



**DIFICULTADES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN  
BÁSICA EN LA OBTENCIÓN E INTERPRETACIÓN DE LAS MEDIDAS DE  
TENDENCIA CENTRAL**

**KATHERINE CUBIDES  
LEYDI DIANA ROSADA**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN  
MATEMÁTICA (3470)  
SANTIAGO DE CALI, AGOSTO DE 2011**



**DIFICULTADES QUE PRESENTAN LOS  
ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN BÁSICA EN LA  
OBTENCIÓN E INTERPRETACIÓN DE LAS  
MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL**



KATHERINE CUBIDES 0429906  
LEYDI DIANA ROSADA 0431277

Trabajo de grado presentado para optar el título de licenciado en educación básica  
con énfasis en matemática.

Tutor:  
RUBEN DARÍO CORRALES

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
ÁREA DE EDUCACIÓN DE MATEMÁTICA  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN  
MATEMÁTICA (3470)  
SANTIAGO DE CALI  
2011**

Nota de aceptación

---

---

---

---

Jurado

---

María Teresa Narváez

Jurado

---

Diego Díaz

Santiago de Cali, Agosto 2011

## **AGRADECIMIENTOS**

*En primer lugar agradecer a Dios por habernos permitido terminar nuestra carrera universitaria y por brindarnos fortaleza día a día para enfrentar los obstáculos que se presentaban.*

*A nuestra familia por apoyarnos y enseñarnos que la perseverancia y el esfuerzo son el camino para lograr nuestras metas propuestas.*

*A nuestro Director de Tesis, no sólo por ofrecernos sus valiosos conocimientos y su experiencia profesional, sino también por animarnos y alentarnos en cada una de las fases de nuestra tesis de grado.*

*Al Colegio Académico “El Poblado” por brindarnos el espacio para realizar el trabajo de investigación, especialmente a las directivas, los estudiantes de grado sexto y el profesor de matemáticas.*

*A nuestros profesores por la disposición que tuvieron al brindarnos sus conocimientos y que nos permitieron formarnos como futuros profesionales.*

*Finalmente a nuestros compañeros y amigos que estuvieron en el proceso de nuestra formación, donde vivimos momentos agradables y compartimos experiencias que dejan huella para nuestras vidas.*

## TABLA DE CONTENIDO

|   | pág. |
|---|------|
| RESUMEN.....  | 14   |
| INTRODUCCIÓN .....  | 15   |
| JUSTIFICACIÓN .....   | 17   |
| OBJETIVOS .....   | 23   |
| Objetivo General.....   | 23   |
| Objetivos Específicos .....   | 23   |
| PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....   | 24   |
| Formulación del Problema.....   | 25   |
| CAPITULO I.....   | 26   |
| 1.1 Marco Teórico.....  | 26   |
| 1.1.1 Perspectiva Histórica .....   | 27   |
| 1.1.2 Noción de estadística:.....   | 29   |
| 1.1.3 Medidas de Tendencia Central .....  | 31   |
| 1.1.3.1 La media aritmética .....   | 32   |
| 1.1.3.2 La Mediana .....  | 35   |
| 1.1.3.3 La moda .....   | 36   |
| 1.2 Marco Metodológico .....  | 37   |
| 1.3 Historia y Epistemología de la Estadística en el Currículo.....   | 44   |
| 1.3.1 La Estadística en el Currículo de Matemáticas .....   | 45   |
| 1.3.2 Renovación curricular de matemáticas en Colombia: Impulso al estudio de los sistemas de datos .....                   | 46   |
| 1.3.3 Desarrollo del Pensamiento Aleatorio: uno de los Lineamientos Básicos en el Currículo de Matemáticas de Colombia..... | 49   |
| 1.3.4 La estadística y el análisis de datos en el contexto escolar .....  | 50   |
| 1.3.5 ¿Qué plantean los estándares referentes al pensamiento aleatorio? .....   | 52   |
| CAPITULO 2 .....  | 54   |
| 2.1.1 Caracterización de la población .....   | 55   |
| 2.1.2 Objetivo del problema propuesto # 1 .....   | 55   |
| 2.1.2.1 Solución del Problema propuesto. ....   | 56   |
| 2.1.2.2 Resultados del problema propuesto. ....   | 59   |
| 2.1.2.3 C1. Respuestas referentes a la mediana. ....  | 59   |
| 2.1.2.4 C2. Respuestas referentes a la media aritmética.....  | 63   |
| 2.1.2.5 C3. Fallan en la resolución algorítmica para encontrar la media.....  | 66   |
| 2.1.2.6 C4. No usa medida de tendencia central.....   | 68   |

|  |     |
|--|-----|
| 2.1.2.7 C5. Elección de la medida de tendencia central más representativa.....                                       | 68  |
| 2.1.2.8 Análisis del problema, según las funciones semióticas. ....  | 81  |
| 2.1.2.9 Conclusiones del análisis al problema propuesto.....   | 83  |
| 2.1.3 Objetivo del problema propuesto # 2 .....  | 87  |
| 2.1.3.1 Solución del problema propuesto. ....  | 88  |
| 2.1.3.2 Resultados del problema propuesto. ....  | 91  |
| 2.1.3.3 C1. Respuestas basadas en la media aritmética. ....  | 91  |
| 2.1.3.4 C2. Respuestas basadas en la moda. ....  | 93  |
| 2.1.3.5 C3. Usan una estrategia de solución distinta a las medidas de posición central. ....                         | 98  |
| 2.1.3.6 C4. Respuestas relacionadas según la medida de posición central más representativa.....                      | 107 |
| 2.1.3.7 C4.4. Respuesta no relacionada con medidas de posición central.....  | 119 |
| 2.1.3.8 Análisis del problema propuesto, según las funciones semióticas.....   | 124 |
| 2.1.3.9 Conclusiones del análisis del problema propuesto .....   | 125 |
| 2.1.4 Objetivo del problema propuesto # 3. ....  | 128 |
| 2.1.4.1 Solución del problema propuesto .....  | 128 |
| 2.1.4.2 Resultados del problema propuesto. ....  | 131 |
| 2.1.4.3 C1. Respuestas donde los estudiantes seleccionan la opción (a).....  | 131 |
| 2.1.4.4 C1.2. Respuestas donde el estudiante no relaciona su procedimiento con las medidas de tendencia central..... | 136 |
| 2.1.4.5 C2. Respuestas donde los estudiantes seleccionan la opción (b).....  | 139 |
| 2.1.4.6 C3. Respuestas donde los estudiantes seleccionan la opción (d).....  | 140 |
| 2.1.4.7 Análisis del problema propuesto, según las funciones semióticas.....   | 144 |
| 2.1.4.8 Conclusiones del análisis del problema propuesto. ....   | 146 |
| 2.1.5 Objetivo del problema propuesto # 4. ....  | 150 |
| 2.1.5.1 Solución del problema propuesto. ....  | 150 |
| 2.1.5.2 Resultados del problema propuesto. ....  | 151 |
| 2.1.5.3 C1. Utiliza la media aritmética. ....  | 151 |
| 2.1.5.4 C2. Calculan el promedio de notas, usando distintas estrategias.....   | 162 |
| 2.1.5.5 Análisis del problema propuesto, según las funciones semióticas.....   | 174 |
| 2.1.5.6 Conclusiones del análisis del problema propuesto .....   | 176 |
| CONCLUSIONES .....   | 178 |
| RECOMENDACIONES .....  | 181 |

|                   |     |
|-------------------|-----|
| BIBLIOGRAFÍA..... | 183 |
|-------------------|-----|

### LISTA DE FIGURAS

|  | pág. |
|--|------|
| Figura 1. Ejemplo de respuesta C1.1 .....  | 59   |
| Figura 2. Ejemplo de respuesta C1.2 .....  | 60   |
| Figura 3. Ejemplo de respuesta C1.3. ....  | 61   |
| Figura 4. Ejemplo de respuesta C1.4. ....  | 61   |
| Figura 5. Ejemplo de respuesta C1.5 .....  | 62   |
| Figura 6. Ejemplo de respuesta C1.6. ....  | 62   |
| Figura 7. Ejemplo de respuesta C2.1. ....  | 63   |
| Figura 8. Ejemplo de respuesta C2.2 .....  | 64   |
| Figura 9. Ejemplo de respuesta C2.2. ....  | 64   |
| Figura 10. Ejemplo de respuesta C2.3. .... | 65   |
| Figura 11. Ejemplo de respuesta C2.4.....  | 66   |
| Figura 12. Ejemplo de respuesta C3.1. .... | 67   |
| Figura 13. Ejemplo de respuesta C3.2 ..... | 67   |
| Figura 14. Ejemplo de respuesta C4.1. .... | 68   |
| Figura 15. Ejemplo de respuesta C5.2 ..... | 69   |
| Figura 16. Ejemplo de respuesta C5.3. .... | 70   |
| Figura 17. Ejemplo de respuesta C5.4 ..... | 71   |
| Figura 18. Ejemplo de respuesta C5.5 ..... | 71   |
| Figura 19. Ejemplo de respuesta C6.1. .... | 72   |
| Figura 20. Ejemplo de respuesta C6.2 ..... | 73   |

|  |    |
|--|----|
| Figura 21. Ejemplo de respuesta C7.1 ..... | 74 |
| Figura 22. Ejemplo de respuesta C7.2 ..... | 74 |
| Figura 23. Ejemplo de respuesta C7.3 ..... | 75 |
| Figura 24. Ejemplo de respuesta C7.3. .... | 75 |
| Figura 25. Ejemplo de respuesta C7.3 ..... | 76 |
| Figura 26. Ejemplo de respuesta C7.3. .... | 76 |
| Figura 27. Ejemplo de respuesta C7.4. .... | 77 |
| Figura 28. Ejemplo de respuesta C7.5. .... | 77 |
| Figura 29. Ejemplo de respuesta C7.5. .... | 78 |
| Figura 30. Ejemplo de respuesta C7.5. .... | 78 |
| Figura 31. Ejemplo de respuesta C7.5. .... | 78 |
| Figura 32. Ejemplo de respuesta C7.6. .... | 79 |
| Figura 33. Ejemplo de respuesta C7.6. .... | 79 |
| Figura 34. Ejemplo de respuesta C7.6. .... | 80 |
| Figura 35. Ejemplo de respuesta C7.6. .... | 80 |
| Figura 36. Ejemplo de respuesta C7.6 ..... | 81 |
| Figura 37. Ejemplo de respuesta C7.6. .... | 81 |
| Figura 38. Ejemplo de respuesta C1.1 ..... | 92 |
| Figura 39 Ejemplo de respuesta C1.2. ....  | 93 |
| Figura 40. Ejemplo de respuesta C1.2. .... | 93 |
| Figura 41. Ejemplo de respuesta C2.1. .... | 94 |
| Figura 42. Ejemplo de respuesta C2.2. .... | 95 |
| Figura 43. Ejemplo de respuesta C2.3. .... | 96 |
| Figura 44. Ejemplo de respuesta C2.4. .... | 97 |



|  |     |
|--|-----|
| Figura 45. Ejemplo de respuesta C2.5. ....   | 97  |
| Figura 46. Ejemplo de respuesta C2.5. ....   | 98  |
| Figura 47. Ejemplo de respuesta C2.7. ....   | 98  |
| Figura 48. Ejemplo de respuesta C3.1. ....   | 99  |
| Figura 49. Ejemplo de respuesta C3.2. ....   | 100 |
| Figura 50. Ejemplo de respuesta C3.3. ....   | 100 |
| Figura 51. Ejemplo de respuesta C3.4. ....   | 101 |
| Figura 52. Ejemplo de respuesta C3.5. ....   | 101 |
| Figura 53. Ejemplo de respuesta C3.6. ....   | 102 |
| Figura 54. Ejemplo de respuesta C3.7. ....   | 102 |
| Figura 55. Ejemplo de respuesta C3.8. ....   | 103 |
| Figura 56. Ejemplo de respuesta C3.9. ....   | 103 |
| Figura 57. Ejemplo de respuesta C3.10. ....  | 104 |
| Figura 58. Ejemplo de respuesta C3.11.....   | 105 |
| Figura 59. Ejemplo de respuesta C3.12. ....  | 105 |
| Figura 60. Ejemplo de respuesta C3.13. ....  | 106 |
| Figura 61. Ejemplo de respuesta C3.14. ....  | 106 |
| Figura 62. Ejemplo de respuesta C4.1.1. .... | 108 |
| Figura 63. Ejemplo de respuesta C4.1.2. .... | 108 |
| Figura 64. Ejemplo de respuesta C4.1.3. .... | 109 |
| Figura 65. Ejemplo de respuesta C4.1.4. .... | 110 |
| Figura 66. Ejemplo de respuesta C4.2.1. .... | 111 |
| Figura 67. Ejemplo de respuesta C4.2.2. .... | 112 |
| Figura 68. Ejemplo de respuesta C4.2.3. .... | 112 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 69. Ejemplo de respuesta C4.2.4. ....  | 113 |
| Figura 70. Ejemplo de respuesta C4.3.1. ....  | 114 |
| Figura71. Ejemplo de respuesta C4.3.2. ....   | 114 |
| Figura 72. Ejemplo de respuesta C4.3.3. ....  | 115 |
| Figura 73. Ejemplo de respuesta C4.3.4. ....  | 115 |
| Figura 74. Ejemplo de respuesta C4.3.5. ....  | 116 |
| Figura 75. Ejemplo de respuesta C4.3.6. ....  | 116 |
| Figura 76. Ejemplo de respuesta C4.3.7. ....  | 117 |
| Figura 77. Ejemplo de respuesta C4.3.8. ....  | 118 |
| Figura 78. Ejemplo de respuesta C4.3.8. ....  | 118 |
| Figura 79. Ejemplo de respuesta C4.3.9. ....  | 119 |
| Figura 80. Ejemplo de respuesta C4.3.10. .... | 119 |
| Figura 81. Ejemplo de respuesta C4.4.1. ....  | 120 |
| Figura 82. Ejemplo de respuesta C 4.4.2. .... | 121 |
| Figura 83. Ejemplo de respuesta C4.4.3. ....  | 121 |
| Figura 84. Ejemplo de respuesta C4.4.4. ....  | 122 |
| Figura 85. Ejemplo de respuesta C4.4.5. ....  | 122 |
| Figura 86. Ejemplo de respuesta C4.4.6. ....  | 123 |
| Figura 87. Ejemplo de respuesta C4.4.7. ....  | 124 |
| Figura 88. Ejemplo de respuesta C1.1. ....    | 132 |
| Figura 89. Ejemplo de respuesta C1.1. ....    | 133 |
| Figura 90. Ejemplo de respuesta C1.1. ....    | 134 |
| Figura 91. Ejemplo de respuesta C1.1. ....    | 135 |
| Figura 92. Ejemplo de respuesta C1.1. ....    | 136 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 93. Ejemplo de respuesta C1.2. ....  | 137 |
| Figura 94. Ejemplo de repuesta C1.2. ....   | 137 |
| Figura 95. Ejemplo de respuesta C1.2. ....  | 138 |
| Figura 96. Ejemplo de respuesta C1.2. ....  | 139 |
| Figura 97. Ejemplo de respuesta C1.2. ....  | 139 |
| Figura 98. Ejemplo de respuesta C2.1. ....  | 140 |
| Figura 99. Ejemplo de respuesta C3.1. ....  | 141 |
| Figura 100. Ejemplo de respuesta C3.1. .... | 141 |
| Figura 101. Ejemplo de respuesta C3.2. .... | 142 |
| Figura 102. Ejemplo de respuesta C3.3. .... | 142 |
| Figura 103. Ejemplo de respuesta C3.4. .... | 143 |
| Figura 104. Ejemplo de respuesta C3.5. .... | 144 |
| Figura 105. Ejemplo de respuesta C1.1. .... | 152 |
| Figura 106. Ejemplo de respuesta C1.1. .... | 153 |
| Figura 107. Ejemplo de respuesta C1.2. .... | 153 |
| Figura 108. Ejemplo de respuesta C1.3. .... | 154 |
| Figura 109. Ejemplo de respuesta C1.3. .... | 155 |
| Figura 110. Ejemplo de respuesta C1.3.....  | 155 |
| Figura 111. Ejemplo de respuesta C1.4.....  | 156 |
| Figura 112. Ejemplo de respuesta C1.5.....  | 157 |
| Figura 113. Ejemplo de respuesta C1.6.....  | 158 |
| Figura 114. Ejemplo de respuesta C1.7.....  | 158 |
| Figura 115. Ejemplo de respuesta C1.7.....  | 159 |
| Figura 116. Ejemplo de respuesta C1.8.....  | 160 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 117. Ejemplo de respuesta C1.9.....   | 161 |
| Figura 118. Ejemplo de respuesta C1.10.....  | 161 |
| Figura 119. Ejemplo de respuesta C1.11.....  | 162 |
| Figura 120. Ejemplo de respuesta C2.1. ....  | 163 |
| Figura 121. Ejemplo de respuesta C2.2. ....  | 164 |
| Figura 122. Ejemplo de respuesta C2.3. ....  | 164 |
| Figura 123. Ejemplo de respuesta C2.4. ....  | 165 |
| Figura 124. Ejemplo de respuesta C 2.5. .... | 165 |
| Figura 125. Ejemplo de respuesta C 2.6. .... | 166 |
| Figura 126. Ejemplo de respuesta C2.6. ....  | 166 |
| Figura 127. Ejemplo de respuesta C2.7. ....  | 167 |
| Figura 128. Ejemplo de respuesta C2.8. ....  | 167 |
| Figura 129. Ejemplo de respuesta C2.9. ....  | 168 |
| Figura 130. Ejemplo de respuesta C2.10. .... | 169 |
| Figura 131. Ejemplo de respuesta C2.11.....  | 170 |
| Figura 132. Ejemplo de respuesta C2.12. .... | 170 |
| Figura 133. Ejemplo de respuesta C2.13. .... | 171 |
| Figura 134. Ejemplo de respuesta C2.14. .... | 172 |
| Figura 135. Ejemplo de respuesta C2.14. .... | 173 |
| Figura 136. Ejemplo de respuesta C2.15. .... | 173 |

## LISTA DE TABLAS

|  | pág. |
|--|------|
| Tabla 1. Funciones semióticas referentes al problema # 1 ..... | 82   |
| Tabla 2. Funciones semióticas referentes al problema # 2 ..... | 124  |
| Tabla 3. Funciones Semióticas referentes al problema # 3. .... | 145  |
| Tabla 4. Funciones Semióticas referentes al problema # 4 ..... | 175  |

## RESUMEN

En el presente trabajo se pretende evidenciar las dificultades que los estudiantes de Educación Básica, presentan en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central, buscando si hay un ajuste entre el significado institucional y el personal construido por los estudiantes, para ello se realizará un taller diagnóstico que se aplicará en la Institución “Colegio Académico el Poblado”.

La motivación de este proyecto surge a las diversas inquietudes personales en torno al aprendizaje de la estadística, puesto que en muchas investigaciones, realizadas por Carmen Batanero, principalmente, manifiestan que la importancia que se le da a la educación estadística es mínima, por eso se dificulta su aprendizaje y el estudiante no se forma en una cultura estadística adecuada, donde razone, reflexione y dote de significado esos conceptos estadísticos.

Para el estudio de las dificultades que se pueden evidenciar en el taller diagnóstico, se elaborará una rejilla de análisis, teniendo en cuenta las seis funciones semióticas citadas por Godino, esto con el propósito de mejorar la enseñanza-aprendizaje de la estadística.

**Palabras claves:** *Estadística, Medidas de Tendencia Central (Media, mediana y moda), funciones semióticas, Educación Estadística y Cultura Estadística.*

## INTRODUCCIÓN

El trabajo de investigación que se presenta a continuación se encuentra ubicado dentro del marco de la línea de didáctica, particularmente en la estadística. Está encaminado al estudio de las dificultades que los estudiantes presentan en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central, en la resolución de problemas, es decir la forma en que ellos reflexionan, analizan y ponen de manifiesto los conocimientos de los cuales se han apropiado. Es por esto que uno de los objetivos es presentar un análisis de las dificultades que se obtengan, mediante un taller diagnóstico y desarrollar así un documento que permita servir en un futuro a los docentes en formación que en su práctica enseñen estadística, esto con el propósito de que los docentes puedan reflexionar acerca de distintas estrategias que motiven al estudiante, y formen en él, el pensamiento estocástico, así lograr un aprendizaje verdaderamente significativo.

En la investigación se intenta evidenciar las dificultades que tienen los estudiantes en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central con ayuda de un taller diagnóstico que permitirá arrojar unos resultados que se apoyarán en distintas investigaciones que han alertado de la existencia de dificultades de comprensión, como también sobre el uso de estrategias incorrectas de razonamiento estadístico, entre ellos se encuentra Russell y Mokros (1991), Batanero (1999), Vallecillos (2000), entre otros. Todo ello con el objetivo de dar una posible respuesta

y solución a lo que diariamente se presenta en el aula y que se convierte en un obstáculo<sup>1</sup> en el aprendizaje del estudiante.

Hay que tener en cuenta que la motivación que se tiene para la realización de este trabajo, por las diversas incógnitas que surgen de la práctica docente al enseñar estadística en las aulas de clase, aunque en la actualidad la estadística se ha incorporado, de forma generalizada en el currículo de matemáticas de la enseñanza de primaria y secundaria, todavía se encuentra que la estadística no es enseñada en las aulas de clase o se deja para el último período, cuando es una ciencia que le aporta al estudiante distintas herramientas para un futuro en las diferentes actividades que realizará en su formación profesional.<sup>2</sup>

Este trabajo tiene el propósito de incentivar a los docentes sobre la importancia que tiene la estadística para ser enseñada en las aulas de clase y la gran responsabilidad que exige, brindándole al estudiante la motivación y las actividades enmarcadas en la resolución de problemas que permitan la comprensión en las medidas de tendencia central, que van hacer de gran ayuda en su formación profesional y en sus cursos universitarios posteriores. Como también incentivar a los

---

<sup>1</sup>Obstáculo: tanto Bachelard como Brousseau caracterizan un obstáculo como: aquel conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente este conocimiento resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta con nuevos problemas. SOCAS, Martin. Capítulo V Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria.

<sup>2</sup> En palabras de María Asunción Estrada: Asistimos, por tanto, a un círculo vicioso, en el que los profesores, faltos de formación, van generando actitudes negativas hacia la materia infravalorando su utilidad, percibiéndolo como un contenido difícil que no pueden llegar a dominar, dudando de su capacidad cognitiva y asumiendo que este tema no debe incluirse en la formación básica de los alumnos. Estos sentimientos de rechazo le lleva inconscientemente a posponer su autoformación estadística, a prescindir del uso de instrumento que podría mejorar muchos aspectos de su actuación profesional y, en lo posible, a omitir su enseñanza.

Así mismo como mi experiencia docente en el área de estadística me ha concienciado de las dificultades de conceptos aparentemente sencillos así como la inexistencia de investigaciones relacionadas con las actitudes de los profesores frente al tema. Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado. Abril 2002. Tesis Doctoral.



docentes en la investigación de la educación estadística, fomentando proyectos de aula que le permita al estudiante razonar, reflexionar y así apropiarse del conocimiento estadístico de manera significativa.

## JUSTIFICACIÓN

La estadística es una ciencia que ha ido evolucionando progresivamente, es por ello que el MEN incorporó desde los años setenta el desarrollo del pensamiento aleatorio, con unos contenidos básicos propuestos para la educación básica, porque se vio la necesidad de formar al estudiante con conceptos básicos estadísticos que servirán en un futuro en las actividades que realice diariamente, debido a que hoy se observa como en los medios de comunicación, en el trabajo y aún en otras ciencias se hace necesario conocer y comprender los conceptos básicos de estadística.<sup>3</sup>

BATANERO Y GODINO (2002), en su Proyecto señalan el objetivo de la estadística y las razones fundamentales, por las cuales se debe incluir en la enseñanza desde la educación primaria:

*La estadística es hoy una parte de la educación general deseable para los ciudadanos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de*

---

<sup>3</sup> La relación entre el desarrollo de un país y el grado en que su sistema estadístico produce estadísticas completas y fiables es clara, porque esta información es necesaria para la toma de decisiones acertadas de tipo económico, social y político. Es necesario, entonces, la formación adecuada, no sólo de los técnicos que producen estas estadísticas, sino de los profesionales y ciudadanos que deben interpretarlas y tomar a su vez decisiones basadas en esta información, así como de los que deben colaborar en la obtención de los datos requeridos. Los propios estadísticos han sentido la necesidad de conseguir que la sociedad valore y colabore en su trabajo y han entendido que ello pasa por la educación estadística básica para todos. Como señala Ottaviani (1998): “los estadísticos sienten la necesidad de difusión de la estadística, no sólo como una técnica para tratar los datos cuantitativos, sino como una cultura, en términos de capacidad de comprender la abstracción lógica que hace posible el estudio cuantitativo de los fenómenos colectivos” (Pág. 1). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. Carmen Batanero y Juan D. Godino.

*tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios de comunicación. Las principales razones que fundamentan la enseñanza de la estadística son las siguientes:*

*Es útil para la vida posterior a la escuela, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema.*

*Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva, apoyada en los datos, frente a criterios subjetivos.*

*Ayuda a comprender los restantes temas del currículo, tanto de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos<sup>4</sup>.*

Parece ser que en la actualidad colombiana esta medida no ha sido suficiente para que en las aulas escolares se introdujera la estadística como ciencia fundamental en el desarrollo cognitivo del estudiante, es por eso que actualmente ésta ciencia de los datos está siendo objeto de investigación, Godino & Batanero quienes han sido trascendentales en las mejoras de los avances que ha tenido la Educación Estadística<sup>5</sup>, puesto que han publicado varios textos que llevan a repensar la actitud que el maestro tiene frente a la estadística, debido a que es el docente el principal mediador del conocimiento estadístico. Por ello, es esencial crear situaciones de aplicación reales para introducir los conceptos aleatorios, donde se trabaje situaciones

---

<sup>4</sup> Ver el texto Batanero, C. & Godino, J. (2001). Estocástica y su didáctica para maestros. Pág. 27.

<sup>5</sup> Entendemos por Educación Estadística el campo de investigación, desarrollo e investigación, constituido por todas aquellas personas (educadores estadísticos) que se interesan o trabajan por mejorar la enseñanza, el aprendizaje, la comprensión, la valoración, el uso o las actitudes hacia la estadística. Batanero, C. Presente y futuro de la Educación Estadística.

de enseñanza abiertas, orientadas hacia proyectos y experiencias en el marco aleatorio y estadístico, susceptibles de cambios y resultados inesperados e imprevisibles<sup>6</sup>, fomentando en el estudiante una cultura estadística<sup>7</sup>.

La estadística es una ciencia que tiene su propia forma de razonamiento, de análisis y de reflexión, debido a que propone un mayor uso del pensamiento inductivo, permite que los estudiantes infieran de manera distinta en una situación particular, las cuales van a tener diferentes posibilidades de ser ciertas, por ello no es suficiente enseñarle al estudiante una serie de procedimientos y algoritmos para encontrar la solución a un problema, sino por el contrario desarrollar en el estudiante la capacidad de análisis y reflexión<sup>8</sup>.

Por su parte MOORE, aclara:

*La Estadística es la ciencia de los datos con más precisión, el objeto de la estadística es el razonamiento a partir de datos empíricos. La estadística es una disciplina científica, autónoma que tiene sus métodos específicos de razonamiento.*

---

<sup>6</sup> Los proyectos y experiencias estadísticos que resultan interesantes y motivadoras para los estudiantes, generalmente consideran temas externos a las matemáticas lo cual favorece procesos interdisciplinarios de gran riqueza. (Lineamientos Curriculares. Ministerio de Educación Nacional. 1998. Pág. 71.

<sup>7</sup> La cultura estadística “ que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” ( Gal, en prensa, Pág. 3 del manuscrito). Batanero, Bernabeu. Carmen. Presente y Futuro de la Educación Estadística; Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de granada, [batanero@ugr.es](mailto:batanero@ugr.es), <http://www.urg.es/local/batanero>.

<sup>8</sup> Según María Asunción Estrada en su tesis doctoral titulada: análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado, comenta que no se trata de que el ciudadano sepa como deducir formulas y exponer teorías, sino dar una base solida de conceptos básicos necesarios a la hora de tomar decisiones, informarse o incluso crearse una opinión. Además cita a Tanur (1992) quien dice: es evidente que para cualquier persona “educada” es un objetivo serio y legítimo llega a conocer a apreciar la importancia de los métodos estadísticos que le ayudarán a entender y valorar mejor el complejo mundo físico y social en el que vivimos. Pág.19.

*Aunque es una ciencia matemática, no es un subcampo de la matemática, no es una colección de métodos.*<sup>9</sup>

Por lo expuesto anteriormente, se podría inferir que en las aulas de clase no se le está dando la importancia que merece la estadística, para ser enseñada, lo cual hace que se cometan diversos errores y dificultades en el aprendizaje de la misma, como lo indica Silvia Azucena Mayén, en su tesis doctoral:

*BATANERO (2000) indica que: nos encontramos con la paradoja de pedir a los profesores que impartan un nuevo contenido, para el que no todos han tenido una formación didáctica específica. Por otro lado, el número de investigaciones sobre la enseñanza de la estadística es aún escaso, y sólo estamos comenzando a conocer las principales dificultades de los alumnos en los conceptos más importantes.*<sup>10</sup>

Es por ello que los estudiantes presentan errores, debido a que los docentes tienen una actitud negativa frente a ello, lo cual hace que se omita su enseñanza o si se enseña, se haga de una manera generalizada, lo que no permite que el estudiante se apropie de esos conocimientos estadísticos que son de vital importancia para sus estudios posteriores.<sup>11</sup>

---

<sup>9</sup> Ver el texto Ministerio de Educación Nacional (2004). Pensamiento Estadístico y Tecnologías Computacionales. Pág. 12.

<sup>10</sup> Como lo señala Silvia Mayén: “Así también, de que en mi propia experiencia y la de otros compañeros, la estadística recibe poca atención dentro de las clases de matemáticas, a pesar de la importancia que tiene para la formación de los estudiantes, desde la primaria hasta la universidad.”

<sup>11</sup> Como se señala en un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores de formación y en ejercicio, según Estrada, Batanero y Fortuny, quienes afirman que:

La estadística es, según Estrada (2001) una materia frecuentemente olvidada por el profesor en la enseñanza obligatoria a pesar de su utilidad reconocida y de figurar en las directrices curriculares. Otro aspecto que señala es la dificultad que los docentes mismos encuentran en la materia. Para Gattuso y Pannone (2002), una posible explicación es la escasa preparación en la disciplina con la que el profesor termina sus estudios, lo que hace que cuente con pocos recursos para su enseñanza. Pág. 264.

Los errores que comúnmente cometen los estudiantes en las medidas de tendencia central, lo mencionan BATANERO Y GODINO en su libro Estocástica y su didáctica para maestros:

*Moda: Tomar la mayor frecuencia absoluta, en lugar del valor de la variable, también interpretarla como la mayoría de los datos y no lo más frecuente.*

*Mediana: No ordenar los datos para calcular la mediana; calcular el dato central de las frecuencias absolutas ordenadas de forma creciente; hallar la mediana en tablas de frecuencias con los valores de la variable sin tener en cuenta las frecuencias; calcular la moda en vez de la mediana; equivocarse al calcular el valor central.*

*Media: Hallar la media de los valores de las frecuencias; no tener en cuenta la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo de la media.<sup>12</sup>*

En consecuencia es pertinente investigar sobre las dificultades que los estudiantes de educación básica presentan en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central, puesto que le permitirá a los futuros docentes buscar estrategias e implementarlas en el aula de clase para lograr un aprendizaje significativo y de la misma manera motivar al estudiante hacia la resolución de problemas inmersos en esta ciencia, lo cual contribuirá a que el estudiante adopte una postura crítica frente a todas las informaciones que se presentan en su quehacer diario de fenómenos aleatorios.

---

<sup>12</sup> Para mayor información remítase: Batanero, C. & Godino, J. 2002. Estocástica y su didáctica para maestros. Pág. 35.

Para evidenciar las dificultades en las medidas de tendencia central, se diseñará y se aplicará un taller diagnóstico en la institución “Colegio Académico el Poblado” del sector privado ubicada en la ciudad de Cali.

## **OBJETIVOS**

### **Objetivo General**

Reconocer las dificultades que los estudiantes de educación básica presentan en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central, según las funciones semióticas.

### **Objetivos Específicos**

Diseñar un taller diagnóstico que permita evidenciar los conceptos desarrollados por los estudiantes en las Medidas de Tendencia Central.

Evidenciar y analizar mediante una rejilla los resultados del taller diagnóstico, teniendo en cuenta el enfoque ontosemiótico, las respuestas generadas por los estudiantes de educación básica, a la luz de investigaciones que se han realizado en torno a las Medidas de Tendencia Central.

Proponer recomendaciones basadas en los resultados del análisis obtenido, en mejora de la enseñanza estadística en el aula de clase.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A partir de las escasas investigaciones existentes en Educación Estadística<sup>13</sup>, se ven reflejadas ciertas dificultades en el aula de clase, pues en algunos casos los docentes omiten desarrollar el pensamiento aleatorio en el área de matemáticas, o muchas veces es enseñado, pero al final del período y de manera descontextualizada.<sup>14</sup>

Algunos autores preocupados por la enseñanza de la estadística en la escuela, han centrado sus investigaciones en analizar las distintas variables que se pueden presentar en el aula para la comprensión de conceptos estadísticos, entre ellos están Batanero, Godino, Estrada, entre otros, quienes han logrado que la estadística tenga avances significativos como ciencia y también en la enseñanza-aprendizaje.

