EL USO DE LOS PENTAMINÓS EN LA INICIACIÓN AL ESTUDIO DEL ÁREA Y EL PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS

SANDRA JEIMMI TRUJILLO RAMÍREZ

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI, AGOSTO DE 2011

EL USO DE LOS PENTAMINÓS EN LA INICIACIÓN AL ESTUDIO DEL ÁREA Y EL PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS

SANDRA JEIMMI TRUJILLO RAMÍREZ
Código 9325844

Trabajo de grado presentado para optar al título de
Licenciada en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

Asesor
JORGE ENRIQUE GALEANO CANO

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI, AGOSTO DE 2011

Contenido

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Acta de Evaluación de Trabajo de Grado

Tenga en cuenta: **1.** *Marque con una* **X** *la opción escogida.*
2. *diligencie el formato con una letra legible.*

Título del Trabajo:	El uso de los pentaminos en la iniciación al estudio del área y el perímetro de figuras planas.						
Se trata de:	Proyecto [ ]			Informe Final [X]			
Director:	Jorge Enrique Galeano						
1er Evaluador:	Ligia Amparo Torres.						
2do Evaluador:	Marisol Santacruz.						
Fecha y Hora	Año: 2011	Mes: Agosto		Día: 25		Hora: 4:00 pm	

Estudiantes

Nombres y Apellidos completos	Código	Programa Académico
Sandra Yeimmi Trujillo R.	9325844	3470.

Evaluación

Aprobado	X	Meritorio		Laureado	
Aprobado con recomendaciones		No Aprobado		Incompleto	

En el caso de ser **Aprobado con recomendaciones** (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo de ____________________ (máximo un mes) **ante**:

Director del Trabajo		1er Evaluador		2do Evaluador	

En el caso que el Informe Final se considere **Incompleto**, se da un plazo de máximo de ____________________ semestre(s) para realizar una nueva reunión de evaluación el:

Año:		Mes:		Día:		Hora:	

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la **razón del desacuerdo** y las **alternativas** de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).

Firmas:

Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador

RESUMEN

El presente trabajo de grado se basa en la construcción e implementación de situaciones de aprendizaje que generen un tratamiento diferente a la enseñanza de los conceptos de área y perímetro a través del material concreto llamado Pentaminós.

En un primer momento los estudiantes tienen la oportunidad de construir las piezas de Pentaminós como parte del reconocimiento y comprensión del manipulable, luego de esta familiarización, establecer posibles relaciones entre las piezas respecto a los conceptos de área y perímetro, en este sentido, se busca que los estudiantes puedan hacer ciertos tratamientos sobre las piezas de Pentaminós, como recubrimientos y mediciones entre otros.

Estas orientaciones buscan que los estudiantes puedan realizar explicaciones adecuadas dentro del orden matemático, de tal forma que más tarde al enfrentarse a nuevas situaciones utilicen, perfeccionen y hagan explícitos dichos conocimientos.

PALABRAS CLAVES: Área, Perímetro, Pentaminós, Situaciones de Aprendizaje, Matemáticas.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza y el aprendizaje de los conceptos de área y perímetro es quizás una de las dificultades más frecuentes en las aulas de clase de la educación básica primaria y es por esta razón que la comunidad de educadores matemáticos se ha visto en la necesidad de indagar y proponer diversas alternativas didácticas que converjan en el reconocimiento de los errores más frecuentes en los estudiantes y a su vez que generen propuestas que ayuden a solucionar los mismos.

En particular, el presente trabajo se enfoca en el diseño y análisis de situaciones de aprendizaje a través de tres actividades de aula que permitan la aproximación a los conceptos de área y perímetro y algunas de sus relaciones, utilizando para el desarrollo de las mismas material concreto llamado Pentaminós, pues dicha aproximación se centra en que se deben promover actividades que utilicen inicialmente mediciones con unidades de medida no estandarizadas.

En el primer capítulo se hace la presentación de los elementos centrales que dieron origen al proyecto de grado; se describen los problemas relacionados con el aprendizaje de los conceptos de área y perímetro, a partir de los cuales se procede a hacer la formulación de la pregunta problema y establecer los objetivos del mismo. Termina con la presentación de algunos elementos que se presentan como argumentos que sustentan la realización de este trabajo.

En el segundo capítulo se hace un acercamiento al problema, con reflexiones curriculares y didácticas. Seguido de una presentación de las características del material empleado para desarrollar las actividades y, finalmente se exponen los elementos teóricos centrales del trabajo a realizar.

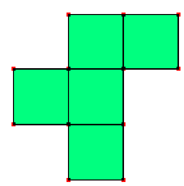
En el tercer capítulo se presenta el desarrollo metodológico del trabajo, desde su concepción y fundamentación hasta el diseño de las actividades que se aplicaron.

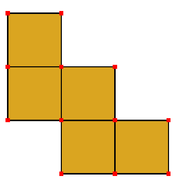
El cuarto capítulo presenta los resultados de la aplicación y análisis de las situaciones de aprendizaje.

El documento finaliza con algunas consideraciones que surgen como producto del desarrollo de este trabajo.

Capítulo 1

ASPECTOS GENERALES DEL PROYECTO





Capítulo 1: ASPECTOS GENERALES DEL PROYECTO

Este capítulo se dedica a la presentación de los elementos centrales que dieron origen al proyecto de grado; se describen los problemas relacionados con el aprendizaje de los conceptos de área y perímetro, a partir de los cuales se procede a hacer la formulación de la pregunta problema y establecer los objetivos del mismo. Termina con la presentación de algunos elementos que se presentan como argumentos que sustentan la realización de este trabajo.

1.1 El aprendizaje del área y el perímetro: consideraciones iniciales.

El aprendizaje de los conceptos de perímetro y área de figuras planas, se ha constituido en uno de los problemas más frecuentes durante los años de escolaridad; es por esta razón que la investigación se ha visto en la necesidad de proponer diversas alternativas didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de dichos conceptos.

Teniendo en cuenta que los conceptos de perímetro y área tienen que ver con la magnitud longitud y la magnitud superficie, respectivamente, es necesario que los estudiantes dominen dichos conceptos y sus medidas. Como lo señala SEDUCA

> Este dominio exige la comprensión de una serie de procesos que permiten abstraerlas de los fenómenos, para medirlas, para compararlas entre sí,

> operar con sus medidas y aplicarlas en diferentes contextos; utilizando como herramienta básica los sistemas de medidas". En general, las dificultades sobresalientes son los cambios en las dimensiones, el estatuto específico en las unidades de medida, sus relaciones con las unidades de longitud y las medidas espaciales. (Módulo 3. 2006, p.63)

De acuerdo con lo anterior, el área tiene que ver con la magnitud superficie pues puede ser entendida cognitivamente como "la extensión de la superficie. O uno de los rasgos o características de los cuerpos que se mide cuantitativamente es el área o extensión" (GODINO. 2002, p.17), por lo tanto, una primera aproximación al concepto de área puede ser: "mediante procesos de recubrimiento, para luego introducir la idea de que ésta es un medio conveniente para expresar el tamaño de una región; es decir para expresar el número de unidades requeridas para cubrir una región plana". (Módulo 3. 2006, p.63)

El perímetro tiene que ver con la magnitud longitud, pues se trata de determinar la longitud de la línea poligonal que encierra la figura o superficie, o de otro modo, de determinar la longitud total mediante la adición de las medidas de las longitudes de cada uno de los lados que forma la frontera de la superficie. Por tanto, el tratamiento que debe recibir es el de medida de una longitud, así más que darles la fórmula para hallar los cálculos, se tratará de poner situaciones de medida, en espacios reales y luego en representaciones en papel que pongan el énfasis en los procesos de medida para que el estudiante logre comprenderlos.

1.2 Presentación del problema

Una de las situaciones que resulta conflictiva en el tratamiento de las magnitudes en la escuela tiene que ver con los conceptos de área y perímetro, al igual que sus procesos de medición y cálculo. La mayoría de los estudiantes no parecen captar sus diferencias y terminan designando lo uno por lo otro, sin darse cuenta de que lo que se pone en juego no sólo es el hecho de la dimensionalidad de las medidas, sino que se trata de dos magnitudes diferentes. (SEDUCA. 2006)

Asimismo, en algunos textos escolares[1], aparecen unidades temáticas que se refieren a las magnitudes: "Áreas de las figuras planas"; "Sistema Métrico Decimal"; "Unidades de superficie"; "Unidades de volumen"; "Otras magnitudes", en las cuales, si bien se tratan las magnitudes, se hace de forma aislada y algorítmica. Tanto el texto, como los estudiantes y los docentes se ubican en un contexto de solución de ejercicios y de algunos problemas que involucran magnitudes; éstos no son considerados en contextos de medición y como tal en el proceso de su solución.

Ahora bien, los conceptos geométricos perímetro y área de una figura plana, tienen muchos elementos en común en el plano científico, pero muchos otros

[1] Textos escolares colombianos revisados a propósito de este trabajo, siguiendo como único criterio de selección la demanda de éstos en el mercado; entonces fueron revisados: Estudio Taller Matemáticas 4 y Estrategias en Matemáticas 4, los cuales aparecen referenciados adecuadamente en la bibliografía de este trabajo.

elementos que son únicamente supuestos sobre el plano de las concepciones erróneas de los estudiantes comunes en todo grado escolar. Por ejemplo, las investigaciones de Stavy & Tirosh, (2001), (citados por D´Amore, Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. 2007. p. 44) han demostrado ampliamente que un gran número de estudiantes de todas las edades están convencidos de que existe una relación de estrecha dependencia entre los dos conceptos sobre el plano relacional, del tipo: Si A y B son dos figuras planas, entonces:

- Si perímetro de A > perímetro de B, entonces área de A también > área de B.
- Si perímetro de A < perímetro de B, entonces área de A también < área de B.
- Si perímetro de A = perímetro de B, entonces área de A también = área de B. (por lo cual dos figuras iso-perimétricas serían necesariamente equi-extensas);

Y viceversa, cambiando el orden "perímetro-área" con "área-perímetro".

Es por ello que, inmersos en la importancia que tiene la comprensión de estas magnitudes, se hizo un intento por promover un ambiente distinto de aprendizaje que incluya los Pentaminós[2], buscando que tal ambiente tenga la ventaja de incidir significativamente en el desarrollo intelectual de los estudiantes (Vygotsky, 1978). Dicho intento, estará orientado a través del siguiente interrogante:

---

[2] Los Pentaminós son un tipo de material concreto, construible en diversos materiales como cartón o plástico; está constituido por piezas conformadas por cinco cuadrados unidos por los lados, de tal forma que cada dos de ellos tiene al menos un lado en común, para nuestro trabajo será el manipulable utilizado.

¿Qué elementos teóricos se deben integrar en el diseño de situaciones con los Pentaminós, que permitan a los estudiantes de cuarto grado de básica primaria caracterizar las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras planas?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Identificar elementos teóricos referentes al aprendizaje de los conceptos de área y perímetro que permitan el diseño de situaciones de enseñanza que respondan a algunas de las dificultades que presentan los estudiantes de grado cuarto de educación básica primaria.

1.3.2 Objetivos Específicos

- ✓ Analizar las dificultades que presentan los estudiantes de cuarto grado de educación básica primaria en el aprendizaje inicial de los conceptos de área y perímetro.
- ✓ Determinar los elementos necesarios para el diseño de una situación de aprendizaje que involucre el uso de Pentaminós para el trabajo de los conceptos de área y perímetro con estudiantes de grado cuarto de educación básica primaria.

- ✓ Identificar las características que se presentan en el desarrollo de las actividades respecto de las dificultades señaladas en el aprendizaje de los conceptos de área y perímetro.

1.4 Justificación

La importancia que tiene para el hombre medir las distintas magnitudes se observa al estudiar los diversos sistemas de medida que han utilizado los pueblos a través de su historia; por ejemplo, para la superficie se utilizaban unidades de medida dependientes del tiempo que se tardaba en arar o en sembrar una tierra; para la capacidad de líquidos y sólidos (cereales, frutas, etc.) se utilizaban vasijas de diversos tamaños y formas y; para los pesos su medida dependía de distintas balanzas y pesas de muy distintos materiales.

Cuando el hombre se organiza socialmente ve la necesidad de encontrar unidades de medida que le permitan comparar con más precisión las mediciones efectuadas por estimaciones personales. De este modo, aparecen distintos sistemas de medida, los cuales sería casi imposible considerar la cantidad de medidas usadas por los pueblos de distintas regiones, sistemas con fraccionamientos propios sin regularidad alguna y muy incómodos para los cálculos, no sólo entre distintos sistemas sino dentro de ellos mismos. Hasta hace poco no se había estandarizado

el sistema métrico decimal (S.M.D), que se caracteriza no sólo por ser un sistema regular sino por la coherencia interna entre las distintas magnitudes.
Se tiene entonces, que la medida de las magnitudes ha sido y es, por sus múltiples aplicaciones, importante desde el punto de vista social y científico, por tanto no es de extrañar que la medida de magnitudes haya estado presente en los distintos planes de estudios y en las propuestas curriculares oficiales que se han sucedido en el tiempo.

En los currículos actuales se ha reconocido una autonomía propia al tema de la medida de magnitudes, es el caso de los Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática (NCTM, 1991); éste documento considera que en la medición se debe prestar más atención a la realización de mediciones con patrones no estándar para resolver problemas, y menos atención a memorizar y manipular fórmulas, pues esta práctica de la medida mediante fórmulas oscurece el aspecto general de ella.

Teniendo en cuenta los resultados de las pruebas TIMSS(1996) y a partir del análisis hecho a los resultados de las preguntas que tienen que ver con la medición y el área de figuras planas, se concluyó que los estudiantes colombianos presentan dificultades entre los conceptos de área y perímetro y entre las relaciones que se pueden establecer entre ellos. Esto permite entonces, enfrentar la tarea de revisar y analizar las condiciones del aprendizaje de estos conceptos como una necesidad en el contexto escolar actual.

Aunado a lo anterior y considerando que los ambientes que dan lugar a la Geometría Activa propician el acercamiento a conceptos, mejoran el lenguaje geométrico y se convierte en herramienta para la argumentación y discusión en clase, se propone trabajar con los Pentaminós como una forma de apoyar el esfuerzo constante de los maestros para conceptualizar y, en ocasiones, ejemplificar las ideas y nociones matemáticas dentro del aula de clase, puesto que a través de la creación de experiencias con material concreto se puede abrir un camino importante e interesante que logre ayudar al acercamiento y construcción de dicha conceptualización en geometría.

Según Camargo *et al.* (2002, p.37) se debe enfatizar en la necesidad de crear ambientes de aprendizaje que propicien el trabajo de los estudiantes, para que adquieran confianza, pero a la vez, la responsabilidad necesaria para cuestionarse, indagar y validar sus apreciaciones. En particular, en las actividades que se diseñaron como parte de este trabajo, los estudiantes tuvieron la oportunidad de utilizar este material concreto (Pentaminós) para iniciar el acercamiento a los conceptos de perímetro y área y las relaciones existentes entre dichos conceptos.

Capítulo 2

REFERENTES TEÓRICOS INVOLUCRADOS EN EL DESARROLLO DEL TRABAJO

Capítulo 2: REFERENTES TEÓRICOS INVOLUCRADOS EN EL DESARROLLO DEL TRABAJO

En la primera parte de este capítulo se hace un acercamiento al problema, con reflexiones curriculares y didácticas. En la segunda parte se presentan las características del material empleado para desarrollar las actividades y, finalmente se exponen los elementos teóricos centrales del trabajo a realizar.

2.1 Contextualización

Con el propósito de precisar la manera en que se entiende el problema del aprendizaje de la geometría y, en particular, de los conceptos de área y perímetro se incluye en esta parte del texto algunas implicaciones curriculares que en el pasado se dieron con respecto a la enseñanza de la geometría y, se sigue con la identificación de las dificultades que presentan los estudiantes relacionadas con las características de estas propuestas.

2.1.1 La enseñanza de la geometría en Colombia

La geometría ha tenido un avance científico sólido, fruto de los grandes estudios que han realizado grandes matemáticos, lo cual afecta los procesos de enseñanza de ésta, por ejemplo, el movimiento denominado “new math” o “matemáticas modernas” propuso que la enseñanza de las matemáticas se hiciera con el rigor propio de esta ciencia lo cual produjo, entre otras múltiples consecuencias, que los aspectos de la geometría vinculados con la experiencia sensible se tomaran cada vez menos en cuenta; como una consecuencia de la adopción de dichas posiciones el estudio de la geometría en los currículos de las matemáticas escolares se fue abandonando. Estos cambios no generaron los resultados esperados en el aprendizaje de muchos estudiantes, razón por la cual se hicieron revisiones y análisis que produjeron reacciones a estas posiciones y en consecuencia surgieron nuevas propuestas curriculares que intentaron abordar esta problemática desde otras perspectivas; en Colombia este proceso se vivió de manera similar al resto del mundo y quedó registrado en múltiples documentos y en las experiencias de maestros, que se recogen en las últimas propuestas del MEN donde se señala la importancia de recuperar el sentido espacial, ya que como plantea Howard Gardner en su teoría de las inteligencias múltiples, la inteligencia espacial es esencial para el pensamiento científico, puesto que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas”. (MEN, 1998, p.56).

Una de las propuestas que en Colombia se sucedieron para contribuir con el avance de este proceso estuvo dada en la propuesta de Renovación Curricular en donde se enfatizó en la Geometría Activa como una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio. En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, asimismo, éstos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento, al respecto el documento de estándares de del MEN propone –sobre dicho pensamiento-:

> … contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales. Esto requiere del estudio de conceptos y propiedades de los objetos en el espacio físico y de los conceptos y propiedades del espacio geométrico en relación con los movimientos del propio cuerpo y las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos. (MEN, 2006, p.61)

A través del enfoque de la Geometría Activa se puede lograr este dominio del espacio, ya que ésta parte de la actividad del estudiante y su confrontación con el entorno, se puede decir entonces que la Geometría Activa parte de una serie de actividades en las que el estudiante demuestra poder hacer cosas como dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios, el material para la conceptualización o representación interna de los variados procesos geométricos y métricos. En esta geometría se da prioridad a la actividad antes que a la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas, y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. (MEN, 1998, p.57)

Por ello hoy en día, es fundamental recuperar ese conocimiento en geometría tomando como base propuestas en las que se haga uso de materiales que se puedan manipular y que se concreticen en la realización de diferentes experiencias significativas. Para apoyar la teoría de implementar experiencias significativas, se puede referir al documento de Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas (SEDUCA, 2005, p.57), en el cual se hacen propuestas y reflexiones sobre la necesidad y posibilidad de devolver la dinámica a los sistemas geométricos. Esta visión exige que se creen situaciones problemáticas en las que los estudiantes puedan explorar problemas, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos haciendo énfasis en los procesos de pensamiento y de aprendizaje retomando los contenidos geométricos. Para ello, es importante tener en cuenta que el estudiante pueda manipular los cuerpos geométricos, activar su capacidad mental y que en dicha construcción pueda establecer relaciones.

2.1.2 Dificultades en las propuestas de enseñanza y su relación con las dificultades de los estudiantes

Desde esta perspectiva, la desatención de la geometría como materia de estudio en las aulas y el tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas sesgadas, descuida por un lado el desarrollo histórico de la medición y, por otro, reduce el proceso de medir a sólo una asignación numérica. MEN (1998, p.62).

Se presentan entonces, dos situaciones muy marcadas en los estudiantes cuando se enfrentan con situaciones métricas y geométricas, como lo afirma Dickson (1991) (citado por Gustavo Marmolejo, Geometría, figuras y visualización, 2003, p.3):

> … el descuido en la construcción de la magnitud y el desarrollo de procesos de medición, el no uso de diferentes tipos de unidades para medir el perímetro o el área de una superficie dada y el volumen de un sólido; por ejemplo, se presentan dificultades respecto a la no comprensión de la relación entre el tamaño de la unidad escogida y el número de veces necesario para recubrir una longitud, superficie o espacio dado, al igual que la falta de una comprensión adecuada de las diferentes unidades estándar de medida, tanto en su tamaño como en las conversiones entre ellas, sin tener en cuenta los juicios de sobreestimación, aproximación, error, conservación, entre otros.

Las pruebas TIMMS (1996) dejan ver que la medición se evalúa desde tres tópicos diferentes: evaluación del concepto de medida y unidades estándar, los conceptos de perímetro, área y volumen, así como las fórmulas para determinar estas medidas, estimaciones y errores en el proceso de medida. En este sentido, a partir del análisis de los resultados de las preguntas que tienen que ver con el área de figuras planas los estudios llevan a concluir que:

> … la mayoría de los estudiantes colombianos no están familiarizados con la estrategia básica de descomposición de figuras, en figuras más simples, para facilitar el cálculo de volúmenes, áreas o perímetros… *Hay además indicios de que se presentan confusiones entre los conceptos de área y perímetro*… y que puede haber dificultades con las fórmulas para calcular áreas de figuras como triángulos y rectángulos TIMMS (1996, p.121)

En conclusión, las diversas dificultades con las que se encuentran los estudiantes para la comprensión del área de superficies planas y su relación con el perímetro de las mismas, dada la presencia e importancia de estos conceptos matemáticos en el currículo escolar y el hecho de que la enseñanza “tradicional” no ha logrado avances significativos que permitan mejores resultados, resaltan la importante y urgente necesidad de realizar estudios y propuestas desde nuevas perspectivas teóricas que conlleven a identificar aquellos factores que intervienen en el aprendizaje de dichos conceptos, así como desarrollar análisis e interpretaciones que a su vez sugieran algunos lineamientos que nos permitan el reconocimiento de esta necesidad y que nos brinden los elementos para el diseño de futuras propuestas para la enseñanza de estos temas.

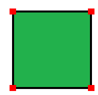
2.2 Características del material empleado: Pentaminós

Para la realización de las intervenciones en clase que se han propuesto para el desarrollo de este trabajo se tomó como referente el empleo de un material con el cual los estudiantes pudieran familiarizarse rápidamente, se presentan entonces sus características generales y las condiciones particulares de su adaptación a los propósitos de este trabajo.

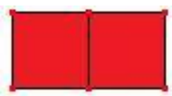
Para hablar de los Pentaminós es necesario referirnos al poliminó o poliominó, que es un objeto obtenido al unir varios cuadrados o celdas del mismo tamaño de forma que cada par de celdas vecinas compartan un lado. Los poliominós son, por tanto, un caso especial de poliformas. Fueron presentados al mundo matemático en 1954, por Solomon W. Golomb, en 1957, Scientific American les dedicó su primer artículo. Desde entonces, se ha convertido en un pasatiempo enormemente popular, del que se han publicado centenares de problemas y configuraciones nuevas y curiosas.

Los poliminós se clasifican en:

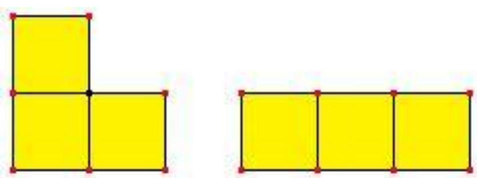
Uniminós: Formados por un solo cuadrado. Sólo existe uno.



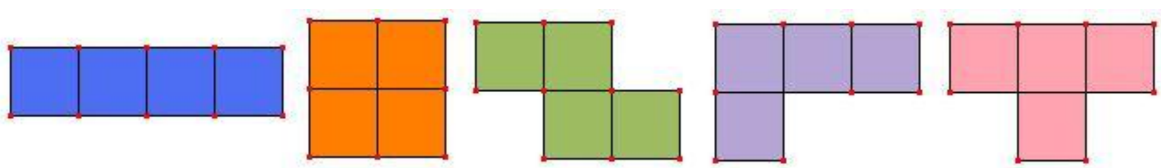
Dominós: Formado por dos cuadrados. Sólo existe uno.



Triminós: Formados por tres cuadrados. Existen dos.



Tetraminós: Formados por cuatro cuadrados. Existen cinco, un uso popular de los tetraminós es el videojuego Tetris[3].



[3]Distintos tetraminos, figuras geométricas compuestas por cuatro bloques cuadrados unidos de forma ortogonal, caen de la parte superior de la pantalla. El jugador no puede impedir esta caída pero puede decidir la rotación de la pieza (0°, 90°, 180°, 270°) y en qué lugar debe caer. Cuando una línea horizontal se completa, esa línea desaparece y todas las piezas que están por encima descienden una posición, liberando espacio de juego y por tanto facilitando la tarea de situar nuevas piezas. La caída de las piezas se acelera progresivamente. El juego acaba cuando las piezas se amontonan hasta salir del área de juego. Tomado de (wikipedia, http://es.wikipedia.org/wiki/Tetris

Pentaminós: Formados por cinco cuadrados. Existen doce[4].

Hexaminós: Formados por seis cuadrados. Existen treinta y cinco.

Los poliminós de órdenes superiores, se utilizan muy poco. De los poliminós anteriormente descritos, los Pentaminós que son las configuraciones que recubren cinco cuadrados adyacentes, son los más destacados por la gran variedad de problemas que se plantean con ellos y corresponden a un total de doce configuraciones de este tipo. Algunas de ellas se asemejan a letras del alfabeto, lo que sirve para lograr formar las piezas cómodamente, dichas piezas son:

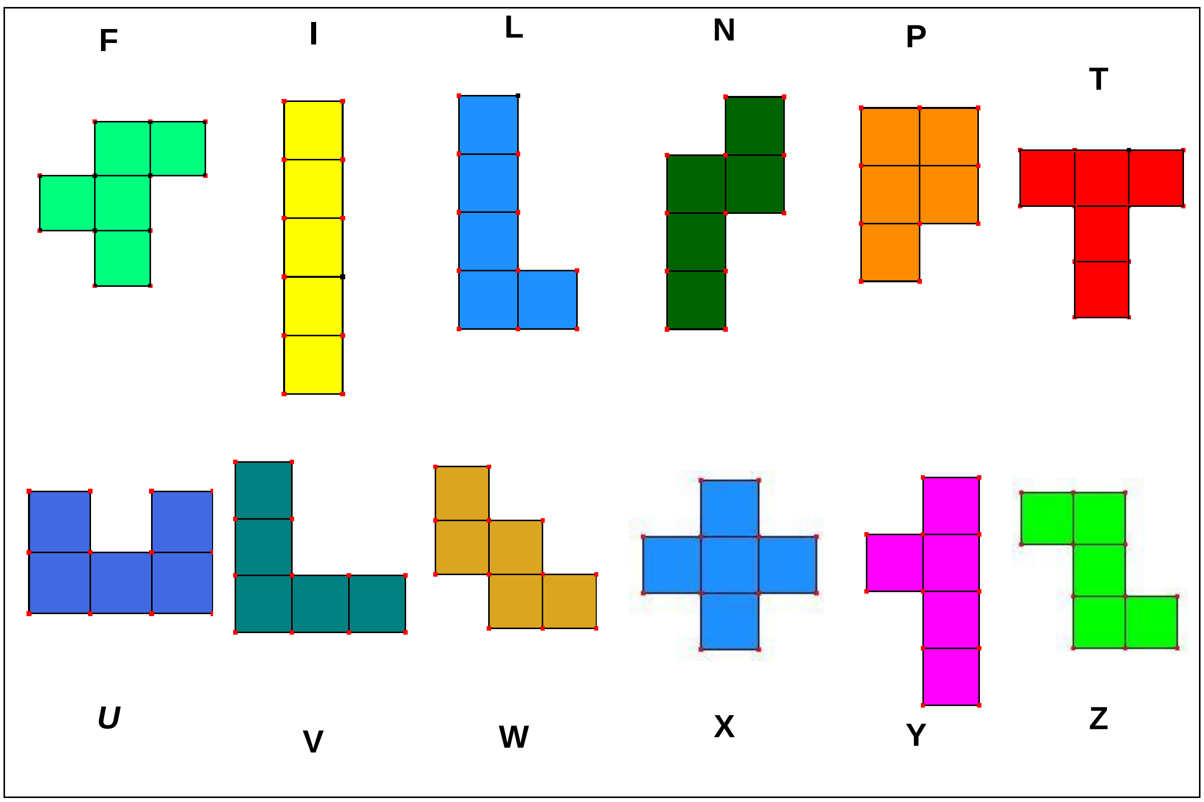


Figura 1. Doce piezas que conforman los Pentaminós.

