

SENTIDO NUMÉRICO DE ALUMNADO DEL GRADO EN MATEMÁTICAS

NUMBER SENSE USED BY UNDERGRADUATE MATHEMATICS STUDENTS

Almeida, R. ⁽¹⁾, **Bruno, A.** ⁽¹⁾, **Perdomo-Díaz, J.** ^(1,2)

Universidad de La Laguna ⁽¹⁾,

Universidad de Chile (Centro de Modelamiento Matemático) ⁽²⁾

Resumen

Se presenta resultados de una investigación sobre el sentido numérico de un grupo de estudiantes del Grado en Matemáticas de la Universidad de La Laguna. El objetivo de la investigación es estudiar las estrategias de sentido numérico que manifiestan y compararlas con las presentadas en un estudio previo realizado con futuros profesores de primaria de Taiwán. Los resultados muestran un bajo porcentaje de respuestas correctas teniendo en cuenta el nivel de conocimiento matemático de los alumnos, pero también una mayor variedad de razonamientos basados en sentido numérico, en comparación con el estudio de Taiwán.

Abstract

This paper presents some results from a research about number sense of undergraduate mathematics students from the University of La Laguna. The objective of the research is to study the number sense strategies used by undergraduate mathematics students and to compare the results with those obtained in a previous study about number sense of pre-service elementary teachers in Taiwan. Results show a low percentage of correct responses having in consideration the mathematical knowledge of students but they also display a greater variety of responses with number sense reasoning, comparing with the research in Taiwan.

Palabras clave: *Sentido numérico, futuros profesores de secundaria, futuros profesores de primaria, razonamiento.*

Key words: *Number sense, pre-service secondary teachers, pre-service primary teachers, reasoning.*

Introducción

El *sentido numérico* hace referencia a la comprensión general de una persona sobre los números y las operaciones. Sowder (1992) lo define como “una red conceptual, bien organizada, que permite relacionar los números y las operaciones, sus propiedades y resolver los problemas de una forma creativa y flexible” (p.381).

Un amplio grupo de investigaciones analizan el uso del sentido numérico en el alumnado de educación primaria y secundaria (Alajmi y Reys, 2010; Alsawaie, 2011; Brocardo, Serrazina, Rocha, Mendes, Menino y Ferreira, 2008; Veloo, 2010; Yang, Li y Lin, 2008). Reflejan que, a pesar de la importancia otorgada al sentido numérico en los currículos de los distintos países, permanece la tendencia de los estudiantes a usar procedimientos estándar de cálculo cuando realizan actividades que podrían resolver estableciendo relaciones basadas en su conocimiento numérico (propiedades, relaciones entre las operaciones, estimación, etc.).

Sowder (1992) indica que la instrucción sobre estimación y cálculo mental es una vía para desarrollar sentido numérico. Que los estudiantes tengan un alto nivel en tareas de cálculo escrito, no implica que transfieran estas habilidades a otros métodos que dependan del sentido numérico (Veloo, 2010). Algunas de las propuestas de instrucción diseñadas para promover sentido numérico se basan en actividades que permiten la exploración, la discusión y el razonamiento, teniendo en cuenta que el sentido numérico se desarrolla a largo plazo (Markovits y Sowder, 1994; Veloo, 2010).

Los profesores juegan un papel fundamental en el desarrollo de este tipo de metodologías, sin embargo, Yang, Reys y Reys (2009) muestran que el porcentaje de razonamientos basados en sentido numérico que presenta un grupo de futuros profesores de primaria es muy bajo.

Los datos que presentamos en este trabajo pertenecen a un estudio más amplio sobre sentido numérico de futuros profesores de secundaria. Partimos de la investigación de Yang et al. (2009), utilizando algunas de las tareas propuestas en dicho trabajo, para analizar el conocimiento que presenta el alumnado del Grado en Matemáticas, muchos de los cuales serán futuros profesores de educación secundaria. El objetivo es constatar si la alta formación matemática de este alumnado se manifiesta en estrategias más ricas numéricamente.

