

APRENDIZAJE MATEMÁTICO MULTILINGÜE: QUÉ SE SABE Y DESDE QUÉ TEORÍAS¹

Multilingual mathematics learning: What is known and within which theories

Planas, N.

Universitat Autònoma de Barcelona

Resumen

En este texto, reviso avances de la investigación en educación matemática y lengua a fin de compartir parte del conocimiento generado en este dominio. Esta tarea de revisión ha de servir como recurso para aquellos académicos con interés en construir una cierta comprensión sobre qué se sabe en la actualidad, especialmente en relación con el aprendizaje matemático multilingüe. Bajo el supuesto de que la producción de conocimiento siempre se da en el nivel de la teoría, empiezo con consideraciones sobre las teorías sociales de la enseñanza y del aprendizaje de matemáticas. Estas son las teorías que están contribuyendo principalmente, por una parte, a la expansión del dominio y, por otra, a la refinación de líneas específicas de desarrollo.

Palabras clave: teorías sociales, análisis crítico del discurso, aprendizaje matemático, lengua, multilingüismo.

Abstract

In this report, I revise progress from research on mathematics education and language in order to share some knowledge generated in this domain. Such endeavour is expected to serve as a resource to scholars who are interested in gaining understanding of what is known at the current time, particularly about multilingual mathematics learning. Under the standpoint that knowledge generation is always situated at the level of theory, I begin with some remarks about social theories of mathematics teaching and learning. These are the theories that are mostly contributing to the expansion of the domain and, on the other hand, the refinement of lines of development.

Keywords: social theories, critical discourse analysis, mathematics learning, language, multilingualism.

¿QUÉ PREGUNTAS Y DESDE QUÉ TEORÍAS?

¿A qué nos referimos cuando hablamos de lengua? ¿A qué nos referimos cuando hablamos de diversidad lingüística? ¿Cuál es la importancia y particularidad de estas nociones en educación matemática? Estas preguntas dan cuenta de la riqueza de debates teóricos abiertos en el dominio de investigación sobre educación matemática y lengua. Unas u otras respuestas se construyen coherentemente dentro de agendas de investigación guiadas por teorías específicas. En este texto, trataré las preguntas anteriores en el marco de las teorías sociales y de las teorías de análisis crítico del discurso. Para empezar, expondré a qué me refiero cuando hablo de teorías sociales.

Durante mucho tiempo, nuestra área se pudo caracterizar mediante dos grandes tradiciones teóricas: una de corte epistemológico acerca de las estructuras organizativas del conocimiento matemático a enseñar y otra de corte psicológico acerca de los procesos mentales de aprendizaje de ese conocimiento. La segunda de estas tradiciones es el punto de partida de las teorías sociales en educación matemática originadas en los años ochenta del siglo pasado. Los trabajos por aquel entonces del grupo alemán liderado por Bauersfeld (1980) proponen equilibrar el estudio de los procesos cognitivos individuales del aprendiz de matemáticas con el estudio de los procesos sociales de interacción del

aprendiz con el entorno de enseñanza y aprendizaje: “Enseñar y aprender matemáticas en el aula es una situación de interacción humana en un entorno institucionalizado” [mi traducción] (p. 23). Bauersfeld identifica cuatro dimensiones del aula sobre las cuales ha habido escasa investigación en educación matemática: “la constitución de significado mediante la interacción humana, el impacto de los contextos institucionales, el desarrollo de la personalidad y el proceso de reducir la complejidad del aula” (p. 24). Esta es la acepción de lo social en la que se fundamentarán las sucesivas versiones del constructivismo, del interaccionismo simbólico y de la etnometodología a lo largo de los años ochenta y noventa. La premisa básica de estas teorías sociales es que los procesos relativos a la educación matemática sobrepasan el ámbito de lo individual, que se entiende como ámbito opuesto al social. Son interpretaciones de lo social por oposición a lo individual, donde el aprendizaje de matemáticas se conceptualiza como sujeto cuya capacidad cognoscente se facilita en la interacción (Planas, 2010).

Entre tanto, a finales del siglo pasado desde la sociología y la antropología se habían elaborado explicaciones sobre distintos fenómenos complejos de la actividad social donde intervenían aspectos que no eran reducibles a epistemologías del conocimiento ni a formas de cognición de la mente humana. Aquí, surge una segunda acepción de lo social en la que se fundamentarán las teorías de análisis crítico del discurso. La interacción pasa de verse como facilitador a ser generador necesario y constitutivo (‘locus’) de los procesos de aprendizaje. Esta interacción, además, no se produce solo en el micro nivel del aula; la manera como los alumnos pueden llegar a comprender las matemáticas y participar en la actividad del aula se construye bajo el impacto de las políticas educativas y curriculares y de los discursos dominantes sobre qué es y a quién pertenece la cultura de la matemática escolar. Estamos ya ante interpretaciones de lo social más sofisticadas y “fuertes” acerca de los contextos sociales, culturales, históricos y políticos que constituyen e intervienen en la educación matemática (Planas y Valero, 2016). La premisa básica de estas teorías sociales es que los procesos relativos a la educación matemática son procesos de participación en contextos con modos de hacer y de hablar específicos que se asemejan a distintos grupos. El cambio cognitivo individual que supone el aprendizaje matemático se reconoce cuando se aprende a hacer y hablar en los modos legitimados en la escuela y en una cierta estructura social.

Una importante característica distintiva de las teorías sociales contemporáneas es la convivencia y articulación de las acepciones interaccionista y fuerte de lo social. Dentro de estas teorías, hay una variedad de matices y aproximaciones, todas ellas con el denominador común de comprender la inseparabilidad de la persona – que aprende, que enseña, que investiga... – y el contexto – en el que aprende, en el que enseña, en el que investiga... –. Tomando la perspectiva social de Radford (2016), la educación matemática deja de plantearse en términos de saberes objetivos que se enseñan y se aprenden, para pasar a entenderse en términos de saberes que se “objetivizan” mediante prácticas culturales y sociales históricamente establecidas que privilegian las prácticas de ciertas culturas y grupos. La ética que guía la investigación desde estas teorías sociales (Radford, 2008) busca la comprensión de que todos participamos de manera diferente y con oportunidades diferentes en unos u otros contextos por razón de las prácticas e ideologías que se producen y comunican en ellos. En consonancia, la ética que guía la práctica educativa busca el desarrollo de personas capaces de posicionarse críticamente y producir subjetividades dinámicas que logren participar en prácticas institucionalizadas y rituales de la matemática escolar, negociando, manteniendo y eventualmente cambiando la distribución desigual de la actividad.

De acuerdo con el hilo que marcan las tres preguntas iniciales en el marco de las teorías sociales que reconocen la “fuerza” de las prácticas discursivas, en el siguiente apartado interpreto hitos históricos con un papel decisivo en la configuración actual de la investigación en educación matemática y lengua. La contextualización histórica no solo responde a la intención de hacer notar que este dominio de estudio no es reciente; es sobre todo un relato necesario para entender cómo se ha ido gestando la construcción de nuevas conceptualizaciones del aprendizaje matemático.

