotos. [P4:58C]	1. Justifica qué es ser correcto o estar bien. [P4:58A, 58B]. 2. No usa ejemplos.	Jaime Experiencia Mental
Respuesta a la pregunta: ¿Qué significa que todos los retratos tengan todo completo?	P4:60	[60]Luz: Que [P4:60A] si el retrato de la foto A ésta con cinco mechones aquí [Señala su cabello.] entonces todo los retratos tienen que tener cinco mechones aquí. [Señala su cabello de nuevo.] En [P4:60B] nuestro caso son dos mechones y tres bigotes a cada lado. Entonces todos deben tener dos mechones y tres bigotes. [P4:60C] Mejor dicho todo porque si no sería retrato incompleto [P4:60D] porque le falto algo o le sobra algo.		1. La cantidad de elementos del rostro que hay en la foto original debe estar en las otras [P4:60A, 60B]. 2. Deben estar todas las partes del rostro involucradas. [P4:60C, 60D].	1. Usa una situación hipotética con relación a la cantidad de mechones [P4:60A]. 2. Ilustra lo que dice con la situación del retrato [P4:60B]. 3. Utiliza ejemplos para explicar una relación en forma general [P4:60].	Luz Ejemplo Genérico

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
Discusión sobre como escribir un criterio.	P4:63-66	[63]Jaime: [Le dicta a Luz.] Observar que la longitud sea amplia o sea cómo se dice reducción. [64]Luz: [Nidia toma una hoja y escribe lo que dice Luz] Observar que sea amplia, no, de la misma medida. [65]Jaime: No, porque si usted va ampliar algo, ¿cómo puede ser de la misma medida? Digamos que sea de 5 cm; no puede quedar de 5 cm. [66]Luz: [Continúa dictándole a Nidia.] La misma medida ya sea ampliación o reducción.	1. Las longitudes de las partes se amplían o reducen según la razón que se indique. [P4:63].		1. Establece la relación de cambiar la longitud [P4:63]. 2. No entendió lo que quiso decir Luz. [P4:65]. 3. Usa un contraejemplo a lo que dice Luz [P4:65].	Jaime Experiencia Mental
			1. Que las partes involucradas tengan el mismo factor de conversión de cambio. [P4:64, 66].		1. No usa ejemplos [P4:64]. 2. No escucha a los compañeros y continúa con su misma idea [P4:64, 66].	Luz Experiencia Mental
Acuerdos del grupo de Kelly sobre qué deben escribir en la cartelera.	P4:68-78	[68]Cristóbal: Están escribiendo los criterios como cada uno piensa. [69]Kelly: Estamos haciendo los criterios [P4:69A] como cada uno piensa. Primero [P4:69B] Cristóbal. Él piensa que es una ampliación porque estaba aumentando de tamaño la foto; el retrato estaba aumentando de tamaño. El otro nos dice que la fotografía es buena y la correcta porque ella tiene la razón. Dary está de acuerdo conmigo porque dice que si aumento de tamaño es una ampliación y yo porque tengo la razón de todas las ampliaciones. [70]Cristóbal: Yo opino que [P4:70A] la opción de Kelly; ella tiene la razón de [P4:70B] todas las ampliaciones y reducciones son de Gioco. [71]Profesora: O sea que todas son de Gioco. [72]Cristóbal: No sólo las que hizo Gioco, todas las que están iguales. [73]Profesora: Todas son iguales. [74]Kelly: [P4:74A] Las iguales son las que están ampliadas de ancho y alto. [P4:74B] Y las del discípulo también son ampliaciones pero sólo la	1. Para ampliar la foto pueden suceder las dos opciones: ambas dimensiones o sólo una de las dos. [P4:69, 74A, 77B, 77D]. 1. Ampliar la foto puede suceder las dos opciones: ambas dimensiones o sólo una de las dos. [P4:69B, 70B].	1. Se mantiene el mismo rostro [P4:77C]. 2. Se mantiene la misma cantidad de partes y la misma forma [P4:77A] 1. Debe tener el mismo rostro. [P4:72]. 2. Deben estar todas las partes del rostro. [P4:75].	1. Reconoce lo que está escribiendo el grupo. [P4:69B]. 2. Asume que todos están de acuerdo con lo que ella piensa. [P4:69]. 3. Usa los personajes de la actividad para dar razones [P4:74B, 77A]. 4. Usa unas partes para ejemplificar y generalizar. [P4:77B]. 1. Reconoce lo que está escribiendo el grupo. [P4:68]. 2. Acepta la posición de otros. [P4:70A]. 3. Usa los personajes de la actividad para dar razones [P4:70B, 75]. 4. Usa una exageración con las partes del rostro [P4:75A].	Kelly Ejemplo Genérico Cristóbal Experiencia Crucial

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>cambio de un lado.</p> <p>[75]Cristóbal: Si, pero digamos unas [refiriéndose a las fotos] tienen, [P4:75A] por ejemplo un pedazo de ojo y otro no, es que no tiene la marca, entonces es del discípulo.</p> <p>[76]Profesora: Kelly estaba completando la idea.</p> <p>[77]Kelly: [P4:77A] Las fotos de Gioco son las que están perfectas; pues, [P4:77B] las que están ampliadas de ancho y de alto, [P4:77C] las que tienen el ojo igual, la figura todo igual. Y las del discípulo son [P4:77D] las que están ampliadas sólo de ancho o sólo de alto pero sí están ampliadas. Porque están ampliando, así sea de ancho o de alto. Están ampliando.</p> <p>[78]Ana: [P4:78A] Yo estoy de acuerdo con las dos, como dije ahorita. Porque [P4:78B] de todas maneras la foto A la ampliaron de largo o de ancho; [P4:78C] por ejemplo, la foto H la ampliaron el triple de ancho pero no de largo. Pero de todas maneras, ahí va la palabra ampliaron entonces estoy de acuerdo con las dos.</p>	<p>1. Al ampliar la foto pueden suceder las dos opciones: ambas dimensiones o sólo una de las dos [P4:78B].</p>	<p>1. Reconoce que esta de acuerdo con las dos posiciones que se encuentran en la discusión [P4:78A].</p> <p>2. Usa el ejemplo para ilustrar su idea. [P4:78C].</p>	<p>Ana</p> <p>Ejemplo Genérico</p>	
<p>Socialización de lo escrito por el grupo de Kelly.</p>	<p>P4:79</p>	<p>[79]Kelly: [Lee los enunciados de la cartelera de su grupo.] Porque yo digo que el retrato es una ampliación porque están aumentando el tamaño [lo que sigue no estaba escrito] [P4:79A] que tenía la foto anterior que es la A. [P4:79B] Cristóbal opinó que la opción mía porque yo tengo la razón de todas las ampliaciones están grandes. [Cambio el texto, el texto escrito es: "yo opino que la opción de Kelly porque ella tiene la razón de todas las ampliaciones". Lee el enunciado tal cómo está.]</p> <p>[Lee lo que sigue de la cartelera:]</p> <p>Ana: Yo estoy de acuerdo con las dos porque la</p>	<p>1. Ampliar la foto puede suceder las dos opciones: ambas dimensiones o sólo una de las dos. [P4:79B].</p> <p>2. Reconoce cuál es la foto que se establece la relación [P4:79A].</p>	<p>1. Interpreta lo que otros dicen a su conveniencia. [P4:79].</p> <p>2. No usa ejemplos.</p> <p>4. Sólo estudiaron la situación de ampliar y no la de reducir.</p>	<p>Kelly</p> <p>Experiencia Mental</p>	