Actualmente, son escasos los trabajos que se han elaborado referente al tema en cuestión, debido a que en la mayoría de las instituciones de educación básica, consideran que la estadística es una ciencia que puede ser aprendida en poco tiempo, y pareciera que no existen dificultades, además es el profesor de matemáticas el

---

<sup>13</sup> Por otro lado, el número de investigaciones sobre la didáctica de la estadística es aún muy escaso, en comparación con las existentes en otras ramas de las matemáticas. Por ello, no se conocen aun cuales son las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos importantes. Sería también preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística, a la que no siempre se pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas. Las investigaciones existentes no son muy conocidas por los profesores, ya que falta todavía mucha labor de difusión, especialmente de trabajos realizados fuera de nuestro país. Batanero, C. ¿Hacia dónde va la Educación Estadística? (Resumen).

<sup>14</sup> Como lo cita Silvia en su tesis doctoral (2009): Sin embargo, la realidad docente indica que estos contenidos no se enseñan con la profundidad que merecen. En el mejor de los casos, la enseñanza de la estadística es un pretexto para aplicar otros temas matemáticos y ejercitar la capacidad de cálculo o representación gráfica, olvidando el trabajo con datos reales y los aspectos de razonamiento estadístico.



encargado de enseñar ésta ciencia, quien en muchas ocasiones no está suficientemente capacitado para asumir ésta responsabilidad.<sup>15</sup>

Por consiguiente, es pertinente investigar las distintas concepciones que los estudiantes desarrollan frente a situaciones diversas que se presentan, enfocadas en las medidas de tendencia central.

### **Formulación del Problema**

¿Cuáles son las dificultades que los estudiantes de educación básica presentan en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central en variables cualitativas y cuantitativas?

---

<sup>15</sup> Como lo afirma Carmen Batanero, en el documento Presente y Futuro de la Educación Estadística: El alumno no puede asimilar el contenido en un tiempo tan limitado y sólo consigue un aprendizaje memorístico que será incapaz de aplicar en su futura vida profesional. Todos estos problemas se agravan por la masificación de los cursos y la falta de recursos (como laboratorios de informática o profesores ayudantes) que permitan una atención más personalizada y una enseñanza más aplicada de la estadística. No es de extrañar que los alumnos estén desmotivados y la estadística termine siendo una de las asignaturas menos populares para los estudiantes.

## **CAPITULO I**

### **1.1 Marco Teórico**

En el presente trabajo, se tomará en cuenta la evolución que ha tenido la estadística, desde tiempos muy antiguos y como fue institucionalizada en la educación, como también distintos autores que han hablado de esta ciencia, que actualmente ha tomado importancia en las diversas investigaciones que se han hecho, en torno a la educación estadística, debido a que es de gran importancia y en muchas ciencias se hace necesario conocer conceptos básicos para comprender y analizar esos fenómenos aleatorios que se presentan en diversos medios de comunicación, en la universidad y aún en el trabajo. También se tomará en cuenta los conceptos inmersos en las medidas de tendencia central y sus propiedades.

La estadística es una ciencia que está en constante desarrollo, aunque en tiempos atrás esta ciencia no era tenida en cuenta en muchas instituciones, fue en el siglo XX que pasó a considerarse una de las ciencias metodológicas fundamentales y la base del método científico experimental.

### *1.1.1 Perspectiva Histórica*

Desde épocas prehistóricas y en la antigüedad clásica, la necesidad social de dar cuenta de lo que se hace y se tiene, impulsó la generación de registros de información que gradualmente alcanzaron un grado de sofisticación y desarrollo que dieron origen a métodos y técnicas para la obtención, la sistematización y análisis de los datos, que sentaron las bases de lo que hoy se conoce.

Desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, pues ya se utilizaban representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas para contar el número de personas o ciertas cosas.

La estadística progresa notoriamente a partir del siglo XVI junto con las monarquías absolutas y su poderosa estructura administrativa centralizada. También empiezan aparecer las primeras obras de estadística que son más bien descriptivas; una de las más influyentes fue la de Jean Bodin en Francia (1530-1595), que explica la importancia de los censos. A mediados de los siglos XVII, los datos estadísticos empiezan hacer utilizados por los bancos y por las nacientes compañías de seguros. Uno de los autores más importantes y que se le señala como el iniciador de la tendencia conocida con el nombre de estadística investigadora fue Graunt (1620-1674), la cual se oponía a la postura universitaria alemana que se conoce con el nombre de estadística descriptiva.

El primer empleo de los datos estadísticos para fines ajenos a la política tuvo lugar en 1691 a cargo del profesor alemán Gaspar Neumann, quién se propuso a

destruir la antigua creencia popular que en los años terminados en siete moría más gente que en los restantes y para lograrlo hurgó pacientemente en los archivos parroquiales de su ciudad. Después de revisar miles de partidas de defunción pudo demostrar que en tales años no fallecía más personas que en los demás. Los procedimientos de Neumann fueron conocidos por el astrónomo inglés Edmund Halley, quién los aplicó al estudio de la vida humana.

Adolph Quetelet (1796-1874), fue el primero en aplicar métodos modernos al estudio de un conjunto de datos. A Quetelet se le reconoce como el padre de la estadística moderna por su persistencia a recalcar la importancia de aplicar métodos estadísticos. En este punto es justo reconocer la labor desarrollada por Antonio Cournout (1801-1877), tendiente a integrar las leyes de la teoría de la probabilidad al análisis estadístico, esto le dio prestancia a la estadística al tiempo que la dotó de un rigorismo hasta ese momento ausente en sus procedimientos.

Un hecho que contribuyó más al desarrollo de lo que se denomina estadística moderna, es el de la aparición de la distribución normal. La ecuación de la curva asociada a esta distribución fue publicada por primera vez en 1733 por De Moivre.

Entre los contemporáneos de Quetelet y Gauss que contribuyeron al avance de la estadística estaban Florence Nightingale (1820-1901) y Francis Galton (1822-1911).

En el último siglo la estadística se ha desarrollado vertiginosamente, principalmente, al poder determinante que para el desarrollo económico, científico y cultural de los pueblos, representa el manejo adecuado de la información. La estadística ha cambiado sus métodos, sus conceptos se han fortalecido y ha alcanzado

tal grado de perfeccionamiento y especialización que, podría decirse, no existe disciplina científica en la cual no se apliquen los métodos estadísticos como herramienta imprescindible para iniciar cualquier investigación.

### *1.1.2 Noción de estadística:*

Actualmente lo que se pretende con ésta ciencia es proporcionar una cultura estadística, donde los individuos tengan la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación; como también capacidad para discutir o comunicar las opiniones respecto a las informaciones estadísticas, cuando sea relevante.

De acuerdo a lo anterior se presentaran a continuación diferentes definiciones que algunos estadísticos han citado para definir la ciencia:

*La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizado por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final.*<sup>16</sup>

MOORE, (1999), por su parte afirma:

*La estadística es la ciencia de los datos. Con más precisión, el objeto de la estadística es el razonamiento a partir de datos empíricos. La estadística es una*

---

<sup>16</sup> Batanero, Carmen. (2001). Didáctica de la Estadística. Universidad de Granada, España. Pág.9.

*disciplina científica autónoma, que tiene sus métodos específicos de razonamiento. Aunque es una ciencia matemática, no es un subcampo de la matemática. Aunque es una disciplina metodológica, no es una colección de métodos.*<sup>17</sup>

Como se ha dicho anteriormente, la estadística es una ciencia que tiene su propia forma de razonamiento, análisis y reflexión, es decir en la estadística no se busca una respuesta única, sino que por el contrario dependiendo de la situación que se proponga y la recolección de datos que se realice, todas pueden ser igualmente validas.

HOLMES (1980), por su parte afirma: *la estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos.*<sup>18</sup>

Aunque existen muchas definiciones de la estadística, cabe aclarar que la definición que apoya el trabajo de investigación es la que plantea Moore y Carmen Batanero, debido a que la estadística es una ciencia que permite razonar de otra forma, donde existen métodos distintos a los que se plantea en la educación matemática, es por ello que en los estudiantes se debe empezar a crear una cultura estadística, puesto que en muchos casos se encuentra inmersa en situaciones cotidianas.

Este trabajo se apoyará en la estadística descriptiva o exploratoria, puesto que las medidas de tendencia central se encuentran inmersas en ella.

---

<sup>17</sup> Para más información, remitirse a Ministerio de Educación Nacional (2004). Pensamiento estadístico y tecnologías computacionales. Pág.12.

<sup>18</sup> Para más información, remítase al documento: Presente y futuro de la educación estadística. Pág. 4.

*La estadística descriptiva tiene como fin presentar resúmenes de un conjunto de datos y poner de manifiesto sus características, mediante representaciones gráficas. Los datos se usan para fines comparativos, y no se usan principios de probabilidad. El interés se centra en describir el conjunto de datos y no se plantea el extender las conclusiones a otros datos diferentes o a una población<sup>19</sup>*

### *1.1.3 Medidas de Tendencia Central*

A continuación se definirá las medidas de tendencia central, la media, la mediana y la moda, lo cual permitirá una mayor claridad para el avance de la investigación, para ello se tomará dos referentes, el texto escrito por los Docentes Roberto Behar y Mario Yepes y el texto titulado Estocástica y su didáctica para maestros:

*La comparación de dos distribuciones de frecuencias correspondientes por ejemplo, a muestras distintas de una misma variable (como número de hermanos, altura, etc.), puede hacerse de una manera directa por medio de la tabla, o visualmente con ayuda de gráficos estadísticos. Pero también se puede hacer eligiendo un valor representativo de cada muestra. La media, la moda y mediana son soluciones matemáticas idóneas para este tipo de problema según distintas circunstancias. Reciben el nombre de “estadísticos” o características de posición (o tendencia) central.<sup>20</sup>*

---

<sup>19</sup> Para mayor información, remítase: Batanero, C & Godino, J. 2002. Pág. 10.

<sup>20</sup> Para mayor información, remítase: Batanero, C & Godino, J. 2002. Pág. 21.

### 1.1.3.1 La media aritmética

Del texto Estocástica y su didáctica para maestros se define así:

La principal medida de tendencia central, cuando la variable es cuantitativa. Es el número que se obtiene sumando todos los valores de la variable estadística ( $x_i$ ) y dividiendo por el número de valores (N). Si un valor aparece varias veces debe ponderarse por su frecuencia ( $f_i$ ).

Simbólicamente,

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$$

Si se cuenta con una distribución de datos entonces se aplica la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$$

La media es la mejor estimación de una cantidad desconocida, cuando hemos hecho varias medidas de la misma.

La media es la cantidad equitativa a repartir cuando tenemos diferentes cantidades de una cierta magnitud y queremos distribuirla en forma uniforme.

Otras propiedades de la media son las siguientes:

*La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución.*

*El valor medio es influenciado por los valores de cada uno de los datos.*

*La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos. Incluso puede no tener “sentido” para los datos considerados*



*Hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media.*

*La media es un “representante” de los datos a partir de los que ha sido calculada.*

*La media se expresa en las mismas unidades de medida que los datos.*

En el libro de Roberto Behar y Mario Yepes se define la media aritmética de la siguiente forma:

La media aritmética de una muestra de datos  $x_1, x_2, \dots, x_n$  se define como:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Si los datos corresponden a una variable discreta que está organizada en un cuadro de frecuencias, se puede escribir:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} \cdot x_i = \sum_{i=1}^m h_i x_i$$

Propiedades de la Media Aritmética

La suma de las desviaciones\* de los datos con respecto a la media es cero.

\*definimos desviación del dato  $x_i$  respecto al valor "a" como:

$$d_i = x_i - a$$

Así que la propiedad puede escribirse como:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

Como puede apreciarse, las desviaciones de los datos que están a la izquierda de la media tienen signo negativo y las de la derecha signo positivo, por esta razón,

para que la suma de todas sea cero, debe suceder que la suma de las distancias a la media de los de la izquierda de ella debe ser igual a la suma de las distancias a la media de los datos de la derecha, lo cual convierte a la media en el **centro de gravedad**.

La suma de los cuadrados de las desviaciones de los datos con respecto a un valor "a" es mínima cuando  $a = \bar{x}$ . Es decir:

$$f(a) = \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2$$

**Tiene su mínimo en**  $a = \bar{x}$

Si  $x_i = k$  para todo i, o sea si todos los datos son iguales a k, entonces:  $\bar{x} = k$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n k}{n} = \frac{nk}{n} = k$$

Si todos los datos de una muestra se multiplican por una constante, el promedio de dicha muestra resulta multiplicado por la misma constante, es decir:

Si  $y_i = ax_i$ , entonces  $\bar{y} = a\bar{x}$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n ax_i}{n} = a \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = a\bar{x}$$

Para una combinación lineal, Si  $z_i = ax_i + by_i$ , donde a, b son constantes, entonces

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$\bar{z} = a\bar{x} + b\bar{y}$$

Veamos

$$\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (ax_i + by_i)}{n} = a \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + b \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

$\bar{z} = a\bar{x} + b\bar{y}$

Esta propiedad puede generalizarse como la combinación lineal de k variables y puede resumirse diciendo que la media aritmética es un **operador lineal**.

### 1.1.3.2 La Mediana

De una muestra, es un valor  $M_e$ , tal que supera no más de la mitad de los datos y es superado por no más de la mitad de los datos.

En la operatividad la mediana se puede definir como una serie de datos  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  ordenados de forma no decreciente de la siguiente manera:

$$M_e = \begin{cases} \frac{x_n + 1}{2}, & \text{sin es impar} \\ \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}, & \text{si n es par} \end{cases}$$

Si suponemos ordenados de menor a mayor todos los valores de una variable estadística, se llama mediana al número tal que existen tantos valores de la variable superiores o iguales como inferiores o iguales a él.

Para calcular la mediana a partir de una tabla de frecuencias o de un polígono de frecuencias acumuladas, observamos que la frecuencia relativa acumulada que corresponde a la mediana es exactamente igual a  $\frac{1}{2}$ .

La mediana presenta ciertas ventajas como medida de tendencia central frente a la media en algunas distribuciones, ya que no se ve afectada por los valores extremos de las observaciones; por ello su uso es particularmente indicado en las

distribuciones asimétricas. También se puede aplicar con variables estadísticas ordinales, mientras que la media no se puede aplicar en estos casos.

En el caso del texto: “Estadística. Un Enfoque descriptivo”, las medidas de tendencia central la definen de la siguiente manera:

Propiedades de la mediana:

La suma de las distancias de los datos a un punto “a” es mínima cuando ese punto es la mediana, es decir si

$$f(a) = \sum_{i=1}^n |X_i - a|, \text{ entonces } f(a) \text{ tiene un mínimo en } a = M_e$$

La sensibilidad es una cualidad deseable en un indicador, puesto que ello implica que cambios producidos en la muestra pueden ser detectados por el indicador; pero mucha sensibilidad en el indicador puede ser contraproducente, puesto que cambios irrelevantes en la muestra pueden producir grandes cambios en el indicador, lo cual puede presentarse para interpretaciones equivocadas, esto ocurre con la media aritmética cuando a distribución es asimétrica, es decir cuando hay unos pocos valores muy grandes o muy pequeños, la media es muy afectada por ellos.

### 1.1.3.3 La moda

Es el valor de la variable que tiene mayor frecuencia

En una distribución puede haber más de una moda. Si existe una sola moda se llama unimodal, si existen dos bimodal, si hay más de dos se llama multimodal. En general es una medida de tendencia central poco eficaz ya que si las frecuencias se concentran fuertemente en algunos valores al tomar uno de ellos como representante

los restantes pueden no quedar bien representados, pues no se tiene en cuenta todos los datos en el cálculo de la moda. Sin embargo, es la única característica de valor central que podemos tomar para las variables cualitativas medidas en escala nominal. Además su cálculo es sencillo.

Cuando la variable de interés, es de naturaleza discreta, la moda  $M_0$  corresponde al dato de la muestra que tiene mayor frecuencia.

Cuando se trata de una variable de naturaleza continua, la moda corresponde al (los) valor (es) alrededor del (os) cual (es) se produce una mayor concentración de datos, es decir a los puntos de mayor densidad de frecuencia

Para distribuciones de frecuencia la moda viene dada como valor puntual por:

$$Moda = Li + \left( \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2} \right) \cdot c$$

$Li$  = es el límite inferior.

$\Delta 1$  = es el delta de frecuencia absoluta modal y la frecuencia absoluta premodal.

$\Delta 2$  = es el delta de frecuencia absoluta modal y la frecuencia absoluta postmodal.

$c$  = es la amplitud del intervalo.

Pero, en muchos casos es mejor utilizar el intervalo modal.

## 1.2 Marco Metodológico

En el presente trabajo se diseñará una prueba diagnóstica, con el fin de evidenciar las dificultades que los estudiantes de educación básica presentan en la interpretación de las medidas de tendencia central, para ello se analizara el taller

diagnóstico a la luz del enfoque ontosemiótico<sup>21</sup>. La aplicación de la prueba que se realizará se hará en la institución privada, Colegio Académico El Poblado esto con el fin de reconocer y analizar las dificultades que los estudiantes presentan en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central, para luego realizar las respectivas recomendaciones que permitan mediar hacia un aprendizaje significativo en el conocimiento estadístico.

En un primer momento hay que resaltar que los estudiantes tienen diferentes concepciones previas, que pueden ser de gran ayuda en la adquisición del conocimiento estadístico, es por esto que el docente debe tener en cuenta esos conocimientos previos que ellos poseen, para que desde ahí se constituya y se dote de significado el objeto matemático.

Sin embargo no hay que olvidar que las clases que planean los docentes, deben tener unos fundamentos teóricos y curriculares, pero también deben estar enmarcados en la institución donde se labore. Por consiguiente existen muchos elementos que se ponen en juego cuando se quiere transmitir un concepto matemático, que es de vital importancia para que el sujeto (estudiante) adquiera esos conocimientos de manera significativa.

Según, GODINO:

*No se limita al estudio de los objetos institucionales sino que nos interesamos por la comprensión de los sujetos en particular, en la forma en que él se enfrenta a una situación cualquiera, es decir, que herramientas utiliza, cuál es su razonamiento*

---

<sup>21</sup> Para Godino, se da la indagación sistemática de los significados (contenido de las funciones semióticas) puestas en juego a las respuestas de los sujetos en interacciones efectivas, el análisis permitirá caracterizar los significados personales atribuidos de hecho por los emisores de las expresiones (análisis a posteriori). Teoría de las funciones semióticas. Pág. 155.

*y cómo pone en evidencia esos objetos matemáticos que ha aprendido y sus métodos o estrategias de solución en una institución escolar*<sup>22</sup>

Cabe aclarar que lo institucional juega un papel fundamental en los conocimientos que el estudiante debe adquirir, por eso es necesario que al diseñar el taller diagnóstico se tenga en cuenta, lo que institucionalmente se pretende, puesto que se ponen en juego objetos institucionales<sup>23</sup>, que tienen connotaciones normativas o convencionales, debido a que los objetos son usados como referencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El proceso de Enseñanza Aprendizaje, se logra con la ayuda del docente, que en este caso es el mediador entre el conocimiento y el estudiante, además es quién debe buscar estrategias que se implementen en el aula de clase, con el fin de lograr un aprendizaje significativo, por ello se hace referencia a dos dimensiones que son importantes para adquirir un tipo determinado de conocimiento, en este caso está la dimensión institucional que es donde actúa el profesor impartiendo ese conocimiento a los estudiantes, teniendo en cuenta las necesidades de la institución, dependiendo de los instrumentos y prácticas sociales disponibles, en este caso no es lo mismo enseñar estadística en la primaria, donde se hace un acercamiento muy superficial de las medidas de tendencia central, diferente a la aplicación que le dan en la secundaria e incluso en la universidad, donde existe una visión más amplia de éstas medidas.

La otra será la dimensión personal del conocimiento, que es cómo el estudiante comprende estos conceptos y los interioriza para luego aplicarlos en una

---

<sup>22</sup> Remítase, Godino, J (2003). Teoría de las Funciones Semióticas. Pág. 98,99.

<sup>23</sup> En el texto Funciones semióticas consideran el objeto Institucional como emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas.

situación de la cotidianidad. Estas dos dimensiones están muy relacionadas porque el docente al realizar la evaluación se da cuenta si el estudiante “conoce o comprende” las medidas de tendencia central, es decir, *si hay un ajuste entre el significado institucional y el personal construido por el sujeto*, en el caso de no existir acuerdos entre éstas dos dimensiones, entonces se dice que el estudiante presenta dificultades con respecto al concepto en cuestión.

A continuación se definirán cuatro tipos de significados institucionales en el análisis de un objeto matemático, los cuales son primordiales en el momento de impartir una clase a un auditorio, para el buen desarrollo de la misma, como lo menciona GODINO (2003)<sup>24</sup>, en su texto teoría de las funciones semióticas:

Significado institucional de referencia del objeto: cuando un profesor planifica un proceso de instrucción sobre un objeto matemático, para un grupo de estudiantes, comienza por delimitar “lo que es dicho objeto para las instituciones matemáticas y didácticas”. Acudirá por tanto, a los textos matemáticos correspondientes, a las orientaciones curriculares y en general a lo que los expertos consideran que son las prácticas operativas discursivas<sup>25</sup> inherentes al objeto que se fija como objetivo institucional. Así mismo el profesor usará sus conocimientos personales previamente adquiridos y con todo ello construirá un sistema de prácticas<sup>26</sup>.

---

<sup>24</sup> Remítase, Godino J (2003). Teoría de las Funciones Semióticas. Pág. 138,139.

<sup>25</sup> Como se referencia en el texto funciones semióticas: el estudio de las matemáticas, más que una práctica particular ante un problema concreto, interesa considerar los sistemas de prácticas (operativas y discursivas) puestas de manifiesto por las personas en su actuación ante tipo de situaciones problemáticas.

<sup>26</sup> En el texto funciones semióticas: los sistemas de prácticas y las configuraciones se proponen como herramientas teóricas para describir los conocimientos matemáticos, en su doble versión personal e institucional.



Significado institucional pretendido: a partir del significado de referencia, el profesor selecciona, ordena y delimita la parte específica que va a proponer a sus estudiantes durante un proceso de estudio determinado. Tendrá para ello en cuenta el tiempo disponible, los conocimientos previos del estudiante y los medios instruccionales disponibles.

Significado implementado: es el sistema de prácticas (operativas y discursivas) que efectivamente tienen lugar en la clase de matemáticas las cuales servirán de referencia inmediata para el estudio de los alumnos y las evaluaciones de los aprendizajes.

Significado institucional evaluado: se pone en juego el proceso de evaluación, ya que el profesor selecciona una colección de tareas o cuestiones que incluyen en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes.

Aunque los cuatro tipos de significados institucionales son fundamentales en el momento de enseñar un objeto matemático, este trabajo se centrará en el significado institucional evaluado, porque es de acuerdo a las respuestas que arrojan los estudiantes, en una prueba diagnóstica diseñada y argumentada a partir de los elementos teóricos, curriculares y articulados con el plan de aula de la institución que nos llevará a evidenciar los posibles errores que comúnmente se presentan en la interpretación de las medidas de tendencia central y que se constituyen en un momento dado como dificultades. Como lo que se quiere es analizar al estudiante propiamente con las respuestas acertadas o incorrectas que dé en la resolución de problemas, se debe tener en cuenta las distinciones que existen entre el significado personal global, el declarado y el logrado, como lo señala GODINO (2003):

*El significado global corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el alumno, relativas a un objeto matemático; el declarado da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como incorrectas desde el punto de vista institucional, finalmente, el significado personal logrado corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. La parte del significado declarado no concordante con el institucional es lo que habitualmente se consideran como errores de aprendizaje.<sup>27</sup>*

En esta parte los elementos que se tomarán en cuenta será el significado declarado y logrado, es decir como el estudiante con los elementos que la institución le ha brindado para el aprendizaje de la estadística, hace uso de ellos en los diferentes problemas cotidianos que se le presentan, y como ello se manifiesta en la prueba diagnóstica. Para evidenciar de manera clara las dificultades que manifiestan los estudiantes en distintos problemas cotidianos que se le plantean y donde utilizan los conceptos y propiedades de las medidas de tendencia central, se tomarán en cuenta las seis funciones semióticas, expuestas por Godino (2003)<sup>28</sup>:

(1) Significado lingüístico: Cuando el objeto final, o contenido de la misma, es un término, expresión, gráfico u otro elemento lingüístico. El siguiente ejemplo muestra este tipo de significado:

Quando el símbolo Me se usa en lugar de la palabra “mediana”.

---

<sup>27</sup> Remítase, Godino J (2003). Teoría de las Funciones Semióticas. Pág. 138-140.

<sup>28</sup> Remítase, Godino J (2003). Teoría de las Funciones Semióticas. Pág. 152-154.

(2) Significado situacional: Cuando el objeto final es una situación- problema, como en los siguientes ejemplos:

En general, la descripción verbal, gráfica o mixta de una situación- problema reemplaza o está en lugar de la situación problemática real.

(3) Significado conceptual: Diremos que una correspondencia semiótica es de tipo conceptual cuando su contenido es un concepto-definición, como en el ejemplo siguiente:

En las definiciones de un concepto, por ejemplo, “un ángulo es un par de semirrectas que tienen el mismo origen”, la palabra ‘ángulo’ remite al concepto-definición correspondiente.

(4) Significado proposicional: Cuando el contenido es una propiedad o atributo de un objeto.

Las descripciones de propiedades, tales como “la mediana es un estimador robusto” o “la mediana coincide con la media en distribuciones simétricas” remiten a relaciones entre conceptos.

(5) Significado actuativo: Diremos que una función semiótica es de tipo actuativo cuando su contenido es una acción u operación, tal como un algoritmo o procedimiento. En cualquier proceso de cálculo se establecen dependencias entre distintas partes de la secuencia que son de naturaleza actuativa u operatoria.

(6) Significado argumentativo: cuando el contenido de la función semiótica es una argumentación, como por ejemplo:

En la frase “demostración del teorema central del límite”, nos referimos a una argumentación.

Es decir este análisis tendrá un carácter a posteriori.

### **1.3 Historia y Epistemología de la Estadística en el Currículo**

*La estadística a pesar de contar con una axiomática satisfactoria, prosiguen hoy día las discusiones sobre la interpretación de conceptos básicos y si el profesor no es consciente de esta problemática, difícilmente podrá comprender algunas dificultades de sus estudiantes, quienes necesitan materializar en ejemplos concretos los conceptos y modelos matemáticos. Los problemas que a menudo aparecen en las instituciones no son aislados, sino que por el contrario, los problemas son compartidos dentro de cada una de ellas, y es necesario buscar soluciones, contando con instrumentos y prácticas sociales disponibles.*<sup>29</sup>

En muchas ocasiones cuando se le enseña al estudiante un concepto, no se tienen en cuenta las concepciones personales que el estudiante posee, es importante la capacidad de raciocino que tiene el estudiante, cómo reflexiona frente a ese conocimiento estadístico y si existe un ajuste al conocimiento institucional que el docente brinda, cuando se logra esto se puede deducir entonces, que el estudiante ha comprendido el concepto que se le quería enseñar:

A continuación, se dará a conocer como la estadística fue introducida en el currículo actual y que implicaciones trajo en las distintas instituciones, teniendo como referente los lineamientos curriculares y los estándares. Todo ello con el fin de tratar

---

<sup>29</sup> Para más información, remitirse a Ministerio de Educación Nacional (2004). Pensamiento estadístico y tecnologías computacionales.

de exponer que razones hacen que los estudiantes no comprendan y no sepan enfrentarse a una prueba que exige la comprensión y la aplicación del concepto en la resolución de problemas, como también tratando de buscar soluciones que ayuden a las instituciones a encontrar un norte para lograr en los estudiantes el aprendizaje de la estadística, referenciado en distintas investigaciones alusivas a la didáctica de la estadística, entre los autores más destacados tendremos a Carmen Batanero, Godino y diversas tesis que se fundamentan en los estudios realizados por estos autores.

### *1.3.1 La Estadística en el Currículo de Matemáticas*

En la década de los años sesenta se caracterizó por un gran movimiento internacional en el campo de la educación matemática preocupado por actualizar y reorientar lo enseñado tradicionalmente en las escuelas e incorporar ciertos temas de la denominada matemática moderna o nueva (teoría de conjuntos, anillos, cuerpos, vectores, espacios vectoriales, matrices, entre otros); lo cual hizo que la matemática se convirtiera en una ciencia muy abstracta y difícil, que en consecuencia logró que los estudiantes de matemáticas se disminuyeran en las instituciones que se rigieron por esta nueva perspectiva.

Durante la década de los años setenta, en reacción al movimiento de las matemáticas modernas y su énfasis en el carácter abstracto y formal de la matemática escolar, surgen movimientos de vanguardia que reivindican una enseñanza más real, con problemas de contenido real y reivindican el papel de los problemas frente a lo rutinario de los ejercicios. Renuncian a los modelos tradicionales, entre los que

incluyen las matemáticas modernas, y se aproximan cada vez más a postulados pedagógicos y psicológicos que validen su modelo de enseñanza.

Uno de los movimientos surgidos como respuesta inmediata a las deficiencias que el movimiento de las matemáticas modernas deja en los estudiantes, es el conocido, como regreso a lo básico (back to Basic). Dicho movimiento, le daba mucha importancia al manejo de las operaciones fundamentales y procedimientos algorítmicos. Sin embargo, el regreso a lo básico tampoco mejoró el aprovechamiento de los estudiantes, puesto que eran capaces de resolver operaciones, muchas veces no entendían el significado o sentido de las respuestas. Habían casos en que el estudiante encontraba “la respuesta” a problemas cuyos datos no tenían sentido o eran insuficientes.

### *1.3.2 Renovación curricular de matemáticas en Colombia: Impulso al estudio de los sistemas de datos*

En el caso colombiano, a mediados de la década de los setenta, como manera de avanzar en la construcción de un currículo que respondiera a las necesidades del país, en el marco del “Programa Nacional de Mejoramiento Cualitativo de la Educación”. MEN (2002), que tuvo como objetivo general “mejorar cualitativamente y cuantitativamente la educación sistematizando el empleo y generación de tecnología educativa para ampliar las condiciones de accesos a la educación en forma

equitativa, a toda la población colombiana fundamentalmente de las zonas rurales”, se cimentó la renovación curricular de matemáticas.

En el contexto de la estrategia de renovación curricular, teniendo como sustento los fundamentos Generales del Currículo que integraron aspectos legales, filosóficos, epistemológicos, sociológicos, psicológicos y pedagógicos que permitieron proponer en la educación: la idea de hombre que se pretendía hacer real; se concibió el conocimiento como proceso y conjunto de experiencias durante toda la vida, transferibles a otras situaciones y presentes en diferentes contextos; los conocimientos y verdades se consideraron como proyectos que deben revisarse y corregirse permanentemente ; el alumno como el centro del proceso y el maestro su orientador y animador. MEN (1977); se construyó el marco general de la propuesta de programa curricular de matemáticas. MEN (1990).

En el Marco General del Programa de Matemáticas para la Educación Básica, se parte del reconocimiento e importancia del estudio de los diferentes aspectos de las matemáticas como forma de contribuir decididamente a la educación integral del individuo.

Acoge el enfoque de sistemas, que contrasta con el enfoque por conjuntos de la llamada “Nueva Matemática” o “Matemática Moderna”, con el enfoque por habilidades logarítmicas básicas de la corriente de “Volver a lo básico”, y con el enfoque de resolución de problemas.

Asume un sistema como un conjunto de objetos con sus relaciones y operaciones.

Plantea como sistemas (interrelacionados), que articulan los contenidos para la educación básica: los numéricos, geométricos, métrico, de datos, lógicos, de conjuntos, operaciones y relaciones y analíticos.

Los sistemas de datos, se incorporan de manera explícita dentro de los contenidos básicos propuestos para la educación básica (1° a 9°), sustentados en el reconocimiento de la importancia, necesidad y pertinencia social que tiene el acceso a una cultura estadística en el contexto escolar. Proponen en términos generales:

*El estudio de algunos conceptos fundamentales de estadística que sirven para interpretar algunos modelos de la realidad.*

*Iniciar con la recolección de datos, su organización en tablas de frecuencia y su presentación en diagramas.*

*Realizar algún análisis de los datos recogidos y tabulados mostrando lo que puede deducirse de ellos y cómo pueden compararse entre sí.*

*Estudiar al final de la educación básica primaria algunas medidas de tendencia central y complementar al final de la Básica Secundaria las medidas de tendencia central y se introducen las medidas de dispersión.*

Como contenidos para los grados en la educación básica, principalmente en el grado sexto en el estudio de los sistemas de datos, se proponía:

Para grado 6°

*Frecuencias absolutas*

*Frecuencias relativas (porcentuales, fraccionarias)*

*Diagrama de barras y circular*

*Frecuencias ordinarias o puntuales*



### *Frecuencias acumuladas*

Con la renovación curricular se dio énfasis a los sistemas de datos, desde el currículo propuesto. Durante la década de los 80 y mediados de los 90, se continuó impulsando y desarrollando en el país la propuesta programática para el área de matemáticas de la renovación curricular.