INICIOS DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y LENGUA

A nivel internacional, el interés institucional por la investigación sobre aspectos de lengua en educación matemática se remonta a 1972. En el transcurso del segundo Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME-2) celebrado en Exeter, Reino Unido, se constituyó un grupo de trabajo sobre lengua (ver la mención de Howson, 1973, a la relevancia histórica de esta iniciativa en la introducción de las actas de ese congreso). En la Asamblea General del ICME-2, se decidió además auspiciar la organización de un simposio internacional de título ‘Interactions between Linguistics and Mathematical Education’, que se celebraría en Nairobi, Kenia, en 1974. Durante 12 días, un grupo de 28 educadores matemáticos y lingüistas colaboraron en la elaboración de una agenda de investigación. En el documento final (UNESCO, 1974), se aprecia la todavía escasa articulación entre áreas de conocimiento al sugerirse una lógica que distinguía lingüística de educación matemática en la preparación y presentación de resultados del simposio. Una conclusión, resaltada en el documento final, fue sobre la necesidad de trabajar para entender “el papel de la lengua en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” [mi traducción] (p. 123). Se imponía la visión estática del “papel de la lengua” por delante de la visión social del “uso de la lengua”.

Los eventos anteriores se producen en un momento histórico de investigaciones sobre el fenómeno denominado bilingüismo por la lingüística y la psicología cognitiva. En Cummins (1979), se lee que durante la primera mitad del siglo pasado, dentro de la lingüística se desarrollan influyentes trabajos sobre dificultades en el desarrollo cognitivo de personas bilingües. Se acumulan estudios empíricos con grupos de control – con alumnos monolingües – y experimentales – con alumnos bilingües – principalmente en Alemania, Estados Unidos, Suiza, Francia y Canadá. En estos estudios se parte de supuestos neurocognitivos: el esfuerzo que el cerebro de un alumno bilingüe tiene que hacer para manejar adecuadamente dos lenguas se produce a expensas del aprendizaje de otros contenidos y de otras lenguas. Es una época donde rige el paradigma de la medida cuantitativa del aprendizaje, en asociación con medidas de la inteligencia mediante pruebas clínicas individuales. En esta época, se sitúan las primeras investigaciones sobre educación matemática y lengua, que estudian el impacto de la condición de bilingüe – entendida como saber y saber utilizar dos lenguas – en el aprendizaje.

Cummins (1979) produce una crítica a orientaciones de corte estrictamente cognitivo. Con base en sus investigaciones de campo, argumenta que la condición de bilingüe no es necesariamente perjudicial en los procesos de aprendizaje del alumno; hay dificultades derivadas de situaciones en las cuales los contenidos de aprendizaje se proporcionan en una única lengua para la cual el alumno no ha desarrollado habilidades cognitivas y académicas suficientes. Con la tesis sobre el desarrollo de habilidades académicas, Cummins alude a las circunstancias culturales y sociales del alumno en su aprendizaje. Esta tesis impacta en trabajos posteriores sobre bilingüismo. A lo largo del último cuarto del siglo pasado se suceden muestras de un giro hacia orientaciones culturales y sociales en la comprensión de la multiplicidad de bilingüismos: la condición de bilingüe no es ajena a la construcción cultural y social del bilingüismo en los entornos de enseñanza y aprendizaje. Este giro coincide con la publicación de la revisión de trabajos sobre educación matemática y lengua de Austin y Howson (1979). Estos autores destacan la perspectiva de déficit subyacente en varios trabajos que atribuyen al alumno bilingüe dificultades añadidas en el aprendizaje de la lengua de las matemáticas – entendida como tercera lengua – sin considerar la situación de contexto.

Austin y Howson (1979) establecen una interesante y productiva distinción entre la lengua del alumno, la lengua del profesor y la lengua de las matemáticas (ver cómo esta distinción se retoma en Planas, Morgan y Schütte, 2018) para agrupar los trabajos examinados. El grupo más cuantioso de trabajos se centra en el estudio de la complejidad lingüística – sintáctica y semántica – de la lengua de las matemáticas, sin que se considere la complejidad pedagógica, social y cultural de enseñar y aprender matemáticas en entornos con diversidad de lenguas. Son trabajos donde se piensa en términos de carencias del alumno cuya lengua habitual es distinta a la lengua del profesor. Por otro lado, la lengua

de las matemáticas se piensa como un objeto monolítico sin variabilidad interna; se excluyen así las lenguas de las matemáticas más alejadas de la lengua utilizada por los matemáticos en su actividad profesional. En general, ya sea para referirse a las lenguas de los alumnos o a las lenguas de las matemáticas, se asume un ideal monolingüe cuyo logro por parte del alumno se asocia al aprendizaje de la lengua del profesor y de la lengua del matemático profesional.

Años más tarde, Secada (1992) publica otra revisión aunque particular de los estudios sobre aprendizaje matemático y educación bilingüe en Estados Unidos. La revisión de Secada es mucho más que una actualización o concreción de Austin y Howson (1979). Por primera vez a nivel internacional, se aportan con claridad argumentos sobre la dimensión social y política de la lengua en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Secada defiende la tesis de que el aprendizaje matemático de alumnos bilingües depende del conocimiento de las lenguas, pero también del re-conocimiento situado de dichas lenguas y de los grupos culturales y sociales de referencia. Para ello, recurre a estudios que relacionan la ausencia de las lenguas de los alumnos en la comunicación en clase con su bajo rendimiento matemático. Varios estudios se refieren a clases de matemáticas en Estados Unidos con alumnos de origen hispano cuya lengua habitual, el castellano, no se utiliza de modo regular en el aula. El hecho de que el rendimiento matemático de alumnos de origen hispano sea significativamente mayor en clases donde el castellano y el inglés se alternan con flexibilidad – en el sistema estadounidense de educación bilingüe de aquel momento – no se explica con argumentos exclusivamente basados en el alumno y su condición de bilingüe. Debe examinarse el capital atribuido a las lenguas del alumno, a fin de comprender las oportunidades de aprendizaje matemático que se le ofrecen en un sistema escolar donde se privilegian unos modos de hablar y de hacer. Del alumno bilingüe no solo se espera que aprenda y hable la lengua del profesor y la de las matemáticas, debe también hablar y comportarse de manera tal que se haga reconocible como alguien en conformidad con el discurso de la escuela y de los grupos que lo promueven.