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>foto H. Amplió de ancho más no de largo pero de todas maneras amplió.</p> <p>Kelly: Yo opino que es una ampliación porque al aumentar de tamaño de la foto K, se dice que la ampliación es el aumento de tamaño de algo o alguien por eso es una ampliación.</p> <p>Dary: Yo opino que las dos tienen la razón porque Luz dice que no se puede ampliar solamente los cachetes pero sí se puede ampliar de ancho o de largo.</p>				
Socialización de lo escrito por el grupo de Luz.	P4:80-84	<p>[80]Jaime: Primero, nuestros criterios son [Lee el primer enunciado de la cartelera.] <i>mirar que todas las fotos sean idénticas. [P4:80A] O sea que sean iguales o sino serían diferentes; o sea el mismo.</i></p> <p>[81]Luz: Otro criterio. [Lee el segundo criterio de la cartelera] <i>Mirar que las ampliaciones o reducciones sean iguales de alto y de ancho.</i> [Se dirige al grupo para dar una explicación de lo escrito.]. [P4:81A] O sea que no sólo de ancho es la ampliación, sino también que sea de alto y de ancho; más no sólo de alto.</p> <p>[82]Jaime: [Lee el tercer criterio de la cartelera] Tercero <i>mirar que todos los retratos tengan todo</i></p>	<p>1. Que se mantengan las mismas formas de las partes del rostro [P4:80A].</p> <p>2. Deben estar todas las partes del rostro [P4:82].</p>	<p>1. Explica desde lo que entiende [P4:80].</p> <p>2. Usa los ejemplos para sustentar una generalización [P4:82].</p> <p>4. Habla de las dos situaciones que se están estudiando ampliar o reducir</p>	Jaime Ejemplo Genérico	

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p><i>completo. [P4:82A] Por ejemplo, que al señor no le vaya a faltar una nariz y que no le vaya a faltar una ceja, [se refiere a la pestaña], un ojo y que tenga todo completo.</i></p> <p>[83]Dary: Sino no sería un dibujo sería una cosa diferente.</p> <p>[84]Luz: [Lee el cuarto criterio de la cartelera] Cuarto, observar que las longitudes sean de las mismas medidas ya sea ampliación o reducción [cambia el texto, decía: "observar que las longitudes sean de la misma medida ya sea ampliación y reducción"]. [P4:84A]Significa que necesitamos que las medidas de las longitudes, sean las mismas, no pueden tener más ancho que alto, sino que sean las mismas longitudes.</p>	<p>1. Ampliar o reducir una foto es cambiar la longitud tanto de largo como de ancho. [P4:81A].</p> <p>2. Reconoce el factor de conversión que es la razón que existe entre los valores de las longitudes del rostro y del marco [P4:84A].</p>		<p>1. Explica desde lo que entiende para decir que es un acuerdo del grupo [P4:81].</p> <p>2. No usa ejemplos.</p> <p>3. Habla de las dos situaciones de ampliar o reducir.</p>	Luz Experiencia Mental
Deducir criterios de lo que se escribió como opiniones en la cartelera del grupo de Kelly.	P4:109,123,131	<p>[109]Kelly: Mirar que las ampliaciones, todas sean del mismo tamaño. [P4:109A] Mirar que sea un aumento de tamaño para que sean ampliaciones.</p> <p>...</p> <p>[123]Kelly: Eso [Refiriéndose a las opiniones] no es exactamente el mismo. [P4:123A] Porque él dice es que hay que mirar que éste aumentan de tamaño para ver si es una ampliación y Ana dijo yo estoy de acuerdo con las dos pero amplió de ancho más no de largo. De todas maneras amplió. Usan otras palabras pero está lo mismo.</p> <p>...</p> <p>[131]Kelly: Yo digo el criterio que estamos diciendo todos, hay que tener en cuenta que [P4:131A] una ampliación es el aumento de un tamaño.</p>	<p>1. Ampliar la foto puede suceder cambiar la longitud de: ambas dimensiones o sólo una de las dos [P4:109A, 123, 131A].</p>		<p>1. Mantiene su posición relacionada con el aumento de tamaño. [P4:109A].</p> <p>2. No usa ejemplos</p> <p>3. Explica las posiciones de los otros compañeros y establece similitudes. [P4:123A].</p> <p>5. Sólo tiene en cuenta la situación de ampliar y no la de reducir.</p>	Kelly Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
	P4:120	[120]Nidia: Con el primero porque él dijo lo de la ampliación, que [P4:120A] aumenta de tamaño y Ana dijo lo de la ampliación.	1. Ampliar es aumentar de tamaño [P4:120A].		1. Solo estudiaron la situación de ampliar y no la de reducir.	Nidia Experiencia Mental
Análisis de la frase: "mirar que todas las fotos sean idénticas".	P4:138-142	[138] Niños: Iguales. [139] Profesora: ¿En qué? [140] Dary: [P4:140A] En todo, en forma, en tamaño, en medida. [P4:140B] O sea iguales en todo como la foto K y la foto A. [141] Kelly: No, idénticas no. Uno mira que todas las fotos sean idénticas. [P4:141A] No, porque entonces no sería ni una ampliación ni una reducción, porque serían idénticas. [P4:141B] Idénticas en tamaño, en cejas, en ojos, en nariz, en boca. [Señala cada parte que enuncia en su rostro.], es decir todo igual ni más grande ni más pequeño. [142] Luz: Entonces que las condiciones sean iguales en alto y ancho.	1. Acepta la congruencia de figuras cuando coinciden en la forma y el tamaño [P4: 140]. 2. No se acepta las fotos iguales como una clase de semejanza ni de homotecia [P4:140].		1. Usa como ejemplo dos fotos [P4:140]. 2. Establece una relación de congruencia [P4: 140].	Dary Ejemplo Genérico
			1. Acepta la congruencia de figuras cuando coinciden en la forma y el tamaño [P4: 141A]. 2. No se acepta las fotos iguales como una clase de semejanza ni de homotecia. [P4:141B]		1. Usa ejemplos. [P4:141]. 2. Se guía por la percepción [P4:141].	Kelly Experiencia Mental
			1. Lo idéntico lo relaciona con la misma longitud las dos dimensiones. [P4:142].		1. No hay relación con lo que se estaba analizando. [P4:142]. 2. Cambia lo que dice por la influencia de lo que dice los compañeros.[P4:142]	Luz Experiencia Mental
					1. Se refiere a las situaciones de las fotos pero no referencia ninguna [P4:145A]. 2. Usa el ejemplo para ilustra una relación que nombró de forma general [P4:145B].	Ana Ejemplo Genérico
	P4:145	[145]Ana: Para mí, idéntico, significa que [P4:145A] tenga la misma medida y tenga todos los defectos de la foto y tengan igual longitud del marco, etc. En cambio, si la foto tiene una cosa, la otra la debe tener. [P4:145B]. Por ejemplo, si tiene tres pestañas la otra también debe tener lo mismo, es decir, idéntica.	1. Acepta la congruencia de figuras cuando coinciden en el tamaño [P4: 145A].	1. Debe coincidir la cantidad de partes [P4: 145B].		