#### *1.3.3 Desarrollo del Pensamiento Aleatorio: uno de los Lineamientos Básicos en el Currículo de Matemáticas de Colombia*

Hacia el año de 1996, en el proceso de construcción de los Lineamientos curriculares reconociendo los aportes, avances y logros de la renovación curricular, se incorporan nuevos elementos provenientes de las investigaciones en el campo de la educación o didáctica de la matemática, nuevos enfoques y tendencias para la orientación de la matemática en contextos escolares y las nuevas perspectivas sobre la matemática escolar y sus propósitos formativos. Esto llevó a la construcción participativa de los Lineamientos Curriculares de matemáticas. MEN (1997), en las cuales se enriquece la perspectiva respecto a la naturaleza e importancia de contribuir al desarrollo del pensamiento aleatorio.

Fundamentalmente en los lineamientos curriculares se hace alusión que principalmente en educación básica y media se debe hacer énfasis en situaciones problema que estén inmersos en contextos socioculturales de otras ciencias o de las mismas matemáticas. Dentro de los pensamientos se hace alusión directa al “Pensamiento aleatorio y los sistemas de datos”, debido a que el pensamiento aleatorio ha estado presente a lo largo de este siglo, en la ciencia, en la cultura y aún en la forma de pensar cotidiana.

### *1.3.4 La estadística y el análisis de datos en el contexto escolar*

Como se ha evidenciado anteriormente, desde la propuesta elaborada por la renovación curricular (1986) con la introducción de los sistemas de datos y luego con la incorporación de los sistemas de datos y luego con la incorporación del pensamiento aleatorio y el sistemas de datos en los lineamientos curriculares (1998) y en los estándares curriculares (2003), ha ingresado a las propuestas curriculares éste ámbito de formación con el propósito de brindar a los alumnos de básica y media una formación en la cultura estadística.

Según el libro *Pensamiento Estadístico y tecnología computacionales*, en el capítulo III<sup>30</sup>, sustenta:

Este ámbito de formación se sustenta en tres aspectos importantes:

*La necesidad social de formar ciudadanos capaces de comprender información codificada en lenguaje estadístico.*

*El uso extendido de las nociones de probabilidad, azar, aleatoriedad, etc., presentes tanto en el conocimiento humano en general.*

*La responsabilidad de la institución escolar en la formación de los ciudadanos, que se desenvuelven en un mundo drásticamente caracterizado por la presencia del azar y la incertidumbre, no sólo por la rapidez con la que se producen los cambios sino porque esos cambios se revelan dramáticamente en efectos nuevos y difíciles de prever, llegando a trastocar experiencias en la vida cotidiana.*

---

<sup>30</sup> Para mayor información remítase al texto: *Pensamiento estadístico y tecnologías computacionales*, del Capítulo III: *La Estadística y el Análisis de datos en el contexto escolar*. Pág. 11.

Para adaptarse, mecánicamente, a vivir en lo incierto no significa comprenderlo; por lo tanto, la comprensión del azar y la incertidumbre es una función de la institución escolar que debe asumir para dotar a sus aprendices de instrumentos afectivos y cognitivos que les permita intervenir y transformar un mundo así organizado.

Una tendencia actual en los currículos de matemáticas, como lo señalan los Lineamientos Curriculares, es la de favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio. La introducción de la estadística y la probabilidad en el currículo de matemáticas crea la necesidad de un mayor uso del *pensamiento inductivo* al permitir, sobre un conjunto de datos, proponer diferentes inferencias, las cuales a su vez van a tener diferentes posibilidades de ser ciertas.

Este carácter no determinista de la probabilidad hace necesario que su enseñanza se aborde en contextos significativos, en donde la presencia de problemas abiertos con cierta carga de indeterminación permita exponer argumentos estadísticos, encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones. Es por ello que los docentes, además de considerar situaciones de aplicación reales para introducir los conceptos aleatorios, deben preparar y utilizar situaciones de enseñanza abiertas, orientadas hacia proyectos y experiencias en marco aleatorio y estadístico, susceptibles de cambios y resultados inesperados e imprevisibles. Los proyectos y experiencias estadísticas que resultan interesantes y motivadoras para los estudiantes generalmente consideran temas externos a las matemáticas lo cual favorece procesos interdisciplinarios de gran riqueza.

### 1.3.5 ¿Qué plantean los estándares referentes al pensamiento aleatorio?

*Una tendencia actual en los currículos de matemáticas es la de favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio, el cual ha estado presente a lo largo de este siglo, en la ciencia en la cultura y aún en la forma de pensar cotidiana. La teoría de la probabilidad y su aplicación en los fenómenos aleatorios, han construido un andamiaje matemático que de alguna manera logra dominar y manejar acertadamente la incertidumbre. Fenómenos que en un comienzo parecen caóticos, regidos por el azar, son ordenados por la estadística mediante leyes aleatorias de una manera semejante a cómo actúan las leyes determinísticas sobre otros fenómenos de las ciencias. Los dominios de la estadística han favorecido el tratamiento de la incertidumbre en ciencias como la biología, la medicina, la economía, la psicología, la antropología, la lingüística..., y aun más, han permitido desarrollos al interior de la misma matemática. MEN (1998).*

Lo anterior manifiesta la necesidad de introducir el pensamiento aleatorio y los conceptos de sistemas de datos en los planes de área de Matemáticas, los cuales no se han desarrollado en la mayoría de los currículos en el país. Actualmente se hace explícito tanto en los lineamientos, como en los estándares formar al estudiante en el pensamiento aleatorio desde grado primero hasta undécimo. Por eso se hace necesario, definir criterios básicos que le permitan al docente de cada nivel desarrollar y afianzar sus acciones pedagógicas relacionadas con el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, enmarcadas dentro de los documentos exigidos por el MEN.

A continuación se presenta el pensamiento aleatorio o estadístico y sistema de datos según los estándares básicos de competencias en matemáticas para el grado sexto a séptimo.

Pensamiento aleatorio y sistemas de datos:

*Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes ( prensa , revistas, televisión experimentos, consultas y entrevistas)*

*Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.*

*Interpreto, produzco y comparo representaciones graficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (diagramas de barras, diagramas circulares).*

*Uso medidas de tendencias central (media; mediana, moda) para interpretar comportamientos de un conjunto de datos.*

*Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencias de un evento.*

*Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.*

*Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.*

*Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística.*

## CAPITULO 2

### 2.1 Aplicación y Análisis A-posteriori del Taller Diagnóstico

Este capítulo encierra la selección de los problemas de anteriores investigaciones para el taller diagnóstico que aplicó al Colegio Académico el Poblado, principalmente a estudiantes de grado sexto, con su respectiva caracterización. Cada problema muestra su propio objetivo, su solución, los resultados de las respuestas según las categorías referentes a las medidas de posición central y una tabla que hace alusión a las funciones semióticas junto con su análisis y al finalizar las conclusiones de cada uno de ellos.

El análisis que se describe a continuación da cuenta del razonamiento de los estudiantes del colegio Académico el Poblado al resolver el taller diagnóstico, por tal motivo se seleccionaron soluciones comunes que ellos presentaron en la resolución de los problemas. De este modo se establece una lista de categorías de respuestas según la medida que el estudiante haya usado o ninguna de ellas es decir (media, mediana, moda o ninguna).

### *2.1.1 Caracterización de la población*

El taller diagnóstico se aplicó a 53 estudiantes, de la institución educativa del sector privado en la jornada de la mañana, sus edades oscilan entre 9 y 14 años los cuales cursan grado sexto del Colegio Académico el Poblado, en el barrio el Poblado I perteneciente a la comuna 13. El taller diagnóstico realizado evidenció el tema de medidas de tendencia central (media, mediana y moda), estudiado con anterioridad por el docente de la institución.

Los estudiantes son de estrato social uno o dos.

### *2.1.2 Objetivo del problema propuesto # 1*

El propósito del taller diagnóstico es evidenciar las dificultades que los estudiantes de educación básica presentan en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central, para ello se han escogido cuatro situaciones problemas, que durante el proceso de desarrollo se puedan evidenciar dificultades concernientes al lenguaje, conceptos o definiciones estadísticas, propiedades y la realización de un procedimiento mal planteado y a partir de ello dar una argumentación errónea de la respuesta que ha generado. En cada situación problema se identificará el objetivo estadístico referente a las medidas de posición central del cual debe tener conocimientos. A continuación se describirá lo que se espera que el estudiante conozca de dicha situación teniendo en cuenta las medidas de tendencia central.

En el problema propuesto el estudiante debe identificar cual es el objeto estadístico que mejor representa un conjunto de datos, en este caso conocer la definición de mediana para cualquier conjunto de datos par o impar, e interpretar la respuesta. Así como también se tendrá en cuenta las funciones semióticas que están inmersas en dicho ejercicio, puesto que se privilegian ciertos significados entre ellos *el conceptual, el proposicional y el argumentativo*. El estudiante interactúa con dichos conocimientos para desarrollar de forma correcta o incorrecta el problema, aplicando el concepto de mediana y sus propiedades respectivamente, además de eso debe ser capaz de dar una interpretación, a las respuestas que obtenga.

#### *2.1.2.1 Solución del Problema propuesto.*

A continuación vamos a analizar el problema propuesto #1 tomado inicialmente de Godino (1999) expuesto en anteriores investigaciones, a la cual se le hizo una pequeña modificación al agregarle el porqué de la respuesta, con el propósito de llevar al estudiante a argumentar su solución.

Para la resolución de esta situación se debe tener conocimientos previos sobre el cálculo de la mediana con número par e impar de datos, incluyendo un valor atípico, para analizar si los estudiantes comprenden el objeto estadístico mediana o lo confunden con la media aritmética especialmente al hacer su cálculo.



1. El peso en kilos de 9 niños es 15, 25, 17, 19, 16, 26, 18, 19, 24. ¿Cuál es el peso mediano de los 9 niños?

Si incluimos otro niño en el grupo que pesa 43 kilos ¿Cuál será el peso mediano, de los 10 niños? En este caso ¿Cuál de las medidas de tendencia central (media aritmética, mediana o moda) es la que mejor representa los 10 datos?, ¿Por qué?

---



---



---

### Problema propuesto # 1

Para resolver el problema se deben ordenar los datos de forma ascendente o descendente y tomar el elemento central, aplicando directamente la definición de mediana y comprenderán que es el centro de la distribución cuando los datos están ordenados respecto al orden numérico y así mismo combinar las ideas de centro y orden. A partir de los datos mencionados en el problema #1, los estudiantes muestran una serie ordenada de números como la siguiente y determinan el centro de ella. El valor que encuentren será la mediana.

15, 16, 17, 18, 19, 19, 24, 25, 26 y como el conjunto de datos es impar la mediana coincide con el dato en la posición central que es 19.

De igual manera el estudiante podría utilizar la fórmula para calcular la mediana y el valor es el mismo, lo único que cambia es la interpretación del valor obtenido, que es el de la posición teniendo en cuenta el orden de los datos. Entonces se procede de la siguiente manera:

$$M_e = \frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$M_e = 19$$

Por lo tanto la 5 posición equivale a 19

Si se incluyen otro dato (43) se deben ordenar los datos.

15, 16, 17, 18, 19, 19, 24, 25, 26, 43, donde el conjunto de datos es par, en este caso la mediana será el término medio de los dos valores centrales.

De la misma forma que el anterior, el estudiante podría usar la fórmula para realizar el mismo proceso y así obtener las posiciones centrales, de la siguiente manera:

$$M_e = \frac{n+1}{2} = \frac{10+1}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$$

$$M_e = \frac{19+19}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

Es decir, la mediana está localizada entre la quinta y sexta posición del conjunto de datos, por tanto la  $M_e = 19$

Por consiguiente la mediana es el mejor representante de los datos, por lo expuesto anteriormente y la media aritmética no sería un buen representante, porque es sensible a los valores extremos (43), y este dato es un dato atípico.

El análisis que describimos a continuación da cuenta de los razonamientos de los estudiantes al resolver el problema, identificando los objetos estadísticos según las medidas de posición central que usan correcta e incorrectamente o por el contrario una estrategia distinta a las mencionadas. Además evidenciar y analizar las dificultades que presentaron los estudiantes de educación básica teniendo en cuenta las investigaciones previas

### 2.1.2.2 Resultados del problema propuesto.

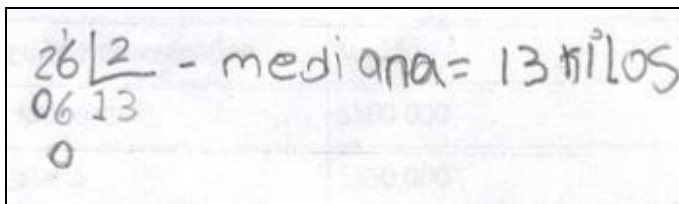
Recogidas las respuestas de los estudiantes en la aplicación del taller diagnóstico, se inició un proceso de categorización comparando las respuestas similares. Se clasificaron las respuestas, considerando principalmente las medidas de posición central, que se usan (media, mediana, moda o ninguna) y las respuestas que se relacionan con cada una de ellas. De este modo se establece una lista de categorías de repuestas que se describe a continuación.

### 2.1.2.3 C1. Respuestas referentes a la mediana.

Al analizar las respuestas basadas en la mediana, se evidencian distintas estrategias para la resolución del problema propuesto. Aunque la medida de posición central que se proponía para la resolución fue usada incorrectamente tanto la definición como su cálculo. A continuación se mencionan las subcategorías:

#### C1.1 Toma la variable mayor como la mediana.

En este caso el estudiante tiene la concepción de que la mediana es el dato mayor del sistema de datos y lo divide entre dos, se podría inferir que el sujeto no comprende el objeto estadístico mediana, indicando en él una confusión conceptual con el dato central de una distribución simétrica. Proporcionando una respuesta incorrecta.

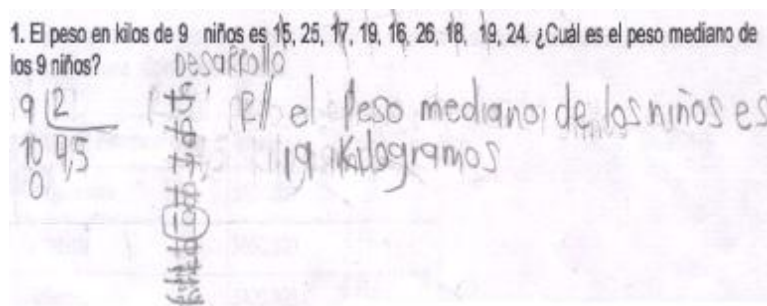


The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. On the left, there is a vertical division: 26 divided by 2, with a horizontal line under the 2, and the result 13 written below. To the right of this calculation, the student has written '- mediana = 13 kilos'. Below the division, there is a small '0' written.

Figura 1. Ejemplo de respuesta C1.1

*C1.2. Calcula la mediana de forma incorrecta, pero concluye que el peso mediano es 19.*

Son los estudiantes que cuentan la cantidad de datos de la distribución, dividen entre dos y posteriormente ordenan los datos de forma ascendente, luego relacionan el cociente de la división para encontrar el centro de la distribución de los datos, concluyendo como respuesta que el peso mediano de los nueve niños es 19 kilos. En este caso se evidencia que el estudiante identifica que el problema propuesto se puede resolver por una de las medidas de tendencia central, la confusión se presenta al calcular la mediana con datos impares, aunque para él es claro que los datos dados deben ser ordenados de forma ascendente, propiedad que cumple la mediana.



*Figura 2. Ejemplo de respuesta C1.2*

*C1.3. El total de datos lo divide entre dos.*

Los estudiantes calculan el resultado que obtienen, usando el cálculo de la mediana donde pueden encontrar la posición con el  $n$  más uno y dividiéndole entre dos, pero el cálculo no lo hacen correctamente porque no le suman uno, ni tampoco buscan la posición, solo hallan el resultado y lo asocian a la media. Se podría deducir que no tienen claro la definición de mediana y piensan que es la mitad de los datos y

la confunden con la posición, asociando solamente a dividir entre dos, tienen por ende un error conceptual y algorítmico. Además hacen una relación inexistente entre la media y la mediana.

*Figura 3. Ejemplo de respuesta C1.3.*

*C1.4 Suma todos los datos y los divide entre dos.*

Los estudiantes asocian a encontrar la mitad de “algo”, pero no tienen claro ese algo a que hace referencia, si a la mitad de cada dato aislado, o al sistema de datos que se le dan en una situación particular. Es por ello que la mayoría de los estudiantes suman los datos y el resultado lo dividen entre la mitad, es decir entre dos; no tienen claro la definición de la mediana, ni tampoco sus propiedades, ni la parte procedimental

*Figura 4. Ejemplo de respuesta C1.4.*

*C1.5. No organiza los datos, pero concluye que el peso mediano es 19.*

En este tipo de respuestas el estudiante alude a dos respuestas, inicialmente concluye que el peso mediano es 89, luego intenta calcular el valor central de la distribución, pero no ordena los datos, aunque su respuesta es acertada, el cálculo de la mediana no es el correcto, debido a que los datos no son organizados en forma ascendente, sino que realiza el cálculo directamente con los datos iniciales.

Se podría inferir que otra estrategia de cálculo que el estudiante pudo haber usado es la moda, porque existen dos datos que se repiten (19), concluyendo que el peso mediano es este dato.

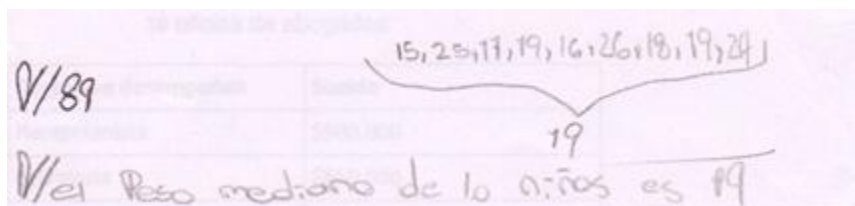


Figura 5. Ejemplo de respuesta C1.5.

C1.6. Organiza los datos, los suma y los divide entre dos.

El estudiante tiene claro que en el cálculo de la mediana debe organizar los datos, igualmente el proceso que hace de la medida de tendencia central es incorrecto, por ende el estudiante tiene una falla en el proceso de significación porque asocia que para encontrar el centro de la distribución debe dividir entre dos y así encontrar la respuesta correcta, no tiene en cuenta que los resultados que emergen de la operación están por fuera de los valores que se da en la situación planteada, se han aprendido una definición de memoria, pero sin comprender e interpretar la mediana.

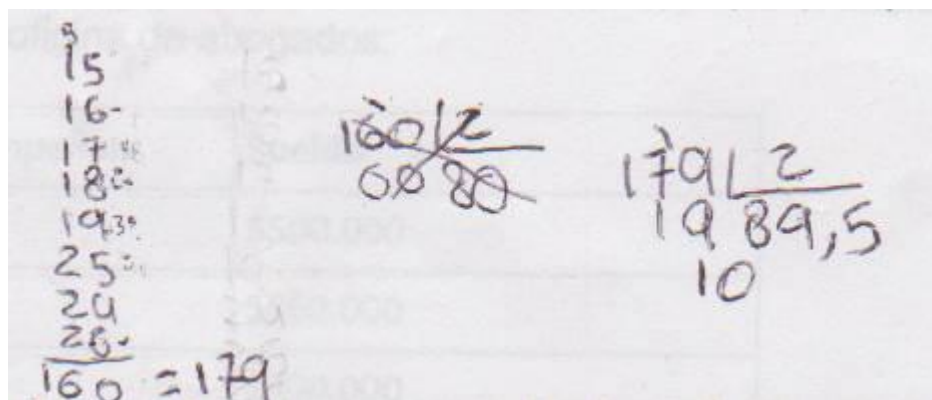


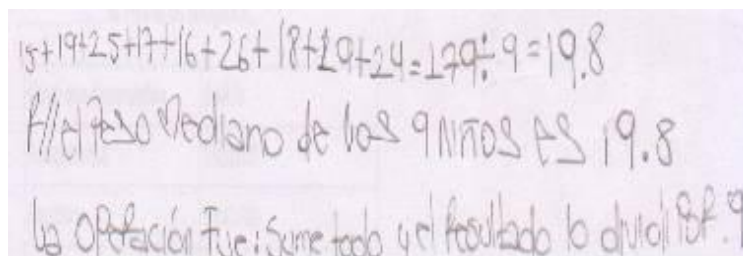
Figura 6. Ejemplo de respuesta C1.6.

#### 2.1.2.4 C2 Respuestas referentes a la media aritmética.

Para resolver el problema propuesto los estudiantes usan la idea de media. Aunque esta medida de posición central no es la más adecuada para dar solución a esta situación.

##### C2.1. Utiliza la media aritmética, en vez de la mediana

Los estudiantes utilizan directamente la media, sin hacer ningún tipo de referencia a la mediana ni llegar a calcularla. Muestran confusión entre los conceptos o entre la terminología de media y mediana, es decir, le han dado una interpretación errónea al término mediana o no tienen muy claro en qué casos calcularla.



$$15+19+25+17+16+26+18+20+24=179 \div 9=19.8$$

El valor Mediano de los 9 niños es 19.8

la Operación fue: Sume todo y el resultado lo divido por 9

Figura 7. Ejemplo de respuesta C2.1.

##### C2.2. Cálculo correcto de la media aritmética con datos aislados.

Esta respuesta representa un mínimo de estudiantes puesto que identifican el objeto estadístico media aritmética y posteriormente realizan su cálculo correctamente, es decir tienen ideas previas de dicho objeto, conociendo el concepto y relacionando su algoritmo correspondiente, sin embargo, no escriben la fórmula de la media, pero realizan el procedimiento paso a paso para llegar a una respuesta satisfactoria, dándola en número decimal.

De igual forma al argumentar, utilizan la palabra mediano según la pregunta formulada, puesto que el estudiante tiene claro el concepto y el algoritmo de la

media, al realizar la interpretación del dato que encontró, no se percató de que la respuesta debe estar relacionada con el proceso que realizó, se podría inferir que el estudiante solamente realiza procesos mecánicos y no reflexiona sobre la respuesta que encuentra.

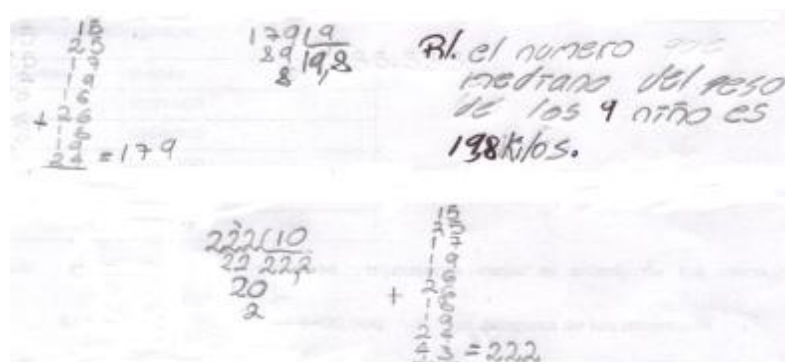


Figura 8. Ejemplo de respuesta C2.2.

Análogo al caso anterior varios estudiantes realizaron lo antes mencionado, pero dieron su respuesta con un número entero, al justificar tienden a asimilar la edad con el peso, lo cual causa en el estudiante confusión en cuanto a la terminología y a la falta de significación a dichas palabras.

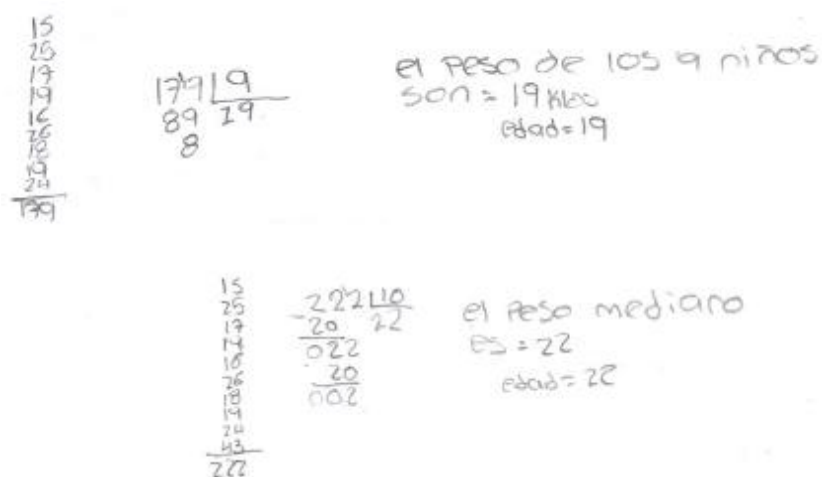


Figura 9. Ejemplo de respuesta C2.2.



*C2.3. Proponen la reducción de pasos para el dato incluido (43).*

Según la observación al ejemplo de respuesta C2.3. El estudiante reconoce el objeto estadístico media, mostrando así que sabe el concepto de media y realiza el cálculo correctamente con números enteros para la primera parte del problema. Para el dato que se incluye (43) en la segunda parte, lo adicionan al resultado anterior y luego dividen por el total de datos. Esto implica que el estudiante no visualizó la distribución como un todo, por lo tanto asocia procedimientos aritméticos para llegar a una solución, se podría inferir que el estudiante está aplicando propiedades de los números enteros (asociativa) a la media.

Handwritten student work for problem C2.3. The work shows a list of numbers: 26, 20, 19, 19, 17, 16, 15, 14. To the right, there is a calculation:  $\frac{739}{19} = 39$ . Below this, the text reads "El peso mediano de los 9 niños es R/19". At the bottom, there are two more calculations:  $\frac{739}{19} = 39$  and  $\frac{222}{22} = 10$ .

*Figura 10. Ejemplo de respuesta C2.3.*

*C2.4. Usa la media pero justifica con la moda.*

El estudiante realiza un cálculo referente a la media aritmética, de igual manera, resuelve esta situación como la anterior, su diferencia se evidencia al argumentar la respuesta dos veces. Para la primera opción actúa la media y para la segunda incluye a la moda, pensando que tomó la variable 19 porque son datos que se repiten, por consiguiente el estudiante estaría dando una interpretación errada a la terminología media y moda donde el procedimiento no da cuenta de la

respuesta. Así mismo relaciona directamente estas dos medidas de tendencia central como si fueran las mismas.

Handwritten student work for problem C2.4. It shows two vertical division problems. The first one has a dividend of 19 and a divisor of 2, resulting in a quotient of 9. The second one has a dividend of 22.2 and a divisor of 2, resulting in a quotient of 11.1. Below the calculations, the student writes "R// 22.2, la moda es 19". At the bottom, there is a question "¿Por qué?" followed by the answer "Porque en la moda se repiten".

Figura 11. Ejemplo de respuesta C2.4.

#### 2.1.2.5 C3. Fallan en la resolución algorítmica para encontrar la media.

Son aquellas respuestas donde el estudiante presenta fallas en la resolución algorítmica para encontrar la media, es decir en alguna parte del algoritmo de la media. A continuación se muestran los casos

##### C3.1 Suma todos los datos y los dividen por 5 y 2.

Al comenzar a desarrollar el problema el estudiante tiene conocimientos previos sobre el objeto estadístico media, por lo cual suma todos los datos, pero presenta confusión cuando divide el total de los datos por 5, realizando un cálculo erróneo, es decir que el estudiante sabe el concepto de media, pero al realizar el cálculo correspondiente comete errores tanto al aplicar el concepto de media como al calcularla.

Para el siguiente ítem el estudiante realiza el mismo proceso suma los mismos datos, pero el cálculo está mal hecho puesto que se olvida de agregar el dato

(43), luego el resultado 222 lo divide entre 2, lo que implica en el estudiante una confusión conceptual entre media y mediana puesto que no identifica en estas medidas sus respectivas propiedades.

$$R// 15 + 25 + 17 + 19 + 16 + 28 + 18 + 19 + 24 = 179 \quad | \quad 5$$

$$\text{mediana} = 89.5$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 1795} \\ \underline{0} \\ 095 \\ \underline{0} \\ 000 \end{array}$$

$$R// 15 + 25 + 18 + 19 + 16 + 26 + 18 + 19 \quad 24 = 222 \quad | \quad 2$$

$$\begin{array}{r} 02 \overline{) 222} \\ \underline{04} \\ 02 \\ \underline{02} \\ 00 \end{array}$$

Figura 12. Ejemplo de respuesta C3.1.

### C3.2. El proceso realizado no evidencia la medida.

El estudiante realiza el cálculo de todos los datos mostrando que quiere resolver el problema con la media pero solamente realiza una parte del algoritmo, por consiguiente el procedimiento no da cuenta de la justificación y mucho menos del porque, ya que presenta conflictos cognitivos sobre los objetos estadísticos media, mediana y moda, asignándoles conceptos a la mediana que son inexistentes. Por tal motivo el sujeto posee una falta de significación a la terminología, lo que conlleva a que interactué con ellos de forma errada

$$15 + 25 + 17 + 19 + 16 + 26 + 18 + 19 + 24 + 43 =$$

moda =

Hay un dato repetido = 19

¿Por qué?  
 Utilice la mediana por que había datos repetidos.  
 y el peso de los niños es 19 kilos.

Figura 13. Ejemplo de respuesta C3.2.

#### 2.1.2.6 C4. No usa medida de tendencia central.

El estudiante usa una estrategia donde no involucra medidas de posición central, además realiza cálculos incorrectos dando una respuesta errada al problema. Se podría inferir que el estudiante posee escasos conocimientos sobre conceptos estadísticos

##### C4.1 Realiza cálculos incorrectos.

En esta situación el estudiante toma los datos cada uno por separado y los divide entre 100 y los datos repetidos por 200 es decir el estudiante no concibe los datos como un conjunto, menos como un todo, por lo tanto no tiene claro ningún concepto de medida de tendencia central y las operaciones que están asociadas a ellas. Se podría deducir que el estudiante posee deficientes conocimientos sobre dichas medidas, tampoco reconoce que el problema es resuelto por medio de alguna medida de posición central, es decir que no identifica objetos estadísticos tales como media, mediana o moda. Por consiguiente la respuesta es incorrecta, de igual forma posee conflictos sobre cálculos de la división y su respectivo procedimiento.

The image shows a collection of handwritten mathematical expressions. The top row contains six fractions:  $\frac{19}{200}$ ,  $\frac{15}{100}$ ,  $\frac{17}{100}$ ,  $\frac{25}{100}$ ,  $\frac{16}{100}$ , and  $\frac{26}{100}$ . Below each of these is a horizontal line followed by the number 0.01. The bottom row contains two more fractions:  $\frac{24}{100}$  and  $\frac{18}{100}$ , also with horizontal lines and 0.01 below them. In the center of the bottom row, there is a large, messy scribble that appears to be 'R//19888888'.

Figura 14. Ejemplo de respuesta C4.1.

#### 2.1.2.7 C5. Elección de la medida de tendencia central más representativa.

En la segunda parte se pretende evidenciar si el estudiante escoge el mejor representante estadístico para una distribución en el que aparece un valor atípico. En esta pregunta el estudiante, debe conocer las propiedades de la media, mediana y la

moda y tener claro que al existir un dato atípico el mejor representante es la mediana, como también la parte del cálculo de la media, mediana y la moda, para así llegar a respuestas coherentes a la situación dada. Las respuestas que se encontraron se describen a continuación:

*C5.1. Considerar que la media es un representante adecuado.*

En estas respuestas se observa un conflicto sobre la idea de representante, pues la media es muy sensible a los valores extremos. Se pueden distinguir las siguientes categorías:

*C5.2. Considera que la media es un representante confiable.*

El estudiante tiene idea de la definición y del cálculo algorítmico de la media y del mismo modo toma a esta medida como el mejor representante del sistema de datos, argumentando que es confiable. Presentando confusión en las propiedades de esta medida.

Handwritten student work for question C5.2. It shows two arithmetic calculations. The first is  $179 + 43 = 222$ . The second is  $222 \overline{) 10} 22$  with a remainder of 2. Below the calculations, the student has written "¿Por qué?" and "utilice ma media armetica por que me parece mas confiable."

*Figura 15. Ejemplo de respuesta C5.2.*

*C5.3. Considerar la media como mejor representante, incluyendo el 43.*

En estos casos el estudiante calcula correctamente la media aritmética, teniendo un conflicto, debido a que no tienen en cuenta que la media solo se aproxima al centro de la distribución en distribuciones simétricas; el estudiante

presenta una dificultad porque no observa que el dato que se agrega es un valor atípico, lo que hace que la media no sea el mejor representante para este tipo de situaciones porque no es resistente a estos valores extremos, se podría inferir que la definición de la media no la tiene muy clara, por ello no conoce, ni interpreta de forma significativa las propiedades que cumple esta medida de tendencia central asociando operaciones básicas ( sumar y dividir).

R// lo que mejor te presenta los 10 datos fue la media aritmética.  $222 / 10 = 22,2$

Por que?  
Por que al sumar los datos se divide por la cantidad de datos

*Figura 16. Ejemplo de respuesta C5.3.*

*C5.4. Considera la media aritmética como mejor representante con error en el cálculo.*

Aunque el estudiante sumó 9 datos, excepto un dato repetido y dividió entre 10. Está mostrando confusión en la definición y el cálculo de la media y a la vez, seleccionar una medida que no corresponde para ser el mejor representante del sistema de datos puesto que existe un dato que se aleja considerablemente de los pesos entre 15 a 26 kilos. Se podría inferir que el estudiante presenta fallas en la apropiación de las propiedades de la media y de la mediana. Además tiende a asimilar la edad con el peso, como si fueran iguales, lo que implica confusión entre medidas de magnitud.