PRESENTE DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y LENGUA

Hasta la publicación del libro de Adler (2001) no se produce el cambio esencial que supone pasar de hablar de bilingüismo a multilingüismo en la investigación en educación matemática y lengua. Si bien con Secada (1992) se había avanzado en la consideración de las dimensiones cultural, social y política de la lengua en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se seguía manteniendo una visión estática de lengua como conjunto reglado de vocabulario, gramática y fonética separables de otros vocabularios, gramáticas y fonéticas (Saussure, 1968). Acorde con esta visión se nombraban y contaban las lenguas a fin de identificar multilingüismo. Estas lenguas son preexistentes a su uso y están lejos de ser concebidas una expresión social e indisoluble de ‘la’ lengua. Con Adler, se produce un punto de inflexión en la línea histórica de la investigación sobre lengua y educación matemática. Sus datos son de clases en Sudáfrica, donde alumnos y profesores utilizan varias de sus lenguas en la actividad matemática, pero Adler extiende su tesis a cualquier aula aparentemente monolingüe (ver una actualización en Adler y Sfard, 2017). Con el inicio de siglo surge la discusión sobre la construcción de una diversidad de lenguas durante el uso de la lengua en cualquier situación de enseñanza y aprendizaje. Dentro de la clase de matemáticas, algunas de estas lenguas serán modelos concretos de la forma ‘cultura’ y aceptable de hablar y escribir matemáticas.

La contribución de Adler (2001) da lugar al dominio contemporáneo sobre educación matemática y lengua. Por contemporaneidad me refiero a la etapa que se inaugura con el giro epistemológico en la conceptualización de lengua. En esta etapa que pronto cumplirá dos décadas, ha cambiado la forma de entender la relación entre lengua y educación matemática porque ha cambiado la forma de entender la noción de lengua dentro del área: 1) la lengua es múltiple y 2) la multiplicidad se da en el uso. Como ocurre con las teorías sociales, esto no implica que exista un dominio que sea estrictamente contemporáneo y que esté conceptualmente unificado. Sigue habiendo trabajos relevantes que toman una noción formal de lengua; no obstante, estos trabajos formulan preguntas y problemas propios de etapas anteriores y son relativamente

escasos a día de hoy. Hay un estado de la cuestión generalizado, que complejiza el contexto social, cultural, histórico y político de uso de la lengua en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El problema no son las dificultades del alumno bilingüe en su aprendizaje de las matemáticas, ni las cuestiones son las que tratan el desarrollo individual de habilidades cognitivas y académicas. El problema ahora es el uso de la lengua en un entorno que es lingüístico, cultural, social y político, y las cuestiones para entender el aprendizaje matemático del alumno son las que tratan sus oportunidades de desarrollar un capital lingüístico, cultural y social que sea reconocido como legítimo en el aula de matemáticas.

En sus formas contemporáneas y respecto a etapas anteriores, cambian las preguntas que se formulan para estudiar la relación entre lengua y educación matemática:

- ¿A qué nos referimos cuando hablamos de lengua en uso?
- ¿Cuál es la importancia y particularidad de esta noción en educación matemática?

Se profundiza en la noción sociolingüística de lengua en uso y en las cualidades diferenciales – respecto a la noción lingüística de lengua – que la hacen pertinente para la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En la nueva etapa se supone el significado de lengua en uso para cualquiera que sea la conceptualización de lengua. A grandes rasgos, pueden identificarse tres conceptualizaciones principales de lengua que aluden a las nociones de sistema (Morgan, 2006), cultura (Radford, 2008) y discurso (Sfard, 2008) y que se entrecruzan con la terna de lenguas – de las matemáticas, del alumno y del profesor – en Austin y Howson (1979). La Tabla 1 da idea de los elementos implicados en el mapa del dominio contemporáneo.

Tabla 1. Elementos en la representación del dominio contemporáneo

<i>Dominio de estudio</i>	<i>Temas en Austin y Howson (1979)</i>	<i>Conceptualizaciones de lengua</i>
Educación matemática y lengua	La lengua del alumno	sistema → cultura → discurso
	La lengua del profesor y de la clase	
	La lengua de las matemáticas	

Herederas del funcionalismo, encontramos la conceptualización sociosemiótica de la noción de lengua. Morgan (2006) ve la lengua en uso como sistema semiótico que es producto de la estructura social y que representa las maneras de percibir el mundo por distintos grupos. Estructura social y sistema semiótico interactúan continuamente hasta el punto de ser inseparables. Así, durante la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, alumnos y profesores producen la lengua del aula como sistema organizado de signos que se generan en la actividad conjunta y que a la vez inciden en la generación de dicha actividad. Desde esta conceptualización, lo que se vincula a una palabra o a un texto no es solo una entidad mental u objeto matemático, sino el conjunto de significados producidos acerca de la relevancia de dicho objeto en un momento de la comunicación entre personas con ciertos propósitos de interacción y actividad conjunta. Se establece una diferencia, por tanto, entre lo que la lengua permite hacer y lo que personas concretas hacen visible en su comunicación con otras personas. Si bien no es posible que una persona deshaga las entidades mentales ni los modelos culturales que se asocian a signos matemáticos en un aula, mediante el uso de la lengua sí puede añadir – y de hecho añade – significados extra-lingüísticos relativos a la función dada a esos signos en la representación social de la actividad que se comunica.

La conceptualización sociosemiótica de lengua ha estado poco presente en los Simposios de la SEIEM, pero no ausente. Un ejemplo de trabajo interesante es el de Bairral (2002) con datos de profesores de matemáticas en formación en el contexto educativo brasileño. En su análisis de la lengua escrita en entornos formativos de soporte virtual, Bairral asume que los profesores participantes producen y comunican sistemas de significados que son el resultado de la estructura social que ha dado lugar a ese entorno formativo y de la estructura social que subyace a la comunidad de práctica profesional creada en el doble nivel de la interacción y de las instituciones.

Con reminiscencias de la tradición histórico-cultural iniciada por Vygotski, otra conceptualización principal en el dominio contemporáneo se refiere a la visión de la lengua como portadora de modelos culturales e históricos de significación a través de los cuales se piensan y representan los mundos físico y social. Radford (2008) propone la idea de lengua en movimiento dentro de configuraciones culturales e históricas de prácticas. Lejos de ser una sustancia o mercancía que las personas poseen o no, la lengua en sus distintas formas semióticas se conceptualiza como el instrumento social que permite comunicar la pertenencia a una comunidad con unos determinados saberes. Así pues, los saberes que se le reconocen a un alumno dentro de una cultura de matemática escolar se hacen visibles a través del uso que el alumno hace de la lengua en la actividad conjunta del aula. Al recurrir al uso de la lengua, se aportan significados para que se pueda producir una representación objetivable de los saberes del alumno y de su pertenencia a la comunidad de los que actúan ante una tarea matemática de un modo aceptable. La lengua solo es tangible en movimiento y, precisamente por ello, es múltiple y diversa. Antes de ponerse en movimiento, tiene sentido singularizar la lengua del alumno, la lengua del profesor o bien la lengua de las matemáticas como objetos de pensamiento estáticos, pero esto son meros juegos de pensamiento abstracto.

La conceptualización histórico-cultural de la noción de lengua tampoco ha estado explícitamente presente en muchos Simposios de nuestra Sociedad. En el equipo al que pertenezco – Grupo de Investigación en Práctica Educativa, GIPEAM –, un subgrupo elaboramos un trabajo de análisis del discurso (Planas, Fortuny, Arnal-Bailera y García-Honrado, 2017) donde tuvimos en cuenta aspectos de objetivación histórica y cultural en la producción del discurso matemático del profesor de matemáticas en conversación con los alumnos en clase. Se señaló el impacto, en el desarrollo del razonamiento probabilístico, de la construcción histórica del modelo laplaciano. Vimos el análisis de la conversación, por tanto, como un medio para acceder a información relevante sobre los discursos históricos de la matemática escolar en torno a la enseñanza de la probabilidad.