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
	P4:146	[146]Dary: Puedo [P4:146A] decir que esa bolsa es igual a la otra [Señala otra bolsa.], [P4:146 B] porque Gioco hizo unas, y el discípulo hizo unas más. [P4:146C] . Eso no significa que tiene que tener el mismo pelito, digamos aquí arriba [Señala la parte superior de su frente.] es que tiene que ser así, no es que sean equivocaciones de Gioco ni del discípulo.		1. No es necesario que estén todas las partes del rostro del comprador [P4:146C] .	1. Usa otra situación para ilustrar su idea. [P4:146A] . 2. Usa los personajes de la actividad y los coloca en una situación hipotética. [P4:146B] . 3. Usa el ejemplo para mostrar su posición.	Dary Ejemplo Genérico
	P4: 147	[147]Luz: [P4:147A].Una foto, yo le tomé una foto a usted [Muestra Dary.] y salió con la lengua fuera. Entonces sea el discípulo o sea Gioco, [P4:147B] yo tengo que entregarle la foto ampliada o con la reducción. [P4:147C] Le tengo que entregar la misma cosa.	1. Habla de modificar el tamaño de la original como ampliación o reducción [P4:147B] .	2. Se debe conservar las partes del rostro tal cómo están [P4:147B, 147C] .	1. Genera una situación hipotética de tomar una foto y usa los personajes de la actividad [P4:147A] . 2. Usa expresiones del lenguaje común [P4:147C] .	Luz Experiencia Mental
Determinación de la relación entre las frases “mirar que todos las fotos sean idénticas” y “mirar que los retratos tengan todo completo”.	P4:153	[153]Jaime: La tercera, porque hay que mirar que tengan todo completo.		1. Se relaciona con tener todos los detalles de la foto y que estén las partes de la foto de la misma forma [P4:153] .	1. Mantiene su posición. 2. Estudia las dos situaciones ampliaciones y reducciones.	Jaime Experiencia Mental
	P4:154-156	[154]Kelly: Si, eso es lo que tratan de decir ellos. [155]Profesora: ¿Por qué estás de acuerdo, Kelly? [156]Kelly: Porque ahí dice que [texto de la cartelera] <i>mirar que los retratos tengan todo completo</i> . Mirar que la foto sean idénticas; yo pienso que lo que [P4:156A] ellos quisieron decir ahí, es que fueran idénticas a la original, a la [Foto] A , que fueran idénticas. [P4:156B] Si es ampliación o reducción no puedan ser idénticas en tamaño, porque está aumentando.	1. Solo tiene en cuenta la relación de ampliación [P4:156B] . 2. No acepta la situación de congruencia de figuras como un caso de semejanza [P4:156A] .	1. Reconoce que debe mantenerse la forma del rostro del comprador.	1. Asume la posición desde lo que dicen los otros [P4:156A] . 2. Asume la posición que ha mantenido en toda la sesión de clase [P4:156B] .	Kelly Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
	P4: 157	[157]Dary: [P4:157A] Digamos coge esa bolsa [Toma una bolsa.] y les saca una fotocopia a veces queda borrosita... Bueno, entonces al libro al sacar una fotocopia, [P4:157B] puede ser que una parte no se va a ver, unas cositas; entonces, son distintas.	1. Reconoce una transformación [P4:157A].	1. Deben estar los detalles y las partes de las figuras en la imagen inicial y la imagen resultante [P4:157B].	1. Reconoce la situación de ampliar con el acto de fotocopiar [P4:157A]. 2. Usa otra situación para explicar su posición.	Dary Ejemplo Genérico
Análisis de la frase: "observar que las longitudes tengan la misma medida ya que sean ampliaciones o reducciones".	P4:149	[149]Kelly: [Lee el cuarto criterio.] En el cuarto dicen: <i>observar que las longitudes tengan la misma medida ya que sean ampliaciones o reducciones. Pero como van a ser las fotos de la misma medida, si uno la va ampliar, ¿cómo pueden ser de la misma medida?</i>	1. Reconoce que ampliar se relaciona con cambiar las medidas de las longitudes [P4:149].		1. Analiza lo que dice el otro. 2. Asume su posición por el uso del término idéntico [P4:149].	Kelly Experiencia Mental
	P4:167-174	[167]Jaime: [P4:167A] Yo quería explicar a Kelly que cuando dice que sean de la misma longitud ya sea ampliación o reducción; [P4:167B] quiere decir que si yo voy ampliarla al doble, si es dos debe ampliarla a dos, no puedo ampliar a dos y medio; debe ser cuatro, tiene que ser la misma medida. Y lo mismo hay que hacer con las ampliaciones o las reducciones. [168]Kelly: <i>Yo no entendi.</i> [169]Jaime: A ver digamos [Interrumpe Kelly.] [170]Kelly: [P4:170A] No puede ser las medidas iguales, entonces lo que se debe tener en cuenta [P4:170B] que si es una ampliación debe ser más de la medida de la foto A. [172]Ana: [P4:172A] Yo estoy de acuerdo con Kelly, porque la medida no puede ser igual. [P4:172B] Si la medida se va a reducir va a quedar más pequeñita. [P4:172C] Hay podían haber metido los defectos que sean iguales. De todas maneras, [P4:172D] si la foto que realizo Gioco es pequeñita debía quedar igual los	1. Reconoce el factor de conversión que es el valor que relaciona el cambio de longitud de una imagen con respecto a la otra. [P4:167]. 2. El valor de la transformación es el mismo en todas las partes.		1. Enuncia que quiere explicar a alguien [P4:167A]. 1. Explica desde un ejemplo su posición lo correcto o lo incorrecto [P4:167B]. 2. Construye la generalización para las dos situaciones [P4:167].	Jaime Ejemplo Genérico
				1. Solo analiza el caso de ampliación y se relaciona con aumentar la medida. [P4:170B]. 2. Las partes del rostro el tamaño cambia de acuerdo a la exigencia [P4:173B].	1. Reconoce que deben coincidir en la forma las partes del rostro [P4:173B].	1. No comprende la posición del otro compañero. [P4:169]. 2. Su interpretación de la frase "la misma medida" es diferente a la del compañero. [P4:170A]. 3. Establece las condiciones de la semejanza a nivel cualitativo [P4:170,173]

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		<p>defectos más no la medida. [173]Kelly: [P4:173A] Los defectos tienen que ser iguales, es decir son iguales en forma, pero no pueden ser de la misma medida. [P4:173B] Si es ampliación deben ampliarse las partes y si es reducción se deben reducir. [174]Cristóbal: Yo digo que aquí hay un dibujo y lo voy a dibujar y lo puedo hacer más grande o más pequeño. Sólo puede salir igual si yo lo calco.</p>	<p>1. Tiene en cuenta que el tamaño se reduce y entonces la foto del comprador y el retrato no van hacer iguales. [P4:172B, 172D].</p> <p>1. La situación de igual en forma y tamaño coincide cuando se calca. Los otros son casos de ampliar o reducir ya no es lo mismo. [P4:174].</p>	<p>1. Se conservan las partes del rostro o los “defectos” de la misma forma. [P4:172C, 172D].</p> <p>1. Se conserva la forma para que sean iguales.</p>	<p>1. Reconoce con quién esta de acuerdo y complementa su posición [P4:172A]. 2. Solo toma la situación de reducir [P4:172B, 172D]. 3. Usa los personajes de la actividad para dar sus razones [P4:172D].</p> <p>1. Usa una situación distinta donde él es el protagonista. [P4:174]. 2. Reconoce una transformación de tamaño.</p>	<p>Ana Experiencia Crucial</p> <p>Cristóbal Experiencia Crucial</p>

ANEXO K. Análisis del protocolo 5.