[4]Los doce Pentaminós se mostrarán más adelante en este documento cuando se amplíe la información de los mismos, ya que hacen parte esencial de nuestro trabajo.

Los doce Pentaminós, que suman en total 60 cuadrados, pueden acoplarse y formar: 1) rectángulos de seis por diez, es decir, utilizando las doce piezas, el jugador debe ubicarlas sin dejar espacios entre ellas, de tal manera que un lado del rectángulo tenga 6 cuadrados y el otro lado tenga diez cuadrados (este rompecabezas tiene 2339 soluciones posibles); 2) rectángulos de cinco por doce cuadrados (1010 soluciones posibles); 3) rectángulos de cuatro por quince cuadrados (368 soluciones posibles), y 4) rectángulos tres por veinte cuadrados (2 soluciones posibles). A continuación, se puede observar una de las múltiples maneras de formar cada uno de los rectángulos mencionados:

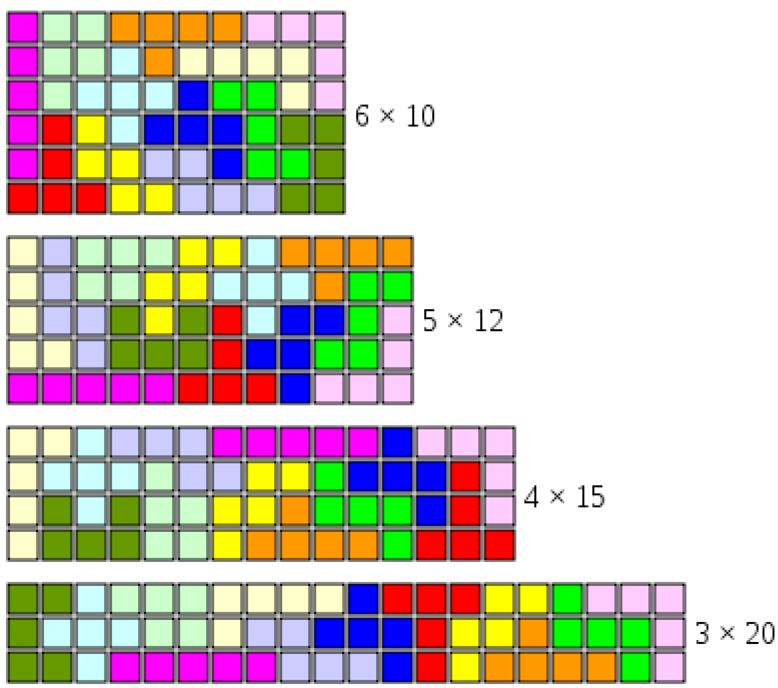


Figura 2. Rompecabezas 2D utilizando las piezas de Pentaminós.[5]

De igual manera, dado un Pentaminó cualquiera, usando nueve de los restantes es posible triplicarlo, es decir, construir un modelo a escala tres veces mayor, cuya

[5] Tomada de http://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Pentomino_sol.svg

longitud y anchura sean triples de las del Pentaminó dado y así extenderse a una amplia gama de aplicaciones.[6]

Con base en lo anterior, se diseñaron tres actividades dirigidas al trabajo con las doce piezas de Pentaminós, con miras a generar un ambiente que propicie la discusión e interacción y, a través de esta dinámica, se promueva el acercamiento a los conceptos de área y perímetro por medio de dicho material. En la primera actividad se hará una construcción de las doce piezas de Pentaminós que se usan generalmente, con el fin de comprender algunas nociones que se movilizan a través de dicha construcción y darle sentido al reconocimiento de dichas piezas, es decir, los estudiantes podrán verificar que a partir de los doce Pentaminós se pueden obtener más piezas por simetría axial o por rotación, pero estas nuevas piezas no cuentan como un Pentaminó diferente. Las otras dos actividades utilizan la manipulación directa de las piezas de Pentaminós ya construidas, las cuales se han diseñado de acuerdo a los propósitos de este trabajo (apartado 3.2 de este documento); ya que como lo dice Camargo *et al.* (2002, p.65) conviene diseñar experiencias de construcción y manipulación pues desarrollan la habilidad para hacer desconfiguraciones y reconfiguraciones de figuras, con el fin de determinar sus características esenciales, paso indispensable en la conceptualización de objetos geométricos.

[6] En las actividades diseñadas para introducir los conceptos de área y perímetro a través de los Pentaminós, se trabajó específicamente sobre la construcción y comprensión de las 12 piezas, asimismo la propiedad de triplicar una de las piezas utilizando 9 piezas.

2.3 Un acercamiento a algunos conceptos matemáticos involucrados en el desarrollo del trabajo

Para abordar el trabajo escolar con respecto a los conceptos que se movilizan a través de la manipulación y aplicación de situaciones de aula con los Pentaminós, es pertinente que los docentes comprendan dichos conceptos y sus relaciones, tanto desde el punto de vista de las matemáticas como desde el de las matemáticas escolares; es claro que este trabajo no pretende proponer una versión de estos conocimientos, sin embargo si se propone un acercamiento a ellos intentando centrarse en aquello que tiene que ver con las actividades propuestas.

2.3.1 Algunas concepciones de la noción de área

De acuerdo a Hemmerling (2002, p.372), la "unidad de área" está íntimamente relacionada con la unidad de distancia y puede considerarse como la región formada por un cuadrado de longitud unitaria y sus punto interiores. Por tanto, si ABCD es un cuadrado cuyo lado tiene un centímetro de largo (figura 12.), la medida de la región encerrada se llama centímetro cuadrado. Otras unidades de área comunes son el metro cuadrado, el kilómetro cuadrado, la pulgada cuadrada y el pie cuadrado.

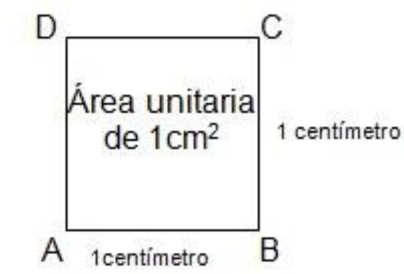


Figura 3.Representación gráfica de $1cm^2$

El área de una región poligonal es el número que expresa cuántas veces una unidad de área dada está contenida en la región poligonal. Por tanto, si AEFG es una unidad cuadrada (figura 13.), puede contarse el número de tales unidades en el área total de ABCD. Entonces se establece que el área de ABCD es de 12 unidades. Si el área de AEFG es $1cm^2$, el área de ABCD es de $12cm^2$.

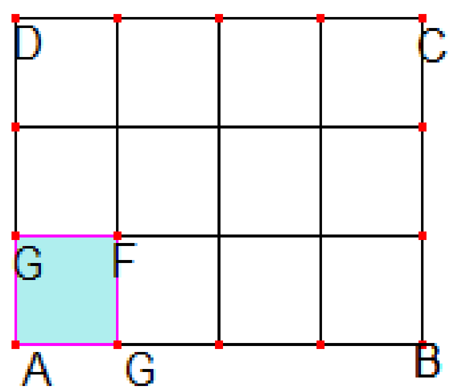


Figura 4. Área de una región poligonal, teniendo una unidad cuadrada

De acuerdo al Módulo 3 de SEDUCA (2006, p. 64) en la escuela la magnitud área es tratada tradicionalmente por una vía aritmética, en donde el trabajo con fórmulas y la conversión de unidades parece ser la única vía que se presenta para la enseñanza de este pensamiento.

La idea de este trabajo es que a través del reconocimiento y la propuesta de "jugar" con las piezas de Pentaminós, el profesor logre abrir un camino de acercamiento a la magnitud área, no con fórmulas ni cálculos como tradicionalmente se hace, sino de una manera dinámica, tomando como unidades de área cada cuadrado que conforma una pieza del Pentaminó, inicialmente se deduce el área de cada pieza, y luego se utilizará cada una de ellas como unidades de área, con el fin de introducir este concepto a través del recubrimiento de figuras poligonales.

Teniendo en cuenta lo que se dice en SEDUCA (2006) "…la percepción de área es el primer tratamiento para la enseñanza de la magnitud área". Según Godino (2002) citado por SEDUCA (2006) "la percepción del área se puede desarrollar a partir de la idea primitiva del recubrimiento de objetos". En este sentido una vía de enseñanza para aproximarse a este proceso perceptivo del área puede ser con el trabajo de unidades no estándar[7] donde el estudiante pueda recubrir superficies intentando hacer medidas aproximativas, e ir introduciendo la idea de subdivisión de una región en partes. SEDUCA (2006, p. 69).

De igual manera, según Zapata y otros (2006) citado por SEDUCA (2006), dentro de la investigación sobre la magnitud área se pudo concluir que el mejor camino

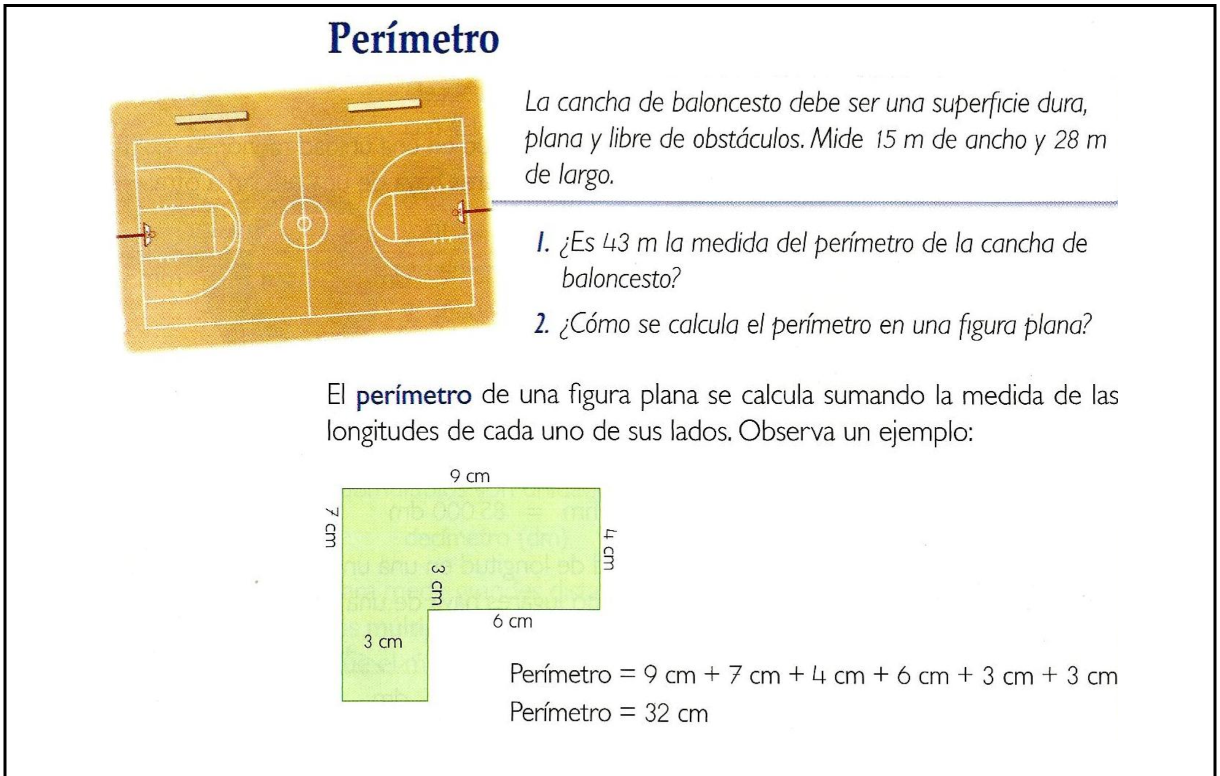
[7] Las unidades no estándar son aquellas con las que se puede medir bajo un sistema regular de unidades, pero no permiten comunicar los resultados de las medidas en cualquier lugar.(Tomado de SEDUCA. 2006 Módulo 3, p.69)

para iniciar con los procesos de mediciones es a partir de unidades no estándar pues son más asequibles y permiten facilitar el acercamiento a la naturaleza continua y aproximativa de la medida, además “ayudan al niño a relacionar el proceso de medida con el medio…que lo rodea” (Olmo y otros, 1992).

2.3.2 Algunas concepciones de la noción de perímetro

De acuerdo a SEDUCA (2006), el perímetro tiene que ver con la magnitud longitud, pues se trata de determinar la longitud de la línea poligonal que encierra la figura o la superficie, o de otro modo, de determinar la longitud total mediante la adición de las medidas de las longitudes de cada uno de los lados que forma la frontera de la superficie. (Módulo 3, p. 90)

A través de los libros de texto podemos observar que la magnitud perímetro es abordada de igual manera que la magnitud área, es decir, se tiene en cuenta un cálculo aritmético para la definición y abordaje de la misma, no existe un análisis diferente que permita reflexionar más allá de la realización de una operación, apoyándonos en el texto de Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas (2006): los estudiantes tratan de “hallar el perímetro mediante la suma de los lados” de una figura, pero, en dicho proceso no se enfatiza en la dimensionalidad de la medida y el uso de las unidades (SEDUCA, Módulo 3, p. 90). A continuación se observa la forma como algunos libros de texto de cuarto de primaria abordan la magnitud perímetro.



Perímetro

La cancha de baloncesto debe ser una superficie dura, plana y libre de obstáculos. Mide 15 m de ancho y 28 m de largo.

1. *¿Es 43 m la medida del perímetro de la cancha de baloncesto?*
2. *¿Cómo se calcula el perímetro en una figura plana?*

El **perímetro** de una figura plana se calcula sumando la medida de las longitudes de cada uno de sus lados. Observa un ejemplo:

Perímetro = 9 cm + 7 cm + 4 cm + 6 cm + 3 cm + 3 cm
Perímetro = 32 cm

Figura 5. Forma de presentación del perímetro en un libro de texto[8]

En este trabajo se quiere utilizar el material concreto (Pentaminós), para proponer a través de éste una situación de medición, sin la necesidad de utilizar instrumentos de medida convencionales, como se mencionó al hablar de la magnitud área, es conveniente utilizar unidades de medida no estándar para iniciar los procesos de medición. Para dicho proceso de medida, el estudiante sólo debe tener en cuenta que cada pieza de Pentaminó está formada por cinco cuadrados y la partición de los mismos se ve claramente en la frontera de cada pieza, de este modo la estrategia de medición será simplemente contar el número de “particiones” de la frontera de la pieza.

[8] Tomado de Estrategias en Matemáticas (2009). p.98

2.3.3 Elementos geométricos que se involucran en la construcción de los Pentaminós

A continuación se presentan algunos elementos que surgen como parte de la construcción del manipulable con el cual se trabajó, los cuales se abordan desde diferentes miradas con el fin de dar una idea general de las consideraciones hechas en la delimitación de las actividades.

a. Algunas miradas de la noción de congruencia

Según Hemmerling (2002, p.117), dos figuras son congruentes cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño[9].La palabra congruente se deriva de las palabras latinas *con* que significa "con" y *gruere*, que significa "concordar, convenir". Las figuras congruentes pueden hacerse coincidir, parte por parte. Las partes coincidentes se llaman partes correspondientes. El símbolo para denotar congruencia es $\cong$. Este símbolo es una combinación de los dos símbolos "=" que significa tener el mismo tamaño y "~" que significa tener la misma forma.

En la escuela y particularmente en diferentes libros de texto se aborda el concepto de congruencia así: dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y tamaño, aunque su posición u orientación sean distintas.

Desde nuestro trabajo, la congruencia está dada por una relación de isometría, es decir, por una transformación relacionada con una rotación de una figura, cuya

[9] Frecuentemente hablamos de dos cosas que tienen el mismo tamaño. En geometría se usa la palabra "congruente" para definir lo que intuitivamente decimos que "tienen el mismo tamaño y la misma forma". Podemos pensar en las figuras congruentes como si una fuera un duplicado de la otra.

forma y tamaño no cambian, por lo que se considera la misma figura aunque su posición sea distinta. Por ejemplo:

Las siguientes parejas de figuras muestran poliminós que son claramente congruentes por simple rotación (mental) de una de ellas:

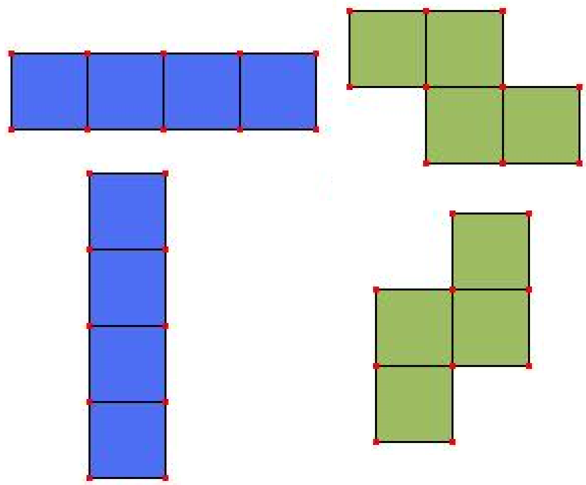


Figura 6. Poliminós congruentes

Sin embargo, y este será un caso recurrente en las actividades que haremos con los estudiantes, existen poliminós que guardan una relación de congruencia que resulta no ser tan evidente, por ejemplo:

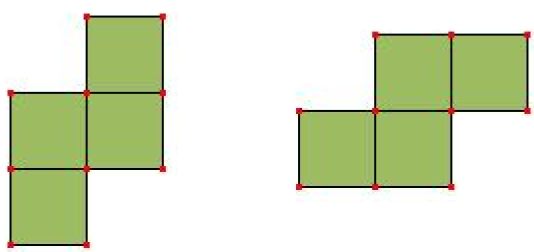


Figura 7. Poliminós congruentes

Este tipo de situaciones afectan las actividades del tipo “acoplar piezas”, señalado arriba, ya que una cierta configuración se relaciona con sólo una de las dos piezas anteriores.

b. Algunas miradas de la noción de simetría

En palabras de Euclides:

> En i): dos puntos P_1 y P_2 son simétricos respecto de un tercero O^* en Re^3 si y sólo si O^* es el punto medio del segmento de recta cuyos extremos son P_1 y P_2. En ii): dos puntos P_1 y P_2 son simétricos respecto de una recta L^* en Re^3 si y sólo si el segmento de recta cuyos extremos son P_1 y P_2 es bisecado ortogonalmente por L^*, y en iii): dos puntos P_1 y P_2 son simétricos respecto de un plano π^* en Re^3, si y sólo si el segmento de recta cuyos extremos son P_1 y P_2 es bisecado ortogonalmente por π^*.

La simetría es abordada en la escuela por la mayoría de los textos así: Una figura es simétrica si al doblarla, sus dos partes son congruentes. La línea del doblez se denomina eje de simetría. (Arévalo, 2009. p.146)

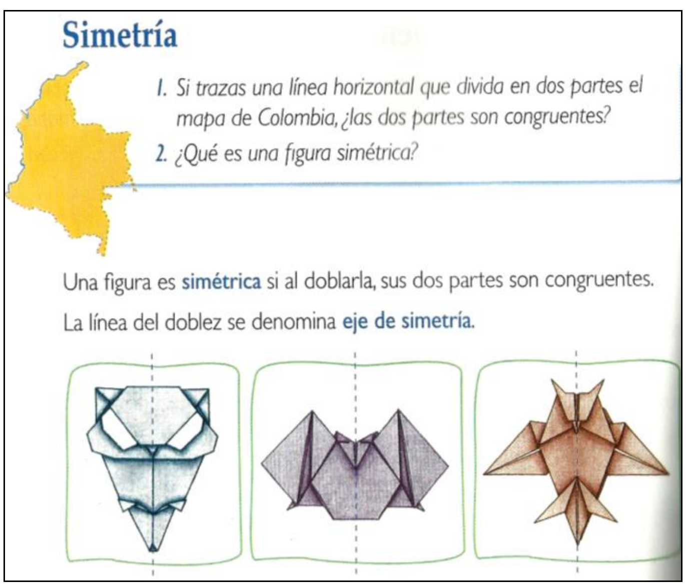


Figura 8. Cómo se aborda la simetría desde un libro de texto[10]

[10] Tomado de Estrategias en Matemáticas, 2009, p. 146

En la figura se observa cómo aborda este libro de texto el concepto de simetría, retoma el concepto de congruencia, que aparentemente ya fue estudiado, para luego definir con base en este, el concepto de simetría. En la siguiente figura, se ilustra la manera cómo los autores del libro, invitan a los estudiantes a ejercitar el concepto que acaba de ser definido, finalizando con ello el tema.

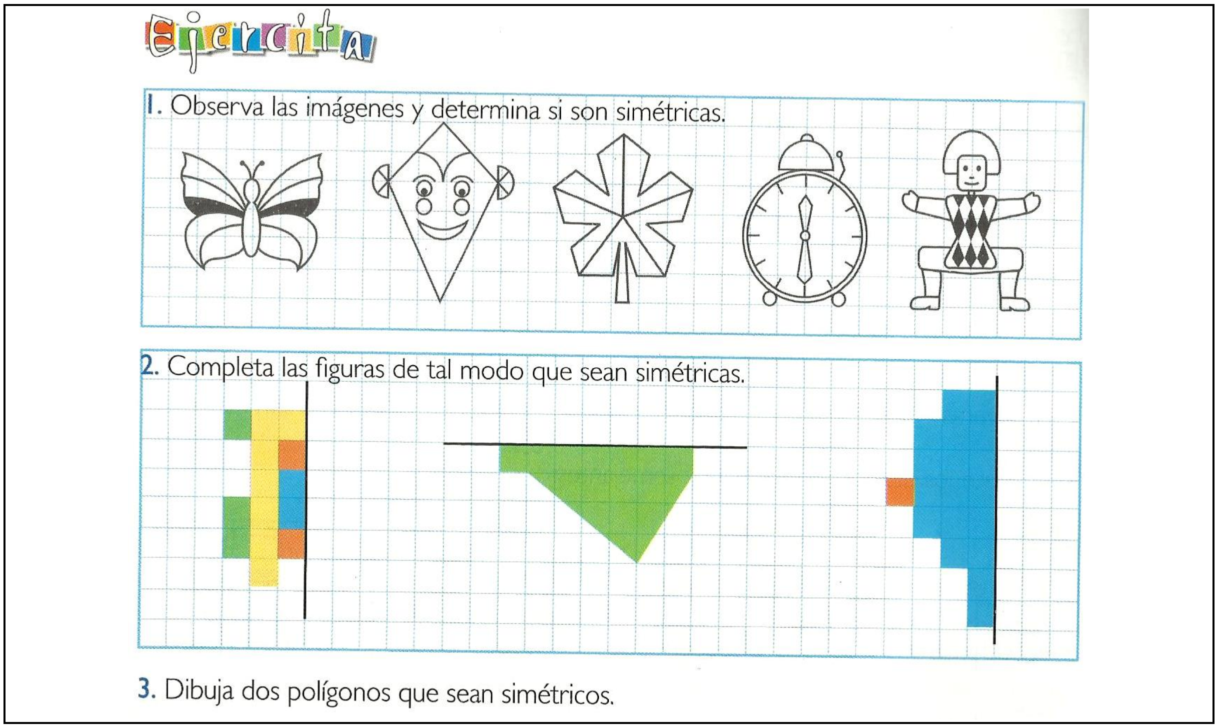


Figura 9. Ejercicios para afianzar el concepto de simetría[11]

En este trabajo, la simetría aparece en el momento de finalizar la primera actividad, cuando después de recopilar en una cartelera los dibujos que los estudiantes deben obtener (estos dibujos que se obtendrán deben ser los mismos para todos ya que la actividad será dirigida hacia ello, para evitar "encontrar"

[11]Tomado de Estrategias en Matemáticas, 2009, p.146

figuras que no correspondan a las piezas de Pentaminó que se deben construir) se hará un análisis visual comparativo, entre las figuras obtenidas y de allí la importancia del concepto de simetría, pues permitirá evidenciar que de una pieza se pueden obtener otras por simetría axial, sin embargo, sólo es necesario una de ellas. A continuación se ilustra un ejemplo de ello:

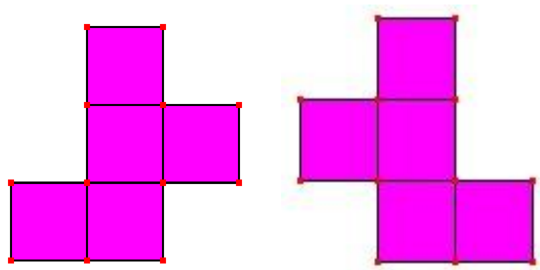


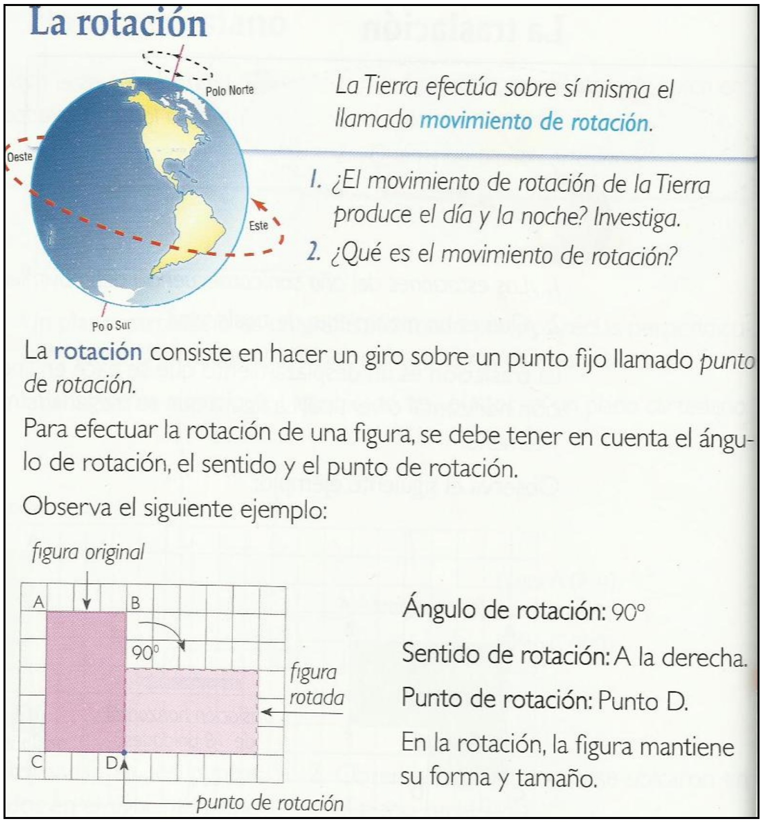
Figura 10. Pentaminós simétricos

Las figuras anteriores muestran un claro ejemplo, donde se utilizará la simetría para determinar que estas dos piezas son congruentes por simetría axial y que por lo tanto se está hablando de una sola pieza, que en este caso es la F-pentaminó.

c. Algunas miradas de la noción de rotación

Desde la mirada de algunos libros de texto se aborda la rotación comparándola con el movimiento de la Tierra y luego definiéndola así: La rotación consiste en hacer un giro sobre un punto fijo llamado punto de rotación. Para efectuar la rotación de una figura, se debe tener en cuenta el ángulo de rotación, el sentido y el punto de rotación (Arévalo, 2009, p. 144). La figura 11 muestra lo anterior.