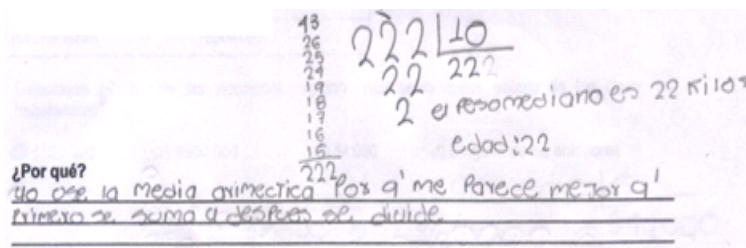


Figura 17. Ejemplo de respuesta C5.4.

C5.5. Usa la media, pero justifica con la moda.

El estudiante cuenta la cantidad de los datos, luego divide entre dos e inicialmente hace referencia a la media, pero en la justificación argumenta que utiliza la moda, concluyendo que la respuesta es cinco.

Se observa que el estudiante se contradice en el proceso que realiza, además, no tiene claro qué medida de tendencia central es la más representativa para este tipo de situación, tiene un conflicto en el cálculo de la media y la moda, junto con la definición de cada una.

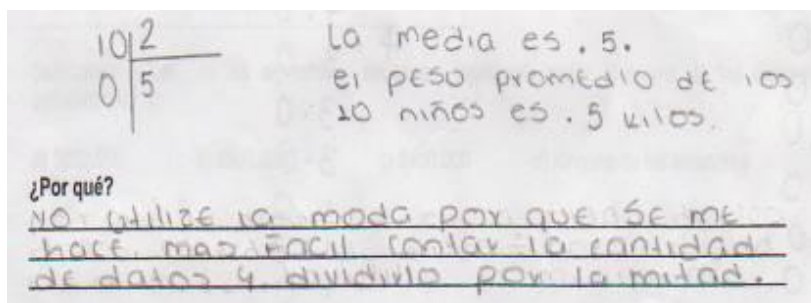


Figura 18. Ejemplo de respuesta C5.5.

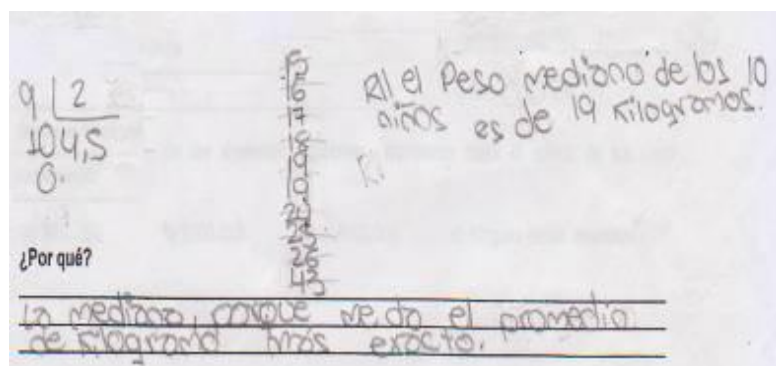
C6. Considera la mediana como mejor representante.

En este tipo de respuestas los estudiantes aluden a que la mediana es el representante más confiable en este tipo de situación. A continuación se presenta este tipo de respuestas:

*C6.1. Calcula la mediana de forma incorrecta.*

En este tipo de respuestas los estudiantes realizan una división entre la cantidad de datos de la distribución entre dos, posteriormente ordenan los datos incluyendo el 43, de acuerdo al cociente que obtienen, el cual indica la posición en donde se encuentra el dato central. De acuerdo a ese resultado cancelan simultáneamente datos de arriba y de abajo y luego resultan dos datos centrales que quedan sin cancelar, los toman como el peso mediano, debido a que representan el mismo peso, concluyen así que el peso mediano es 19.

Al argumentar la respuesta relacionan la mediana con el promedio, lo cual es incorrecto porque son dos conceptos totalmente distintos. En este tipo de respuestas se observa que los estudiantes confunden el cálculo de la media con la mediana, además de ello no es claro el cálculo de la mediana, aunque es evidente que tiene claro que para calcular esta medida debe organizar los datos.



*Figura 19. Ejemplo de respuesta C6.1.*

*C6.2. Calculan la mediana incorrectamente y su justificación alude a las frecuencias acumuladas.*

Aunque el estudiante calcula la mediana de forma incorrecta en la justificación hace referencia al intervalo de la frecuencia acumulada puesto que el procedimiento antes mencionado no da cuenta del proceso que se hace para calcular la frecuencia acumulada. Por ello el estudiante presenta confusión sobre el concepto y el cálculo de dicha frecuencia para un conjunto cuantitativo. Por otra parte no reconoce el objeto estadístico mediana, así como también su definición y el algoritmo y mucho menos sus propiedades.



$R/179+43 = 222 \mid 2$  MEDIANO = 111  
 02  
 -02  
 0  
 MEDIANA  
 ¿Por qué?  
 CORRESPONDE AL INTERVALO CUYA FRECUENCIA  
 ACUMULADA ES EL PRIMER VALOR MAYOR  
 A LA MITAD DEL TOTAL DE LOS DATOS.

Figura 20. Ejemplo de respuesta C6.2.

*C7. Considerar que el mejor representante es la moda.*

Los estudiantes consideran que la moda es el representante más adecuado para la distribución de los datos, aunque se evidencian distintas estrategias de solución para calcularla correcta o incorrectamente.

*C7.1. Usa la moda, pero su cálculo es incorrecto.*

El estudiante alude que la moda es el mejor representante, porque en los datos iniciales observa que existen dos datos repetidos, por ende concluyen que el peso mediano es 19. Aunque la respuesta, en este caso, es acertada, los estudiantes no tienen claro qué medida de tendencia central es la más apropiada en situaciones que se plantean, falta apropiación significativa de ese conocimiento estadístico, porque todavía no saben interpretar, ni diferenciar para que casos usan cada medida de tendencia central y han memorizado definiciones aisladas, por ende tienen dificultad en la parte conceptual y en relacionar esas propiedades que cumple cada medida de posición central en una situación particular, para así escoger el mejor representante.

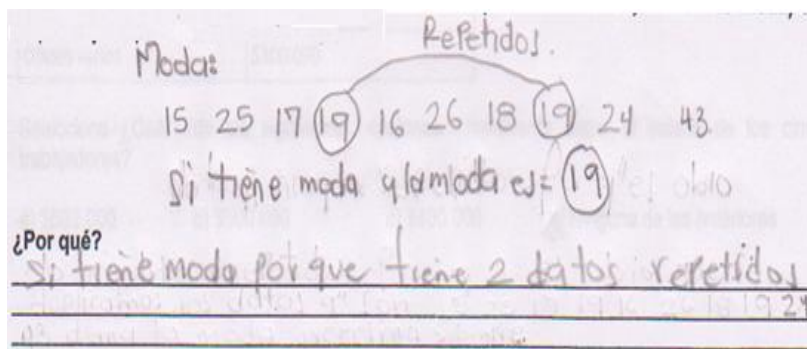


Figura 21. Ejemplo de respuesta C7.1.

C7.2. Cuentan el número de datos y lo dividen entre dos, pero justifican que la moda es el mejor representante.

En algunas respuestas los estudiantes asocian a que la moda es el mejor representante, y además para el estudiante es lo más fácil, aunque no tienen claro la diferencia que existe entre una medida de tendencia central y otra, así como en la parte procedimental, ni en las propiedades que cada una de ellas cumple para utilizar así el mejor representante en este tipo de situación, donde existe un valor atípico.

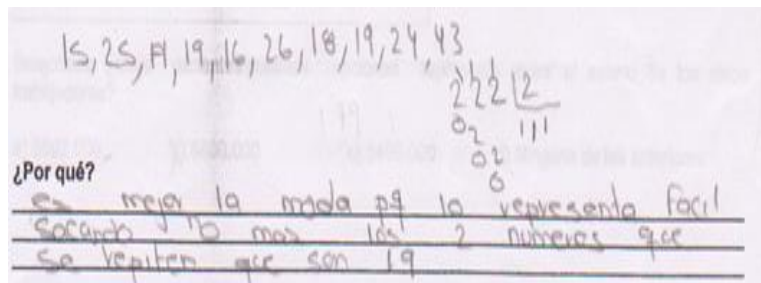


Figura 22. Ejemplo de respuesta C7.2.

C7.3. Calcula la media de forma correcta y justifican que la mejor representante es la moda.

El estudiante realiza el cálculo de la media aritmética, su respuesta es confusa porque tiende a relacionar un número distinto a su respuesta con la moda. Luego argumenta que el valor 19 es la moda porque ese dato se repite. Se podría pensar que el estudiante presenta confusión con la terminología entre media y moda puesto que realiza un cálculo usando una medida de posición central y justifica con otra, lo cual implica que para el estudiante no existe diferencia entre ambas medidas.

$$\begin{array}{r} 222 \overline{) 222} \\ 022 \phantom{0} \\ \hline 02 \phantom{0} \\ 02 \phantom{0} \\ \hline 00 \phantom{0} \end{array}$$

Nota: 20.6 es 19

¿Por qué?  
Yo utilice la moda de 19 por que era la Opcion de repeticion

Figura 23. Ejemplo de respuesta C7.3.

- Análogo al caso anterior pero con error en el cálculo del cociente, el estudiante argumenta que le parece más conveniente puesto que se podría pensar que el estudiante confunde la terminología entre media y moda, del mismo modo la definición de cada medida.

$$\begin{array}{r} 222 \overline{) 222} \\ 022 \phantom{0} \\ \hline 02 \phantom{0} \\ 02 \phantom{0} \\ \hline 00 \phantom{0} \end{array}$$

El peso mediano de los 10 años es de 222 kilos

¿Por qué?  
Yo utilice la moda porque me parece más conveniente para sacar el resultado

Figura 24. Ejemplo de respuesta C7.3.

- Del mismo modo que el anterior el estudiante comete los mismos errores en cuanto a resolver incorrectamente el cociente, argumentando que la moda le pareció más fácil. Además la justificación de la respuesta no tiene relación con el procedimiento usado, por tanto, confunde el cálculo y la definición de media y moda sin reconocer los objetos estadísticos de media y moda cada uno por separado y a su vez la idea de representante de un conjunto cuantitativo.

Handwritten student work for C7.3. It shows two addition problems:

$$\begin{array}{r} 179 \\ + 43 \\ \hline 222 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22210 \\ 27222 \\ \hline 20 \\ 0 \end{array}$$

Below the calculations, the student has written: "¿Por qué? Utilice la moda por que me parecia mas facil".

Figura 25. Ejemplo de respuesta C7.3.

- Semejante al caso anterior, la justificación hace referencia a la definición de moda pero el procedimiento no evidencia ese concepto como tal, puesto que para encontrar el resultado usó la media y para la argumentación hace alusión a la moda presentando inconsistencia en el uso de las medidas de posición central confundiendo la definición y el cálculo de ambas en cuanto a su terminología y su significado.

Handwritten student work for C7.3. It shows two addition problems:

$$\begin{array}{r} 179 \\ + 43 \\ \hline 222 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22210 \\ 22222 \\ \hline 20 \\ 0 \end{array}$$

Below the calculations, the student has written: "¿Por qué? Utilice la moda porque abian numeros repetidos y la media para conseguir el resultado."

Figura 26. Ejemplo de respuesta C7.3.

C7.4. Calculan la media de forma incorrecta y justifican que la mejor representante es la moda.

En algunos casos aunque el estudiante justifica que la moda es el mejor representante, el proceso que elabora es distinto, por ejemplo en una de las respuestas sumaban los datos y los dividían entre dos y encuentran un valor distinto, concluyen que la moda es 19 porque justifican que existen dos datos repetidos, aunque la respuesta es acertada a la situación, la forma de obtenerla no es la adecuada.

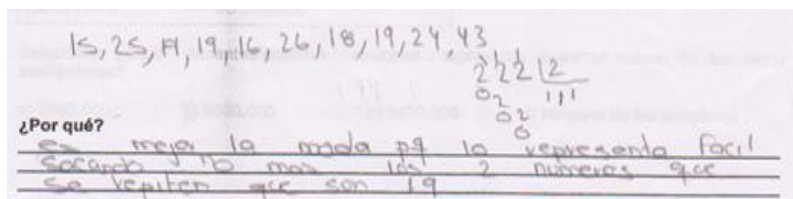


Figura 27. Ejemplo de respuesta C7.4.

C7.5. Calcular la media y lo asocia a la mediana.

El estudiante halla la media correctamente, pero en su justificación plantea que la medida de tendencia central más representativa para este tipo de casos es la mediana, en este caso el estudiante no ha diferenciado la media y la mediana y tiende a confundir que ambas medidas son las mismas y el proceso que utiliza en la media, es el mismo que se debe utilizar en la mediana, sin diferenciar que cada una de ellas cumple con propiedades distintas y que podrían coincidir si la distribución es simétrica respectivamente.

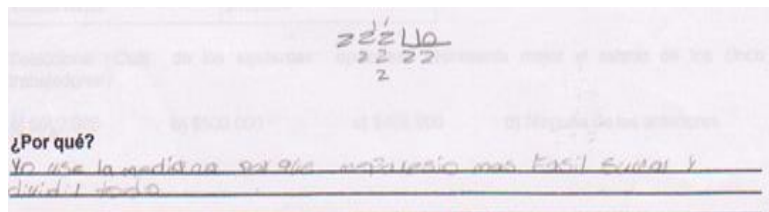


Figura 28. Ejemplo de respuesta C7.5.

- Similar al caso anterior, el estudiante calcula la media aritmética, pero en la justificación hace alusión a la mediana como la medida de posición central más representativa. De igual manera asocia operaciones básicas tales como sumar y dividir a esta medida, asumiendo que es más fácil realizar este proceso sin diferenciarla de la media. Se podría inferir que el estudiante presenta confusión en la definición y el cálculo de la mediana.

$$\begin{array}{r} 179 \\ 43 \overline{) 222} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 222 \overline{) 222} \\ \underline{22} \phantom{2} \\ 20 \\ \underline{2} \end{array}$$

¿Por qué?

me quedo mucho mas facil usando la mediana.  
Sumando y dividiendo.

Figura 29. Ejemplo de respuesta C7.5.

- De la misma forma que el caso anterior, el estudiante confunde el uso de la media con la mediana sin distinguir una de otra, y a su vez excluye sus propiedades.

$$\begin{array}{r} 222 \overline{) 222} \\ \underline{22} \phantom{2} \\ 2 \end{array}$$

el NUEVO PAGO MEDIANO de los 10 NIÑOS son 22 kilos

¿Por qué?

Por q se le suma e utilice lo Mediano Por me parece mas facil para este proceso.

Figura 30. Ejemplo de respuesta C7.5.

- De igual forma que el anterior se puede observar que el estudiante usó la idea de media pero justifica su respuesta con la mediana, lo cual implica que en estas medidas no existe una correspondencia, generando una respuesta incorrecta.

$$\begin{array}{r} 222 \overline{) 222} \\ \underline{02} \phantom{2} \\ 02 \phantom{2} \\ \underline{11} \end{array} = 111 = \text{kilos}$$

¿Por qué?

la mediana es mas facil y esqlica mejor

Figura 31. Ejemplo de respuesta C7.5.

C7.6. Análogo al caso anterior, el estudiante obtiene el resultado y lo dividen entre dos con error en el cálculo.

La mayoría de los estudiantes hacen este proceso, pero las justificaciones que se plantean son diversas, debido a que unos afirman que no utilizan ninguna medida de tendencia central, no justifican, definen de manera formalizada, entre otros:

- Algunos estudiantes asocian que al hacer el cálculo de dividir entre dos están calculando la mediana, porque hacen alusión a que la mitad es encontrar la mediana de un grupo de datos, esto se debe a que tienen una definición no muy clara del cálculo de la mediana y de su interpretación

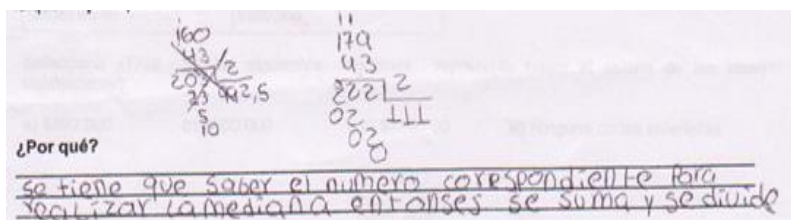


Figura 32. Ejemplo de respuesta C7.6.

- Otros estudiantes responden a que el resultado que obtuvieron es el mejor representante, lo cual quiere decir que no comprendieron la pregunta, ni tampoco tienen idea a que se refiere con mejor representante en un sistema de datos.

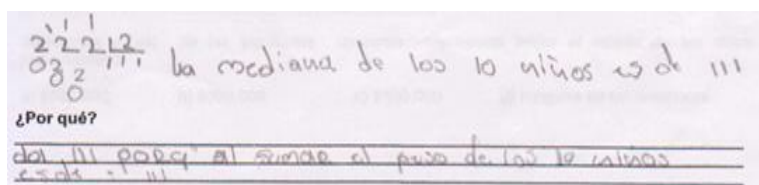


Figura 33. Ejemplo de respuesta C7.6.

- Se evidencia que en el proceso, no justifican el procedimiento que elaboraron y cual medida de tendencia central utilizaron, no es claro en que se apoya su argumento.

$15 + 25 + 17 + 19 + 16 + 26 + 18 + 14 + 24 + 13 = 222 \mid 10$   
 $02$   
 $02$   
 ¿Por qué?  


---


---

Figura 34. Ejemplo de respuesta C7.6.

- En otros casos el estudiante solo justifica que hizo una serie de operaciones y se podría inferir, entonces, que para él no requirió de ninguna medida de tendencia central para hallar el valor mediano de la distribución.

$PA \begin{array}{r} 179 \\ 43 \\ \hline 222 \end{array}$        $222 \mid 13$   
 $02$   
 $02$   
 $0$   
 ¿Por qué?  
no utiliza ninguna de las opciones  
utilize una suma y una division del  
valor

Figura 35. Ejemplo de respuesta C7.6.

- Algunos estudiantes presentan dos procesos, en uno, inicialmente, calculan la media de forma incorrecta y obtienen un resultado, pero en el mismo punto organizan los datos, incluyendo el dato atípico, aunque omiten un diecinueve y llegan a la respuesta correcta, en donde el peso mediano es 19 y su justificación lo hacen con el segundo proceso que elaboraron en el taller.



$222 \mid 2$   
 $02 \quad 111 \quad 15 \mid 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad 24 \quad 26 \quad 43$   
 $02$   
 ¿Por qué?  $R// \text{mediana} = 19$   


---

 Se organiza de menor a mayor y la mediana es 19

Figura 36. Ejemplo de respuesta C7.6.

- Por otra parte el estudiante hace inicialmente lo mismo que se señaló anteriormente, pero en la justificación afirma que el peso mediano es 19 y que primero se deben organizar los datos de menor a mayor, pero sin ningún proceso que apoye esta afirmación.

$222 \mid 2$   
 $02 \quad 111$   
 $02$   
 ¿Por qué?  $R// \text{mediana} = 19$   


---

 Se organiza de menor a mayor y la mediana es 19

Figura 37. Ejemplo de respuesta C7.6.

#### 2.1.2.8 Análisis del problema, según las funciones semióticas.

A continuación se mencionaran las seis funciones semióticas referente a los objetos estadísticos, teniendo en cuenta el análisis previo del problema uno.

Para ello en cada significado, expuesto por Godino, se evidenciaran las diferentes características que tienen las respuestas de los estudiantes y que se pueden clasificar en cada una de las funciones.

Tabla 1. Funciones semióticas referentes al problema # 1

| Significado lingüístico   | Significado situacional  | Significado conceptual   | Significado Proposicional  | Significado actuativo  | Significado argumentativo  |
|---|--|--|--|--|--|
| Según las respuestas proporcionadas por los estudiantes, no es evidente el uso del indicador de tendencia central más adecuado para cada una de las medidas, es decir los elementos lingüísticos no presentan relación con la terminología de media mediana o moda. | En el problema propuesto se esperaba que el estudiante utilizara el objeto estadístico mediana, además de las propiedades en donde tenían que ordenar los datos de forma ascendente y también el cálculo de la medida de posición central. | Hace referencia a los conceptos utilizados por los estudiantes lo cual tienden a confundirlos (Media, mediana o moda), en otros casos los estudiantes no aluden a ningún concepto de medida de posición central sino a operaciones aritméticas. Visualizaban el sistema de datos como valores aislados y no como una distribución. | Según las respuestas suministradas por el estudiante se puede evidenciar que sus conocimientos sobre las medidas de posición central son escasos, debido a que atribuyen propiedades inexistentes en la mediana, puesto que no ordenaban los datos, siendo un estadístico de orden. Además confunden unas medidas de posición central con otra, esto se puede observar porque realiza un procedimiento con una medida en particular y en su justificación lo atribuye a otra. Por otra parte algunos estudiantes al resolver el problema por medio de la mediana no tenían claro lo que sucedía cuando el sistema de datos correspondía a un número par o impar, por ello los resultados encontrados eran incorrectos. | El problema planteado era resuelto por la mediana, en la mayoría de las respuestas obtenidas se pudo observar que muchos de los estudiante no acudían a esta medida de posición central sino que por el contrario realizaban procesos por fuera de estas medidas o utilizaban una distinta a la mediana, debido a que no tenían en cuenta el dato atípico. | Los estudiantes dan argumentaciones confusas porque en muchos de los procesos que realizan son inconsistentes con su justificación, por otra parte, ellos no aluden a qué medida de tendencia central es la mas representativa para solucionar este tipo de problema, argumentando que su solución es una serie de operaciones que le permitieron encontrar la respuesta. En otros casos dan explicaciones que no tiene relación con lo que se pregunta y otros no justifican. |

### 2.1.2.9 Conclusiones del análisis al problema propuesto.

Teniendo en cuenta las distintas categorías que se observaron en las estrategias utilizadas por los estudiantes del Colegio Académico El Poblado, se pudo evidenciar que en muchas ocasiones los estudiantes no analizaban qué medida de tendencia central era la más pertinente para el problema propuesto, además se observa que aunque existe un dato atípico, el estudiantes no elige la medida de tendencia central más representativa para este tipo de situaciones. De lo anterior se apoyan las conclusiones que muestran las distintas dificultades que los estudiantes presentan en la resolución del problema.

- Conflictos representacionales: consiste en confundir la terminología de *media* y *mediana*, en estos casos el estudiante alude a que el mejor representante es la *mediana*, el proceso que realiza es el cálculo de la *media aritmética*, de forma correcta. Lo mismo sucede con la media y la moda, los estudiantes realizan el proceso de la media aritmética, pero al justificar exponen que utilizaron la moda, la cual para ellos es el mejor representante. Estos resultados arrojados coinciden así con la investigación realizada por Cobo (2003).
- Conflictos conceptuales: cuando los estudiantes no discriminan entre media, mediana y moda o entre estos y otros conceptos. Entre los conflictos relacionados, aparece el de no ordenar los datos que se le brindan al estudiante en la situación planteada y así calculan la mediana. Este conflicto fue descrito por Barr (1980), Carvalho (1998,2001), y Cobo (2003), y esto puede suceder debido a que el estudiante asume que el “orden” que se cita en la definición es el orden en que se

han listado los datos y no el orden numérico convencional. Otra confusión ya notada por Carvalho (2001) es la existente entre mediana o media y valor de la variable. En el caso de la mediana el conflicto podría explicarse por un uso del sentido coloquial del término “mediano”, dando un valor de la variable diferente del máximo o del mínimo, y que no corresponde al centro, también como lo indica Mokros y Rusell (1995), citados por Batanero (2001), hasta que los niños no conciben el conjunto de datos como un todo, y no como un agregado de valores, no podrán comprender las ideas de resumen de los datos o representante de ellos, que refiere al conjunto global y no a ninguno de los valores aislados. La idea de representatividad no es inmediata, antes de llegar a ella los alumnos deben captar la idea de conjunto de datos como una unidad.

- Conflicto al atribuir propiedades a un concepto: los estudiantes generalizan de manera excesiva que conocen conceptos que no conservan estas propiedades. Por ejemplo se pudo evidenciar que en las respuestas dadas por los estudiantes no tenían en cuenta el valor atípico, y por ello suponían que el mejor representante era la media, esto también fue encontrado por autores como Navas, Batanero y Godino (1997), es por ello que los estudiantes no aprecian el efecto del valor atípico en el cálculo de la media, fallando al elegirlo como el mejor representante.
- Conflictos procedimentales: Cuando hay fallo en la aplicación de un procedimiento o se selecciona un procedimiento inadecuado en una situación. Por ejemplo algunos estudiantes seleccionan incorrectamente el número por el cual deben dividir para el cálculo de la media, particularmente algunos

estudiantes dividen entre cinco, dos, diez y otros, toman cada frecuencia y realizan la división entre cien o doscientos, si la frecuencia se repite.

En algunas investigaciones es evidente que los estudiantes presentan dificultades al no ordenar los datos en la mediana, esto lo señala la investigación realizada en Cobo (2003), en los estudiantes de secundaria y se pudo evidenciar en las respuestas que los estudiantes de grado sexto brindaban en el problema propuesto. Otra investigación señala que estudiantes de trece a catorce años no ordenan los datos para calcular la mediana. Carvalho (1998-2001).

Otra dificultad que los estudiantes presentan es no tener en cuenta el dato que se repite, debido a que en algunas respuestas observadas, se hizo evidente que omitían el dato repetido (19). Este error se puede presentar debido a que los estudiantes no tienen en cuenta las frecuencias en el cálculo de la media. Mevarech (1983), indicó que para el caso de la media este error se debe a que los estudiantes asumen que la media tiene la propiedad asociativa. En el caso de las respuestas obtenidas por los estudiantes de sexto grado del Colegio Académico El Poblado, se evidencia que además de la posible atribución incorrecta de la propiedad asociativa, también se produce un conflicto, tanto respecto a la idea de frecuencia, como a la idea de orden. Al tratar de ordenar de menor a mayor el sistema de datos asignándole un número, encuentra un valor repetido (19). Los dos valores 19 estarían en el mismo lugar de la ordenación. Para el estudiante es indiferente poner uno antes que el otro. Es decir, puesto que 19 remite al peso de un niño imaginario, si tenemos dos niños del mismo peso, sería indiferente

colocar a uno u otro en el quinto lugar en orden de peso. El estudiante resuelve el conflicto omitiendo uno de los valores.

En otras respuestas aunque los estudiantes no organizan los datos, también se presenta el mismo conflicto omiten uno de los valores repetidos de la situación.

En la mayoría de las estrategias utilizadas por los estudiantes, se observaba que sumaban los datos y luego realizaban la división entre el número que ellos escogían, de acuerdo a su razonamiento particular. Esto también se pudo evidenciar en los resultados del estudio de Cai (1995), con 250 alumnos de sexto, mostraron que el 90% de los alumnos conocían el mecanismo de “sumar todo y dividir” que constituye el algoritmo del cálculo. Sin embargo sólo algunos de ellos mostraron evidencias de comprender el concepto. El estudio sugirió que el concepto de media aritmética no solo es muy complejo respecto al algoritmo de cálculo, son que también debería ser impartido más allá del propio algoritmo.

Otra estrategia que se presentó en la resolución del problema, distinta a los estudios realizados por diverso autores era la de contar los datos y el total de ellos, lo dividían entre dos, luego de ello ordenaban los datos y tachaban de arriba hacia abajo, o en sentido contrario, según el número obtenido en el cociente de la división. Concluyendo que el 19 era el peso mediano. Se podría suponer que el estudiante presenta confusión al calcular la mediana con datos impares, aunque para él es claro que los datos dados deben ser ordenados de forma ascendente, propiedad que cumple la mediana.

- Conflictos Argumentativos: los estudiantes no son capaces de dar una justificación a su respuesta e interpretar las respuestas obtenidas o no ven las inconsistencias de las mismas, algunos de los conflictos detectados son:
  - No tener en cuenta las frecuencias en el cálculo de la mediana, error debido a un fallo al apreciar que la mediana no tiene propiedad asociativa y en la comprensión de la mediana como estadístico de orden.
  - Suponer estructura de operación interna a la mediana por un proceso indebido de generalización; ya que la propiedad de conservación del conjunto numérico la tienen otras operaciones que el estudiante conoce, (suma y multiplicación, etc.) pero no las medidas de posición central exceptuando la moda.
  - El estudiante realiza un procedimiento particular, relacionándolo con una de las medidas de posición central, pero al realizar la justificación alude a otra medida, haciendo que su justificación sea inconsistente.

### *2.1.3 Objetivo del problema propuesto # 2*

En el problema propuesto se divide en dos ítems, en un primer momento el estudiante debería identificar que el conjunto de datos no es cuantitativo sino cualitativo (datos ordinales), entonces la medida que se utilizaría en este caso es la mediana que hace referencia a escoger el dato central de una distribución de elementos en cada uno de los grupos, luego comparar los dos grupos de datos y concluir cual es el grupo que ha obtenido mejores notas. No obstante también se puede utilizar la moda, puesto que es una estrategia igualmente correcta debido a

que son datos ordinales, para este caso se debe escoger la calificación que tenga la mayor frecuencia o el dato que más se repite. Los significados que intervienen son: *el conceptual, actuativo y argumentativo*.

Para el ítem 2.2 lo que se busca es que el estudiante identifique cual es la mejor nota que representa los dos grupos de datos ordinales, al comparar las medianas, es decir la media no es un representante adecuado para datos ordinales y justificar su respuesta.

### *2.1.3.1 Solución del problema propuesto.*

El problema que se va analizar está tomado originalmente de Godino (1999) y posteriormente fue utilizado por Cobo (2003), en la cual se hizo una modificación al agregarle al grupo 2 variables (sobresalientes y excelentes) para completar la misma cantidad de datos del grupo 1 (23 datos), en igual cantidad y el por qué de la preguntas para el ítem 2.1 y 2.2, con el propósito de llevar al estudiante a argumentar su solución. Puesto que los datos corresponden a una variable ordinal, lo cual no admite el cálculo de la media para esta situación y el indicador de tendencia central de estos datos es la mediana.

Para la resolución de esta situación se debe tener conocimientos previos sobre las medidas de posición central, principalmente el cálculo de la mediana con número impar de datos. Para analizar si los estudiantes comprenden el objeto estadístico mediana con variables cualitativas o si las confunden con las variables cuantitativas:



2. Un profesor califica a sus estudiantes de la siguiente forma:  
 I = insuficiente, A = Aceptable, S = sobresaliente, E: Excelente  
 En la siguiente tabla tenemos las notas que han puesto a dos grupos de estudiantes.  
 Se considera que un estudiante aprueba la asignatura cuando obtiene calificaciones E  
 o S y reprueba con A o I.

|   |
|---|
| Grupo 1 = I, A, A, E, E, S, S, I, I, I, A, A, A, E, S, S, I, A, A, S, S, S,<br>S, |
| Grupo 2 = S, E, S, I, S, E, I, S, A, S, E, A, E, I, E, I, S, E, A, S, I, E,<br>E. |

2.1 ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?

**¿Explica tu respuesta?**

---



---

2.2 ¿Cuál sería la calificación más apropiada para representar los datos de los grupos 1 y 2?

---



---

¿Qué medida de tendencia central usaste?

---



---

### Problema propuesto # 2

Además de lo antes mencionado, el estudiante debe aplicar el concepto de mediana como elemento central que divide a la población en dos partes iguales para ambos grupos, cada uno por separado. También deben de conocer el cálculo algorítmico y algunas propiedades de la mediana para contestar las preguntas planteadas. En lo que sigue se elaboró una solución formal para comenzar con el análisis.

Para resolver esta situación, donde los datos son ordinales con número impar de datos. El estudiante debe aplicar directamente la definición de mediana

ordenando las variables según el enunciado, conservando la escala de medida. Luego, muestra una serie ordenada de notas, para determinar el valor de la variable correspondiente al dato que ocupa la posición central de cada uno de los grupos como la siguiente.

*Grupo 1* I I I I I A A A A A A S S S S S S S S S E E E

*Grupo 2* I I I I I A A A S S S S S S S E E E E E E E

Por último comparar las medianas de los dos grupos, para responder al ítem 2.1, además, el grupo 1 tiene 23 elementos y el dato que ocupa la posición central está ubicado en el lugar 12 por consiguiente, el valor de la mediana corresponde al aceptable (A). De la misma manera el grupo 2 tiene los mismos elementos y el valor de la mediana es sobresaliente (S) por tal motivo el dato central ocupa la misma posición, su diferencia es el valor de la variable. Por consiguiente el grupo 2 tiene mejores notas.

Según el procedimiento antes citado, la calificación más apropiada para representar estos datos es: el valor de la variable (S) que corresponde a la medida de posición central mediana, argumentando el ítem 2.2.

Es posible que el estudiante resuelva este problema utilizando de forma generalizada la moda (juntando los valores S y E), la cual sería otra estrategia correcta, encontrando las frecuencias absolutas de cada variable, aplicando la definición de moda, (frecuencia o dato que más se repite) puesto que son variables cualitativas en escala ordinal.

### *2.1.3.2 Resultados del problema propuesto.*

Recogidas las respuestas de los estudiantes referentes al problema en la aplicación del taller diagnóstico, se inició un proceso de categorización comparando las respuestas similares. Se clasificaron las respuestas, considerando principalmente las medidas de posición central, que se usan (media, mediana, moda o ninguna) y las respuestas que se relacionan con cada una de ellas. De este modo se establece una lista de categorías de repuestas que se describe a continuación.