Aún con reminiscencias de la tradición vygostkiana, encontramos la conceptualización discursiva de la noción de lengua. Sfard (2008) asemeja la noción de lengua a la de discurso y le otorga un papel fundamental en la construcción de los objetos matemáticos y de la actividad que las personas hacen con ellos. Al hablar de matemáticas, se da estatus de existencia a estos objetos y a las propiedades y cualidades que se comunican. Paralelamente, al ser usada, la lengua genera la realidad cultural y social donde se sitúa la realización de unos determinados objetos matemáticos. Esta conceptualización discursiva “fuerte” deja atrás la visión de la lengua como instrumento mediador de comunicación para dotarla de una ontología productora de existencia y de realidad. En este sentido y del mismo modo que ocurre con las conceptualizaciones anteriores, la lengua se produce a sí misma como unitaria y única pero es necesariamente múltiple por ser múltiples los significados culturales, sociales y políticos que produce. Se entiende que la lengua – y por ende el discurso – es el ‘locus’ donde se producen las matemáticas y los contextos educativos de enseñanza y aprendizaje. Las matemáticas que se consideran cultas y aceptables son las que se construyen de tal modo en el discurso. En particular, esto es revolucionario al implicar la imposibilidad de que exista una lengua de las matemáticas claramente delimitada con patrones sintácticos unívocos.

De las tres conceptualizaciones señaladas, la discursiva es la que ha tenido mayor presencia en los Simposios de la SEIEM. En el seno de GIPEAM ha habido varios trabajos que han adoptado la noción de lengua como productora discursiva de la realidad del aula. Un ejemplo es el trabajo de Chico y Planas (2011). Aquí, se examina la lengua desde el estudio de los procesos de interacción en un grupo reducido de alumnos y su profesora. Se observa la generación de un discurso colectivo que permite significar algunos de los aspectos de la actividad matemática cuyas normas no han sido abiertamente enunciadas en la lengua de la profesora. Este discurso colectivo genera una lengua situada de las matemáticas con momentos de discusión de normas sobre la distribución de tareas en función de las capacidades que se suponen a los alumnos. En el discurso se desarrollan, por tanto, los significados que determinan los alumnos con lenguas de las matemáticas aceptables.

De todo lo anterior, deducimos que la conceptualización de lengua es de suma importancia para la conceptualización de las matemáticas, de la educación matemática y de la investigación en educación matemática. La lengua en uso produce prácticas – semióticas, culturales y discursivas – que son formas activas de producción de las realidades sociales y psicológicas en torno a la matemática escolar y su estudio. En este contexto, el aprendizaje matemático debe ser entendido como la construcción social y psicológica de una lengua de las matemáticas institucionalizada. Los significados de ‘la’ lengua de las matemáticas se producen a medida que el alumno participa de unas determinadas prácticas. Ahora bien, la producción de estos significados no es necesariamente lineal ni progresiva. Hay muchas prácticas – semióticas, culturales y discursivas – simultáneas y en cierto modo contradictorias, que se encuentran provisionalmente incluidas en una situación de enseñanza y aprendizaje, en algunas de las cuales un alumno puede participar sin que esto comporte la construcción de significados privilegiados en la lengua de las matemáticas.

INVESTIGACIÓN EN APRENDIZAJE MATEMÁTICO Y DIVERSIDAD LINGÜÍSTICA

La línea histórica de desarrollo que he trazado en los apartados anteriores tiene un punto álgido en 2016 con la publicación del volumen asociado al Estudio ICMI 21 sobre educación matemática y diversidad lingüística (Barwell y otros, 2016). Desde la primera agenda de investigación establecida en Nairobi en 1974 hasta la preparación de este volumen, pasando por los distintos hitos históricos comentados, se ha construido una conceptualización de lengua que atribuye la cualidad de multilingüe a toda situación de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y que considera las matemáticas, las matemáticas escolares y la educación matemática como producciones históricas, sociales y culturales. En la Tabla 2, represento los distintos aspectos de la argumentación sobre el carácter multilingüe del aprendizaje matemático. En el capítulo de introducción del volumen del Estudio ICMI 21, se vuelve sobre la terna de Austin y Howson (1979) para indicar que la lengua del alumno es plural, al igual que lo son las del profesor y de las matemáticas.

Tabla 2. Elementos en la representación de la cualidad multilingüe del aprendizaje matemático

<i>Línea de estudio</i>	<i>Temas en Barwell y otros (2016)</i>	<i>Significados de multilingüe</i>
Aprendizaje matemático y lengua	Las lenguas del alumno	Sistemas semióticos →
	Las lengua del profesor	Configuraciones culturales →
	Las lenguas de las matemáticas	Realizaciones del discurso

En este apartado argumento particularmente la cualidad multilingüe del aprendizaje matemático en aulas donde la lengua de instrucción no es la lengua habitual de todos los alumnos. Esto implica que la multiplicidad de lenguas se manifiesta de maneras todavía más complejas si cabe. Esta elección empírica es comprensible dado que llevo a cabo la mayoría de mis trabajos de campo en aulas donde la lengua de la instrucción es el catalán mientras que la lengua habitual de los alumnos puede ser el castellano pero también el árabe, el urdú o el bangla, entre muchas otras. A fin de facilitar la comprensión del texto, escribo estos términos para referirme a las diversas lenguas incluidas en cada uno de ellos. Por ejemplo, cuando me refiero al ‘castellano’ no estoy aludiendo a un único sistema lingüístico reglado; sino a los múltiples castellanos que uno puede reconocer en situaciones de contexto tales como: una conversación entre dos jóvenes en un parque de Barcelona, una solicitud de un ciudadano venezolano en la ventanilla de una administración pública en Bogotá, un profesor de matemáticas en una clase de un instituto de Valladolid, una entrada en la versión online del Diccionario de la Real Academia Española, etc. En estas situaciones se recurre a distintos léxicos y gramáticas, con los que se sugieren distintos grupos culturales y visiones del mundo.

En mi investigación, utilizo métodos ubicados en las teorías del análisis crítico del discurso (Gee, 1996) y los aplico a datos transcritos de aula. A pesar de que no sigo los métodos de análisis crítico del discurso propuestos por Van Dijk (2009), la participación en los seminarios conducidos por este

sociolingüista como profesor visitante en el Departamento de Traducción y Ciencias del Lenguaje de la Universitat Pompeu Fabra, ha sido decisiva en la adaptación de las preguntas originales propuestas por Gee, y más en general en la comprensión de que esta teoría analítica multidisciplinar podía ser de utilidad en la investigación en educación matemática. A día de hoy establezco una distinción entre rasgos lingüísticos – visibles en la expresión escrita del discurso – y rasgos discursivos – inferibles del conocimiento que se tiene de los discursos con influencia en el uso de la lengua. Ante una pieza transcrita de una conversación en clase de matemáticas y con el objetivo de investigar la relación entre aprendizaje matemático y lengua, me guían cuatro preguntas:

- ¿Cuáles son los rasgos de la lengua de los alumnos?
- ¿Cuáles son los rasgos de la lengua del profesor?
- ¿Cuáles son los rasgos de la lengua de las matemáticas?
- ¿Qué oportunidades de aprendizaje matemático se producen en este contexto?