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
Discusión de lo que significa idénticas.	P5:2-5	<p>[2]Luz: Por ejemplo, todos ustedes tienen 2 cejas, 2 ojos, una nariz, una boca deben ser idénticas.</p> <p>[3]Ana: [P5:3A] Que sea como otro gemelo, con otros son idénticos, son iguales. Por ejemplo, si [P5:3B] Dary tiene una hermana gemela, la hermana gemela no tendrá la cantidad de lunares que ella tiene.</p> <p>[4]Profesora: Si, pero digamos; como estamos hablando de las fotos deben tener...</p> <p>[5]Ana: Todos los elementos que tiene la foto A.</p>		<p>1. Las partes del rostro deben ser iguales [P5:2].</p> <p>2. Deben conservarse la cantidad de partes del rostro [P5:2].</p>	<p>Luz</p> <p>1. Ilustra con ejemplos su posición.</p> <p>2. No define la palabra idénticos.</p>	<p>Luz</p> <p>Experiencia Crucial</p>
				<p>1. Deben estar todas las partes del rostro y de la misma forma [P5:3, 5].</p>	<p>1. Establece una analogía con los gemelos [P5:3A].</p> <p>2. Usa otro ejemplo de lo no posible exagerando la característica de una compañera [P5:3B].</p>	<p>Ana</p> <p>Experiencia Crucial</p>
Discusión sobre el enunciado: “Mirar que las ampliaciones o reducciones sean iguales de alto y de ancho”.	P5:12-13	<p>[12]Dary: O sea, puede [P5:12A] ser de la misma medida, pero [P5:12B] varía la medida de alto y ancho, porque [P5:12C] la [foto] A es más pequeña que la figura G, es más pequeña; y puede tener la misma medida pero el doble.</p> <p>[13]Ana: [P5:13A] Como dice Dary que las fotos tiene que ser idénticas pero [P5:13B] debe cambiar el ancho y el largo, de [P5:13C] la misma medida, para que sea bien el cambio.</p>	<p>1. Identifica el factor de conversión [P5:12A].</p> <p>2. Cambia la medida tanto de largo como de ancho a la misma razón [P5:12B].</p> <p>3. Establece la relación desde el tamaño [P5:12C].</p>		<p>1. Ilustra su posición con el caso de la foto G comparada con la foto A [P5:12C].</p> <p>2. Usa el ejemplo para apoyar su generalización [P5:12].</p>	<p>Dary</p> <p>Ejemplo Genérico</p>
			<p>1. Reconoce el factor de conversión entre las longitudes involucradas [P5:13C].</p> <p>2. Reconoce que se deben cambiar las dimensiones de largo y ancho del marco y del rostro [P5:13B].</p>	<p>1. Se conserva la forma de las partes del rostro [P5:13A].</p>	<p>1. Anuncia que esta de acuerdo con lo que dice una compañera pero eso no es lo que está diciendo [P5:13A].</p>	<p>Ana</p> <p>Experiencia Mental</p>

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
Respuesta a la pregunta ¿cuál es la foto que descartamos por no cumplir con estar todos los elementos que están en la foto original?	P5:15,18	[15]Cristóbal: La [foto] E. ... [18]Cristóbal: Hay otra, como la E porque le falta un pelito en la calva.		1. Deben tener la misma cantidad de partes del rostro que la foto original [P5:18].	1. Nombra los detalles que hacen falta [P5:18]. 2. Por faltar uno o varios ya no se aceptan las fotos.	Cristóbal Ejemplo Genérico
	P5:16	[16]Ana: Descartamos la que tenía el lío que era la J [La toma del paquete.]. Porque [P5:16A] aquí abajo [Señala el mentón.] le falta una rayita, le faltan bigotes [Se refiere a las líneas que están debajo de la boca.] le faltan una pestaña [Se refiere a las líneas que están en el ojo izquierdo de la foto.], ésta se descartaría, y no sería ni una ampliación ni una reducción. [P5:16B] Hay otra figura que también descartaríamos por estar incompleta.		1. Deben estar todas las partes del rostro en la ampliación o en la reducción [P5:16A]. 2. Reconoce que existen otras fotos que no se cumplen [P5:16B].	1. Da una lista de elementos que faltan en la foto J[P5:16]. 2. Enuncia que por la falta de elementos ya no es reducción ni ampliación[P5:16].	Ana Ejemplo Genérico
	P5:17	[17]Dary: La [foto] C porque le falta una línea a la nariz.		1. Deben estar todas las partes del rostro en la ampliación o en la reducción del comprador [P5:17].	1. Enuncia lo que le hace falta a la foto C.	Dary Empirismo Ingenuo Percepción
	P5:19	[19]Luz: Entonces esas fotos no fueron realizadas por Gioco porque están incompletas.		1. Debe estar todas las partes del rostro del comprador [P5:19].	1. Usa los personajes de la actividad para dar sus razones [P5:19].	Luz Experiencia Mental
Aclaración en qué consiste la ampliación.	P5:21-27	[21]Luz: Cambiar el largo y el ancho. [22]Profesora: Lastimosamente, Luz tiene razón. Para poder ampliar tengo que ampliar tanto el largo como el ancho. [23]Luz: Si, si, si. [24]Nidia: Hay no. [25]Profesora: Si usted solo amplía en una sola dirección [Muestra el largo de la foto A.] está mal la ampliación [26]Jaime: Entonces Luz si tenía la razón. [27]Luz: Yo tenía la razón. Porque yo decía que ésta [Refiriéndose a la foto B] no es una	1. La ampliación cambia tanto las longitudes del largo como del ancho [P5: 21, 27].		1. Al validar la profesora su relación entre las figuras se emociona [P5:23]. 2. Hay manifestación de desacuerdo [P5: 24] por una compañero y acuerdo [P5:26] por otro.	Luz Experiencia Mental

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
		ampliación porque tenía que ser alto y largo. No sólo de alto, no sólo de largo sino de los dos lados.				
Determinación de cuáles fotos se descartan del paquete por no cumplir la ampliación del largo y ancho a la misma razón.	P5:29-32	<p>[29]Luz: [P5:29A] Por eso descartamos lo que decía Kelly que ésta [Foto B.] era una ampliación. Lo que es una ampliación del tamaño, en este caso, de éste rectángulo [Muestra el marco de la foto B.], así es el doble del tamaño [Muestra como la foto A cubre el doble a la foto B.].</p> <p>[30]Jaime: Si [P5:30A] yo miro el rectángulo de largo [Refiriéndose al marco de la foto F.], éste es el doble de tamaño a lo largo de la foto A y [P5:30B] si yo miro éste [Refiriéndose a la foto H.] es el triple de ancho del tamaño. Entonces todas éstas [Refiriéndose a las fotos H y F.] ya se descartan como la [Foto] B.</p> <p>[31]Ana: La B que era la foto polémica, por la que empezamos todo y la descartamos porque no están ni el largo ni el ancho bien.</p> <p>[32]Brian: Es una ampliación mal hecha.</p>	<p>1. Reconoce que ampliar es cambiar a la misma razón las longitudes de los lados.</p> <p>2. Descarta la idea de ampliar como aumentar de tamaño y la establece en la foto B</p>		<p>1. Da los criterios que establece para resolver la tarea [P5: 29 A].</p> <p>2. No valida lo que dice la compañera y lo sustenta [P5:29].</p> <p>3. Escoge la foto B para apoyar su posición.</p>	Luz Ejemplo Genérico
			<p>1. No acepta el valor del recubrimiento como indicador de cuánto amplió [P5:30A, 30B].</p>		<p>1. Habla de todos los casos y dice porque las descarta [P5:30].</p>	Jaime Ejemplo Genérico
			<p>1. Reconoce que ampliar es cambiar a la misma razón las longitudes del lado largo como del ancho [P5:31].</p>		<p>1. Nombra el caso de la foto B [P5:31].</p> <p>2. Sustenta porque razón la descarta [P5:31].</p>	Ana Experiencia Mental
Análisis de la foto K.	P5:40-44	<p>[40]Jaime: Esa no es ampliación.</p> <p>[41]Profesora: Esa no es una ampliación, dicen acá [Señalando a Jaime.] ¿Por qué?</p> <p>[42]Dary: Porque es igual a la [Foto.] A.</p> <p>[43]Luz: No es ampliación, ni reducción, ninguna de las dos.</p> <p>[44]Jaime: La descartaríamos también, porque no sería ni ampliación ni reducción.</p>	<p>1. No aceptan las fotos que coinciden en la forma y el tamaño [P5:40].</p> <p>2. Por el concepto no es una ampliación o no es reducción [P5:44].</p>		<p>1. No usa ningún ejemplo [P5:40,44].</p> <p>2. Dice lo mismo que dijo un compañero [P5:44].</p>	Jaime Experiencia Mental
			<p>1. No aceptan las fotos que coinciden en la forma y el tamaño [P5:43].</p>		<p>1. Enuncia su posición de forma general.</p> <p>2. No usa ejemplos.</p>	Luz Experiencia Mental
Análisis de la foto I.	P5:46	[46]Dary: Tampoco, ah! esa sí. Es una reducción. Porque es tres veces nueve.	<p>1. El valor de reducción lo relaciona con el número de veces de recubrimiento [P5:46].</p>		<p>1. El número de veces que cubre una superficie [P5:46].</p>	Dary Empirismo Ingenuo Acción de medir