Sentido numérico de los futuros profesores

El sentido numérico es un constructo de gran interés en la educación matemática, difícil de describir, pero reconocible en la acción al resolver tareas matemáticas. Diferentes autores lo han caracterizado, llegando a una descripción operativa que se concreta en las siguientes **componentes** (McIntosh y Reys y Reys, 1992; Tsao, 2004; Yang et al., 2008):

1. *Comprender el significado de los números*
2. *Reconocer el tamaño relativo y absoluto de las magnitudes de los números*
3. *Usar puntos de referencia*
4. *Componer y descomponer los números*
5. *Usar múltiples representaciones de los números y las operaciones*

6. *Comprender el efecto relativo de las operaciones*

7. *Desarrollar estrategias apropiadas y evaluar lo razonable de una respuesta*

Los estudios sobre profesores de matemáticas muestran cómo su conocimiento del contenido influye en las elecciones que realizan en su práctica de aula. Los profesores con un adecuado conocimiento del contenido matemático tienden a promover que sus alumnos establezcan conexiones matemáticas (Faulkner, 2009).

Establecer conexiones entre conceptos es una herramienta básica para desarrollar sentido numérico. Es importante que los profesores tengan una profunda comprensión de las componentes del sentido numérico. Menino, Tvaes, Quaresma y Rodrigues (2011) indican que las ideas asociadas al sentido numérico del profesorado son fundamentales para que planifiquen prácticas de aula que ayuden a promoverlo.

Es una realidad, tanto en España como en otros países, que los futuros profesores no siempre poseen una rica comprensión conceptual de los contenidos matemáticos que deberán enseñar. Al igual que los alumnos de primaria, los futuros profesores de dicho nivel tienen preferencia por usar métodos basados en reglas y presentan dificultades para utilizar estrategias que conlleven otros métodos (Tsao, 2004; Veloo, 2010). Yang et al. (2009) llegaron a esta conclusión con una muestra de futuros profesores de primaria que respondieron a cuestiones relativas a las componentes: *usar puntos de referencia y comprender el efecto relativo de las operaciones*. ¿Ocurrirá lo mismo con los futuros profesores de secundaria?, ¿su formación matemática se ve reflejada en el uso del sentido numérico?

La información obtenida en otros países sobre el sentido numérico de futuros profesores de primaria es útil para extender los resultados a futuros docentes de secundaria, adaptándola al contexto educativo español. La formación que reciben los docentes de matemáticas de secundaria en España, unido a su actitud positiva hacia esta materia debe influir, *a priori*, en los tópicos que enseñan. Las tareas que fomentan sentido numérico suelen ser de respuesta abierta y no siguen una única forma de pensamiento. Se espera de ellos que utilicen métodos flexibles de pensamiento, que puedan transferir a los estudiantes en su futura actividad docente.

Objetivos y Metodología

Objetivos

El objetivo de esta investigación es indagar el sentido numérico que manifiestan futuros profesores de secundaria de matemáticas (estudiantes del Grado en Matemáticas).

Los objetivos concretos de la investigación son:

1. Analizar el éxito y las estrategias que sigue este alumnado en tareas que permiten poner en práctica diferentes componentes del sentido numérico.
2. Comparar la resolución de las tareas con resultados previos obtenidos con futuros profesores de educación primaria.

Metodología

Esta investigación se realizó con 67 estudiantes del Grado en Matemáticas de la Universidad de La Laguna que habían recibido formación en cursos de Análisis Matemático, Cálculo Numérico, Álgebra, Geometría, Topología y Estadística.

Configuramos un cuestionario de 10 ítems de tareas numéricas, entre ellas: ordenar fracciones y decimales (ítems A y C), estimar el resultado de operaciones con fracciones y decimales (ítem B; o estimar el resultado de $72 \div 0,0025$) y estimar medidas (estimar el volumen de la clase). Para resolver estas cuestiones es necesario manejar las componentes del sentido numérico explicitadas en el marco teórico, pues el requerimiento para contestar fue “no realizar algoritmos escritos”. Estos 10 ítems se tomaron de otras investigaciones sobre sentido numérico. Es muy extenso exponer los resultados de todos los ítems, por lo que optamos por detallar las respuestas a tres de ellos, diseñados para que se empleara el *uso de puntos de referencia* y el conocimiento sobre *efecto de las operaciones*. Los tres ítems elegidos pertenecen al trabajo de Yang et al. (2009), en el que se exponen las respuestas de 280 futuros profesores de primaria de Taiwán, lo que nos permite comparar los resultados de ambas muestras de estudiantes.