En el seno de GIPEAM, varios compañeros han realizado trabajos sobre la generación de oportunidades de aprendizaje en el aula (ver e.g. Ferrer, 2016; Morera, 2013). Tal como se deduce de las preguntas anteriores, esta es una línea de estudio de gran inspiración para los trabajos sobre el impacto de la diversidad de lenguas en la generación de dichas oportunidades (Planas, 2014). La noción de oportunidad de aprendizaje matemático, desde una perspectiva social, se remonta a los trabajos del Grupo de Vanderbilt en los años noventa (ver e.g. Cobb, Yackel y Wood, 1992) donde la acepción de lo social era principalmente de corte constructivista. En aquel entonces fue una noción pionera porque relacionaba el estudio del aprendizaje matemático con el estudio de las condiciones sociales del contexto de enseñanza y aprendizaje. Se diseñaron, implementaron y evaluaron numerosos experimentos de enseñanza con el propósito de introducir cambios en algunas de estas condiciones mediante cambios en el sistema de normas del aula. Esta tradición perdura con fuerza en el área y no con menos fuerza en nuestro equipo de investigación. Los tres pilares teóricos que sostienen la noción de oportunidad de aprendizaje matemático en GIPEAM son los siguientes:

- Las oportunidades de aprendizaje producen aprendizaje
- Los alumnos y profesores producen estas oportunidades
- La producción de oportunidades y de aprendizaje se desarrolla en un contexto social

Puesto que no todas las oportunidades producidas en un contexto de enseñanza y aprendizaje acaban produciendo aprendizaje, es fundamental examinar las condiciones sociales que pueden haber dificultado el desarrollo de los procesos de aprendizaje. Al respecto, a raíz de varios trabajos del Grupo de Vanderbilt, se concluyó que la actividad matemática en grupos reducidos de alumnos era productora de oportunidades de aprendizaje; una década más tarde, Cobb y Hodge (2002) matizaban esta conclusión añadiendo que para que esto ocurriera se tenía que haber construido una lengua compartida entre los alumnos del grupo que legitimara el trabajo colaborativo. En definitiva, si se pone a los alumnos en grupos pequeños pero el discurso dominante del grupo es el del rendimiento individual, no se están dando las condiciones sociales idóneas para que la dinámica de interacción genere aprendizaje. El significado del rendimiento individual puede hacerse visible de maneras más o menos explícitas con menciones a la distribución de tareas según la capacidad matemática que se le atribuye a cada alumno o bien con alusiones veladas a la falta de capacidad de algunos alumnos para contribuir matemáticamente al trabajo colectivo. Los dos extractos que siguen están deliberadamente seleccionados para mostrar oportunidades de aprendizaje matemático producidas en los contextos – semióticos, culturales y discursivos – de un aula de matemáticas en Barcelona, donde alumnos y profesores alternan con flexibilidad palabras y gramáticas normativas del castellano y del catalán. El análisis completo de estos extractos está pendiente de publicación (Planas, 2018); a riesgo de simplificar demasiado la explicación del método, aquí me limito a escoger las partes del análisis que ilustran con bastante claridad

las evidencias del carácter multilingüe de los procesos que se están produciendo en la interacción. No está de más hacer notar que, en el análisis crítico del discurso, para identificar varias lenguas de las matemáticas, el analista tiene que ser capaz de reconocer, en las lenguas de los alumnos y del profesor, gramáticas matemáticas distintas a las de los matemáticos en su actividad profesional. Los analistas que ven la matemática escolar como una variación no contradictoria de las matemáticas, tenderán a identificar la lengua de las matemáticas desde la búsqueda de terminologías y gramáticas “canónicas”.

Ejemplos de la cualidad multilingüe del aprendizaje matemático

Tomo dos transcripciones de conversación durante una sesión de clase de matemáticas en un aula de secundaria en Barcelona. La profesora plantea una tarea sobre los números de Fibonacci con inicio en 1 y 2 en el contexto cotidiano de una escalera. Esta es una versión en castellano:

En una casa hay una escalera con diez peldaños. Si podemos bajar los peldaños de uno en uno y de dos en dos, ¿de cuántas maneras distintas se podrá bajar la escalera?

El primer ejemplo ilustra una conversación dentro de un grupo de alumnos: Maria, Ton, Ada y Leo. Dos de estos alumnos nacieron en Perú y se incorporaron al sistema escolar catalán a finales de la etapa de primaria, donde se les asignó el aula de acogida para alumnos de incorporación tardía.

Maria: Per què tens tot uns i aquí tot dosos?

Leo: Puedes bajar siempre o saltar siempre.

Maria: Sempre es baixa, no t'estàs parat.

Leo: Pero a veces no bajas, saltas. Y a veces solo bajas.

Ton: Baixar no vol dir d'un en un. Mira, baixar és un a un, dos a dos, tres a tres, tot és baixar.

Leo: He empezado pero hay mucho que bajar y saltar. Al menos treinta. Si la escala fuera más corta...

Ton: Umm... Si fos tres, seria: u, u, u; dos, u; u, dos... i dos, dos impossible. Ara ve quatre.

Ada: Entonces, quantes...?

Maria: Quantes què?

Ton: Quantes seqüències.

Ada: Entonces les seqüències les diem.

La conversación viene precedida de la sugerencia de Maria de contar una a una todas las posibilidades de bajar la escalera de acuerdo con el enunciado de la tarea. A lo cual, Leo responde que no es un procedimiento demasiado práctico. A partir de aquí, los alumnos de este grupo exploran la estrategia de reducir el problema a otro más simple cuya escalera tenga menor cantidad de peldaños (“si la escalera fuera más corta...”), empezando por tres peldaños. Esta es una buena estrategia para llegar a ver la relación de recursividad que permite obtener las 89 combinaciones como respuesta a la tarea original. La actividad matemática conjunta que se construye en este fragmento, por tanto, pone de relieve la construcción de oportunidades de aprendizaje matemático importantes para la resolución. Estas oportunidades se producen en un contexto de uso “relajado” – en comparación con el que se le supone a los matemáticos en su actividad profesional – y de la lengua de las matemáticas. Aunque los tipos coloquial y formal se han construido como extremos reconocibles en la cultura de la matemática escolar, son gramáticas difícilmente separables e internamente diversas en su uso funcional. Maria y Ton, por ejemplo, producen las palabras para numerales en plural (“unos”, “doses”), con lo que se comunica la posibilidad de agrupar los números de la secuencia sin atención al criterio de orden, pero también la posibilidad de hablar de modos prácticos que ahorren la repetición de numerales cuando esto sean el mismo. Leo usa la lengua de las matemáticas de manera similar cuando se