### *2.1.3.3 C1. Respuestas basadas en la media aritmética.*

El estudiante identifica que la resolución del problema se hace por medio de una medida de tendencia central, de igual forma asigna valores numéricos a las variables ordinales para convertirlos en variables cuantitativas. La respuesta hubiera sido correcta si el estudiante, al transformar las variables ordinales a cuantitativas, hubiera encontrado su mediana puesto que el estudiante no diferencia el tipo de variable estadística y no es consecuente al usar la media en datos cualitativos en escala ordinal.

#### *C1.1. Transforma los datos ordinales y calcula correctamente la media.*

El estudiante asigna valores numéricos a las variables ordinales. Posteriormente realiza el cálculo algorítmico de la media de cada grupo, luego compara los promedios argumentando que el grupo 2 fue mayor. Es decir que identifica correctamente el conjunto de datos, considerando la distribución como un todo, pero toma la media y no la mediana para la resolución del problema. Además confunde el tipo de variable cualitativa con la cuantitativa, puesto que la

correspondencia de los datos no conserva la escala de medida. Por ende la media no es adecuada a los datos originales y además la solución no coincide con la que se espera.

|  |         |
|--|---------|
| 1 3 3 5 5 4 4 1 1 1 3 3 3 5 4 4 1 3 3 4 4 4 4                                  | 3.1     |
| Grupo 1 = I, A, A, E, E, S, S, I, I, I, A, A, A, E, S, S, I, A, A, S, S, S, S, | 73   23 |
| Grupo 2 = S, E, S, I, S, E, I, S, A, S, E, A, E, I, E, I, S, E, A, S, I, E, E. | 82   23 |
| 4 5 4 1 4 5 1 4 3 4 5 3 5 1 5 1 4 5 3 4 1 5 5                                  | 3.5     |

2.1 ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?

R/ el segundo grupo

¿Explica tu respuesta?

Pues yo sume y el grupo dos fue el mayor

Figura 38. Ejemplo de respuesta C1.1.

C1.2. Transforma los datos ordinales y calcula la media para ambos grupos con error en el divisor del grupo 2.

Algunos estudiantes le dan valores a las letras en un rango de 1 a 5, luego calculan la media y comparan los resultados, es decir, llevan a cabo correctamente la identificación de los datos considerando la distribución como un todo. Aunque no llega a la respuesta correcta, no es la medida de tendencia más adecuada para este tipo de datos. Además, el segundo cálculo de la media se realiza por un número que no tiene que ver con la situación planteada (32). Es por esto que el cálculo de la media en la parte procedimental no es claro, ni diferencian en qué tipo de situaciones usar la media o la mediana como la más representativa.

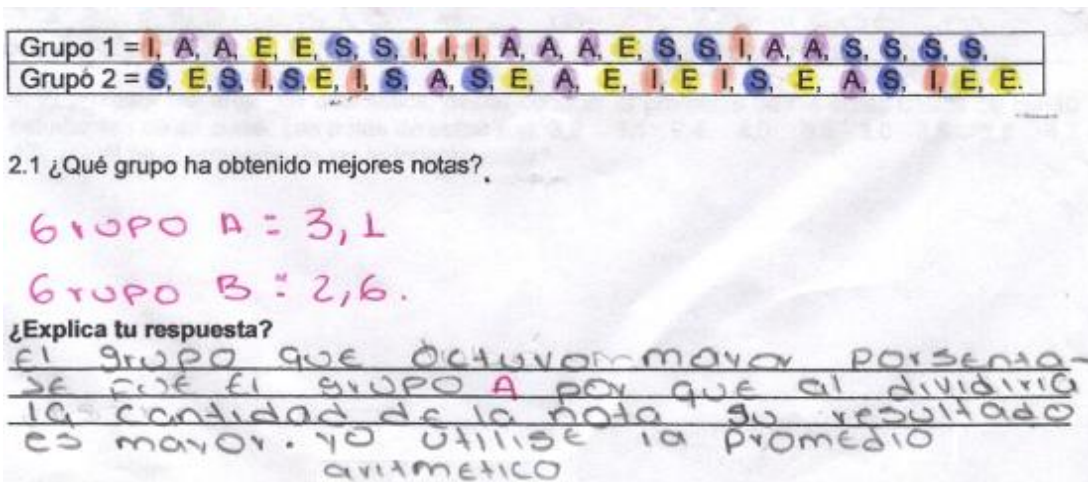


Figura 39 Ejemplo de respuesta C1.2.

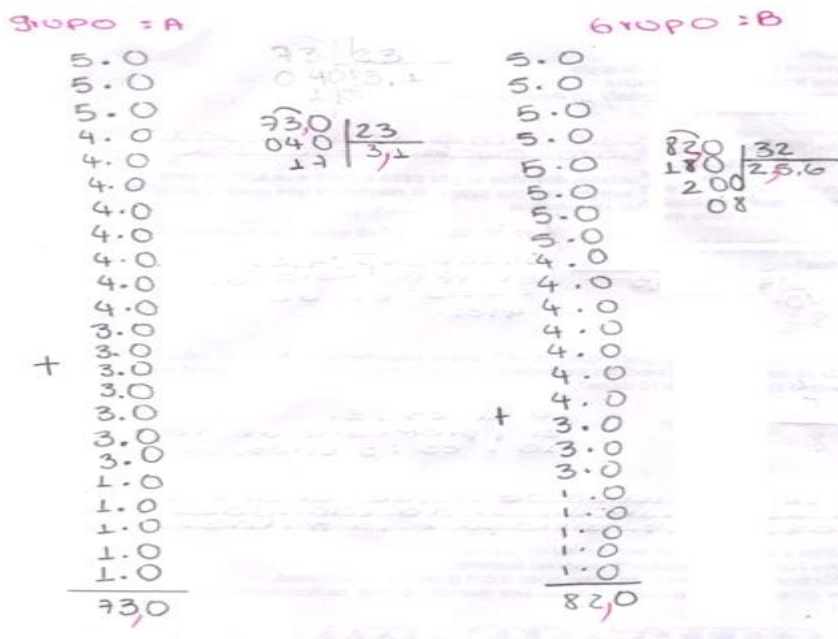


Figura 40. Ejemplo de respuesta C1.2.

2.1.3.4 C2. Respuestas basadas en la moda.

El estudiante utiliza la idea de moda (contar los elementos que más se repiten en una distribución) para hacer la comparación entre grupos o variables calculándola correctamente. Aunque no sea una solución óptima es una estrategia correcta, puesto que la moda está definida para datos ordinales pero no es la medida de

posición central más representativa para este tipo de datos. Sin embargo en algunos casos el estudiante no considera todos los datos en la comparación, sólo los que representan una buena calificación (E o S) o por el contrario sólo toman en cuenta las que representan notas bajas (A e I) Para ello se han seleccionado las siguientes respuestas:

### C2.1. Compara ambos grupos.

En este caso el estudiante visualiza el conjunto de datos como un todo, comparando los datos de ambos grupos, identificando en ellos las notas buenas y notas malas y las cuenta cada una de ellas. Así, llega a una respuesta acertada que en este caso es el grupo dos. Se podría considerar que el estudiante relaciona cada nota como una frecuencia absoluta puesto que las calcula, por consiguiente posee idea de la definición de moda y de su cálculo algorítmico.

2.1 ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?

|          |           |          |           |
|----------|-----------|----------|-----------|
| Grupo 1: |           | Grupo 2: |           |
| I=5)     | Buenas=11 | I=5)     | Buenas=14 |
| A=4)     |           | A=3)     |           |
| S=8)     | Malas=12  | S=6)     | Malas=8   |
| E=3)     |           | E=8)     |           |

el grupo que obtuvo mejores notas fue el grupo N°2.

¿Explica tu respuesta?

Porque el grupo N°2 tiene mejores calificaciones que el grupo N°1.

Figura 41. Ejemplo de respuesta C2.1.

C2.2. Compara ambos grupos y en su justificación hacen alusión al conjunto de notas buenas y malas.

Al igual que el caso anterior el estudiante calcula correctamente la moda, debido a que identifica cuales son las notas sobresalientes, excelentes y las que más se repiten. Luego de ello calcula la frecuencia absoluta de cada grupo para después compararlas y concluir que el grupo dos es el que mejores notas obtiene, por que el grupo 1 tiene más notas malas según la argumentación dada.

2.1 ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas? GRUPO 1 GRUPO 2

|  |     |     |
|--|-----|-----|
|  | I=5 | I=5 |
|  | A=7 | A=3 |
|  | S=8 | S=7 |
|  | E=3 | E=8 |
|  | 12  | 8   |
|  | 11  | 16  |

El grupo numero 2.

¿Explica tu respuesta?

El Grupo numero 1 Tiene mas malas que Buenas y el  
Grupo numero 2 Tiene mejores notas por que tiene  
mas Buenas que malas.

Figura 42. Ejemplo de respuesta C2.2.

C2.3. Suma las notas que aprueban y las que no aprueban como buenas y malas.

A diferencia de los casos anteriores el estudiante sumó las notas que aprueban y las notas que no aprueban de ambos grupos, posteriormente las compara. Pero en la justificación solo tiene en cuenta las notas que aprueban para concluir acertando que el grupo dos a obtenido mejores calificaciones. De acuerdo a esto se puede inferir que el estudiante posee el concepto de moda y de su cálculo.

|  |               |
|--|---------------|
| Grupo 1 = I, A, A, E, E, S, S, I, I, I, A, A, A, E, S, S, I, A, A, S, S, S, S. | 11-12<br>15-8 |
| Grupo 2 = S, E, S, I, S, E, I, S, A, S, E, A, E, I, E, I, S, E, A, S, I, E, E. |               |

2.1 ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?  
 el grupo 2. grupo 1 = 11 Buena  
 12 malas  
 grupo 2 = 15 Buena  
 8 malas

¡Explica tu respuesta?  
 Para mí el grupo 2 es el que tiene mejores  
 notas porque tiene más E y S en las notas

Figura 43. Ejemplo de respuesta C2.3.

C2.4. Además de considerar tres notas en su justificación relaciona todas las variables.

Esta respuesta es distinta a las demás por que el estudiante pinta de color verde las notas A e I y de color rojo la nota E en cada grupo para escoger cual ha obtenido mejores notas pero realiza dos justificaciones a la vez para argumentar que el grupo 2 es el mejor. En un primer momento solo suma las notas E de ambos grupos y las compara es decir que tiene en cuenta una sola nota de la distribución y en un segundo momento compara ambos grupos asumiendo notas buenas y malas. Se podría pensar que el estudiante tiene idea de la definición de moda pero falta claridad en su proceso de cálculo.



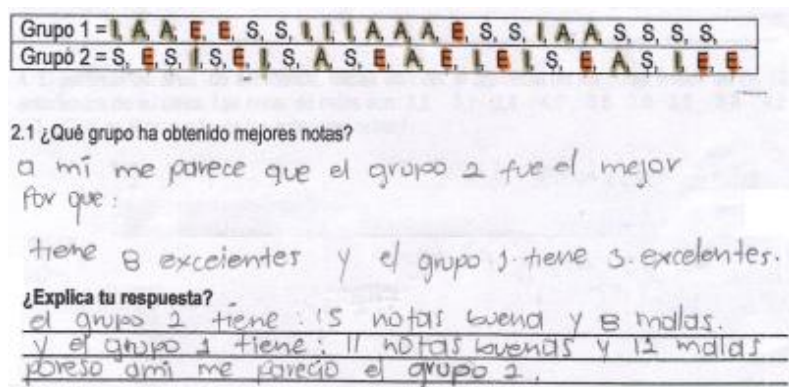


Figura 44. Ejemplo de respuesta C2.4.

#### C2.5. Toma como notas representativas las aprobadas.

En este grupo de respuestas, se encuentran aquellos estudiantes que no toman en cuenta toda la distribución de los datos, sino una parte de ellas es decir las notas (E y S) que hay en el cuadro, luego las suman y por último comparan, concluyendo acertadamente que el grupo dos tiene mejores notas.

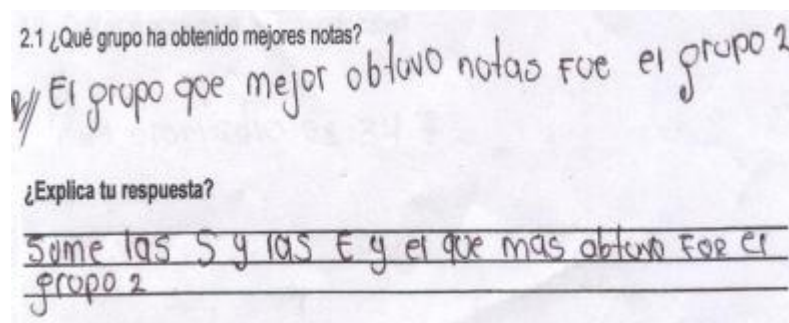


Figura 45. Ejemplo de respuesta C2.5.

A diferencia del anterior caso el estudiante suma las notas S y E de ambos grupos, ya que tiene en cuenta únicamente dos variables de los datos (excelente y sobresaliente), se podría pensar que el estudiante concibe la idea de moda.

Pero no concibe al conjunto de datos como una distribución, es decir que carece del concepto como tal de distribución y de su aplicabilidad.

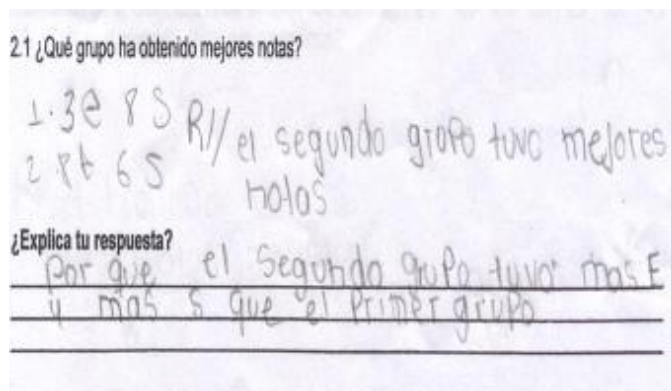


Figura 46. Ejemplo de respuesta C2.5.

*C2.6. Toma como nota representativa la E.*

Para este caso, el estudiante escoge la nota más alta, la excelente (E), cuenta cuántas letras hay y por último compara concluyendo que el grupo 2 tiene mejores notas. Aunque sabe que la moda es el dato que más se repite de una distribución, la parte algorítmica no la tiene clara por que toma un sólo dato de la distribución.

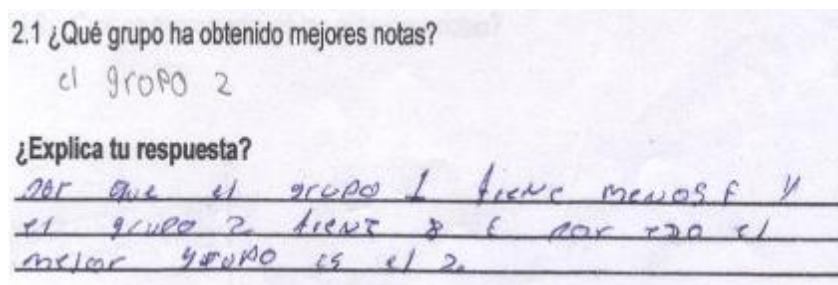


Figura 47. Ejemplo de respuesta C2.7.

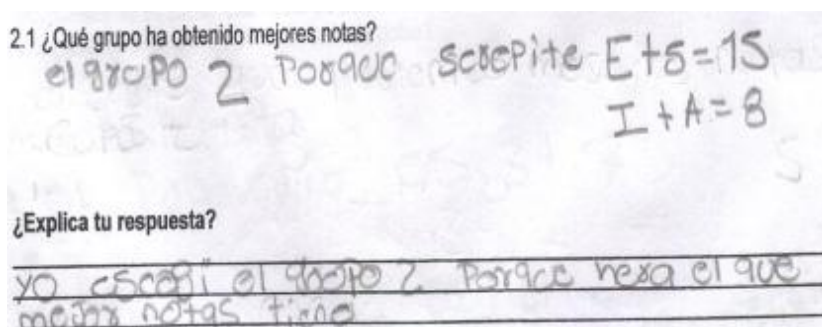
*2.1.3.5 C3. Usan una estrategia de solución distinta a las medidas de posición central.*

Los estudiantes usan distintas estrategias de solución, pero en ninguna de ellas mencionan las medidas de tendencia central, a continuación se presentaran los casos que se observaron:

*C3.1. Suma la cantidad de notas del grupo dos, las que aprueban y las que no aprueban.*

Lo que el estudiante realiza es una sumatoria entre las notas aprobadas, las que se reprueban y luego las compara, concluyendo que por tener más notas aprobadas y menos reprobadas, el grupo dos tienen mejores notas. Este procedimiento es el correcto, pero no el adecuado, debido a que no compara ambos grupos, sino que lo realiza dentro de un mismo grupo, en este caso el grupo dos.

Se deduce de lo anterior que utiliza ninguna medida de tendencia central la moda sin tener claro que es un objeto estadístico porque realiza una sumatoria de las veces que se repiten los valores E y S como frecuencia, pero no compara este indicador entre los grupos.



*Figura 48. Ejemplo de respuesta C3.1.*

*C3.2. Suma las variables S y E y las compara.*

A diferencia del anterior caso el estudiante cuenta las S y las E, luego suma esas cantidades y compara cual de las sumas de ambos grupos es mayor para decir que el grupo 2 posee mejores notas. No tiene claro el objeto estadístico moda.

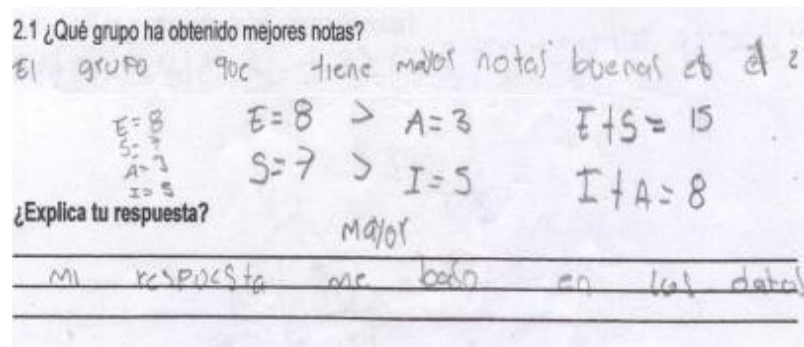


Figura 49. Ejemplo de respuesta C3.2.

C3.3. Tiene en cuenta dos variables en los grupos y en la justificación sólo hace alusión a una de ellas.

Se puede observar que el estudiante selecciona de cada conjunto de datos las variables E y S, aunque no las recuenta cada una de ellas, haciéndolo confuso, es decir que el estudiante resolvió el problema usando una estrategia pero no da cuenta de alguna medida de posición central, por ende posee conflictos sobre el concepto y calculo algorítmico de la moda.

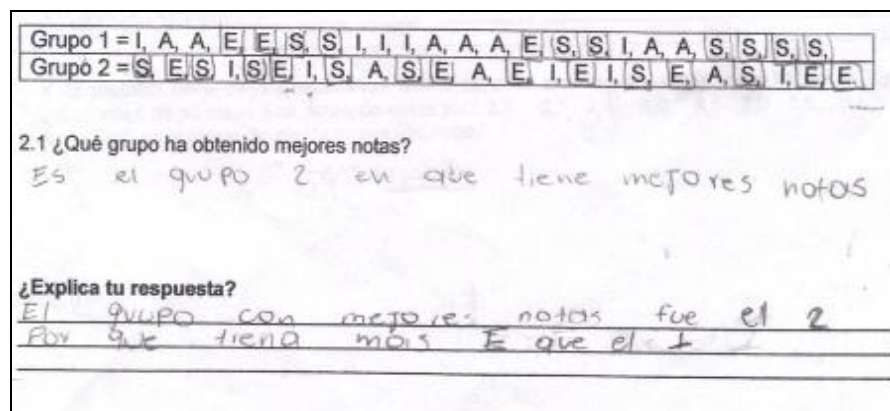


Figura 50. Ejemplo de respuesta C3.3.

C3.4. Suma solamente las notas del grupo 2.

Para esta situación el estudiante solamente toma para la solución del problema el grupo 2, suma cada una de las letras y no tiene en cuenta el primer

grupo, se podría pensar que el estudiante está visualizando cada letra como una frecuencia pero en la justificación no hace alusión a ninguna medida de posición central. En consecuencia no toma a cada conjunto de datos como el total de cada uno y selecciona un sólo grupo para dar su respuesta y así mismo lo compara.

2.1 ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?

El GRUPO 2

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 5 | 7 | 8 | 3 |
| 1 | 3 | 6 | 4 |

¿Explica tu respuesta?

---



---



---

Figura 51. Ejemplo de respuesta C3.4.

C3.5. Compara la variable  $E$  en ambos grupos.

Para esta respuesta se podría inferir que el estudiante solamente tuvo en cuenta la nota  $E$  de ambos grupo e hizo su respectiva comparación y dedujo que el grupo dos era el mejor pero no manifiesta procedimiento alguno.

El grupo 2

¿Explica tu respuesta?

comparando las notas, el que tiene mejores notas es el grupo 2

Figura 52. Ejemplo de respuesta C3.5.

C3.6. La justificación hace alusión a dos variables.

El estudiante da una respuesta, pero su justificación no da cuenta de la medida de tendencia central utilizada, además, compara variables que no tienen

ninguna relación, ni tampoco tiene claro el concepto de distribución, aunque su afirmación es correcta.

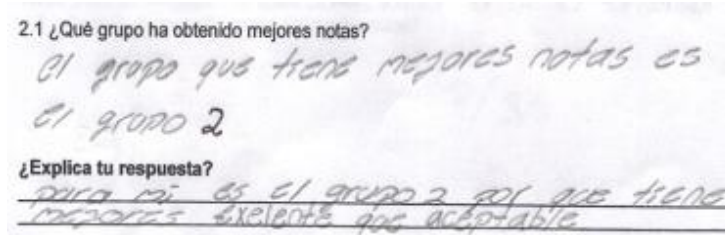


Figura 53. Ejemplo de respuesta C3.6.

C3.7. *Afirmación correcta, pero a su justificación le falta claridad.*

No se evidencia procesos de la conclusión a la que llega, su justificación tampoco es clara, además, no alude a ninguna medida de tendencia central.

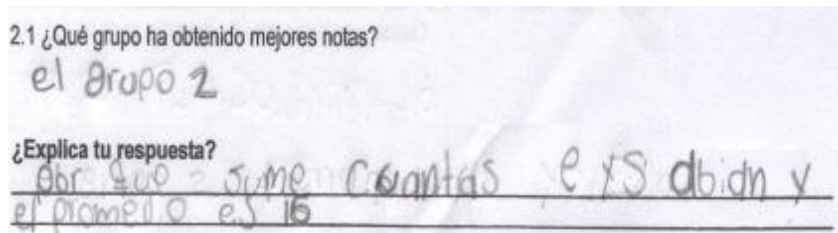


Figura 54. Ejemplo de respuesta C3.7.

C3.8. *Respuesta correcta pero faltan argumentos.*

En esta parte el estudiante da una respuesta correcta sin hacer procedimiento, es decir no usa medidas de posición central, para la solución del problema. Es por eso que se puede considerar que el estudiante carece de conceptos básicos de estadística. En este caso la estrategia que utilizó no es visible, por tanto a la respuesta le falta fundamentos conceptuales, algorítmicos y procedimentales.

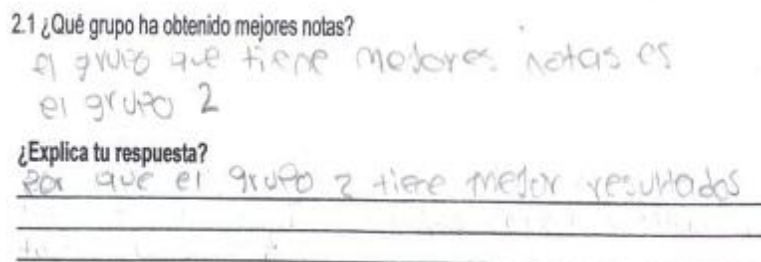


Figura 55. Ejemplo de respuesta C3.8.

C3.9. Da valores a las letras pero sólo utiliza el grupo 2.

El estudiante asigna valores numéricos a las variables y las sumas de mayor a menor, solamente suma los datos del grupo 2 usando números decimales exactos y da su respuesta con un número entero. Se podría inferir que presenta confusión sobre el cálculo algorítmico de números decimales. De igual forma da una respuesta correcta pero este no es el procedimiento más favorable, porque involucra los datos originales asignando un cambio incorrecto a las variables, además realiza operaciones incoherentes entre conjuntos numéricos. Por ende no usa medidas de tendencia central para la resolución del problema. También muestra conflictos sobre la ubicación de la coma cuando suma números decimales y se puede considerar que existe una dificultad puesto que se evidencian errores al realizar cálculos aritméticos con números decimales.

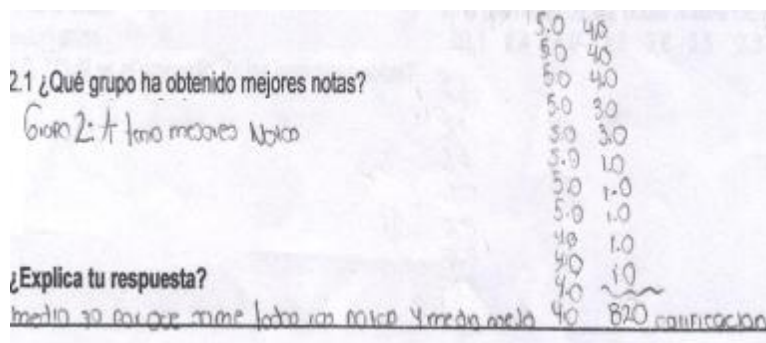


Figura 56. Ejemplo de respuesta C3.9.

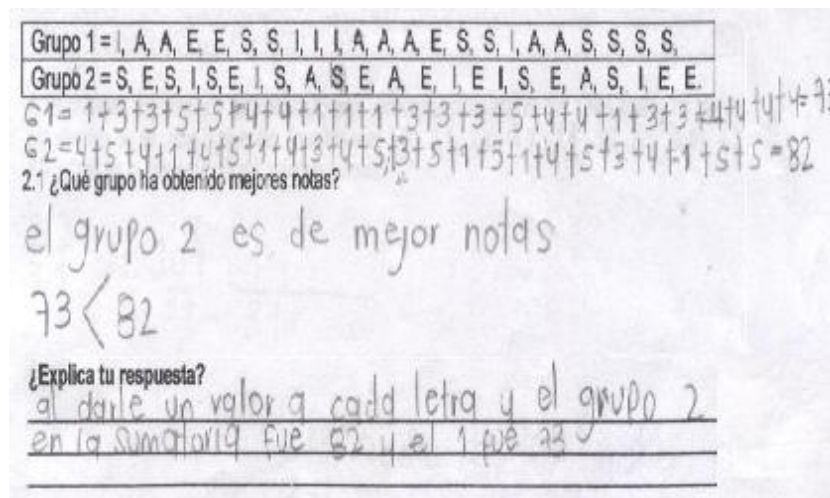


*C3.10. Asigna a cada letra un valor.*

En este caso lo que realiza el estudiante es asignarle un valor a cada letra en un rango de 1- 5, como se describe a continuación:

$$\begin{array}{ll} 1=I & 4=S \\ 3=A & 5=E \end{array}$$

Después de ello suma y los resultados obtenidos los compara concluyendo que el grupo dos es el mayor. No es explícita la medida de tendencia central que utilizó para resolver el problema.



*Figura 57. Ejemplo de respuesta C3.10.*

*C3.11. Tomar las variables como frecuencias.*

Para este caso el estudiante suma ambas notas E y S de cada grupo, realiza una división. Se podría inferir que el estudiante no tiene claridad en el concepto de frecuencia absoluta, puesto que suma dos variables a la vez, generando el conflicto sobre la diferencia entre variable y frecuencia. Una consecuencia de esto es: que el estudiante no aplique correctamente la definición y cálculo algorítmico de la moda



para la resolución del problema, aunque haya utilizado una estrategia que lo llevó a dar una respuesta positiva.

|  |            |
|--|------------|
| Grupo 1 = I, A, A, E, E, S, S, I, I, I, A, A, A, E, S, S, I, A, A, S, S, S, S, | = 11 = E45 |
| Grupo 2 = S, E, S, I, S, E, I, S, A, S, E, A, E, I, E, I, S, E, A, S, I, E, E. | = 15 = E45 |

2.1 ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?  
 El grupo #2 aplico mejores notas  $\frac{11}{15} = 0.733333$

¿Explica tu respuesta?  
 El grupo #2 tiene una cantidad mas grande q la otra

Figura 58. Ejemplo de respuesta C3.11.

C3.12. *Afirmación correcta pero no hay proceso.*

Aunque el estudiante responde que el grupo dos es el de mejores notas, el proceso no se evidencia, lo cual no es claro ¿cómo concluye que la respuesta es el grupo dos?

2.1 ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?  
 El = el grupo 2 =

¿Explica tu respuesta?

Figura 59. Ejemplo de respuesta C3.12.

C3.13. *La justificación no evidencia el proceso.*

En este caso el estudiante compara los dos sistemas de datos, con las notas mejores, es decir, que tiene más E y S y menos A e I. Es claro que el estudiante usó una estrategia en la cual involucra la frecuencia de ocurrencia, pero en este caso no

es evidente, ni el cálculo algoritmo, ni el procedimiento, de igual manera llega a una respuesta correcta sin tener en cuenta alguna medida tendencia central.

2.1 ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?  
 Para poder escoger la del grupo Z sume  
 todas las notas buenas que tiene.

¿Explica tu respuesta?  
~~El grupo que obtiene mejores notas es el~~  
~~grupo 7 por que mas E, B tiene 7 menos~~  
~~Z, A.~~

Figura 60. Ejemplo de respuesta C3.13.

C 3.14. Respuesta incorrecta.

El estudiante no identifica que el problema se debe solucionar con alguna de las medidas de posición central, además, no se evidencia ningún proceso que se relacione con la justificación que se plantea, por lo tanto se podría inferir que el estudiante posee deficientes conocimientos sobre conceptos estadísticos básicos y sobre medidas de posición central. También posee dificultad sobre la visualización de la cantidad de los elementos.

2.1 ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?  
 El grupo No. 1

¿Explica tu respuesta?  
 por que tiene menos calificaciones pero si ganamos  
 gana el grupo 1

Figura 61. Ejemplo de respuesta C3.14.

*2.1.3.6 C4. Respuestas relacionadas según la medida de posición central más representativa.*

El propósito de esta pregunta en el taller diagnóstico es acercar al estudiante, a que seleccionara la medida de posición central más representativa, para un conjunto de datos ordinales, en este caso la medida más apropiada es la mediana.

*C4.1. Respuestas referentes a la mediana.*

Son aquellas respuestas donde el estudiante seleccionó como medida más representativa la mediana, la cual es correcta para la situación planteada. Además escogen cualquier variable para argumentar esta medida, puesto que la variable sobresaliente es la correcta.

*C4.1.1. Representa la variable sobresaliente como valor numérico.*

En este caso el estudiante toma la variable sobresaliente y le asigna un valor numérico como la calificación más apropiada para representar los datos de ambos grupos, se puede inferir que comprende a qué hace referencia representar un conjunto de datos, es decir, que una variable puede representar la totalidad de un conjunto, por lo tanto tiene claro el objeto estadístico mediana, identificando que la pregunta tiene solución con medidas de tendencia central, asimismo posee conocimientos suficientes sobre la definición de mediana y el cálculo algorítmico de esta medida. Pero presenta un conflicto al asignar algún valor numérico a las variables ordinales puesto que se pedía la variable más no un valor numérico.

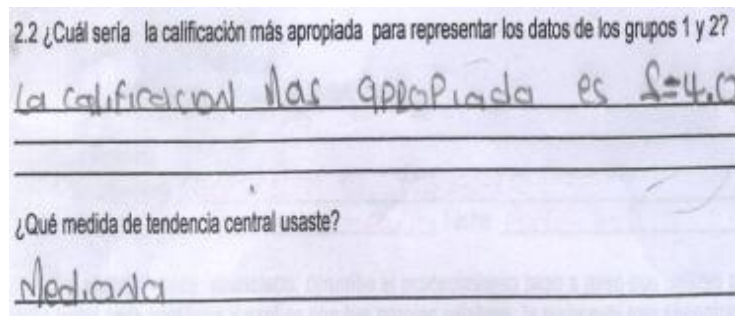


Figura 62. Ejemplo de respuesta C4.1.1.

*C4.1.2. Su respuesta no tiene relación con la medida propuesta.*

Para este caso el estudiante selecciona la variable E, para representar ambos conjuntos de datos, podría suceder que el estudiante no tuvo en cuenta la propiedad de orden sobre la mediana y escogió la mejor nota, porque si hubiera ordenado los datos de ambos conjuntos y comparado las medianas, se daría cuenta de que el valor de la variable (E) no es la respuesta correcta, sino el valor de la variable (S), es la calificación más apropiada para representar datos ordinales, se podría inferir que el estudiante posee conflicto, sobre representatividad de un conjunto de datos y también en el valor de la variable (E) como mediana, es decir, que presenta confusión sobre el objeto estadístico mediana.