Episodio Actividad 2	Intervenciones	Texto del protocolo	Características		Clasificación de las argumentaciones	
			De la Semejanza			De la argumentación
			Tamaño	Forma		
Análisis de una situación hipotética basada en el recubrimiento de las longitudes del marco: si aquí cabe dos [Refiriéndose al ancho] y aquí [Refiriéndose al alto] tres. ¿Es ampliación?	P5:50-53	<p>[50]Jaime: No. Porque va a dar de igual medida.</p> <p>[51]Luz: [P5:51A] No, no. Si una es de dos, y la otra de tres, no sería, ni ampliación, ni reducción. Tenemos el mismo problema con las otras [Muestra las fotos B, H y F.] [P5:51B] que tenemos allá, que están solo ampliadas así [Con las manos hace la señal de ancho.] y no así [Muestra la señal de largo].</p> <p>[52]Profesora: O sea están ampliadas ambas, a lo alto y a lo ancho; pero no, con el mismo número. Ese número, se llama en matemáticas factor de conversión, el número de veces que amplía el largo y el ancho es el mismo. Igual pasa con la reducción, el número de veces que se reduce tanto el largo como el ancho debe ser el mismo.</p> <p>[53]Luz: Entonces lo mismo pasa con éstas [Se refiere a las fotos F, B, H, E, J y G]</p>	1. Establece equivalencia entre las medidas [P5:50].		1. dice no pero su argumento de apoyo lo contradice [P5:50].	Jaime Experiencia crucial
			1. Reconoce que el valor de cambio sea para ampliación o reducción entre las longitudes deben ser el mismo [P5:51]. 2. Establece y generaliza a los otros casos la posición tomada [P5:53].		1. No acepta y su argumento apoya su posición [P5:51A] 2. Relaciona la relación con otras fotos analizadas [P5:51B]. 3. Reconoce lo que se estableció en las situaciones analizadas. 4. Con señas muestra su posición [P5:51B].	Luz Ejemplo Genérico
Elaboración de criterios para seleccionar las fotos elaboradas por Juego.	P5:56	[56]Brian: Que tenga todo lo de la foto.		1. Deben estar todos los detalles del rostro [P5:56].	1. Establece una relación general para todas las fotos [P5:56]. 2. No usa ejemplos.	Brian Experiencia Mental
	P5:57	[57]Ana: Que tenga el mismo número tanto de largo como de ancho; sea reducción o ampliación.	1. Reconoce el factor de conversión tanto en el largo como del ancho debe ser del mismo valor [P5:57].		1. Establece una relación general entre las longitudes [P5:57]. 2. No usa ejemplos [P5:57].	Ana Experiencia Mental
	P5:58	[58]Luz: Que tengan todas las cantidades de números de medidas.	1. Que todas las longitudes involucradas del rostro o del marco deben tener el mismo valor de conversión [P5:58].		1. Establece una relación general. 2. No usa ejemplos	Luz Experiencia Mental

Episodio Actividad 3	Intervenciones	Textos del Protocolo	Características		De la argumentación	Clasificación de las argumentaciones
			De la semejanza			
			Tamaño	Forma		
Determinación de las fotos sin marco, son ampliaciones o reducciones.	P5:60-63	[60]Brian: Yo, lo resolví con la regla. [61]Profesora: ¿Qué hiciste con la regla? [62]Brian: Medí con la regla. Por ejemplo, acá [Toma la medida sobre las cejas de la cara de la hoja #4.] media 6 cm y 3mm; entonces miraba si era el doble de ancho o de largo. Mejor dicho, si era una ampliación o una reducción. [63]Ana: Yo, no medí con la regla [P5:63A] porque era más por vista que por medida, como ésta [muestra la cara de la hoja #1].	1. Busca el factor de conversión con hallar la razón entre unas medidas [P5:62].		1. Realiza la medida de una parte y lo muestra [P5:62]. 2. Establece la generalización con un solo hecho [P5:62]. 3. Dice expresamente que midió y que instrumento uso [P5:60].	Brian Ejemplo Genérico
			1. El tamaño no es proporcional en la cara [P5:63].	1. La forma se distorsiona [P5:623A].	1. Expresa que lo hizo por percepción [P5:63A].	Ana Empirismo Ingenuo Percepción
	P5:66-68	[66]Brian: Creo que ellos hicieron así, si era más grande que la foto A, era una ampliación si era más pequeña era una reducción. [67]Ana: No es una ampliación porque no está igual de largo y de ancho. [68]Brian: Por eso, si era más grande de ancho era una ampliación, era también de alto.	1. Si es más grande es ampliación. Si es más pequeña es reducción [P5:66]. 2. Reconoce que debe ser en ambas dimensiones de largo y ancho de las partes del rostro [P5:68].		1. Supone una hipótesis de trabajo de los compañeros [P5:66]. 2. Se guía por la percepción.	Brian Empirismo Ingenuo percepción
			1. Solo se acepta las fotos que tengan el mismo valor de cambio entre las longitudes de las partes involucradas [P5:67].		1. Establece una relación general y da las características que no se cumplen [P5:67].	Ana Experiencia Mental
Análisis de la cara de la hoja#1.	P5:70,78	[70]Nidia: La primera la rechace, porque debe tener de ancho como de largo y no más la amplió de largo. ... [78]Nidia: Casi lo mismo. Bueno, yo voy a explicar. Sino que uno se da cuenta, porque como al principio dijimos que para saber tenía que ampliar de largo y de ancho y aquí [Muestra el largo de la cara de la hoja #1.] sólo está de alto y no de ancho.	1. Se debe ampliara la misma razón las dos dimensiones [P5:78]. 2. Rechaza las fotos que no cumplen la condición [P5:70].		1. Tiene clara la relación [P5:70]. 2. Utiliza lo que se dijo que era ampliación [P5:78]. 3. No usa ejemplos.	Nidia Experiencia Mental
	P5:71	[71]Cristóbal: Gioco no recibió la foto, porque las	1. Relaciona lo que		1. Usa los personajes de la	Cristóbal