refiere a la cantidad de combinaciones elegibles para la resolución de la tarea con la expresión “hay mucho que bajar y saltar”, o cuando menciona la palabra para cuatro sin relacionarla matemáticamente con la palabra para tres. Los términos y gramáticas cotidianos se producen junto a términos y gramáticas asociados a la cultura de la matemática escolar tales como “secuencias” y “si la escalera... entonces...”. En este contexto de rasgos lingüísticos diversos, se observan algunos rasgos discursivos también en el uso de la lengua de las matemáticas. Se comunica un discurso que valida la conexión entre las matemáticas y la realidad empírica sugerida en el enunciado de la tarea; otros usos de la lengua en la conversación podrían haber llevado al uso de gramáticas más algebraicas o más geométricas y menos numéricas que posiblemente hubieron contribuido a visualizar estrategias menos basadas en la cuantificación. Por otra parte, se comunica un discurso que legitima la introducción de terminología específica de la matemática escolar con momentos de la actividad centrados en el reconocimiento técnico del nombre y otros momentos centrados en los elementos empíricos de lo que se nombra.

No podemos dejar de comentar los rasgos lingüísticos de la lengua de los alumnos que no involucran directamente la lengua de las matemáticas. Leo utiliza la palabra “baixar” para movimientos de un peldaño al siguiente inmediato y la palabra “saltar” para movimientos entre dos peldaños no consecutivos. Maria y Ton comunican un significado de “baixar” que también incluye “saltar” de modo que ambas palabras puedan utilizarse indistintamente durante la resolución de la tarea. En este punto, la lengua de los alumnos produce un discurso sobre la relevancia de la lengua oficial de instrucción. La conversación, sin embargo, continúa sin mayores menciones a la lengua de Leo, por lo que el discurso sobre la lengua de instrucción no consigue imponerse al discurso sobre la centralidad de la actividad matemática en la interacción. Puede concluirse que estos alumnos producen oportunidades de aprendizaje matemático vinculadas a la estrategia de reducción del problema original a un problema más simple en un contexto de diversificación de las lenguas de las matemáticas y de los alumnos. Estas lenguas son diversas porque los sistemas lingüísticos, las configuraciones de la cultura de la matemática escolar y las realizaciones de discursos son diversos.

Aporto un segundo ejemplo para reforzar con más datos y análisis empírico el argumento teórico de la cualidad multilingüe del aprendizaje matemático. Ahora se trata de un fragmento en la misma sesión de clase durante el tiempo de discusión conjunta de la tarea con la profesora (P).

- P: No heu acabat, però ho discutirem junts. Difícil?
- Ton Estem quasi a punt.
- Maria: Un cop sapiguem l'escala de vuit escalons, calculem la del problema.
- P: Vuit esglaons?
- Maria: Volia dir esglaons...
- Leo: Pregunta el vuit.
- Maria: Vuit esglaons és trenta-quatre.
- Leo: Pero le interesa por qué vuit.
- P: Doncs sí. Per què vuit? Per què no nou o set?
- Ton: Perquè quan tenim totes les maneres per vuit esglaons, llavors els altres dos fins a deu es poden fer d'un en un o dos de cop.
- Leo: Doncs esto es por qué.

Maria, Ton, Ada y Leo han descartado la opción de contar una a una todas las posibilidades de bajar una escalera de 10 peldaños, y han llegado a reducir el problema al conteo de todas las posibilidades para una escalera de 8 peldaños; en concreto, esto es una evidencia de que se han aprovechado las

oportunidades producidas en el trabajo en grupo respecto a la estrategia de reducción del problema original a un problema de resolución más simple. Dan a conocer la respuesta para la escalera de 8 peldaños, 34, y dicen que este resultado ha de llevar a la respuesta para la escalera inicial. En este fragmento, por tanto, se comunica la construcción de oportunidades de aprendizaje matemático relativas a la relación de recursividad de la secuencia de Fibonacci; esto es, que a partir de escaleras con tres peldaños o más, la respuesta para una escalera con n peldaños es la suma de las respuestas para las dos escaleras con $n-1$ y $n-2$ peldaños. A pesar de que puede interpretarse que la estrategia de resolución no es óptima porque estos alumnos no aplican el principio de recursividad desde las escaleras con tres y cuatro peldaños, consiguen obtener las 89 posibilidades de un modo relativamente más práctico de entre los barajados por ellos al inicio de la sesión. De nuevo, las oportunidades de aprendizaje se producen en un contexto de uso “relajado” y diverso de la lengua de las matemáticas, en esta ocasión en interacción directa con la lengua de la profesora. Leo nombra la palabra “ocho” sin vincularla a ninguna métrica, por lo que comunica la cantidad ocho en un uso situado de la lengua de las matemáticas que resulta confuso ya que podrían ser “ocho posibilidades”. La lengua de las matemáticas de la profesora es, en este sentido, también relajada en la asignación precisa de métricas a las palabras para números, comunicando así aprobación tácita a la lengua de Leo. Esta lengua de las matemáticas aparece combinada con menciones explícitas a la relevancia de los discursos de explicación y justificación en la cultura de la matemática escolar; las expresiones “por qué” y “por qué no” son marcas gramaticales de estos discursos introducidas por las lenguas de Leo y Ada y la de la profesora. Hay, no obstante, otras marcas gramaticales de cuantificación que aluden a discursos de culturas de la matemática escolar que validan la comunicación de respuestas numéricas por delante de la comunicación del proceso.

En cuanto a las lenguas de los alumnos y de la profesora que no involucran directamente la lengua de las matemáticas, volvemos a identificar la presencia de un discurso sobre la lengua oficial de instrucción, que tal vez también emergería si se hubiera utilizado una palabra no reglada en otra lengua. La lengua de la profesora utiliza “esglaons” en lo que se sugiere como una corrección de “escalons” en la lengua de Maria. A diferencia de lo que ocurre con “baixar” y “saltar” en el primer ejemplo, ahora se trata de una corrección lingüística que no está ligada a discusión semántica. Este rasgo de la lengua no implica necesariamente la intención de corregir la lengua de Maria; puede ser que en la respuesta a la pregunta de la alumna, la profesora utilice la palabra con la que está familiarizada. Sin embargo, aun cuando esta no sea la intención de la profesora, se comunica un discurso sobre la importancia de utilizar adecuadamente la lengua de instrucción. Este es un principio básico del análisis crítico del discurso: los significados que se destacan no son los intencionados – a los que difícilmente se tiene acceso – sino los adjudicables por su efecto visible.

