UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Acta de Evaluación de Trabajo de Grado

Tenga en cuenta: **1.** *Marque con una* **X** *la opción escogida.*
2. *diligencie el formato con una letra legible.*

Título del Trabajo:	Aprendizaje y/o construcción del número: Perspectiva Cognitiva						
Se trata de:	Proyecto [ ]			Informe Final [X]			
Director:	Myriam Belisa Vega Restrepo						
1er Evaluador:	Diego Guerrero						
2do Evaluador:							
Fecha y Hora	Año: 2011	Mes:	09	Día:	08	Hora:	3:00 pm

Estudiantes

Nombres y Apellidos completos	Código	Programa Académico
Leidy Diana Garzón Guazá	0436359	3469

Evaluación					
Aprobado	X	Meritorio		Laureado	
Aprobado con recomendaciones		No Aprobado		Incompleto	

En el caso de ser **Aprobado con recomendaciones** (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo de ____________________ (máximo un mes) **ante**:

Director del Trabajo		1er Evaluador		2do Evaluador	

En el caso que el Informe Final se considere **Incompleto**, se da un plazo de máximo de ____________________ semestre(s) para realizar una nueva reunión de evaluación el:

Año:		Mes:		Día:		Hora:	

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la **razón del desacuerdo** y las **alternativas** de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).

Firmas:

[firma]	[firma]	
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador

APRENDIZAJE Y/O CONSTRUCCIÓN DEL NÚMERO:

PERSPECTIVA COGNITIVA

LEIDY DIANA GARZÓN GUAZÁ

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ENFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

2011

APRENDIZAJE Y/O CONSTRUCCIÓN DEL NÚMERO:

PERSPECTIVA COGNITIVA

LEIDY DIANA GARZÓN GUAZÁ

Trabajo de grado para optar al título de Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Educación Matemática

Directora

MYRIAM BELISA VEGA RESTREPO

Magíster en Psicología de Lev Vigotski

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA (3469)

2011

AGRADECIMIENTOS

Mis más grandes y sinceros agradecimientos a todas aquellas personas que estuvieron conmigo en el desarrollo de este trabajo, aportándome en mi formación profesional y académica, quienes desde sus experiencia y conocimiento brindaron herramientas para cumplir a cabalidad con esta monografía.

A Dios por regalarme la oportunidad de llevar a término mis estudios y este trabajo de investigación; por darme salud, fortaleza y sabiduría.

A mi familia por su apoyo incondicional, entrega y respaldo durante toda mi carrera; ellos son partícipes de este triunfo.

A la Universidad del Valle por permitirme haber sido parte de ella, promover mi formación profesional desde diferentes espacios, herramientas y un equipo de docentes con una excelente formación.

A mi directora de tesis y aquellos profesores que con su tiempo, dedicación y enseñanzas contribuyeron en mi formación y en el desarrollo del presente trabajo.

A Ana Lucia Córdoba, directora del Centro de Documentación del IEP (CENDOPU) por su acompañamiento y orientación en el proceso de recolección de material bibliográfico para el desarrollo de este trabajo.

A todos muchas gracias.

Tabla de Contenido

LISTA DE CUADROS

LISTA DE FIGURAS

RESUMEN

El presente trabajo profundiza respecto a cómo los niños en sus primeros años construyen el concepto de número, este es un tema de gran interés y relevancia para quienes acompañamos a los niños en los inicios de su escolarización. Para ello se realizó una pesquisa bibliográfica que permitiera conocer de qué manera y desde qué referente se le ha dado respuesta. Para organizar el amplio y variado universo bibliográfico que se encontró, se tomó como referencia los desarrollos teóricos de Gelman y Gallistel, de Piaget y de Vigotsky, para delimitar así las búsquedas y organizar la monografía.

La monografía presenta algunas investigaciones que, desde la psicología cognitiva, responden de la inquietud inicial de la autora de este trabajo de grado. Se ubican en cada capítulo según el referente teórico que adoptan, es decir, si dentro de su discurso se presenta de manera explícita o implícita la perspectiva piagetiana, vigotskyana o de Gelman y Gallistel, o una conjugación de dos o de las tres perspectivas. La clasificación mencionada de las investigaciones revisadas, permitió iniciar una discusión sobre hasta qué punto se ha dado un avance respecto a ¿cómo se considera que el niño construye el concepto de número? o si por el contrario su núcleo se encuentra completamente enmarcado dentro de las perspectivas ya mencionadas.

PALABRAS CLAVES: Número cardinal, Número ordinal, Aprendizaje inicial de los números naturales, Perspectiva innatista sobre el conteo, Perspectiva socio cultural sobre el aprendizaje del número.

INTRODUCCIÓN

Las actividades matemáticas, como en particular es el caso de contar y medir, son transversales a las diferentes culturas; surgen como necesidad social para representar las cosas del mundo, llevar control de los bienes, medir los objetos, etc. El trabajo monográfico que se presenta a continuación centra su atención en el conteo, actividad que se ha identificado incluso en las civilizaciones más remotas, cada una con su propio sistema de representación y de designación verbal para el conteo.

Inicialmente el hombre utilizó su propio cuerpo como referente para el conteo, pero era limitado e impreciso para representar cantidades. Surgen luego sistemas de numeración como el romano, egipcio y arábigo, más estructurados, económicos y que permitían representar cualquier cantidad. De esta manera la actividad matemática se enriqueció cada vez más; el legado matemático con que contamos en la actualidad, es pues, producto de la historia de la humanidad. El conocimiento de esta historia aporta de manera importante a la comprensión de las complejidades, restricciones y facilitaciones que pueden tener los procesos de construcción del conocimiento matemático por parte del sujeto actual; un claro ejemplo es el análisis de las dificultades, incluso cognitivas, que pueden tener las personas para considerar el cero como número, máxime si los números se han considerado desde la teoría de conjuntos como una colección de objetos.

Claro que es de resaltar que no todos los problemas cognitivos que presenta el sujeto para construir el conocimiento son susceptibles a una interpretación con base en la historia de ese conocimiento; hay también factores sociales, económicos, educativos, comunicativos y propiamente cognitivos que pueden llegar a incidir en el aprendizaje matemático, los cuales se han convertido en campos de estudio para conocerlos, interpretarlos y generar procesos de intervención.

La investigación en educación matemática se ha comprometido con los campos de estudio mencionados en el propósito de mejorar y enriquecer los procesos educativos. Uno de esos campos, que es de interés para la presente monografía, tiene que ver con el pensamiento matemático espontáneo en los niños y sus posibles vínculos con el aprendizaje durante el primer ciclo de la educación formal básica primaria. El ingreso de los niños en las instituciones educativas y su adaptación a las pautas de comportamientos que las rigen, la selección y desglose de los contenidos que se enseñan, y el comportamiento general en lo relacionado con los tiempos, espacios y motricidad, es ampliamente complejo. Hoy día sabemos que no es suficiente reconocer lo que los niños no saben para enseñárselo, sino que es necesario considerar cuáles y cómo son los conocimientos con los que cuenta, para que la enseñanza que se les proponga, pueda incidir en su pensamiento.

La psicología cognitiva en los últimos tiempos ha brindado grandes aportes y reflexiones en torno al aprendizaje inicial del número en el niño, permeando la práctica y creencias con la que cuenta el docente, de las cuales en ocasiones el docente no es consciente hasta qué punto estas concepciones se encuentran arraigadas en su práctica, determinando su forma de pensar, actuar, enseñar y evaluar. Solo logra reconocerlo mediante el estudio, la revisión y la contrastación del horizonte teórico en el cual gira la educación y su propio conocimiento, actividad reflexiva e intelectual que a su vez puede permitirle comprender los procesos cognitivos propios y de sus educandos y enriquecer de manera constante su práctica y conocimiento.

Es desde lo dicho anteriormente que resulta muy pertinente e incluso necesario conocer, estudiar y analizar los trabajos procedentes de la psicología cognitiva que han marcado e innovado en el estudio de la educación matemática, y que al prevalecer en el tiempo han llegado a determinar nuevos campos de estudio. Por ello, se considera necesario realizar un trabajo tipo monográfico que permita profundizar y dimensionar la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de los números naturales durante los primeros grados de la educación básica, aspecto matemático de gran relevancia para la construcción de un conocimiento matemático.

La presente monografía busca revisar, contrastar y sistematizar algunas teorías provenientes de la psicología cognitiva que han aportado elementos para la reflexión sobre la adquisición de la noción del número; teorías que han generado diferentes connotaciones y perspectivas sobre la manera como el estudiante llega a construir el número natural.

Dentro de la bibliografía dominante en el campo de la psicología cognitiva encontramos los trabajos de Gelman y Gallistel, Piaget y Vigotsky, quienes son el marco de referencia en el presente trabajo, para identificar en los estudios recientes hasta qué punto han sido permeados por estas teorías o si resultan innovadores respecto a ellas.

Así, con la monografía que se propone se espera responder a la siguiente pregunta:

¿Cómo se caracteriza en los últimos desarrollos de la psicología cognitiva, a partir de los trabajos pioneros de Gelman y Gallistel, Piaget y Vigotsky, el aprendizaje (o construcción) del concepto de número en los primeros años de escolaridad?

La metodología para abordar tal pregunta se adecua a la modalidad de monografía. Para su desarrollo y organización se siguieron los lineamientos propuestos por Humberto Eco para tal efecto.

Se llevó a cabo una recopilación bibliográfica; su revisión, acompañadas de sesiones de discusión con mi tutora permitió acordar y afinar los soportes conceptuales pertinentes para realizar una adecuada interpretación de los elementos teóricos empleados y, en especial para hacer la selección de los documentos sobre los cuales se centró el trabajo.

La monografía se organizó y estructuró con base en algunos referentes planteados por Humberto Eco en el documento *¿Cómo hacer una tesis?*, en particular, lo relacionado con el tipo de fichas que se usaron: *ficha de citas* (relevantes para el trabajo), *ficha de lectura* (resumen general y valoraciones sobre su importancia) y *ficha de recuerdo* (ideas, dudas, ejemplos, etc. que se presentaron durante la lectura).

Con respecto a la metodología de la búsqueda bibliográfica se realizó con apoyo del sistema de biblioteca y la base de datos que maneja libros y revistas electrónicas de la Universidad del Valle: dentro de las bases de datos que se utilizaron se encuentran EBSCO (Multidisciplinaria), Education Database (Educación), Eric (Educación), Fuente

Academica (Multidisciplinaria), Psychology Collection (Psicologia), A to Z (Utilitaria) y EBSCO (Multidisciplinaria). Para la primera pesquisa se utilizaron palabras claves respecto al tema de interés seleccionado en la monografía, permitiendo filtrar de la base de datos los documentos de interés del presentador; luego se realizó una segunda selección de los documentos que se tenían almacenados en la base de datos del investigador, desde una lectura inicial de los prólogos e introducciones de los libros y revistas obtenidos en la base de datos. Con base en esta búsqueda inicial se decidió acotar la selección documental para trabajar solo con las publicaciones producidas entre los años 2007 y 2009, por ser este el período en que se encontró mayor cantidad de publicaciones.

Luego de obtenido el material, se comenzó a realizar una lectura detallada de cada documento, organizando la información en las fichas de lectura propuestas por Humberto Eco y en un abstract que debía contener la presentación de cada trabajo, el tipo de actividades que se implementaron, el análisis de los resultados y conclusiones. Al final de cada abstract se realizó un escrito donde se presentaba y sustentaba la relación del autor (es) con los de referencia para la presente monografía (Gelman y Gallistel, Piaget y Vigotsky) ya fuese por ir en la misma línea de trabajo o en contraposición. Cabe anotar que la mayoría de la bibliografía son trabajos que tienen sus resultados y avances en inglés, siendo necesario hacer previamente un trabajo de traducción de algunos de ellos por su complejidad teórica y de vocabulario.

Inicialmente se pensó en reorganizar el universo bibliográfico en tres grandes capítulos:

1. Perspectiva epistemológico-genética de Jean Piaget

2. Perspectiva de desarrollo natural de Gelman y Gallistel.

3. Perspectiva histórico-cultural de Lev Vigotsky.

Pero después de tener la lectura de los documentos, se hizo necesario replantear las categorías de análisis, pues era muy notorio que había investigaciones permeadas por más de uno de los autores seleccionados, siendo necesario crear capítulos donde se ubicaran documentos que tenían puntos en común de más de uno de ellos. Es desde este orden de ideas que se crean seis categorías de análisis:

Capítulo I: Presentación del marco de referencia sobre el que se fundamente el presente trabajo teoría Vigotskiana, Piagetiana y de Gelman y Gallistel.

Capítulo II: Perspectiva de desarrollo natural de Gelman y Gallistel, cuenta con cuatro trabajos.

Capítulo III: Perspectiva epistemológico-genética de Jean Piaget: se ubican dos trabajos.

Capítulo IV: Perspectiva histórico-cultural de Lev Vigotsky, se ubican dos trabajos.

Capítulo V: Se presentan dos documentos que conservan elementos de las teorías de Piaget, Gelman y Gallistel.

Capítulo VI: Se presentan dos documentos que conservan elementos de las teorías de Vigotsky, Gelman y Gallistel.

La autora de la presente monografía espera que despierte en los lectores un interés y motivación para continuar explorando y ampliando sus conocimientos en estos y otra gran variedad de autores que centran sus estudios en el aprendizaje inicial del concepto del número desde la psicología cognitiva, pues se considera que es desde una práctica educativa reflexiva y critica frente a aspectos como éste, que depende el éxito en los primeros años de la educación matemática.

CAPÍTULO I

Viqueira, J, V. (1930) plantea que desde la antigüedad hasta nuestros tiempos cuestionamientos respecto a *¿cómo aprendemos?* y *¿De qué manera adquirimos el conocimiento?* han sido el centro de interés de la humanidad, dando origen a diversas teorías e investigaciones que se han encaminado en torno a ello. En nuestros tiempos es posible reconocer un gran legado teórico que ha sido discutido, transformado y enriquecido de acuerdo a la manera como concebimos, pensamos y sentimos el mundo.

Uno de los campos que más se ha visto influenciado por estos interrogantes, propios de la psicología del aprendizaje y de la psicología cognitiva, es la educación, pues es desde los avances obtenidos en los diversos estudios, que se ha hecho posible considerar y reevaluar los aspectos que la permean. Entre el universo de teorías surgidas encontramos tres que han influenciado notoriamente la educación matemática: Gelman y Gallistel, Piaget y Vigotsky. Estas teorías buscan explicar cómo el niño adquiere el concepto de número en sus primeros años, marcando una nueva pauta en el trabajo de la educación matemática e incluso en muchos campos transversales a ella. Es así, como estos tres autores se han tomado como marco de referencia en la presente monografía.

Se considera de gran relevancia antes de centrar la atención en los autores de seleccionados, traer a colación dos teorías que han antecedido sus trabajos y logrado prevalecer en el tiempo, arraigándose tanto en nuestra cultura y educación que ha sido difícil prescindir de ellas: el conductismo y al procesamiento de información. Tratándose de perspectivas psicológicas tradicionales y ampliamente decantadas, a efectos de su presentación acudimos a una de las tantas síntesis que se encuentran a disposición del gran público, en particular, los educadores.

Conductismo

Watson es considerado el padre del conductismo, otorgándole a esta teoría de aprendizaje este nombre al considerar que las investigaciones deben centrarse en la conducta y no en la conciencia, que es observable y puede estudiarse de manera más objetiva.

> La psicología se ha de dirigir, pues, no al examen introspectivo del espíritu, sino al estudio de la conducta de los seres vivos. Ésta se halla constituida por las reacciones del sujeto ante los estímulos del medio, y dichas reacciones han de entenderse sólo fisiológicamente. Además, la conducta no se reduce a la actividad del sistema nervioso que forma no sólo un momento en ella, sino que incluye todo el ser vivo, lo que, naturalmente; ya se presuponía en el concepto de reacción.Vaquier, J. V (1930; Internet)

Viqueira, J. V critica del conductismo que deja de lado el estudio de la vida psíquica del hombre para comprender su conducta, centrando primeramente su trabajo en el estudio de la conducta animal, pues la consideran más simple y que da elementos para comprender la humana:

> Primero se dirigirá al estudio de la conducta animal, que indagará libre de antropomorfismos, y partiendo de esta conducta más simple, tratará después de entender la conducta humana. En realidad, esto ha llevado a Watson a construir una psicología animal y a dejar a un lado la psicología humana. (1930; Internet)

Esto lleva a desconocer la subjetividad e individualidad del sujeto, pues se cree que todos son equivalentes y por lo tanto siempre reaccionan igual frente a una situación; es decir, en la relación de causa y efecto es posible predecir el comportamiento que se va a presentar por parte del sujeto. Por ejemplo, si dos sujetos están observando una misma pintura, la reacción que se puede presentar por ambos es de agrado pero se desconoce por completo todo el proceso mental que realiza cada uno para obtener de ella una interpretación que los lleve asumir esa respuesta.

El núcleo central del conductismo está constituido por su concepción asociacionista del conocimiento y del aprendizaje, donde se considera que toda conducta por compleja que sea, es reducible a una serie de asociaciones entre elementos simples, en este caso estimulo-respuesta. Así, no es posible considerar mecanismos de aprendizajes distintos al asociacionismo dado que éste constituye el proceso general de aprendizaje en los sujetos.

El aprendizaje es considerando como un cambio de conducta, que se inicia y controla por el ambiente (ambientalismo). El sujeto realiza asociaciones de manera mecánica, sin que importe si construye procesos de significación frente al conocimiento; pues, el sujeto queda convertido en máquina reproductora de saber. Contrario a tal concepción, los constructivistas centran su atención más en la forma como se presenta el conocimiento que en los propios procesos de aprendizaje, pues este es el que entra a determinar el proceso de condicionamiento que se logra en el sujeto.

Procesamiento de información

Este movimiento se enmarca en un enfoque acorde a la demanda de la renovación postindustrial donde se concibe el ser humano como un procesador de información, llegando a presentarse una analogía entre la mente humana y el funcionamiento del computador.

> (Pozo, 1989; p. 45)…cualquier proceso o ejecución cognitiva puede ser comprendido reduciéndolo a las unidades mínimas de que está compuesto. Esas unidades más pequeñas, que tienen una naturaleza discreta en lugar de continua, se unen entre sí hasta construir un <<programa>>. Las reglas mediante las que se unen tienen también propiedades significativas: las distintas partes (o subprocesos) en que puede descomponerse un programa (o proceso) consumen tiempo de un modo serial y aditivo.

Nota: los símbolos (<<>>) expresados por el autor hacen parte del lenguaje propio de la temática desarrollada por él.

Esta teoría busca crear una propuesta innovadora que logre salirse de los parámetros de las teorías desarrolladas hasta el momento, incorporar el estudio de la mente, tema que en el conductismo era un tabú, pues no era considerado como un elemento fundamental en el estudio del aprendizaje. Vale la pena recalcar que a pesar del afán de la teoría computacional por innovar, no llega a construir una nueva teoría del aprendizaje, pues aunque parezca innovadora su núcleo central termina siendo el mismo del conductismo tradicional, el cual consiste en una relación causa-efecto que predetermina la conducta del sujeto frente a un estímulo dado. De esta manera el procesamiento de información presenta limitaciones similares al conductismo como es el caso del asociacionismo.

> El procesamiento de información puede definirse como un asociacionismo computacional (Fodor, 1983; Russell, 1984), por lo que su núcleo central no supone una ruptura con el núcleo central del conductismo, igualmente asociacionista. No obstante, ambos programas difieren notablemente en la capacidad de cómputo de que disponen. Este considerable incremento hace que el procesamiento de información inserte entre el estímulo y la repuesta (ahora input y output) numerosas y complejas <<cajitas>>, al modo de variables mediacionales, constituidas por estructuras de memoria, procesos selectivos, etc. (Fodor, 1983; Russell, 1984, citados por Pozo, 1989; p. 51)

Esta corriente sólo se queda en lo sintáctico y no en lo semántico, pues el computador sólo procesa información y no realiza significación.

> La teoría de la información no se ocupa de signos, de significantes portadores de sentido, sino de señales, es decir, de signos vacíos. Desde un punto de vista semántico, los <<símbolos>> con que opera un computador son exactamente equivalentes a la campana de los célebres experimentos de PAVLOV: Son meras señales que <<disparan>> acciones; no son vehículos de conocimiento ni de comprensión, como los verdaderos símbolos. (Searle, 1984, citado por Pozo, 1989; p. 51)

El procesamiento de información afirma que los sujetos construyen su propio conocimiento a partir de sus estructuras y procesos iniciales. Si bien esta teoría logra determinar cómo actúa el sujeto ante una tarea de acuerdo a la estructura de la memoria, no puede explicar cómo se adquieren los conocimientos almacenados en esa memoria. Entonces, esta teoría se ocupa solo de manipular información y no significados, puesto que en su base hay una concepción de la memoria tal que almacena signos vacíos. Para ejemplificar mejor cómo se concibe el aprendizaje en esta teoría, se presenta a continuación la historia de la habitación china:

> Imagínese que se le encierra a usted en una habitación y en que esa habitación hay diversas cestas llenas de símbolos chinos. Imaginemos que usted (como yo) no entiende chino, pero que se le da un libro de reglas en castellano para manipular esos símbolos chinos. Las reglas especifican las manipulaciones de los símbolos de manera puramente formal, en términos de su sintaxis, no de su semántica. Así la regla podría decir: "toma un signo Changyuan-changyuan de la cesta número uno y ponle al lado un signo chongyoun- chongyoun de la cesta número dos".