La presentación y las instrucciones para cumplimentar el cuestionario fueron las mismas que se dio a la muestra de futuros profesores de primaria de Taiwán: cada ítem se dio en un folio independiente, con espacio para indicar la respuesta y para explicar el razonamiento utilizado; tenían 3 minutos para responder cada ítem, no podían pasar al siguiente ítem sin ser avisados y no debían responder utilizando algoritmos de cálculo.

En el análisis de los datos reflejamos los porcentajes de éxito/fracaso y los razonamientos utilizados por los estudiantes.

Resultados

El porcentaje de respuestas correctas y las estrategias en los 10 ítems del cuestionario fue muy variado. Las estrategias se categorizaron de la siguiente forma:

Sentido numérico: En la justificación utiliza componentes del marco del sentido numérico ya explicitado.

Basado en reglas: Utiliza un algoritmo escrito o una regla memorizada.

Parcialmente sentido numérico: Combina en su justificación componentes del sentido numérico con el uso de reglas memorizadas o algoritmos.

Razonamiento incorrecto: Da una explicación matemáticamente incorrecta.

Razonamiento poco claro o incompleto o no argumenta.

A continuación sintetizamos las respuestas a los 3 ítems seleccionados, en cuanto a éxito y estrategias seguidas. Además exponemos los resultados de Yang et al. (2009) para los futuros profesores de primaria que se comentarán en la discusión final del trabajo.

Ítem A

Victoria y María utilizaron unas cintas de colores para una tarea de clase. Victoria utilizó $\frac{30}{31}$ m. y María $\frac{36}{37}$ m. ¿Quién usó más cinta?

El objetivo del ítem es analizar las estrategias para comparar las fracciones $\frac{30}{31}$ y $\frac{36}{37}$.

La respuesta basada en sentido numérico que se espera es la de considerar el 1 como *punto de referencia* y comparar los residuos de las fracciones, es decir, $\frac{1}{31}$ y $\frac{1}{37}$.

La siguiente tabla muestra el porcentaje de éxito y el tipo de respuesta dada por los 67 estudiantes que respondieron al cuestionario, junto a los resultados obtenidos por Yang et al. (2009).

	Grado en Matemáticas			Futuros profesores de Primaria		
	Correcta	Incorrecta	Total	Correcta	Incorrecta	Total
Sentido Numérico	37	4,5	41,5	34	0	34
Basado en reglas	15	12	27	46,5	4	50,5
Razonamiento incorrecto	-	3	3	-	0	0
Razonamiento poco claro/ incompleto/no argumenta	6	18	24	14,5	1	15,5
Blanco	-	4,5	4,5	-	0	0
Total	58	42		95	5	

Tabla1: Porcentajes del ítem A

Se observa que el porcentaje de respuestas correctas (58%) del alumnado del Grado de Matemáticas es superior al de las incorrectas (42%), sin embargo lo consideramos insuficiente para su nivel matemático.

Sentido numérico

El 42% de los alumnos utilizó razonamientos que consideramos basados en sentido numérico, como:

- Averiguar los residuos de las fracciones $\frac{30}{31}$ y $\frac{36}{37}$, tomando el 1 como referente ($\frac{1}{31}$ y $\frac{1}{37}$), y compararlos.

Si una cinta la divides en 31 partes
y te llevas 30 te sobra $\frac{1}{31}$
Si la divides en 37 partes los pedacitos
serán más pequeños y te sobrará $\frac{1}{37}$
 $\frac{1}{37} < \frac{1}{31}$

- Generalizar propiedades numéricas, relacionando las fracciones $\frac{30}{31}$ y $\frac{36}{37}$ con una función racional o con los elementos de una sucesión. Estos razonamientos, utilizados por 6 estudiantes, se pueden considerar de un nivel matemático alto, y distingue el tipo de respuesta que se puede obtener de estudiantes con una fuerte formación matemática.