En otros textos, se aborda de la siguiente manera: Se denomina rotación al giro que realiza una figura plana alrededor de un punto, llamado centro de rotación, y a lo largo de un ángulo de giro (Equipo Ediciones SM, 2008, p.161).



La rotación

La Tierra efectúa sobre sí misma el llamado **movimiento de rotación**.

1. ¿El movimiento de rotación de la Tierra produce el día y la noche? Investiga.
2. ¿Qué es el movimiento de rotación?

La **rotación** consiste en hacer un giro sobre un punto fijo llamado *punto de rotación*.

Para efectuar la rotación de una figura, se debe tener en cuenta el ángulo de rotación, el sentido y el punto de rotación.

Observa el siguiente ejemplo:

Ángulo de rotación: 90°

Sentido de rotación: A la derecha.

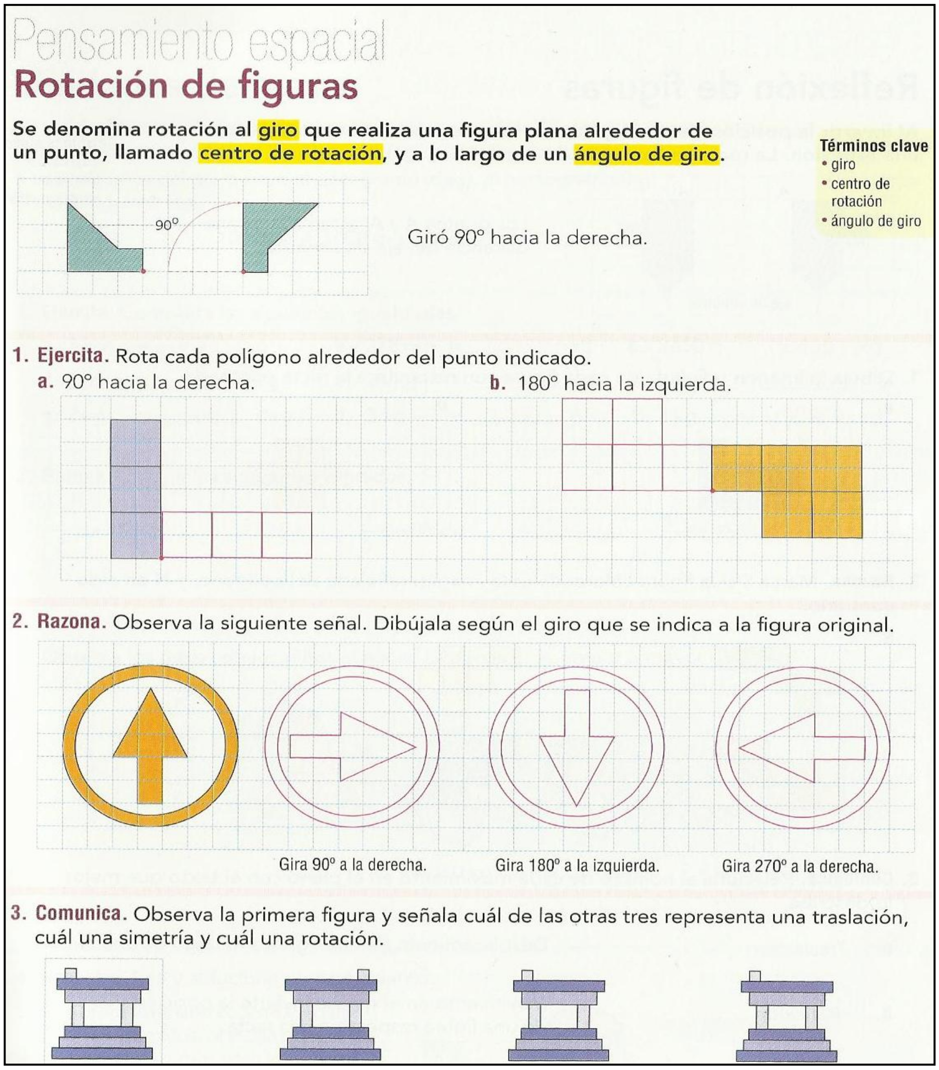
Punto de rotación: Punto D.

En la rotación, la figura mantiene su forma y tamaño.

Figura 11. Concepto de rotación y ejemplificación del mismo[12]

En la figura 12 se ve otra manera de conceptualizar la rotación en un texto escolar y luego una serie de ejercicios donde se invita a los estudiantes a ejercitar sobre dicho concepto (parte de los ejercicios tienen solución por ser el texto para el maestro).

[12]Tomado de Estrategias en Matemáticas 4 (libro para el docente), 2009, p.144


Pensamiento espacial

Rotación de figuras

Se denomina rotación al giro que realiza una figura plana alrededor de un punto, llamado centro de rotación, y a lo largo de un ángulo de giro.

Términos clave
- giro
- centro de rotación
- ángulo de giro

90º

Giró 90º hacia la derecha.

1. Ejercita. Rota cada polígono alrededor del punto indicado.
a. 90º hacia la derecha. **b.** 180º hacia la izquierda.

2. Razona. Observa la siguiente señal. Dibújala según el giro que se indica a la figura original.

Gira 90º a la derecha. Gira 180º a la izquierda. Gira 270º a la derecha.

3. Comunica. Observa la primera figura y señala cuál de las otras tres representa una traslación, cuál una simetría y cuál una rotación.

Figura 12. La rotación en un libro de texto[13]

En este trabajo se evidencia el concepto de rotación desde una perspectiva relacionada con la congruencia, cuando se define ésta como una relación de isometría, es decir, cuando se determina que una pieza de Pentaminó es igual a otra, así su posición sea diferente. Por ejemplo, las figuras 13. y 14 muestran, por un lado piezas de Pentaminós, que los estudiantes deben obtener a partir de

[13] Tomado de Estudio Taller Matemáticas 4 (Guía Docente), 2008, p. 133

algunas instrucciones dadas en las actividades que deben desarrollar y, por otro lado, la pieza del Pentaminó que se utilizará para el desarrollo de las actividades, la congruencia de estas dos piezas se determinará por rotación.

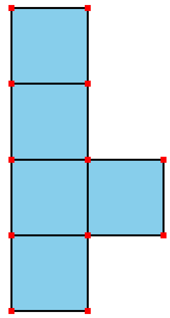


Figura 13. Y-Pentaminó

En la figura 13 se ilustra la Y-Pentaminó, a la izquierda la figura que al rotar equivale a la figura de la derecha.

La figura 14 muestra nuevamente por un lado, la N-Pentaminó que se obtendrá por los estudiantes, y por otro lado, cuando esta pieza se rota, es evidente que se trata de la N-Pentaminó establecida como una de las doce piezas del Pentaminó.

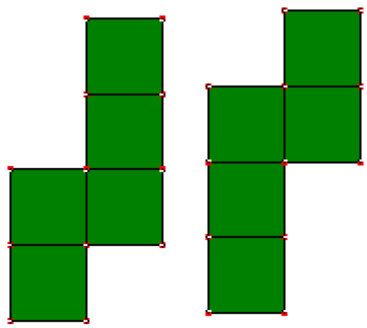


Figura 14. N-Pentaminó

2.4. Elementos de reflexión sobre el aprendizaje de las matemáticas y el pensamiento métrico en particular

En el diseño y análisis de las actividades fue importante tener en cuenta algunas consideraciones que, sobre el aprendizaje de las matemáticas, se han propuesto referentes a las condiciones y particularidades del mismo; se presentan entonces algunas de dichas consideraciones. Además de algunas consideraciones sobre la enseñanza del pensamiento métrico en particular.

Hay por lo menos dos características típicas de la actividad cognitiva propia de los procedimientos matemáticos que marcan una diferencia con la actividad cognitiva para el aprendizaje de otras disciplinas. En primer lugar se recurre a varios registros de representación, algunos de los cuales han sido desarrollados específicamente para efectuar tratamientos matemáticos (el álgebra, sistema de numeración posicional, etc.); por otra parte, los objetos matemáticos nunca son accesibles por la percepción, como podrían serlo la mayoría de los objetos de otras disciplinas tienen la característica de no poder ser asequibles de una forma directa sino a través de sus representaciones. Esto lleva a que en el aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes se encuentren con muchas dificultades y obstáculos al confundir la representación con lo representado. Desde esta perspectiva semiótica, se considera que no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue el objeto de su representación, si no hay una movilización de diferentes tipos de registros de representación semióticos y si, por parte del sujeto, no hay una debida coordinación entre los sistemas semióticos movilizados por él. (DUVAL. 1996, pp. 349-382).

La actividad matemática en los cursos de geometría, durante la educación básica primaria, se realiza a través de varios tipos de registros semióticos, entre los que se distinguen el de las figuras y el de los gráficos, además del lenguaje natural y los números. Para la mayoría de los profesores, el papel de ayuda o apoyo didáctico que juegan las figuras y los gráficos en la enseñanza de la geometría, se fundamenta en la creencia popular que basta con verlos para acceder al contenido representado y, por tanto, no se consideran objetos de enseñanza. En la única etapa escolar que existe una intencionalidad de enseñanza de estos dos registros semióticos es en la etapa preescolar, pero está más orientada al desarrollo de la motricidad fina y al reconocimiento de figuras por parte del alumno, que al desarrollo de algún tipo de racionalidad de orden geométrico. Posteriormente, en los cursos de educación básica primaria, los estudiantes deben, a partir de ese reconocimiento visual y de esa actividad motora adquirida, entender todas las posibilidades que brindan los dos registros.

El Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas es uno de los que registra un bajo nivel de logros alcanzados. Estos bajos resultados se relacionan, por un lado, con algunas características que se dan en la enseñanza de la medida en las instituciones escolares (MEN. 1998, p.62): la desatención de la geometría como materia de estudio en las aulas, el tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas sesgadas, la introducción a la medida bajo la utilización de instrumentos refinados y complejos, descuidando la construcción de la magnitud y el desarrollo de procesos de medición, y el desconocimiento del desarrollo histórico de la medida. Por otro lado, con las diversas dificultades que para los alumnos conllevan las ideas de las nociones de medida (DICKSON, *et ál*. 1991), la no comprensión de la relación entre el tamaño de la unidad escogida y el número de veces necesario para recubrirla en una longitud, superficie o espacio dado; la falta de una comprensión adecuada de las diferentes unidades estándar de medida, tanto en su tamaño, como las respectivas conversiones entre ellas; el no uso de diferentes tipos de unidades para medir el perímetro o el área de una superficie dada y el volumen de un sólido; los problemas diseñados con fines educativos, típicos de las matemáticas escolares, pueden ir en detrimento de la comprensión de la verdadera naturaleza del proceso de medida, pues se dejan por fuera los juicios sobre estimación, aproximación, error, pues lo que preocupa son los aspectos numéricos y de recuento: la no captación de la idea de conservación en los diferentes contextos de cada uno de los sistemas de medidas; y la incapacidad de distinguir magnitudes diferentes (MARMOLEJO. 2003, pp 4-8)

Asimismo, desde una mirada a los textos (como uno de los referentes del currículo) y a manera de crítica con respecto a los conceptos fundamentales del Pensamiento Métrico (Módulo 3. 2006, p.22), se destaca lo siguiente:

• Con respecto al concepto de la magnitud: no hay un tratamiento previo de la cualidad como tal que permita percibirla; esto es, aislarla y distinguirla de las demás cualidades propias del objeto, situación que desde la perspectiva del adulto, para el niño es obvia y no parece esencial.

• Con respecto al uso de las unidades: tienen un papel poco significativo en los procesos desarrollados, y sólo se utilizan para hacer los cálculos de conversión, olvidando el papel de la unidad como un tercer agente, intermediario, que permite comparar y cuantificar las magnitudes. Se desconoce que la unidad de medida y su representación patrón son cosas diferentes y sólo se hace uso de unidades estandarizadas.

• Con respecto a las actividades de medida: están ausentes, quizás como consecuencia del poco uso que se hace de las unidades de medida. Bajo esta perspectiva se priva a los alumnos de la actividad de medir, al dárseles en los ejercicios y problemas, las medidas con su asignación numérica; lo cual los aleja de otras posibilidades relacionadas con el uso de instrumentos de medida.

Dado que la estimación, implica un dominio más abstracto de los conceptos “unidad de medida” y “asignación numérica”, no se hacen actividades relacionadas con ella y se desconoce su papel en la resolución de problemas.

Por último, como afirman Olmo Romero, Moreno Carretero y Gil Cuadra (1993) citados por (Marmolejo, 2003), con respecto a la enseñanza del área y del volumen:

> Debe realizarse un estudio integral de la cualidad y de su medida, que permita aislarla, comparar objetos respecto de ella, plantear la necesidad de una unidad de medida, conocer y usar las diferentes unidades, estimar la medida del volumen de un objeto, y finalmente, aplicar todos éstos conocimientos a situaciones problemáticas de la vida cotidiana. Ha sido frecuente encontrar textos en los que tras una muy breve introducción sobre la cualidad han estudiado las unidades de medida, olvidándose de los demás aspectos, lo que en nuestra opinión es un tratamiento empobrecido e incompleto que sólo puede conducir a un aprendizaje memorístico y nada útil. (p. 113).

Con todos estos elementos se espera entonces poder tener las condiciones para diseñar, aplicar y analizar una situación de aprendizaje que involucre los conceptos de área y perímetro y sus relaciones para estudiantes de cuarto grado de Educación Básica Primaría.

Capítulo 3

CONCEPCIÓN Y DISEÑO DE LAS SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Capítulo 3: CONCEPCIÓN Y DISEÑO DE LAS SITUACIONES DE APRENDIZAJE

En este capítulo se presenta el desarrollo metodológico del trabajo, desde su concepción y fundamentación hasta el diseño de las actividades que se aplicaron. Inicia con una descripción de las fases en el desarrollo del trabajo y posteriormente se incluyen las actividades y los elementos que intervienen en su diseño –análisis preliminar.

3.1 Fases en el desarrollo del trabajo: La formulación del proyecto y la definición de la metodología

La formulación, ejecución y sistematización de la información de este trabajo, tiene como referente metodológico una investigación experimental. Teniendo en cuenta esta perspectiva, el investigador asume su participación desde dos sentidos, uno como investigador de aula, y otro como miembro activo y partícipe de los procesos que se movilizan dentro del aula de clase, lo que le permite ajustar la metodología a las necesidades del trabajo y asumir una mirada crítica frente a lo que se desarrolla en dicha aula.

La investigación se llevó a cabo a partir de cuatro fases:

En la primera fase se indagó sobre la temática planteada y la problemática que surgió se ilustró a través de la siguiente pregunta: ¿Qué elementos teóricos se deben integrar en el diseño de situaciones con los Pentaminós, que permitan a los estudiantes de cuarto grado de básica primaria describir y argumentar relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes?

En la segunda fase se identificaron las variables relevantes para el diseño de las situaciones de aprendizaje. En este proceso fue necesario revisar documentos de investigación sobre la problemática, para determinar una perspectiva al respecto del trabajo realizado. Con base en ello, se elaboró la justificación y los referentes teóricos del proyecto, identificándose hipótesis iniciales para contrastarlas con el trabajo realizado en el aula.

La fase tres se dedicó al diseño de las actividades como elementos que sirvieron para la recolección de información, los cuales permitieron conocer una aproximación de los niveles de comprensión que alcanzaron los estudiantes sobre los conceptos de área y perímetro y sus relaciones, dado que ello era lo que buscaba movilizar el diseño de dichas situaciones.

En la última fase se llevó a cabo el proceso de intervención en el aula, la primera actividad se diseñó como un acercamiento y comprensión del material que se utilizó, a través de la construcción del mismo, con base en los primeros resultados obtenidos al iniciar la actividad, se hicieron los ajustes pertinentes para finalizar la aplicación de la misma. La segunda y tercera actividad permitió a los estudiantes realizar un acercamiento a los conceptos de área y perímetro, al realizar mediciones de área y perímetro con unidades de medida no estándar y a establecer relaciones entre las medidas de área y perímetro de figuras como los Pentaminós. Asimismo, esta actividad buscaba tener un referente de los logros alcanzados por los estudiantes luego del proceso de aplicación.

Finalmente se sistematizaron los resultados obtenidos luego de la implementación de las actividades teniendo en cuenta los objetivos propuestos en el proyecto.

3.2 Diseño de la situación de aprendizaje

Para este trabajo se diseñaron tres actividades de aula relacionadas con los poliminós, específicamente con los Pentaminós. Los Pentaminós son un grupo de cinco cuadrados unidos por los lados, de tal forma que cada dos de ellos tiene al menos un lado en común. Dichas actividades fueron elaboradas teniendo en cuenta la propuesta del Ministerio de Educación Nacional a través de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares de Competencias Básicos de Matemáticas en relación con el desarrollo del pensamiento métrico, en particular, el proceso de aprendizaje del estudiante en cuanto al inicio de la conceptualización de las unidades de medida y la medida de superficies. Las actividades están articuladas entre sí y buscan promover en los estudiantes una actitud reflexiva frente a las relaciones existentes entre los conceptos de área y perímetro.

La primera actividad se titula "Conociendo los Pentaminós", ésta tiene como objetivo el reconocimiento del material didáctico, es decir, "construir" con los estudiantes las doce fichas que componen el material, el cual nos permitirá trabajar acerca de las nociones de perímetro y área.

La segunda actividad se titula "Comparemos áreas y perímetros", a través de la cual se quiere inicialmente que los estudiantes calculen el área y el perímetro de cada ficha, utilizando como unidad de medida un cuadrado o cuadro de los que componen los cinco cuadrados que conforman cada ficha. Por último, establecer comparaciones entre estas dos magnitudes, de acuerdo a los resultados obtenidos.

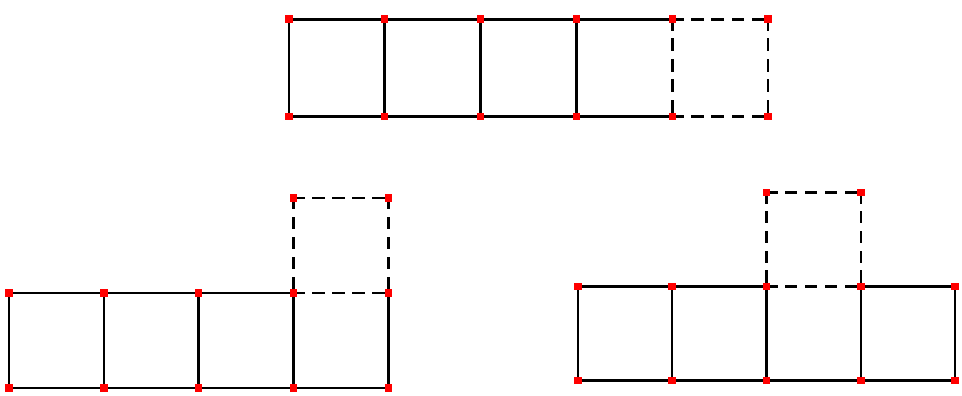
La tercera actividad, "Vamos a triplicar", pretende aplicar una de las propiedades de los Pentaminós: dada una ficha, ésta se puede triplicar utilizando nueve fichas, luego de "construir" las fichas a escala, los estudiantes deben establecer relaciones entre el perímetro y el área de las fichas triplicadas y las fichas normales. La idea de que los estudiantes establezcan estas relaciones es para que ellos evidencien que no existe una relación dependiente entre la magnitud área y la magnitud perímetro, es decir, que si el perímetro de una figura aumenta no necesariamente el área de esa misma figura aumentará y viceversa.

A continuación se presentan las actividades diseñadas como objetivo de este trabajo y, se realiza para cada una de ellas el desarrollo de las consideraciones relativas al análisis pre eliminar.

3.2.1 ACTIVIDAD 1: CONOCIENDO LOS PENTOMINÓS

3.2.1.1 Actividad trabajada con los estudiantes

1. Dibuja en la hoja cuadriculada cuatro cuadros en línea (unidos por uno de sus lados) con el lápiz negro.
Luego dibuja otro cuadro, usando el lápiz de color, de tal forma que quede unido por un lado al dibujo anterior, repite este procedimiento tantas veces como sea posible. Observa el ejemplo (El cuadro punteado es el que debes hacer de color)



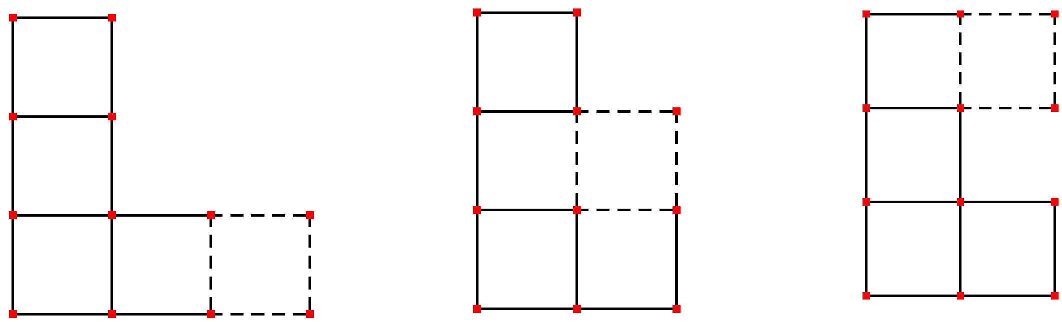
¿Cuántos dibujos obtuviste?

R ____.

Observa y compara los dibujos obtenidos ¿cuántos de ellos son diferentes entre sí? ¿Por qué?

R ____

2. Dibuja en la hoja cuadriculada cuatro cuadros en forma de "L" con el lápiz negro. Luego dibuja otro cuadro, usando el lápiz de color, de tal forma que quede unido por un lado al dibujo anterior, repite este procedimiento tantas veces como sea posible. Observa el ejemplo. (El cuadro punteado es el que debes hacer de color)



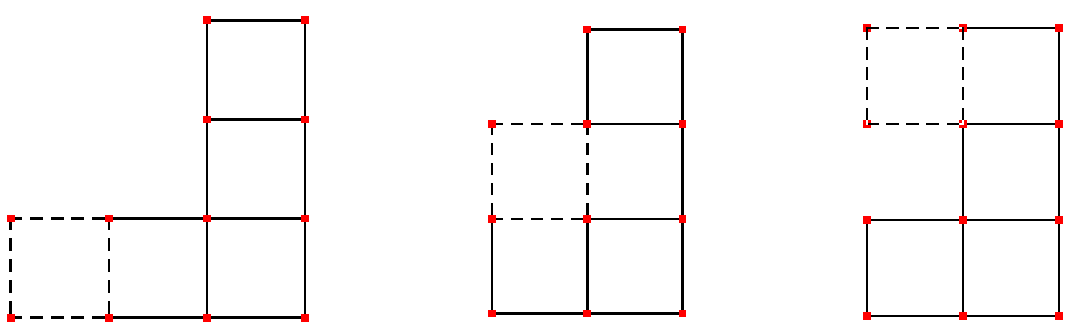
¿Cuántos dibujos obtuviste?

R ____.

Observa y compara los dibujos obtenidos ¿cuántos de ellos son diferentes entre sí? ¿Por qué?

R ____

3. Dibuja en la hoja cuadriculada cuatro cuadros en forma de "L" con el lápiz negro. Luego dibuja otro cuadro, usando el lápiz de color, de tal forma que quede unido por un lado al dibujo anterior, repite este procedimiento tantas veces como sea posible. Observa el ejemplo. (El cuadro punteado es el que debes hacer de color)



¿Cuántos dibujos obtuviste?

R ____.

Observa y compara los dibujos obtenidos ¿cuántos de ellos son diferentes entre sí? ¿Por qué?

R ____
____

3.2.1.2 Análisis preliminar de la actividad 1

Estándares Curriculares de Matemáticas asociados

- Comparar y ordenar objetos respecto a atributos mensurables.
- Utilizar técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

Descripción general

La actividad inicia a través de la invitación a conocer un juego que se puede utilizar en la clase de geometría. Se le indicará a los estudiantes que deben construir los dibujos que corresponderán a las fichas que conforman el juego, explicándoles que son doce fichas en total y mostrándoles dos fichas en tamaño grande: las fichas correspondientes a las letras "X" y "W". A continuación, se entregará una hoja con las instrucciones dadas para "construir" las fichas del juego y se explicará en el tablero paso a paso las instrucciones, en la medida que se vayan solucionando se irá concluyendo en el tablero. Finalmente, se mostrará por medio de carteleras, los dibujos que los estudiantes debieron obtener al desarrollar los tres puntos de la actividad y de manera grupal y participativa se compararán y escogerán las doce piezas que forman el juego completo de

Pentaminós. Asimismo, con fichas grandes[14], se manipularán aplicando rotaciones o reflexiones, para compararlas con los dibujos obtenidos por los estudiantes.