> Supongamos ahora que son introducidos en la habitación algunos otros símbolos chinos y que se le dan reglas adicionales para devolver símbolos chinos fuera de la habitación. Supóngase que usted no sabe que los símbolos introducidos en la habitación son denominados preguntas y los símbolos que usted devuelve fuera de la habitación son denominados respuestas a las preguntas… He aquí que usted está encerrado en su habitación barajando sus símbolos chinos y devolviendo símbolos chinos en respuesta a los símbolos chinos que entran. Sobre la base de la situación tal como la he descrito, no hay manera de que usted pueda aprender nada de chino manipulando esos símbolos formales… Lo esencial de la historia es simplemente esto:… Usted se comporta exactamente como si entendiese chino pero a pesar de todo usted no entiende ni una palabra de chino (Searle, 1984, citado por Pozo, J. I, 1989; p.56)

De acuerdo a lo que presentan las dos teorías someramente descritas,

> …es posible identificar que ambas presentan una ausencia de teoría del aprendizaje pues orientan su trabajo solo a lograr que el sujeto recite algo, condicionado previamente ….la diferencia entre el asociacionismo clásico y el computacional es sencillamente que en esta última brilla por su ausencia cualquier teoría del aprendizaje (Fordor, 1983, citado por Pozo, J. I, 1989; p. 56)

Ahora bien, es posible identificar que estas teorías (conductismo y procesamiento de la información) subyacen a muchos de los trabajos recientes de psicología y educación; incluso, se presenta de manera arraigada en investigadores recientes que anuncian estudios innovadores pero cuyo núcleo de trabajo no presenta cambios que permitan enriquecerlas o ampliarlas. Por el contrario, se encuentran estudios que toman como hecho cierto aspectos que han sido punto de controversia por falta de fundamentación. Es el caso, por ejemplo, cuando se procura predeterminar una línea de acción (causa – efecto), donde se considera que todos los sujetos reaccionan igual frente a determinados estímulos, desconociendo que hay factores externos que pueden cambiar la manera de proceder ante cada situación.

El núcleo transversal a estas dos teorías es posible reconocerlo en el trabajo de Gelman y Gallistel y de Piaget, en el momento en que predeterminan unos principios o estadios para el aprendizaje inicial del número en el niño, el cual se presenta de una manera lineal. En el caso de Vigotsky se da una ruptura en este aspecto, pues considera que el niño construye el conocimiento de acuerdo a las condiciones socioculturales, siendo estas las que determinan, o pueden determinar, el momento y tipo conocimiento que construye el niño. Lo anterior no obsta para que Vigotsky resalte del conductismo el papel del condicionamiento en el aprendizaje, en particular, en el relacionado con los aspectos estrictamente biológicos (o naturales, en su terminología) del comportamiento; al hacer el contraste entre el desarrollo natural y el desarrollo cultural de los niños, termina enriqueciendo la perspectiva del conductismo al considerar que el condicionamiento no sólo es transformado sino, a su vez, acondicionado por la cultura.

1.1 Teoría de Gelman y Gallistel

Dentro de las teorías clásicas se encuentra Gelman y Gallistel (1978), quienes identifican cinco principios de conteo que consideran orientan el acercamiento y el aprendizaje del niño respecto al concepto de número. Su teoría, que en términos de la psicología cognitiva actual se reconoce como una de las teorías de dominio específico, se inscribe en un innatismo matemático, se centra en las habilidades innatas que manifiestan los niños y no en los procesos que implican dichas habilidades.

Los autores plantean que estos principios (principio de correspondencia uno a uno o correspondencia biunívoca; principio de orden estable; principio de cardinalidad; principio de abstracción y principio de irrelevancia en el orden), permiten reconocer distintas naturalezas del conteo: los tres primeros principios son principios de *cómo hacerlo**:*** definen los procedimientos de conteo; el cuarto es el principio de *qué contar**:*** define el tipo de objetos a los cuales el procedimiento se aplica. Finalmente el quinto principio representa una combinación de los principios de *qué* y *cómo hacerlo*.

1.1.1 Principio de correspondencia uno a uno o correspondencia biunívoca

Trae consigo la coordinación de dos subprocesos: la partición y la etiquetación.

1. La **partición** consiste en otorgar la categoría de *contado* o *no contado* formando dos grupos entre el conjunto de objetos que se quieren contar. Esto se realiza generalmente señalando el objeto, agrupándolo a un lado o bien a través de la memoria visual.

2. La **etiquetación** es el proceso por el que el niño asigna una etiqueta a cada elemento del conjunto, que se rige además por el conjunto de orden estable.

Los niños asignan un número a cada objeto desde los dos años, sin embargo, cuando no dominan esta habilidad pueden equivocarse, por ejemplo, dejando sin contar algún objeto o, por el contrario, contando otros varias veces.

1.1.2 Principio de orden estable

La secuencia de números que habrá de utilizarse ha de ser estable y estar formada por etiquetas únicas, y poder repetirse en cualquier momento para facilitar su aprendizaje a los niños. De este modo, niños de muy corta edad son capaces de detectar muy fácilmente cuándo se produce una asignación completamente aleatoria en el conteo (ej: 2, 5, 3, 9, 24...), aunque les cuesta mayor dificultad si esta secuencia respeta un orden de menor a mayor (1, 2, 5, 6, 9, 10...). De este modo cuanto más se aleja la secuencia del orden convencional más fácil resulta detectar el error. Este principio se consigue en torno a los tres ó cuatro años. En edades anteriores, cuando los niños cuentan, asignan los número arbitrariamente o empiezan a contar por cualquier número (*5, 8, 2*...).

1.1.3 Principio de cardinalidad

Se refiere a la adquisición de la noción por la que el último numeral del conteo es representativo del conjunto, por ser cardinal del mismo. Según Gelman y Gallistel podemos decir que este principio se ha adquirido cuando se observa:

1. Que el niño repite el último elemento de la secuencia de conteo,
2. Que pone un énfasis especial en el mismo o
3. Que lo repite una vez ha finalizado la secuencia.

Según estos autores, el niño logra la cardinalidad en torno a los dos años y siete meses y también, según ellos, para lograr la cardinalidad es necesario haber adquirido previamente los principios de correspondencia uno a uno y orden estable.

1.1.4 Principio de abstracción

Este principio determina que los principios de orden estable, correspondencia *uno-a-uno* y cardinalidad puedan ser aplicados a cualquier conjunto de unidades, sea cual fuere el grado de heterogeneidad de sus elementos. Según este principio, el conteo puede ser aplicado a cualquier clase de objetos reales e imaginarios. De este modo, los cambios de color u otros atributos físicos de los objetos no deben redundar en los juicios cuantitativos de los niños que, habiendo logrado esta noción, los contarán como *cosas*. Este principio lo adquirirá el niño en torno a los tres años.

1.1.5 Principio de irrelevancia en el orden

Se refiere a que el niño advierta que el orden del conteo es irrelevante para el resultado final. El niño que ha adquirido este principio sabe que:

1. El elemento contado es un objeto de la realidad, y no un 1 o un 2;
2. Que las etiquetas son asignadas al contar de un modo arbitrario y temporal a los elementos contados;
3. Que se consigue el mismo cardinal con independencia del orden de conteo de los elementos seguido.

Investigaciones posteriores al enunciado de este último principio han demostrado que para que el niño haya adquirido este concepto, debe ser capaz de contar elementos aleatoriamente, realizando saltos sobre el conjunto que se ha de contar, lo que sucede alrededor de los cuatro años. Adicionalmente han encontrado que los niños presentan dificultad para emplear los principios cuando los conjuntos son muy grandes.

1.2 Teoría Piagetiana

Santamaría, S. (2007) retoma la teoría de Piaget llamada por su precursor *epistemología genética*, pues estudió el origen y desarrollo de las capacidades cognitivas desde su base orgánica, biológica, genética, logrando concluir que cada individuo se desarrolla a su propio ritmo. El trabajo investigativo de Piaget y su equipo describe y analiza el desarrollo cognitivo desde la infancia a la adolescencia: cómo las estructuras psicológicas se desarrollan a partir de los reflejos innatos, se organizan durante la infancia en esquemas de conducta, se internalizan durante el segundo año de vida como modelos de pensamiento, y se desarrollan durante la infancia y la adolescencia en complejas estructuras intelectuales que caracterizan la vida adulta. Además, considera que el pensamiento y la inteligencia como procesos cognitivos que tienen su base en un substrato orgánico-biológico determinado, van desarrollándose en forma paralela con la maduración y el crecimiento biológico.

PIAGET divide el desarrollo cognitivo en cuatro períodos importantes:

Cuadro 1. Períodos del desarrollo cognitivo según Piaget

PERÍODO	**ESTADIO**	**EDAD**
Etapa Sensoriomotora La conducta del niño es esencialmente motora, no hay representación interna de los acontecimientos externos, ni piensa mediante conceptos.	a. Estadio de los mecanismos reflejos congénitos. b. Estadio de las reacciones circulares primarias c. Estadio de las reacciones circulares secundarias d. Estadio de la coordinación de los esquemas de conducta previos. e. Estadio de los nuevos descubrimientos por experimentación. f. Estadio de las nuevas representaciones mentales.	0 - 1 mes 1 - 4 meses 4 - 8 meses 8 - 12meses 12 - 18 meses 18-24 meses
Etapa Preoperacional Etapa del pensamiento y la del lenguaje, que gradua su capacidad de pensar simbóli-camente, imita objetos de conducta, juegos simbólicos,	a. Estadio preconceptual. b. Estadio intuitivo.	2-4 años 4-7 años

dibujos, imágenes mentales y el desarrollo del lenguaje hablado.		
Etapa de las Operaciones Concretas Los procesos de razonamiento se vuelen lógicos y pueden aplicarse a problemas concretos o reales. En el aspecto social, el niño se convierte en un ser verdaderamente social y en esta etapa aparecen los esquemas lógicos de seriación, ordenamiento mental de conjuntos y clasificación de los conceptos de casualidad, espacio, tiempo y velocidad.		7-11 años
Etapa de las Operaciones Formales En esta etapa el adolescente logra la abstracción sobre conocimientos concretos observados que le permiten emplear el razonamiento lógico inductivo y deductivo. Desarrolla sentimientos idealistas y se logra formación continua de la personalidad, hay un mayor desarrollo de los conceptos morales.		11 años en adelante

De estos cuatro estadios Flavell (1982) considera que el subperíodo del pensamiento preoperacional incluye, en términos generales, la era evolutiva que está limitada en un extremo por la parte seis del desarrollo sensoriomotor (un año y medio - dos años) y en el otro por los comienzos de la construcción de las operaciones concretas (6-7 años).En este periodo el niño comienza a reconocer el tiempo y el espacio como un medio generalizado en el que puede ubicarse el yo y los objetos relacionados unos con otros; al igual que logra distribuir de manera ordenada sucesos exteriores.

Como lo expresa Flavell (1982), el subperíodo preoperacional no conserva siempre el mismo nivel de desarrollo, siendo posible considerar dos fases: el primero se da durante los dos y tres años, el niño aplica su capacidad de representación recién descubierta, a una diversidad de fenómenos cada vez mayor y, al hacerlo, progresivamente muestra más características preoperacionales. La segunda fase es una transición análoga entre la inteligencia sensorio-motor y el pensamiento representacional, donde el niño es mucho más capaz de enfrentarse a una tarea específica y hacer uso en ella de la inteligencia adaptada, en lugar de limitarse a asimilarla a algún esquema egocéntrico de juego; adicionalmente se vuelve capaz de razonar en situaciones problemas experimentales que son cada vez más complejas y amplias.

Para Santamaría (2007), Piaget identifica tres tipos de conocimiento: Conocimiento físico, social y lógico-matemático. Considera que los tres interactúan entre sí y es gracias al lógico-matemático que los otros dos se incorporan o asimilan. Es decir, a medida que el niño tiene contacto con los objetos del medio (conocimiento físico) y comparte sus experiencias con otras personas (conocimiento social), mejor será la estructuración del conocimiento lógico-matemático.

El conocimiento lógico-matemático es el que construye el niño al relacionar las experiencias obtenidas en la manipulación de los objetos. Por ejemplo, el niño diferencia entre un objeto de textura áspera con uno de textura lisa y establece que son diferentes. Este conocimiento surge de una *abstracción reflexiva*[1], por lo que no es observable y es el niño quien lo construye en su mente a través de las relaciones con los objetos, al presentarse siempre un desarrollo de lo más simple a lo más complejo. Es así, como se tiene una particularidad, que el conocimiento adquirido una vez procesado no se olvida, ya que la experiencia no proviene de los objetos sino de su acción sobre los mismos. De allí que este conocimiento posea características propias que lo diferencian de otros conocimientos.

Piaget considera que el número es un concepto lógico de naturaleza distinta al conocimiento físico o social, ya que no se extrae directamente de las propiedades física de los objetos ni de las necesidades de satisfacer un deseo o una necesidad, sino que se construye a través de un proceso de abstracción reflexiva de las relaciones entre los conjuntos que expresan número. Es decir, el concepto de número es el resultado de las operaciones lógicas como la clasificación y la seriación que se van desarrollan en el niño de manera paulatina a medida que interactúa con los objetos de su medio.

1.3 Teoría Vigotskyana

Vigotsky no orienta su trabajo a realizar una caracterización de la matemática cultural, como ocurre con los autores trabajados anteriormente, es más bien una

[1]Abstracción Reflexiva: se funda en la coordinación de lo observado o en el establecimiento de relaciones en lo percibido, ésta relaciones sólo existe en el pensamiento de quien la realiza mas no en el exterior de los objetos.

reflexión orientada a docentes respecto al trabajo inicial del número no llegando a comprometerse en una teoría al respecto.

> Cuando Vigotski habla de la aritmética cultural, lo hace sin comprometerse con ninguna teoría ni matemática ni epistemológica ni lógica ni filosófica sobre el número, o el cálculo; tampoco refiere, por ejemplo, ni la teoría de Peano ni la axiomática de los números de Frege. Él, simplemente, en el enorme mural en que se propuso fijar nuevos modos para explicar y comprender los fenómenos psicológicos humanos, con el arte de un impresionista, dio unos gruesos brochazos que permiten distinguir en ese panorama que en la historia de la humanidad se han ido produciendo nuevos y variados objetos matemáticos, productos culturales que refieren al mundo y lo organizan, que no niegan pero sí difieren notablemente de aquellos otros objetos que las condiciones y restricciones específicas que los seres humanos en tanto Hommo Sapiens tenemos la posibilidad de reconocer y conocer. (Pontón L., T. y Vega R., M., 2008; p. 5)

Lo innovador de este trabajo consiste en que Vigotsky centra el estudio de la psicología en las funciones psíquicas superiores y las formas de conducta del sujeto, donde se presenta una colisión en el momento que se da un tránsito de uno al otro es decir en el momento que el sujeto pasa de la forma natural a la cultural. Este cambio solo es posible mediante la interacción y relación del niño con el adulto, mediado por los instrumentos socioculturales. Toda función que el niño desarrolla de las funciones psíquicas superiores aparece en dos planos: primero en el social (categoría interpsíquica) y después en el psicológico (categoría intrapsíquica)

> Toda función psíquica superior pasa ineludiblemente por una etapa externa de desarrollo porque la función, al principio, es social. […] toda función en el desarrollo cultural del niño aparece en escena dos veces, en dos planos; primero en el plano social y después en el psicológico, al principio entre los hombres como categoría interpsíquica y luego en el interior del niño como categoría intrapsíquica. […] Por ello, el resultado fundamental de la historia del desarrollo cultural del niño podría denominarse como la sociogénesis de las formas superiores del comportamiento. (Pontón L., T. y Vega R., M, 2008; p.8)

Vigotsky identifica una línea de desarrollo natural de la aritmética, que se expresa en tres grandes momentos:

I. El origen de la matemática natural la fundamenta Vigotsky en el principio de ordenación que tiene sus orígenes en la percepción, percepción que le permite al niño identificar, comparar, organizar cantidades de acuerdo a su forma, viendo su funcionalidad desde un contexto utilitario.

> Es bien sabido que el principio de ordenación, es decir, la adjudicación a la cantidad de una cierta estructura que nos permite abarcar a ojo determinados conjuntos, sigue siendo hasta la fecha el principio fundamental de la psicología de las operaciones de conjuntos […] El niño toma el montón desorganizado de objetos, los coloca en fila como si fueran una compañía de soldados y se da cuenta inmediatamente de que falta uno. (Pontón L., T. y Vega R., M, 2008; p.6)

II. En este momento el niño utiliza la percepción para realizar estimaciones respecto a la cantidad, que le permita establecer relaciones y nuevas apreciaciones (operativas), para ello los niños establecen una unidad de calculo que corresponde a algo ya construido con un material determinado, que le sirve de referencia para la realización de su construcción asiendo uso del mismos material y pretendiendo utilizar la misma cantidad.

> En el paso de la aritmética directa a la medida, de la reacción a ojo a la reacción que en calidad de medio auxiliar recurre al tractor, al reloj, a los palitos, es el momento más importante en el desarrollo aritmético del niño. (Pontón L., T. y Vega R., M, 2008; p.6)

III. En este momento ya el niño se aleja de la percepción visual en que se ven las cantidades, no haciendo uso solo de unidades para la comparación si no de un sistema de unidades que amplían las posibilidades y rangos de comparación y operatividad, dándose cuenta que no es suficientemente potente el hacer uso de unidades de medidas tan concretas como el reloj, sino formas espaciales que corresponde a la cantidad. Por ejemplo alinear las cantidades de elementos de ambos grupos para compararlos.

Con respecto a la aritmética cultural es posible vislumbrarla como aquella que ha sufrido una transposición didáctica para ser enseñada en el contexto educativo; donde el niño comienza hacer uso de un sistema de escritura especializado. Es por su misma estructura que se le complejiza a los niño el hacer el trance de la aritmética natural a la cultural

> El momento cuando el niño pasa de la relación directa de la cantidad a las operaciones abstractas con signos, es conflictivo. Este momento produce una

> colisión entre la anterior línea de desarrollo y la que se inicia con el aprendizaje de los signos escolares.(Pontón L., T. y Vega R., M, 2008, p.7)

El paso de la aritmética natural a la cultural no es un desarrollo que se da de manera natural e inmediata, todo lo contrario es procedente del medio. La asimilación de una nueva operación cultural se presenta en una serie de eslabones que representan cada una de las etapas que debe pasar el sujeto. Las cuales se encuentran íntimamente relacionadas y se transforman una en la otra.

Con lo que se expuesto hasta aquí, es posible identificar que cada uno de estos enfoques tiene una característica particular que diferencia uno del otro. Además, han sido pioneros desde sus diferentes momentos históricos y campos de acción, ubicando a Gelman y Gallistel en el innatismo, Piaget en enfoque epistemológico y Vigotsky en uno socio-cultural. Es así como prevalece y se conserva en el corazón de muchos estudios recientes estas posturas, siendo mi horizonte observar hasta qué punto esto se da.

CAPÍTULO II

El segundo capítulo se fundamenta teóricamente en la postura de Gelman y Gallistel, respecto al aprendizaje inicial del número, enmarcado en un contexto innatista al preestablecer unos principios de conteo que son parte de la dotación biología del sujeto y que se va enriqueciendo con el transcurso del tiempo; estos principios permiten determinar los procesos iniciales que presentan los niños, desde el trabajo manipulativo de los elementos del medio. La teoría de Gelman y Gallistel marcó el inicio de un gran campo de estudio de la educación matemática que hasta el momento era desconocido, por ello tanto en su momento como en la actualidad es causante de controversia y análisis por lo interesante de su legado teórico.

Dentro del marco teórico analizado para la presente monografía se identificaron cuatro trabajos que centran su investigación directa o indirectamente en los aspectos mencionados anteriormente de Gelman y Gallistel. El primer trabajo fue realizado por los mismos autores pioneros de este capítulo, que buscan presentar su posición respecto al papel del lenguaje en el origen del concepto del número. Toman como punto de partida las hipótesis de Sapir y Worf, para desarrollar y presentar su idea. Lo expuesto en el documento que se menciona, nos permitirá ampliar la conceptualización innatista que manejan Gelman y Gallistel y nos sirve como punto de referencia para analizar los trabajos que se presentan a continuación, organizados de la siguiente manera: las dos investigaciones siguientes continúan la línea de trabajo de Gelman y Gallistel, donde consideran que el sujeto cuenta con unos conocimientos previos o, en sus propios términos, con unos principios de dominio específico que determinan el aprendizaje inicial del concepto de número, pero construyen nuevas categorías para su construcción, los otros dos entran en controversia y refutan que el aprendizaje inicial del número sea innato, pues consideran que el conteo inicial es solo un recitar mecánico donde no hay una conciencia ni significación de ello, entre otros aspecto que se aclararán con detalle más adelante.

2.1 ¿Es el lenguaje determinante en la adquisición del concepto del número?

El documento que se presenta a continuación permite profundizar en la concepción que tienen Gelman y Gallistel con respecto a la construcción del concepto de número. La cuestión que orienta el desarrollo de su investigación es identificar si el lenguaje tiene relación o influye en el origen del concepto de número; presentan inicialmente un panorama de las discusiones que giran en torno a ello. Para tal efecto traen a colación la hipótesis de Sapir y Whorf conocida como la hipótesis de Whorf.

La hipótesis fuerte de Whorf sostiene que el lenguaje y la lengua son determinantes en nuestra visión del mundo, llegando a influir en como lo percibimos, categorizamos y pensamos. La hipótesis débil de Whorf considera que el lenguaje y la lengua condicionan nuestra visión y pensamiento del mundo, es decir todos los sujetos pertenecientes a una misma cultura están ceñidos para pensar de la misma manera, no dando ello cabida al cambio social, las diferencias idiomáticas, a generaciones con nuevas concepciones, formas de expresarse y comunicarse. Por el contrario seríamos simple copias unos de otros. Es por ello que esta hipótesis es considerada débil, pues a simple vista se observa que toda cultura por remota que sea, se ha visto sujeta a cambios y cada nueva generación que en ella se desarrolla tiene una misma cosmovisión cultural del mundo pero una interpretación diferente. (Raiter y Zullo, 2004)

Para Gelman y Gallistel la base de la hipótesis fuerte radica en que nuestros pensamientos son inseparables de las palabras en que los expresamos (conocido como determinismo lingüístico). En la hipótesis débil, consideran que el lenguaje influye en nuestra forma de pensar, que el lenguaje del pensamiento se asigna a sistemas de lenguaje hablado o simbólico.