El cociente $\frac{a}{a+1}$ se aproxima más a 1 cuanto mayor es a .

Porque $\frac{30}{31} < \frac{36}{37}$. da sucesión $\left\{ \frac{n}{n+1} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$
 es creciente $\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n-1)(n+1)}{(n+1)n} = \frac{1}{(n+1)n}$

Basado en reglas

Un 27% de los estudiantes utilizaron razonamientos basados en reglas para responder a este ítem, por ejemplo, reduciendo las fracciones $\frac{30}{31}$ y $\frac{36}{37}$ a común denominador:

Suponemos:

$$\frac{30 \cdot (37)}{31 \cdot (37)} = \frac{1110}{31 \cdot 37}$$

$$\frac{36 \cdot 31}{37 \cdot 31} = \frac{36 \cdot (31)}{37 \cdot 31} = \frac{1090 + 36}{37 \cdot 31} = \frac{1116}{31 \cdot 37}$$

Obviamente

$$\frac{1110}{31 \cdot 37} < \frac{1116}{31 \cdot 37}$$

Razonamiento incorrecto

En este ítem dos alumnos utilizaron un razonamiento incorrecto del tipo:

“María utilizó mayor cantidad de cinta que Victoria porque de 31 cintas, (Victoria) utilizó 30 y María, de 37 utilizó 36. De lo que disponían utilizaron la misma cantidad. Pero María utilizó 36 y Victoria 30”.

Ítem B

Carlos utilizó una calculadora para efectuar la operación

$$0,4975 \times 9428,8 = 4690828$$

Pero olvidó escribir la coma decimal. Usa estimación para encontrar el lugar de la coma decimal.

- a) 46,90828
- b) 469,0828
- c) 4690,828
- d) 46908,28
- e) No puedo elegir la respuesta sin realizar el cálculo exacto.

El objetivo del ítem es analizar el uso de *puntos de referencias* para estimar un producto de números decimales (0,4975 como 0,5 ó 9428,8 como 10.000). Se esperaban argumentos del tipo:

- a) $0,4975 \cong 0,5$ luego, $0,4975 \times 9428,8 \cong 0,5 \times 9428,8 = \frac{9428,8}{2} \cong 4690,828$.
- b) $9428,8 \cong 10000$ luego, $0,4975 \times 9428,8 \cong 0,4975 \times 10000 \cong 4690,828$.

Obsérvese que si se efectúa la operación, los dos últimos dígitos del resultado son ceros. Esto hay que tenerlo en cuenta si se aplica la regla de decidir el número de decimales del resultado, en función del número de decimales de cada uno de los factores.

La tabla 2 muestra los resultados obtenidos, junto a los de Yang et al. (2009), clasificando las respuestas correctas o incorrectas según el tipo de razonamiento:

	Grado en Matemáticas			Futuros profesores de Primaria		
	Correcta	Incorrecta	Total	Correcta	Incorrecta	Total
Sentido Numérico	30	3	33	24,5	0	24,5
Parcialmente sentido numérico	1,5	7,5	9	2,5	12,5	15
Basado en reglas	0	43	43	2	52	54
Razonamiento incorrecto	-	1,5	1,5	-	0	0
Razonamiento poco claro/ incompleto/ no argumenta	4,5	9	13,5	2,5	4	6,5
Total	36	64		31,5	68,5	

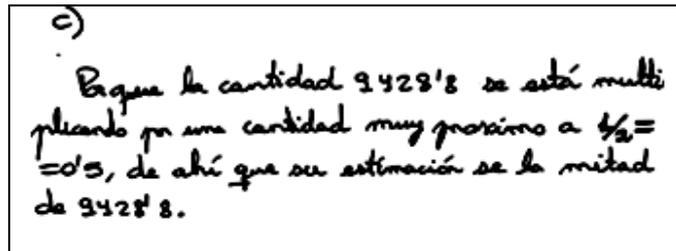
Tabla 2: Porcentajes del ítem B

Teniendo en cuenta la dificultad de la pregunta y el nivel de conocimiento matemático de los alumnos, el porcentaje de respuestas correctas (36%) está fuera de los resultados esperados, aunque la mayoría usa razonamientos basados en sentido numérico. En las respuestas incorrectas predominan las basadas en reglas (43%), aunque encontramos una mayor variedad de razonamientos.