El objetivo de esta actividad, además de familiarizar a los estudiantes con el material didáctico es la comprensión de las fichas del Pentaminó, es decir, que existen 63 formas posibles de Pentaminós pero en realidad se reducen a 12, ya que las 51 restantes son obtenidas a través de la rotación y/o simetría de otra ficha, siendo estas 51, iguales a las doce piezas originales. En el diseño de esta actividad los estudiantes obtendrán 28 posibles piezas, ya que por efectos de tiempo, las instrucciones y preguntas se diseñaron para ser dirigidas a esta cantidad, no obstante, es importante tener en cuenta la cantidad real de piezas que se pueden obtener a través de dichas transformaciones. Se espera que los estudiantes logren encontrar y comprender esta relación.

A continuación se mencionan las diferentes variaciones que se pueden obtener de cada una de las piezas de Pentaminó:

- **L, N, Y, P y F** pueden orientarse de 8 formas: 4 por rotación y 4 más por simetría axial.
- **Z** puede orientarse de 4 formas: 2 por rotación y 2 más por simetría axial.
- **T, V, U y W** pueden orientarse de 4 formas por rotación.
- **X** sólo puede orientarse de una forma.

[14] Las fichas grandes hacen referencia a las 12 piezas de Pentaminós en un tamaño fácil de visualizar desde la ubicación de los estudiantes hacia el tablero en un salón de clase tradicional.

Por ejemplo, las 8 variaciones de Y-Pentaminó serían:

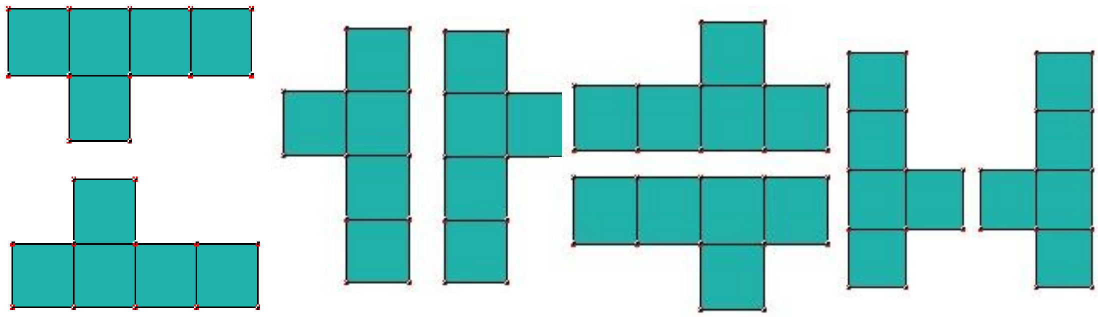


Figura 15. Variaciones posibles de la Y-Pentaminó

Gestión y recursos

Esta actividad se desarrolló de manera individual. Cada estudiante tenía la copia con las indicaciones, una hoja cuadriculada, lápiz negro y un lápiz de color. Los estudiantes debían dibujar en la hoja teniendo en cuenta la instrucción que se dió en el tablero para obtener diez de las fichas que conforman los doce Pentaminós, las dos fichas restantes se mostraron primero en tamaño grande para evidenciar que no importa su rotación y/o reflejo, siempre se obtiene la misma ficha. La actividad se realizó en una hora de clase de 50 minutos y se concluyó acerca de la cantidad exacta de Pentaminós existentes, es decir, doce y no cincuenta y uno o veintiocho que en nuestro caso es la cantidad de dibujos que obtienen los estudiantes al finalizar la actividad.

Para esta actividad se necesitaron los siguientes materiales: hojas de registro, hojas de instrucción, lápiz negro, lápices de colores, un juego de Pentaminós "grande", marcadores borrables y tablero.

Preguntas planteadas y resultados esperados

Con la primera pegunta se esperaba que los estudiantes obtuvieran los 10 posibles dibujos (ver figura 16), a partir de allí compararlos y encontrar los que son iguales entre ellos, teniendo en cuenta que una ficha puede ser igual a otra, aunque ésta se "vea girada".

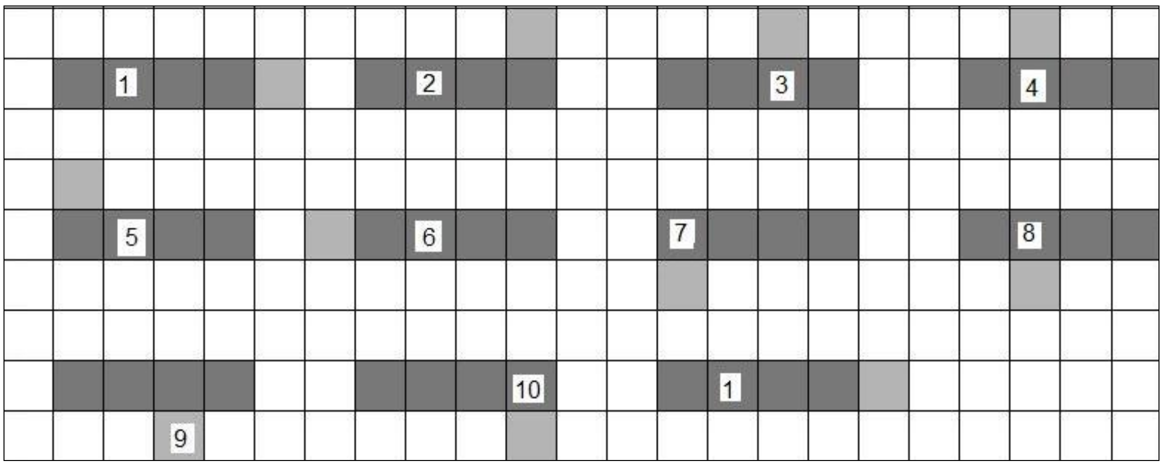


Figura 16. Dibujos que los estudiantes deben obtener con la primera pregunta

El dibujo 1 y el 6 son exactamente iguales, como también el último que además indica que la actividad terminó. Por lo tanto ésta es nuestra primera posible ficha del Pentaminó.

Para esta primera parte, la relación de igualdad entre las figuras que los estudiantes debían establecer, se basa en el concepto de congruencia por rotación. La congruencia por simetría axial entre los dibujos obtenidos, se trabajó al final de la actividad con ayuda de la profesora, puesto que este concepto es un poco más complejo para los estudiantes. Teniendo en cuenta lo anterior, el dibujo 2 y el 7 son iguales (congruentes) por rotación en el mismo plano, de igual manera el 5 y el 10; al igual que, el dibujo 3 y el 8 son iguales (congruentes) por rotación en el mismo plano, como también el dibujo 4 y el 9. Al finalizar la pregunta se esperaba que los estudiantes concluyeran que de los diez dibujos obtenidos estos cinco son posibles piezas del Pentaminós. La siguiente figura ilustra dichas posibles piezas.

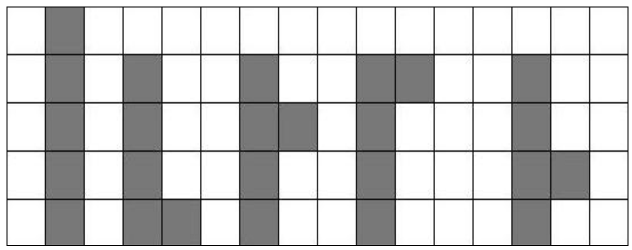


Figura 17. Cinco posibles piezas de Pentaminós

En la segunda pregunta se esperaba que los estudiantes obtuvieran los nueve posibles dibujos (ver figura 18) y nuevamente los compararan entre sí, para escoger fichas que son o no iguales entre ellas, en este caso los nueve dibujos corresponden a nueve fichas que aunque roten son diferentes entre sí.

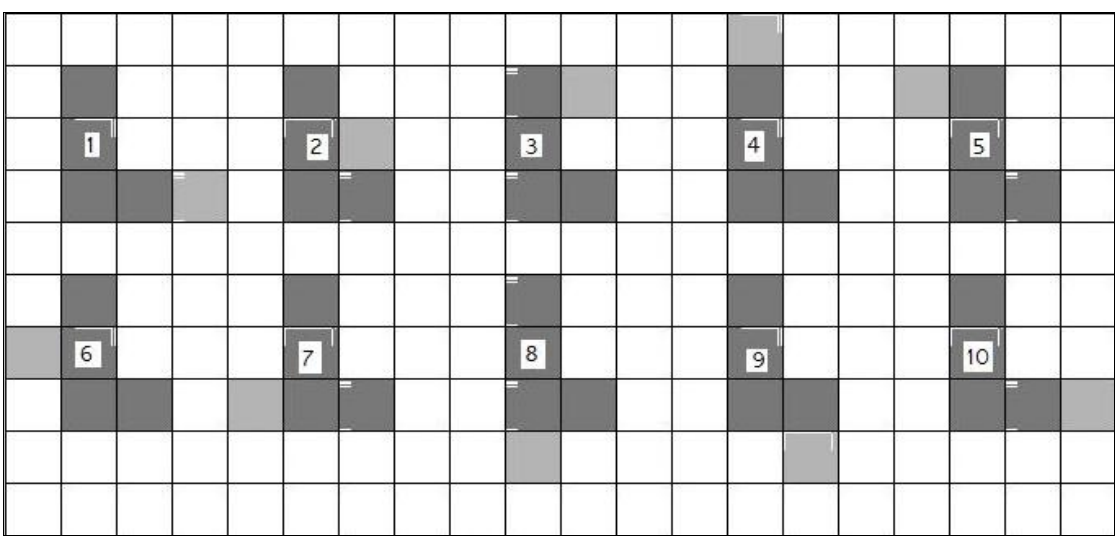


Figura 18. Dibujos que los estudiantes deben obtener con la segunda pregunta

En la figura 18, el dibujo 1 y el 10 son el mismo, además el 10 indica que el proceso finalizó.

Teniendo en cuenta que las comparaciones de igualdad (congruencia) se están construyendo por rotación, los dibujos de la figura 18 son diferentes entre sí (exceptuando el 1 y 10), por lo tanto, todos ellos hacen parte del cuadro comparativo que se mostró a través de una cartelera a los estudiantes al finalizar esta actividad, la cual permitió visualizar de una manera global[15] los dibujos que obtuvieron los estudiantes al finalizar la actividad por completo.

Por último, con la tercera pregunta se esperaba que los estudiantes obtuvieran los nueve posibles dibujos (ver figura 19) y al igual que con la instrucción anterior, luego de comparar entre sí los dibujos de las fichas obtenidas por rotación, los nueve dibujos corresponden a nueve fichas que aunque roten son diferentes entre sí (exceptuando los dibujos 1 y 10).

[15] Lo global aquí hace referencia a los dibujos que se obtendrán en su totalidad al finalizar la actividad 1.

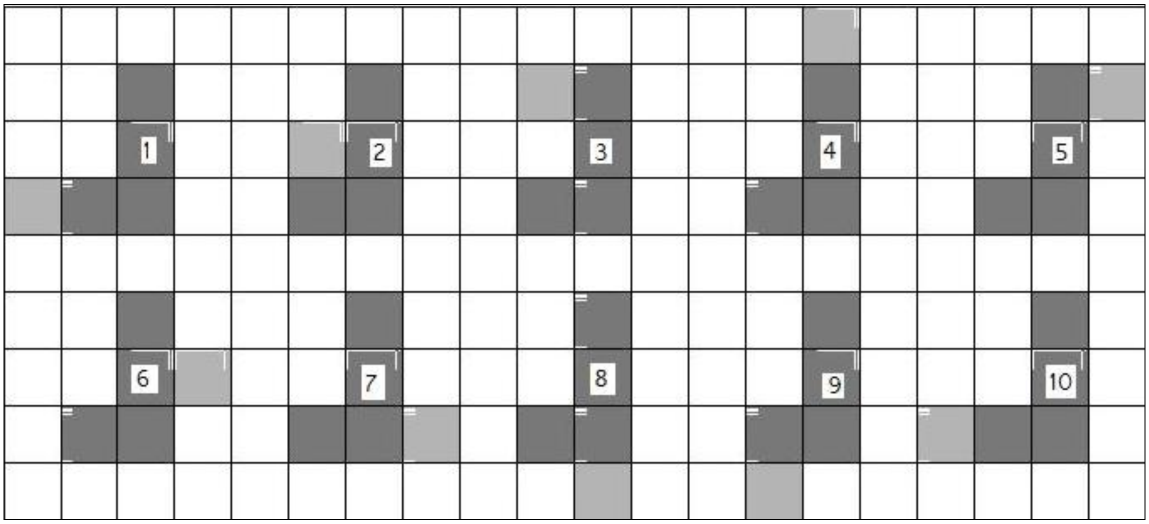


Figura 19. Dibujos que los estudiantes deben obtener con la tercera pregunta

Como se mencionó anteriormente, al desarrollar las tres primeras preguntas los estudiantes debían realizar la comparación de los dibujos obtenidos y elegir cuáles son o no iguales entre ellos, utilizando el concepto de congruencia, obteniendo así 23 posibles piezas de Pentaminós (cinco de la primera instrucción y nueve en la segunda y tercera instrucción), falta entonces aplicar el concepto de simetría axial para descartar o mejor, determinar las piezas que son iguales entre ellas y poder definir diez piezas de Pentaminó que son las que la actividad buscaba encontrar.

Retomamos entonces las figuras 18 y 19, para concluir que:

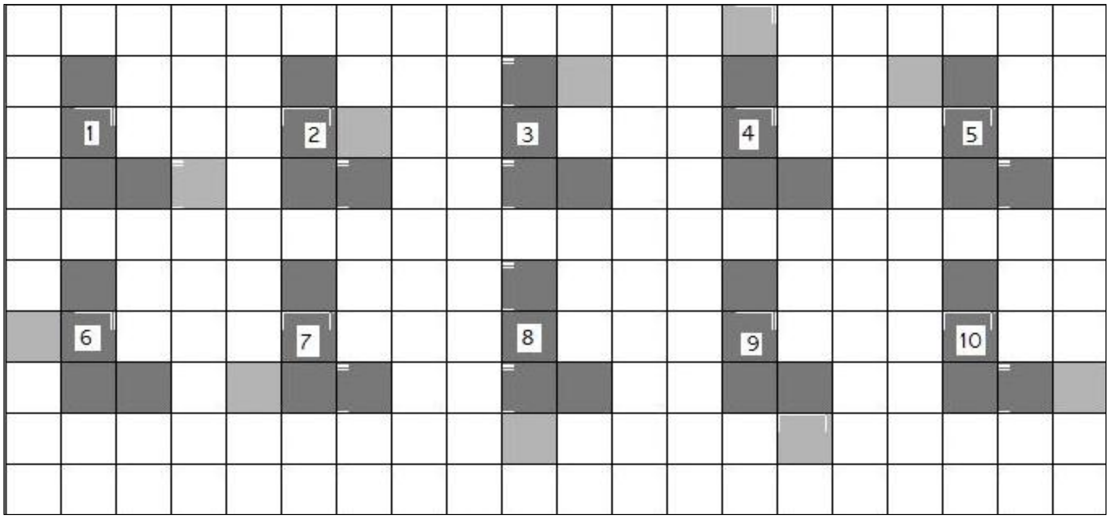


Figura 18. Dibujos que los estudiantes deben obtener con la segunda pregunta

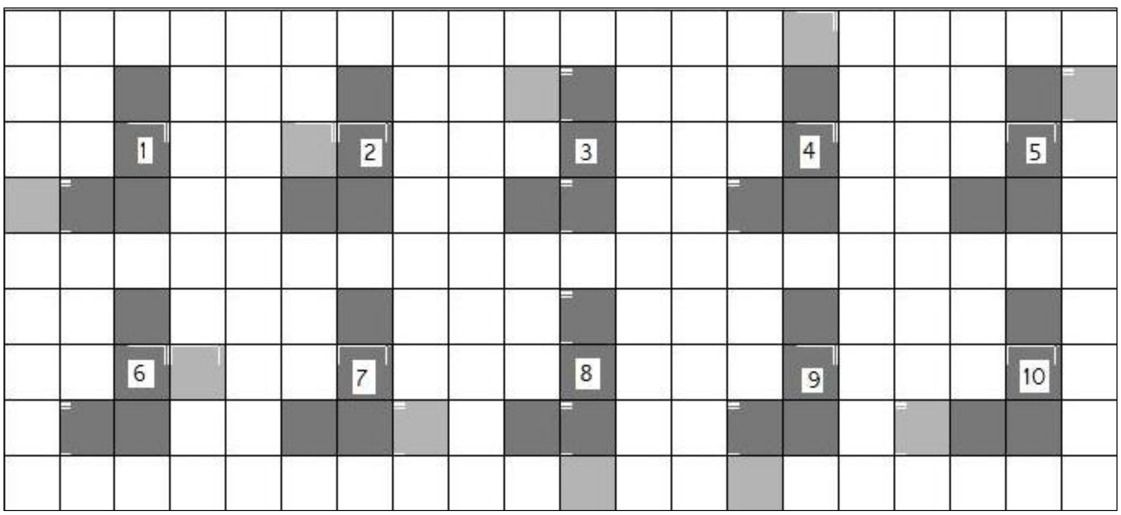


Figura 19. Dibujos que los estudiantes deben obtener con la tercera pregunta

Por simetría axial son iguales (congruentes) los dibujos nombrados con 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 y 9. Los dibujos nombrados con 7 son idénticos razón por la cual sólo se reconocen 9 piezas, dichas piezas se seleccionan teniendo en cuenta las piezas de Pentaminós que los estudiantes manipularán en la actividad 2 (ver figura 20).

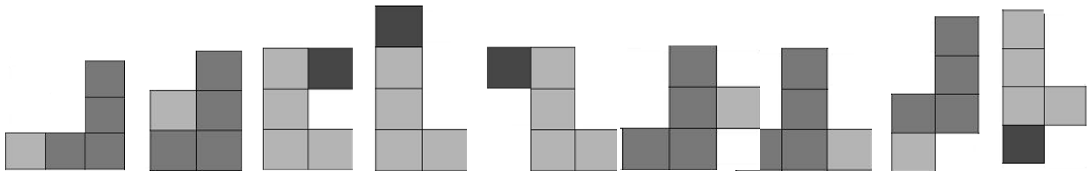


Figura 20. Figuras obtenidas por simetría axial

Ahora, estas 9 posibles piezas de Pentaminós hay que compararlas con los cinco dibujos de posibles piezas que se obtuvieron a partir de la primera pregunta, tendríamos entonces:

La L-Pentaminó bordeada con rojo es simétrica con la L-Pentaminó señalada con 2 y a su vez congruente con la siguiente L-Pentaminó, de lo cual resulta sólo una L-Pentaminó.

Así mismo, La Y-Pentaminó bordeada con rojo es simétrica con la Y-Pentaminó señalada con 3 y a su vez congruente con la siguiente Y-Pentaminó, de lo cual resulta sólo una Y-Pentaminó.

La I-Pentaminó es única.

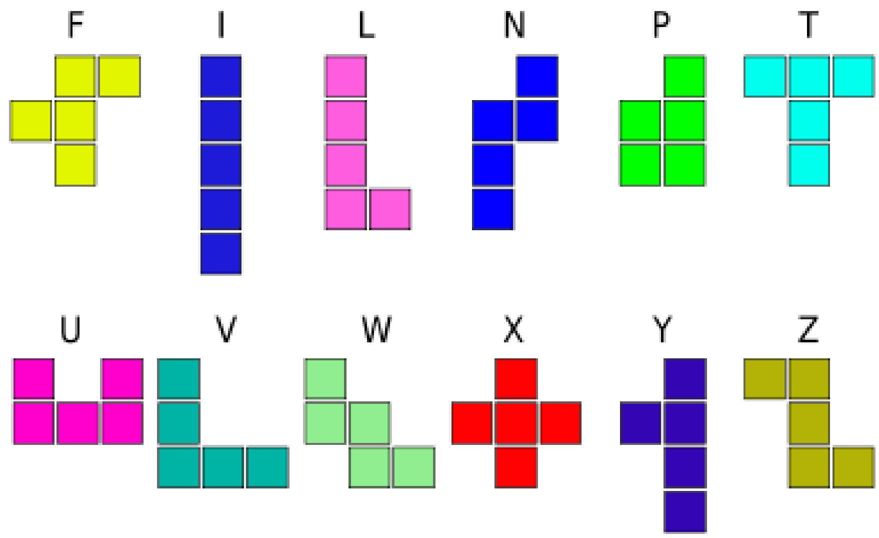
Se concluyó entonces que se encontraron 10 piezas que hacen parte del material con que se desarrollaron las actividades dos y tres, las otras dos piezas fueron las que se presentaron al inicio de la actividad, es decir, X-Pentaminó y W-Pentaminó, completando así el juego de 12 piezas.

Finalmente, se mostró en el tablero cada una de las fichas del Pentaminós en tamaño grande, como también se mencionó el nombre del material: “Pentaminós”, esperando que los estudiantes concluyeran por qué recibe este nombre, igualmente se les dijo la letra con que se nombra cada ficha dada la relación de forma existente (F, I, L, N, P, T, U, V, W, X, Y, Z).

3.2.2 ACTIVIDAD 2: COMPAREMOS ÁREAS Y PERÍMETROS

3.2.2.1 Actividad trabajada con los estudiantes

Recordemos que en la actividad anterior, construimos los doce Pentaminós que utilizaremos para desarrollar esta actividad, a continuación aparecen de manera gráfica:



La profesora entregará por pareja un juego de Pentaminós para que respondan las siguientes preguntas.

1. Observa y cuenta el número de cuadrados que conforman cada una de las fichas del Pentaminó. ¿Cuántos cuadrados tiene cada ficha?

R/ ____

____

2. Observa y cuenta el número de líneas que conforman el contorno de cada una de las fichas del Pentaminó. Escribe el número al frente.

F: ________	U: ________
I: ________	V: ________
L: ________	W: ________
N: ________	X: ________
P: ________	Y: ________
T: ________	Z: ________

3. Si comparamos los resultados de la pregunta 1 y la pregunta 2, ¿qué podríamos decir al respecto?

R/ ____

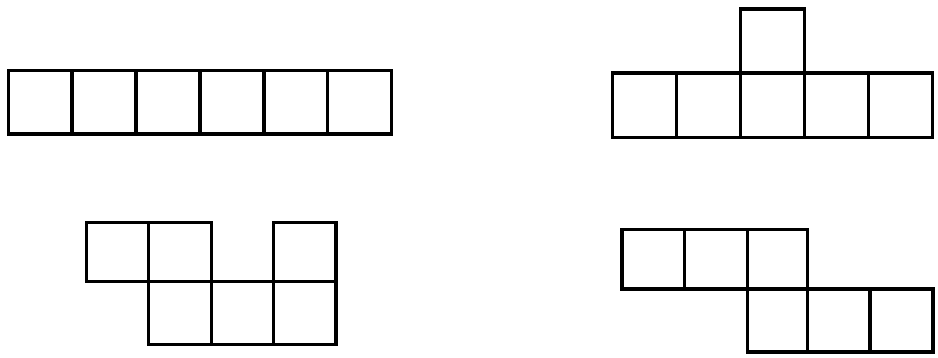
____

¿Los resultados son iguales para todos los pentaminós? ¿Por qué?

R____

____

Las siguientes figuras corresponden a algunos hexaminós, es decir, seis cuadros unidos por uno de sus lados.



4. ¿Cuántas líneas conforman el contorno de cada uno de los hexaminó anteriores?

R____

5. Ahora, dibuja un hexaminó cuyo número de líneas del contorno, sea diferente al resultado que obtuviste en la pregunta anterior.

3.2.2.2 Análisis preliminar de la actividad 2

Estándares Curriculares de Matemáticas asociados

- Reconocer atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie) en diversas situaciones.
- Diferenciar atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie, volumen, capacidad, masa-peso, tiempo y amplitud angular) en diversas situaciones.
- Comparar y ordenar objetos respecto a atributos mensurables.
- Realizar y describir procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados de acuerdo con el contexto.
- Utilizar y justificar el uso de estimaciones de medida en la resolución de problemas relativos a la vida social, económica y a las ciencias.

Descripción general

Esta actividad se inició con la entrega del juego de Pentaminós, recordando la construcción que se hizo de éste durante la actividad anterior. Se invitó entonces a observar el material y a contar el número de cuadrados que conforman cada ficha, registrando los resultados obtenidos, con el fin de acercarlos de manera vivencial a la noción de área, sin decirles en ese momento que se trata de dicha noción. Seguidamente, se pidió a los estudiantes contar y registrar el número de líneas que conforman el rededor o contorno de cada ficha, esta vez con el fin de acercarlos vivencialmente a la noción de perímetro.

El principal propósito de esta actividad, era abrir un camino hacia las magnitudes de área y perímetro a través de la percepción y medición de las mismas con unidades no estándar, que en nuestro caso son los cuadrados que conforman cada pieza del Pentaminós.

Finalmente, los estudiantes debían comparar los resultados obtenidos para cada ficha y establecer las relaciones existentes entre los mismos, determinando si había igualdad o diferencia en el área de las piezas, igualdad o diferencia en el perímetro de las piezas y, a su vez, si la igualdad en la magnitud área implica igualdad en la magnitud perímetro o viceversa.

En una última parte, se mostraron cuatro ejemplos de hexaminós y se pidió a través de una pregunta determinar el número de líneas o perímetro que conforman dichos hexaminós, luego debían dibujar un hexaminó con diferente perímetro al obtenido en la pregunta anterior, esto para realizar nuevamente la comparación área-perímetro y corroborar que igual área no implica igual perímetro, además de verificar si los estudiantes comprendieron la naturaleza de un poliminó.

Gestión y recursos

La actividad se desarrolló en parejas, cada pareja tenía un juego de Pentaminós, además de una hoja de preguntas en la que podían hacer sus registros. La actividad se realizó en una hora de clase de 50 minutos. Durante este tiempo, además de los registros hubo un espacio para socializar las respuestas y encontrar relaciones existentes entre los resultados, de acuerdo a las conclusiones obtenidas la docente tuvo herramientas para mencionar que dichos tratamientos que se estaban movilizando eran nociones de magnitud conocidas formalmente por ellos como: perímetro y área.