La hipótesis débil es para muchos científicos cognitivos indefendible por descartar la posibilidad que aquellas personas sin un lenguaje o con daños en él, puedan llegar a construir el pensamiento. Se considera, pues, que no es posible que sólo el lenguaje condicione la construcción del pensamiento.

En esta segunda hipótesis las personas que no han desarrollado un lenguaje, no tienen una significación del número no verbal. Según mencionan Gelman y Gallistel, en estudios recientes con sujetos de Piraha, y Mundurukú (India) y de la amazonía brasileña se demuestra todo lo contrario; en estos casos se trata de sujetos que no tenían palabras para nombrar los números y medios de conteo, pero en el momento de realizar el test que contenía una variedad numérica (nombrar el número de artículos en una serie de estímulos, construir series numéricas equivalencias, juzgar cual de los dos series son más numerosas, la adición y sustracción mental), presentaron indicativos de representaciones numéricas no verbales, con un nivel de imprecisión, siendo medidos por la fracción Weber[2].

Estos estudios respaldan la antítesis de Whorf que sostiene que el pensamiento esta mediado por un sistema de símbolos independiente del lenguaje; a menudo este sistema es llamado el lenguaje del pensamiento. Bajo esta mirada cuando los humano aprenden una lengua, aprenden a expresar en ella conceptos que ya están presentes en su sistema pre-lingüístico, construyendo significados complejos desde la combinación de significados elementales.

De acuerdo a lo propuesto en esta síntesis es posible reconocer que Gelman y Gallistel comparten más la antítesis de Whorf. Sus trabajos se enmarcan en una concepción innatista donde los sujetos están predispuestos para la construcción de un conocimiento lingüístico y matemático. Además hallazgos como los encontrados en Mundurukú (India) refuerzan la evidencia que los humanos no verbales comparten con los animales una representación independiente del lenguaje del número, con una precisión limitada, escala-invariante, que soporta el cálculo aritmético y que juega un papel importante en el razonamiento numérico humano elemental verbalizado o no verbal.

[2] Para que un sujeto note un cambio de sensación, el estímulo físico tiene que aumentarse en una proporción constante de su magnitud real. A esto se le llamó la ley de Weber.

2.2 Nuevos aportes a la perspectiva innatista del aprendizaje del número

A continuación se presentan dos trabajos que se ubican en un contexto innatista, los cuales presentan gran relación con la antítesis de Worf. En estos nuevos estudios se enriquece el trabajo de Gelman y Gallistel y se postulan nuevas categorías en la aparición inicial del número.

En el trabajo de Lisa Feigenson, Stanislas Dehaene y Elizabeth Spelke (2004) no se habla de principios de conteo, sino de dos sistemas básicos para representar el número, sistemas identificados con base en el estudio de especies animales y bebés: las representaciones aproximadas de las magnitudes numéricas (núcleo del sistema 1) y representaciones precisas de los distintos elementos (núcleo del sistema 2). Estos sistemas aplican sólo para la representación de los sistemas numéricos iniciales y no para conceptos como fracción, raíz cuadrada, etc. que son transmitidos a los humanos mediante la culturalización; no obstante, incluso estos últimos conceptos tienen sus raíces en los sistemas principales.

*Núcleo del sistema 1***:** las pruebas se aplicaron a bebés de 6 a 10 meses de edad, a niños menores de 5 años y a ratas. La investigación identificó que todos los sujetos cuentan con representaciones aproximadas de series de puntos, centradas en la cantidad mas no en la numerosidad; el mayor éxito se logró con las magnitudes y las proporciones más grandes.

*Núcleo del sistema 2***:** las pruebas se aplicaron a bebés de 10 y 12 meses de edad, encontrando que al igual que con series de objetos, los bebés representan de manera precisa los elementos de acontecimientos visuales y secuencias auditivas (por ejemplo, saltos de marionetas y sonidos) siempre y cuando la serie no sea superior de 3 y cuando se controlan las variables continuas. Se trabajó con monos de acuerdo al experimento de galletas realizado con bebés, pero esta vez utilizaron rodajas de manzanas de manera secuencial que eran ocultadas en dos lugares; los monos debían escoger entre dos cantidades la más grande, con opciones 1 vs 2, 2 vs 3, 3 vs 4, 3 vs 8, 4 vs 8; ellos prefirieron las relaciones mayores como 4 y 8. Los monos presentan una capacidad superior a la de los bebés humanos con un límite de 4 artículos, capacidad que también se manifestó cuando los monos se enfrentaron a problemas simples de adición donde los elementos representaban 1+1= debiendo seleccionar 2 o 3.

Este trabajo muestra un nuevo panorama del aprendizaje inicial, donde se reconoce que tanto los humanos como otras especies animales cuentan desde lo cognitivo con una dotación biológica a nivel neuronal que permite adquirir representaciones básicas del número, que se activan cuando se presenta una serie de elementos de manera visual. Esta dotación biológica es la que da cabida a los sistemas principales del número. Desde la percepción innatista es posible vislumbrar la teoría de Gelman y Gallistel donde consideran que estas dotaciones innatas determinan un rango de acción de los sujetos concerniente al número, pero incorporan nuevos elementos como los mencionados anteriormente: es el caso de los sistemas principales del número que llevan a reemplazar los principios de conteo.

2.3 Las intuiciones matemáticas básicas ¿producto de un sistema de numeración aproximado?

En el trabajo de Justin Halberda, Michéle M. M. Mazzocco & Lisa Feigenson (2008) se considera que la mayoría de intuiciones numéricas básicas son apoyadas por un sistema de numeración aproximado evolutivamente antiguo (ANS) que es compartido por adultos, infantes y animales, quienes pueden representar el número aproximado de los elementos de series visuales o auditivas, sin el conteo verbal, y utilizar esta capacidad para guiar el comportamiento cotidiano, como la alimentación. Hay competencias matemáticas posibles de desarrollar solo por los humanos mediante la escolarización, pues hay representaciones simbólicas como el cálculo que no logran adquirir otras especies. Sus resultados muestran que las diferencias individuales de los logros en las matemáticas escolares se relacionan con las diferencias individuales en la agudeza evolutivamente antigua.La investigación procura determinar si las diferenciasen la agudeza del sentido numérico prematuro afectan más tarde el aprendizaje de las matemáticas, si la educación matemática mejora la agudeza del sentido numérico. Se trabajó con 64 niños de 14 años de edad con desarrollo normal cuyo rendimiento, en una variedad de tareas cognitivas matemáticas y más generales, se había medido longitudinalmente desde el Kinder (entre los 5 y los 11 años); medidas que les permitió probar las correlaciones entre la agudeza antigua y actual del sistema numérico. En la investigación observaron que la discriminación numérica mejoró la relación entre las numerosidades presentadas, de acuerdo con la ley de Weber y con las investigaciones anteriores del ANS, que fueron modeladas utilizando herramientas clásicas psicofísicas para determinar la fracción del grupo Weber. Los niños lograron con más facilidad discernir en los subconjuntos de puntos dados la cantidad de cada uno, independientemente que les cambiaran el color o el área de los puntos del subconjunto.

Halberda et al. concluyen que los humanos al igual que otras especies contamos con un sistema de numeración aproximado (ANS) mucho antes de la aparición de la matemática simbólica, que llega a determinar nuestra capacidad de razonar sobre los números simbólicos y el logro de las matemáticas individuales. Las diferencias individuales en la agudeza ANS podrían dar lugar a diferencias individuales en la capacidad de las matemáticas, considerando que es posible mediante el éxito en las pruebas de matemática simbólica a lo largo de los años escolares prever la agudeza de las ANS de los sujetos en la edad adulta joven, pues se cree que el ANS aumenta con el trabajo de la matemática escolarizada.

Las dos investigaciones que se acaban de describir permiten identificar una línea de continuidad innatista que considera que los seres humanos y los animales estamos dotados biológicamente para el aprendizaje inicial del concepto del número; el primero lo plantea en términos de dotación neuronal y el último en términos del ANS, donde hay aspecto auditivos o visuales que determinan la aproximación numérica.

2.4 Contraposición a la perspectiva innatista para explicar la adquisición del concepto número natural

En el universo de estudios en educación matemática es posible identificar que hay una línea de trabajo que respalda y continúa la propuesta innatista de Gelman y Gallistel como es el caso de los presentados anteriormente. De igual manera se encuentran variedad de investigaciones que refutan esta concepción innatista del número como es el caso del trabajo que se presenta a continuación, que amplía el panorama para justificar porqué no es suficiente vincular la significación inicial del concepto del número a factores innatos.

El proyecto presentado por Mathieu Le Corre y Susan Carey (2008) parte del trabajo de Gelman y Gallistel y se centra en el estudio de la adquisición de los números verbales y del conteo verbal como medio de comprensión de la ontogénesis del conocimiento de los números naturales, identificando con ello cuál de los sistemas preverbales de cuantificación discreta apoyan el significado numérico de los números verbales. Los autores consideran que hay tres sistemas preverbales de cuantificación discreta: el sistema de magnitud analógica, la individualización paralela, y el conjunto de cuantificación base. Buscan determinar si las magnitudes análogas son el inicio para la adquisición de los principios del conteo verbal, o si los principios de conteo se construyen a partir de diferentes representaciones de los significados de los cuatro primeros números, en el sistema que llaman individualización enriquecida paralela. De estos tres sistemas, Gallistel acepta solo el primero (el sistema de magnitudes analógicas).

De igual manera Le Corre y Carey divergen en dos aspectos de la teoría de Gelman y Gallistel. En primer lugar, consideran que el uso que desde edad muy temprana comienzan hacer los niños de la lista de conteo ocurre sin que se atribuya ninguna importancia al orden que la constituye, quedándose solamente en recitar de manera mecánica una secuencia. Por ello consideran que el conocimiento de los principios de conteo no es innato, sino construido como consecuencia del intento de los niños de darle sentido a la lista del conteo verbal. Como segundo aspecto están de acuerdo en que las magnitudes análogas son parte de nuestros recursos innatos, llegando a proporcionar tarde o temprano una parte importante del significado de los números verbales. Pero no por ello se le puede atribuir la responsabilidad de ser el fundamento para la construcción del conteo verbal, aspecto que ha sido demostrado por otros autores (e.g., Condry & Spelke, in press).

Le Corre y Carey expresan que con investigaciones realizadas en varias culturas se ha logrado demostrar que al menos transcurre un año entre el tiempo en el cual los niños comienzan a recitar una lista de conteo y el tiempo en el cual ellos comienzan a usarla como una representación de los números naturales. Es a la luz de esta evidencia que afirman que el conteo inicial en los niños es una rutina que aprenden sin comprender su importancia numérica. Gelman y Gallistel se contraponen a esta postura pues consideran que los niños aprenden a contar desde el principio y que aquellos estudios que no apoyan su hipótesis utilizan tareas que más que medir el conocimiento del conteo verbal suelen proponerse determinar los niveles de rendimiento (por ejemplo saber cuándo utilizan el conteo para realizar alguna tarea, el control de atención, la memoria de trabajo y el plan motor). Ante esta contraposición, Le Carre y Carey expresan que los resultados encontrados por Gelman y Gallistel tal vez hubieran variado si el rango de edad utilizado en sus pruebas hubiese sido inferior a 2 años; al trabajar con estos niños menores se encuentra que pueden tener tantos éxitos como fracasos en el conteo, por lo cual no es posible garantizar que los principios de conteo se presenten de manera innata para respaldar su planteamiento Le Corre y Carey traen a colación el trabajo de Le Corre et al, 2006; Sarnecka et al, en prensa; Wynn, 1990, 1992

El trabajo de Le Corre y Carey muestra que trazar una correspondencia entre números individuales y magnitudes análogas desempeña un papel en la adquisición de la lista de conteo, propuesta aprobada por Gelman y Gallistel (1992) pues consideran que aprender una cuenta implica, por una parte, el aprendizaje y asignación de las magnitudes numéricas preverbales a los símbolos verbales y escritos y, por otra, la correspondencia inversa de estos símbolos a las magnitudes preverbales. Pero Le Corre y Carey ponen de relieve que esta correspondencia no es construida hasta mucho después que los niños hayan construido el principio de conteo, aspecto que Gelman nunca ha explicado detalladamente, esto es, no ha explicado cómo es que los niños notan un isomorfismo estructural y funcional entre el conteo preverbal y el conteo verbal sin que hayan comprendido que el conteo verbal representa los números naturales.

El sistema de individualización paralela no dispone de símbolos para los números sino que, con base en él, los niños realizan la representación de cada uno de los elementos del conjunto de acuerdo a como son presentados, es decir, los niños no tienen una representación del conjunto como tal sino de cada uno de los elementos que lo constituyen; y esto, siempre y cuando no se supere el límite de la individualización paralela y se mantenga una correspondencia 1 a 1entre el símbolo construido en la cabeza y los elementos del conjunto. El problema es que las representaciones en el sistema de individualización paralela, son modelos de pequeños grupos en la memoria de trabajo; modelos demasiado temporales para proveer significados de palabras numéricas. Por eso han propuesto “la individualización enriquecida paralela’’ como un modificador plausible para el sistema de individuación paralela.

El sistema de individualización enriquecida paralela es el mayor precursor cognitivo de los principios de conteo verbal, pues proporciona las capacidades cognitivas que apoyan los primeros significados de los primeros 4 números, los cuales se convierten en los eslabones para la construcción del conteo verbal. En este sistema los niños construyen un modelo de memoria a largo plazo. Por ejemplo, a{j} le asignan el número 1 y se aplica a los conjuntos con los cuales se puede dar una correspondencia 1 a 1; siguiendo este modelo, la memoria de trabajo se limita a adquirir el significado numérico hasta 4 que es el mismo que se aprende antes de la adquisición del conteo verbal.

En el trabajo de Le Corre y Carey es posible identificar que a pesar de compartir algunos aspectos de la teoría de Gelman y Gallistel, vinculan nuevos elementos a ella desde sus trabajos como es la consideración de que el conteo inicial del niño no está dotado de una significación numérica, sino que se trata de una mecanización adquirida gracias a factores sociales. Como respaldo a esta propuesta se encuentra el trabajo de Richard Cowan (2008) que ahonda más en este aspecto al identificar diversos elementos externos e internos al sujeto que pueden determinar la construcción del concepto de número.

2.5 Conclusión

A manera de cierre es de resaltar la fuerte prevalencia de las posturas de Gelman y Gallistel en los trabajos de psicología que se están realizando en la actualidad. En muchos de ellos se toman por hecho los principios de conteo, al punto de ver innecesario el justificarlos y demostrarlos. Con respecto al innatismo en el aprendizaje del concepto del número, actualmente se encuentran variedad de investigaciones encaminadas en ver hasta qué punto esas habilidades son adquiridas o propias del ser humano, llegando incluso a realizarse experimentos con bebés y especies no humanas para dar cuenta de ello.

Así como el de Le Core y Carey, es posible encontrar otros trabajos en educación matemática que respaldan la hipótesis que el niño en la edad inicial solo presenta una mecanización frente a una situación de conteo, es decir, él responde ante un estimulo pero no es consciente ni tiene una claridad conceptual respecto a las relaciones numéricas que se dan en la actividad de conteo. Pero no por ello se debe desconocer el aporte y avance que dieron Gelman y Gallistel a la educación matemática; por más que se intente desconocerlo, prevalece de manera latente en las concepciones y creencias de muchos profesores a la hora de enseñar matemáticas a niños de los primeros grados; así mismo, es una concepción que ha encontrado arraigo en el trabajo investigativo de varios grupos interesados en la educación.

CAPÍTULO III

La perspectiva piagetiana difiere en muchos aspectos con la de Gelman y Gallistel respecto a los procesos de aprendizaje que realiza el niño, los cuales procuramos hacer patentes en el primer capítulo. Para Piaget tal proceso está íntimamente relacionado, o mejor, fundamentado en operaciones lógico matemáticas y no en los principios del conteo a los que refieren Gelman y Gallistel. Pues, él refuta la teoría innatista al considerar que el niño construye el concepto de número no por su dotación biológica sino gracias a la interacción que tiene con los objetos del medio.

Piaget abre un nuevo panorama en la educación matemática al establecer periodos del desarrollo cognitivo, mediante lo cual se reconoce que el aprendizaje de las matemáticas no es innato ni inmediato, sino por el contrario se da gradualmente de acuerdo a la adaptación que paulatinamente va teniendo el niño a su medio gracias a las acciones que tiene con los objetos. En la actualidad se encuentran gran variedad de investigaciones en torno a esta teoría que buscan enriquecer, respaldar o refutar aspectos de ella.

A continuación se presentan dos investigaciones que hacen parte de la revisión bibliográfica que se utilizó para la presente monografía y que se han ubicado en este capítulo por la reflexión que presentan respecto al trabajo de Piaget:

El primer documento pretende confirmar la indisociabilidad cardinal-ordinal del número propuesta por Piaget. Analizan los esquemas de clasificación, seriación y los procesos ordinales de cuantificación. Implementando algunas de las actividades propuestas por Piaget con respecto las cantidades continuas y discretas, los autores ponen de manifiesto que el número, aunque tiene un componente cardinal y un componente ordinal, el segundo tiene más peso que el primero en la psicogénesis y que ambos componentes son insuficientes para explicar la ejecución numérica de los niños.

El segundo documento busca estudiar el razonamiento lógico matemático de un grupo de estudiantes, para diseñar un perfil cognitivo de los participantes desde el modelo de inteligencia lógico matemática de Gardner y la perspectiva psicométrica, aspecto que se ampliará con detalle más adelante. Los autores realizan un paralelo de la teoría de las inteligencias múltiples y la perspectiva psicométrica con respecto a la inteligencia lógico matemática de Piaget, para justificar por qué utilizar las dos primeras para diseñar un perfil cognitivo de los participantes.

3.1 ¿Hasta qué punto es posible hablar de indisociabilidad entre el número ordinal y cardinal?

El trabajo realizado por José Manuel Serrano y Rosa María Pons (2008) se propuso confirmar la indisociabilidad cardinal-ordinal del número propuesto por Piaget. Para mejores efectos en su investigación, utilizan actividades similares a las trabajadas por Piaget respecto a la clasificación, seriación, numeración, conservación de cantidades discretas y continúas. Las pruebas presentadas a los niños se organizaron en *clasificación* y *prueba de seriación y numérica* (que consta de tres actividades: conservación de las cantidades continuas, discretas y prueba de composición y descomposición del número). Las actividades se implementaron con 134 niños del primer ciclo de la educación básica: 63 estudiantes de los dos primeros niveles de la educación infantil con edades entre 49 y 74 meses; 71 estudiantes de los dos primeros niveles de la educación básica primaria con edades entre 75 y 102 meses.

3.1.1 Pruebas de clasificación

Para medir la variable de clasificación optaron por utilizar tareas similares a las descritas por Piaget e Inhelder (1959), pero añadiendo al material de bloques lógicos de Z.P. Dienes un material específico (soldados a caballo y a pie) que podía ser organizado como clase lógica o clase colectiva (Serrano y Fernández, 1989). Los bloques lógicos utilizados constaban de tres tipos de figuras geométricas (cuadrados, triángulos y círculos) y tres colores distintos (azul, amarillo y rojo), existiendo siempre tres elementos idénticos desde la perspectiva de los dos criterios utilizados (forma x color).

Las consignas utilizadas variaban en función del nivel cognitivo de los sujetos y se elaboraban, de forma individual, en una fase previa a la presentación de la prueba a través de una entrevista-juego con materiales diversos. En esta entrevista se trataba de averiguar el modo y la capacidad semántica del niño para organizar lo real desde el punto de vista de las clases (relaciones de reflexividad y simetría). De cualquier forma, las consignas más utilizadas fueron del tipo: "Pon juntos los que se parecen", "pon juntos los que sean como éste", etc.

A partir de las propiedades, de las clases descritas por Piaget e Inhelder (1959; pp. 60-61), los estadios y procedimientos (conductas) encontrados por Piaget, Serrano y Pons instauraron siete niveles genéticos. Los dos primeros niveles pertenecen al estadio de las *colecciones figurales* y, el último, al de las *clases*. Los restantes niveles se adscriben al estadio de *colecciones no figurales*. Estos niveles son:

1. Pequeños alineamientos.

2. Alineamientos continuos (con cambio de criterios) u objetos.

3. Pequeñas colecciones yuxtapuestas sin criterio único y con un residuo heterogéneo.

4. Colecciones sin criterio único pero sin residuo ni intersecciones.

5. Colecciones con un criterio único, sin residuo ni intersecciones. Este nivel añade al anterior, por tanto, un criterio único de clasificación.

6. Colecciones con subdivisiones (en subcolecciones).

7. Clases.

La calificación que se les asignaba a los niños oscilaba entre uno y siete puntos, según se adscribieran a uno u otro de los niveles genéticos definidos anteriormente. Los criterios de clasificación que utilizaron eran aditivos porque los esquemas numéricos a los que hace referencia el trabajo que se comenta tienen un carácter lineal (unidimensional) y, en este sentido, aditivo. La segunda parte de la prueba se ajusta a los mismos patrones que la anterior, la única diferencia estriba en que el material puede ser organizado, tanto desde la perspectiva de clases lógicas (teoría lógica), como desde las clases colectivas (teoría mariológica[3]). En efecto, la *clase de los soldados* puede ser sustituida por *el ejército* y sus posibles subdivisiones *soldados a caballo* y *soldados a pie* pueden ser sustituidas, respectivamente, por *caballería* e *infantería*, eliminando, de esta manera, las posibles deficiencias que pueda presentar la tarea con un material de formas geométricas.

3.1.2 Prueba de seriación

Consta de seis ítems. La consigna para los cinco primeros ítems era: "Mira estos monigotes, están en desorden. Tú tienes que encontrar la manera de arreglarlos".

Ítem 1: Seriación por longitud

El material está compuesto por nueve rectángulos de dos dimensiones que representan monigotes con corbatas de pajarita. La anchura de estos rectángulos es irrelevante por cuanto, al tener dos de ellos la misma anchura, no es posible la seriación a partir de esta dimensión y, por tanto, sólo puede hacerse en función de su longitud.