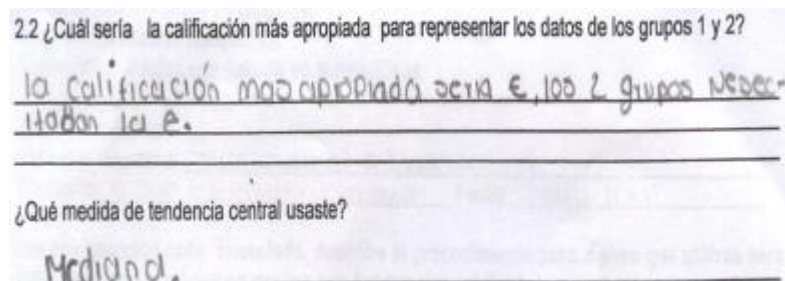


Figura 63. Ejemplo de respuesta C4.1.2.

*C4.1.3. Calificación apropiada grupo 2.*

El estudiante considera que el mejor representante de los conjuntos de datos es el grupo 2, esta respuesta es incorrecta, ya que toma a toda la distribución del

mismo grupo como solución a la pregunta, sin discriminar algún valor de la variable para que los represente, en este caso el estudiante no reconoce que un valor de la variable puede representar un conjunto de datos, por consiguiente tiene conceptos erróneos sobre objetos estadísticos, por lo contrario no ha logrado interiorizar, que las medidas de tendencia central hacen referencia a un dato central, de este modo genera en el estudiante conflicto al proponer al grupo 2 como mediana, cabe aclarar, que la medida que escogió es la correcta, pero esa medida no sustenta la respuesta. Se podría pensar que el estudiante no tiene claro ni el concepto, ni el cálculo algorítmico de la mediana, por ende no identifica el objeto estadístico mediana.

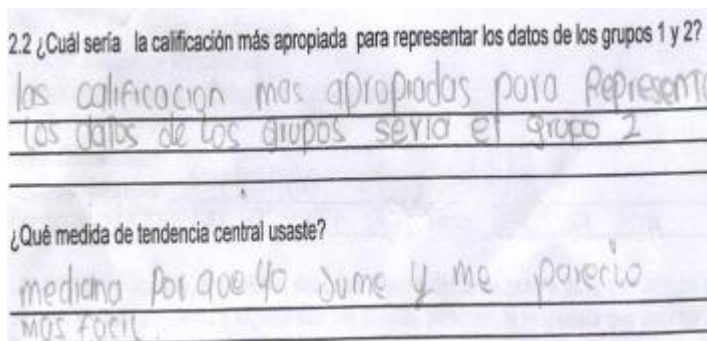


Figura 64. Ejemplo de respuesta C4.1.3.

#### C4.1.4. Asigna un valor numérico.

El estudiante se refiere al grupo 1 con un valor numérico (3.3), asociando un valor de la variable (A) y al grupo 2 un valor de la variable (S), en un primer momento, el estudiante presenta conflicto al transformar el dato original a un dato numérico, el cual no conserva la escala de medida, por otra parte, tiene conocimientos erróneos sobre representatividad, para un conjunto de datos, además, relaciona sumar con la mediana, lo cual se podría pensar que no tiene una

apropiación significativa del objeto estadístico mediana, además, hay conflicto al confundir mediana con sumar.

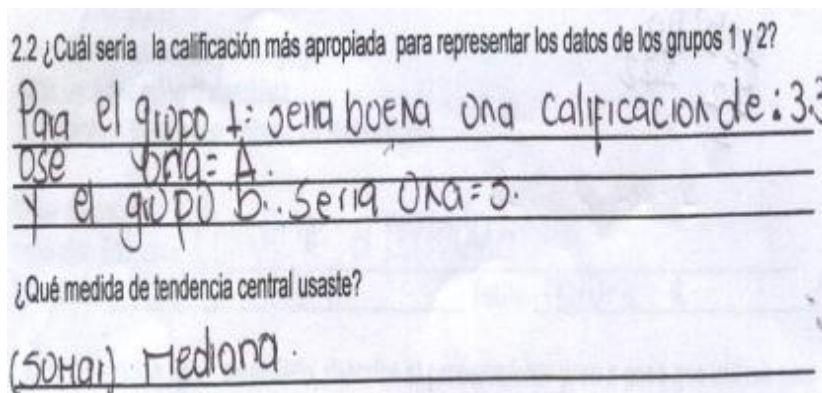


Figura 65. Ejemplo de respuesta C4.1.4.

#### C4.2. Respuestas referentes a la media.

Para algunos estudiante la medida de tendencia central más adecuada para calcular la nota más representativa de ambos grupos es la media aritmética, en estos casos los estudiantes no han apropiado ese conocimiento de manera significativa, además, no tienen claro, para qué casos se utiliza la media aritmética, por ende no tienen claro las propiedades, su caracterización y además la parte algorítmica, que permita el cálculo correcto de los datos que brinda la situación. No es consciente de que la media no tiene sentido en los datos cualitativos medidos en escala ordinal.

##### C4.2.1. La calificación más representativa es el grupo 2.

En esta parte de la respuesta el estudiante, no presenta claridad, sobre que variable es más apropiada, para representar datos ordinales y selecciona al grupo dos, es decir, el estudiante no ha logrado comprender, la idea de que una variable puede representar dos conjuntos de datos, se podría inferir que el estudiante presenta conflictos, sobre la comprensión de objetos estadísticos tales como media, mediana

y moda. De igual manera selecciona una medida de posición central que no es pertinente para este tipo de variable estadística, por tanto la media no es adecuada para datos ordinales ya que no conserva los datos originales.

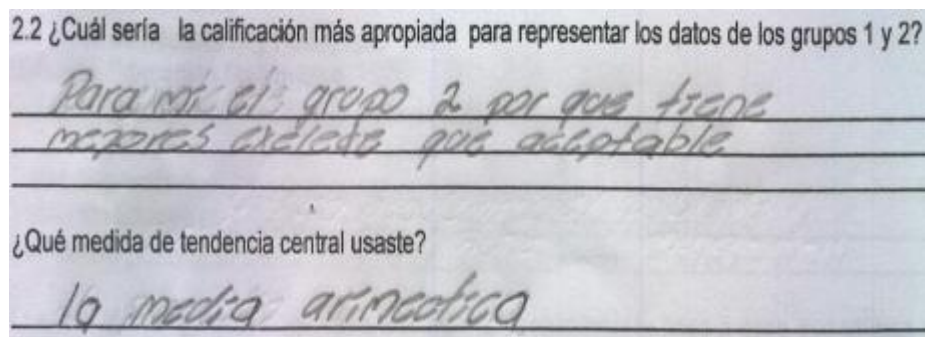


Figura 66. Ejemplo de respuesta C4.2.1.

C4.2.2. Concluye que la nota más representativa es la S.

En este caso el estudiante alude a que usó la medida más apropiada la cual es la media aritmética, aunque su respuesta es correcta, se contradice debido a que en el ítem 2,2 se refiere a la moda, pero cuando se le pregunta qué medida de tendencia central utilizó, afirma que es la media aritmética.

El estudiante no tiene claro, qué medida de tendencia central utiliza, además, las confunde, probablemente piensa que para la situación planteada, ambas medidas de posición central se pueden utilizar, para llegar a la solución, no las diferencia, por ende no tiene claro en que contextos usarlas.

Tampoco hay proceso que evidencie como llega a la conclusión, de que S es la nota más apropiada. Se podría deducir que el estudiante posee conflicto sobre representatividad de un conjunto de datos y también en el valor de la variable (S) como media aritmética, es decir, presenta confusión entre los objetos estadístico media y moda.

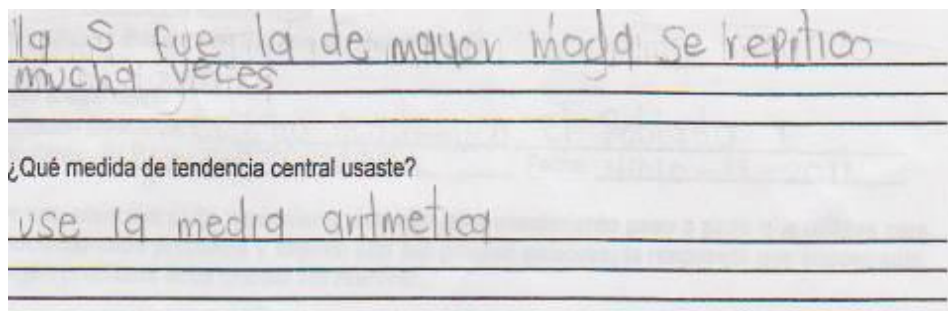


Figura 67. Ejemplo de respuesta C4.2.2.

*C4.2.3. Le atribuye a cada grupo una nota.*

En este caso los estudiantes aluden, a promedio aritmético para determinar la nota de cada uno de los grupos. En esta situación es evidente que el estudiante no tiene claro que la media aritmética no es un buen representante para los datos cualitativos en escala ordinal y tampoco tiene claro el proceso que debe seguir para calcularla. Los estudiantes por ende no han apropiado la caracterización de cada medida de tendencia central, para atribuirla en una situación determinada, lo cual hace que, para él, no sea fácil distinguir qué medida de tendencia central es más útil en cada situación que se le proponga. Tampoco es claro, a que se refiere con promedio. Lo menciona porque lo relaciona con la media aritmética, pero no sabe a qué se refiere esta palabra en un contexto como el de la situación descrita.

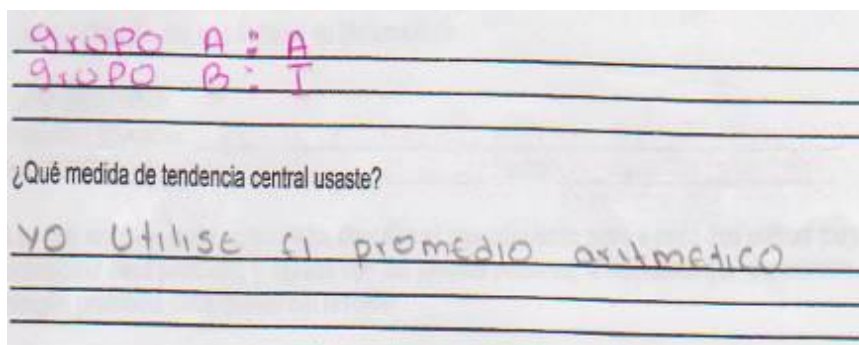
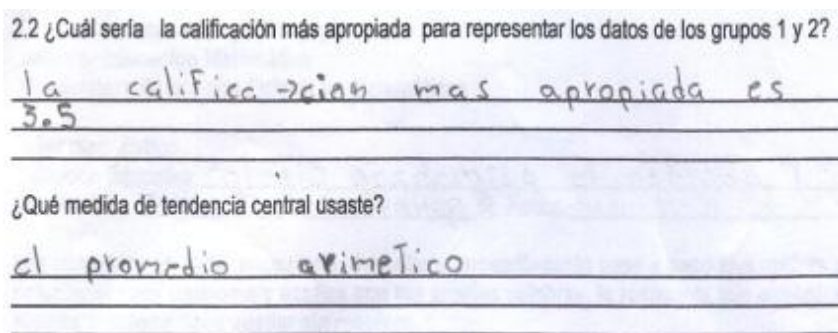


Figura 68. Ejemplo de respuesta C4.2.3.



*C4.2.4. Propone un valor numérico como calificación apropiada.*

El estudiante asigna un valor numérico, como la calificación más apropiada, para representar ambos conjuntos de datos, identificando la medida de posición central, según los textos escolares al promedio aritmético. Se podría inferir que el estudiante tiene fallas en la apropiación del objeto estadístico media, su definición y el cálculo algorítmico puesto que la media no es un buen representante para datos ordinales, sino la mediana, a la cual se le atribuye esta propiedad



*Figura 69. Ejemplo de respuesta C4.2.4.*

*C4.3. Respuestas referentes a la moda.*

En estos casos el estudiante utiliza la moda para solucionar la situación planteada, para ello los estudiantes utilizan distintas estrategias que permiten sustentar esta medida, atribuyéndole a su respuesta la variable que ellos determinan:

*C4.3.1. Valor de la variable E.*

En este caso la respuesta es incorrecta, porque utiliza una estrategia inadecuada, pues solo considera los datos de la variable (E) como el representante de la totalidad de datos de ambos grupos y la medida de tendencia central que asocia a esta variable, es la moda. De igual manera hay un conflicto en el valor de la variable (E) como moda.

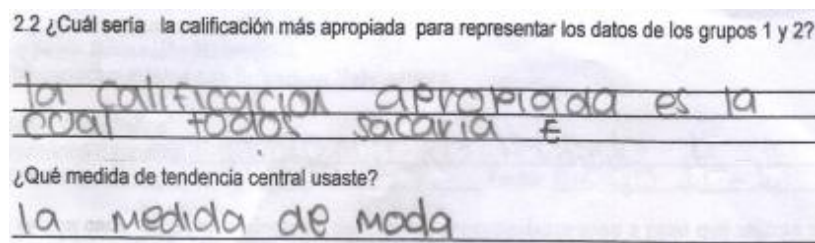


Figura 70. Ejemplo de respuesta C4.3.1.

C4.3.2. Excelente (E), es la nota más apropiada para ambos grupos.

Los estudiantes escriben, que la medida de tendencia central utilizada es la moda, pero afirman que es ésta nota, porque es la más alta, además de ello no realizan ningún procedimiento. En estos casos lo que puede suceder es que el estudiante no se haya apropiado de ese conocimiento estadístico y no comprende verdaderamente el significado de la moda, como el dato que más se repite en un sistema de datos, sino que toma a la moda como una medida que permite evidenciar la nota más alta, para esta situación particular. Se puede concluir, entonces, que el estudiante no utiliza ninguna medida de tendencia central.

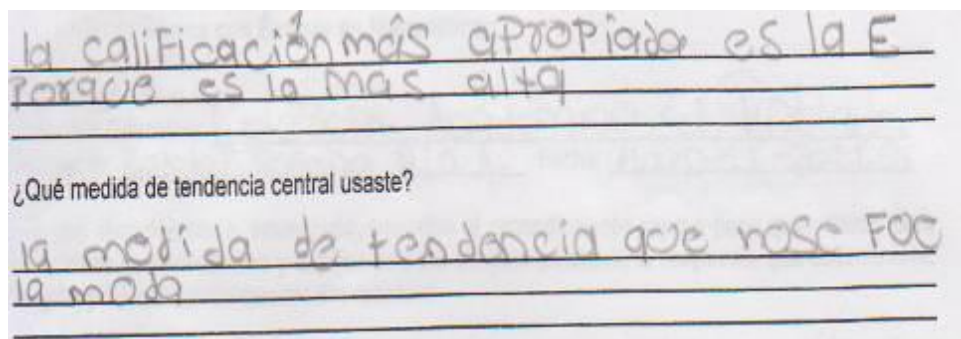


Figura 71. Ejemplo de respuesta C4.3.2.

C4.3.3. Responden sobresaliente (S) como la nota más apropiada para ambos grupos.

Algunos estudiantes, aunque respondieron de forma apropiada al ejercicio, la medida representativa para esta situación, no es la adecuada, además de ello, el

estudiante no ilustra que procedimiento realizó, para llegar a la conclusión de que la nota S es la más apropiada para representar los dos grupos. En este caso los estudiantes asocian de manera inmediata los datos ordinales a la moda, sin reflexionar si la mediana podría ser de más utilidad para este tipo de situaciones.

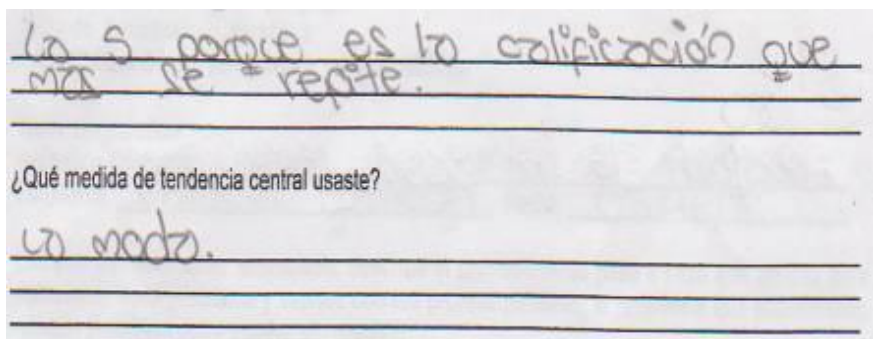


Figura 72. Ejemplo de respuesta C4.3.3.

#### C4.3.4. Valor de la variable E y S.

El estudiante asume que los valores de las variables E y S son los mejores representantes de ambos grupos, en este caso el estudiante presenta confusión sobre el mejor representante de un sistema de datos, es decir, que no reconocen un conjunto de datos como distribución, es claro que presenta conflictos en conceptos sobre los objetos estadísticos y representatividad de un conjunto de datos, y relacionar el valor de las variables ( E y S ) con la moda o por el contrario el estudiante no entendió a que hacía referencia la pregunta.

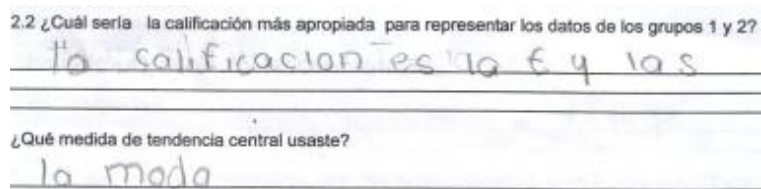


Figura 73. Ejemplo de respuesta C4.3.4.

#### C4.3.5. Cada grupo representa una variable.

El estudiante sacó la nota más apropiada de cada grupo usando la definición de la moda, ubicando el dato que más se repite en cada distribución, pero el error que comete es el no comparar las modas y seleccionar la mejor nota que es la variable (E). Entonces la medida de posición central que usó, sería correcta puesto que se facilita esta medida para solucionar datos ordinales.

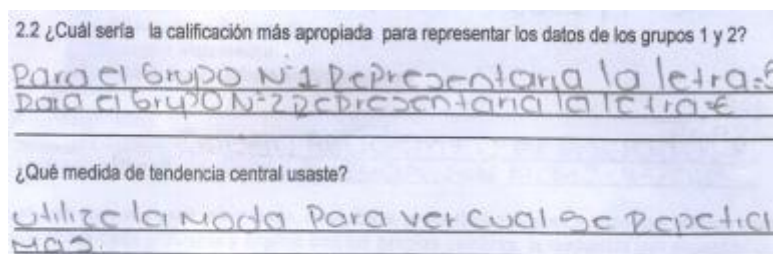


Figura 74. Ejemplo de respuesta C4.3.5.

#### C4.3.6. Calificación apropiada grupo 2.

El estudiante asume que el grupo dos es el representante de ambos grupos de datos, pero con una variedad en la medida, pues considera que la moda sería una opción adecuada. Se podría pensar que el estudiante no tiene claro ni el concepto ni el cálculo algorítmico de la moda, por ende no identifica el objeto estadístico moda, formando en el estudiante conflictos al relacionar el grupo 2 con moda.

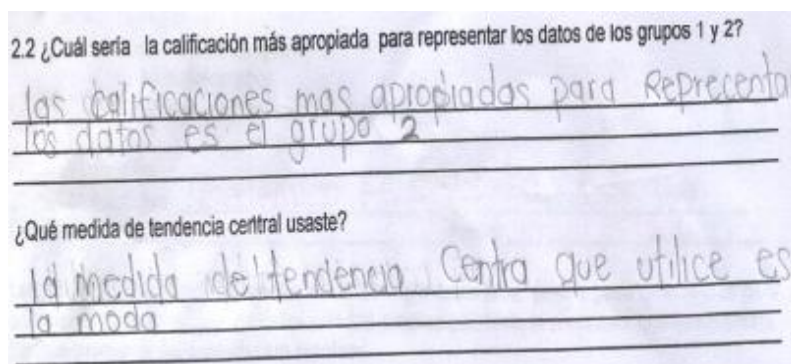


Figura 75. Ejemplo de respuesta C4.3.6.

#### C4.3.7. El grupo dos es el más representativo.

En este caso el estudiante no tiene claro el proceso para calcular la moda, a los grupos los visualiza de forma aislada, no como un todo. Además no comprende la pregunta que se está haciendo; lo que se puede observar en este tipo de respuestas, es que el estudiante lo que está mirando es, cuál de los dos grupos tiene mejores notas y concluye así, que el grupo dos es el que mejor notas tiene, para este tipo de casos se puede aludir que el estudiante no tiene claro como calcular la moda, ni tampoco como se define esta medida de tendencia central en contextos significativos, debido a que lo hace de manera incorrecta, además, pareciera que se hubiera aprendido una definición, sin comprenderla verdaderamente.

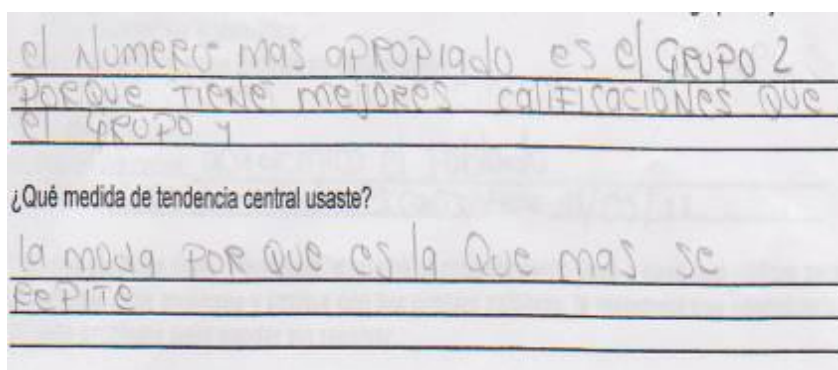


Figura 76. Ejemplo de respuesta C4.3.7.

*C4.3.8. A cada grupo le asigna una letra, referenciando la nota más representativa de cada uno.*

El procedimiento que realiza el estudiante es calcular la moda para cada grupo y así a cada uno le atribuye una letra; por ello llegaron a una respuesta incorrecta. En este caso se puede evidenciar que no comprendió la pregunta, además, no es explícito el proceso que realizó para calcular la moda y llegar a las conclusiones pertinentes. Cabe aclarar que aunque el cálculo que hace para cada grupo es correcto, el estudiante en ningún momento relaciona ambos grupos.

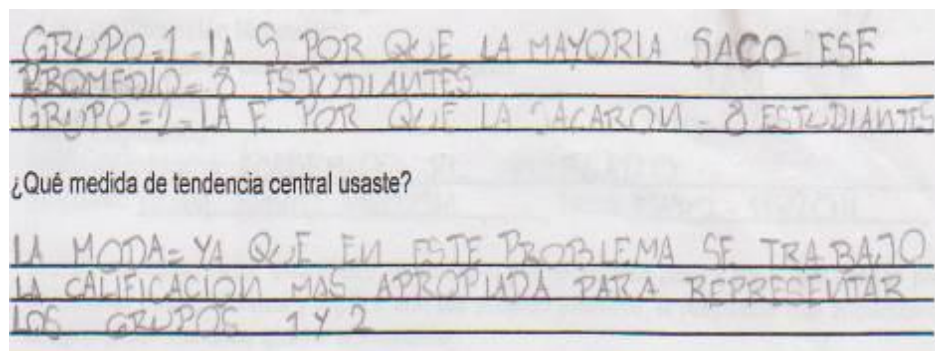


Figura 77. Ejemplo de respuesta C4.3.8.

Análogo al caso anterior el estudiante hace el mismo procedimiento que se explicó anteriormente, pero la diferencia se da en cada grupo, al presentar cada uno de ellos con una variable distinta (aceptable y excelente), lo cual es incorrecto por eso concluye una respuesta errada. Hay una confusión en los valores de las variables (A y E) con la moda.

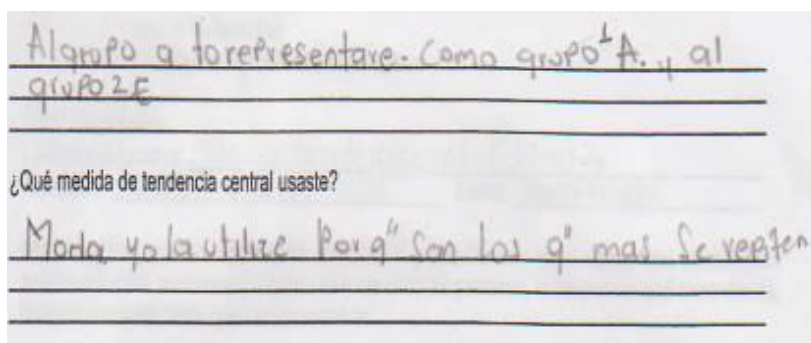


Figura 78. Ejemplo de respuesta C4.3.8.

C4.3.9. Asigna un valor a la letra y no concluye cual es la nota más representativa.

El estudiante utiliza la medida de tendencia central inapropiada, aunque no está explícito el proceso, se evidencia que atribuyó valores a las letras, porque escribe unos números bastante grandes, que están relacionados con la pregunta 2,1 donde él se refiere a una sumatoria.



Se podría deducir que el estudiante no tiene claro ni la parte algorítmica, ni tampoco la definición de moda, además de ello tampoco responde a la pregunta que se le hace en el ítem 2.2, con los cálculos que realizó.

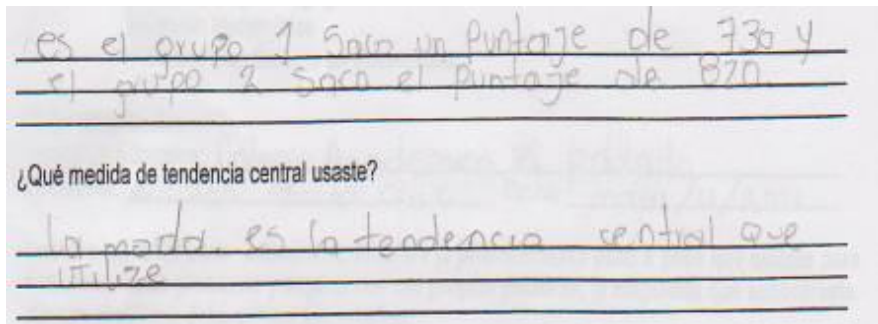


Figura 79. Ejemplo de respuesta C4.3.9.

*C4.3.10. La justificación no se relaciona con la medida.*

El estudiante, hace referencia a la moda para concluir su respuesta en el ítem 2.2, su respuesta no hace alusión a ninguna nota de ambos grupos, por el contrario justifica que ambos grupos deben estudiar más. En este tipo de respuesta que brinda el estudiante, se evidencia que la pregunta no fue comprendida, además, que no hizo ningún proceso para calcular la moda, que solamente la referencia para datos ordinales, pero no se ha apropiado verdaderamente de ese conocimiento estadístico que le permita ponerlo en juego en contextos de la vida diaria, además de tener claro su aplicabilidad, como también la parte algorítmica.

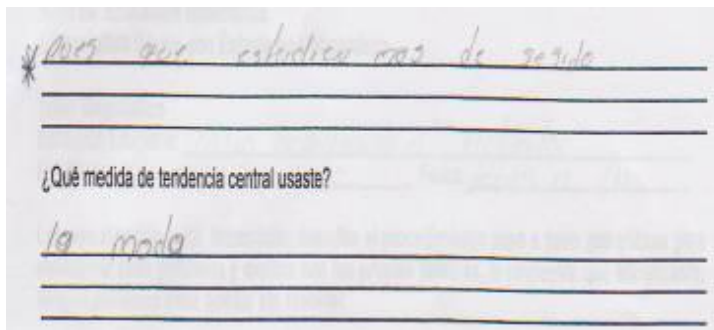


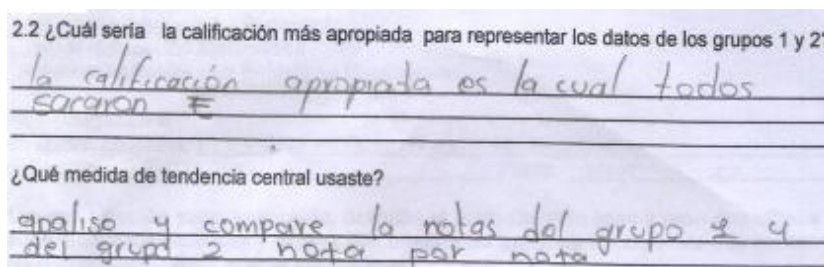
Figura 80. Ejemplo de respuesta C4.3.10.

*2.1.3.7 C4.4. Respuesta no relacionada con medidas de posición central.*

Son aquellos estudiantes que no mencionan uso alguno de una medida de tendencia central, por el contrario afirman que utilizan una serie de operaciones, en otros casos los estudiantes se contradicen en sus afirmaciones o no justifican.

*C4.4.1. Valor de la variable E pero no argumenta la medida.*

Para esta situación el estudiante no identifica cuál es el representante de ambos grupos, es decir, no reconoce al sistema de datos como el todo, sino como datos aislados, por lo tanto no concibe la idea de que una distribución de datos puede ser representada por una variable, generando en él conflictos conceptuales.



*Figura 81. Ejemplo de respuesta C4.4.1.*

*C4.4.2. La calificación más apropiada es un valor numérico.*

Para este caso el estudiante da como calificación apropiada un valor numérico (3.5), es decir que no considera ninguna variable como representante de un sistema de datos, de igual manera no hace uso de alguna medida de tendencia central, para la resolución de la pregunta, confundiéndolas con operaciones básicas tales como sumar y dividir, es decir, le falta apropiación de conceptos sobre objetos estadísticos y su cálculo algorítmico entre ellos de media, mediana o moda. Se puede deducir que el estudiante posee conflicto al suponer medidas de posición central con operaciones básicas.



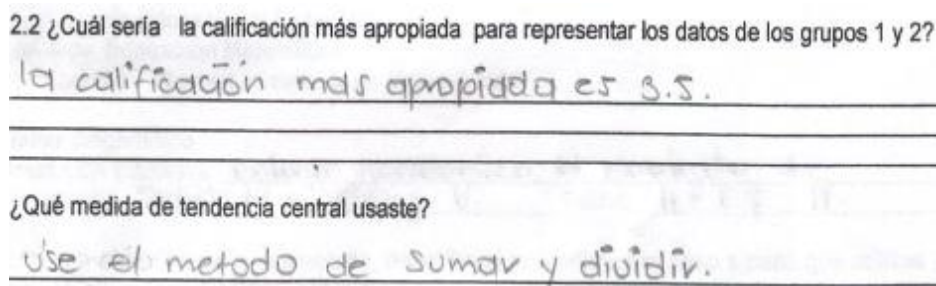


Figura 82. Ejemplo de respuesta C4.4.2.

*C4.4.3. Respuesta incorrecta.*

Para este caso el estudiante no comprendió la pregunta que se planteaba, puesto que no concibe al sistema de datos como una distribución y menos que esa pregunta se resuelve por alguna medida de posición central, se podría inferir que el estudiante posee insuficientes conocimientos sobre dichas medidas, igualmente no identifica los objetos estadísticos, tales como, media, mediana o moda, sus conceptos y respectivamente su cálculo algorítmico, por lo tanto el estudiante posee conflictos sobre la apropiación y significación de conocimientos en estadística.

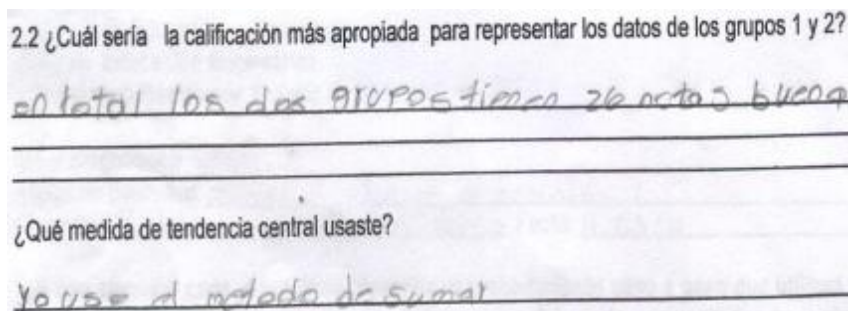


Figura 83. Ejemplo de respuesta C4.4.3.

*C4.4.4. Propone una respuesta correcta sin mostrar que medida es la apropiada.*

Para este caso el estudiante selecciona el valor de la variable sobresaliente como mejor representante de los datos de ambos grupos, pero no da cuenta de la

medida de posición central, para la resolución de la pregunta. Por consiguiente no presenta claridad, sobre qué medida es apropiada, para representar datos ordinales.

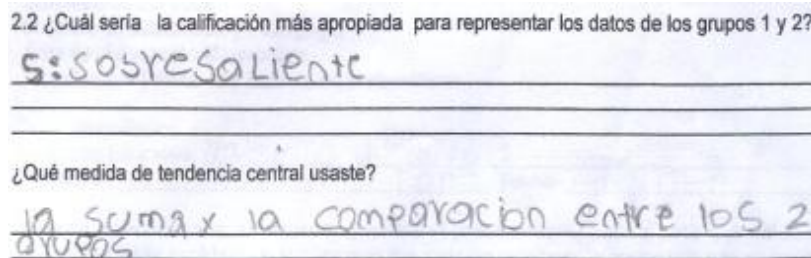


Figura 84. Ejemplo de respuesta C4.4.4.