La conversación continúa sin mayores alusiones a la corrección de la lengua con la producción de discursos sobre explicación y justificación en la matemática escolar. En sendos ejemplos, se observa un complejo tejido de significados con demandas de prácticas discursivas contradictorias entre aprendizaje de la lengua de instrucción y aprendizaje de las matemáticas. Estas prácticas están en la conversación manifiesta, disponibles para cualquiera de los alumnos; la dirección que se toma es el resultado de cómo unos y otros se posicionan antes dichas prácticas pero también de cómo en el propio discurso se permite y legitima la opción escogida. Ni Maria ni Ton mantienen el discurso iniciado de una lengua de instrucción adecuada, ni Leo ni Ada se involucran en dar continuidad a la presencia explícita de este discurso. Puede concluirse que estos alumnos producen y mantienen oportunidades de aprendizaje matemático mediante la comunicación de estrategias de reducción del problema original y del principio de recursividad de la secuencia de Fibonacci en un contexto social de diversificación de las lenguas de las matemáticas, de los alumnos y de la profesora. Estas lenguas son diversas porque los sistemas lingüísticos, las configuraciones de la cultura de la matemática escolar y las realizaciones de discursos son diversos.

Antes de proseguir con la última sección del texto, debo decir que el análisis crítico del discurso es un recurso teórico más sofisticado de lo que pueda deducirse leyendo los ejemplos anteriores. Hay muchos métodos de análisis crítico del discurso y preguntas posibles para guiarlo, y en todos ellos se procede de una manera minuciosa en el análisis turno a turno de los rasgos lingüísticos y discursivos que se comunican. Por otra parte, un supuesto básico de todo análisis crítico del discurso es que lo que las personas comunican mediante el uso de la lengua es consecuencia de contextos institucionales amplios que no siempre se hacen visibles – aunque están presentes – en una conversación concreta. Si la política educativa establece distinciones explícitas entre tipos de alumnos – con designaciones para alumnos “de incorporación tardía”, con “talento matemático”... –, cualquier conversación en el aula de matemáticas es susceptible de comunicar y reproducir – también de transformar – discursos en torno a estas distinciones, con implicaciones para la construcción y el aprovechamiento de oportunidades de aprendizaje matemático. Los ejemplos que he seleccionado pretenden mostrar que, además de comunicar y reproducir discursos fuertemente establecidos en la sociedad, la lengua de los alumnos y la de la profesora tienen la capacidad de resistir los discursos sobre la distinción entre lenguas y la distinción entre tipos de alumnos en beneficio de los discursos sobre la centralidad de la actividad matemática. No obstante, el uso de la lengua que finalmente lleva a (re)producir unos determinados discursos no se puede entender en el contexto único de la interacción. Lo que hace que Leo se resista a diferenciar entre “baixar” y “saltar” y siga con su explicación de una estrategia matemática que tiene que ver con su interacción con la lengua de María y de Leo, y otros muchos niveles de la experiencia cotidiana, pero al mismo tiempo podría representar un discurso de resistencia a la política de la lengua oficial de instrucción, o bien a la política educativa de las aulas de acogida para alumnos de incorporación tardía, y a otros muchos niveles de la estructura social. Una aproximación más fina al análisis crítico del discurso para los ejemplos de este texto, con interpretaciones del impacto de la estructura social en lo que los alumnos y la profesora comunican en la conversación, puede encontrarse en Planas (2018).

IMPLICACIONES PARA LA TEORÍA Y LA PRÁCTICA

Este texto pretende contribuir a que la comunidad científica de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática se involucre en los debates que se están produciendo sobre educación matemática y lengua y, más en particular, sobre aprendizaje matemático multilingüe. He esbozado el complejo marco de nociones y conceptualizaciones que han llevado a comprender la construcción discursiva y multilingüe del aprendizaje matemático. De un modo también breve he sugerido el potencial de las teorías sociales y de las teorías de análisis crítico del discurso. Todo esto es especialmente relevante en el contexto de un Seminario de nuestra Sociedad ya que, a pesar de la vasta cantidad de estudios bajo enfoques sociales que existen en la comunidad internacional, siguen siendo pocos los trabajos de este tipo que aquí se discuten. No deja de ser sorprendente que los procesos por los que se construyen versiones legítimas de la matemática escolar, de la actividad de enseñanza, de la lengua de las matemáticas, del desempeño del alumno y de la práctica misma de investigación en el área no reciban la atención suficiente. Sí están algo más presentes los enfoques sociales del aprendizaje en ‘Avances de Investigación en Educación Matemática’, la revista de nuestra Sociedad, aunque principalmente en relación con el aprendizaje profesional del profesor de matemáticas. En Llinares (2012), por ejemplo, se detalla un estudio sobre la construcción discursiva del aprendizaje del profesor en un entorno virtual de comunicación.

En cualquier caso, que la comunidad internacional haya reconocido el potencial de las teorías sociales y de las teorías de análisis crítico del discurso no impide que persistan grandes líneas de investigación inexploradas sobre aprendizaje matemático y lengua. El estudio, desde las teorías sociales, del aprendizaje matemático en entornos de clase con alumnos sordos y oyentes es una de ellas. Las narrativas discursivas clínicas dominantes sobre el alumno sordo como persona a quien le falta algo – paradigma del déficit – se han ido transformado progresivamente en el área para considerar al alumno sordo como persona cuyas lenguas y culturas son en parte distintas a las del oyente (Nairouz y Planas, 2016); las

oportunidades de aprendizaje matemático que el alumno sordo produce y aprovecha tienen que ver con las complejas representaciones lingüísticas, históricas, sociales y culturales que destacan las limitaciones – biológicas, intelectuales, culturales... – por delante de las potencialidades. El aprendizaje matemático del alumno sordo como un tipo de aprendizaje matemático multilingüe con características específicas sigue pendiente de una conceptualización rigurosa. La transformación del discurso de la educación matemática y de la investigación en educación matemática acerca del alumno sordo requiere considerar y revisar los contextos sociales e ideologías que ponen en tela de juicio la relación entre el uso de las lenguas de signos y la construcción de las lenguas de las matemáticas. Lo que se sabe en el área sobre la cualidad multilingüe del aprendizaje matemático sugiere que la interpretación clínica de la sordera es un anacronismo, con implicaciones pedagógicas para la práctica educativa y en especial para los alumnos sordos y sus compañeros oyentes. Esto, sin embargo, no significa que el multilingüismo del aprendizaje de matemáticas sordo no deba entenderse en su particularidad ni que deban omitirse las diferencias. El reto está precisamente en entender la diferencia desde el reconocimiento de lo que las lenguas de signos aportan a las lenguas de todos los alumnos, del profesor y de las matemáticas.

Llegados a este punto y para finalizar, resulta esencial examinar cómo las teorías sociales y las teorías del análisis crítico del discurso pueden ayudar a revisar nuestra conceptualización del área de investigación en educación matemática y de los estudios sobre la diversidad. Los discursos excluyentes de construcción del concepto de diversidad en el área no siempre son visibles, incluso en los estudios que tratan de manera central sobre algún tipo de diversidad. Valero (2012) alerta sobre los efectos clasificadores que se derivan de los usos de la palabra diversidad como representación de la diferencia respecto de una normalidad limitadora pedagógicamente. La diversidad ya fue una categoría de construcción de nuestra realidad académica y de nuestro pensamiento investigativo en el Seminario de la SEIEM en Lleida (De la Torre, 2010), de título “Educación matemática y diversidad”, y vuelve a serlo en esta ocasión. Más allá de políticas educativas y movimientos pedagógicos que puedan identificar la diversidad de “capacidades”, de “culturas de origen”, de “compromisos auditivos”... nuestra responsabilidad es detenernos a reflexionar sobre las implicaciones de usar la palabra diversidad en nuestros textos académicos cuando señalamos a unos alumnos como “diversos” y utilizamos lógicas tácitas de diferenciación; pero también cuando por ejemplo no consideramos la “atención a la diversidad de profesores”.