Ítem 2: Seriación por la anchura

Siete rectángulos de dos dimensiones que representan monigotes con corbatas de pajarita. La longitud de estos rectángulos es irrelevante y la seriación debe hacerse en función de su anchura ya que dos de ellos tienen la misma longitud y, por tanto, no existe posibilidad de seriación en función de esta dimensión.

Ítem 3: Seriación por la altura

El material consta también de siete rectángulos, similares a los anteriores, que representan monigotes con corbatas de pajarita. Tanto la longitud como la anchura de estos rectángulos es irrelevante y la seriación debe hacerse (no se considera el grosor que, por otra parte, es el mismo para todos los rectángulos) en función de la altura a la que se encuentran las corbatas de pajarita. Esto se debe a que dos de ellos presentan la

[3]Teoría Mariológica: El método de la Mariología es el mismo de la Teología; esto es, el modo de proceder propio de la investigación y comprensión de la verdad revelada. Este modo de proceder es triple: inductivo, deductivo y apologético.

misma longitud y otros dos la misma anchura, lo que impide la posibilidad de establecer la seriación en función de estas dos dimensiones.

Ítem 4: Seriación por la longitud

El material consta de siete paralelepípedos que representan monigotes con corbatas de pajaritas. La anchura, el grosor y el peso de estos rectángulos es irrelevante y la seriación debe hacerse en función de la longitud (altura de los monigotes) de los mismos, puesto que dos de ellos tienen la misma anchura, dos tienen el mismo grosor y otros dos tienen el mismo peso y, por tanto, no es posible la seriación en función de ninguna de estas tres dimensiones.

Ítem 5: Seriación por el peso

El material consta de cinco paralelepípedos que representan monigotes con corbatas de pajarita. La anchura, el grosor y la altura de estos rectángulos es irrelevante y la seriación debe hacerse en función del peso de los mismos, ya que dos de ellos tienen la misma anchura, dos presentan el mismo grosor y, finalmente, existen otros dos con la misma altura y, por tanto, no es posible la seriación en función de ninguna de estas tres dimensiones.

Ítem 6: Seriación por la longitud

El material consta de siete cilindros de longitudes diferentes (con una diferencia de 2 cm) y una plataforma con agujeros para insertar los cilindros. La separación entre los agujeros es de 6,5 cm. La consigna que les dieron era: "Mira estos palos. Debes encontrar la manera de colocarlos (ordenarlos) de la mejor forma posible introduciéndolos en los agujeros (el experimentador siempre explicaba a los pequeños las características de los elementos a ordenar)".

3.1.3 Pruebas numéricas

Para medir la variable número establecieron tres tipos de pruebas.

> En efecto, Piaget cuando habla de “conservación del número”, lo hace identificándolo con “conservación de la cantidad numérica”, es decir, para Piaget el número siempre es la expresión de la medida de una cantidad, por tanto, tenemos que admitir la existencia de dos niveles de medida que hacen referencia a las clásicas pruebas de conservación piagetiana sobre las cantidades discretas y continuas (Piaget y Szeminska, 1941). Sin embargo, uno de nosotros había elaborado una prueba, *ad hoc*, de composición y descomposición numérica (sobre situaciones numéricas y empíricas) que se mostró ampliamente consistente en el modelo de medida que se utilizó en una experiencia previa. (Serrano 1989 citado por Serrano, M. J y Pons, R. M, 2008; p. 4)

A continuación se presentan las pruebas denominadas conservación de las cantidades continuas y discretas, basada en la tarea piagetiana del mismo nombre (Piaget y Szeminska, 1941) pero con ciertas modificaciones (Serrano, 1982). Estas pruebas se ubican por los autores en las pruebas numéricas.

3.1.4 Prueba de conservación de las cantidades discretas

Esta primera prueba se basa en la tarea piagetiana del mismo nombre (Piaget y Szeminska, 1941) pero con algunas modificaciones. El material utilizado en esta prueba está formado por un juego comercial de damas, es decir, que consta de doce fichas blancas y doce negras de tamaño habitual en un juego de este tipo: tres o cuatro centímetro de diámetro. Los ítems o secuencias de esta tarea cognitiva tiene una dependencia lineal, algunas de las actividades presentadas a los niños consistía en presentarle un conjunto de fichas organizadas en línea recta separadas por tres o cuatro centímetros aproximadamente, debiendo el niño colocar abajo el mismo número que fichas que el entrevistador.

Si el sujeto no es capaz de establecer la identidad (aunque sea de forma pseudocuantitativa) se interrumpe la prueba y se le concederá cero o un punto, en función del nivel genético al que sea asignada su conducta (Serrano, 1982).

Si, por el contrario el sujeto es capaz de establecer una identidad de tipo cuantitativo o pseudocuantitativo (fundamentalmente, como se puede constatar de forma empírica, a partir de los esquemas de correspondencia biunívoca), se le interrogará acerca de la construcción de un conjunto más o menos numeroso que el dado por el experimentador.

Si el niño no es capaz de construir un conjunto más numeroso y menos numeroso que el dado por el experimentador (con siete fichas) se suspende la prueba y se le asigna al nivel genético correspondiente que marcará su puntuación en la prueba.

Si fuera capaz de construir un conjunto menos numeroso que el dado, pero fracasara en la construcción de un conjunto más numeroso, el experimentador realiza una prueba de confirmación igual a la situación presentada anteriormente, debiendo el niño construir un conjunto más numeroso del dado. Si fracasa en la nueva situación llegan a considerar una gran probabilidad de acierto debido al azar, situando al sujeto en el nivel genético que corresponde al fracaso de las dos situaciones (construcción de un conjunto más numeroso y un conjunto menos numeroso). Si, por el contrario, ante la nueva situación se invirtieran los términos y encontráramos una conducta de acierto para la construcción de un conjunto más numeroso y una conducta de fracaso para la construcción de un conjunto menos numeroso, se podría concluir que el éxito o el fracaso de la prueba está condicionado al número de elementos de la misma y, tras suspender la prueba, asignan al sujeto la puntuación 3 correspondiente al nivel genético de asociación de los vectores (objetivos) a los escalares (subjetivos).

Si la construcción de un conjunto con más o menos elementos hubiera sido exitosa, la prueba continuaría ahora en tener el conjunto presentado por el entrevistador y el conjunto que construyó el niño, donde el número de fichas son iguales, el experimentado mueve las fichas ubicándolas de diferente manera pero no quita ni coloca ninguna, debiendo determinar el niño si los dos conjuntos tienen la misma cantidad de fichas. De no acertar se le formulan preguntas como: “¿Cuántas fichas tengo yo?, ¿Y tú?”, para, a continuación, interrogarle sobre la acción que debe realizar con el fin de mantener la igualdad inicial: “¿Y qué debemos hacer para tener las mismas?”. En este nivel presentando confusión de desplazamiento y adición.

A los niños que acertaron, se les realizó una contraprueba con un nivel más evolucionado de diferenciación de los esquemas de adición y desplazamiento, pero sin integración en una estructura total de conjunto: Partiendo de la posición inicial de correspondencia uno-a-uno, se añadía una ficha a la colección del experimentador, debiendo el niño conservar la igualdad de ambos conjuntos ya fuera añadiendo una ficha a su colección o quitándole una a la del experimentador. Si la respuesta era afirmativa y el pequeño mantenía la igualdad, pese al desplazamiento, se le pedía que diera el argumento de reversibilidad operatoria (¿por qué?) que había utilizado y se realizaban algunas contra argumentaciones (“pero mi fila es más larga que la tuya”, etc.) para confirmar el nivel. Esta prueba presenta, en función de los niveles genéticos, un rango de puntuación de cero a seis.

3.1.5 Prueba de conservación de las cantidades continúas

La actividad y los ítems, secuencias o niveles genéticos son isomorfos en ambas tareas. El material utilizado en esta prueba está formado por un vaso grande; dos juegos idénticos, cada uno, en otro vaso grande (distinto del anterior en cuanto a forma, pero de la misma capacidad) y cinco vasos pequeños, idénticos entre sí y cuya suma de capacidades es equivalente a la de uno de los vasos grandes; dos tipos de refrescos (de naranja y de limón) y dos muñecas cuyo color de pelo y de vestido es similar al de los refrescos, a fin de reforzar las relaciones de correspondencia y de pertinencia.

En esta actividad el entrevistado debe establecer la relación de igualdad, mayor que o menor que, a la cantidad de contenido de los refrescos de naranja y limón, al cambiarlos de recipiente que contienen diferente forma y tamaño, presentándosele a los niños consignas como

Yo voy a ponerle a ésta su refresco de naranja (el experimentador vierte el refresco de naranja de la botella en el vaso, hasta un nivel próximo al setenta y cinco por ciento de la altura total del vaso). Una vez ejecutada la acción se le dice al pequeño: Ves, ¡ya está! Ahora debes servir tú el refresco de limón a la otra muñeca, pero ¡cuidado! Debes ponerle lo mismo de limón (o, la misma cantidad, o, igual) que yo le puse a ésta (se le pueden dar nombres a las muñecas para simplificar la nomenclatura) de naranja.

Si el sujeto no es capaz de establecer la identidad se interrumpe la prueba y se le concederá cero o un punto, en función del nivel genético al que sea asignada su conducta. Si, por el contrario el sujeto es capaz de establecer una identidad de tipo cuantitativo o pseudocuantitativo, se le interrogará acerca de la construcción de una entidad con mayor o menor cantidad que la dada por el experimentador: diciéndole tras vaciar el vaso de refresco de limón: “Ahora tienes que ponerle a la muñeca más (cantidad) refresco de limón que el que yo le he puesto de naranja a la otra, sin que ésta se dé cuenta (se vuelve la primera muñeca simulando un pequeño descuido)”. Lo mismo se hace a continuación, pidiéndole que ponga menos. Si el niño no es capaz de construir situaciones de desigualdad (mayor y menor cantidad que) se suspende la prueba y se le asigna al nivel genético correspondiente que marcará su puntuación en la prueba.

Si el niño acierta en una de las actividad de establecer relación de mayor que o menor que y al realizarse una nueva actividad de sub-prueba para confirmar (al igual que se hacía con las cantidades discretas) se presenta un nuevo fracaso, se puede pensar, con una alta probabilidad de acierto, que el éxito del problema anterior pudo ser debido al azar y, por tanto, debemos situar al sujeto en el nivel genético que corresponde al fracaso de la dos situaciones. Si, por el contrario, ante la nueva situación se invirtieran los términos y encontráramos una conducta de acierto para la construcción de una cantidad mayor y una conducta de fracaso para la construcción de una cantidad menor, se podría concluir que el éxito o el fracaso de la prueba está condicionado al tamaño de las cantidades utilizadas en la misma y, tras suspender la prueba, le asignan al sujeto la puntuación “tres” correspondiente al nivel genético de “asociación de los vectores (objetivos) a los escalares (subjetivos)”.

Si la construcción de una entidad con más o menos cantidad que otra dada es exitosa, la prueba continuaba presentando situaciones donde debe adicionar o sustraer cantidad de vasos y contenido para obtener relaciones de igualdad, mayor que y menor, para ello se utilizaron vasos de menor, mayor, igual capacidad, o diferente forma

3.1.6 Prueba de composición y descomposición del número

La prueba de *composición y descomposición* del número, *ad hoc*, fue aplicada por los autores como tercera medida para el constructo de número. Esta prueba consta de doce ítems y estaba dividida en dos sub-pruebas. La primera, la llaman “composición y descomposición del número en situaciones empíricas” consta de seis ítems y la segunda sub-pruebas “composición y descomposición del número en situaciones numéricas” consta, igualmente, de seis ítems isomorfos con los anteriores

Sub-Prueba 1:

- *Ítem 1: Composición empírica de un conjunto a partir de dos subcolecciones dadas, con elementos diferenciados*

Consigna: ¡Mira!, esta muñeca (la roja) tiene seis caramelos rojos y ésta (la amarilla) tiene tres amarillos, se le da al entrevistado el conjunto de todos los caramelos rojos y amarillos salvo, evidentemente, los que ya se le han dado a las muñecas. Ahora tienes que poner dentro de esta caja los mismos caramelos que tienen las dos muñecas juntas.

- *Ítem 2: Composición empírica de un conjunto a partir de dos subcolecciones dadas, con elementos no diferenciados.*

Consigna: “¡Mira!, esta muñeca (la roja) tiene seis caramelos y ésta (la amarilla) tiene tres (se le da en este momento el conjunto de todos los caramelos rojos y amarillos salvo, evidentemente, los que ya se le han dado a los muñecas. Ahora tienes que poner dentro de esta caja los mismos caramelos que tienen las dos muñecas juntas”.

- *Ítem 3: Descomposición empírica de un conjunto, dados los elementos del conjunto y de una de las subcolecciones, con elementos diferenciados.*

Consigna: debajo de la muñeca (roja) se colocan tres caramelos del mismo color (rojos) y dentro de la caja, tres caramelo de color rojo y dos de color amarillo, al mismo tiempo que se le dice: “¡Mira?, esta muñeca (la de color rojo) tiene tres caramelos y dentro de la caja hemos puesto los caramelos que tienen entre las dos muñecas juntas (en este momento, se le da el conjunto de todos los caramelos rojos y amarillos, salvo, evidentemente, los que se han puesto dentro de la caja y los que se le dieron a la muñeca roja). Ahora tienes que darle tú a la muñeca amarilla los caramelos que le correspondan y para ello no debes olvidar que dentro de la caja están los caramelos que tienen las dos muñecas juntas”.

- *Ítem 4: Descomposición empírica de un conjunto, dados los elementos del conjunto y de una de las subcolecciones, con elementos no diferencia-dos.*

Consigna: debajo de la muñeca (roja) se colocan cinco caramelos del mismo color (rojos) y dentro de la caja, doce caramelos, también de color rojo, al mismo tiempo que se le dice: “¡Mira!, esta muñeca (la de color rojo) tiene cinco caramelos y dentro de la caja hemos puesto los caramelos que tienen entre las dos muñecas juntas (en este momento, se le da el conjunto de todos los caramelos rojos y amarillos, salvo, evidentemente, los que se han puesto dentro de la caja y los que se le dieron a la muñeca de color rojo). Ahora tienes que darle tú a la muñeca de color amarillo los caramelos que le correspondan y para ello no debes olvidar que dentro de la caja están los caramelos que tienen las dos muñecas juntas”.

- *Ítem 5: Descomposición empírica de un conjunto en forma aleatoria.*

Consigna: dentro de la caja se colocan los seis caramelos y se le dice: “¡Mira!, en esta caja están los caramelos de las dos muñecas (se le da en este momento el conjunto de todos los caramelos rojos y amarillos, salvo, evidentemente, los que se han puesto dentro de la caja). Ahora tienes que poner debajo de las muñecas los caramelos que tú creas que le corresponden a cada una y para ello no debes olvidar que dentro de la caja hemos puesto los caramelos que tienen las dos muñecas juntas”.

- *Ítem 6: Conmutabilidad y asociatividad en la situación anterior.*

Consigna: se presenta el material de la misma forma que se presentó en el ítem anterior y se le dice: “¡Mira!, como ya hemos visto antes, en esta caja están los caramelos de las dos muñecas (se le da en este momento el conjunto de todos los caramelos rojos y amarillos salvo evidentemente, los que se ha colocado en la caja). Ahora tienes que poner debajo de las muñecas los caramelos que tú creas que le corresponden a cada una, pero tienes que hacerlo de diferente manera a como lo hiciste con anterioridad. No debes olvidar que dentro de la caja hemos puesto los caramelos que tienen las dos muñecas juntas. Vamos a ver de cuántas formas eres capaz de hacerlo”.

Sub-prueba 2:

- *Ítem 7: Composición aritmética (adición) de un conjunto a partir de dos subcolecciones dadas.*

Consigna: bajo la muñeca (roja) se colocan cuatro caramelos rojos y debajo de la amarilla, un caramelo también rojo, Le indican: “esta muñeca (la roja) tiene dos caramelos y esta (la amarilla) tiene un caramelo (se le da en este momento el conjunto de todas las tarjetas con los nueve primeros números). Luego debe escoger la tarjeta que indica el número de caramelos tienen las dos muñecas juntas”.

- *Ítem 8: Composición aritmética (adición) de dos números.*

Consigna: esta muñeca (la roja) tiene una tarjeta que nos dice cuántos caramelos tiene y ésta (la amarilla) tiene también una tarjeta que indica el número de caramelos que tiene guardado (le da en este momento el conjunto de todas las tarjetas con números). Ahora tienes que escoger entre las tarjetas aquélla que tiene el número que indica cuántos caramelos tienen las dos muñecas juntas”.

- *Ítem 9: Descomposición empírica de un número en dos subcolecciones (con elementos diferenciados o no diferenciados), conocida una de ellas.*

Consignas: debajo de la muñeca (roja) se coloca un caramelo rojo y, junto a las muñecas una tarjeta con el número tres al mismo tiempo que se le dicen: “¡Mira!, esta muñeca (la roja) tiene un caramelo y esta tarjeta indica el número de caramelos que tienen las dos muñecas juntas (se le da en este momento el conjunto de todos los caramelos). Ahora tienes que poner debajo de la muñeca amarilla el número de caramelos que ella tiene. No olvides que la tarjeta te dice cuántos caramelos tienen entre las dos muñecas”.

- *Ítem 10: Descomposición aritmética de un número en dos, conocido uno de ellos.*

Consignas: debajo de la muñeca roja se coloca una cartulina con el número siete y junto a las muñecas una tarjeta con el número nueve. Le dicen: “¡Mira!, esta muñeca (la roja) tiene debajo un número que nos dice cuántos caramelos tiene guardados y esta tarjeta indica el número de caramelos que tienen las dos muñecas juntas (se le da en este momento el conjunto de todas las tarjetas). Ahora tienes que poner debajo de la muñeca amarilla una tarjeta que nos indique el número de caramelos que tiene ella sola. No olvides que la tarjeta te dice cuántos caramelos tienen entre las dos muñecas".

- *Ítem 11: Descomposición numérica aleatoria.*

Consigna: junto a las muñecas colocan una tarjeta con el número seis, al mismo tiempo le dice: "¡Mira!, esta tarjeta nos dice el número de caramelos que tienen las dos muñecas (se le da en este momento el conjunto de todas las tarjetas salvo, evidentemente, la que se ha colocado junto a las muñecas). Ahora tienes que poner debajo de las muñecas las tarjetas con los números que tú creas que le corresponden a cada una.

- *Ítem 12: Conmutatividad y asociatividad en la situación anterior.*

Consigna: se presenta el material de la misma forma que se presentó en el ítem anterior y se le dice: "¡Mira!, como ya hemos visto antes, esta tarjeta nos dice el número de caramelos de las dos muñecas (se le da en este momento el conjunto de todas las tarjetas salvo, evidentemente, la que se ha colocado junto a las muñecas). Ahora tienes que poner debajo de las muñecas las tarjetas con los números que tú creas que le corresponden a cada una, pero tienes que hacerlo de diferente manera a como lo hiciste con anterioridad. Vamos a ver de cuántas formas eres capaz de hacerlo".

Las actividades fueron clasificadas y analizadas de acuerdo a tres variables, dos de ellas independientes (conservación de las continuas y conservación de las cantidades discretas) y una dependiente (composición o descomposición numérica), a su vez estás disponían de una covariante la seriación y una variable la clasificación, que permitían establecer la variación del desempeño de los entrevistados entre los siete niveles genético propuestos.

En el análisis de la varianza correspondiente a las tres variables, se obtuvo que:

En la conservación de las cantidades discretas, la seriación y clasificación resultan significativas, pero esta última presenta una significación menor. El comportamiento que corresponde a la diferencia de los niveles es relevante (1%), donde la diferencia entre niveles se dan de la siguiente manera: nivel 1 contra 2; 1 contra 3; 1 contra 4; 2 contra 4 y 3 contra 4, no apareciendo diferencias en la comparación entre los niveles 2 y 3.

En la conservación de las cantidades continuas, la seriación resulta altamente significativa mientras que la clasificación no. En las diferencias internivel, al igual que en el caso anterior, se manifiestan entre los niveles 1 contra 2; 1 contra 3; 1 contra 4; 2 contra 4 y 3 contra 4, no aflorando diferencias en la comparación entre los niveles 2 y 3.

En la variable dependiente composición o descomposición numérica, la seriación y clasificación resultan significativas, pero la seriación es altamente significativa. Las diferencias entre los niveles muestran un comportamiento heterogéneo al de las variables anteriores, en los niveles 1 contra 2; 1 contra 3; 1 contra 4; 2 contra 3; 2 contra 4 y 3 contra 4.

Es desde este orden de ideas que Serrano et al. presentan cuatro conclusiones:

1. Los tres modelos (conservación de las cantidades discretas, conservación de las cantidades continuas y composición y descomposición numérica) planteados, les permite explicar un porcentaje de varianza de las nociones numéricas que resulta a todas luces insuficiente para poder asegurar que el número, desde cualquiera de las vertientes abordadas puede ser reducido a la lógica de clases, a las relaciones asimétricas o a las diferencias ordenadas, ya que el porcentaje de varianza explicado por las variables independientes deja, en el mejor de los casos (conservación de las cantidades discretas), casi un 35% de la varianza del constructo sin explicar. Esto conduce a postular que el número presenta unos componentes distintos a los de la lógica (sea una lógica de clases o de relaciones), bien porque las estrategias básicas de aprehensión sean distintas o bien porque la estructura numérica esté alimentada o constituida por unidades funcionales de conductas diferentes o distintos sistemas de relaciones. En el primero de los casos se inclinan por sugerir que la investigación debe continuar profundizando en las estrategias

generales de selección y organización. En el segundo caso, se inclinan a pensar que el sistema de relaciones que caracteriza la estructura numérica es diferente al que es propio de la estructura lógica.