Los materiales que se necesitaron para el desarrollo de esta actividad fueron: juegos de Pentaminós, hojas de instrucción, lápiz, marcadores borrables y tablero.

Resultados esperados

En la primera pregunta se esperaba que los estudiantes concluyeran rápidamente que cada ficha consta de cinco cuadrados, sin necesidad de contar el número de cuadrados de cada ficha, dado que en la actividad de construir se socializó por qué recibe este nombre dicho material.

En la segunda pregunta se esperaba que los estudiantes dieran una respuesta sin tener en cuenta la revisión de todas las fichas, ya que pueden llegar a conclusiones aceleradas debido a la pregunta anterior y generalizar para esta, se pidió la verificación de cada ficha en la hoja de registro. Con esta verificación concluyeron que todas las fichas tienen perímetro de doce unidades, exceptuando el P-Pentaminó que tiene diez unidades de perímetro.

A continuación, debían responder una pregunta donde se esperaba que los estudiantes evidenciaran que en efecto las magnitudes área y perímetro no tienen una relación dependiente, así exista como es el caso de nuestra actividad, un solo ejemplo de ello.

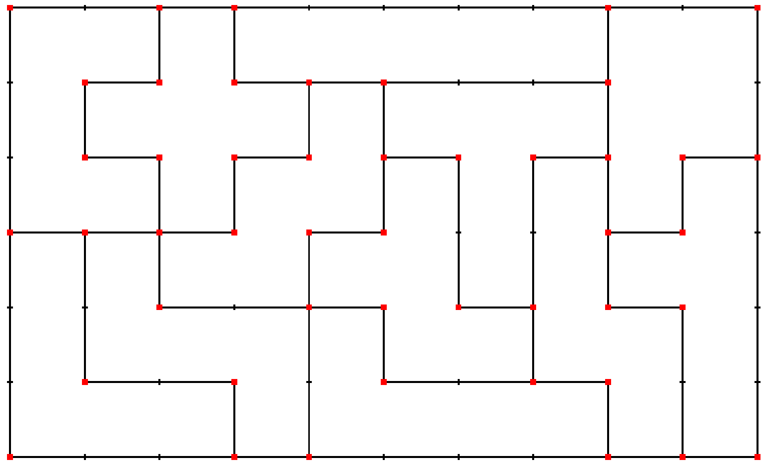
En la pregunta cuatro, se esperaba que los estudiantes determinaran que el perímetro o número de líneas que conforman el contorno de las figuras dadas es catorce.

Para la quinta pregunta se esperaba que los estudiantes lograran dibujar un nuevo hexaminó teniendo en cuenta que su perímetro sea diferente a 14, dicha respuesta con el ánimo de que nuevamente deduzcan que igual área no implica igual perímetro y se compruebe la comprensión de la definición de poliminó, específicamente de hexaminó.

3.2.3 ACTIVIDAD 3: VAMOS A TRIPLICAR

3.2.3.1 Actividad trabajada con los estudiantes

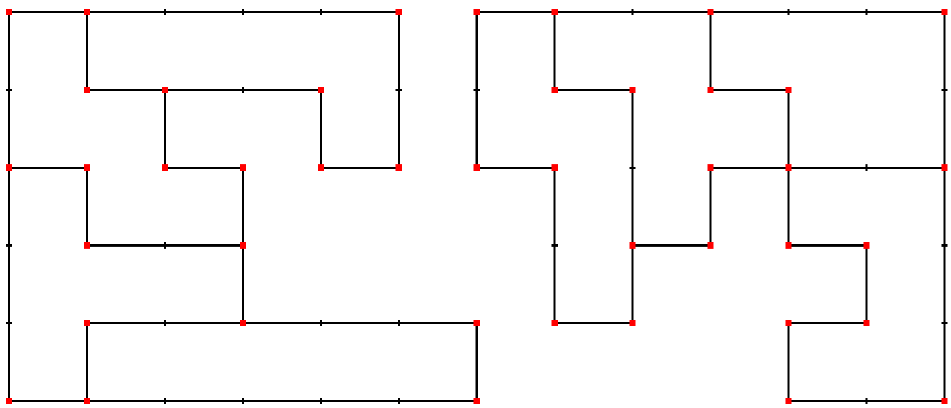
A continuación te presentamos un rompecabezas de Pentaminós, el cual consiste en rellenar un rectángulo con los 12 Pentaminós distintos sin dejar huecos vacíos ni superponiendo cuadrados.



Ahora, te invito a que completes el siguiente rompecabezas, cuya dimensión es de 5 x 12. ¿Cuáles Pentaminós hacen falta para cubrir los vacíos?

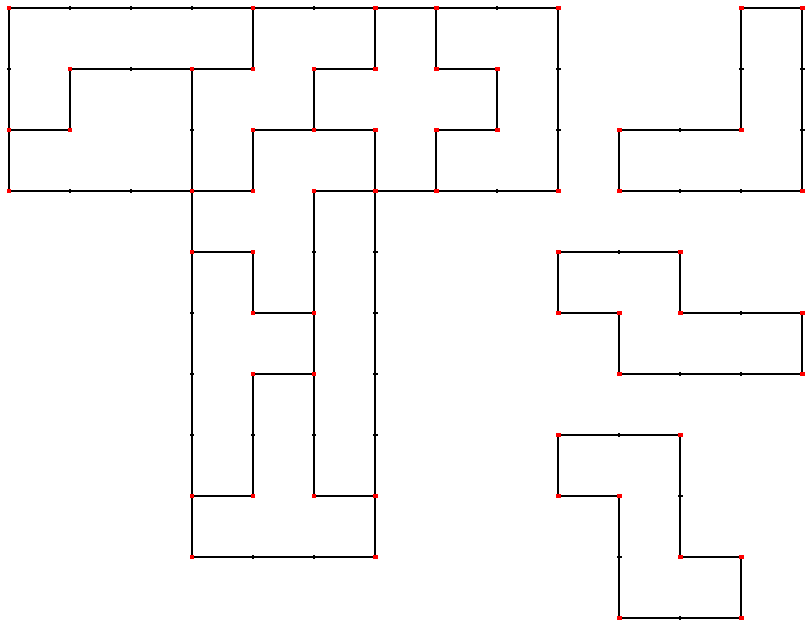
R ____

____ .



Como lo observamos anteriormente, podemos utilizar los Pentaminós para diversas aplicaciones. Con las siguientes instrucciones vamos a conocer una de las propiedades: triplicar el tamaño de cualquier Pentaminó utilizando nueve fichas.

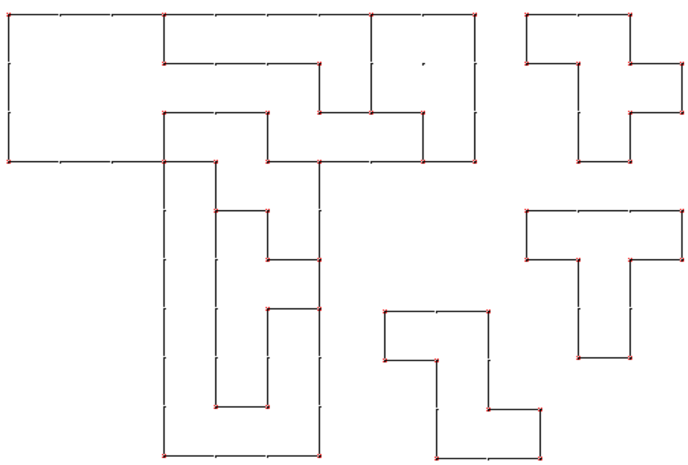
La siguiente figura ilustra la T-Pentaminó triplicada, es decir cada uno de sus lados quedó tres veces más grande que el tamaño original, utilizando nueve fichas.



La siguiente figura ilustra otra forma de triplicar la T-Pentaminó, ¿cuáles fichas hacen falta para completar el dibujo? Recuerda que las fichas que están por fuera de la T-Pentaminó, son las que no se utilizan en este caso.

R ____

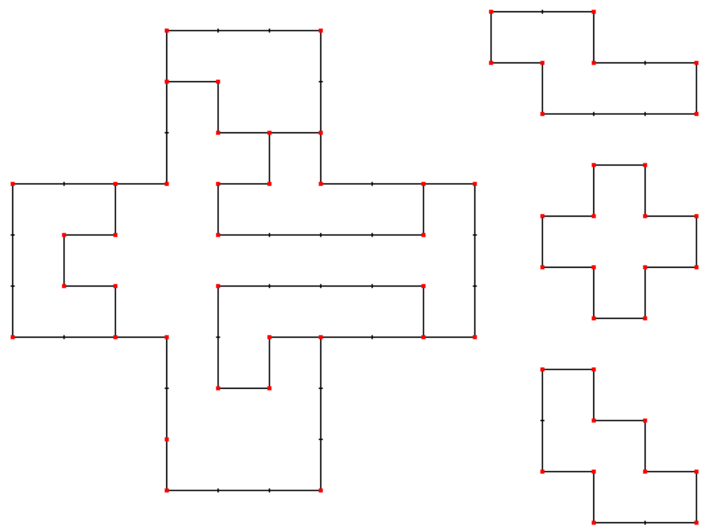
____.



A continuación aparece la segunda parte de la actividad 3. Para esta segunda parte, se diseñaron las mismas preguntas aplicadas a la X-Pentaminó triplicada y a la N-Pentaminó triplicada. Es decir, algunos estudiantes trabajaron la X-Pentaminó triplicada y otros la N-Pentaminó triplicada.

ACTIVIDAD 3 (2da parte- versión 1): VAMOS A TRIPLICAR

Teniendo en cuenta lo anterior, vamos a aplicar la propiedad de triplicar a la X-Pentaminó.



1. ¿Cuáles fichas hacen falta para completar la X-Pentaminó triplicada?

R____

____.

2. ¿Cuál es el área o la cantidad de cuadros de la X-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R ____

____

3. ¿Cuál es el perímetro o número de lados del contorno de la X-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R ____

____

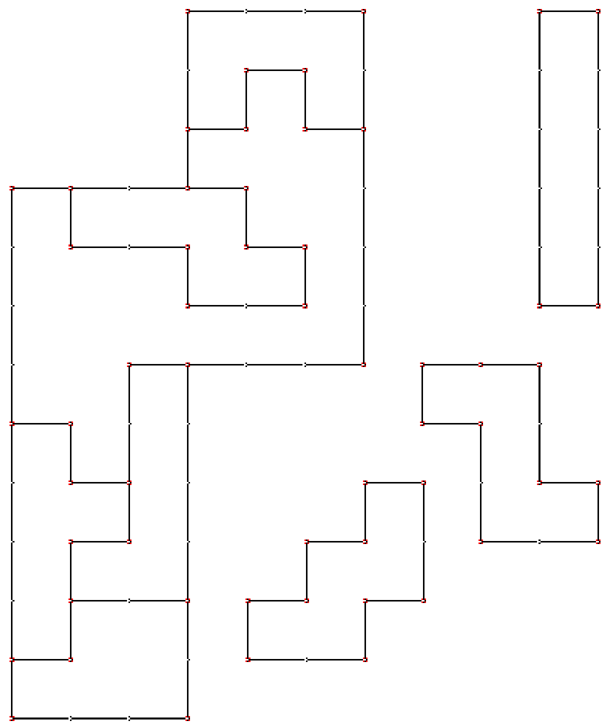
4. Compara los resultados del área y el perímetro que obtuviste y concluye si son iguales o diferentes. Explica tu respuesta.

R____

____

ACTIVIDAD 3 (2da parte-versión 2): VAMOS A TRIPLICAR

Teniendo en cuenta lo anterior, vamos a aplicar la propiedad de triplicar a la N-Pentaminó.



1**.** ¿Cuáles fichas hacen falta para completar la N-Pentaminó triplicada?
R____
____.
2. ¿Cuál es el área o la cantidad de cuadros de la N-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?
R ____
____
3. ¿Cuál es el perímetro o número de lados del contorno de la N-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?
R ____
____
____

4. Compara los resultados del área y el perímetro que obtuviste y concluye si son iguales o diferentes. Explica tu respuesta.

R____

____

3.2.3.2 Análisis preliminar de la actividad 3

Estándares Curriculares de Matemáticas asociados

- Reconocer atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie) en diversas situaciones.
- Diferenciar atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie, volumen, capacidad, masa-peso, tiempo y amplitud angular) en diversas situaciones.
- Comparar y ordenar objetos respecto a atributos mensurables.
- Realizar y describir procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados de acuerdo con el contexto.
- Utilizar y justificar el uso de estimaciones de medida en la resolución de problemas relativos a la vida social, económica y a las ciencias.

Descripción general

Para el inicio de esta actividad, se explicó que el juego del Pentaminós tiene algunas propiedades con las que se puede jugar. Se entregó a los estudiantes un juego de Pentaminós por pareja para que vivenciaran algunas de las propiedades del juego.

La primera pregunta invitó a los estudiantes a conocer uno de los cuatro "rompecabezas" que se pueden armar utilizando las doce piezas y formando un rectángulo, en este caso será un rectángulo de 6X10.

La segunda pregunta muestra un rompecabezas de 5X12 incompleto, es decir, éste tiene espacios vacíos que se deben cubrir con algunas de las doce piezas del juego, la instrucción invita a los estudiantes a buscar dichas piezas faltantes y realizar el registro.

A continuación se ilustra a través de la T-Pentaminó triplicada con nueve fichas del juego, una de las propiedades del mismo; seguidamente, se muestra otra T-Pentaminó triplicada pero esta vez con espacios en blanco, nuevamente deben buscar las piezas faltantes y registrar sus respuestas en la hoja.

Con este trabajo introductorio y ejecutado con ayuda de la docente, se invita a los estudiantes a responder cuatro interrogantes (estas cuatro preguntas están formuladas exactamente igual para la X-Pentaminó triplicada y la N-Pentaminó triplicada):

La primera es encontrar las piezas que hacen falta para completar las fichas triplicadas utilizando las piezas como un juego de “armar”, se puede o no utilizar la ficha que va a ser triplicada, dicha ficha triplicada se encuentra dibujada en la hoja de preguntas, luego deben calcular el área y el perímetro de la misma.

Finalmente, se deben establecer y registrar las relaciones existentes entre las magnitudes de área y perímetro encontradas.

Gestión y recursos

La actividad se desarrolló en parejas, cada pareja tenía un juego de Pentaminó, además de una hoja de preguntas en la que podían hacer sus registros. La actividad se realizó en una hora de clase de 50 minutos. Durante este tiempo, los estudiantes estuvieron "armando" primero el rompecabezas de rectángulo y luego la ficha triplicada para registrar las piezas empleadas para completar cada dibujo.

Durante el desarrollo de la misma, los estudiantes podían hacer intervenciones o tener la asesoría de la docente, en caso de ser necesaria, para finalizar había un espacio para socializar las respuestas y las relaciones existentes encontradas entre los resultados. Teniendo en cuenta las conclusiones dadas por los estudiantes, se cerró la sesión con la importancia de recordar que no existe una relación de dependencia entre las magnitudes área y perímetro.

Los materiales que se necesitaron para el desarrollo de esta actividad fueron: juegos de Pentaminós, hojas de preguntas, lápiz, marcadores borrables y tablero.

Resultados esperados

En la primera y segunda preguntas se esperaba que los estudiantes lograran encontrar fácilmente las piezas de Pentaminó faltantes para completar el rectángulo de 5X12 y la T-Pentaminó triplicada, respectivamente, tuvieron la asesoría de la docente que guió su trabajo para lograr el objetivo.

En la primera pregunta, se esperaba que los estudiantes lograran encontrar las fichas faltantes a través del dibujo o el recubrimiento del mismo.

En la pregunta dos se esperaba que los estudiantes lograran deducir, sin necesidad de contar cada cuadrícula, que el área de la ficha triplicada es de 45 unidades ya que está formada por 9 fichas y cada una de éstas tiene cinco unidades de área.

En la tercera pregunta se esperaba que los estudiantes lograran hallar el perímetro de la ficha y además deducir que por haberse triplicado su perímetro también lo hizo.

Para concluir, en la cuarta pregunta se esperaba que los estudiantes lograran evidenciar nuevamente que entre las magnitudes de área y perímetro no hay una relación de dependencia entre una magnitud y la otra, por ejemplo, que si el área de una figura plana aumenta en “x” proporción, entonces el perímetro no debe aumentar en esa misma proporción o viceversa.

Estas actividades se constituyen entonces en el centro de la actividad desarrollada en el salón de clases; el siguiente capítulo presenta lo que se realizó en ese sentido.

Capítulo 4

IMPLEMENTACIÓN DE LA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Capítulo 4: IMPLEMENTACIÓN DE LA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

En este capítulo se presentan los resultados de la aplicación y análisis de las situaciones de aprendizaje, teniendo en cuenta el análisis preliminar que se hizo de las mismas. Finalmente se realiza una síntesis que relaciona el cumplimiento o no de los objetivos planteados en el trabajo con los resultados de las situaciones.

4.1 Descripción de la aplicación

Las actividades se diseñaron para ser aplicadas en tres sesiones, no obstante, la primera actividad requirió de tres sesiones de 50 minutos cada una, para ser desarrollada en su totalidad, las actividades dos y tres requirieron de una sesión de 50 minutos respectivamente.

Las actividades se aplicaron en el Colegio Hispanoamericano con 33 estudiantes de grado cuarto de Básica Primaria y se desarrollaron en el salón de clase durante espacios cedidos por otras docentes para la ejecución de las mismas. La mayoría de las instrucciones de las actividades fueron dirigidas por la Maestra de Geometría del grado, por exigencia de la Institución, no obstante, dado que la profesora no manejaba muy bien el tema que se trataba en las actividades, necesitó apoyo por parte de la investigadora para cumplir con los objetivos que pretendían las actividades diseñadas.

Los estudiantes trabajaron la primera actividad de manera individual, la segunda y tercera se trabajó en parejas. El espacio físico con el que se contó para la para la propuesta fue adecuado, la distribución de los puestos a manera de fila logró generar suficiente espacio para contar con la asesoría de la maestra cuando fue necesario; contaba con suficiente iluminación y espacio, así mismo, los puestos de trabajo de los estudiantes eran lo suficientemente amplios como para facilitar la manipulación del material cuando fue necesario o para la solución de las preguntas donde se requirió dibujar y/o utilizar el material. Inicialmente, los estudiantes estaban con mucha expectativa, ya que iban a ser filmados durante el proceso asumiendo todos una actitud un poco “actuada”, con el transcurso del tiempo y de las mismas sesiones se tornaron más “naturales”, llegando a olvidar que tenían una cámara en el salón.

La profesora que dirigió las actividades, asumió un papel de instructora, su participación en las actividades se limitó a explicar las instrucciones y verificar que los estudiantes estuvieran desarrollando las mismas.

Como se mencionó anteriormente, los espacios para llevar a cabo las actividades fueron cedidos por varias docentes, por esta razón, los días en que se realizaron no son siempre los mismos. La primera actividad se realizó durante el 2, 9 y 17 de febrero, la segunda actividad el 24 de febrero y la tercera actividad el 25 de febrero de 2011.

4.2 Presentación de resultados de la aplicación

4.2.1 ¿Qué se encontró en la actividad 1?

Generalidades

Se cumple el propósito de hacer participes a los estudiantes en la construcción de los Pentaminós, de tal manera que el material tuviese mayor significado para ellos a la hora de implementar las siguientes actividades.

A partir de las actividades los estudiantes encontraron 28 Pentaminós lo que les permite entender que la selección que se hace de los 12 obedece a necesidades del juego y no a que existan solo 12 de ellos.

Para los estudiantes quedó clara la naturaleza de los poliminós, porque el punto 5 de la segunda actividad pretendía verificar dicha claridad, cuando se le pedía a los estudiantes dibujar un hexaminó con las características básicas que tiene por ser un poliminó, la mayoría de ellos lo hizo correctamente lo que permite deducir que los estudiantes comprendieron lo que es un poliminó.

En cuanto a las unidades de medida, se usan medidas no estándar, se recurre en general a formas de nombrar las medidas con palabras cotidianas: cuadro para 1 cm^2, teniendo en cuenta lo que dice SEDUCA (2006) sobre lo positivo de iniciar el proceso de medición a través de medidas no estándar ya que de esta manera se facilita el acercamiento del estudiante a la naturaleza continua y aproximativa de la medida.

En la parte final, no hubo participación de los estudiantes en el tablero, ya que inicialmente se había pensado que ellos podrían encontrar las 10 piezas de Pentaminós que de la actividad resultaban; no obstante, hubo cierta dificultad para determinar las piezas y por ello fue pertinente la implementación de exponer, a través de una cartelera, los dibujos que si lograron realizar y con esta deducir con ayuda de la investigadora, los diez dibujos o fichas que harían parte del Pentaminós.

Síntesis de los resultados de la actividad 1

En la pregunta 1 la mayoría de los estudiantes realizaron los dibujos esperados, algunos obtuvieron 10 y otros 11, este último número teniendo en cuenta que contaban el dibujo que indicaba que la instrucción concluía allí, es decir, que llegaban al dibujo con el que habían iniciado.

En la pregunta que complementa la anterior, la mayoría de los estudiantes no lograron establecer qué cantidad se obtenía después de determinar cuáles dibujos eran diferentes entre sí, ya que no encontraron una manera de establecer diferencia o igualdad entre ellos, pues no fue claro cómo hacerlo utilizando el concepto de congruencia que se supone ya conocían.

En la pregunta 2 la mayoría de los estudiantes obtuvieron 9 ó 10 dibujos como se esperaba, nuevamente los que respondieron 10, contaron el último dibujo que era igual al primero. La pregunta que complementa ésta, fue respondida de manera acertada por algunos estudiantes, encontrando que los 9 dibujos son diferentes entre sí, por congruencia, otros no lograron establecer diferencia o igualdad entre los mismos.

En la pregunta 3, nuevamente gran parte de los estudiantes obtienen los 9 dibujos esperados, al igual que en las preguntas anteriores, algunos obtienen 10 porque cuentan el último dibujo que es igual al primero. La pregunta complementaria, nos muestra que fue respondida de manera acertada por algunos estudiantes, encontrando que los 9 dibujos son diferentes entre sí, por congruencia, otros no lograron establecer diferencia o igualdad entre los mismos.

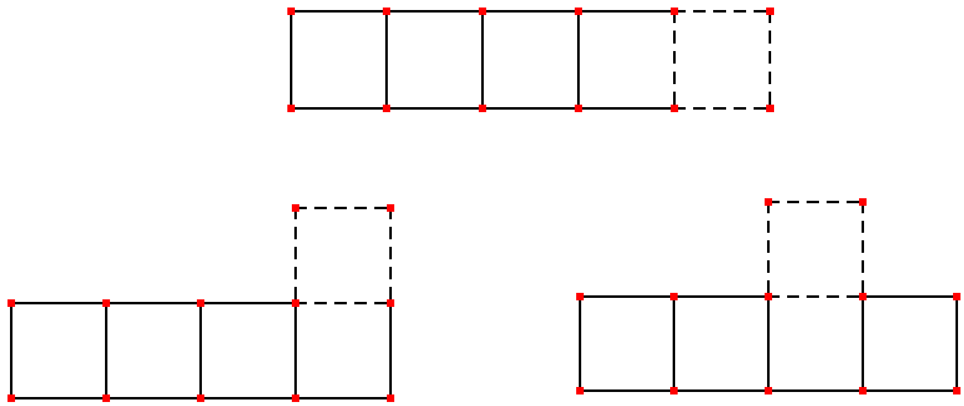
Dada la falta de claridad por parte de los estudiantes respecto a comparar y elegir dibujos a través de la congruencia entre figuras, se da un cierre diferente a la actividad. Para aclarar a los estudiantes la forma en la cual se debían elegir (decidir si eran diferentes o iguales) dichos dibujos, se cerró la actividad con la exposición de una cartelera que recogía y comparaba todos los dibujos que los estudiantes debieron obtener al finalizar la actividad, a partir de allí se recordó el concepto de congruencia, rotación y/o simetría para lograr elegir los dibujos que serían las piezas del juego de Pentaminós con que se daría inicio a la actividad 2.

Resultados y análisis de resultados de cada pregunta de la actividad 1

Teniendo en cuenta que el número de estudiantes con el cual se trabajó en esta actividad fue de 32 (1 estudiante no asistió), podemos decir lo siguiente:

Pregunta 1

1. Dibuja en la hoja cuadriculada cuatro cuadros en línea (unidos por una de sus lados) con el lápiz negro.
   Luego dibuja otro cuadro, usando el lápiz de color, de tal forma que quede unido por un lado al dibujo anterior, repite este procedimiento tantas veces como sea posible. Observa el ejemplo (El cuadro punteado es el que debes hacer de color)



¿Cuántos dibujos obtuviste?

R ____.

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de dibujos obtenidos (10)	25	78%
Tipo 2	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de dibujos obtenidos, pero cuentan un último dibujo que es igual al primero (11)	3	9%
Tipo 3	Estudiantes que presentan dificultad para realizar los dibujos y no encuentran la cantidad correcta	3	9%
Tipo 4	Estudiantes que no responden la pregunta	1	3%

Tabla 1. Síntesis de respuestas de la actividad 1-pregunta 1

Observa y compara los dibujos obtenidos ¿cuántos de ellos son diferentes entre sí? ¿Por qué?

R ____

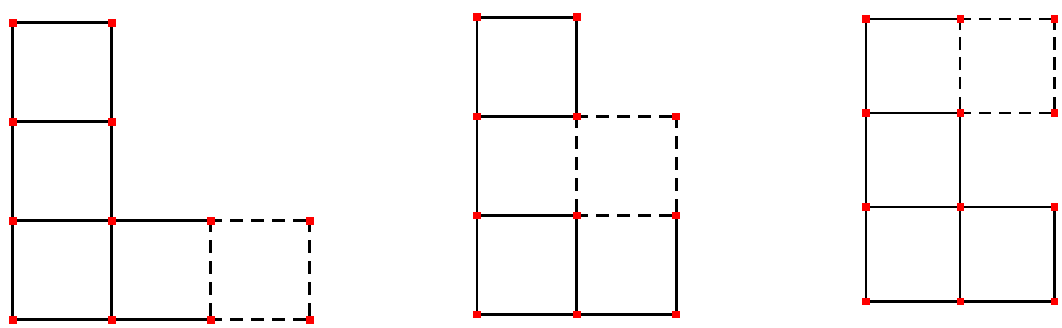
Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de dibujos que deben encontrar al compararlos	2	6%
Tipo 2	Estudiantes que presentan dificultad al comparar los dibujos encontrándolos todos diferentes entre sí	9	28%
Tipo 3	Estudiantes que presentan dificultad al comparar los dibujos encontrándolos todos iguales entre sí	12	38%
Tipo 4	Estudiantes que presentan dificultad al comparar los dibujos encontrando diversas cantidades	2	6%
Tipo 5	Estudiantes que no responden la pregunta	6	19%

Tabla 2. Síntesis de respuestas de la actividad 1-pregunta 1b

PREGUNTA 2

2. Dibuja en la hoja cuadriculada cuatro cuadros en forma de "L" con el lápiz negro.

Luego dibuja otro cuadro, usando el lápiz de color, de tal forma que quede unido por un lado al dibujo anterior, repite este procedimiento tantas veces como sea posible. Observa el ejemplo. (El cuadro punteado es el que debes hacer de color)



¿Cuántos dibujos obtuviste?