Episodio Actividad 3	Intervenciones	Textos del Protocolo	Características		De la argumentación	Clasificación de las argumentaciones
			De la semejanza			
			Tamaño	Forma		
		fotos de Gioco tienen marco y las del discípulo no.	estamos estudiando al marco [P5:71].		actividad para dar sus razones [P5:71]. 2. Exagera la relación con el marco para determinar una foto por Gioco.	Experiencia Crucial
P5:76		[76]Ana: [Leyendo] <i>Gioco rechazo ésta [Muestra la cara de la hoja # 1.] porque no vio que era una ampliación porque nada más la amplio de largo y no de ancho y era la ampliación de ancho y de largo.</i>	1. Establece la relación entre las partes involucradas del rostro deben ser tanto de largo como de ancho [P5:76].		1. Establece una explicación en forma general [P5:76].	Ana Experiencia Mental
P5:79, 86		[79]Luz: [Leyendo] <i>No, porque está más estirada y eso así no es, porque tiene que ser de juntos lados.</i> ... [86]Luz: Se rechazó porque está más alargada.	1. Establece la relación entre las partes involucradas del rostro deben ser tanto de largo como de ancho [P5:79].		1. utiliza un término relacionado con la percepción como estirada [P5:79]. O alargada [P5:86].	Luz Empirismo Ingenuo Percepción
P5:83		[83]Dary: [P5:83A] Yo puse que no. Es algo parecido a lo de Luz. Porque yo no puedo mandar, vuelvo a lo de las fotos. [P5:83B] Yo no puedo mandar a tomar una foto que me queden las cejas así más chiquitas, con dos pestañas no más, más flaquita [Refiriéndose a la cara de la hoja #1 que es alargada.], la boca más ancha. O sea [P5:83C] si yo tomé una foto, me la tomé como salgo pero si yo quiero tomarme una foto y yo quiero salir sin una ceja no me la pueden quitar.	1. Cada parte del rostro cumple la razón de cambio en el tamaño [P5:83B].	1. Deben estar todas las partes del rostro [P5:83C].	1. Asume una posición y la relaciona con lo que han dicho los otros [P5:83A, 83C]. 2. Ilustra su posición con una situación que es lo que no aceptaría [P5:83B]. 3. Usa varios ejemplos [P5:83B].	Dary Experiencia Crucial
P5:84		[84]Jaime: No. [leyendo] <i>Porque la foto que sí tiene marco mide 7 cm y en la uno mide 20. Entonces no porque es una ampliación pero bien hecha.</i>	1. Reconoce que las partes al tomar longitudes verticales u horizontales cumplen con el factor de conversión. [P5:84].		1. Con un caso muestra una generalización [P5:84].	Jaime Ejemplo Genérico
Análisis de la cara de la hoja#2.	P5:88-91	[88]Luz: No, es una reducción. [89]Brian: Ya, lo decía Dary.	1. No acepta caras con la reducción en una		1. Se guía por la percepción	Luz Empirismo Ingenuo

Episodio Actividad 3	Intervenciones	Textos del Protocolo	Características		De la argumentación	Clasificación de las argumentaciones
			De la semejanza			
			Tamaño	Forma		
		[90]Jaime: Porque sólo se redujo de alto y no de ancho. [91]Brian: Ah! Si, claro.	dimensión como el largo. 1. Reconoce la relación que existe en la cara #2 sólo se reduce la dimensión de largo.		1. Asume su posición por lo que dijo una compañera [P5:89]. 2. válida y acepta lo del otro desde su posición [P5:91].	Percepción Brian Experiencia Crucial
			1. Para ser reducción, el factor de conversión se aplica a todas las partes del rostro de la cara [P5:90].		1. Enuncia las características en forma general [P5:90]. 2. No usa ejemplos.	Jaime Experiencia Mental
Análisis de la cara de la hoja#3.	P5:93-95	[93]Cristóbal: [P5:93A] Porque es deforme y [P5:93B] no tiene marco tampoco. [94]Dary: Pueden no tener marco [P5:94A] pero pueden tener las mismas medidas o [P5:94B] quitarle o encimar. [95]Luz: La tres [P5:95A] se rechaza porque sólo cambio de alto. Aunque [P5:95B] la vista nos engaña se piensa que es de ancho.	1. Establece la relación es con el marco y no con el rostro [P5:93B].	1. La forma debe conservarse y reconoce que en este caso es deforme [P5:93A].	1. Establece relaciones que no son acordes a la actividad [P5:93B]. 2. Se guía por la percepción [P5:93A].	Cristóbal Empirismo Ingenuo Percepción
			1. Reconoce que las partes al tomar longitudes verticales u horizontales cumplen con el factor de conversión [P5:94A]. 2. El marco no es lo importante [P5:94B].		1. Toma una contra-posición frente a lo que dice un compañero [P5:94]. 2. No usa ejemplos.	Dary Experiencia Mental
			1. Reconoce que las partes al tomar longitudes verticales u horizontales cumplen con el factor de conversión [P5:95A]. 2. No acepta la cara que se altera en una dimensión [P5:95].		1. No se guía por la percepción [P5:95B]. 2. Establece la relación entre las partes [P5:95].	Luz Experiencia Crucial

Episodio Actividad 3	Intervenciones	Textos del Protocolo	Características		De la argumentación	Clasificación de las argumentaciones
			De la semejanza			
			Tamaño	Forma		
Análisis de la cara de la hoja#4.	P5:97-106	<p>[97]Jaime: Tampoco. Yo digo que no. Porque la foto A, tiene 5 y halla tiene 10. [Mide la misma distancia en la foto A; y la misma en la cara de la hoja #4.]. Pero, espera [Dirigiéndose a Brian.], está mal hecho [Verifica la medida y es 15 cm].</p> <p>[98]Brian: No. Porque está ampliando al triple de alto y al doble de ancho.</p> <p>[99]Profesora: Brian nos da una buena razón de la cuatro.</p> <p>[100]Brian: Porque está ampliada al triple de alto y al doble de ancho.</p> <p>[101]Profesora: ¿Como sacaste esa medida?</p> <p>[102]Brian: Midiendo la foto A, acá [Muestra el borde de la cabeza.] de alto me da, cómo yo lo acabe de decir [Refiriéndose a la expresión “triple de alto”.], de alto me da [Muestra que mide en la foto A.]</p> <p>[103]Profesora: Usted mide desde el borde de la cabeza. No desde los 2 pelitos. Hasta aquí [Muestra el final del mentón de la cara de la foto A.] y ésto ¿cuánto da?</p> <p>[104]Luz: 6cm y 2mm.</p> <p>[105]Profesora: Y lo que hace ahora, es mirar que ese valor le dio 3 veces, entonces ¿cuánto debe medir? dieciocho [Inmediatamente, Brian dice: Sí.] ¿Qué mediste para saber el doble?</p> <p>[106]Brian: Pues de acá [Toma la medida de la parte final del mentón de la foto A.], como acá en la foto A, nos da 2 cm aquí nos daría 4 y me dio 4 cm [Muestra la medida del mentón de la cara de la hoja #4.].</p>	<p>1. Al determinar en las partes del rostro longitudes verticales u horizontales deben cumplir con el mismo factor de conversión [P5:97].</p>		<p>1. La situación de medida es para ilustrar su posición con respecto a la totalidad de la foto [P5:97].</p>	<p>Jaime Ejemplo Genérico</p>
		<p>[107]Profesora: Brian nos da una buena razón de la cuatro.</p> <p>[100]Brian: Porque está ampliada al triple de alto y al doble de ancho.</p> <p>[101]Profesora: ¿Como sacaste esa medida?</p> <p>[102]Brian: Midiendo la foto A, acá [Muestra el borde de la cabeza.] de alto me da, cómo yo lo acabe de decir [Refiriéndose a la expresión “triple de alto”.], de alto me da [Muestra que mide en la foto A.]</p> <p>[103]Profesora: Usted mide desde el borde de la cabeza. No desde los 2 pelitos. Hasta aquí [Muestra el final del mentón de la cara de la foto A.] y ésto ¿cuánto da?</p> <p>[104]Luz: 6cm y 2mm.</p> <p>[105]Profesora: Y lo que hace ahora, es mirar que ese valor le dio 3 veces, entonces ¿cuánto debe medir? dieciocho [Inmediatamente, Brian dice: Sí.] ¿Qué mediste para saber el doble?</p> <p>[106]Brian: Pues de acá [Toma la medida de la parte final del mentón de la foto A.], como acá en la foto A, nos da 2 cm aquí nos daría 4 y me dio 4 cm [Muestra la medida del mentón de la cara de la hoja #4.].</p>	<p>1. Al determinar en las partes del rostro longitudes verticales u horizontales deben cumplir con el mismo factor de conversión [P5:98].</p> <p>2. Reconoce la importancia de hallar una medida [P5:102] y el valor que debe medir si es el triple a lo alto [P5:105]. Y el valor que debe medir si es el doble de lo ancho [P5:106].</p>		<p>1. Establece la relación que existe entre las longitudes horizontales de la cara como en las longitudes verticales [P5:98].</p> <p>2. Tiene dificultad para explicar sus procedimientos.</p> <p>3. Ilustra su idea con un ejemplo.</p>	<p>Brian Ejemplo Genérico</p>
Análisis de la cara de la hoja #5.	P5:108-114	<p>[108]Nidia: No, porque no es igual. [Refiriéndose a la foto A.] Porque tiene más bigotes.</p> <p>[109]Jaime: [P5:109A] Debe cumplir con todas las condiciones. [P5:109B] Todas las que dijimos</p>		<p>1. Debe tener la misma cantidad de partes del rostro que hay en la foto del</p>	<p>1. Usa el ejemplo para ilustrar su idea [P5:108].</p>	<p>Nidia Ejemplo Genérico</p>