2. Las pruebas piagetianas de conservación de las cantidades (tanto discretas, como continuas) no permiten discriminar los niveles de transición que presenta un sujeto entre un estadio y otro. Indicando que la propuesta de Piaget parece una solución macro y general al problema que deja por fuera muchos aspectos relevantes del auténtico cambio comportamental del sujeto, como es el caso, de la ausencia de diferencias entre los niños de 5 y 6 años

3. Serrano et al. consideran que existe un paralelismo en la ejecución de los sujetos entre la conservación de las cantidades continuas y discretas, con un ligero desfase entre ambas, resultando una tarea más compleja la conservación de las cantidades continuas. Desde un punto de vista estructural, este desfase podría ser explicado por el hecho de que el sujeto en la conservación de las cantidades continuas no pone en funcionamiento esquemas de clasificación, porque las demandas de la tarea en esta prueba impide que la atención ejecutiva del sujeto se centre en las relaciones parte-todo (cuantificación intensiva) y sus estrategias de selección le permiten efectuar solamente comparaciones parte-parte o todo-todo.

4. El número tiene un componente ordinal que resulta más potente que el cardinal para explicar el constructo. Esta conclusión se apoya en que el sujeto considera el número y la serie de los números como un conjunto ordenado de forma creciente (o decreciente) que está sujeta a las relaciones de orden mayor que y menor que.

En términos de los propios autores,

> Nuestros resultados nos obligan, por tanto, a rechazar la hipótesis planteada en nuestro trabajo ya que, si bien es cierto que el porcentaje de varianza explicado por nuestro modelo es alto, resulta a todas luces insuficiente para explicar la construcción del número en términos de causa-efecto. Desde el punto de vista psicopedagógico esto nos obliga a sugerir que las actividades de clasificación y seriación pueden ser un buen soporte para las actividades numéricas, pero actuando de forma complementaria a ellas, es decir, parafraseando un bonito trabajo

> piagetiano, clases, relaciones y números son contenidos instruccionales diferentes sobre los que actúan esquemas y sistemas relacionales distintos, con mecanismos asimiladores, probablemente diversificados y acomodaciones que confieren significados distintos a la realidad, aunque, sin lugar a dudas, se complementan entre sí para una mejor adaptación del sujeto a la realidad. (Serrano, J. M. et al. 2008: p. 12)

3.2 La inteligencia lógico-matemática, una única inteligencia por desarrollar

El trabajo que se presentó anteriormente abre un panorama y reflexión con respecto a algunas falencias que presenta la teoría de Piaget respecto al aprendizaje de los números. El documento que se presenta a continuación entra a complementar las conclusiones del trabajo anterior, haciendo hincapié en la inteligencia lógico matemática propuesta por Piaget, respecto a hasta qué punto es viable hablar solo de una inteligencia (lógico-matemática) que sea aplicada a todos los campo de conocimiento y saber, no habiendo cabida a la posibilidad de pensar en otras inteligencias.

Carmen Ferrándiz, Rosario Bermejo, Marta Sainz, Mercedes Ferrando y María Dolores Prieto (2008) en su investigación buscan estudiar el razonamiento lógico-matemático de una muestra de alumnos, diseñar el perfil cognitivo de los participantes en las distintas inteligencias y estudiar la relación entre la inteligencia lógico-matemática del modelo de Gardner y la inteligencia valorada desde una perspectiva psicométrica; finalmente, se establecerán las diferencias en inteligencia lógico-matemática en función del género y edad.

Para la ejecución de la investigación trabajaron con 294 alumnos de educación infantil y primaria de instituciones públicas y privadas de las provincias de Murcia y Alicante (dos de los centros son urbanos y uno semiurbano), con edades comprendidas entre 5 y 8 años. Se diseñaron siete actividades que buscan evaluar la habilidades y perfiles cognitivos que presentan cada uno de los alumnos con respecto a las inteligencias. Los instrumentos utilizados fueron: siete actividades orientadas a valorar las inteligencias múltiples (lingüística, lógico-matemática, espacial, musical, naturalista y corporal-cinestésica) diseñadas por Gardner y colaboradores (Gardner, Feldman, y

Krechevsky, 1998 a, b, c) y el BAD y G o Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales con el fin de evaluar la inteligencia académica.

El objetivo de las actividades era evaluar las habilidades implícitas en cada una de las inteligencias. *La Inteligencia lógico-matemática* fue evaluada mediante la actividad del “juego del dinosaurio”, el objetivo era valorar las siguientes habilidades: *Razonamiento numérico* (capacidad de abarca las habilidades referidas al conteo, estimación y cuantificación de objetos, para entender, estructurar, organizar y resolver problemas). *Razonamiento lógico* (habilidades para analizar conjuntamente todos los datos de un problema, así como realizar inferencias lógicas y generalizar y aplicar reglas en la solución de un problema.) y *Razonamiento espacial* (habilidades para orientarse y determinar la dirección de los movimientos de los dados para realizar conteos). La inteligencia lógico-matemática se valora de 1 a 4 según la ejecución del alumno en cada uno de los problemas que le presentaban durante el desarrollo de la actividad.

Ferrándiz et al. consideran que al centrar el trabajo en la inteligencia lógico-matemática es necesario traer a colación a Piaget, pues fue gracias a su fundamentación teórica que el concepto de inteligencia tomó tanta fuerza en el campo de la psicología y de la educación, sobre todo la inteligencia lógico matemática que es una de las inteligencias que cuenta con gran variedad de estudios empíricos y teóricos, de los cuales se han extraído valiosas aplicaciones e implicaciones educativas (Arbib, 1990; Athey y Rubadeau, 1970; Beard, 1969; Ferrándiz, 2003; Kamii, 1982, Serrano, González-Herrero y Pons, 2008).

Es conveniente destacar que Piaget centra la explicación del desarrollo cognitivo en el pensamiento lógico-matemático, dejando de lado otro tipo de habilidades correspondientes a inteligencias diferentes, como la artística, social o emocional que, como podemos reconocer quienes trabajamos en las instituciones educativas, tienen gran influencia en el desempeño académico.

Por tal motivo los autores de este documento traen a colación el trabajo de Gardner; su modelo de las Inteligencias Múltiples (IM) pretende evaluar la competencia cognitiva en las diferentes inteligencias: lingüística, lógico-matemática, espacial, musical, naturalista y corporal-cinestésica, definidas como un conjunto de habilidades y competencias implícitas en el currículo escolar (Gardner, 1983; Armstrong, 1994). Aunque Gardner entiende que las inteligencias han de ser consideradas en su conjunto para no perder la interrelación entre ellas, Ferrándiz, C. Bermejo, R. Sainz, M. Ferrando, M y Dolores, P. M. centran su análisis en la inteligencia lógico-matemática, intentando conservar la interrelación a la que alude Gardner.

Es notorio que la postura de Piaget y Gardner acerca de la inteligencia difiere; pero con respecto a la inteligencia lógico matemática Gardner resalta el exhaustivo estudio que realizó Piaget del pensamiento lógico-matemático y los estadios. A continuación se presentan dos citas, donde Ferrándiz et al. caracterizan el concepto de inteligencia lógico-matemática de Piaget y de Gardner:

“Dicen algunos expertos que para Piaget la inteligencia lógico-matemática deriva desde la manipulación de objetos al desarrollo de la capacidad para pensar sobre los mismos utilizando el pensamiento concreto y, más tarde, el formal. (Arbib, 1990; Athey y Rubadeau, 1970; Beard, 1969; Ferrándiz, 2003; Kamii, 1982, Serrano, González-Herrero y Pons, 2008; p. 214)

> Desde la propuesta de las IM se define la inteligencia lógico-matemática como la capacidad para construir soluciones y resolver problemas, estructurar elementos para realizar deducciones y fundamentarlas con argumentos sólidos. Los alumnos que manifiestan un buen razonamiento matemático disfrutan aplicando sus extraordinarias destrezas matemáticas a situaciones de la vida diaria. Son inquisitivos, curiosos e investigadores incansables. Sienten gran atracción por los juegos de estrategias, que exigen grandes dosis de planificación y anticipación de las jugadas. Sin embargo, el hecho de tener una fabulosa inteligencia lógico-matemática no es garantía para lograr un buen rendimiento académico en las matemáticas. (2008, p.214)

Teniendo en cuenta el propósito de la investigación que venimos comentando, se realizará un paralelo entre el concepto de inteligencia presentado en la perspectiva psicométrica, las inteligencias múltiples (Gardner) y piagetiana, teniendo en cuenta que las dos primeras son tomadas como referente para el desarrollo y análisis de las actividades implementadas por las autoras.

En la concepción psicométrica los creadores de las pruebas tradicionales generalmente creen que a mayor cantidad de respuestas correctas por parte del niño, es más inteligente en relación a otros niños de su misma edad (Frisancho, S. 2006). La teoría piagetiana difiere de las pruebas psicométricas tradicionales en que no está interesada en las diferencias individuales, sino en patrones más generales que subyacen al ser humano como el pensamiento y la inteligencia, que se construyen progresivamente y de los cuales no se nace dotado; por el contario, se trata de procesos cognitivos que si bien tienen un substrato biológico, son producto de las interacciones que realiza el sujeto con y en el mundo. Con respecto a la teoría de las inteligencias múltiples, Gardner considera la inteligencia como una capacidad de resolver problemas o elaborar productos que sean valiosos en una o más culturas, por ello no es posible agrupar diferentes capacidades en una, siendo necesario presentar un conjunto de inteligencias múltiples, distintas e independientes.

Gardner resalta del trabajo de Piaget la inteligencia lógica pero le refuta que considere el pensamiento lógico-matemático transversal a todas las otras áreas; cabe reconocer que en los otros campos de conocimiento es posible identificar una lógica pero esta presenta una estructura y un funcionamiento diferente a la lógica-matemática propios de la inteligencia a la que pertenecen. Gardner comparte con otros autores que en la actualidad los dominios lógico-matemáticos de los niños no se presentan de manera rígida y homogénea, como Piaget lo propuso en su teoría del desarrollo cognitivo; antes bien, él y otros autores aceptan las evidencias de que en ocasiones los niños pueden tener control sobre tales dominios antes de los intervalos de edad propuestos por Piaget en los estadios.

A continuación se presentan los resultados obtenidos por Férrandiz et al. de acuerdo al desempeño de los niños en las diferentes pruebas:

- Con respecto a las pruebas de las diferentes inteligencias, las autoras destacan que la mayoría de los alumnos manifiestan destrezas y debilidades en las diferentes inteligencias, existiendo una gran variabilidad en las puntuaciones que obtienen. Observaron que el número de inteligencias en que los alumnos manifiestan mayor destreza es igual al número de inteligencias en que los alumnos presentan mayor dificultad. Es en las inteligencias musical, corporal y lingüística en las que existe un mayor número de alumnos con puntos débiles en comparación con el porcentaje de puntos fuertes.

- En la escala de evaluación de la inteligencia lógico-matemática, los alumnos muestran mayor eficacia en el razonamiento espacial respecto a la dirección del movimiento (hacia delante o hacia atrás) cuando juegan con los dados. Ocurre todo lo contrario con el razonamiento lógico, probablemente porque es más complicado razonar respecto a las decisión que debe tomar, pues requiere la comprensión del concepto número y además del signo (+ ó -) que toma el dado.

- La escala de razonamiento lógico valorada en el *modelo de Gardner* mantiene relaciones positivas, estadísticamente significativas y de magnitud moderada con *las sub-escalas* valoradas en la prueba psicométrica referidas a razonamiento numérico, lógico y nivel cognitivo general. Además se evidencian relaciones positivas, estadísticamente significativas y de magnitud baja entre la *escala de razonamiento lógico de Gardner y el razonamiento verbal, la memoria y el razonamiento espacial de la prueba BAD y G***.** Finalmente, los resultados de los análisis de correlación, mostraron que las relaciones entre las dimensiones de razonamiento espacial y razonamiento numérico con las dimensiones del BAD y G fueron de magnitud baja y no resultaron estadísticamente significativas.

- Por último, los resultados de los alumnos de Educación Primaria son superiores y estadísticamente significativos en relación con las obtenidas por los alumnos de Educación Infantil; es pertinente decir, por lo tanto, que a mayor nivel educativo, mayores capacidades intelectuales. Con respecto a las diferencias de sexo, el estudio indica que los niños obtienen puntuaciones superiores a las de las niñas en las dimensiones de la inteligencia lógico-matemática propuesta por Gardner. Sin embargo, las diferencias no resultaron estadísticamente significativas.

3.2.1 Conclusión

Los documentos presentados en este capítulo resaltan y reconocen la importancia del trabajo de Piaget no solo en la educación matemática sino en otros campos de conocimiento, quien abonó el terreno para nuevos estudios e investigaciones respecto al desarrollo del pensamiento. Ambos trabajos presentan una discusión y reflexión muy interesante en torno a la teoría piagetiana; el primero nos lleva a reconocer que la construcción del concepto del número no es algo tan inmediato y que es necesario trabajarla desde el número ordinal y cardinal, no logrando construir a cabalidad su significado si no se trabajan de manera paralela y conjunta. El segundo documento pone de relieve la importancia del pensamiento lógico matemático propuesto por Piaget, pero centrando la atención en un aspecto que se considera ausente en ella, como son las habilidades que no corresponden al pensamiento lógico matemático y que Gardner denota como Inteligencias Múltiples. Ferrándiz et al. invitan a los lectores a evaluar los educandos desde un modelo de inteligencias múltiples, pues consideran que son pruebas contextualizadas que incluyen dominios y actividades más amplias y ricas que las tradicionales, y además permiten reconocer y valorar la biodiversidad de las capacidades con las que cuentan sus estudiantes.

CAPÍTULO IV

Como se mencionó en el primer capítulo y de acuerdo a la revisión bibliográfica que se ha realizado, es posible vislumbrar que una vez se conoce de manera amplia la teoría vigotskyana, es latente reconocer que esta representa un giro importante en la manera de abordar y entender los problemas que venían trabajándose en las líneas de investigación lideradas por Gelman, Gallistel y Piaget. La teoría vigotskyana parte de un enfoque en el cual, si para la comprensión y explicación de la construcción del concepto del número por parte del niño se reconocen factores biológicos y procesos internos que realiza el niño, también se debe considera y destacar aspectos socioculturales e históricos en los que el sujeto construye y dota de significado las cosas y hechos del mundo que lo rodea mediante el intercambio e interacción con un otro, que le aporta al conocimiento que ya posee.

Con respecto al conocimiento matemático, Vigotsky no explicita en su teoría la construcción del número más allá de la educación preescolar; no obstante, sus planteamientos respecto a los vínculos estrechos entre educación y desarrollo cognitivo permite hacernos una idea sobre la manera como él concibe que el sujeto adquiere cualquier conocimiento (incluido el matemático).

En el octavo capítulo de su libro *Obras Escogidas III (Incluye Problemas del desarrollo de la psique)*, Vigotsky presenta una conferencia dada a docentes de preescolar respecto al aprendizaje inicial del concepto del número. Es a tal aprendizaje, a lo que él llama aritmética natural o preescolar, del cual presenta tres momentos u etapas de su desarrollo, dejando la "aritmética cultural" como techo, referente, tendencia del desarrollo psíquico, pero sin entrar en mayores detalles sobre esta.(Pontón L., T. y Vega R., M. 2008, p. 2)

A diferencia de Piaget, Gelman y Gallistel, Vigotsky no construyó una teoría propia para la matemática como se manifiestó anteriormente, solo da unas brochazo respecto a cómo debe ser el trabajo en los primeros años, es por ello que dentro de la búsqueda bibliográfica que se realizó no se encontró un amplio banco de trabajos que estuvieran directamente relacionados al interés de la presente monografía, como lo es la construcción del concepto de número en los primeros años. No obstante, sí se pudo constatar quela teoría de Vigotsky en la actualidad es centro de interés y reflexión en la educación matemática sobre todo por su perspectiva socio-cultural.

Para los intereses de la presente monografía, se identificaron y analizaron dos documentos elaborados a partir de la perspectiva vigotskyana.

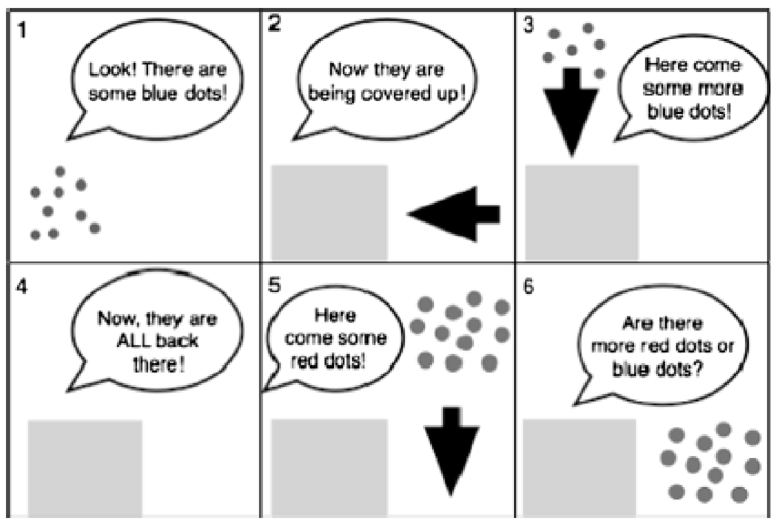
En el primer documento se presenta una relación con lo que Vigotsky llama aritmética natural y cultural, al igual que la dificultad y ruptura que se presenta en el momento de pasar de uno a otro, algo que no es tan inmediato como se ha creído. En el segundo documento se evidencia el trabajo de la aritmética natural y cultural, pero desde la actividad de contar con los dedos. Actividad matemática que al igual que otras se ha presentado en diversas sociedades independientemente de lo remotas que fueron, variando los procesos cognitivos que construyen los sujetos de acuerdo a la cultura en que se desenvuelven y el modo de representar las cantidades en los dedos.

4.1 Las capacidades matemáticas no simbólicas determinantes en el aprendizaje de la matemática formal

Gilmore, McCarthy y Spelke (2010), para el desarrollo de su trabajo entrevistaron a niños al inicio del primer ciclo de escolaridad y durante el transcurso de este (la edad de los niños estaba entre los 5 y 6 años). El objetivo del trabajo consistió en identificar la relación que se da entre las capacidades no simbólicas y las matemáticas formales, mediante el reconocer el tipo de habilidades numéricas que desarrollan los estudiantes después del primer ciclo y hasta qué punto llega a darse una separación entre las habilidades no simbólicas con las que disponían los niños entrevistados antes de tener un acercamiento a la matemática formal y después del proceso de escolarización. En la investigación tomaron como variable el nivel socio económico y el género de los entrevistados.

La metodología implementada con respecto al experimento realizado, consistió en que un adulto guiara la actividad presentando a los niños eventos animados en un computador. Como se muestra en la gráfica de abajo, al niño le aparecían en el computador una serie de puntos que se movían atrás de la pantalla; luego se veían dos series de puntos azules que se movían en sucesión y, por último, se mostraban una serie de puntos rojos. Los niños debían juzgar cuál conjunto de puntos (rojos o azules) era más numeroso mediante la suma y comparación de las series, que se diferenciaban por proporciones. Este trabajo se realizó con números de uno a dos dígitos.

Figura 1. La prueba de adición no simbólica para un problema de muestra en el experimento 1



Fuente: Gilmore, Camilla K., McCarthy, Shannon E. y Spelke, Elizabeth S. Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. Estados Unidos: Journal Elseiver, 2010. pdf, p. 396.

Otra herramienta de análisis fue el test implementado a final de año por las instituciones educativas. Esta prueba constaba de 43 preguntas de conocimiento de las habilidades numéricas arábigas y geométricas, en ellas no se presentaron elementos de suma o resta tan grandes como los trabajados en la prueba no simbólica.

Las pruebas implementadas se enfocaron en la adición no simbólica más que en comparaciones numéricas. Esto, debido a que la adición no simbólica requiere no sólo que los niños descubran y comparen magnitudes, sino que las transformen al significado de las operaciones, un significado que han construido de manera empírica de acuerdo a la relación que ellos han tenido con las cantidades, desde situaciones problema. Otro aspecto corresponde a que en el plan de estudio de matemáticas de la población seleccionada, el trabajo de comparación simbólica de cantidades se realiza solo con cantidades pequeñas (un solo dígito) y el trabajo con los números grandes (cantidades de dos dígitos) se propone desde la aritmética no simbólica, dejando poco o nada a la suma.

Gilmore et al. consideran que hay unos factores que determinan el desarrollo de unas habilidades numéricas iniciales del niño, como el nivel socio económico, el género, etc., pero no ahondan de qué manera los permean. Estas habilidades llegan a convertirse en el timón para adquirir las habilidades matemáticas iniciales en el primer ciclo de escolaridad.

A continuación se presentan los resultados obtenidos por Gilmore et al. en las actividades propuestas a los niños:

- Los niños que presentaron mejor desempeño en la suma no simbólica con cantidades grandes fueron quienes más adelante presentaron un mejor desempeño en el plan de estudio de matemáticas. Es por ello que consideran que el desempeño de los niños en la suma no simbólica determina el dominio de los símbolos numéricos en la escuela, aspecto que está determinado por las diferencias individuales que presenta cada niño de acuerdo a sus experiencias y significaciones que realiza del número. Además los niños a pesar de ya estar en un proceso de escolarización continúan disponiendo de las habilidades no simbólicas para efectuar cálculos, establecer relaciones, etc.

- Desde los procedimientos que utilizaron los niños para resolver las situaciones presentadas, los autores concluyen que las habilidades numéricas no simbólicas aparecen para contribuir en los primeros pasos de las matemáticas escolares, pues de la fusión que se da entre las habilidades numéricas no simbólicas y la matemática escolar, depende el éxito del aprendizaje de las palabras y símbolos numéricos. Esto se puso de manifiesto cuando los niños mostraron habilidad para resolver las actividades de suma verbal, las cuales no se incluían en el plan de estudio del primer ciclo de escolaridad, por tal motivo los autores no relacionan estas habilidades como producto de la academia.