R ____.

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de dibujos obtenidos (9)	17	53%
Tipo 2	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de dibujos obtenidos, pero cuentan un último dibujo que es igual al primero (10)	5	16%
Tipo 3	Estudiantes que presentan dificultad para realizar los dibujos y no encuentran la cantidad correcta	6	19%
Tipo 4	Estudiantes que no responden la pregunta	4	12%

Tabla 3. Síntesis de respuestas de la actividad 1-pregunta 2

Observa y compara los dibujos obtenidos ¿cuántos de ellos son diferentes entre sí? ¿Por qué?

R ____

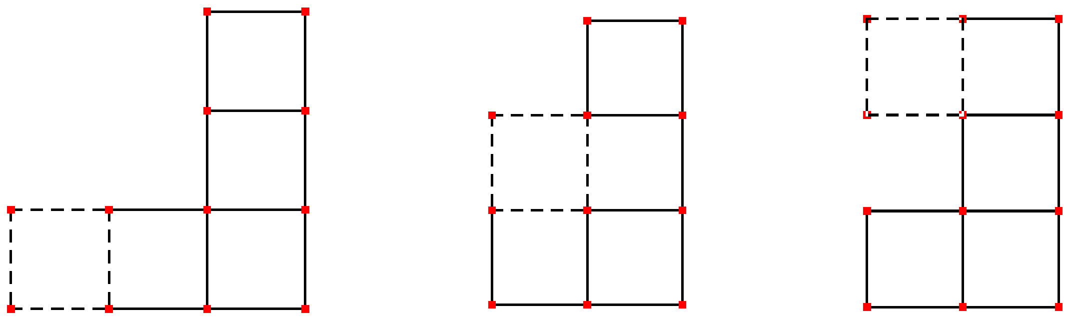
Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de dibujos que deben encontrar al compararlos	10	31%
Tipo 2	Estudiantes que presentan dificultad al comparar los dibujos encontrándolos todos iguales entre sí	10	31%
Tipo 3	Estudiantes que presentan dificultad al comparar los dibujos encontrando diversas cantidades	6	19%
Tipo 4	Estudiantes que no responden la pregunta	6	19%

Tabla 4. Síntesis de respuestas de la actividad 1-pregunta 2b

PREGUNTA 3

Dibuja en la hoja cuadriculada cuatro cuadros en forma de “L” con el lápiz negro.

Luego dibuja otro cuadro, usando el lápiz de color, de tal forma que quede unido por un lado al dibujo anterior, repite este procedimiento tantas veces como sea posible. Observa el ejemplo. (El cuadro punteado es el que debes hacer de color)



¿Cuántos dibujos obtuviste?

R ____.

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de dibujos obtenidos (9)	15	47%
Tipo 2	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de dibujos obtenidos, pero cuentan un último dibujo que es igual al primero (10)	5	16%
Tipo 3	Estudiantes que presentan dificultad para realizar los dibujos y no encuentran la cantidad correcta	6	19%
Tipo 4	Estudiantes que no responden la pregunta	6	19%

Tabla 5. Síntesis de respuestas de la actividad 1-pregunta 3

Observa y compara los dibujos obtenidos ¿cuántos de ellos son diferentes entre sí? ¿Por qué?

R ____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de dibujos que deben encontrar al compararlos	7	22%
Tipo 2	Estudiantes que presentan dificultad al comparar los dibujos encontrándolos todos iguales entre sí	11	34%
Tipo 3	Estudiantes que presentan dificultad al comparar los dibujos encontrando diversas cantidades	4	12%
Tipo 4	Estudiantes que no responden la pregunta	10	31%

Tabla 6. Síntesis de respuestas de la actividad 1-pregunta 3b

Las preguntas 1, 2 y 3 muestran que los estudiantes pudieron realizar los dibujos que la instrucción pedía, no obstante la parte complementaria de las tres preguntas, evidencian la dificultad que tuvieron los estudiantes para lograr establecer comparaciones y específicamente diferenciar un dibujo de otro.

4.2.2 ¿Qué se encontró en la actividad 2?

Generalidades

Al plantear una actividad de clase, es importante tener en cuenta que parte de su éxito radica en la motivación que tengan los estudiantes frente a esta, teniendo en cuenta el desempeño de los estudiantes durante la aplicación de nuestras actividades podemos afirmar que se cumplió con ese propósito; dado que el que cada pareja tuviera las doce piezas del juego y pudieran manipularlas y jugar con ellas al inicio, como parte de la exploración y acercamiento al material, generó gran entusiasmo y expectativa por desarrollar la actividad y ver de qué manera se utilizaría dicho material.

Los estudiantes encontraron rápidamente la respuesta al número de cuadros que cada ficha tenía, lo dedujeron en su mayoría sin contar los cuadrados de cada una, pues relacionaron la cantidad buscada con el nombre de Pentaminós, así como la construcción que hicieron de las mismas.

Se cumplió con el propósito de acercarlos a las magnitudes de área y perímetro con unidades de medida no estándar, ya que las respuestas a estas medidas se dieron a través de la utilización del mismo material como unidad de medida, es decir, para determinar la medida del área y el perímetro la unidad de medida fueron los cinco cuadrados, o sus lados, de los cinco que conformaban cada pieza.

En cuanto a establecer relaciones entre las magnitudes área y perímetro, para la mayoría de los estudiantes quedó claro que dichas magnitudes no son dependientes, lo cual se puede corroborar a través de los registros que ilustran que para los estudiantes aunque todas las piezas tienen la misma área (5 cuadrados) hay una de ellas, la P, que no tiene el mismo perímetro (10 líneas y no 12 líneas como las demás piezas).

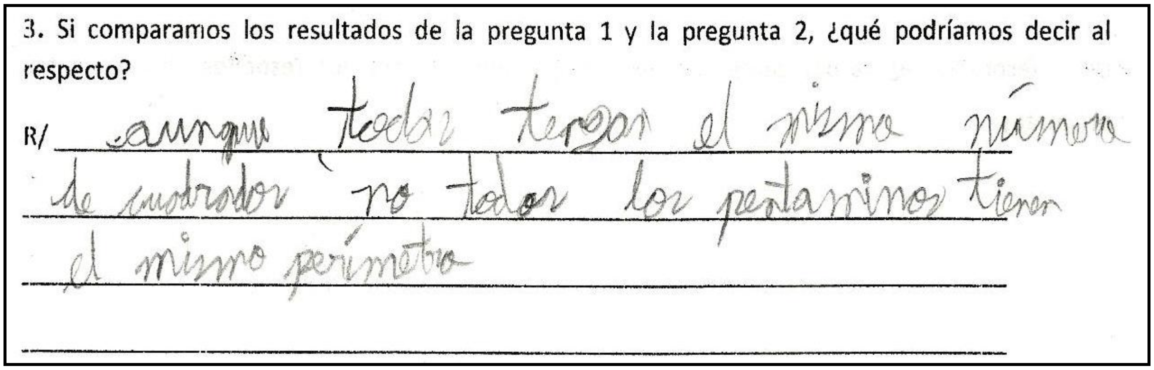
La última parte de la actividad, pretendía verificar si los estudiantes comprendieron la naturaleza de los poliminós a través de la construcción de uno, así mismo se pretendía, con dicha construcción, que lograran comprobar nuevamente que no existe una relación dependiente entre la magnitud área y la magnitud perímetro, es decir, que si la magnitud área es igual para todas las piezas la magnitud perímetro no lo es. Al pedirles dibujar un hexaminó con un perímetro diferente a 14 unidades, que era el perímetro de los hexaminós ilustrados en la actividad, la mayoría de los estudiantes logró hacerlo de manera exitosa.

Síntesis de los resultados de cada pregunta de la actividad 2

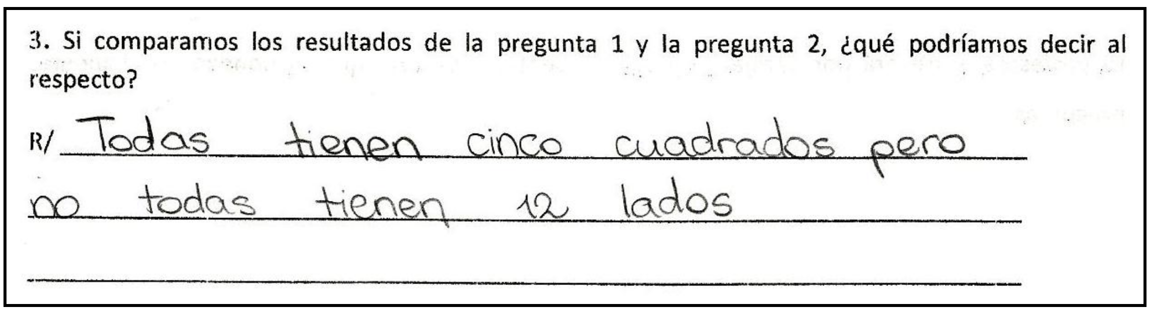
La pregunta 1 fue respondida correctamente por todos los estudiantes dado que hizo parte de la explicación de la actividad como fase introductoria por parte de la profesora.

En la pregunta 2 la mayoría de los estudiantes encontró el perímetro correcto para cada una de las piezas, aunque hubo que hacer la aclaración en el tablero sobre los lados que debían contar (los externos solamente) y no los internos como algunos estudiantes manifestaron inicialmente.

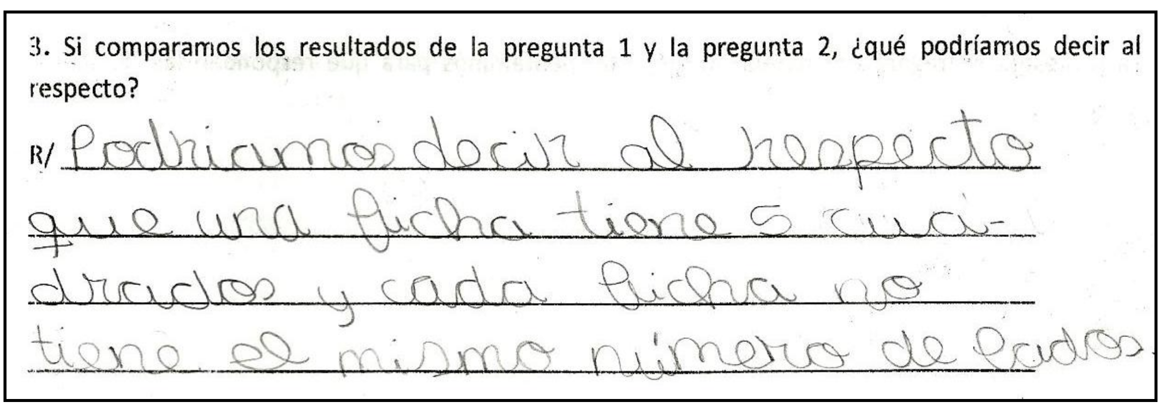
En la pregunta 3 se evidencian diferentes formas de respuestas, aunque la mayoría apuntan a lo mismo, solo que algunos estudiantes dan respuestas más elaboradas y otros son un poco más concretos al responder (Algunos estudiantes no dan respuesta a lo que se les pregunta.). A continuación se presentan ejemplos de ello:


3. Si comparamos los resultados de la pregunta 1 y la pregunta 2, ¿qué podríamos decir al respecto?

R/ aunque todas tengan el mismo número de cuadrados no todos los pentaminos tienen el mismo perímetro

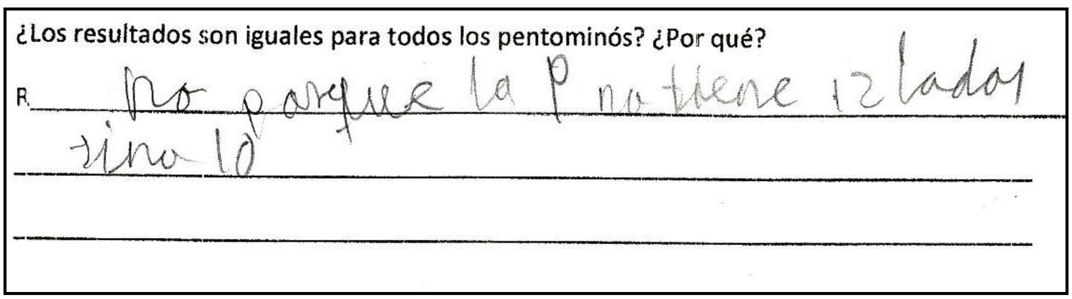

3. Si comparamos los resultados de la pregunta 1 y la pregunta 2, ¿qué podríamos decir al respecto?

R/ Todas tienen cinco cuadrados pero no todas tienen 12 lados

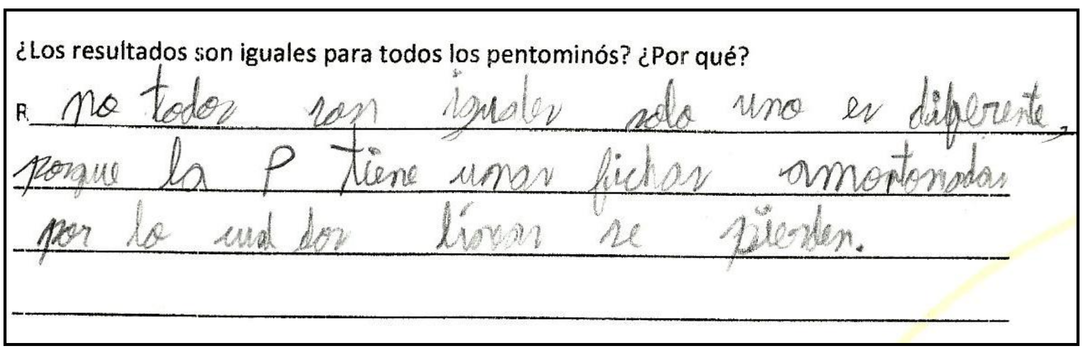

3. Si comparamos los resultados de la pregunta 1 y la pregunta 2, ¿qué podríamos decir al respecto?

R/ Podriamos decir al respecto que una ficha tiene 5 cua-drados y cada ficha no tiene el mismo número de lados.

Lo encontrado en la pregunta que complementa la 3 corrobora la forma de responder en esta. ya que existen respuestas más elaboradas que dan cuenta de lo que se está preguntando respecto a la relación o no de los resultados en cuanto a la magnitud área y magnitud perímetro, estableciendo las diferencias en los resultados, y también otros estudiantes presentan generalidades sobre dicha relación; es decir, que aunque todas las piezas tienen la misma área hay una de ellas que tiene diferente perímetro, lo que permite evidenciar que las magnitudes área y perímetro no tienen dependencia. A continuación observamos algunos registros de los estudiantes:


¿Los resultados son iguales para todos los pentominós? ¿Por qué?

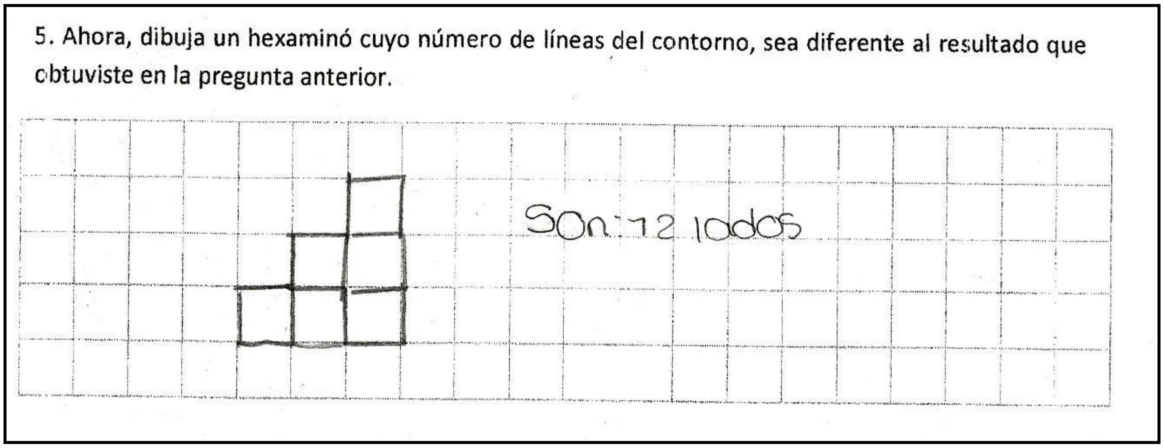
R. no porque la P no tiene 12 lados sino 10

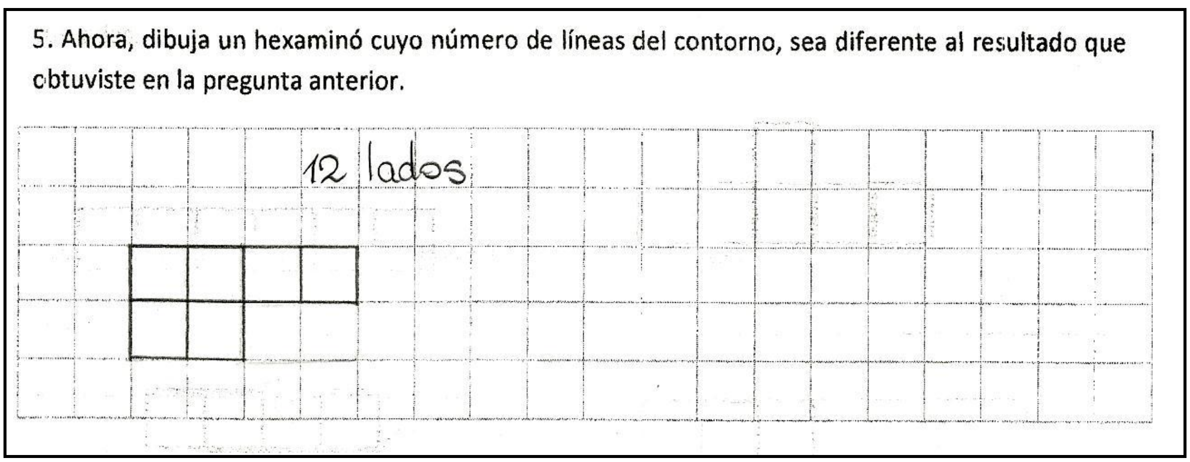

¿Los resultados son iguales para todos los pentominós? ¿Por qué?

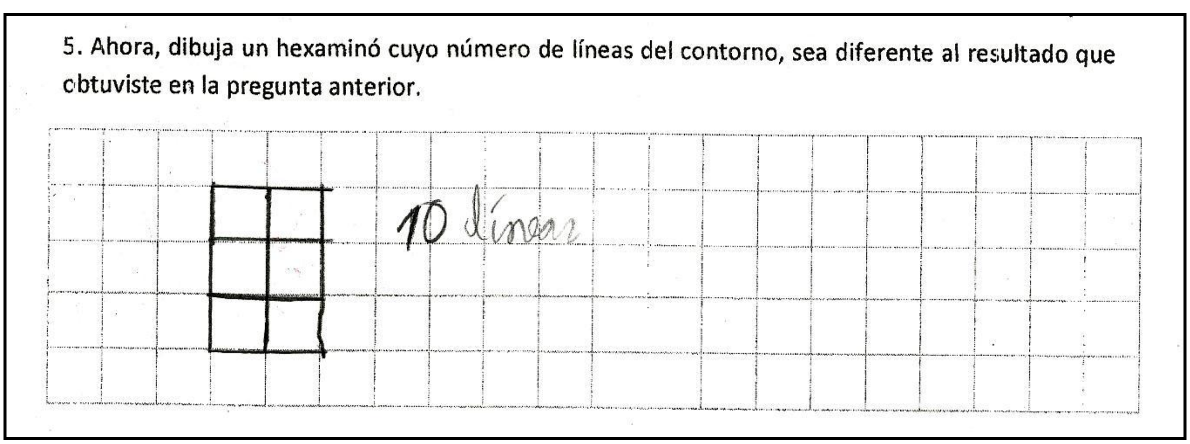
R. no todos son iguales solo uno es diferente, porque la P tiene unas fichas amontonadas por lo cual dos líneas se pierden.

En la pregunta 4 todos los estudiantes lograron determinar el perímetro de los cuatro hexaminós ilustrados en la actividad, corroborando nuevamente la importancia de generar actividades de medición utilizando unidades de medida no estándar. En la pregunta 5, que complementa la anterior, la mayoría de los estudiantes logró dibujar un nuevo hexaminó, con un perímetro diferente de 14 unidades. Además se observó que resultaron aproximadamente tres nuevos hexaminós, es decir, tres piezas diferentes a las que la pregunta ilustraba.

A continuación se muestran los tipos de hexaminós que más dibujaron los estudiantes.







Resultados y análisis de resultados de cada pregunta de la actividad 2

Teniendo en cuenta que el número de estudiantes con el cual se trabajó en esta actividad fue de 33 y que la mayoría de los estudiantes trabajaron en parejas, podemos decir lo siguiente:

Pregunta 1

1. Observa y cuenta el número de cuadrados que conforman cada una de las fichas del Pentaminó. ¿Cuántos cuadrados tiene cada ficha?

R/ ____

____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de cuadrados que conforman cada pieza o ficha de Pentaminós	33	100%

Tabla 7. Síntesis de respuestas de la actividad 2-pregunta 1

Pregunta 2

2. Observa y cuenta el número de líneas que conforman el contorno de cada una de las fichas del Pentaminó. Escribe el número al frente.

F: _________	U: _________
I: _________	V: _________
L: _________	W: _________
N: _________	X: _________
P: _________	Y: _________
T: _________	Z: _________

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de líneas que conforman el contorno de cada pieza de Pentaminós	25	76%
Tipo 2	Estudiantes que presentan dificultad al encontrar el contorno de una de las piezas	2	6%
Tipo 3	Estudiantes que presentan dificultad al encontrar el contorno de las piezas con diversas cantidades	6	18%

Tabla 8. Síntesis de respuestas de la actividad 2-pregunta 2

Pregunta 3

3. Si comparamos los resultados de la pregunta 1 y la pregunta 2, ¿qué podríamos decir al respecto?

R/ ____

____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que realizan la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro correctamente con un análisis completo y detallado de la misma	3	9%
Tipo 2	Estudiantes que realizan la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro correctamente con un análisis concreto	12	36%
Tipo 3	Estudiantes que realizan la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro correctamente con un análisis simple	3	9%
Tipo 4	Estudiantes que presentan dificultad para realizar la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro	13	39%
Tipo 5	Estudiantes que no responden la pregunta	2	6%

Tabla 9. Síntesis de respuestas de la actividad 2-pregunta 3

¿Los resultados son iguales para todos los Pentaminós? ¿Por qué?

R____

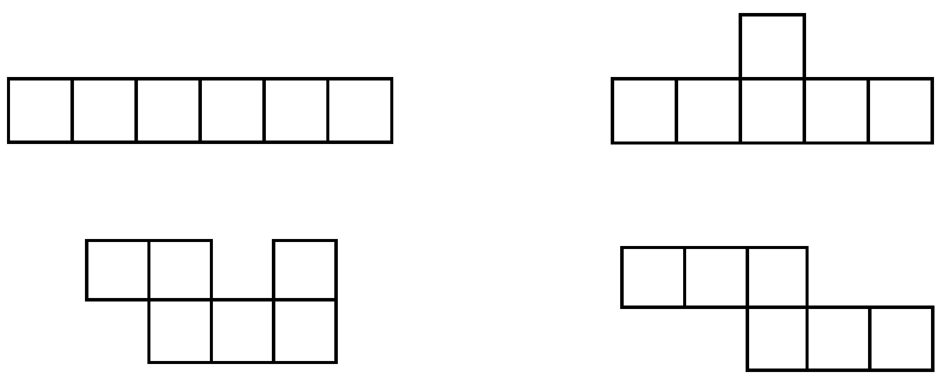
____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que realizan la comparación correctamente con un análisis completo y detallado de la misma	3	9%
Tipo 2	Estudiantes que realizan la comparación correctamente con un análisis concreto	10	30%
Tipo 3	Estudiantes que realizan la comparación correctamente con un análisis simple	6	18%
Tipo 4	Estudiantes que presentan dificultad para realizar la comparación	12	36%
Tipo 5	Estudiantes que no responden la pregunta	2	6%

Tabla 10. Síntesis de respuestas de la actividad 2-pregunta 3b

Pregunta 4

Las siguientes figuras corresponden a algunos hexaminós, es decir, seis cuadros unidos por uno de sus lados.



4. ¿Cuántas líneas conforman el contorno de cada uno de los hexaminó anteriores?

R____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de líneas que conforman el contorno de cada pieza de hexaminó	32	97%
Tipo 2	Estudiantes que presentan dificultad para encontrar el contorno de los hexaminós	1	3%

Tabla 11. Síntesis de respuestas de la actividad 2-pregunta 4

Pregunta 5

5. Ahora, dibuja un hexaminó cuyo número de líneas del contorno, sea diferente al resultado que obtuviste en la pregunta anterior.

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente encontrando un hexaminó cuyo contorno es de 12 líneas	23	70%
Tipo 2	Estudiantes que responden correctamente encontrando un hexaminó cuyo contorno es de 10 líneas	6	18%
Tipo 3	Estudiantes que dibujan correctamente un hexaminó pero cuyo contorno es 14	4	12%

Tabla 12. Síntesis de respuestas de la actividad 2-pregunta 5

Los resultados de las preguntas 1 y 2 parecen evidenciar una aproximación positiva por parte de los estudiantes hacia la medición de las magnitudes de área y perímetro con unidades de medida no estándar. En cuanto a los resultados de la pregunta 3 y la pregunta complementaria de ésta, podríamos decir que para la mayoría de los estudiantes es posible establecer relaciones que determinan la no dependencia entre las magnitudes de área y perímetro, es decir, que lograron verificar que aunque todas las piezas de pentaminós tuvieran la misma área (5 cuadrados) no implicaba que todas las piezas tuvieran el mismo perímetro.