Episodio Actividad 3	Intervenciones	Textos del Protocolo	Características		De la argumentación	Clasificación de las argumentaciones
			De la semejanza			
			Tamaño	Forma		
		<p>antes.</p> <p>[110]Dary: Tiene más bigotes.</p> <p>[111]Jaime: Tiene uno más, en cada lado [Refiriéndose al número de pelitos del bigote de la cara de la hoja # 5.]</p> <p>[112]Ana: En el derecho tiene cuatro [Refiriéndose al número de pestañas del ojo derecho de la cara de la hoja #5.] cuando tiene que tener dos.</p> <p>[113]Profesora: Ella está refiriéndose a las pestañas.</p> <p>[114]Luz: Como que el discípulo hizo todo igual; pero sin orden en la cantidad. Antes no hizo cuatro cejas o dos ojos más.</p>		comprador.		
			1. Cambia el tamaño de cada parte en forma proporcional [P5:109A].	1. Debe tener la misma cantidad de elementos las fotos que se comparan [P5:109A, 111]. 3. Se conserva la forma de las partes [P5:109A].	1. Reconoce y aplica los acuerdos establecidos [P5:109B]. 2. Aclara la intervención de una compañera [P5:111].	Jaime Experiencia Mental
				1. Debe tener la misma cantidad de elementos en ambas fotos [P5:112].	1. Dice otra característica [P5:112]. 2. Se refiere a la cantidad de elementos que hay [P5:112].	Ana Ejemplo Genérico
				1. Establece que se debe tener la misma cantidad de elementos del rostro [P5:114].	1. Coloco una situación hipotética con los personajes de la actividad [P5:114]. 2. Lo que enuncia es una exageración.	Luz Experiencia Crucial
Análisis de la cara de la hoja #6.	P5:116-124	<p>[116]Brian: Si. Porque está ampliado tanto de ancho como de largo.</p> <p>[117]Cristóbal: [P5:117A] Si y no. [P5:117B] Si porque tiene largo y ancho. [P5:117C] Y no, porque no tiene marco.</p> <p>[118]Brian: Es que no estamos hablando del marco.</p> <p>[119]Ana: No estamos hablando del marco, sino de la cara.</p> <p>[120]Dary: Digamos usted no tiene saco pero tiene lo mismo que tiene los otros.</p> <p>[121]Cristóbal: Sí, porque tengo ojos, boca, [Interrumpe a Dary]...</p> <p>[122]Dary: No es lo mismo. No tiene los mismos ojos de Jaime, no tiene la misma nariz [Interrumpe</p>	1. Ampliar es cambiar la longitud tanto del largo como del ancho a la misma razón [P5:116]. 2. No es importante el marco [P5:118].		1. Estable la relación con respecto a una condición [P5:116]. 2. No usa ejemplos ni medidas. 3. Asume una posición frente a lo que dice un compañero [P5:118].	Brian Experiencia Mental
			1. Ampliar es cambiar la longitud tanto del largo como del ancho a la misma razón [P5:117B]. 2. Establece una relación con el marco y el rostro [P5:117C].	1. Reconoce que debe estar todas las partes del rostro pero no con la misma forma [P5:121].	1. Asume una posición ambigua [P5:117A]. 2. Usa características que no son relevantes [P5:117B, 117C]. 3. Se acomoda a lo que dice el otro [P5:121].	Cristóbal Experiencia Crucial

Episodio Actividad 3	Intervenciones	Textos del Protocolo	Características		De la argumentación	Clasificación de las argumentaciones
			De la semejanza			
			Tamaño	Forma		
		Ana] [123]Ana: No porque él, tiene las mismas cosas. [124]Dary: Son distintas.	1. No es una característica importante el marco sino las relaciones del rostro [P5:119].	1. Deben tener las mismas partes de la cara del comprador pero no es importa la forma [P5:123].	1. Toma una posición con referente a lo que dice un compañero [P5:119]. 2. Apoya lo que dice otro compañero, lo expresa y lo sustenta [P5:123].	Ana Experiencia Mental
				1. Reconoce que deben estar todas las partes del rostro [P5:120]. 2. Es importa la forma de esas partes [P5:122]. 3. No es importante el marco [P5:120].	1. Establece una analogía con respecto a la importancia del marco [P5:120]. 2. Enumera casos de no congruencia en la forma [P5:122].	Dary Experiencia Crucial
Respuesta a la pregunta ¿si yo amplio al triple está cara [Foto A.], todo se amplia al triple?	P5:132	[132]Luz: [P5:132A] Yo digo por qué. [P5:132B] Si yo aquí le hice la rayita [Muestra la línea que está debajo de la boca de la foto A.] y a la más grande no puede tener la misma distancia la rayita porque me saldría muy mal, o me puede quedar el marco así [con las manos, muestra la señal de grande] y con lo de adentro, con los ojos tal como están en está [muestra los ojos de la foto A] y quedaría chiquitica.	1. Reconoce que el factor de conversión entre lo ampliado y el original la cumple cada una de las partes [P5:132].		1. Asume una posición y la sustenta [P5:132A]. 2. Utiliza un ejemplo que no cumple la relación para apoyar su posición y exagera la característica [P5:132B].	Luz Experiencia Crucial
	P5:133-135	[133]Ana: [P5:133A] Para que sea el doble. Tiene que ser por ejemplo, que la rayita de la nariz tiene 2 mm y [P5:133B] para ampliar al doble tiene que ser 4 y para ampliarla al triple tiene que ser 6 mm, o sea que sí. [134]Profesora: ¿Está de acuerdo [Dirigiéndose a Ana] que todas las líneas del rostro se amplían al triple? [135]Ana: Si van a ampliar al triple o al doble.	1. Reconoce que el factor de conversión entre lo ampliado y lo original de cada una de las partes del rostro lo deben cumplir [P5:133A, 133B].		1. Usa las medidas para asumir su posición [P5:133, 135]. 2. Apoya su idea con unas medidas hipotéticas [P5:133A].	Ana Ejemplo Genérico