De lo dicho anteriormente es posible reconocer que este trabajo pone de relieve aspectos de las teoría vigoskyana como los 3 principios establecidos por Vigotsky de la aritmética natural: el eje de las operaciones iniciales es la percepción, donde los niños ven la actividad de identificar y comparar cantidades perceptualmente desde un sentido utilitario, realiza operaciones perceptivas entre cantidades con base en una unidad de medida que el niño elige y luego ya no se centra tanto en la forma o lo perceptual sino en la cantidad. (Pontón y Vega, 2008)

El trabajo realizado por Gilmore, Mc Carthy y Spelke brinda un nuevo e importante panorama respecto a la relación que se da entre las habilidades numéricas no simbólicas que construyen los niños y la matemática formal que adquiere en los primeros años. La importancia de reconocer y utilizar esas habilidades numéricas no simbólicas con las que ellos cuentan depende de los docentes, pues de la orientación adecuada en el aula es posible potencializar conocimientos y dotar de significado lo propuesto en el plan de estudio para los primeros años de escolaridad con respecto a la construcción del concepto de número.

4.2 Los dedos, un sistema para representar las cantidades numéricas

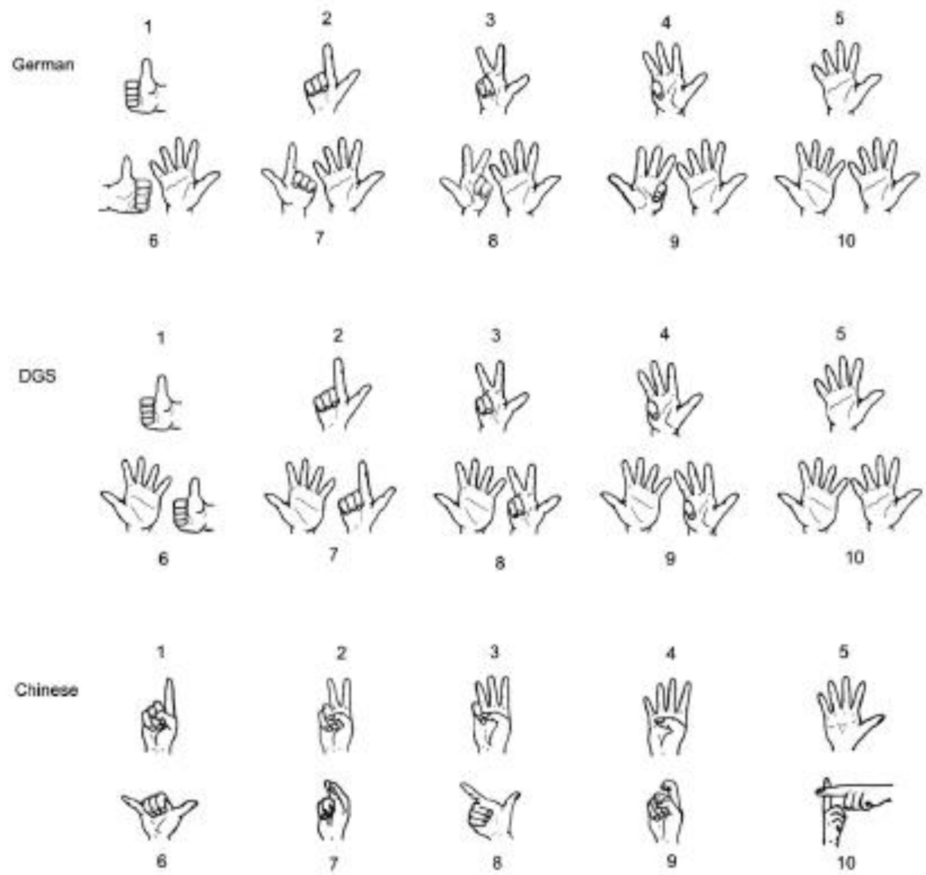
El trabajo de Frank Domahs, Korbinian Moeller, Stefan Huber, Klaus Willmes, Hans-Christoph Nuerk (2010) reconoce que contar con los dedos tiene un rol funcional en el desarrollo de habilidades numéricas y aritméticas, lo cual ha sido corroborado por diversas investigaciones. Contar con los dedos es una actividad transversal a las diversas culturas: el hombre ha utilizado su cuerpo para representar y contar desde tiempos remotos.

¿La estructura del conteo con los dedos aún influye en el proceso de conteo simbólico de los adultos educados? es el interrogante planteado y que orienta el trabajo de Domahs et al. En busca de la respuesta, trabajaron con tres grupos de poblaciones diferentes (alemanes sordos que se comunican con señas y rango de edad 29.6 años, alemanes que escuchan y rango de edad 27.2 años y chinos que escuchan con edad promedio de 24.1), pues consideran que el uso del sistema de numeración arábigo puede no conducir al desarrollo completo de las representaciones numéricas mentales abstractas.

En muchas ocasiones se ha considerado que el sistema 5 sub-base (contar con los dedos) puede preceder al desarrollo del conteo verbal en algunos niños (Brissiaud, 1992; Descoeudres, 1921). Incluso los niños que nacieron con deficiencia cognitiva o les falta ambos brazos o manos, utilizan manos imaginarias para contar y calcular. Los autores apelan a evidencias neurocognitivas y comportamentales de correlación entre las manos y las representaciones numéricas, y encuentran un común denominador en las representaciones espaciales entre los dedos y los números. Diferencias como la mano con la que inicia a contar la persona, la línea numérica mental que construyen de acuerdo a ello y las diferencias en el conteo de los dedos se puede corresponder a las diferencias en las culturas respecto a las asociaciones numéricas espaciales (Shaki y Fischer,2008).

En términos generales se concluye que la estructura de las representaciones numéricas mentales abstractas influye en los adultos, claro que no de igual manera como ocurre con los niños. Soportan estos hallazgos en que la cognición abstracta aparentemente puede estar basada en nuestras experiencias corporales (sistema 5 sub-base) y que influyen en el desempeño de tareas que vinculan símbolos arábigos visuales.

Figura 2. Dedo contando los sistemas utilizados en alemán, direcciones generales y chino representado desde la perspectiva del firmante



Fuente: Domahs, Frank; Moeller, Korbinian; Huber, Stefan; Willmes, Klaus y Nuerk, Hans-Christopher. Embodied numerosity: Implicit hand-based representations influence symbolic number processing across cultures. Estados Unidos: Journal Elservier, 116 (2010) 251–266. pdf, p. 253.

El documento de Domahs et al. a porta nuevos elementos al estudio del origen de las habilidades numéricas, siendo tomado como punto de partida el sistema cinco sub-base, recalcando en todo momento que el uso y procedimiento que utilicen los sujetos con la manos está determinado por su cultura, como es el caso de la cultura occidental que comenzó a contar con la mano izquierda mientras que las personas del cercano oeste comenzaron con la derecha.

Este documento muestra una fuerte tendencia a la teoría sociocultural de Vigotsky pues reconocen que cada sociedad construye y representa el sistema de numeración de acuerdo a su cultura, viéndose el niño permeado por ella, no siendo posible considerar que estas habilidades iniciales se adquieran de manera innata.

4.2.1 Conclusión

Este capítulo muestra la importancia del contexto social en el proceso de aprendizaje del niño, no llegando a desconocer que hay factores biológicos que influyen en el aprendizaje, pero no por ello podemos delegarle toda esta responsabilidad a los factores biológicos. Pues, el sujeto se construye en y para la cultura, la cual le brinda el primer acercamiento para construir una cosmovisión del mundo.

> El arraigo de un niño normal en la civilización suele estar estrechamente fusionada con los procesos de su maduración orgánica. Ambos planos de desarrollo –el natural y el cultural- coinciden y se amalgaman el uno con el otro. Los cambios que tienen lugar en ambos planos se intercomunican y constituyen en realidad un proceso único de formación biológico-social de la personalidad del niño. En la medida en que el desarrollo orgánico se produce en un medio cultural, pasa a ser un proceso biológico históricamente condicionado. Al mismo tiempo, el desarrollo cultural adquiere un carácter muy peculiar que no puede compararse con ningún otro tipo de desarrollo, ya que se produce simultánea y conjuntamente con el proceso de maduración orgánica y puesto que su portador es el cambiante organismo infantil es vías de crecimiento y de maduración”(Pontón L., T. y Vega R., M. 2008; p.36)

CAPÍTULO V

Los sujetos se encuentran permeados por una gran variedad de concepciones, cosmovisiones, ideas, etc. que, en la mayoría de ocasiones, se adquieren y apropian de manera inconsciente. Es el caso de las teorías construidas en diferentes campos de acción, que a pesar de ser consideradas innovadoras no lo son en un cien por ciento, pues buena parte de su sustrato procede de otros trabajos ya sea para reconstruirlos, refutarlos, innovarlos, comentarlos, enriquecerlos.

Los documentos que se presentan en este capítulo tienen la característica de contener explícita o implícitamente tendencias a más de uno de nuestros autores pioneros, para el caso Gallistel, Gelman y Piaget, con los cuales enriquecen y dan forma a su trabajo. El primer documento presenta los resultados obtenidos al implementar una serie de actividades encaminadas a ver hasta qué punto el número ordinal es importante en la construcción del concepto de número; los autores consideran que su uso ha sido minimizado a un simple recurso para construir el concepto de número cardinal, llegando a desconocerse que ambos son indispensables y se complementan para construir el concepto del número. El segundo documento centra su atención en reconocer el significado que tienen los niños respecto a las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) desde el contexto de la solución de problemas.

Lo interesante de presentar ambos trabajos es lograr ver cómo desde las dos propuestas que parecen diversas, es posible establecer una relación respecto a la manera de entender y explicar la construcción y significación del concepto de número y, así mismo, identificar el compromiso que tienen con la teoría piagetiana sobre cómo el niño construye el conocimiento.

4.3 El papel del ordinal en la construcción del concepto de número

Catalina Fernández y Alfonso Ortiz (2008) consideran que respecto al concepto de número se han realizado gran cantidad de investigaciones que centran su atención en lo correspondiente al cardinal y ordinal, en muchas de las cuales el cardinal tiene mayor relevancia e importancia en la construcción del concepto del número. Desde su punto de vista, tanto el cardinal como el ordinal juegan un papel fundamental en la construcción del concepto del número, pues en algunas ocasiones se ha llegado a menospreciar el empleo del número ordinal, considerándolo solo como un recurso para adquirir el número cardinal pero no como indispensable en la adquisición del número natural.

En su trabajo presentan una reflexión respecto a las relaciones lógicas ordinales y el conteo, siendo este último centro de estudio para determinar la acción de contar que integra los aspectos ordinales de la secuencia numérica. Para lograr hacer un estudio de las relaciones lógicas-ordinales, realizaron un trabajo de investigación con un grupo de niños seleccionados al azar, quienes de manera individual debían resolver varias situaciones de carácter ordinal. El material implementado para su ejecución constaba de un soporte concreto: una escalera, un osito, un trocito de pan y un paño.

Las actividades se organizaron y clasificaron para su ejecución en tres grupos: alternancia, contar y secuencia numérica / alternancia.

1. *Alternancia:* Los niños deben ubicar las migajas de pan siguiendo la alternancia indicada (colocar un pan en un escalón sí y en otro no).

2. Contar: El niño debe contar los escalones, determinar una posición ordinal cualquiera mediante el número correspondiente y determinar una posición ordinal a partir de otra dada como dato.

3. Secuencia numérica / alternancia: El niño debe realizar la correspondencia serial entre la secuencia numérica y la alternancia. También debe anticipar que ocurrirá en un escalón conocido, lo que ocurre en otro dado como dato, pero en este caso el dato que se da es numérico y el niño debe responder de igual manera con una posición numérica de la secuencia describiéndola mediante la alternancia.

Las tareas presentadas a los niños se encuentran calificadas en los siguientes parámetros:

I. Si un niño es capaz de establecer relaciones ordinales entre los términos de la secuencia numérica cuando la usa como herramienta para organizar y describir una situación ordinal con un material concreto manipulativo, ese niño no es capaz de contar estableciendo relaciones ordinales en el conteo, así como indicar las mismas relaciones ordinales en series sencillas.

II. Si estamos en el supuesto de que realiza correctamente el conteo y, con ello, establece algunas relaciones ordinales entre los términos de la secuencia, el niño podría llevar a cabo relaciones ordinales entre los términos de la secuencia cuando la usa en un contexto manipulativo, concreto y ordinal combinándola con otra secuencia para la comparación de sus términos.

III. Por último, si el niño es capaz de reconocer el anterior y el posterior de un término en un serie sencilla, no tiene por qué ser capaz de establecer las capacidades correspondientes a los otros dos parámetros

Dentro de los resultados encontrados se logra identificar que si un niño realiza tareas de secuencia numérica / alternancia, es porque ha tenido éxito en las dos que la anteceden (alternancia y contar). Recíprocamente, hay niños que usan la alternancia y/o conteo adecuadamente y no necesariamente por ello logran con éxito la secuencia serial secuencia numérica / alternancia como instrumento para resolver los problemas ordinales. En lo que compete a la actividad de alternancia, se observó que más de la mitad de los niños la construyen y comprenden, pero no todos utilizan la secuencia numérica como método para explicar la situación presentada o anticipar lo que va a ocurrir en una posición ordinal determinada; es el caso de los niños de 3 a 4 años, quienes describen la alternancia, pero en el momento de anticipar lo que debe ocurrir lo realizan al azar. Además se evidencia que no emplean la secuencia numérica para resolver la situación, pues en ocasiones llegaron a utilizar la acción de contar de una manera mecánica (sin cometer errores) sin hacer uso de ella para determinar una posición ordinal. Los niños que usan la secuencia numérica para describir, actuar y explicar una situación ordinal no numérica, tienen una representación mental de la secuencia numérica que les permite trasladar las relaciones lógico ordinales entre sus términos a otro tipo de secuencia como la alternancia para la solución de problemas ordinales.

Otro resultado es que la descripción de la alternancia no es condición suficiente para anticipar la posición ordinal, logrando llegar a obtenerse mayor éxito si se hace uso de la secuencia numérica en la acción de conteo para explicar la realidad ordinal, volviéndose más frecuente el uso de ella a medida que los niños crecen. De igual manera se debe reconocer que los niños son capaces de realizar con éxito problemas ordinales que involucren la alternancia y el conteo, antes que utilizar la secuencia numérica para resolver los mismos.

La clasificación presentada por los autores mediante las relaciones lógicas de alternancia, contar y secuencia numéricas/ alternancia se relacionan con los tres primeros principios de conteo de Gelman y Gallistel enriqueciendo esta postura en términos de lo propuesto por Fuson respecto a la importancia de unificar el trabajo de Gelman, Gallistel y Piaget sobre el número cardinal y ordinal para ganar en la comprensión de cómo es que los niños construyen el número. Pero manifiestan mayor tendencia a la epistemología piagetiana en cuanto a que consideran que no hay nada innato en la adquisición del conocimiento sino que, por el contrario, el niño termina construyendo el conocimiento con base en su relación con el medio. Así, los autores consideran que el sujeto construye y se apropia del conocimiento, mediante el establecer relaciones de acuerdo a las estructuras de conocimiento ya adquiridas. Donde los objetos que conoce no son una copia exacta de los objetos de lo real: una cosa es lo que se acaba de conocer y otra lo que significa dentro del contexto del ser humano que lo que aprendió. Además están de acuerdo con Piaget en que no ha de fomentarse el aprendizaje mecánico del conteo sino que, por el contrario, habría de hacerse mediante el establecimiento de relaciones lógicas de orden las cuales no se presentan de manera espontánea en los primeros años de vida.

4.4 El conteo como técnica para la solución de problemas

El trabajo presentado anteriormente y la investigación que se expone a continuación, ponen de relieve la importancia del conteo en la construcción del concepto de número, pero este último vincula un nuevo aspecto, enmarcando su trabajo en la solución y estructura de la formulación de problemas, como una nueva mirada a esta discusión.

Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson (1999) en su investigación pretenden brindar un conocimiento respecto a los principios del pensamiento infantil en niños de primero de primaria sobre la suma, resta, multiplicación y división, con números de uno a varios dígitos en la solución de problemas, estudiando los procedimientos que utilizan para solucionar problemas matemáticos que se les presenta en su cotidianidad.

En los procedimientos empleados por los entrevistados para la solución de problemas se observa que centran su atención en las acciones descritas en los enunciados para construir modelaciones y resolverlos. A continuación se muestra un apartado de la entrevista realizada a una niña que nos permita comprender y ejemplificar lo expuesto anteriormente

> Considera los siguientes problemas:
>
> Isabel tenía 8 galletitas. Se comió 3 de ellas. ¿Cuántas galletitas le quedan?
>
> Isabel tiene 3 euros para comprar galletitas. ¿Cuántos euros más tendrá que conseguir para llegar a 8 euros?
>
> Isabel tiene 3 euros. Tomás tiene 8 euros. ¿Cuánto euros más tiene Tomás que Isabel?
>
> Por ejemplo, Tania, que acababa de empezar primero de primaria, resolvió el primer problema colocando ocho objetos y apartando tres de ellos. Después encontró la respuesta contando los que quedaban. En el segundo problema, comenzó con un conjunto de tres contadores y fue añadiendo contadores hasta que hubo un total de ocho. Después contó los cinco objetos que había añadido al conjunto inicial para encontrar la respuesta. Para el tercer problema hizo dos conjuntos, uno con tres contadores y otro con ocho. (Carpenter, T. P. et al. 1999; p. 1)

La operación que se muestra de manera explícita en el enunciado es lo que los autores llaman acciones o relaciones; estas acciones son modeladas por los niños mediante los objetos físicos. Es lo que realiza Isabel en el momento que coloca ocho objetos y aparta tres, para luego contar los que quedan.

La acción y las relaciones que se dan en un problema tienden a influir en el uso de estrategias por parte de los niños durante un largo período de tiempo. Más adelante comienzan a reconocer que no es necesario representar todas las cantidades que aparecen en un problema, pues puede hacer uso de modelaciones y técnicas de conteo que luego darán camino a la construcción de hechos numéricos que les facilitará la realización de operaciones de manera más rápida y efectiva.

Es importante presentar una distinción más detallada entre lo que los autores consideran hechos numéricos, modelización y estrategias de conteo. En la modelización se requieren objetos físicos para representar cada cantidad que aparece en el problema y establecer la acción o relación que afecta a estas cantidades. Mientras que en las estrategias de conteo, los niños demuestran darse cuenta de que no es necesario construir físicamente y contar los dos conjuntos descritos en un problema:

> Ejemplo: Roberto tenía cuatro coches de juguete. Sus amigos le dieron siete coches más en su cumpleaños. ¿Cuántos coches de juguete llegaron a tener entonces?
>
> Jaime cuenta, "4 [pausa], 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Tiene once coches". Según va contando, Jaime extiende un dedo por cada palabra recitada. Cuando ha extendido siete dedos, deja de contar y da la respuesta.
>
> Por lo general, las estrategias de conteo requieren algún tipo de doble conteo simultáneo, y los objetos físicos que los niños probablemente utilizan (dedos, contadores, marcas) se usan para llevar la cuenta del número de palabras recitadas en la secuencia de conteo más que para representar los objetos que aparecen en el enunciado del problema. A pesar de que los niños utilizan con frecuencia los dedos en las estrategias de conteo, el uso de los dedos no distingue las estrategias de conteo de las de modelización. (Carpenter, T. P. et al. 1999; p. 23)

Los hechos numéricos son todas las combinaciones numéricas que aprenden los niños y que les permite agilizar los procedimientos y operaciones. Hay combinaciones que les son más fáciles de aprender que otras, quizás por la familiaridad que les representa. Los niños a menudo utilizan un pequeño conjunto de hechos numéricos básicos memorizados para obtener, a partir de ellos, soluciones para problemas que requieren el uso de otras combinaciones numéricas; por ejemplo, el uso de dobles (como 4-4, 7-7) suele aprenderse antes que otras combinaciones; así mismo, las sumas cuyo resultado es 10 (como 7-3, 4-6) se dominan relativamente pronto. Los siguientes ejemplos muestran el uso que hacen los niños de hechos numéricos derivados (de otros ya conocidos):

> “Azucena, otra alumna de primero, al resolver un problema no podía recordar el resultado de 6 + 8, pero sabía que 7+ 7 son 14, así que dijo, "cojo 1 del 8 y se lo doy al 6. Esto hace 7 y 7, que son 14". (Carpenter, T. P. et al. 1999; p. 23)

El aprendizaje de los hechos numéricos no tiene porqué estar basado en la repetición y la memorización; puede construirse a partir de la comprensión de relaciones numéricas que se apoyan en los fundamentos del sentido numérico desarrollado a través del uso de las estrategias de modelización y conteo. El paso de la modelización al conteo y los hechos numéricos no es tan inmediato, sobre todo en la multiplicación y la división. Los niños construyen sus procesos de modelación de manera previa al proceso de escolarización, centrándolos en aspectos intuitivos que luego se van fortaleciendo y enriqueciendo mediante el empleo de técnicas de conteo.

Las estrategias presentadas por los niños para la solución de problemas se dan de manera previa al proceso de escolaridad de forma intuitiva, no siendo necesario enseñarles a determinar qué estrategia se utiliza para cada problema, pues ellos la construyen de manera natural. Por el contrario, se les debe brindar la oportunidad de construir por sí mismos estrategias que modelicen la acción o la relación que aparece en el problema.

Otro aspecto de gran importancia y al que invitan los autores del presente trabajo, es reconocer que hay diferentes tipos de problemas, los cuales se reflejan en el modo como los niños piensan sobre ellos y los resuelven. Carpenter et al. (1999, p.8) expresan que “hay niños que pueden entender los conceptos que intentamos enseñarles pero son incapaces de dar sentido a los procedimientos específicos que les pedimos que usen. Los niños no siempre piensan las matemáticas de la misma forma que los adultos”.

En los problemas de suma y resta, identificaron cuatro tipos básicos de problemas: cambio creciente, cambio decreciente, combinación y comparación. Los problemas de cambio creciente y cambio decreciente suponen una acción. En los problemas de cambio creciente, se añaden elementos a un conjunto dado; en los de cambio decreciente, se quitan elementos de un conjunto dado. En los problemas de combinación y comparación no se produce ninguna acción; en los de combinación se establece una relación entre un conjunto y sus dos subconjuntos; en los de comparación se produce una comparación entre dos conjuntos disyuntos. En todos los problemas de una misma clase, se encuentra el mismo tipo de acción sobre las cantidades o de relaciones entre las cantidades. Dentro de cada clase, podemos identificar varios tipos distintos de problemas dependiendo de qué cantidad sea la incógnita.