Sentido numérico

Las respuestas con razonamientos de sentido numérico combinan los *puntos de referencia* con otras componentes del sentido numérico, como la *estimación* o el *efecto de las operaciones*.

Uno de los razonamientos empleado consiste en usar *puntos de referencia*, aproximando 0,4975 a 0,5 y aplicar *relaciones entre las operaciones* para simplificar la *estimación*.

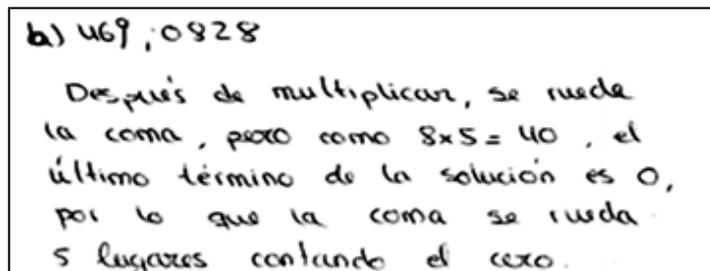


c)
 Porque la cantidad $9428'8$ se está multi-
 plicando por una cantidad muy proximo a $\frac{1}{2} =$
 $= 0'5$, de ahí que su estimación se la mitad
 de $9428'8$.

Las respuestas de dos alumnos fueron clasificadas como incorrectas con razonamiento de sentido numérico, porque siguieron un razonamiento análogo al ejemplo presentado, pero inexplicablemente eligieron una opción incorrecta.

Parcialmente sentido numérico

Las estrategias en las que se combinan una regla con un razonamiento de sentido numérico se clasifican como parcialmente sentido numérico. En este ítem, 5 alumnos hicieron uso del sentido numérico y al mismo tiempo emplearon una regla, aunque no obtuvieron la respuesta correcta:



b) $469,0928$
 Después de multiplicar, se mueve
 la coma, pero como $8 \times 5 = 40$, el
 último término de la solución es 0,
 por lo que la coma se mueva
 5 lugares contando el cero.

Basado en reglas

Un 43% de los alumnos utilizaron un razonamiento basado en reglas, usando técnicas memorizadas, relacionadas con averiguar el número de decimales del resultado en función del número de decimales de los factores multiplicados. En este caso, los alumnos no observaron que el producto de los dos factores acaba en dos ceros y eligieron una opción errónea.

a)

La coma se coloca, de derecha a izquierda, tantos lugares como decimales tengan los factores.

Es decir $0,4975 \rightarrow$ tiene 4 decimales
 $9428,8 \rightarrow$ tiene 1 decimal
5 decimales
 (lugares)

Los errores en el ajuste del valor posicional de la cifras se han detectado en trabajos previos sobre estimación y cálculo mental (Gómez, 1995; De Castro, Castro y Segovia, 2004). Indican los autores que estos tipos de errores reflejan una debilidad de la comprensión del valor posicional y sobre la coma decimal, que queda oculta cuando el trabajo se realiza con algoritmos escritos.

Ítem C

Tomás caminó $0,4828$ km., Juan caminó $\frac{13}{38}$ km., María caminó $\frac{8}{15}$ km., Julia caminó $\frac{17}{16}$ km., David caminó $0,966$ km. y José caminó $\frac{7}{29}$ km.
 Ordena las distancias que recorrieron de mayor a menor.

En el ítem C se dan medidas expresadas con fracciones y decimales, con el objetivo de ordenarlas de mayor a menor. Se esperaba que los alumnos tomaran puntos de referencia para comparar los números (por ejemplo, $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$), sin necesidad de expresar todas las medidas en forma decimal o con fracciones de igual denominador.

De las respuestas obtenidas más de la mitad fueron incorrectas (58%), tal y como se muestra en la tabla 3.