Episodio Actividad 3	Intervenciones	Textos del Protocolo	Características		De la argumentación	Clasificación de las argumentaciones
			De la semejanza			
			Tamaño	Forma		
P5:139-143	[139]Jaime: [P5:139A] Todo se amplia al triple. [P5:139B] Pero no la cantidad. [P5:139C] Digamos hay tres pelitos se va ampliar al triple, no pueden ser 9 sino 3. [140]Profesora: La cantidad es una buena sugerencia. ¿Lo qué amplia al triple qué es? [141]Cristóbal: La forma. [142]Luz: [P5:142A] Nooo! [P5:142B] Lo que amplio fue todo. Como el largo y el ancho. [P5:142C] Tengo que ampliar todas las curvas que hay ahí. [143]Dary: [P5:143A] Si. [P5:143B] Pero hay unas fotos que faltan cosas. O sea, yo voy a coger está foto y la voy ampliar [P5:143C] por ejemplo la [foto] A. Entonces puede [P5:143D] salir más o me quiten un pelito como en las anteriores, pues [P5:142E] eso no se puede.	1. Reconoce que el factor de conversión entre lo ampliado y lo original de cada una de las partes del rostro lo deben cumplir [P5:139A]. 2. Permanece la misma cantidad de elementos [P5:139B].		1. Reconoce que la totalidad debe cumplir con la condición dada [P5:139A]. 2. Introduce una característica [P5:139B]. 3. Usa el ejemplo para sustentar la idea [P5:139C].	Jaime Ejemplo Genérico	
		1. Reconoce que el tamaño de las partes se amplía en su totalidad [P5:141].	1. Identifica la forma [P5:141].	1. No utiliza ejemplos [P5:141].	Cristóbal Experiencia Mental	
		1. Reconoce que el factor de conversión entre lo ampliado y lo original de cada una de las partes del rostro lo deben cumplir [P5:142B, 142C].		1. No acepta la posición de un compañero por la palabra que empleo [P5:142A]. 2. No usa ejemplos establece condiciones generales [P5:142B].	Luz Experiencia Mental	
			1. Permanece la misma cantidad de elementos del rostro [P5:143B, 143D].	1. Reconoce que esta de acuerdo con lo que dice una compañera [P5:143A]. 2. Da ejemplos sobre lo que no es valido [P5:143].	Dary Experiencia Crucial	
Respuesta a la pregunta ¿Cómo se puede asegurar que una cara amplio de largo y no de ancho?	P5:147	[147]Cristóbal: [P5:147A] Yo lo puedo asegurar porque la cara esta como estirada cuando se va subiéndolo. [silencio prolongado] [P5:147B] Ampliaron la cara de ancho más no de largo.	1. Reconoce que existe el cambio de ampliación en una dimensión pero sabe que debe hacerse en dos dimensiones [P5:147B].	2. Forma se altera y utiliza expresiones relacionadas con estirada [P5:147A].	1. Se guía por la percepción [P5:147].	Cristóbal Empirismo Ingenuo Percepción
	P5:151	[151]Luz: [P5:151A] Uno coge la foto A y la arregla y mide éste cachete a éste cachete [Realiza la medida de la foto A.] da 6 y [Toma la cara de la hoja #1 y realiza la medida de cachete a cachete.] también da la misma medida 6 y así da	1. Determina una distancia a lo ancho entre dos partes y se da cuenta que se conserva en las dos fotos [P5:151].		1. Determina una distancia [P5:151A]. 2. Realiza el proceso de medida de la distancia determinada.	Luz Empirismo Ingenuo Acción de medir

Episodio Actividad 3	Intervenciones	Textos del Protocolo	Características		De la argumentación	Clasificación de las argumentaciones
			De la semejanza			
			Tamaño	Forma		
	P5:186, 190, 198	<p>[186]Brian: [P5:186A] Amplio de largo el triple y de ancho quedo todas las medidas iguales. Es igual a lo que dicen acá [Lo escrito en el tablero.], todas las medidas quedaron iguales y amplio de largo el triple.</p> <p>...</p> <p>[190]Brian: [P5:190A] Uno dice que amplio de largo y no de ancho y [P5:190B] otro dice, que amplio de largo y el triple de ancho entonces amplio las dos y no amplio nada en el primero.</p> <p>...</p> <p>[198]Brian: La amplio de largo y no de ancho es cuando amplio de largo y el triple de ancho. [P5:198A] Entonces el ancho, no se amplio ni redujo, sino se quedaron quietas. Y lo largo, si se amplió. Y acá dice lo mismo, [P5:198B] amplio de largo el triple.</p>	1. Reconoce que existe el cambio de ampliación en una dimensión pero sabe que debe hacerse en dos dimensiones [P5:186,190, 198].		<p>1. No usa ejemplos.</p> <p>2. En las intervenciones tiene la misma posición no cambia de argumento.</p> <p>3. Realiza un resumen de lo que están diciendo los estudiantes y da su posición [P5:190].</p>	Brian Experiencia Mental
Relación de los ángulos de la parte inferior de las caras con la forma.	P5:162-163	<p>[162]Cristóbal: Esto de aquí [Muestra el ángulo de la parte inferior de la izquierda de la cara de la foto A.] es diferente a la de acá [Muestra el mismo ángulo en la cara de la hoja # 1.].¿Igualmente amplía así?</p> <p>[163]Jaime: No. Si vemos ésto [Muestra el ángulo en la parte inferior de la izquierda de la cara de la foto A.] aquí. Debe ser de la misma forma de acá [Muestra el mismo ángulo en la cara de la hoja # 1.].</p>	1. Esta ligando la amplitud de un ángulo a la longitud de los lados de un ángulo [P5:162].	1. Reconoce que la forma esta ligada con el ángulo [P5:162].	1. Realiza una descripción señalando una parte que le es diferente a nivel visual [P5:162].	Cristóbal Empirismo Ingenuo Percepción
				1. Reconoce que la forma esta ligada con el ángulo [P5:163].	1. Contesta la pregunta del compañero [P5:163]. 2. Sustenta la respuesta por la percepción [P5:163].	Jaime Empirismo Ingenuo Percepción

Episodio Actividad 3	Intervenciones	Textos del Protocolo	Características		De la argumentación	Clasificación de las argumentaciones	
			De la semejanza				
			Tamaño	Forma			
La relación entre las medidas de la cara original con la cara ampliada.	P5:205-210	<p>[205]Ana: Que tengan las medidas que son.</p> <p>[206]Profesora: ¿Cómo así?</p> <p>[207]Ana: O sea las medidas que son [Interrumpe Jaime].</p> <p>[208]Jaime: Que no se le vaya ir un centímetro de más.</p> <p>[209]Ana: Por ejemplo en la primera foto, la ceja es de 1cm y si es el doble [interrumpe Jaime]</p> <p>[210]Jaime: debe ser de 2 pero no de 3.</p>	<p>1. Las medidas de una cara con respecto a otra deben cumplir con el factor de conversión [P5:205].</p> <p>2. Establece una correspondencia entre los valores de las medidas involucradas [P5:209].</p>		<p>1. Mantiene su posición [P5:205, 207].</p> <p>2. Por la intervención de un compañero usa un ejemplo.</p> <p>3. Usa el ejemplo para apoyar su idea [P5:209].</p>	Ana Ejemplo Genérico	
Indagación sobre qué comprenden sobre figuras semejantes.	P5:216-223	<p>[216]Dary: Se relaciona con medidas.</p> <p>[217]Brian: Con ampliaciones y reducciones.</p> <p>[218]Profesora: ¿Qué es la semejanza?</p> <p>[219]Jaime: Cuando se parecen.</p> <p>[220]Profesora: Cuando yo hago dos figuras que se parecen.</p> <p>[221]Dary: Que son iguales.</p> <p>[222]Profesora: ¿Qué son iguales?</p> <p>[223]Jaime: No. Porque son semejantes, o sea casi iguales.</p>	<p>1. Reconoce que lo semejante se relaciona con medidas [P5:216].</p> <p>1. Establece la semejanza a las actividades de ampliar y reducir [P5:217].</p> <p>1. Usa el significado que se le ha dado desde la percepción [P5:219].</p>	<p>1. Reconoce que se mantiene la misma forma [P5:221].</p> <p>2. Son iguales en forma</p>	<p>1. No usa ejemplos [P5:216].</p> <p>2. No usa palabras adecuadas [P5:221].</p> <p>1. Reconoce la semejanza con las actividades analizadas [P5:217].</p> <p>1. Se guía por el significado ligado a la percepción [P5:219].</p> <p>2. Asume una posición frente a lo que dice un compañero [P5:223].</p>	Dary Experiencia Mental	
							Brian Experiencia Mental