De acuerdo a las estrategias empleadas por los niños para la solución de problemas, se hace notorio que hay una relación con los principios de conteo propuestos por Gelman Gallistel, pero enriqueciendo esta postura desde el marco de la solución de problemas. Los autores no ahondan con respecto a qué es a lo que hacen referencia cuando exponen que los niños adquieren de manera natural estas estrategias, pero sí se hace notorio que no se da ni relevancia ni importancia, como muchos trabajos actuales lo hacen, al contexto social en que se desarrolla el niño, ni a los procesos de interacción que ocurren entre los sujetos para enriquecer, contradecir o desvirtuar las estrategias que manejan ellos o sus compañeros.

Carpenter et al. conciben los procesos de significación que construyen los niños como procesos internos, acercándose así de manera clara a lo propuesto por Piaget, donde se reconoce que es necesario disponer de una cierta organización de las estructuras internas y del manejo de ciertas nociones que permitan construir las nociones fundamentales de clasificación, seriación y la noción de número. Desde la teoría que están exponiendo los autores del presente trabajo, las estructuras internas serían las modelaciones, las cuales abonan el camino necesario para que los niños logren construir las estrategias de conteo y los hechos numéricos, que se van transformando y enriqueciendo en el proceso de escolarización.

El rol del docente también es un punto de encuentro entre estos dos trabajos, quien es considerado el encargado de acompañar al niño en su proceso de aprendizaje desde una buena planificación de los problema que le debe presentar al educando, haciendo hincapié en reconocer los tipos de problemas que se presentan, siendo el niño el encargado de realizar internamente los procesos de significación.

4.4.1 Conclusión

En los documentos que se presentan en este capítulo se identifica que ambos consideran que los niños deben disponer de unas estructuras internas al proceso de escolarización para ser enriquecida, transformada y de esta manera construir el concepto de número, pero ninguno de ellos ahonda respecto a ¿como los niños construyen esas estructuras?, pero desde la manera como es presentada es posible ubicarlo desde el trabajo de Piaget.

A manera de conclusión considero que ambos trabajos recogen aspectos de las teoría de Gelman y Gallistel y de Piaget, pero las enriquecen con la propuesta de trabajar las operaciones básicas desde el contexto de la solución de problema, algo que no es tan inmediato pues hay aspectos como la estructura y formulación del enunciado, que llega a ser determinantes para la comprensión y las estrategias que utilizan los niños para resolver el problema. Además invitan a reconocer que el primer acercamiento que los niños tienen con los números es desde lo intuitivo y en ocasiones cuando ingresan al proceso de escolarización lo olvidamos, llegando en ocasiones incluso a atropellar todo ese conocimiento previo del que disponen los niños, en vez de utilizarlo como un recurso para potencializar y enriquecer el trabajo educativo que se realiza en el aula.

CAPÍTULO VI

En el presente capítulo se ubican dos trabajos que dentro de su propuesta de investigación recogen aspectos de las teorías de Gelman y Gallistel y de Vigotsky, líneas de estudio que parecen no tener punto de encuentro, pero desde el análisis de estos documentos es posible identificar que pueden llegar a complementarse y fortalecer aquellos aspectos que quizás se han considerando podrían estar ausentes en ellas.

El primer documento evidencia una relación muy interesante del trabajo de Gelman y Gallistel y de Vigotsky, donde Rodríguez et al. (2008) retoman los principios de conteo pero desde una perspectiva socio cultural que reconoce al sujeto como quien construye y enriquece los saberes previos a la escolarización de acuerdo a la relación con el mundo físico y social en que se desenvuelve. El segundo documento considera que los sujetos cuentan con habilidades preverbales que son parte de su dotación biológica pero a diferencia del primer trabajo no centra estas habilidades en los principios de conteo de Gelman y Gallistel, sino en lo denominado por Vigotsky la aritmética natural, actividad numérica en la que el niño utiliza la percepción, sin recurrir inicialmente al conteo para realizar estimaciones, relaciones y apreciaciones desde lo concreto.

5.1 La viabilidad de las estrategias utilizadas por los niños inicialmente, para la solución de problemas matemáticos verbales

Rodríguez, P. Lago, M, O. Caballero, S. Dopico, C. Jiménez, Le Solbes, I. (2008) estudian el conocimiento que tienen los niños acerca de las operaciones aritméticas: adición, sustracción, multiplicación y división mediante la formulación de problemas verbales, partiendo de dos objetivos específicos para el desarrollo de su trabajo: el primero consistía en establecer si las cuatro operaciones aritméticas representaban para los niños niveles semejantes de complejidad y como último objetivo, analizar los procedimientos de solución con un doble propósito: (1) establecer los tipos de estrategias utilizadas por los niños y (2) determinar la frecuencia de uso, estabilidad y variabilidad de los tipos de estrategias, teniendo en cuenta el tipo de operación y el momento de la medición.

El estudio se desarrolló a lo largo de dos cursos de escolaridad. En el primer año se entrevistó a 15 niños de segundo, de educación infantil (edades entre 4 y 5 años) y en el segundo año se realizó el seguimiento a estos mismos niños cuando cursaban el tercer año de educación infantil (5 y 6 años).

Todos los participantes tuvieron a su disposición distintos materiales concretos para resolver los problemas: tenían 8 casas de diferentes colores (2 rojas, 2 verdes, 2 azules y 2 amarillas), 20 gallinas de plástico duro (iguales en tamaño, color y forma) y 20 sacos de trigo confeccionados con tela de color amarillo y rellenos de algodón (del mismo color, tamaño y forma). Además, se utilizó una marioneta de guante (“la vaca Paca”), que era la encargada de formular los problemas a los niños.

Los problemas presentaban estructura semántica de Cambio (dos de adición y dos de sustracción) y de Grupos Iguales (dos de multiplicación y dos de división partitivos). Los problemas de cambio hacen referencia a un suceso que introduce modificaciones en una cantidad inicial. Los de grupos iguales, implican tres cantidades: (a) el número de grupos (p.e., *la casa verde, la casa azul y la casa amarilla*), (b) el número de objetos en cada grupo (p.e., *3 sacos de trigo*) y (c) el número total de objetos (por ejemplo, *9 sacos de trigo*). Cualquiera de estas cantidades puede constituir el elemento desconocido, de tal manera que los problemas que implican encontrar la cantidad final son los de multiplicación y en los que, el elemento desconocido es la segunda cantidad corresponden a problemas de división partitivos (división por el multiplicador).

En cuanto al tamaño de las cantidades, cuando los niños cursaban 2º de Educación Infantil., tanto los términos como los resultados de las diferentes operaciones aritméticas no excedieron en ningún caso de 7 (p.e., 3+3, 6-2, 3x2, 6÷3), mientras que en 3º de Educación Infantil podían llegar hasta 12 (p.e., 3+5, 8-4, 3x3, 12÷3). En las dos mediciones se emplearon cantidades pequeñas para asegurar que los niños eran capaces de contar con destreza hasta dichas cantidades y evitar que pudieran constituir una dificultad añadida. Sin embargo, las cantidades se elevaron en la segunda medición para que tuvieran ocasión de aplicar un mayor número de estrategias.

En los problemas de adición los niños utilizaban tres estrategias de representación directa: (1) *representar todo y contar todo*; (2) *representar y contar a la vez*; (3) *re-presentar un único término y contar*. Dos de conteo: (1) *contar todo sin objetos*; (2) *contar a partir del primer sumando* y las *memorísticas*.

- *Representar todo y contar todo:* representaban y contaban el primer sumando, procedían de la misma forma con el segundo sumando y finalmente, para responder a la pregunta del problema, llevaban a cabo un nuevo recuento final de todos los elementos.

- *Representar y contar a la vez:* En la segunda estrategia el avance que se producía tenía que ver con que los niños no necesitaban volver a contar, sino que representaban y contaban al mismo tiempo.

- *Representar un único término y contar*: representaban el primer sumando pero en esta ocasión el conteo proseguía con el segundo sin necesidad de representarlo físicamente.

Problemas de conteo:

- *Contar todo sin objetos:* consistía en que los niños representaban mentalmente los elementos que debían ser contados, sin dar muestras en ningún momento de que hubiese utilizado los dedos o cualquier otra forma de representación.

- *Contar a partir del primer sumando* y las *memorísticas*: tenía menos carga cognitiva que las anteriores porque los niños no necesitaban contar los dos sumandos. Por ejemplo, un niño respondió a un problema: “Son ocho, tengo tres y cuento cinco más y son ocho”. Por último, las respuestas en las que los niños conocían el resultado de memoria fueron categorizadas como *memorísticas*.

En los problemas de sustracción aplicaron dos estrategias de representación directa: (1) *quitar de* y (2) *añadir a*; una de conteo (*contar hacia atrás*) y las de *conocimientos derivados*.

- *quitar de:* los niños representaban con objetos el minuendo y retiraban una cantidad de objetos equivalente al sustraendo, contando finalmente los que quedaban.

- *añadir a:* se basaba en la adición porque implicaba transformar el problema de sustracción "a – b = ?" en uno de adición "a + ? = b". Como en el procedimiento anterior, representaban las dos cantidades pero comenzaban con el sustraendo e iban añadiendo elementos hasta igualarlo con el minuendo, respondiendo con el número de elementos añadidos. En la estrategia de *contar hacia atrás* contaban desde el minuendo hasta el sustraendo y respondían con el último término de la secuencia de conteo. Por último, también estuvieron presentes las estrategias de *conocimientos derivados*. Así, en el problema "En la casa verde hay 8 gallinas y 4 se van de paseo. ¿Cuántas gallinas se quedan en la casa verde?" la respuesta de uno de los niños fue: "cuatro, porque cuatro y cuatro son ocho".

En cuanto a las estrategias de multiplicación, los niños aplicaron cuatro estrategias de representación directa: (1) *adición repetida con representación uno-a-uno*; (2) *adición repetida con representación por múltiplos; (3) adición repetida con representación uno-a-uno sin recuento final*; (4) *adición repetida representando un único factor sin recuento final*. También recurrieron a las estrategias *de conocimientos derivados*.

- *Adición repetida con representación uno-a-uno*: creaban con objetos un conjunto equivalente al multiplicando y, a continuación, les asignaban sucesivamente, uno-a-uno, los elementos correspondientes al multiplicador. Por último, contaban todos los elementos asignados.

- *Adición repetida con representación por múltiplos:* A diferencia de la anterior, en esta estrategia asignaban simultáneamente los elementos correspondientes a cada uno de los objetos del multiplicando.

- *Adición repetida con representación uno-a- uno sin recuento final*: construían el multiplicando con objetos y añadían los elementos del multiplicador al tiempo que los iban contando, de modo que no necesitaban volver a contar para responder.

- *Adición repetida representando un único factor sin recuento final*: La estrategia de *adición repetida con representación de un único factor sin recuento final* fue empleada por un único participante en un ensayo durante la segunda medición. Representó con objetos sólo el multiplicando y añadió mentalmente los elementos del multiplicador.

- *Conocimientos derivados*: se basaban en el repertorio de sumas de dobles que ya conocían. Por ejemplo, “Las gallinas preparan la cena, colocan en la casa roja y en la casa verde 4 sacos de trigo en cada una. ¿Cuántos sacos de trigo han colocado en total para la cena?” los niños respondían: “cuatro aquí y cuatro aquí, son ocho”.

En la división, encontraron tres estrategias de representación directa: (1) *reparto por ensayo y error*; (2) *reparto de uno en uno*; y (3) *reparto por múltiplos*. Los niños también emplearon algunas veces las estrategias *de conocimientos derivados*.

- *Reparto por ensayo y erro*r: representaban el dividendo, luego el divisor repartiendo al azar los elementos correspondientes al dividendo entre los del divisor. A continuación, redistribuían los elementos hasta igualar los conjuntos y, finalmente, contaban cada uno de los conjuntos formados.

- *Reparto de uno en uno*: realizaban los mismos pasos que en la anterior, pero la asignación de los elementos del dividendo a los del divisor se efectuaba secuencialmente y de uno en uno, procediendo por último a contar separadamente cada uno de los conjuntos formados.

- *Reparto por múltiplos*: seguían los pasos iniciales de las precedentes, pero ahora asignaban los elementos del divisor en función de un múltiplo conocido (p.e., de tres en tres) y posteriormente redistribuían los elementos que aún quedaban. La respuesta la obtenían, como en el caso anterior, contando.

- *Conocimientos derivados:* no sólo hacen uso de las asociaciones aditivas sino que además las refuerzan. Por ejemplo, en el problema "Tenemos 8 gallinas que hay que guardar entre la casa azul y la amarilla. En todas las casas tiene que haber el mismo número de gallinas. ¿Cuántas gallinas metemos en cada una?" uno de los niños respondió: "tiene que haber cuatro, porque cuatro y cuatro son ocho".

En el primer año de educación la mayoría de los niños utilizaron estrategias informales para solucionar los problemas, recurriendo a representar las cantidades y la situación con material concreto, independientemente de la operación implicada. Mostrando escasos conocimientos de otros procedimientos más evolucionados como las estrategias de conteo y las de conocimiento numérico. En el segundo año descendió el empleo de material concreto, recurrieron a utilizar estrategias de conocimientos derivados. En la suma y resta comenzaron a utilizar estrategias de conteo (contar todo sin objetos, contar a partir del primer sumando y contar hacia atrás), aumentando la variabilidad y las estrategias empleadas, en el caso de la sustracción, el número de estrategias se situó por debajo de las empleadas.

Rodríguez et al. (2008) reconocen que los niños presentan desde una edad muy temprana unos conocimientos numéricos previos a la matemática escolarizada que le brinda el mundo físico y social, donde se ven enfrentados a diversas situaciones que les permite adquirir numerosos conceptos relacionados con la aritmética; como es el caso de la solución de problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de manera no simbólica, donde los niños son capaces de enfrentarse a ellas desde un conocimiento informal, haciendo uso de técnicas de conteo cada vez mas especializadas y confiables por el aumento de experiencias que presentan.

Rodríguez et al. (2008), con base en el rastreo que realizan a los procedimientos utilizados por los niños, llegan a que es posible identificar los principios de conteo propuestos por Gelman y Gallistel, pero no desde una teoría innatista sino socio-cultural (teoría vigotskiana) donde se reconoce que los niños presentan desde una edad muy temprana unos conocimientos numéricos previos a la matemática escolarizada que le brinda el mundo físico y social, viéndose enfrentados a diversas situaciones que les permite adquirir numerosos conceptos relacionados con la aritmética. Es el caso de la solución de problemas de adicción, sustracción, multiplicación y división de manera no simbólica, donde los niños son capaces de enfrentarse a ellas desde un conocimiento informal, haciendo uso de técnicas de conteo cada vez mas especializadas y confiables a medida que se enfrenta a mas experiencias.

Un aspecto que vinculan Rodríguez et al., de mucho interés actualmente en la educación matemática, es la solución de problemas la cual da cuenta del éxito o fracaso de los niños en la organización y presentación de los enunciados del problemas, pues los niños establecen una relación directa enunciado–operación, que hace necesario que el enunciado sea explicito con respecto a la operación que deben resolver.

El trabajo de Rodríguez et al. tiene como referencia la investigación de Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson expuesta en el capítulo 5, en relación a la importancia del enunciado en las estrategias de resolución de problemas que manejan los niños, pero se da una variación con respecto al origen que presentan de esos conocimientos iniciales con los que cuenta el niño, donde Carpenter y su equipo lo ubican desde un enfoque innatista y Rodríguez et al., lo hacen desde un enfoque socio-cultural, dando un horizonte diferente al trabajo.

5.2 ¿Existe conocimientos numéricos en especies humanas y no humanas?

En el documento presentado anteriormente y el que se presenta a continuación tocan dos aspectos que es de interés para la presente monografía, como lo son el origen de las habilidades iniciales en la construcción del número y el tipo de habilidades con las que cuentan los niños.

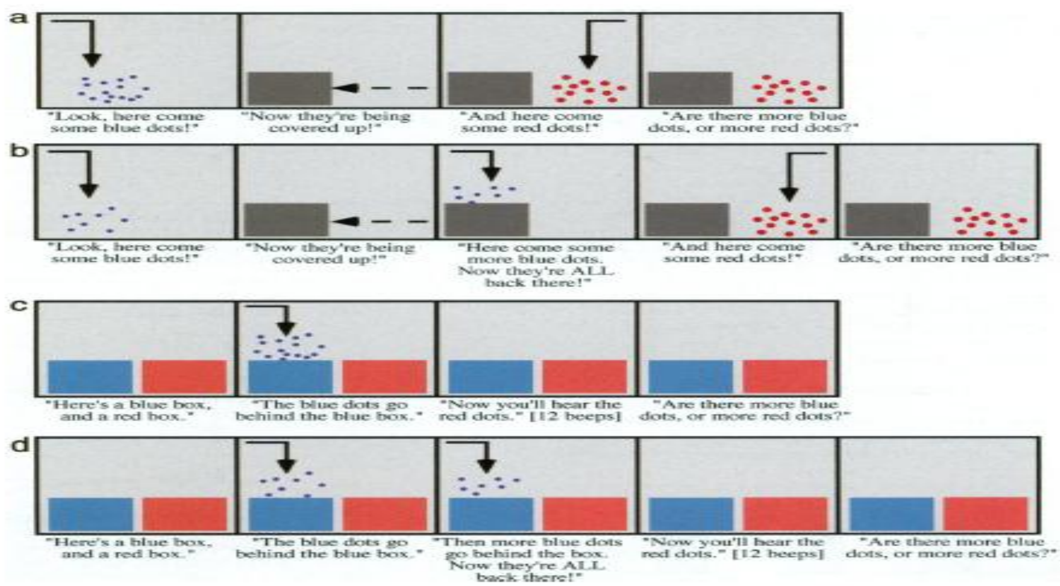
La hipótesis manejada por Barth, H. La Mont, K. Lipton, J. y Spelke, S. E (2005) considera que los niños en edad preescolar pueden comparar y agregar grandes conjuntos de elementos si tener un conteo, utilizando la modalidad visual- espacial (en series de puntos) y la modalidad de formatos (arreglos de puntos y series de tonos). Su hipótesis parte de los hallazgos en primates y niños preverbales que poseen dos formas de representación numérica. En primer lugar, ellos representan los números de objetos exactos en una escena hasta un límite en el tamaño del grupo de 3 o 4. En segundo lugar, aunque cuando la capacidad para representar números exactos se limita a conjuntos muy pequeños. Los primates e infantes pueden representar y comparar los valores aproximados de cardinales en grandes conjuntos de objetos o eventos con una precisión que disminuye a medida que la relación entre las comparaciones numéricas se aproxima a 1 y aumenta con el desarrollo e instrucción. La investigación se realizo con niños de 4 a 6 años de edad, con un total de cinco experimentos.

La investigación realizada consta de cinco experimentos, que aplicaron de manera individual:

Experimento 1 (comparación visual): se aplico a 16 niños de 5 años de edad que se encontraban en preescolar, el objetivo del experimento consistía en investigar si los niños que oscilan en estos rangos de edad podían comparar dos conjuntos grandes de puntos sobre la base de las numerosidades y si la exactitud de sus comparaciones depende de la relación de los dos tamaños establecidos. El experimentador introdujo la actividad con un juego de computador, que constaba de una serie de puntos de 10 a 58 unidades de igual tamaño, de color azul o rojo que aparecían dentro de recintos virtuales rectangulares de dos medidas. La mitad de los problemas que se presentaron eran con un oclusor de movimiento y la otra mitad con puntos azules en movimiento, en orden alternado.

Una de las tareas presentadas consistía en mostrar en la parte inferior izquierda de la pantalla una serie de puntos azules, luego apreciar un oclusor en la parte inferior derecha que se desplaza hacia el lado izquierdo hasta cubrir todos los puntos azules, quedando al descubierto una serie de punto rojos que estaba cubriendo. Los niños debían determinar cuál de las dos series de puntos era mayor, si la serie de puntos azules (que estaban cubiertas) o la serie de puntos rojo. Las numeraciones presentadas en los problemas vario por proporciones de 0.57, 0.67 o 0.8, donde las series de puntos rojos eran más numerosos sobre la mitad de los problemas en cada proporción. Dentro de los resultados obtenidos los niños se desempeñaron por encima de las probabilidades, variando los resultados sistemáticamente en función de la relación de las dos numerosidades, disminuyendo el desempeño cuando la proporción se acercó a 1. Concluyen que los niños de 5 años de edad pueden compara dos series de puntos sobre la base de las numerosidades, siendo esta última determinante del desempeño de los niños.

Figura 3. Representaciones esquemáticas de procedimientos y narrativa de las cuatro tareas no simbólicas. a. Una comparación de matrices visuales. b adición y comparación de matrices visuales. c comparación de matrices visuales y auditivos secuencias de adición y comparación de matrices visuales y auditivos secuencias.



Fuente: Hilary Barth, Kristen La Mont, Jennifer Lipton, Elizabeth S. Spelke. Abstract Number and Arithmetic in Preschool ChildrenAuthor. Vol. 102, No. 39. Estados Unidos: PNAS, septiembre 27 de 2005. Pdf., p. 14117.