Los resultados de la pregunta 4 parecen indicar que la mayoría de los estudiantes llegan a utilizar adecuadamente unidades de medida no estándar para determinar la magnitud perímetro de una figura. Por último, los resultados de la pregunta 5 parecen evidenciar que los estudiantes comprendieron la naturaleza de los poliminós así como la obtención de la medida de la magnitud perímetro, sin utilizar unidades de medidas estándar, los resultados indican que el 88% de los estudiantes lograron dibujar un hexaminó con perímetro diferente de 14 unidades.

4.2.3 ¿Qué se encontró en la actividad 3?

Generalidades

En esta actividad los estudiantes tuvieron nuevamente la oportunidad de utilizar el material (las 12 fichas del Pentaminó) para desarrollarla, lo cual generó mucha expectativa y motivación, características de las que se hablaba en la segunda actividad y que favorecen un desarrollo óptimo de la actividad.

La parte introductoria de la actividad, pretendía ayudar a los estudiantes a organizar las piezas de Pentaminós en un rompecabezas para conocer un poco más el material y ver el tipo de estrategias que utilizarían los estudiantes para encontrar las piezas faltantes. El propósito de conocer más los Pentaminós y, específicamente, la propiedad de triplicar para profundizar un poco en el tema de la comparación entre la magnitud área y la magnitud perímetro, fue acertado, ya que nuevamente se utilizaron unidades de medida no estándar para el acercamiento a la medida de dichas magnitudes, creando situaciones en las que los estudiantes pudieran establecer las medidas.

Síntesis de los resultados de cada pregunta de la actividad 3

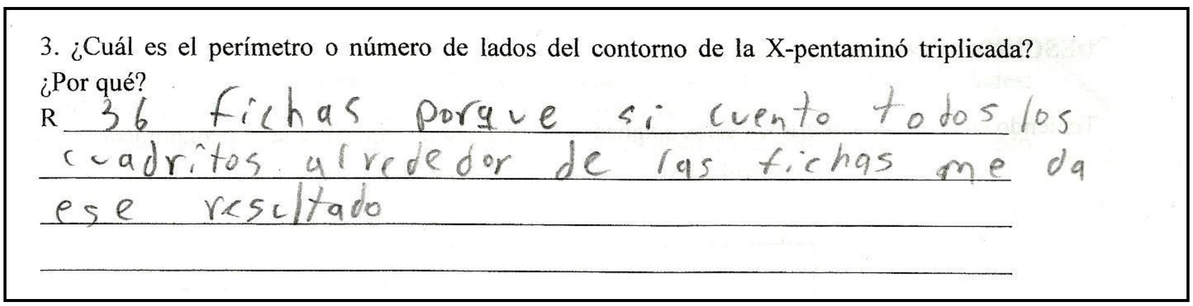
La actividad 3 presenta una parte introductoria que no tiene las preguntas enumeradas pero que llamaremos primera y segunda parte respectivamente. La primera parte introductoria fue respondida correctamente por la mayoría de los estudiantes, algunos encontraron las piezas faltantes a través del recubrimiento de la figura y otros completaron dibujando las piezas faltantes en el rompecabezas.

En la segunda parte, cuando los estudiantes se enfrentan a una pieza triplicada (T-Pentaminó) utilizan la estrategia de dibujar sobre la misma dando en su mayoría respuestas incompletas, cuando se les pide encontrar las piezas faltantes para completar el rompecabezas.

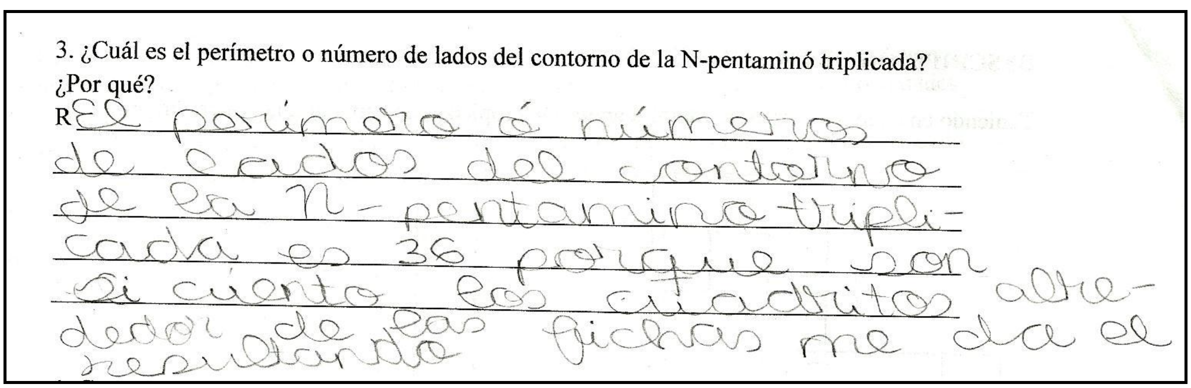
La pregunta 1 nuevamente enfrentó a los estudiantes con una ficha triplicada (recordemos que algunos trabajaron con la X-Pentaminó triplicada y otros con la N-Pentaminó triplicada), donde debían buscar las piezas faltantes, para este punto los resultados mejoraron un poco respecto al anterior, no obstante, gran parte de los estudiantes no encontraron todas las fichas faltantes.

La pregunta 2 retoma la medición de la magnitud área, pero esta vez con la pieza triplicada, para la X-Pentaminó triplicada gran parte de los estudiantes evidenció dificultades para lograr deducir la respuesta correcta, en el caso de la N-Pentaminó triplicada, los resultados fueron mejores dado que la mitad de los estudiantes respondió correctamente.

En la pregunta 3 existen diversas respuestas respecto al cálculo de la magnitud perímetro en la ficha triplicada, para la mayoría de los estudiantes hubo dificultad para hallar la respuesta. A continuación se ilustran algunas de las respuestas correctas:


3. ¿Cuál es el perímetro o número de lados del contorno de la X-pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R 36 fichas porque si cuento todos los cuadritos alrededor de las fichas me da ese resultado


3. ¿Cuál es el perímetro o número de lados del contorno de la N-pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R El perímetro ó números de lados del contorno de la N-pentaminó tripli-cada es 36 porque son si cuento los cuadritos alre-dedor de las fichas me da el resultando

Finalmente, en la pregunta 4 gran parte de los estudiantes presenta dificultad para establecer diferencias entre las magnitudes área y perímetro halladas, las sustentaciones y/o comentarios no dan cuenta de lo que se les pregunta, lo cual está relacionado directamente con la falta de datos correctos provenientes de las dos preguntas anteriores.

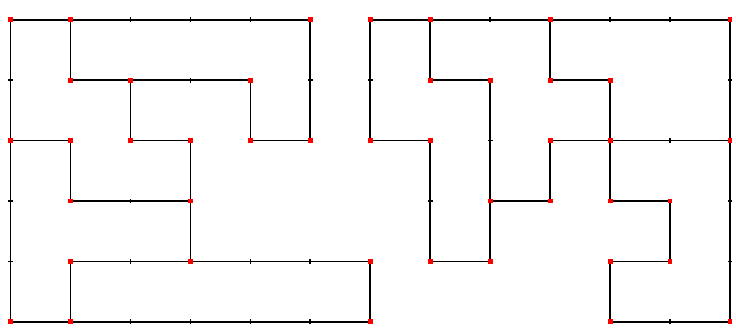
Resultados y análisis de resultados de cada pregunta de la actividad 3

El número de estudiantes con el cual se trabajó en esta actividad fue de 31 (2 estudiantes no asistieron) y se distribuyeron de la misma manera que en la actividad anterior. En las 2 preguntas de introducción (primera parte y segunda parte) todos tienen la misma situación y en la siguiente fase se dividieron así: 15 estudiantes trabajaron con la X-Pentaminó triplicada (versión 1 de la actividad 3) y 16 estudiantes trabajaron con la N-Pentaminó triplicada (versión 2 de la actividad 3). A partir de esta información se puede decir lo siguiente:

Primera parte (pregunta de introducción)

Ahora, te invito a que completes el siguiente rompecabezas, cuya dimensión es de 5 x 12. ¿Cuáles Pentaminós hacen falta para cubrir los vacíos?

R ____



Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que encuentran todas las piezas para completar el rompecabezas y las nombran	21	68%
Tipo 2	Estudiantes que encuentran el número de piezas para completar el rompecabezas pero no las nombran	4	13%
Tipo 3	Estudiantes que encuentran algunas piezas para completar el rompecabezas	1	3%
Tipo 4	Estudiantes que presentan dificultad para encontrar las piezas que completan el rompecabezas	5	16%

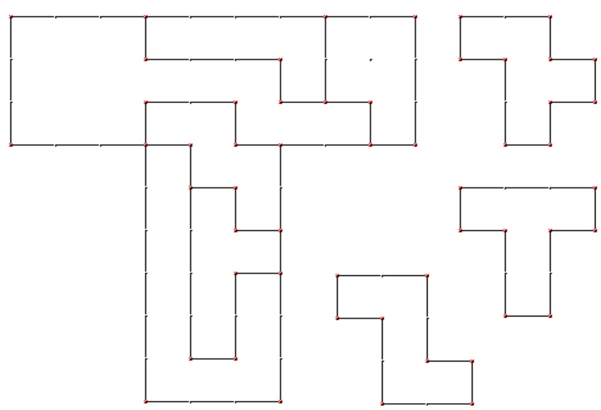
Tabla 13. Síntesis de respuestas de la actividad 3-pregunta introductoria 1

Segunda parte (pregunta de introducción)

La siguiente figura ilustra otra forma de triplicar la T-Pentaminó, ¿cuáles fichas hacen falta para completar el dibujo? Recuerda que las fichas que están por fuera de la T-Pentaminó, son las que no se utilizan en este caso.

R ____

____



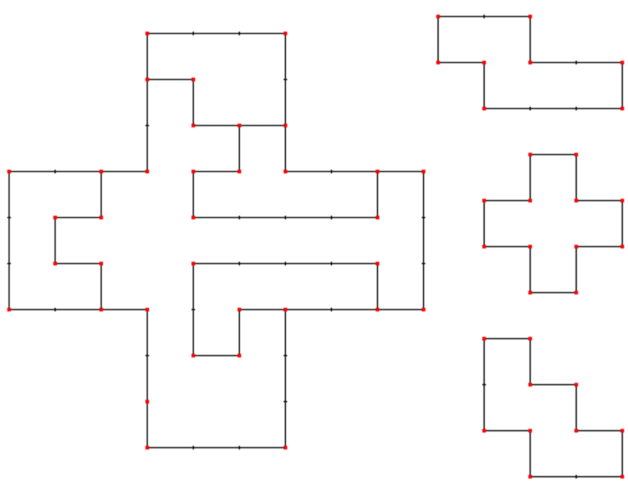
Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que encuentran todas las piezas para completar el rompecabezas y las nombran	5	16%
Tipo 2	Estudiantes que encuentran el número de piezas para completar el rompecabezas pero no las nombran	2	6%
Tipo 3	Estudiantes que encuentran algunas piezas para completar el rompecabezas	9	29%
Tipo 4	Estudiantes que presentan dificultad para encontrar las piezas que completan el rompecabezas	15	48%

Tabla 14. Síntesis de respuestas de la actividad 3-pregunta introductoria 2

A continuación se presenta el análisis de los resultados para la X-Pentaminó triplicada

Recordemos que 15 estudiantes organizados en parejas trabajaron con estas preguntas.

Pregunta 1



1. ¿Cuáles fichas hacen falta para completar la X-Pentaminó triplicada?

R____

____.

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que encuentran todas las piezas para completar la X-Pentaminó triplicada y las nombran	2	13%
Tipo 2	Estudiantes que encuentran el número de piezas para completar la X-Pentaminó triplicada pero no las nombran	2	13%
Tipo 3	Estudiantes que encuentran algunas piezas para completar la X-Pentaminó triplicada	7	47%
Tipo 4	Estudiantes que presentan dificultad para encontrar las piezas que completan la X-Pentaminó triplicada	4	27%

Tabla 15. Síntesis de respuestas de la actividad 3-pregunta 1-versión 1

Pregunta 2

2. ¿Cuál es el área o la cantidad de cuadros de la X-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R ____

____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de cuadros o la magnitud área de la X-Pentaminó triplicada, realizando un cálculo aritmético y justificando su proceso	2	13%
Tipo 2	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de cuadros o la magnitud área de la X-Pentaminó triplicada, realizando un cálculo aritmético sin justificar su proceso	8	53%
Tipo 3	Estudiantes que presentan dificultad al encontrar la cantidad de cuadros o la magnitud área de la X-Pentaminó triplicada	5	33%

Tabla 16. Síntesis de respuestas de la actividad 3-pregunta 2-versión 1

Pregunta 3

3. ¿Cuál es el perímetro o número de lados del contorno de la X-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R ____

____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de líneas que conforman el contorno de la X-Pentaminó triplicada realizando el conteo de las mismas	4	27%
Tipo 2	Estudiantes que presentan dificultad al encontrar el contorno de la X-Pentaminó triplicada	11	73%

Tabla 17. Síntesis de respuestas de la actividad 3-pregunta 3-versión 1

Pregunta 4

4. Compara los resultados del área y el perímetro que obtuviste y concluye si son iguales o diferentes. Explica tu respuesta.

R____

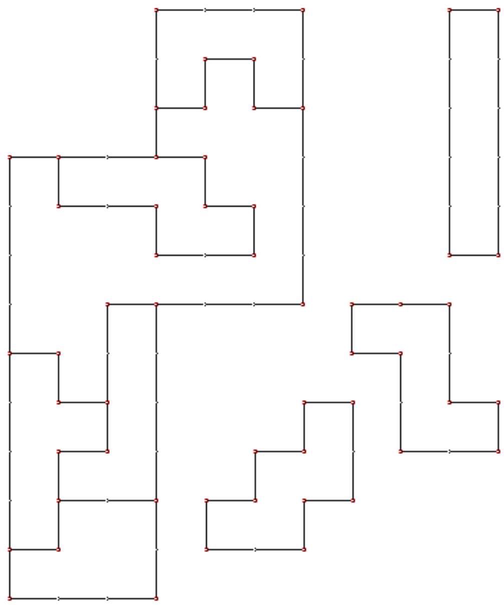
____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que realizan la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro correctamente con un análisis completo y detallado de la misma	0	0%
Tipo 2	Estudiantes que realizan la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro correctamente con un análisis concreto	0	0%
Tipo 3	Estudiantes que realizan la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro correctamente con un análisis simple	4	27
Tipo 4	Estudiantes que presentan dificultad para realizar la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro	11	73%

Tabla 18. Síntesis de respuestas de la actividad 3-pregunta 4-versión 1

A continuación se presenta el análisis de los resultados para la N-Pentaminó triplicada

Recordemos que 16 estudiantes organizados en parejas trabajaron con estas preguntas.



1. ¿Cuáles fichas hacen falta para completar la N-Pentaminó triplicada?

R____

____.

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que encuentran todas las piezas para completar la N-Pentaminó triplicada y las nombran	7	44%
Tipo 2	Estudiantes que encuentran el número de piezas para completar la N-Pentaminó triplicada pero no las nombran	1	6%
Tipo 3	Estudiantes que encuentran algunas piezas para completar la N-Pentaminó triplicada	0	0%
Tipo 4	Estudiantes que presentan dificultad para encontrar las piezas que completan la N-Pentaminó triplicada	8	50%

Tabla 19. Síntesis de respuestas de la actividad 3-pregunta 1-versión 2

Pregunta 2

2. ¿Cuál es el área o la cantidad de cuadros de la N-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R ____

____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de cuadros o la magnitud área de la N-Pentaminó triplicada realizando un cálculo aritmético justificando su proceso	6	38%
Tipo 2	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de cuadros o la magnitud área de la N-Pentaminó triplicada realizando un cálculo aritmético sin justificar su proceso	2	12%
Tipo 3	Estudiantes que presentan dificultad al encontrar la cantidad de cuadros o la magnitud área de la N-Pentaminó triplicada	8	50%

Tabla 20. Síntesis de respuestas de la actividad 3-pregunta 2-versión 2

Pregunta 3

3. ¿Cuál es el perímetro o número de lados del contorno de la N-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R ____

____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que responden correctamente la cantidad de líneas que conforman el contorno de la N-Pentaminó triplicada realizando el conteo de las mismas	6	38%
Tipo 2	Estudiantes que presentan dificultad al encontrar el contorno de la N-Pentaminó triplicada	10	62%

Tabla 21. Síntesis de respuestas de la actividad 3-pregunta 3-versión 2

Pregunta 4

4. Compara los resultados del área y el perímetro que obtuviste y concluye si son iguales o diferentes. Explica tu respuesta.

R____

____

Tipo de respuesta	Descripción	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que realizan la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro correctamente con un análisis completo y detallado de la misma	1	6%
Tipo 2	Estudiantes que realizan la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro correctamente con un análisis concreto	1	6%
Tipo 3	Estudiantes que realizan la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro correctamente con un análisis simple	8	50%
Tipo 4	Estudiantes que presentan dificultad para realizar la comparación entre el resultado de la magnitud área y el resultado de la magnitud perímetro	6	37%

Tabla 22. Síntesis de respuestas de la actividad 3-pregunta 4-versión 2

La parte introductoria de la actividad que presenta dos instrucciones relacionadas con utilizar el material como rompecabezas, parece mostrar que es más fácil para los estudiantes encontrar dichas piezas cuando se utilizan todas (12 Pentaminós) para tal fin, en el caso de completar una pieza triplicada donde sólo se utilizan nueve de ellas, parece haber generado confusión en los estudiantes, ya que el 48% de los estudiantes no logra encontrar las piezas para completar la pieza triplicada.

En el caso de los resultados de la pregunta 1, esta instrucción presentó nuevamente dificultad ya que para completar la ficha triplicada solo se utilizan nueve piezas y aunque en la actividad se ilustraban las piezas que debían sobrar para los estudiantes no fue clara esta distinción. Esta dificultad se evidencia en el porcentaje de estudiantes que contestan incorrectamente la pregunta (27% para la X-Pentaminó y 50% para la N-Pentaminó).

Los resultados en la pregunta 2 evidencian que para los estudiantes que trabajaron con la X-Pentaminó triplicada hubo menos dificultad para hallar el área o número de cuadrados de la pieza triplicada que para los que trabajaron con la N-Pentaminó triplicada, pues los resultados para quienes no hallaron una respuesta acertada fue de 33% para X-Pentaminó y 50% para la N-Pentaminó..

La pregunta 3 presenta resultados que muestran dificultad de los estudiantes para hallar el perímetro o el número de líneas del contorno de las piezas triplicadas (X-Pentaminó 73% y N-Pentaminó 62%), parece que la dificultad radicó en que las piezas se ilustraron distinguiendo las particiones con puntos (en el borde externo) y no con líneas, lo que generó confusiones en los estudiantes. Así mismo, los estudiantes no lograron deducir que si la pieza estaba triplicada el perímetro también se triplicaría.

Los resultados de la pregunta 4, son coherentes con los resultados obtenidos en las preguntas 2 y 3, en cuanto que los estudiantes tuvieron dificultades para hallar el área y el perímetro de la pieza triplicada y en esta pregunta debían comparar esos resultados, por lo cual el porcentaje de estudiantes que presentaron dificultad para realizar esta comparación fue de 73% para los que trabajaron con la X-Pentaminó triplicada y 37% para los que trabajaron con la N-Pentaminó triplicada.

4.3 Síntesis de los resultados de las actividades

Los resultados presentados y su análisis permiten señalar aspectos relevantes para el alcance de los objetivos propuestos así como algunos otros que requerirían de ajustes o reconsideraciones para una implementación posterior.

En cuanto a lo alcanzado por la actividad se pueden señalar como logros importantes del trabajo con los Pentaminós el vínculo creado entre los estudiantes y las actividades propuestas; es decir, la participación activa del grupo de estudiantes, sus constantes y diferentes intervenciones (para preguntar o aportar) revelan que la introducción de este tipo de recursos puede generar actitudes positivas hacia la clase de matemáticas, brindando escenarios de participación y discusión con los estudiantes.

En cuanto a aquellos elementos sobre los cuales las actividades nos invitan a reflexionar debido a las dificultades que permiten evidenciar, se puede señalar que los tiempos de las clases tradicionales no se corresponden con los tiempos de las clases que introducen acciones o actividades “diferentes”; es decir, la tradición escolar permite tener unos cálculos sobre los tiempos necesarios y suficientes para el desarrollo de cierto tema, sin embargo ese control sobre el tiempo necesario parece desaparecer con este tipo de situaciones, toda vez que el "control" que tenía el maestro sobre lo que pasaba en la clase –al determinar, por ejemplo, cuando se termina la explicación- ahora no es posible ya que esas decisiones obedecen a las dinámicas del grupo y no solamente a la voluntad del profesor.

Además, la observación y la toma de registros audiovisuales se proponen como recursos fundamentales para una reflexión sobre la práctica docente, sin embargo, requieren de apoyos humanos y técnicos que no están al alcance de todos los maestros y, de estarlo, pueden sufrir alteraciones no controladas por éste. Es decir, en cuanto a los videos pudimos observar que no basta con tener alguien "que filme", se requiere además de cierta experticia que permita fijarse en los aspectos relevantes en el desarrollo de la clase, la cual no se consigue con la "intención manifiesta", al ser una técnica parece requerir de un proceso de aprendizaje. Muchos de nuestros videos no permiten ver lo que estaba pasando en relación con la situación. Además, pero sin profundizar en ello, los requerimientos de equipos, materiales y software para manipularlos se convierten en otro elemento de difícil control.

Todo lo anterior nos permite entonces afirmar que las actividades cumplieron con el propósito de crear un espacio de reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas en general, de la geometría en particular y de algunos de los elementos que intervienen en su desarrollo.

CONCLUSIONES

A partir del proceso de diseño, aplicación y análisis de las situaciones de clase se plantean conclusiones que van dirigidas a evidenciar la dimensión del proceso realizado.

Respecto a la implementación de las actividades, se puede inferir que la participación de la investigadora tuvo dos ventajas, por un lado se asumió el rol de observador crítico del proceso de enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos en el aula de clase y por otro lado, apoyó en la orientación del proceso de intervención de aula. Esta doble connotación de su acción le permite indagar sobre los aspectos conceptuales que se pueden desencadenar a partir de la participación y discusión con los estudiantes, elemento que sirve de retroalimentación para el diseño de situaciones de aula futuras

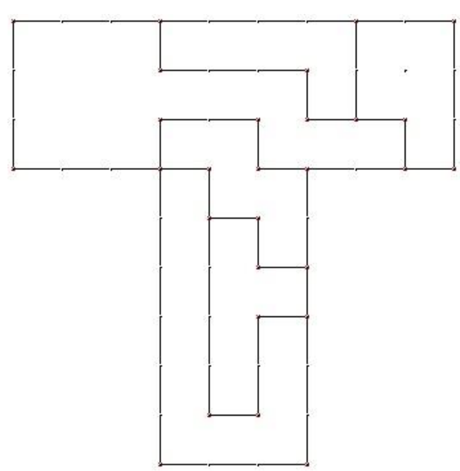
En cuanto a los conceptos matemáticos implicados en las actividades propuestas, los estudiantes lograron aproximarse a los conceptos de área y perímetro y a la medición de los mismos. Tales aproximaciones fueron inducidas a partir de la manipulación de material concreto, que para nuestro caso fueron los Pentaminós, este tipo de situaciones permitieron que los estudiantes participaran en un proceso perceptivo a través de unidades de medida no estándar donde realizaron medidas aproximativas que luego con otro tipo de situaciones les podrán permitir captar la naturaleza continua y aproximativa de la medida.

La posibilidad de iniciar el estudio de conceptos matemáticos por una vía distinta a la presentación formal de sus definiciones y posterior formulación de ejercicios; es decir, el conjunto de actividades presentadas, permitió abordar conceptos relacionados con las medidas de magnitudes (área y perímetro), su conceptualización y empleo en el desarrollo de actividades, sin necesidad de regirse por las estructuras formales de dichos conceptos, y por el contrario, permitieron el uso de nombres y términos más cercanos a los estudiantes como instancias previas a su necesaria formalización.

La posibilidad de un trabajo integrador; es decir, la concepción de las actividades, en particular la dinámica de la construcción del material, involucró el recurso a otros conceptos geométricos (simetría, por ejemplo) que, sin ser el tema central de la propuesta, se constituyeron en posibles puntos de partida de otras sesiones de clase en las que el mismo material podría permitir otras discusiones relacionadas con esos otros conceptos.

De acuerdo con los procesos llevados a cabo por los estudiantes durante las actividades de aula, se observó que requieren ayuda en cuanto a la lectura pues en la mayoría de los casos fue un factor que dificultó el desarrollo adecuado de las mismas. En ocasiones fue necesario explicar detalladamente los enunciados de las pregunta para que los estudiantes comprendieran y lograr dar una posible solución. Fue necesario realizar un ajuste para el cierre de la actividad 1, apoyándose en una puesta en común para lograr obtener los resultados requeridos que abrían paso a la actividad 2.

En cuanto a los elementos necesarios para el diseño de una situación de aprendizaje que involucre manipulables para promover el aprendizaje de los conceptos de área y perímetro se puede concluir que es necesaria una reflexión continúa sobre los enunciados empleados en la formulación de las actividades de clase, junto con las figuras o dibujos que les acompañan. La redacción de los enunciados no bastó para que los estudiantes comprendieran el propósito de las actividades, siempre fue necesaria la intervención de la maestra (o la investigadora desempeñando este rol) para ampliar y explicar lo que ahí decía; los enunciados parecieran estar siempre incompletos y exigieron la intervención de la maestra. Relacionado con la anterior, las figuras que acompañaron a los enunciados podrían ser potentes para el desarrollo de una tarea particular, pero también podrían convertirse en elementos problemáticos; por ejemplo, las figuras empleadas -como la siguiente:



Cuando se intentó presentar un “rompecabezas incompleto”, cuya solución era la base de las actividades presentadas, introdujo una dificultad para los estudiantes, ya que al pedírseles que calcularan el perímetro no tenían porque ver algo distinto a lo que efectivamente se presentó (una figura irregular, compuesta por otras que también tienen contorno y por lo tanto perímetro), ya que no se hizo la suficiente claridad de que el perímetro a calcular era el de la figura, pero después de haber llenado los espacios.

El uso del material concreto –Pentaminós- ayudó a que los estudiantes materializaran a través de sus piezas un concepto abstracto como es el de medida, ya que este objeto posee la cualidad medida y sirvió de intermediario para realizar comparaciones entre ellos con el fin de determinar su igualdad o diferencia

La profesora cumplió un papel importante al orientar estos procesos, pues se encargó de confrontar y reorientar a los estudiantes ante el tipo de respuestas dadas.