	Grado en Matemáticas			Futuros profesores de Primaria		
	Correcta	Incorrecta	Total	Correcta	Incorrecta	Total
Sentido Numérico	30	13	43	24	0	24
Basado en reglas	7,5	7,5	15	64	7	71
Razonamiento incorrecto	-	12	12	-	0	0
Razonamiento poco claro/ incompleto/ no argumenta	4,5	19,5	24	3	2	5
Blanco	-	6	6	-	0	0
Total	42	58		91	9	

Tabla 3: Porcentajes del ítem C

Como en los ítems anteriores, son porcentajes de éxito bajos para estudiantes del Grado de Matemáticas. Analizamos a continuación algunas estrategias.

Sentido numérico

Un 43% de las respuestas presentan argumentos de sentido numérico, como hacer uso de los *puntos de referencia* 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ para comparar las medidas.

$$\begin{array}{l} \frac{7}{29} \approx \frac{1}{4} = \frac{7}{28} \\ 0,4328 \leq \frac{1}{2} \\ \frac{13}{38} \approx \frac{1}{3} = \frac{13}{39} \\ \frac{8}{15} > \frac{1}{2} \\ \frac{17}{16} > 1 \\ 0,966 \approx 1 \\ \text{ordenar las fracciones} \end{array}$$

Varios alumnos utilizaron estos razonamientos olvidando alguna medida en la respuesta final, por lo que se clasificó como incorrecta, con razonamiento de sentido numérico.

Basado en reglas

Las respuestas que usaron algoritmos para obtener la forma decimal de todas las medidas se clasificaron como basadas en reglas.

$$\begin{array}{l} 130 \overline{) 138} \\ \underline{0'3} \\ \text{Juan} \end{array} \quad \begin{array}{l} 80 \overline{) 115} \\ \underline{5'0'5} \\ \text{María} \end{array} \quad \begin{array}{l} 47 \overline{) 116} \\ \underline{1'1} \\ \text{Julia} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 30 \overline{) 29} \\ \underline{0'2} \\ \text{Joscé} \end{array}$$

Razonamiento incorrecto

Este ítem presenta un alto porcentaje de respuestas con razonamiento incorrecto (12%). Una respuesta común en este grupo es la siguiente:

Lo ordenamos según la distancia que hay entre el numerador y el denominador. Cuando la distancia es más grande, el número es más pequeño.

De nuevo es este un argumento de una bajo nivel para estudiantes de formación matemática superior.

Discusión final

Si se compara las respuestas de los estudiantes del Grado en Matemáticas con las de los futuros profesores de primaria (Yang et al., 2009) en los tres ítems, se observa que los porcentajes de éxito de estos últimos son considerablemente superiores en los ítems A y C, y ligeramente inferior en el ítem B (tablas 1, 2 y 3). Este resultado es llamativo por la diferencia que existe entre los dos grupos, en cuanto a formación matemática.

Este hecho coincide con que el porcentaje de razonamientos basados en reglas es también mucho mayor en los ítems A y C, en los futuros profesores de primaria. La relación entre un mayor porcentaje de respuestas correctas y un mayor porcentaje de razonamientos basados en reglas nos lleva a considerar que, una posible causa del menor éxito de los estudiantes del Grado en Matemáticas puede estar en que se esforzaron por cumplir con la consigna de “no usar algoritmos”.

Sin embargo, los alumnos de matemáticas no siempre tuvieron éxito cuando utilizaron reglas. En el caso del ítem B creemos que los alumnos aplican una regla aprendida (“rodar la coma”) y no reflexionan sobre si el resultado obtenido tiene sentido. Es decir, no demuestran el uso de la componente: *Desarrollar estrategias apropiadas y evaluar lo razonable de una respuesta*.

En el caso del ítem C, los errores de reglas de los alumnos se deben a que en alguna de las divisiones de las fracciones cometen errores de cálculo, quizás provocado por ser un cuestionario realizado con limitación de tiempo o porque están ya poco habituados a realizar algoritmos escritos, pues en su actividad académica emplean otras herramientas de cálculo.

El hecho de usar menos reglas refleja que los estudiantes del Grado en Matemáticas se esforzaron por buscar estrategias diferentes, aunque en algunos casos no fueron correctas. Destacan los porcentajes de respuestas que presentan razonamientos incompletos, incorrectos o poco claros.