*C4.4.5. Atribuye a cada grupo una nota.*

Para estos casos, los estudiantes hacen alusión a que contaron las notas que habían en cada grupo y por ello concluyen cual es la nota más representativa para cada uno de los grupos, como también hacen alusión a que utilizaron la suma para saber cuántas habían y de ahí deducir cual nota le corresponde a cada grupo. En estos casos se podría pensar que el estudiante carece de esos conocimientos estadísticos para solucionar la situación planteada, además que no comprende la pregunta que se le realiza, debido a que asigna a cada grupo una nota, lo cual no es correcto.

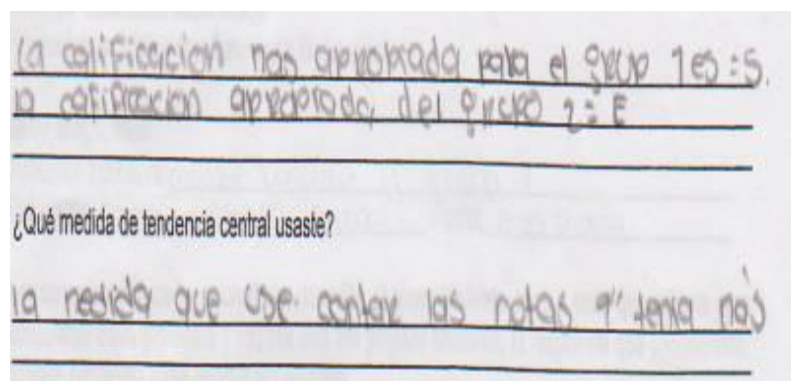
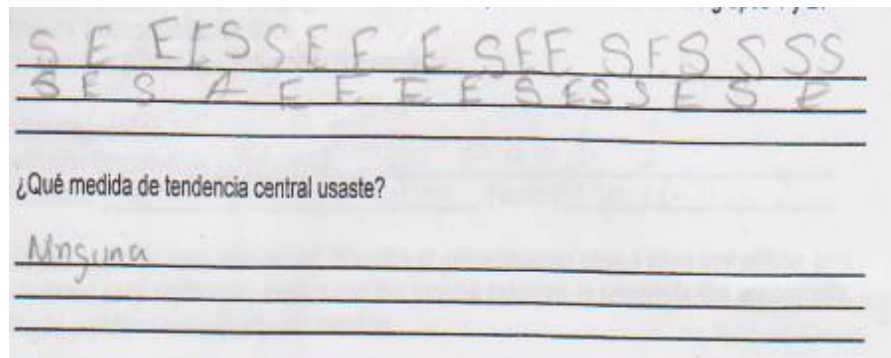


Figura 85. Ejemplo de respuesta C4.4.5.

*C4.4.6. El proceso que realiza no es claro, además no justifica.*

No se evidencia ningún proceso, solo cita una serie de letras, pero no es claro para que lo realiza, y no presenta justificación. Debido a ello, el estudiante no menciona ninguna medida de tendencia central, tampoco tiene idea del procedimiento que realizó, ni para que lo hace, carece de esos conocimientos estadísticos.



*Figura 86. Ejemplo de respuesta C4.4.6.*

*C4.4.7. Son claras las justificaciones que realiza, además son incoherentes.*

Para estos casos, el estudiante no tiene concordancia en lo que afirma en el ítem 2.2 y la pregunta siguiente, en la primera pregunta alude a que realiza una numeración y en la siguiente alude a que observa los promedios, estos estudiantes no tienen claro la importancia de las medidas de tendencia central, ni tampoco su utilización, la caracterización y la parte procedimental, son estudiantes que no han comprendido significativamente esos conocimientos estadísticos y por ende no lo recuerdan, ni aluden a ellos.

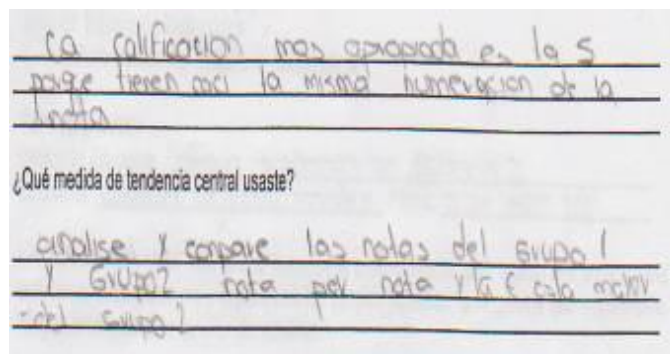


Figura 87. Ejemplo de respuesta C4.4.7.

#### 2.1.3.8 Análisis del problema propuesto, según las funciones semióticas.

Según las respuestas proporcionadas por los estudiantes se puede inferir elementos de las funciones semióticas referentes a los razonamientos que se utilizaron para dar solución al problema.

Tabla 2. Funciones semióticas referentes al problema # 2

| Significado lingüístico        | Significado situacional              | Significado conceptual             | Significado proposicional                    | Significado actuativo           | Significado argumentativo         |
|--------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|--|---------------------------------|-----------------------------------|
| Los estudiantes no referencian | Aunque la medida de posición central | Según las respuestas dadas por los | Si bien los datos ordinales son propios para | Se esperaba que los estudiantes | Las justificaciones que daban los |

|  |   |   |  |  |  |
|--|---|---|--|--|--|
| los indicadores de posición central para dar la solución al problema propuesto, es decir, no usan símbolos propios de la estadística descriptiva, en este caso la notación de mediana, media o moda. | más adecuada para estos datos es la mediana, otra estrategia de solución correcta es utilizar la moda. En muchos casos las estrategias de los estudiantes se relacionaban a utilizar la moda, y en ninguna respuesta utilizaron la mediana. | estudiantes se hace alusión a los conocimientos un poco confusos que se tiene sobre medidas de posición central. Aunque el problema es resoluble por medio de la mediana por ser datos ordinales. Además de lo antes mencionado el estudiante debía diferenciar variables estadísticas (Cualitativas y cuantitativas) y así mismo el concepto de variable, y frecuencia, lo que no se observa en las diferentes estrategias de solución de los estudiantes. | calcular la mediana, siempre que se conserve la escala de medida original también se puede usar la moda para dicho cálculo. En mucha de las respuestas analizadas los estudiantes compararon dichas notas para llegar a la solución y otros asignaron valores a las variables, sin conservar la escala de orden, es decir que los números sean consecutivos. | resolvieran el problema por medio de la mediana pero eso no ocurrió, aunque una estrategia correcta era usar la moda, en algunos casos los estudiantes solamente comparaban las notas buenas y malas de los dos sistemas de datos o por el contrario de uno de los dos grupos. De la misma forma hubo casos en donde usaron una estrategia distinta a las medidas de posición central. | estudiante son escasas referente a la formalidad dada a una de las medidas de posición central, es decir atribuían su solución a operaciones aritméticas, otros no justificaban el procedimiento y también habían respuestas que no tenían relación con las preguntas dadas. |
|--|---|---|--|--|--|

### *2.1.3.9 Conclusiones del análisis del problema propuesto*

Se observó en el análisis del problema propuesto, que para los estudiantes no es intuitivo la comparación de datos ordinales, incluso en un contexto familiar para él, como es el de las calificaciones. El análisis descrito confirma la existencia de los

siguientes conflictos semióticos descritos por Cobo (2003) en relación a la comparación de datos ordinales y la comprensión de las medidas de posición central: a) no reconocer la comparación de dos conjuntos de datos como campo de problemas que se resuelven mediante las medidas de posición central; b) suponer definida la media en un conjunto de datos ordinales; y c) no discriminar datos ordinales y numéricos. A continuación se presentan otros conflictos que se enumeraran posteriormente:

- Conflictos relacionados con los campos de problemas: no usar las medidas de posición central en la comparación de dos conjuntos de datos, en su lugar algunos estudiantes resuelven el problema comprando datos aislados, manifestando la concepción local de la asociación descrita por Estepa (2004). Por ejemplo algunos de los estudiantes utilizan estrategias distintas a las medidas de posición central, algunos aluden a sumar, o por el contrario no utilizan ninguna medida para calcular el resultado, como lo indica Cobo (2003), el 15% de los estudiantes no usan las medidas de posición central para resolver este problema, no informa en concreto de la confusión entre medida de posición central y valor de la variable.
- Conflictos relacionados con definiciones de distintos objetos matemáticos: Algunos de los estudiantes asignan a cada variable un valor numérico, suman los valores y los dividen entre el total, por otra parte una de las estrategias utilizadas por los estudiantes es contar el número de notas buenas en cada

grupo y así representarlo por medio de una razón. Otra estrategia encontrada en el análisis es sumar las frecuencias del grupo dos, sin tener en cuenta que la distribución del sistema de datos hace alusión a ambos grupos. Estos conflictos son especialmente preocupantes en los estudiantes de bachillerato, puesto que dificultaran su comprensión de muchos otros conceptos estadísticos que deberán estudiar en la universidad y están basados en la ideas de variable, valor, frecuencia absoluta y relativa y medidas de posición central.

- Conflictos relacionados con las propiedades de las medidas de posición central o con conceptos relacionados con ellas: suponer definida la media en un conjunto de datos ordinales, no diferenciar datos ordinales y numéricos. En un ejemplo concreto, se evidencia que los estudiantes comparan todos los datos de los grupos, o también comparan una misma variable que representa notas buenas en los grupos. En otros casos los estudiantes solo toman las frecuencias de las notas malas de cada grupo y las comparan.
- Conflictos al aplicar un procedimiento: calcular la media de las frecuencias; establecer una correspondencia que no conserva la escala de medida original, establece correspondencias diferentes en grupos que se quieren comparar. En otros casos los estudiantes además de asignarle un valor numérico a cada variable, realizan una suma, obteniendo un valor por encima de las notas dadas en el problema planteado. En estas respuestas se evidencia la falta de comprensión que los estudiantes presentan en escoger la medida de posición

central más adecuada para datos ordinales, es por ello que esta lista indica puntos a mejorar en la enseñanza que abarca no solo la necesidad de trabajar con datos ordinales sino aspectos conceptuales y procedimentales relacionados con la media y la mediana y con las ideas aún más elementales de variable estadística y distribución.

#### *2.1.4 Objetivo del problema propuesto # 3.*

En el problema propuesto, los estudiantes deben analizar los datos que se presentan en una tabla, luego deben escoger qué medida de tendencia central es la más apropiada para representar los datos, y por último realizar el cálculo para seleccionar la respuesta adecuada de las cuatro opciones dadas. Los significados que median estos procesos son: el significado conceptual, proposicional, actuativo y argumentativo.

Las opciones de respuesta cumplen con una función específica, en la primera opción, se pretende evidenciar si el estudiante utilizaba la definición de media aritmética, lo cual es incorrecto porque lo que se trataba era que organizaran los datos y calcularan el dato central (mediana), que es la opción b, que permite llegar a la respuesta correcta. En la opción c se toma el dato central sin organizar los datos que se presentaban en la tabla, por ello también es incorrecta; y en la opción se intentaba evidenciar el escaso conocimiento sobre las medidas de posición central por parte del estudiante.

##### *2.1.4.1 Solución del problema propuesto*



A continuación se analizará el problema propuesto, con el propósito de acercar al estudiante con su cotidianidad. Además se propusieron cuatro opciones de respuesta.

Para la resolución de esta situación se deben tener conocimientos previos sobre la definición, pertinencia del uso y el cálculo de la mediana, para analizar si los estudiantes comprenden el objeto estadístico mediana o confunden su cálculo con la media.

**3.** En la tabla que se presenta a continuación se expresa el sueldo mensual de cinco personas que laboran en una oficina de abogados:

| Cargo que desempeñan | Sueldo      |
|----------------------|-------------|
| Recepcionista        | \$500.000   |
| Secretaria           | \$560.000   |
| Vigilante            | \$400.000   |
| Abogado              | \$1.200.000 |
| Oficios varios       | \$300.000   |

Selecciona ¿Cuál de las siguientes opciones representa mejor el salario de los cinco trabajadores?

- a) \$592.000      b) \$500.000      c) \$400.000      d) Ninguna de las anteriores

¿Explica tu respuesta?

---



---

**Problema propuesto # 3**

Además de lo antes mencionado se tendrá en cuenta cuál de las medidas de posición central es el mejor representante para esta situación. De esta forma el estudiante debe aplicar el concepto de mediana como elemento central que divide a la población en dos partes iguales. También deben conocer el cálculo algorítmico y

algunas propiedades de la mediana para contestar la pregunta En lo que sigue se elaboró una solución formal para comenzar el análisis.

Para resolver el problema se debe pensar en que hay un valor extremo, en este caso es el salario más alto que corresponde a la persona que labora como abogado y por lo tanto es pertinente usar la mediana; luego ordenar los datos de forma ascendente, aplicando directamente la definición de mediana. A partir del enunciado del problema propuesto #3, los estudiantes muestran una serie ordenada de números como la siguiente para calcular la mediana con datos impares y así encontrar el valor central de la distribución. Por tanto la opción b es la respuesta correcta.

300.000 400.000 500.000 560.000 1.200.000

Por consiguiente la mediana es 500.000. Entonces 500.000 representa mejor la tendencia central del salario de los cinco trabajadores.

A continuación se dará solución a las demás opciones:

Si el estudiante responde la opción a es porque probablemente alude a la media aritmética y tiene claro la parte algorítmica, desarrollándolo así:

$$\frac{300.000 + 400.000 + 500.000 + 560.000 + 1.200.000}{5} = \frac{2.960.000}{5} = 592.000$$

El salario promedio de los cinco trabajadores es \$592.000.

Si el estudiante selecciona la opción c, visualiza en la tabla que el dato central es 400.000, teniendo un concepto errado de mediana y no usando la propiedad adecuada que es la de ordenar los datos, dándole otro estatus a la mediana, vulnerando la propiedad de estadístico de orden o por el contrario puede pasar que el

estudiante seleccionó esa opción porque estaba en la tabla y no tenía más opciones que esa para contestar.

Si el estudiante marca la opción d ninguna de las anteriores, puede suceder que las opciones antes descritas no convencen al estudiante, es decir presentan escasos conocimientos sobre las medidas de tendencia central o simplemente no conocían de ellas, por lo tanto no tienen más opción que escogerla como respuesta correcta.

#### *2.1.4.2 Resultados del problema propuesto.*

Recogidas las respuestas del taller diagnóstico, se inició un proceso de categorización comparando las respuestas similares dentro de las opciones de respuesta, analizando las distintas estrategias que usaron los estudiantes para su solución, principalmente las que aluden a las medidas de posición central u otras.

#### *2.1.4.3 C1 Respuestas donde los estudiantes seleccionan la opción (a).*

Se presentaran a continuación las distintas estrategias que los estudiantes usaron para resolver el problema propuesto donde seleccionan la opción (a).

##### *C1.1. Respuestas basadas en la media aritmética o promedio aritmético.*

Algunos estudiantes utilizan la media aritmética para llegar a la respuesta, en este caso piensan que es la medida de posición central más adecuada para este tipo de situaciones. Se puede evidenciar que calculan correctamente la media aritmética, pero no tienen claro que esta medida es sensible a los valores extremos (1.200.000) por ello no es la más adecuada, además se podría afirmar que tienen claro la parte algorítmica, pero no es claro, para que casos se puede utilizar, bajo que parámetros y que permite analizar la media aritmética al calcularla en una situación particular.

Otro aspecto que se evidencia es que los estudiantes claramente relacionan el promedio aritmético con esta medida, pero el análisis que hacen de ello es escaso.

Selecciona ¿Cuál de las siguientes opciones representa mejor el salario de los cinco trabajadores?

a) \$592.000      b) \$500.000      c) \$400.000      d) Ninguna de las anteriores

500.000  
560.000  
400.000  
1.200.000  
300.000  
-----  
2960,000

¿Explica tu respuesta?

45      592000

Utilice el promedio aritmético sume los valores y los divide por la cantidad

Figura 88. Ejemplo de respuesta C1.1.

➤ *Con cálculo correcto.*

El estudiante identifica que el problema es resoluble por medio de las medidas de posición central, en este caso la media, reconociendo el objeto estadístico media, su definición, y su cálculo algorítmico, pero esta opción no es la más indicada puesto que el problema presenta un dato atípico que se aleja considerablemente de los demás. Es evidente que el estudiante no percibe que existe un dato de ese carácter y la propiedad le corresponde a la mediana, entonces el educando presenta conflictos al confundir terminología entre media y mediana por ende sus conocimientos sobre objetos estadísticos no son claros.

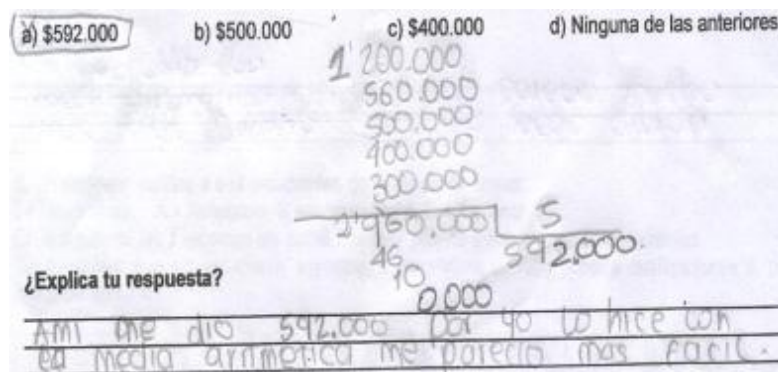


Figura 89. Ejemplo de respuesta C1.1.

➤ *La justificación, evidencia otra elección.*

El estudiante hace evidente el procedimiento sobre la idea que posee de la definición y cálculo de la media aritmética, identificando que el problema se resuelve por medio de medidas de posición central, pero al enunciar la justificación de su proceso, hace un análisis sobre las opciones de respuesta que se plantean al inicio. De esta manera considera que la opción (a) es la más adecuada, sin embargo, su argumento hace alusión a la opción (b) porque sería el mejor salario puesto que las demás opciones no figuran en la tabla o por el contrario es un salario menor.

Según lo expuesto anteriormente el estudiante presenta dos soluciones distintas en la cual cada una de ellas hace referencia a una respuesta. Se podría pensar que el estudiante tiene confusión sobre la definición entre media y mediana, que genera este tipo de resultado, además impide reconocer en que situaciones es viable la media o la mediana, por tanto falta apropiación de las propiedades de estas medidas para evitar estas confusiones.

a) \$592.000      b) \$500.000      c) \$400.000      d) Ninguna de las anteriores

500,000  
 560,000  
 400,000  
 2200,000  
 300,000  


---

 2960,000

2960,000 | 5  
 46  
 10  
 00  
 00

592000

¿Explica tu respuesta?  
 Yo escogí la B por que es la única que tiene  
 mejor salario, la A no está en la tabla la  
 C es poquito o no se acuerda

Figura 90. Ejemplo de respuesta C1.1.

Suman los datos y los dividen entre el total.

Son aquellos estudiantes que aluden a dos operaciones, en este caso una suma y luego la división pero no relacionan este procedimiento con ninguna medida de tendencia central y en el caso particular con la media aritmética; lo que se puede evidenciar en este tipo de respuestas es que para el estudiante es muy difícil relacionar o utilizar las medidas de posición central en situaciones que lo requieran. Todavía tienen dificultad en esos conocimientos estadísticos que se están enseñando en el aula, particularmente las medidas de tendencia central, debido a que no los relacionan con contextos significativos, ni tampoco han desarrollado la capacidad de análisis, por ello es más fácil relacionar su solución con operaciones básicas.

Selecciona ¿Cuál de las siguientes opciones representa mejor el salario de los cinco trabajadores?

a) \$592.000      b) \$500.000      c) \$400.000      d) Ninguna de las anteriores

$$\begin{array}{r}
 1200.000 \\
 560.000 \\
 500.000 \\
 400.000 \\
 + 300.000 \\
 \hline
 2960.000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2960.000 \\
 \hline
 592.000
 \end{array}$$

¿Explica tu respuesta?

| lo | 9 | hice     | Por | Suma | el | Salario    |
|----|---|----------|-----|------|----|------------|
|    |   | dividido | en  | tre  | 5  | R/ 592.000 |

Figura 91. Ejemplo de respuesta C1.1.

➤ *Respuesta con cálculos incorrectos.*

El estudiante identifica que el problema es resoluble por medio de las medidas de posición central, de igual modo presenta confusión sobre el objeto estadístico media porque al realizar la sumatoria de los datos comete errores de cálculo, generando una respuesta incorrecta, pero eso no fue impedimento para que seleccionara la opción (a). Es claro que el estudiante presenta conflictos en la operatividad de números enteros y en escoger la medida más adecuada para solucionar una distribución de datos, en este caso la medida más apropiada es la mediana. Se podría suponer que el estudiante no tiene claridad sobre las propiedades de las medidas de posición central.

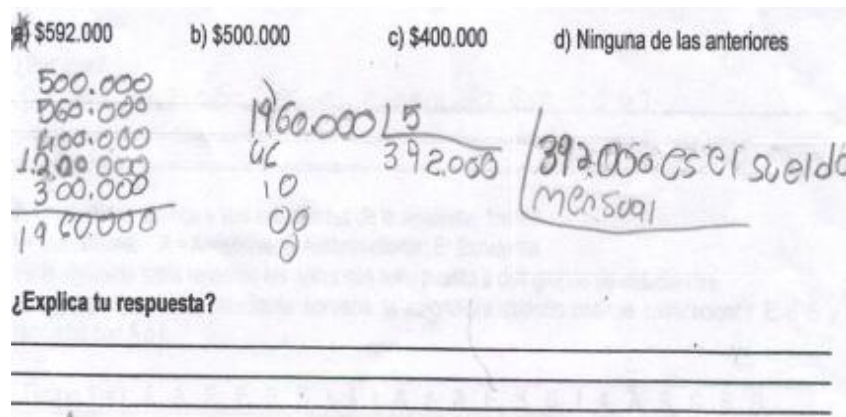


Figura 92. Ejemplo de respuesta C1.1.

2.1.4.4 C1.2. Respuestas donde el estudiante no relaciona su procedimiento con las medidas de tendencia central.

Son los estudiantes que hacen una serie de procedimientos, pero en su justificación no se evidencia que utilicen alguna de las medidas de tendencia central, en otros casos no justifican su procedimiento o realizan una estrategia distinta a las antes mencionadas:

Suman todos los datos de la situación.

Los estudiantes que realizan este proceso suman los datos que se evidencian en la tabla, para luego concluir que la opción correcta es la (a), además la suma está por encima del valor indicado en la opción (a), es posible que presenten dificultad en la suma que realizan porque es un error pensar que al sumar todos los datos el salario que resulta sea \$592.000, esto pudo pasar debido a que la suma está escrita en forma horizontal, lo cual causa confusión en el estudiante y así llega a una respuesta errada. Los estudiantes no relacionan ninguna medida de tendencia central para solucionar la situación.



Selecciona ¿Cuál de las siguientes opciones representa mejor el salario de los cinco trabajadores?

a) \$592.000    b) \$500.000    c) \$400.000    d) Ninguna de las anteriores

$$500.000 + 560.000 + 400.000 + 1.200.000 + 300.000 =$$

$$= 592.000$$

¿Explica tu respuesta?

El Salario mejor de los cinco trabaja-  
dores es 592.000

Figura 93. Ejemplo de respuesta C1.2.

Suma todos los datos y el resultado es distinto a la solución.

El estudiante suma todos los datos y en la justificación de su respuesta menciona que dividió por 10, su procedimiento no evidencia lo que afirma, además selecciona la opción (a) pero su cálculo se diferencia de su respuesta. Se podría pensar que posee confusión sobre la definición y cálculo de la media aritmética y que asocia a esta medida a las operaciones básicas de suma y división. Además en la justificación tampoco menciona términos que aluden a las medidas de posición central.

a) \$592.000    b) \$500.000    c) \$400.000    d) Ninguna de las anteriores

$$\begin{array}{r} 500.000 \\ 560.000 \\ 400.000 \\ 1.200.000 \\ 300.000 \\ \hline 2.960.000 \end{array}$$

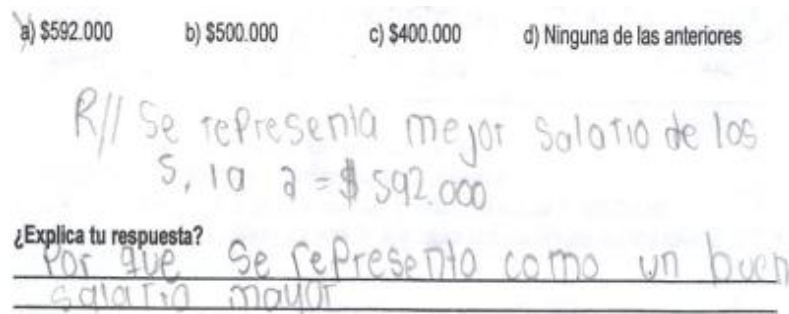
¿Explica tu respuesta?

ya sume todo y lo dividi por 10 .

Figura 94. Ejemplo de repuesta C1.2.

➤ *Respuesta sin procedimiento.*

Por otra parte el estudiante selecciona la respuesta (a) porque representa el mayor salario (\$592.000) entre las demás opciones de respuesta, es claro que él no identifica el problema, el cual debe ser resuelto por medio de medidas de posición central, de igual forma usa una estrategia para dar una respuesta pero no es la correcta, se podría suponer que sus conocimientos sobre objetos estadísticos tales como media, mediana y moda son confusos, puesto que no es evidente el procedimiento para llegar a la respuesta.



*Figura 95. Ejemplo de respuesta C1.2.*

Análogo al caso anterior no se evidencia ningún tipo de procedimiento, solo justifican que el salario que mejor representa a los demás es el de \$592.000. Para estos casos no hacen alusión a ninguna medida de tendencia central, ni tampoco es claro de donde pudo concluir la respuesta.

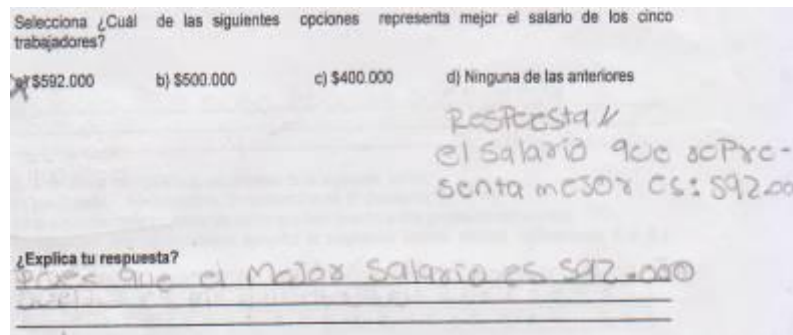


Figura 96. Ejemplo de respuesta C1.2.

- No está explícito el proceso y su justificación no es clara.

En este tipo de casos, los estudiantes no hacen explícito el proceso que realizan, y su justificación no evidencia que hayan utilizado ninguna medida de tendencia central, solamente el sentido común para llegar a la solución.

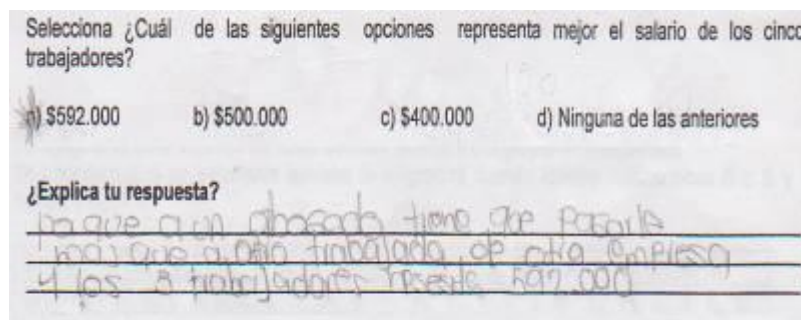


Figura 97. Ejemplo de respuesta C1.2.

#### 2.1.4.5 C2. Respuestas donde los estudiantes seleccionan la opción (b).

Aunque esta opción es la correcta, no se evidencia apropiación del objeto estadístico mediana, así como también de la definición y de su cálculo.

##### C2.1. No realizan ningún proceso, ni tampoco justifican.

Los estudiantes aunque llegan a la respuesta acertada, que es la opción (b) no tienen ningún procedimiento, tampoco justifican que procedimiento realizaron para concluir que la opción correcta es la señalada.

| Cargo que desempeñan | Sueldo      |
|----------------------|-------------|
| Recepcionista        | \$500.000   |
| Secretaria           | \$560.000   |
| Vigilante            | \$400.000   |
| Abogado              | \$1.200.000 |
| Oficios varios       | \$300.000   |

Selecciona ¿Cuál de las siguientes opciones representa mejor el salario de los cinco trabajadores?

a) \$692.000       b) \$500.000      c) \$400.000      d) Ninguna de las anteriores

¿Explica tu respuesta?

---



---

*Figura 98. Ejemplo de respuesta C2.1.*

#### *2.1.4.6 C3. Respuestas donde los estudiantes seleccionan la opción (d).*

Para este tipo de respuesta el estudiante usó diferentes estrategias para dar la solución, aunque fueron incorrectas se pudo apreciar que el estudiante presenta dificultad sobre el manejo de las medidas de posición central. Además, se evidencian errores en el cálculo numérico, así como también en el cambio de registro (tablas a gráfico lineal o barras). A continuación se muestran los ejemplos de respuesta para esta opción.

*C3.1. Aluden a que el mayor salario es el más representativo de los cinco trabajadores.*

En este caso los estudiantes aluden a que el salario más alto es la respuesta adecuada y como esta opción no está entre las descritas, responden la opción (d). Los estudiantes no tienen claro qué medida de posición central utilizar y cuál es la más adecuada, o es posible que no comprendieran que se quería preguntar y aludieron que representar es lo mismo que el salario más alto. Por ello se podría decir que no están familiarizados con situaciones de la cotidianidad donde se haga uso de las medidas de tendencia central, para ellos no es explícito lo que deben hacer, para la

solución de la situación, además, el estudiante no tiene la facilidad de analizar que concepto estadístico utilizar para llegar a la respuesta óptima.

Selecciona ¿Cuál de las siguientes opciones representa mejor el salario de los cinco trabajadores?

a) \$592.000      b) \$500.000      c) \$400.000       Ninguna de las anteriores

¿Explica tu respuesta?

Ninguno de los sueldos de un trabajador  
porque es el mayor es 1.200.000

*Figura 99. Ejemplo de respuesta C3.1.*

De la misma forma que la respuesta anterior el estudiante seleccionó la opción (d), la cual es incorrecta, sin hacer ningún tipo de cálculo o procedimiento, pero justifica que el mayor sueldo es el del abogado, se podría inferir que el estudiante no identifica que el problema es resuelto por medio de las medidas de posición central, es decir sus conocimientos sobre objetos estadísticos como media, mediana y moda son escasos, o por el contrario el estudiante no comprendió el enunciado.

a) \$592.000      b) \$500.000      c) \$400.000       Ninguna de las anteriores

¿Explica tu respuesta?

Por el mayor sueldo es el de  
abogado gana 1.200.000 es el sueldo  
superior

*Figura 100. Ejemplo de respuesta C3.1.*

### *C3.2. Suma los salarios y no es explícito el proceso.*

Los estudiantes suman los salarios que se describen en la tabla y como el resultado está por encima de las opciones dadas, entonces concluyen que la opción (d) es la correcta. En este caso los estudiantes no realizan este tipo de situaciones con

ninguna medida de tendencia central, tampoco se evidencia ningún proceso para sumar los salarios de la situación.

Selecciona ¿Cuál de las siguientes opciones representa mejor el salario de los cinco trabajadores?

a) \$592.000      b) \$500.000      c) \$400.000      d) Ninguna de las anteriores

¿Explica tu respuesta?

por q al sumar los salarios anuales no da ninguna de las anteriores

Figura 101. Ejemplo de respuesta C3.2.

### C3.3 Suma los salarios, realizando el proceso.

Análogo al caso anterior el estudiante suma todos los salarios, y supone que la consulta es obtener el salario de los cinco, por eso en la explicación compara las opciones de respuesta con la suma que él obtuvo.

Selecciona ¿Cuál de las siguientes opciones representa mejor el salario de los cinco trabajadores?

a) \$592.000      b) \$500.000      c) \$400.000      d) Ninguna de las anteriores

500.000  
500.000  
400.000  
1.200.000  
300.000  

---

1900.000

¿Explica tu respuesta?

por que al sumarlos da mas de 592.000, 500.000 y 400.000

Figura 102. Ejemplo de respuesta C3.3.

### C3.4 Realiza gráfica de líneas.

En este caso el estudiante realiza una gráfica de líneas, pero no organiza los datos que le brinda la situación, tiene dificultad en la escala que debe realizar para

graficar este tipo de datos numéricos, aunque caracteriza para cada trabajador su salario correspondiente. Se puede evidenciar que familiariza la situación con una gráfica estadística pero no concluye nada respecto a lo que observa de ella, por esto no es claro porque escoge la opción (d).