Experimento 2 (Adición visual): se aplico a 17 niños en rango de edades entre 5 años y 5 años y 9 meses, teniendo como objetivo investigar si los niños de edad preescolar pueden agregar dos series de puntos presentados sucesivamente y comparar su suma con una tercera serie de puntos sobre la base del número. Se presentaron una serie de puntos animados en problemas de adicción,con el método y procedimiento del experimento 1. Los niños inicialmente recibieron cuatro pruebas prácticas de comparación y 4 pruebas prácticas de adición, por ultimo 24 tareas de prueba. En una de las tareas se dividió una serie de puntos azules en dos subgrupos desiguales, cada uno menos numeroso que la serie de comparación (puntos rojos), pero la serie de punto rojo nunca fue más grande que la suma de la serie de puntos azules, que variaron en una magnitud de 5 a 31. En la parte inferior izquierda apareció una serie de puntos azules y en la parte inferior derecha el oclusor que se movió hacia la izquierda para cubrirlo, después de un segundo, la segunda serie de puntos azules apareció en la parte superior izquierda y se coloco detrás de oclusor (quedando todos los puntos azules ocultos). La serie de puntos rojos apareció en la pantalla en el lado derecho. Para el desarrollo de esta prueba se tomaron los controles de las variables continuas y las estrategias basadas en el rango del experimento 1.

El experimento 2 proporciona evidencias que los niños de 5 años edad pueden agregar dos series de puntos y compara su suma con una tercera serie de puntos, aun cuando una sola serie de punto fuera visible a la vez. Estos resultados no pueden ser explicados a través de las respuestas de las variables no numéricas o mediante las estrategias al azar, sino de la representación abstracta de los números que han construido los niños.

Experimento 3 (Comparación del modal cruzado): Se realizo con 16 niños (rango de edad 4 años y 9 meses a 5 años y 9 meses), El objetivo con este experimento era probar la capacidad de los niños en preescolar para comparar series visuales de puntos con consecuencias de tonos auditivos. La tarea constaba de 4 pruebas prácticas donde los niños debían comparar una serie de puntos rojos constituidos por una serie de tonos, presentados con demasiada rapidez para el recuento.

Durante la sección los niños vieron dos demostraciones donde los puntos se encuentran detrás de la caja azul, seguidos de dos demostraciones donde los puntos no ocluidos (destapados) se encontraban emparejados con la secuencia de sonidos respectivamente. En otra demostración se presentaron dos situaciones de secuencia de sonidos después de que los puntos fueron ocluidos. Para el desarrollo de las pruebas se consideró el experimento 1 y 2; concluyen que los niños en edad preescolar, al igual que los adultos**,** poseen una representación aproximada del número que no dependen de la modalidad o formato en que los estímulos se enumeran. En los nuevos experimentos, ampliaron estas dos modalidades cambiando a una tarea de adición análoga a él experimento 2.

Experimento 4 (adición intermodal): se realizó a 16 niños en rangos de edad de 5 años a 5 años y 11 meses. El experimento 4 probó si niños de preescolar pueden añadir dos series de puntos sucesivamente presentadas de manera visual y comparan su suma con una secuencia de tonos. En la actividad aparecía un oclusor azul y uno rojo, en el primero se desplazo una serie de puntos azules al oclusor azul, seguidamente se introduce una segunda serie de puntos azules quedando ambas ocultas, los participantes escucharon rápidamente una secuencia de tonos cada uno representaba un punto rojo escondido detrás del oclusor rojo. Sin puntos visibles los niños decidieron si había más puntos azules o rojos.

El experimento 4 proporcionó pruebas no descritas en las pruebas anteriores, como lo es la adición de números grandes en los niños de preescolar, los niños fueron capaces de añadir el número de elementos en dos series visuales y comparar su suma a una secuencia de tonos. Los niños no habían recibido ninguna instrucción aritmética formal, estas habilidades probablemente depende del conocimiento numérico no simbólico con el que cuentan.

Experimento 5 (aritméticas simbólicas): se realizó con 33 niños de edades entre los 5 años y 9 meses a 5 años y 11 meses, quienes participaron en esta prueba, participaron en el experimento 1 o 2.Con estas tareas buscan dar cuenta si ¿el éxitos presentado en los experimentos del 1al 4 por los niños estar basados en los conocimientos de la aritmética simbólica?, los autores fundamentan su pregunta en que a pesar de que ninguno de los participantes en estos experimentos había recibido instrucción de la aritmética formal muchos niños aprenden hechos aritméticos simples de manera espontánea, antes de comenzar la escuela, siendo posible que los niños estimaran las numerosidades simbólicas de cada serie de puntos que se presentó y realizaran a la intemperie adiciones simbólicas en estas estimaciones, pero claramente fallarían en solucionar de manera exacta problemas aritméticos que impliquen numerosidades tan grandes como las presentadas en las pruebas. Por lo tanto, los problemas presentados en las pruebas fueron problemas del contorno familiar, de manera simbólica y no simbólica, ej. Si tu madre te dio 27 malvaviscos y luego te dio 31 más ¿Cuántos tienes?, debiendo seleccionar la respuesta correcta.

Se concluye que el desempeño exitoso de los niños en los problemas de control, se debe a que ellos entendieron los problemas verbales y fueron motivados para solucionarlos. Mientras que las actividades con problemas familiares de números grandes presentaron fracaso por el poco conocimiento que tenían de la aritmética simbólica.

Además, el desempeño de los niños en los problemas simbólicos no mostró señal de proporción en las representaciones numéricas grandes encontradas en los estudios con adultos, niños más grandes y animales, así como en los experimentos 1 y 2. El bajo rendimiento de los niños muestra que los diferentes procesos cognitivos con los que cuentan, son la base de su desempeño en los experimentos de la aritmética simbólica y no simbólico, como es el caso de la capacidad con la que cuentan los niños para realizar la adición no simbólica, no depende de los conocimientos de hechos simbólicos aritméticos.

Conclusiones generales

Los presentes hallazgos revelan que los niños de 5 años de edad, pueden comparar y añadir las cantidades numéricas, fundamentando sus respuestas en el número y no en las cantidades continuas, de igual manera ellos enfocan sus comparaciones en las series que son presentadas dentro de un problema más que en el rango de valores de las series, de esta manera llegan a solucionar fácilmente tareas numéricas que requieran la integración de información de la cantidad presentada en distintas modalidades.

De acuerdo conlos hallazgos de Barth et al. y estudios de bebés que utilizan series puramente visuales, consideran que las representaciones numéricas abstractas aproximadas pueden presentarse en operaciones aritméticas que no cuentan con conocimiento de los hechos aritméticos simbólicos. Los niños comparan y añaden cantidades presentadas en distinto modalidades antes de comenzar la instrucción aritmética formal.

El documento presenta una tendencia innatista respecto al origen de adquisición de las habilidades numéricas en los niños, pues las asocian a las mismas habilidades preverbales con las que cuentan los primates para construir representaciones numéricas, algo que se da de manera espontanea. Se logra ubicar los resultados obtenidos en los experimentos en los principios de la aritmética natural de Vigotsky y no en los principios de conteo de Gelman y Gallistel; donde la percepción viso espacial y sensorial es la que coordina la actividad que realizan los niños, no recurriendo al conteo para solucionar las situaciones presentadas.

5.2.1 Conclusiones

Los documentos expuestos en este capítulo tienen en común aspectos de la teoría vigotskiana y la de Gelman y Gallistel.El primer trabajo Centrando la adquisición del concepto del número en los principio de conteo, mientras el segundo en la aritmética natural propuesta por Vigotsky. Con respecto a la naturaleza del conocimiento numérico, el trabajo de Rodríguez, P, et al, se ubica dentro de un contexto socio-cultural donde asocian las habilidades numéricas con las que cuentan los niños para solucionar problemas aditivos y multiplicativos a la experiencia que tiene con su medio y el contexto social en que se desenvuelve, a diferencia Barth, H, et al, que se ubican su trabajo en un contexto innatista donde atribuyen que estos conocimientos a habilidades propias del ser humano, tomando como marco de referencia para respaldar esta idea los hallazgo en investigaciones de primates respecto, a las habilidades y limitaciones numéricas con las que cuentan, que son compartidas con los niños en sus primeros años de edad.

CONCLUSIONES

En el campo de la educación matemática, el aprendizaje inicial del concepto de número es tema siempre vigente y de gran interés puesto que es el primer eslabón que aporta la educación al proceso de construcción y significación del sistema de numeración. Los primeros años de la escolarización conminan, casi que inexorablemente, a la reflexión respecto a si realmente es a través de la educación formal que se inicia tal proceso de construcción y significación o si, por el contrario, los niños disponen previamente a la escolarización de conocimiento y habilidades con los números, que son transformados y enriquecidos en su relación con la matemática escolar.

Esta discusión no es de interés reciente; por el contrario, ha estado presente a lo largo de la historia de la educación e, incluso, se puede decir, arraigada en la cultura a través de múltiples generaciones, pues es permanente que el hombre quiera tener más claro cómo funciona y se comporta su mente y cuerpo, respecto a los procesos cognitivos, para de esta manera poder intervenir, predecir, estandarizar, etc.… los procesos de aprendizaje.

De acuerdo al legado histórico y teórico con el que actualmente se cuenta respecto al aprendizaje inicial del número, se resalta que este cuestionamiento que ha trascendido en el tiempo, ha mutado, en lo concerniente a los referentes teóricos y perspectivas que lo han estudiado. Es el caso de la psicología cognitiva en la que, para efectos de la presente monografía, se resaltan los trabajos de Gelman y Gallistel, de Piaget y de Vigotsky, cada cual con una fundamentación rica e innovadora de acuerdo al momento y las condiciones históricas en que surgieron; así mismo, cada uno con la apertura suficiente para que, aún en la fecha actual, sigan desarrollándose trabajos investigativos en el propósito de aportarles, enriquecerlos o transformarlos.

De acuerdo con la pregunta motivadora de la presente monografía y, en particular, en consonancia con los objetivos propuestos, se presentan a continuación una síntesis de los resultados encontrados respecto a cómo se caracteriza en trabajos de la psicología cognitiva llevados a cabo durante los últimos años, el aprendizaje (o construcción) del concepto de número en los primeros años de la escolaridad, partiendo de los trabajos pioneros de Gelman y Gallistel, de Piaget y de Vigotsky,

La pesquisa bibliográfica que se realizó en la presente monografía permite conjeturar que hay gran cantidad y variedad de trabajos que conservan lo esencial de las líneas de investigación piagetiana, vigotskyana y de Gelman y Gallistel. Como también trabajos que, por el contrario, centran sus reflexiones teóricas en aspectos diferentes que los lleva a divergir con uno o más de los autores de referencia en la presente monografía.

En lo concerniente a los planteamientos de Gelman y Gallistel, continúa teniendo mucho eco su teoría innatista, en particular, los principios de conteo. Pero también se encuentra una fuerte oposición a considerar que el concepto número es un saber, en principio, innato en el ser humano; las oposiciones provienen, en general, de investigadores comprometidos con una teoría sociocultural del conocimiento y del aprendizaje.

Ahora bien, los principios de conteo han sido enriquecidos desde muchos ámbitos para crear una teoría más fuerte respecto a ellos y a los procesos de significación que realiza el niño del número. En varios trabajos se hizo notorio que traían a colación los principios, pero los presentaban como algo ya dado donde no era necesario justificarlos; esto es, se trata de una teoría que es tratada por muchos investigadores como del saber común compartido y, por tanto, no sujeto ya a discusión.

De la teoría piagetiana, el pensamiento lógico matemático y los estadios que propone son y han sido de mucho interés para los trabajos actuales en la psicología cognitiva y en la educación, pues las categorías que expone han permitido ahondar en la manera como el niño va transformando y enriqueciendo las nociones iniciales del número. Sin embargo, se identificaron trabajos que consideran falencias en la teoría, por ejemplo, que no hay garantía que el desarrollo de los estadio ocurra de manera gradual y lineal, pues desconoce factores externos o incluso internos que pueden romper con esa linealidad propuesta. Así mismo, se ha señalado la ausencia teórica en los trabajos piagetianos respecto a los procesos que se dan en el paso de un estadio a otro.

Respecto a la teoría sociocultural de Vigotsky, es de destacar el despliegue teórico y reflexivo que presentó en el sector educativo y muchos campos de acción transversales a ella, lo cual hace posible encontrar gran variedad de trabajos encaminados en esta línea. En lo concerniente a la pregunta de la presente monografía, fueron muy escasos los resultados satisfactorios en la búsqueda, pues no se encontró de manera explícita trabajos que retomaran aspectos del desarrollo cognitivo de la teoría vigotskyana para el estudio o investigación de la adquisición y desarrollo del concepto de número y sus relaciones con la escolarización. Los pocos trabajos identificados, retoman dos aspectos del trabajo de Vigotsky: la teoría socio cultural y su contraste entre la aritmética natural y la escolar.

En términos generales, se puede afirmar que en las investigaciones reportadas en la presente monografía, todas de años recientes, se observa que aún son vigentes y con gran vitalidad las teorías de Gelman y Gallistel, de Piaget y de Vigotsky. También es de notar que tales teorías se han visto enriquecidas gracias a los aportes de nuevas investigaciones en aquellos aspectos que se consideran son poco fuertes.

Ahora bien, con base en los resultados de la pesquisa bibliográfica realizada, puedo conjeturar que no hay una única línea teórica que permita caracterizar y determinar la enseñanza de las matemáticas escolares en los primeros años de la edad infantil; desde la óptica de la psicología cognitiva se encuentra una gran variedad de estudios y perspectivas muy interesantes y con una amplia solvencia teórica. Los fines y la orientación como fue realizada esta monografía, no contemplaron un análisis a fondo que pudiera dar cuenta de las posibles articulaciones o complementariedades entre tales estudios. Para hacerlo, hubiera requerido de la formación profesional básica que aportan los programas de psicología y no uno de educación, como en el que he estado inscrita.

Desde mi experiencia laboral y formación académica, y con base en los resultados del trabajo monográfico realizado, puedo, eso sí, presentar una hipótesis respecto a la manera como considero se debería enseñar el concepto de número en los primeros años de la escolaridad, sin considerarla como una secuencia rígida, acabada y estática, pues hay factores externos e internos a la escuela que inciden en el aprendizaje, la enseñanza y en la significación que puede darse respecto al número, como la cultura, la relación que se ha tenido con el conocimiento, las necesidades, edad, entre otros aspectos.

En el momento de iniciar el proceso de escolarización del niño se debe partir por explorar los conocimientos previos con los que él cuenta; son estos conocimientos los que han de definir el horizonte del trabajo que se proponga en el aula. En el caso del concepto de número, con el cual el niño ha creado una cercanía desde los diferentes contextos en los que se los ha presentado su contorno social, la escuela debería ampliar y enriquecer este saber haciendo consciente que el significado de número cambia de acuerdo al contexto en el que esté presentado, por ejemplo las teclas del teléfono, las placas de la casa, las fechas cronológicas, la estatura, el sistema monetario etc., pues en no todos los casos tiene la particularidad de permitir operaciones.

Otro aspecto que también determina el significado construido por los niños respecto al número es el sistema monetario, recurso potente para partir desde él la explicación y construcción de las familias de los números, sin necesidad de recurrir a una plana de mecanización de la caligrafía y designación de los números, pues si se logra hacer un buen trabajo de caracterización y significación del patrón que se sigue para la lectura y escritura de las cantidades, no se hace necesario determinar un rango numérico para trabajar en los primeros años. El sistema monetario posibilita que los niños manejen cantidades muchos mayores a las estipuladas en las instituciones en su plan de estudio, leyéndolas, identificando su caligrafía e incluso en ocasiones escribiéndolas.

Para iniciar a comprender una de las características de nuestro sistema de numeración, el ser posicional, se hace necesario partir de un trabajo de equivalencias desde material concreto donde se puedan establecer relaciones desde una unidad de medida dada, por ejemplo la regletas de Cuisenarie que permiten componer, descomponer y establecer relaciones con las regletas desde su longitud, designándolas por el color que le corresponde a cada una. Este trabajo permitirá introducir el concepto de unidad y ver el número como la composición o descomposición de dos o más cantidades. Para este fin es posible encontrar un sin número de materiales y actividades que permiten que el niño dote de significado el concepto de número desde la relación con un otro desde un situación problema y material concreto.

Solo cabe notar que el trabajo inicial con respecto al número debe partir de la manipulación del material concreto y situaciones que le sean significativas al niño, no el buscar un mecanización de una secuencia que no tenga ningún significado para el niño, pues es desde esos vacíos que más adelante presenta dificultad para escribir cantidades, pues no tiene claro que la lectura y escritura de las cantidades tienen unas característica diferente, donde en el momento de pronunciar una cantidad cada palabra hace referencia a una descomposición aditiva de acuerdo a la posición de los dígitos, mientras que en la escritura se indica el valor posición de cada dígito.

BIBLIOGRAFÍA

Burbano, L.*Teoría del aprendizaje*, Recuperado el 15mayo 2010, del sitio de Web <http://www.monografias.com/trabajos13/teapre/teapre.shtml>

Domahs, Frank; Moeller, Korbinian; Huber, Stefan; Willmes, Klaus y Nuerk, Hans-Christopher. (2010). Embodied numerosity: Implicit hand-based representations influence symbolic number processing across cultures. Estados Unidos: Journal Elservier, 116 251–266. pdf, p. 253.

Carmen Ferrándiz, Rosario Bermejo, Marta Sainz, Mercedes Ferrando y María Dolores Prieto.*Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples.*Anales de psicología2008, Vol. 24, Nº 2 (diciembre), 213-222.

Fernández c y Ortiz A. *La evolución del pensamiento ordinal en los escolares de 3 a 6 años. Infancia y aprendizaje, 2008, 31 (1), 107-13.* Universidad de Málaga

Flavell, J. H. (1982), *La sicología evolutiva de Jean Piaget.* (2a ed). Buenos Aires: Ediciones Paidos.

Frank Domahs, Korbinian Moeller, Stefan Huber, Klaus Willmes, Hans-Christoph Nuerk. *Embodied numerosity: Implicit hand-based representations influence symbolic number processing across cultures.* Cognition 116 (2010) 251–266.

Frisancho, S. (2006). ¿En qué se diferencian las pruebas piagetanas de las pruebas psicométricas tradicionales que miden inteligencia? Del sitio Web <http://blog.pucp.edu.pe/item/2668/en-que-se-diferencian-las-pruebas-piagetanas-de-las-pruebas-psicometricas-tradicionales-que-miden-inteligencia>

Gilmore, Camilla K., McCarthy, Shannon E. y Spelke, Elizabeth S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. Estados Unidos: Journal Elseiver, pdf, p. 396.

Hilary Barth, Kristen La Mont, Jennifer Lipton, Elizabeth S. Spelke. Abstract Number and Arithmetic in Preschool Children. Source: Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America,Vol. 102, No. 39 (Sep. 27, 2005), pp. 14116-14121Published by: National Academy of SciencesStable .

José Manuel Serrano y Rosa María Pons. *Las operaciones intraproposicionales y el número*.Anales de psicología2008, Vol. 24, Nº 2 (diciembre), 189-200.

Justin Halberda, Michéle M. M. Mazzocco & Lisa Feigenson. *Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement* Vol 455, 2 October 2008, doi: 10.1038/nature07246

Lisa Feigenson, Stanislas Dehaene y Elizabeth Spelke, *Core systems of number.* Trends in Cognitive Sciences Vol.8 No.7 July 2004. Páginas 307-314.

López. S, J. Número y Constructivismo: *El concepto de número desde unaperspectiva constructivista,* Recuperado el 20 de abril de 2010, del sitio de Web<http://www.omerique.net/twiki/pub/CEIPsanjose/TallerMatematicas/concepto_número.pdf>

Mathieu Le Corre, Susan Carey. *Why the verbal counting principles are constructed out of representations of small sets of individuals: A reply to Gallistel.* Cognition 107 (2008) 650–662.

Mathieu Le Corre, Susan Carey**.** *One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles.* Cognition 105 (2007) 395–438

Parente, D. Literatura, metáfora y cognición: *Observaciones críticas sobre la perspectiva experiencialista de G. Lakoff y M. Johnson*. Recuperado el 6 de marzo, del sitio de Web <http://serbal.pntic.mec.es/~cmunoz11/dimeta2.pdf>

Piaget, J. y Szeminska, A. (1975), *Génesis del número en el niño*. (5a ed). Buenos Aires: Editorial Guadalupe.

Pontón L., T. y Vega R., M. (2008) El desarrollo de las operaciones aritméticas en el niño según Vigotsky. Seminario Tres teorías sobre el conocimiento y el lenguaje.

Relatoría de la sesión del 19 de noviembre de 2008. Doctorado Interinstitucional en Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas - Universidad del Valle.

Pozo, J. I. (1989).*Teorías cognitivas del aprendizaje*. Ediciones Morata. S.A.

Raiter, A.; Zullo, M. (2004). *Sujetos de la lengua, introducción a la lingüística del uso.* Universidad de Buenos Aires. Facultad de filosofía y Letras. Editorial: Gedisa

Richard Cowan, *Why children differ in their mathematical attainment at primary school?* Anales de psicología2008, Vol. 24, Nº 2 (diciembre), 180-188.

Ricoeur, P. (2009). *Creatividad, simbolismo y metáfora*. Recuperado el 4 de Julio de 2009, del sitio de Web http:/ricoeur_gonzalez_oliver.pdf-Adobe Reader.

Rochel Gelman and C. R. Gallistel. (2004). *Language and the Origin of Numerical Concepts*. Science, VOL 306, 441-443. 15 Octubre.

Rodríguez, P. Lago, M, O. Caballero, S. Dopico, C. Jiménez, L. e Solbes, I. *El desarrollo de las estrategias infantiles. Un estudio sobre el razonamiento aditivo y multiplicativo*anales de psicología 2008, vol. 24, nº 2 (diciembre), 240-252

Santamaría**,** S.*Teorías de Piaget.*, Recuperado el 20 de Abril de 2007, del sitio de Web <http://www.monografias.com/trabajos16/teorias-piaget/teorias-piaget.shtml>

Searle, J. R. (2001), *Mente, Lenguaje y Sociedad.* Editorial Alianza.

Viqueira, J. V. (1937). LA PSICOLOGÍA OBJETIVISTA. *Psicología contemporánea*. Recuperado el 1 abril de 2010, del sitio de Web <http://www.e-torredebabel.com/Psicologia/Contemporanea/Psicologia-Objetivista-3.htm>

Vygotsky, L.S. (1995). Obras Escogidas III (Incluye Problemas del desarrollo de la psique), Madrid, Visor Distribuciones S.A.