BIBLIOGRAFÍA

ARÉVALO S., BUSTOS L., PERAFÁN B. y SALAZAR C. (2009). *Estrategias en Matemáticas 4.* Editorial Libros y Libros S.A. Primera edición. Santa fe de Bogotá. p.146.

CAMARGO L., LEGUIZAMÓN C. y SAMPER C. (2003). *Tareas que promueven el Razonamiento en el Aula a través de la Geometría.* Colección cuadernos de Matemática Educativa. Grupo editorial Gaia. Libro N°6. Santa fe de Bogotá.p.37

D´AMORE B., FANDIÑO, M. (2003). *Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y estudiantes*. Revista electrónica de Relime, Núm. 1, Vol. 10, pp 39-68. Extraído el 20 de septiembre de 2010 de http://www.clame.org.mx/relime/20070103.pdf

DICKSON L., BROWN M. y GIBSON O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Editorial Labor, S.A, Barcelona.

DUVAL R. (1996). Q*uel cognitif retenir en didactique des mathématiques*. Recherches en Didactique des mathématiques. Vol. 16, #3, pp. 349-382.

EQUIPO EDICIONES SM. (2008*). Estudio Taller Matemáticas 4.* Ediciones SM S.A. Primera edición. Santa fe de Bogotá.

ESCOBAR J. (1997). *Geometría para principiantes.* Universidad Pontificia Bolivariana. Escuela de Ciencia Básica. Segunda edición. Medellín Colombia.

HEMMERLING, E. (2002). *Geometría elemental*. Departamento de matemáticas, Bakersfield College. Editorial Limusa. México D.F.

MARMOLEJO, G. (2003). *Geometría, figuras y visualización*. Tesis Maestría en Educación. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Área de Educación Matemática. pp. 4-8

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). *Matemáticas*. *Lineamientos Curriculares*. Editorial Magisterio. Primera edición. Santa fe de Bogotá.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2006).*Matemáticas. Estándares Básicos de Competencias*. MEN. Santafé de Bogotá.

N.C.T.M. (1991). *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. (SAEM THALES). Reston, VA: NCTM.

SEDUCA. (2005). *Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas.* Gobernación de Antioquia. Secretaría de Educación para la Cultura. Dirección de Fomento a la Educación con Calidad. Primera edición. Medellín Colombia.

SEDUCA. (2006).*Módulo 3. Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas*. Gobernación de Antioquia. Secretaría de Educación para la Cultura. Dirección de Fomento a la Educación con Calidad. Primera edición. Medellín Colombia

ANEXOS

Anexo 1:

COLEGIO HISPANOAMERICANO	**BÁSICA PRIMARIA 2010-2011** **Departamento de Matemáticas** **Taller: Geometría** **Docente: Milena Vargas** **Período: II** **Grado: 4°**	**Fecha:** **de 2011**
		Anexo N° 6

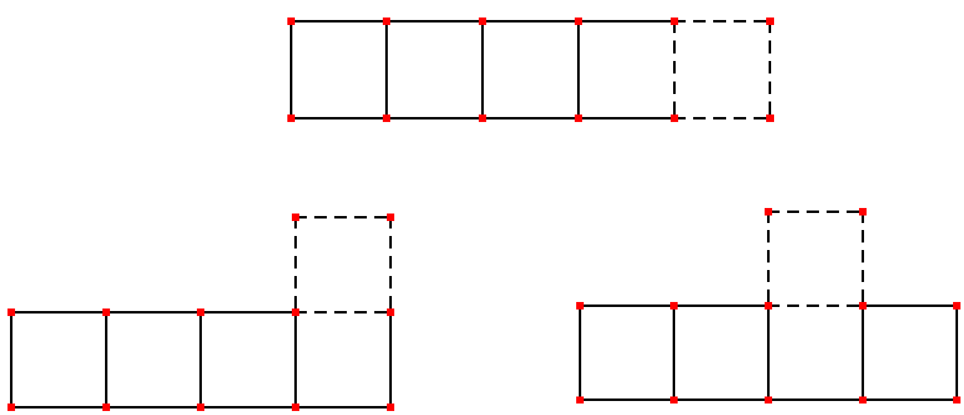
ESTUDIANTE: ____**CÓDIGO**:________

ACTIVIDAD 1: CONOCIENDO LOS PENTAMINÓS

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

1. Dibuja en la hoja cuadriculada cuatro cuadros en línea (unidos por una de sus lados) con el lápiz negro.

Luego dibuja otro cuadro, usando el lápiz de color, de tal forma que quede unido por un lado al dibujo anterior, repite este procedimiento tantas veces como sea posible. Observa el ejemplo (El cuadro punteado es el que debes hacer de color)



¿Cuántos dibujos obtuviste?

R ____.

Observa y compara los dibujos obtenidos ¿cuántos de ellos son diferentes entre sí? ¿Por qué?

R ____

____

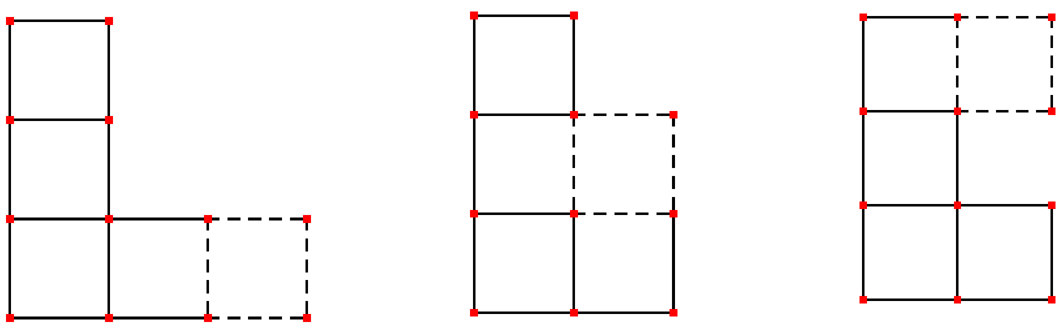
____

____

____

2. Dibuja en la hoja cuadriculada cuatro cuadros en forma de “L” con el lápiz negro.

Luego dibuja otro cuadro, usando el lápiz de color, de tal forma que quede unido por un lado al dibujo anterior, repite este procedimiento tantas veces como sea posible. Observa el ejemplo. (El cuadro punteado es el que debes hacer de color)



¿Cuántos dibujos obtuviste?

R ____.

Observa y compara los dibujos obtenidos ¿cuántos de ellos son diferentes entre sí? ¿Por qué?

R ____

____

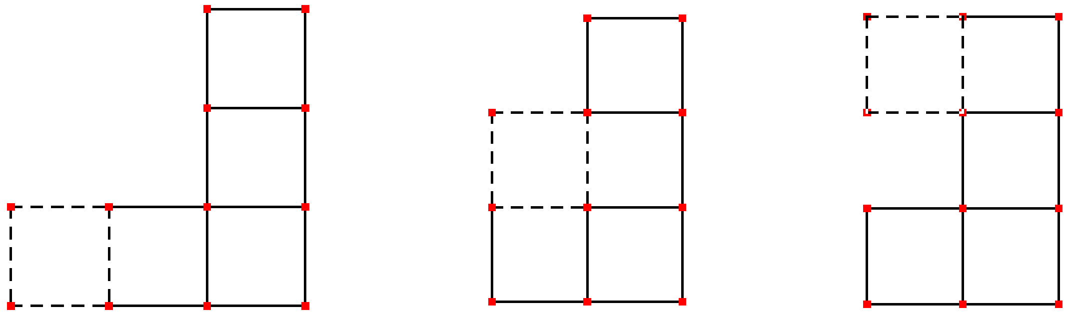
____

____

____

3. Dibuja en la hoja cuadriculada cuatro cuadros en forma de “L” con el lápiz negro.

Luego dibuja otro cuadro, usando el lápiz de color, de tal forma que quede unido por un lado al dibujo anterior, repite este procedimiento tantas veces como sea posible. Observa el ejemplo. (El cuadro punteado es el que debes hacer de color)



¿Cuántos dibujos obtuviste?

R ____.

Observa y compara los dibujos obtenidos ¿cuántos de ellos son diferentes entre sí? ¿Por qué?

R

____

____

____

____

____

Anexo 2

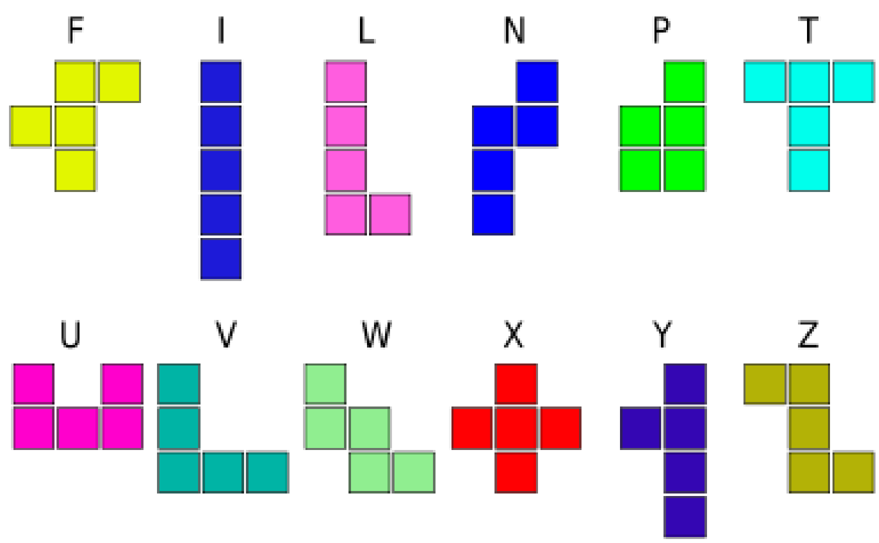
COLEGIO HISPANOAMERICANO	**BÁSICA PRIMARIA 2010-2011** **Departamento de Matemáticas** **Taller: Geometría** **Docente: Milena Vargas** **Período: II** **Grado: 4°**	**Fecha:** **de 2011** **Anexo N° 7**

ESTUDIANTE: ____**CÓDIGO**:_______

ACTIVIDAD 2: COMPAREMOS ÁREAS Y PERÍMETROS

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Recordemos que en la actividad anterior, construimos los doce Pentaminós que utilizaremos para desarrollar esta actividad, a continuación aparecen de manera gráfica:



La profesora entregará por pareja un juego de Pentaminós para que respondan las siguientes preguntas.

1. Observa y cuenta el número de cuadrados que conforman cada una de las fichas del Pentaminó. ¿Cuántos cuadrados tiene cada ficha?

R/ ____

____

2. Observa y cuenta el número de líneas que conforman el contorno de cada una de las fichas del Pentaminó. Escribe el número al frente.

F: __________	U: __________
I: __________	V: __________
L: __________	W: __________
N: __________	X: __________
P: __________	Y: __________
T: __________	Z: __________

3. Si comparamos los resultados de la pregunta 1 y la pregunta 2, ¿qué podríamos decir al respecto?

R/ ____

____

____

____

¿Los resultados son iguales para todos los Pentaminós? ¿Por qué?

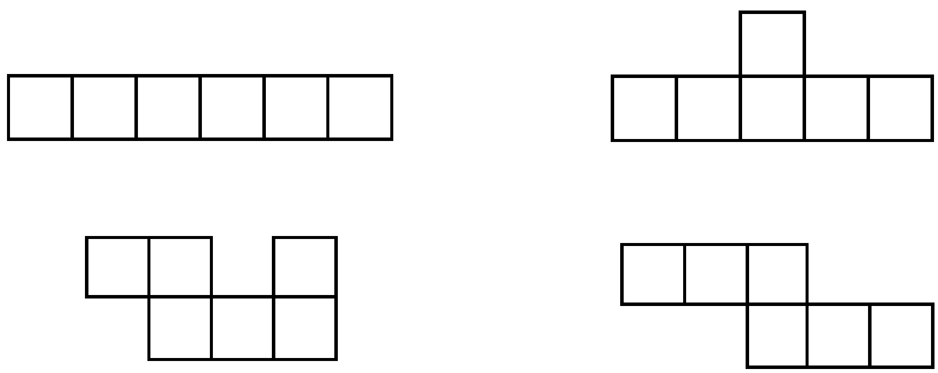
R____

____

____

____

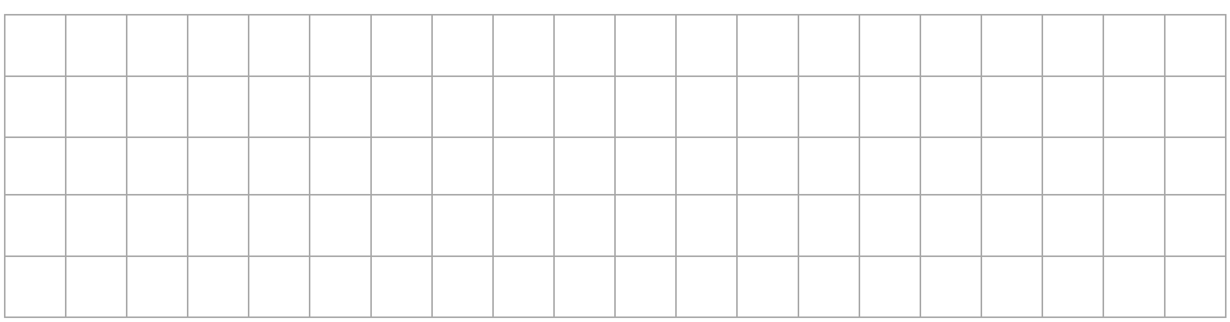
Las siguientes figuras corresponden a algunos hexaminós, es decir, seis cuadros unidos por uno de sus lados.



4. ¿Cuántas líneas conforman el contorno de cada uno de los hexaminó anteriores?

R____

5. Ahora, dibuja un hexaminó cuyo número de líneas del contorno, sea diferente al resultado que obtuviste en la pregunta anterior.



Anexo 3

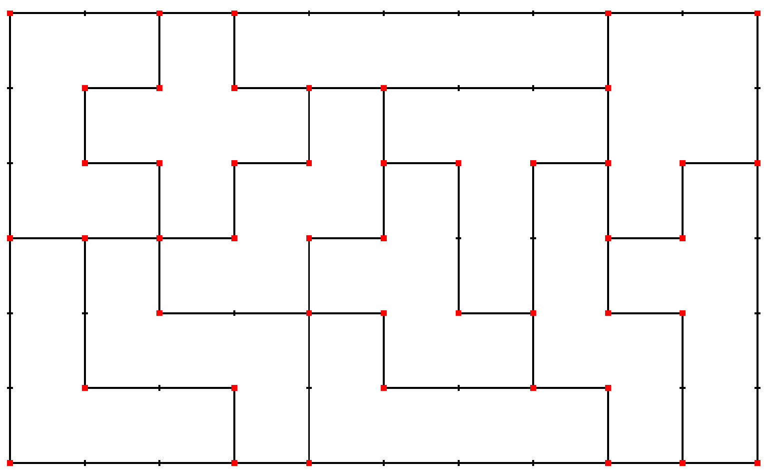
COLEGIO HISPANOAMERICANO	**BÁSICA PRIMARIA 2010-2011** **Departamento de Matemáticas** **Taller: Geometría** **Docente: Milena Vargas** **Período: II** **Grado: 4°**	**Fecha:** **de 2011** **Anexo N° 8**

ESTUDIANTE: ____**CÓDIGO**:_______

ACTIVIDAD 3: VAMOS A TRIPLICAR

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

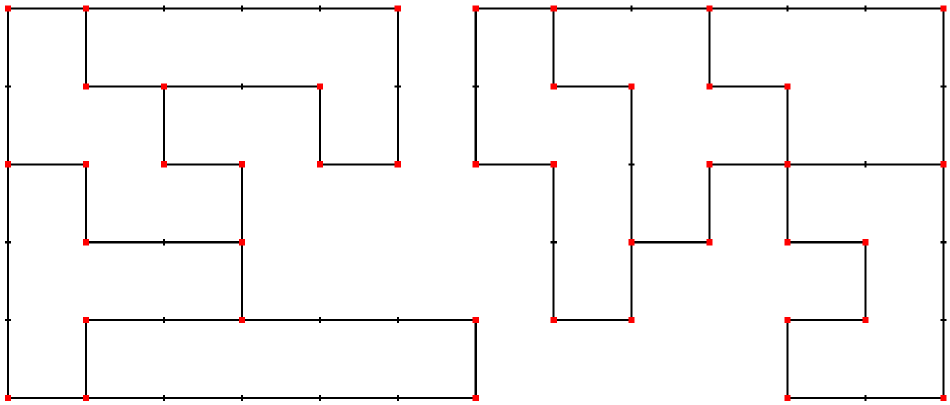
A continuación te presentamos un rompecabezas de Pentaminós, el cual consiste en rellenar un rectángulo con los 12 Pentaminós distintos sin dejar huecos vacíos ni superponiendo cuadrados.



Ahora, te invito a que completes el siguiente rompecabezas, cuya dimensión es de 5 x 12. ¿Cuáles Pentáminos hacen falta para cubrir los vacíos?

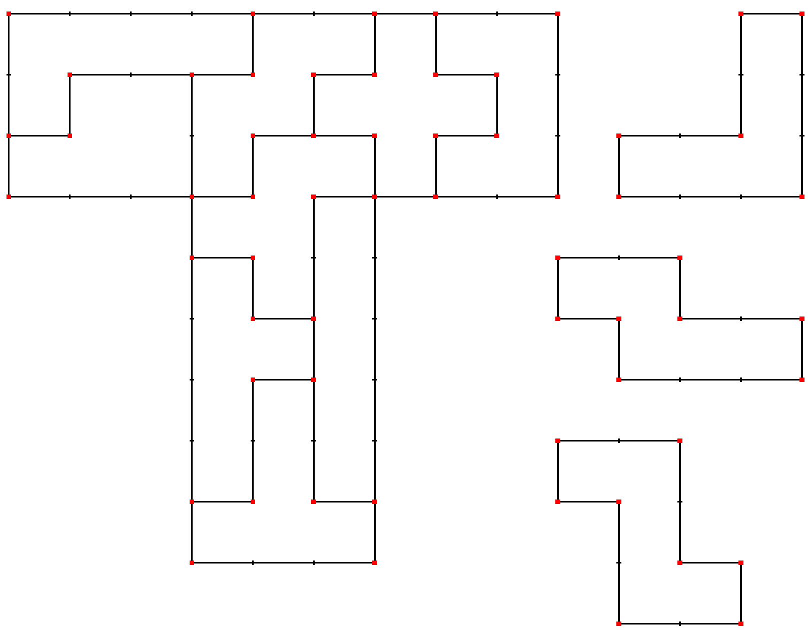
R ____

____ .



Como lo observamos anteriormente, podemos utilizar los Pentaminós para diversas aplicaciones. Con las siguientes instrucciones vamos a conocer una de las propiedades: triplicar el tamaño de cualquier Pentaminó utilizando nueve fichas.

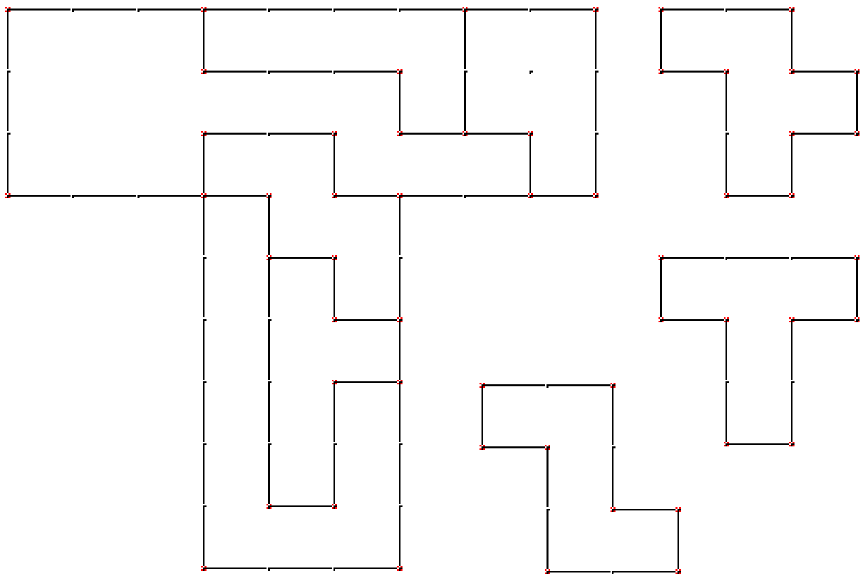
La siguiente figura ilustra la T-Pentaminó triplicada, es decir cada uno de sus lados quedó tres veces más grande que el tamaño original, utilizando nueve fichas.



La siguiente figura ilustra otra forma de triplicar la T-Pentaminó, ¿cuáles fichas hacen falta para completar el dibujo? Recuerda que las fichas que están por fuera de la T-Pentaminó, son las que no se utilizan en este caso.

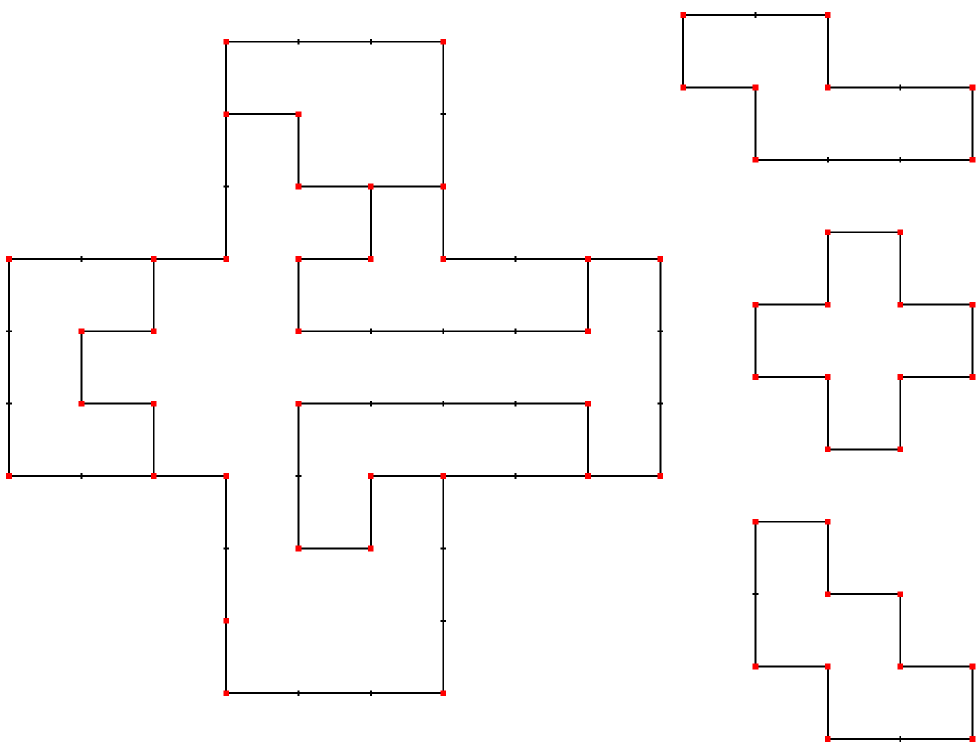
R ____

____ .



DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Teniendo en cuenta lo anterior, vamos a aplicar la propiedad de triplicar a la X-Pentaminó.



1.¿Cuáles fichas hacen falta para completar la X-Pentaminó triplicada?

R____

2. ¿Cuál es el área o la cantidad de cuadros de la X-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R ____

____

____

____

____

3. ¿Cuál es el perímetro o número de lados del contorno de la X-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R ____

____

____

____

4. Compara los resultados del área y el perímetro que obtuviste y concluye si son iguales o diferentes. Explica tu respuesta.

R____

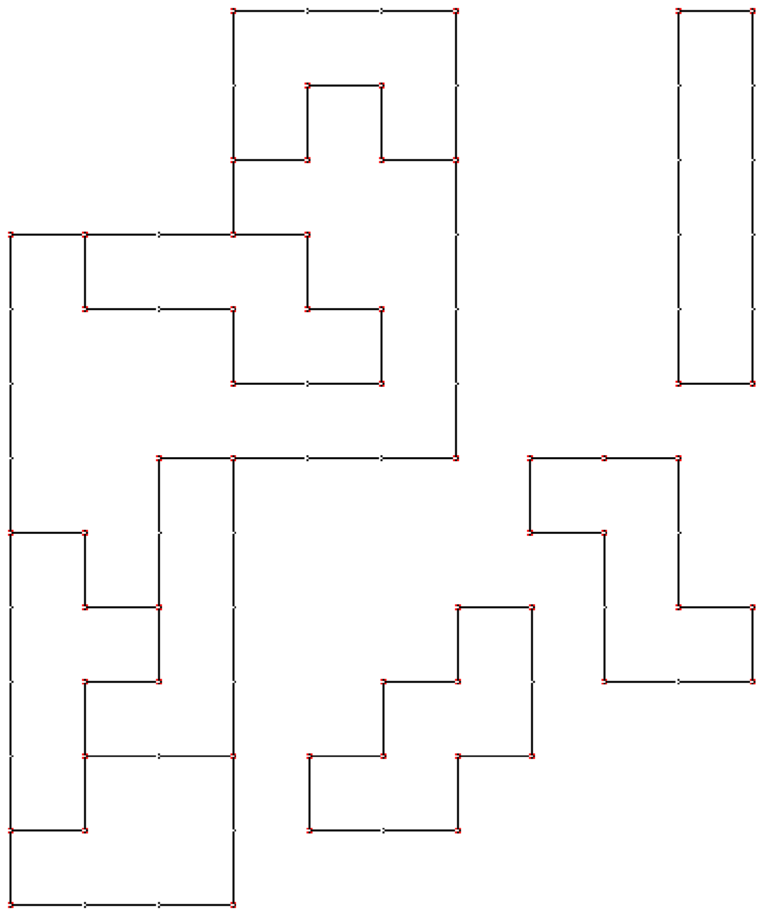
____

____

____

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Teniendo en cuenta lo anterior, vamos a aplicar la propiedad de triplicar a la N-Pentaminó.



1. ¿Cuáles fichas hacen falta para completar la N-Pentaminó triplicada?

R____

____.

2. ¿Cuál es el área o la cantidad de cuadros de la N-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R ____

____

____

____

____

3. ¿Cuál es el perímetro o número de lados del contorno de la N-Pentaminó triplicada? ¿Por qué?

R ____

____

____

____

____

4. Compara los resultados del área y el perímetro que obtuviste y concluye si son iguales o diferentes. Explica tu respuesta.

R____

____

____

____