Encontramos respuestas de un nivel matemático muy bajo o con razonamientos incorrectos (por ejemplo, relacionar la cantidad de decimales del resultado de un producto, en función de los decimales de cada factor, o bien, ordenar las fracciones por la diferencia entre el numerador y el denominador, sin analizar otros condicionantes). Vemos que hay ideas incorrectas arraigadas en el conocimiento numérico de los alumnos que no les impiden avanzar en su formación matemática superior, ya que no se presentan en las tareas matemáticas que realizan habitualmente.

Frente a esas respuestas básicas, aparecen otras de nivel más alto del requerido, llegando a una generalización propia de la Matemática. Estas respuestas no se dieron en la muestra de Yang et al.(2009), lo que nos lleva a concluir que una mayor formación matemática puede favorecer el uso de estrategias ricas para resolver este tipo de situaciones.

Es de interés que los formadores de futuros profesores de secundaria conozcamos que este alumnado puede presentar determinadas carencias en el sentido numérico. Seguramente estas carencias no sean complejas de superar, dada la formación de los estudiantes. Como indican Markovits y Sowder (1994), se trata de reorganizar el conocimiento que se posee de manera diferente. También se debe tratar este tópico en asignaturas relacionadas con Didáctica de las Matemáticas de su formación como

futuros profesores de secundaria. Esto implica analizar tareas y metodologías de aula que fomenten el sentido numérico, tomando conciencia de su importancia en la enseñanza obligatoria.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte del proyecto EDU2011-29324: Modelos de competencia formal y cognitiva en pensamiento numérico y algebraico de alumnos de primaria, de secundaria y de profesorado de primaria en formación. Ministerio de Ciencias e Innovación. Madrid.

Referencias

- Alajmi, H.; Reys, R. (2010). Examining eighth grade Kuwaiti students' recognition and interpretation of reasonable answers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8, 117-139.
- Alsawaie, O.N. (2011). Number sense- based strategies used by high-achieving sixth grade students who experienced reform textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 26, 1-27.
- Brocardo, J.; Serrazina, L.; Rocha, I.; Mendes, F.; Menino, H.; Ferreira, E. (2008). Um projecto centrado no sentido do número. En R. Luengo et al. (eds.) *Actas XII Simposio de la SEIEM*. Badajoz.
- De Castro, C.; Castro, E.; Segovia, I. (2004). Errores en el ajuste del valor posicional en tareas de estimación: Estudio con maestros en formación. En E. Castro y E. de la Torre (eds.) *Actas del VIII Simposio de la SEIEM*, pp.183-194. A Coruña: Universidade da Coruña.
- Faulkner, V. (2009). Components of Number sense: An instructional model for teachers. *Teaching Exceptional Children*, 41(5), 24-30.
- Gómez, B. (1995). Tipología de errores en el cálculo mental. Un estudio en el contexto educativo. *Enseñanza de las Ciencias*, 13(3), 313-325.
- McIntosh, A.; Reys, B. J.; Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of mathematics*, 12(3), 2-8.
- Markovits, Z.; Sowder, J. (1994). Developing number sense: an intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematic Education*, 25(1) 4-29.
- Menino, H.; Tvaes, D; Quaresma, A.; Rodrigues, M. (2011). El sentido del número en los futuros profesores de 1^{er} ciclo, dos estudios de caso. En M. Marín et al. (eds.) *Actas XV Simposio de la SEIEM*, pp. 439-449. Ciudad Real.
- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. En Grouws, D. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 245-275. MacMillan Publishing Company. New York.
- Tsao, Y. (2004). Exploring the connections among number sense, mental computation performance, and the written computation performance of elementary preservice school teachers. *Journal of College Teaching and Learning*, 1(12), 71-90.

- Veloo, P.K. (2010). *The development of number sense and mental computation proficiencies: An intervention study with secondary one students in Brunei Darussalam*. Dr. Ph. University of Otago, Dunedin. New Zealand.
- Yang, D.C.; Li, M.N.; Lin, C.I. (2008). A study of the performance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6, 789-807.
- Yang, D.C.; Reys, R.; Reys, B.J. (2009). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7, 383-403.