La asociación de la palabra diversidad con solo unos grupos de alumnos no es natural ni objetiva, sino el resultado de nuestro poder como investigadores para construir el área de investigación en educación matemática en unas direcciones y de acuerdo a la producción de unas problemáticas. En este texto he pretendido que la expresión “diversidad lingüística” no actúe como dispositivo de definición de un tipo de diversidad; he intentado producir la “diversidad lingüística” como una expresión cuyo uso viene justificado para avanzar en la construcción de la cualidad multilingüe del aprendizaje matemático. No propongo una diversidad lingüística que sea objeto de estudio, sino una diversidad de lenguas del alumno, del profesor y de las matemáticas que, conceptualizadas como objeto de estudio en el área, contribuyan a comprender la multiplicidad de procesos inherentes al aprendizaje matemático. En la teoría y en la práctica, este posicionamiento discursivo permite ampliar la atención a la diversidad de alumnos con la atención a la diversidad de profesores (y sus lenguas de uso en clase) y a la diversidad de culturas de aula (y sus lenguas de las matemáticas).

Referencias

- Adler, J. (2001). *Teaching mathematics in multilingual classrooms*. Dordrecht: Kluwer.
- Adler, J. y Sfard, A. (Eds.) (2017). *Research for educational change. Transforming researchers' insights into improvement in mathematics teaching and learning*. Londres: Routledge.
- Austin, J. L. y Howson, A. G. (1979). Language and mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 10, 161-197.

- Bairral, M. (2002). Comunidad virtual de discurso profesional geométrico. Contribuciones de un proceso interactivo docente por internet. En J. Murillo, P. M. Arnal, R. Escolano y J. M. Gairín (Eds.), *Investigación en Educación Matemática VI* (pp. 187-204). Logroño: SEIEM.
- Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 23-41.
- Barwell, R., Clarkson, P., Halai, A., Kazima, M., Moschkovich, J., Planas, N., Setati-Phakeng, M., Valero, P. y Villavicencio, M. (Eds.). (2016). *Mathematics education and language diversity. The 21st ICMI Study*. Nueva York: Springer.
- Cobb, P. y Hodge, L. L. (2002). A relational perspective on issues of cultural diversity and equity as they play out in the mathematics classroom. *Mathematical Thinking and Learning*, 4, 249-284.
- Cobb, P., Yackel, E. y Wood, T. (1992). Interaction and learning in mathematics classroom situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 99-122.
- Cummins, J. (1979). Linguistic interdependence and the educational development of bilingual children. *Review of Educational Research*, 49(2), 222-251.
- Chico, J. y Planas, N. (2011). Interpretación de indicadores discursivos en situación de aprendizaje matemático en pareja. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 319-328). Ciudad Real: SEIEM.
- De la Torre, E. (Ed.) (2010). Educación matemática y diversidad. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Á. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 117-120). Lleida: SEIEM.
- Ferrer, M. (2016). *Actividad de enseñanza e interacción en la producción y explotación de oportunidades de aprendizaje matemático*. Trabajo de Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Gee, J. P. (1996). *Social linguistics and literacies: Ideology in discourses*. New York: Routledge.
- Howson, A. G. (1973). A congress survey. En A. G. Howson (Ed.), *Developments in mathematical education. Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education* (pp. 4-74). Nueva York: Cambridge University Press.
- Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en un entorno en línea. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2, 53-70.
- Morera, L. (2013). *Contribución al estudio de la enseñanza y del aprendizaje de las isometrías mediante discusiones en gran grupo con el uso de tecnología*. Trabajo de Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to offer mathematics education research? *Educational Studies in Mathematics*, 61, 219-245.
- Nairouz, Y. y Planas, N. (2016). La actividad matemática en un aula con estudiantes sordos y oyentes. *Números*, 93(3), 15-29.
- Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: Reflexiones y datos bibliométricos. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Á. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 163-195). Lleida: SEIEM.
- Planas, N. (2014). One speaker, two languages. Learning opportunities in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 87, 61-86.
- Planas, N. (2018). Language diversity builds mathematics learning as much as mathematics learning builds language diversity. En C. Knipping, H. Straehler-Pohl y U. Gellert (Eds.), *Inside the class. Sociological perspectives on participation, inclusion, and enhancement*. Nueva York: Springer.(en prensa)
- Planas, N. y Valero, P. (2016). Tracing the socio-cultural-political axis in understanding mathematics education. En Á. Gutiérrez, G. C. Leder y P. Boero (Eds.), *Second handbook of research on the psychology of mathematics education. The journey continues* (pp. 447-479). Rotterdam: Sense Publishers.

- Planas, N., Fortuny, J. M., Arnal-Bailera, A. y García-Honrado, I. (2016). El discurso matemático del profesor. Ejemplos, explicaciones y coherencia local. En A. Berciano, C. Fernández, T. Fernández, J. L. González, P. Hernández y otros (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 437-446). Málaga: SEIEM.
- Planas, N., Morgan, C. y Schütte, M. (2018). Mathematics education and language: Lessons and directions from two decades of research. En T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger y K. Ruthven (Eds.), *Developments in European research in mathematics education. Twenty years of communication, cooperation and collaboration*. Londres: Routledge.
- Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. En L. Radford, G. Schubring y F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: Epistemology, history, classroom, and culture* (pp. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers.
- Radford, L. (2016). Mathematics education as a matter of labor. En M. A. Peters (Ed.), *Encyclopedia of educational philosophy and theory* (pp. 1-6). Singapur: Springer.
- Saussure, F. (1968). *Saussure ou le structuralism sans le savoir. Présentation, choix de textes* (Ed. By G. Mounin). París: Seghers.
- Secada, W. G. (1992). Race, ethnicity, social class, language, and achievement in mathematics. En D. W. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 623-660). Nueva York: MacMillan.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- UNESCO (1974). Final report of the symposium 'Interactions between linguistics and mathematical education'. París: UNESCO.
- Valero, P. (2012). La inclusión de visiones sobre lo "social" y lo "político" en educación matemática. En N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 187-203). Graó: Barcelona.
- Van Dijk, T. A. (2009). *Society and discourse. How context controls text and talk*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.

¹ Este trabajo se ha realizado durante el tiempo de dedicación a los Proyectos EDU-2015-65378-P y SGR2014-0972, y en periodo de intensificación de la investigación gracias al Institut Català de la Recerca i Estudis Avançats – ICREA.