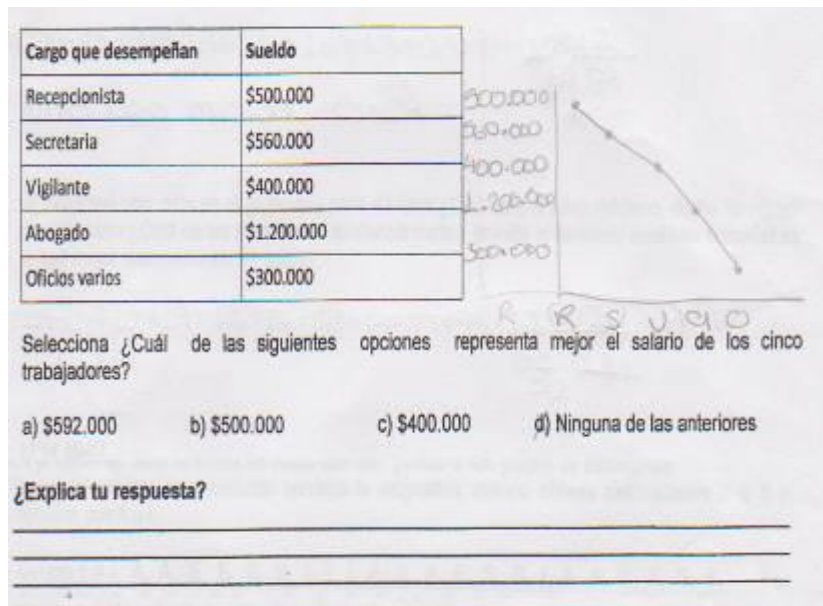


Figura 103. Ejemplo de respuesta C3.4.

### C3.5. Respuesta incorrecta con gráfico de barras.

Para la solución de la situación, el estudiante no identifica que el problema sea resoluble por medio de medidas de posición central, relacionando la tabla con un gráfico de barras, que no conserva la escala numérica y ubica de forma incoherente las frecuencias, dando una respuesta incorrecta. Se podría inferir que el estudiante no identifica los objetos estadísticos media, mediana y moda por ende sus conocimientos son escasos en éste tema, además hay conflicto sobre el concepto de frecuencia y el cambio de representación de tablas a gráfico.

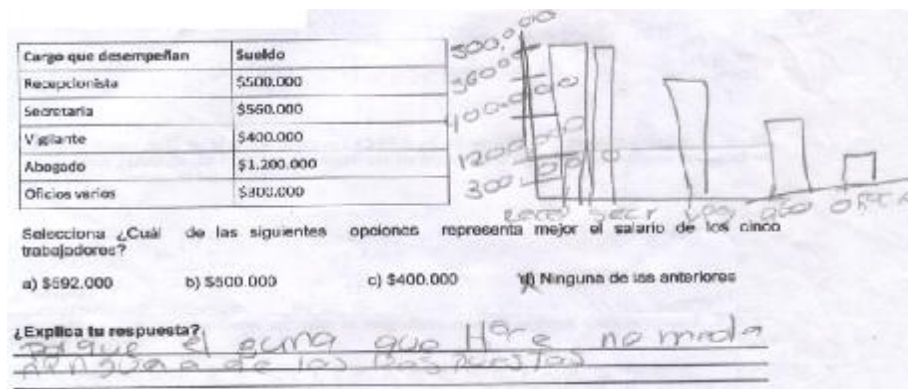


Figura 104. Ejemplo de respuesta C3.5.

#### 2.1.4.7 Análisis del problema propuesto, según las funciones semióticas.

A diferencia de los problemas anteriores, para este caso los estudiantes tenían opciones de respuesta para responder dicho enunciado.



Tabla 3. Funciones Semióticas referentes al problema # 3.

| Significado lingüístico   | Significado situacional   | Significado conceptual   | Significado proposicional  | Significado actuativo   | Significado argumentativo   |
|---|---|--|--|---|---|
| Los estudiantes no referencian los indicadores de posición central para dar la solución al problema propuesto, es decir no usan símbolos propios de la estadística descriptiva. | Se esperaba que los estudiantes resolvieran el problema por medio de la mediana, ordenando los datos y a su vez el dato atípico le permitía usar esta medida y descartar las demás, concluyendo que el mejor representante es la mediana y así llegar a la opción correcta que en este caso era la (b). | Varios de los conceptos estadísticos que los estudiantes utilizaron no eran claros, debido a que presentaban errores algorítmicos, otros no aludían a ningún proceso y además nadie resolvió el problema correctamente por medio de la medida de posición central adecuada que en este caso era la mediana. Estos resultados permiten evidenciar que el estudiante no se ha apropiado significativamente de estos conceptos estadísticos, por consiguiente han memorizado una serie de cálculos. | Algunos estudiantes resolvieron el problema por medio de la media aritmética sin tener en cuenta el valor extremo (1.200.000). Una de las propiedades de las gráficas era la de conservar la escala numérica de forma ascendente. Para este caso dos de los estudiantes que resolvieron el problema por este método, no organizaron los datos dados. | Los estudiantes realizaron diversos procesos para llegar a alguna de las opciones de respuestas. Aunque fueron en su mayoría incorrectas, se pudo evidenciar que realizaban cálculos errados o solamente realizaban operaciones aritméticas, de pronto para comprender mejor la tabla graficaron los datos, ubicando las frecuencias incorrectamente sin tener en cuenta su orden. Por otra parte la participación de las medidas de posición central a la cual se refieren sus cálculos es a la media aritmética. Varios realizaron el cálculo correctamente, otros solamente daban la opción de respuesta la (a) o la (d) sin hacer procedimiento alguno. | En este problema en particular se puede evidenciar que los estudiantes para llegar a la resolución del problema propuesto no utilizaron medidas de posición central, debido a que en su argumentación utilizaban su sentido común, el proceso lo referían a operaciones aritméticas o en otros casos no había procedimientos ni justificaciones. De lo anterior se puede deducir que el estudiante no está familiarizado con este tipo de situaciones y al no estar explícito en el enunciado cuál de las medidas de posición central utilizar los estudiantes no lo relacionan con ninguna de ellas. |

#### 2.1.4.8 Conclusiones del análisis del problema propuesto.

En las distintas estrategias que se evidenciaron en los resultados obtenidos del análisis se puede observar que algunos estudiantes seleccionaron la opción (a) calculando correctamente la media aritmética, otros el sentido común para resolver la situación, también utilizaron una representación gráfica para comprender el problema descrito para llegar a la solución y así escoger una de las opciones dadas. En la mayoría de los estudiantes se evidenció que en los procedimientos que realizaban no aluden a las medidas de posición central, esto pudo haber sucedido porque no era explícito en el enunciado del problema que en su resolución debía usar alguna de las medidas (media, mediana o moda). De acuerdo a las estrategias usadas por los estudiantes se manifestaron los siguientes conflictos:

- Conflictos relacionados con los campos de problemas: no usar las medidas de posición central, por el contrario la resolución la hace por medio de operaciones aritméticas (sumar y dividir) o comparando el sueldo de los trabajadores más alto, usando su sentido común. De la misma forma algunos estudiantes comparaban los sueldos más altos teniendo en cuenta las opciones descritas para dar su respuesta sin hacer procedimiento alguno. así como la manifiesta García Cruz y Garrett (2006a; 2006b)<sup>31</sup>, se muestran dificultades relacionadas con las capacidades de argumentación. Se analizan las

---

<sup>31</sup> Para mayor información remítase al texto: Alexandre Joaquim Garrett y Juan Antonio García Cruz. 2008. Caracterización de la comprensión de algunos aspectos de la media aritmética: Un estudio con alumnos de secundaria y universitarios. Pág. 35.

actuaciones de los estudiantes ante preguntas de respuestas abiertas relacionadas con preguntas de respuestas de selección múltiple. Observaron que los estudiantes no son consistentes con sus afirmaciones, puesto que para una misma situación utilizaban criterios completamente diferentes.

- Conflictos procedimentales: aunque el estudiante no referencia a utilizar la media en el procedimiento que realiza da cuenta de ella, haciendo su cálculo. Por ejemplo algunos estudiantes suman todos los datos, otros suman todos los datos y dividen entre la cantidad de datos pero en sus respuestas el cálculo es incorrecto y por ende obtiene respuestas por fuera del valor máximo o mínimo de la distribución. Según Watson y Moritz (2000)<sup>32</sup>. Establecen seis niveles de desarrollo evolutivo o comprensión sobre el concepto de promedio. Uno de los niveles que apoyan este conflicto procedimental es las respuestas uniestructurales, las cuales se relacionan con el uso coloquial de la media; sumar los datos sin conocer el algoritmo correcto, no se comprende el significado y por ende las respuestas arrojadas son incorrectas como las justificaciones que emergen. También están las respuestas multiestructurales las cuales se refieren a expresiones como la mayoría, la mitad y suma más división para describir la media en situaciones sencillas. Se muestra conflicto entre el cálculo incorrecto de la media y el concepto. Apoyados con lo que plantea Cai (1995), se evidencia que el algoritmo se aplica de forma

---

<sup>32</sup> Para mayor información remítase al texto: Alexandre Joaquim Garrett y Juan Antonio García Cruz. 2008. Caracterización de la comprensión de algunos aspectos de la media aritmética: Un estudio con alumnos de secundaria y universitarios. Pág. 37.

mecánica sin comprender su significado. Por su parte Gattuso y Mary (1998) sugieren que el contexto y forma de representación influyen en la dificultad de los problemas de promedios.

- Conflictos argumentativos: en la mayoría de las respuestas los estudiantes no son capaces de dar un argumento, de interpretarlo o no ven la inconsistencia de una argumentación. Por ejemplo se hace referencia al dato de mejor salario (abogado) y al no estar esta opción en las respuestas, escogen otra opción distinta. De la misma forma algunos estudiantes seleccionan alguna de las opciones dadas y argumentan de forma distinta a la opción escogida y al procedimiento realizado.

Por tal motivo se debe propiciar en los estudiantes situaciones en contexto real en donde se generen argumentos para construir su conocimiento estadístico y aplicarlo ante cualquier situación de la vida cotidiana. Se hace necesario culturizar estadísticamente a la población estudiantil, empleando la estadística como una herramienta de la vida diaria para la lectura, comunicación de información y toma de decisiones.

- Conflicto en el cambio de representación grafica: algunos estudiantes para la resolución del problema planteado, utilizaron diferentes tipos de representación, los evidenciados son el gráfico de barras y de líneas. En el análisis se pudo observar que los estudiantes no conservan la escala de medida, además tampoco hay una relación explícita entre el eje X y el eje Y, y a su vez la gráfica no lleva un título que represente el problema planteado. Por

otra parte, los estudiantes no hacen alusión a ninguna interpretación de la gráfica realizada y si la realizan es una justificación incorrecta. Según Bertín (1967)<sup>33</sup>, aunque los estudiantes leen elementos aislados del gráfico (dominan la extracción de datos), no llegan al nivel de extracción de tendencias o análisis de la estructura en su lectura de gráficos.

---

<sup>33</sup> Para mayor información remítase: Arteaga Pedro, Batanero Carmen. Comparación de distribuciones ¿Una Actividad Sencilla para los Futuros Profesores? Pág. 10.

### 2.1.5 Objetivo del problema propuesto # 4.

En el problema propuesto, el estudiante identificará el objeto estadístico media y usará la definición de esta medida para resolver esta situación aplicando el cálculo de la media e interpretar la respuesta que encontró según la pregunta dada. Los significados que intervienen durante el desarrollo de la situación son *el conceptual, el actuativo y el argumentativo*.

#### 2.1.5.1 Solución del problema propuesto.

A continuación vamos a analizar el problema propuesto # 4, está tomado originalmente del libro “Capítulo 4: Medidas de tendencia central”<sup>34</sup> con alguna modificación de anteriores investigaciones.

Para la resolución de esta situación, se deben tener conocimientos previos sobre la definición y el cálculo de la media, para analizar si los estudiantes comprenden el objeto estadístico media o confunden su cálculo.

**4.** El profesor de la materia de estadística desea conocer el promedio de las notas finales de los 10 estudiantes de la clase. Las notas de los estudiantes son: 3,2 3,1 2,4 4,0 3,5 3,0 3,5 3,8 4,2 4,0. ¿Cuál es el promedio de notas de los estudiantes de la clase de estadística?

#### Problema propuesto # 4

Además de lo antes mencionado se tendrá en cuenta cuál de las medidas de posición central es mejor para representar datos cuantitativos. De esta forma el estudiante debe aplicar el concepto de media (sumar todos los datos y dividir por el total de datos). También han de conocer el cálculo de la media y algunas

<sup>34</sup> Para mayor información remítase al libro. Quesada, Víctor y Vergara, Juan. Estadística Básica con aplicaciones en MS EXCEL. capítulo IV. Pág. 105.

propiedades de la media para contestar la pregunta. En lo que sigue se elaboró una solución formal para iniciar con el análisis.

Para resolver el problema se deben ordenar los datos, aplicando directamente la definición de media. A partir de los datos mencionados en el problema propuesto #4, los estudiantes muestran la serie de números como la siguiente para calcular el promedio de las notas y así encontrar el valor numérico que corresponde:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{2,4 + 3,0 + 3,1 + 3,2 + 3,5 + 3,5 + 3,8 + 4,0 + 4,0 + 4,2}{10} = \frac{34,7}{10} = 3,47$$

El promedio de las notas de los estudiantes de la clase de estadística es 3,47.

#### 2.1.5.2 Resultados del problema propuesto.

Recogidas las respuestas del taller diagnóstico, se inició un proceso de categorización comparando las respuestas similares que hace referencia a la media de forma correcta o incorrectamente.

#### 2.1.5.3 C1. Utiliza la media aritmética.

Para la solución al problema propuesto, utilizan la media aritmética como la medida de posición central más adecuada para la solución de la situación que se plantea. A continuación se presenta los distintos procedimientos que los estudiantes realizaron para calcular dicha medida:

*C1.1. Cálculo correcto de la media.*

Es aquel estudiante que, para resolver el problema calcula correctamente la media, e identifica que el problema propuesto es resoluble por medio de las medidas de posición central, reconociendo el objeto estadístico, media. Además, conoce y aplica correctamente la definición y el cálculo de la media y comprende la idea de distribución. También presenta claridad al operar números decimales así como sumar y dividir, manifestando apropiación de las propiedades de este conjunto numérico.

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. On the left side, there is a vertical list of numbers: 3,5, 3,2, 3,1, 2,4, 4,0, 3,5, 3,8, 4,2, 4,0, 3,0. A horizontal line is drawn under the last number, 3,0, and the sum 34,7 is written below it. To the right of this list, the calculation is shown:  $= \frac{34,7}{10} = 3,47$ . Next to this, the student has written 'R/ El promedio es 3,5', where the 3,5 is circled in red. The numbers 3,5, 3,2, 3,1, 2,4, 4,0, 3,5, 3,8, 4,2, 4,0, 3,0 are also circled in red.

*Figura 105. Ejemplo de respuesta C1.1.*

- *Suma los datos y los divide entre diez, su respuesta es 3,5.*

El estudiante suma todos los datos, obteniendo 34.7 luego lo divide entre diez y su resultado es 3.47 y lo redondean a la décima más próxima, en este caso 3.5; señalándolo en el sistema de datos dados y así resaltando que este número es el promedio de las notas.

Es claro para el estudiante el proceso que debe realizar para sumar los números decimales, la división entre diez y además redondean correctamente el número obtenido. Esto evidencia que el estudiante tiene claramente definido el



promedio, su cálculo, como también el resultado obtenido debe estar dentro del rango de los datos dados, en este caso de las notas, esto evidencia que se ha apropiado significativamente del concepto de media aritmética o promedio aritmético.

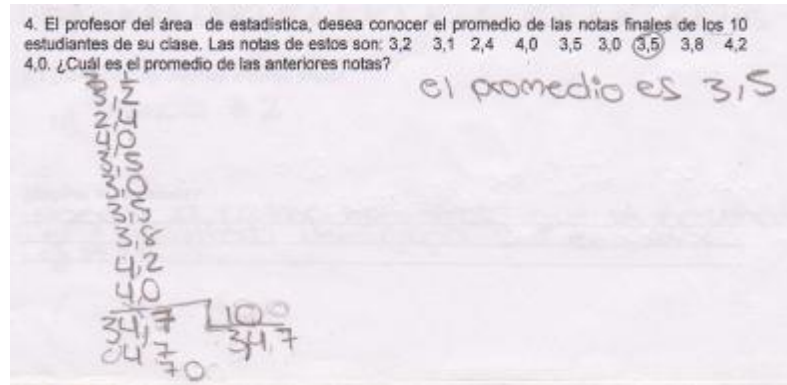


Figura 106. Ejemplo de respuesta C1.1.

C1.2. Suman y dividen entre diez, obtienen 3,4.

En estas respuestas se evidencia que el estudiante tiene claro como calcular el promedio de unos datos y las propiedades de los números racionales en cuanto a la adición. No tienen ninguna dificultad en como calcular la media aritmética y en relacionar el promedio con esta medida de posición central, aunque no tienen claro la división por 10, puesto que su respuesta es 3.4 y no 3.47

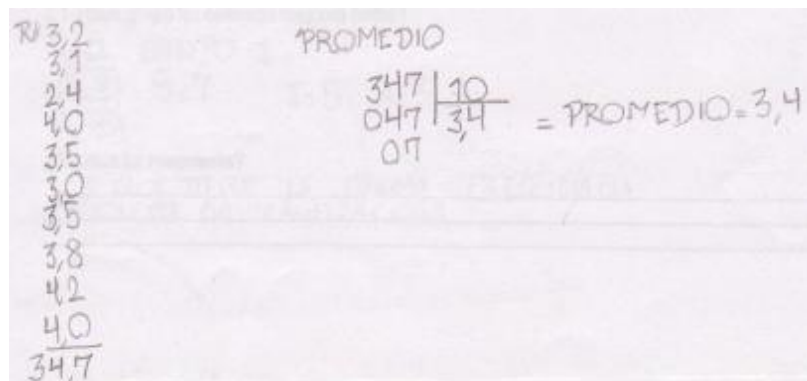


Figura 107. Ejemplo de respuesta C1.2.

*C1.3. Suma nueve datos y divide entre nueve.*

El estudiante sumó 9 datos y el resultado obtenido es un número entero y lo dividió entre 9, e identifica que el problema es resoluble por medio de medidas de posición central, de esta manera se evidencia que el estudiante usó la definición y el cálculo algorítmico de la media por tanto reconoce el objeto estadístico media.

Se evidencia que el estudiante no tuvo en cuenta el planteamiento del problema rigurosamente, donde se hace alusión a 10 estudiantes y aunque los relaciona sólo suma 9 y divide por nueve.

$$3,1 + 2,4 + 3,2 + 4,0 + 3,5 + 3,0 + 3,5 + 3,8 + 4,2 + 4,0 = 30,7 \div 9$$

$$= 3,4$$

R// El promedio de las notas anteriores es 3,4

*Figura 108. Ejemplo de respuesta C1.3.*

Análogo al caso anterior, el estudiante sumó y dividió números decimales entre 9, no relaciona el 3.2, identifica que el problema se resuelve por medio de las medidas de posición central, reconoce el objeto estadístico media, su definición y posteriormente su cálculo algorítmico, aunque su respuesta no sea la esperada, porque existen errores en la sumatoria de los datos y también al resolver el cociente.

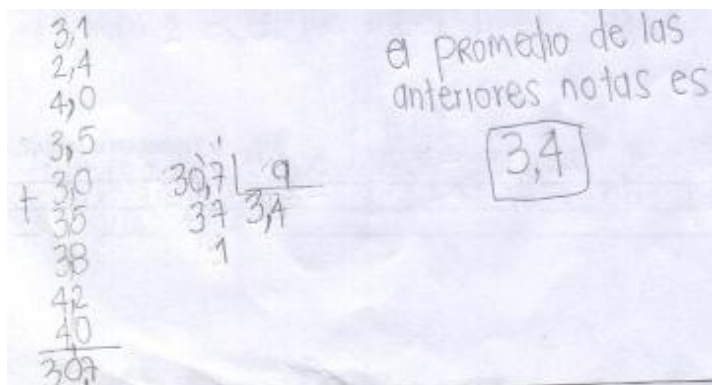


Figura 109. Ejemplo de respuesta C1.3.

El proceso que realizan los estudiantes, es sumar los datos, omitiendo el último, el resultado es 307, luego dividen entre nueve, obteniendo 3.4; resultado esperado. En estos cálculos realizados por los estudiantes se evidencia error al omitir el último dato, tampoco tiene en cuenta como se debe sumar números decimales, puesto que no tienen en cuenta la coma, lo mismo sucede con la división, atribuye una coma que no está ubicada correctamente porque está dada por números enteros, luego el resultado sería treinta cuatro. Tiene claro como calcular el promedio de un conjunto de datos, porque aunque omite un dato también lo disminuye en la cantidad total de las notas, existe dificultad en la parte operatoria de los números decimales.

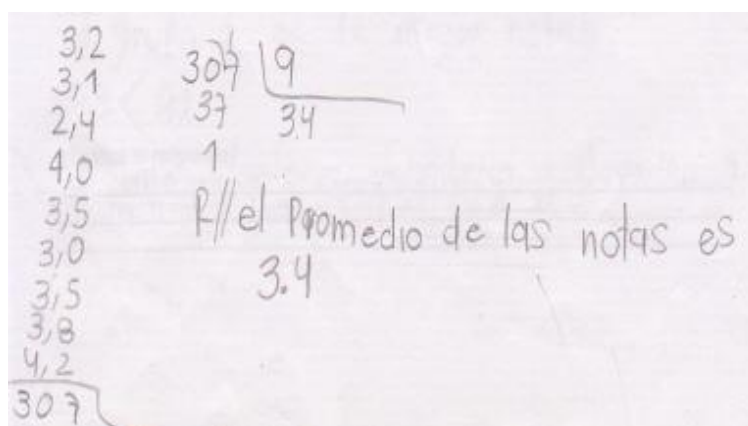


Figura 110. Ejemplo de respuesta C1.3.

*C1.4. Suma números decimales y enteros a la vez (excepto un 4,0) y divide entre diez.*

El estudiante ubica números decimales y números enteros en una misma operación, entre ellos 9 datos, excepto un 4.0 y suma los números decimales como si fueran números enteros y obtiene un resultado incorrecto. Además lo divide entre 10 y el cociente encontrado es incorrecto porque al aplicar la división tiende a cometer errores en el último término del dividendo cuando es menor que el divisor, y debe proceder a agregar un cero al cociente y a su vez ubicar la coma para continuar con la operación, este paso no lo hace, el estudiante por tanto, usa un procedimiento equivocado, que genera dificultad al hacer el cálculo, ubicando la coma en el espacio que no corresponde.

Así como también existen errores en el cálculo de las operaciones, es evidente que el estudiante tiene fallas en la definición y el cálculo de la media, como la diferenciación de los conjuntos numéricos, tanto de números enteros y racionales con sus respectivas propiedades.

$$\begin{array}{r}
 3,2 \\
 3,1 \\
 2,4 \\
 4,0 \\
 3,5 \\
 + 3,0 \\
 3,5 \\
 3,8 \\
 4,2 \\
 \hline
 307
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 30 \overline{) 710} \\
 \underline{07} \phantom{0} \\
 10
 \end{array}$$

*Figura 111. Ejemplo de respuesta C1.4.*

*C1.5. Suma números decimales y el resultado es un número entero y divide entre 8 (excepto el 3,0 y un 3,5).*

El estudiante sumó 8 números decimales pero su resultado no tiene relación con los datos sumados y dividió entre 8 de igual manera el cociente también es incorrecto. Según la información que presenta el ejemplo de respuesta, se podría inferir que el estudiante tiene idea de la definición y cálculo de la media sin incluir dos datos aunque no concluye su respuesta.

*Figura 112. Ejemplo de respuesta C1.5.*

*C1.6. Suma y divide números enteros con error en el cálculo de la división.*

Para este caso el estudiante suma 10 datos y los divide entre el mismo número pero comete errores en el cálculo algorítmico de la división dando una respuesta incorrecta y no la concluye. Según la información que presenta el ejemplo de respuesta, se puede apreciar que el estudiante tiene idea del concepto y cálculo de la media, aunque los datos no son los originales porque posee confusión sobre el conjunto numérico al que pertenecen, y prefiere hacer operaciones con números enteros e identifica que el problema es resuelto por medio de medidas de posición central.



Figura 113. Ejemplo de respuesta C1.6.

C1.7. Suma y divide números enteros y el cociente es 34.

Análogo al caso anterior el estudiante sumó y dividió números enteros entre 10 y el cociente es 34 con error en el residuo. De igual forma asocia la respuesta obtenida con un grupo señalando al 3.4 y no concluye. Se podría pensar que el estudiante tiene idea del concepto y cálculo de la media por tanto tiene apropiación del objeto estadístico media pero presenta conflicto con diferenciar los conjuntos numéricos racionales y enteros, porque la respuesta esperada no corresponde con los datos originales, entonces, la respuesta es incorrecta.

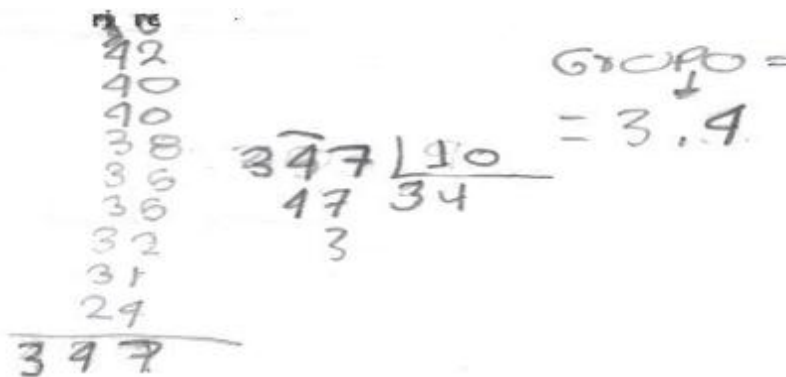


Figura 114. Ejemplo de respuesta C1.7.

Para esta situación se podría pensar que el estudiante sumó todos los datos como números enteros y dividió entre 10, es decir que aplicó directamente la

definición de media aunque la respuesta sea incorrecta. Por tanto tiene confusión en identificar el conjunto numérico al que pertenecen los datos iniciales.

The image shows a student's handwritten work. At the top, the number 347 is written above a horizontal line, with the number 10 written to its right. Below the line, the number 34 is written, representing the student's calculation of 347 divided by 10.

*Figura 115. Ejemplo de respuesta C1.7.*

*C1.8. Suma los datos y los divide entre diez, su respuesta es 34,5.*

El estudiante suma los datos y el resultado que obtiene es 345, luego divide 347 entre diez y su resultado es 34.7, aunque responde que el promedio es 34.5.

Se puede afirmar que el proceso que el estudiante realiza, es correcto en el cálculo del promedio de un conjunto de datos, tienen dificultad en sumar números racionales, debido a que no tienen en cuenta la coma, además tampoco es claro porque escriben un número distinto al obtenido en la suma realizada, para la división entre diez, lo mismo sucede cuando realiza la división, el resultado inicial es uno y en la respuesta que escribe es otro resultado. Existe dificultad en las operaciones básicas entre números racionales, obteniendo, por consiguiente un valor incorrecto.

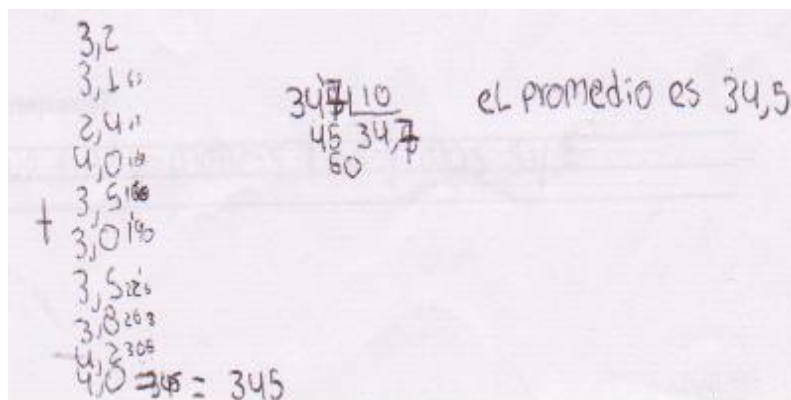


Figura 116. Ejemplo de respuesta C1.8.

C1.9. Suma los datos y luego lo divide entre diez, su respuesta es 34,7.

Los estudiantes suman todas las notas, obteniendo 347, luego dividen entre diez y su resultado es 34,7, es claro hallar el promedio de un conjunto de datos, tienen dificultad en la suma de números racionales, omiten la coma y por ende la división aunque es correcta, el resultado no es el esperado. En estos casos el estudiante calcula lo que le piden, pero no analiza el resultado que obtienen, si hicieran esto, tendrían en cuenta que el promedio no debe estar por fuera del rango de notas dadas, con ello se podría decir que memorizan una serie de cálculos, pero no son críticos, ni analíticos frente a los resultados que obtienen, dando respuestas incoherentes a la situación planteada



$$\begin{array}{r} 3,2 \\ 3,1 \\ 2,4 \\ 4,0 \\ 3,5 \\ 3,0 \\ 3,5 \\ 3,8 \\ 4,2 \\ 4,0 \\ \hline 34,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 347 \overline{) 10} \\ \underline{347} \\ 0 \end{array}$$

R// 34,7.

R//son el promedio de las anteriores Notas es 34,7.

Figuran 117. Ejemplo de respuesta C1.9.

C 1.10. Suma números decimales, el resultado de la sumatoria es un número entero y su respuesta es 34,7.

El estudiante identifica que el problema es resoluble por medio de medidas de posición central, sumó números decimales y obtuvo un resultado entero y dividió entre 10 aunque tiene errores al terminar la división la respuesta es incorrecta. Según esta situación el estudiante tiene idea de la definición y cálculo algorítmico de la media y justifica su respuesta haciendo alusión a la medida antes mencionada. Así como también presenta confusión sobre las propiedades de los números racionales y los números enteros.

$$\begin{array}{r} 3,2 \\ 3,1 \\ 2,4 \\ 4,0 \\ 3,5 \\ 3,0 \\ 3,5 \\ 3,8 \\ 4,2 \\ 4,0 \\ \hline 34,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 347 \overline{) 10} \\ \underline{347} \\ 0 \end{array}$$

el promedio de las notas fue de 34,7

Figura 118. Ejemplo de respuesta C1.10.

*C1.11. Suma y divide números enteros y el promedio es 34,7.*

El estudiante suma y divide números enteros y su resultado es el promedio de las notas. El estudiante manifiesta confusión sobre el conjunto numérico inicial porque cambia completamente ese conjunto para hacer operaciones con otro distinto. Se podría pensar que el estudiante tiene idea sobre la definición y el cálculo algorítmico de la media, entonces, identifica que el problema es resoluble por medio de medidas de posición central aunque confunda números racionales con números enteros, por ende, presenta conflicto al diferenciar conjuntos numéricos. Además de los errores antes mencionados se podría pensar que el estudiante olvida agregar cero al residuo 7 para formar el 70, así mismo continuar con la operación y al final quedaría un residuo cero y no un siete como se evidencia en el ejemplo.

Handwritten student work for problem C1.11. On the left, a vertical list of numbers is summed: 32, 31, 24, 40, 35, 30, 35, 38, 42, 40, with a horizontal line and the result 347 below. To the right, a division is shown: 347 divided by 10, with 47 and a remainder of 7. Next to it, the text reads "el promedio de la anterior nota es de R/. 34,7."

*Figura 119. Ejemplo de respuesta C1.11.*

*2.1.5.4 C 2. Calculan el promedio de notas, usando distintas estrategias.*

Los estudiantes realizan distintos procedimientos para dar una respuesta correcta e incorrecta de la situación planteada. Se evidencian las siguientes estrategias:

*C 2.1. Suma 9 datos y divide entre 8 (excepto un 3,5).*

El estudiante incluyó un dato original y sumó 8 números enteros y dividió entre 8 en consecuencia la suma y la división presenta errores de cálculo. Como se puede observar en el ejemplo de respuesta, el estudiante posee fallas en la apropiación del concepto y cálculo de la media, de igual manera no hace uso de la fórmula para complementar su procedimiento. Además su respuesta esta incorrecta y no hay conclusión alguna donde se referencie el indicador de tendencia central.

*Figura 120. Ejemplo de respuesta C2.1.*

*C2.2. Suma los datos y obtiene 3,47.*

Los estudiantes realizan una suma de todos los datos, y concluyen que obtienen 3.47, respuesta acertada, pero no es clara por qué al sumar se obtiene este resultado, por ende se podría decir que no sumaron correctamente y además no tienen claro como calcular el promedio de un conjunto de datos. Para este tipo de situaciones no se evidencia que hayan utilizado alguna medida de tendencia central, sino una operación básica (suma).

$$R1 = 3.2 + 3.7 + 2.4 + 4.0 + 3.5 + 3.0 + 3.5 + 3.8 + 4.2 + 4.0 = 3.47$$

el promedio es 3,47.

Figura 121. Ejemplo de respuesta C2.2.

C2.3. Realiza dos divisiones distintas.

Suma 7 datos y obtiene un valor, luego a ese valor le adiciona dos datos más, posteriormente deja indicada la división entre 10, al sumar los 9 datos comete errores de cálculo. También en esa misma respuesta hay otra división entre 9 y concluye que el promedio es 3.4. A partir de los errores de cálculo, el estudiante identifica que el problema es resoluble por medio de las medidas de posición central, pero le falta claridad en la definición y el cálculo algorítmico de la media, por tanto el objeto estadístico media no es claro.

R// el Promedio de las notas anteriores es 3,4

$$\begin{array}{r} 3.2 \\ 3.1 \\ 2.4 \\ 4.0 \\ 3.5 \\ 3.0 \\ 3.5 \\ \hline 22.7 \end{array}$$

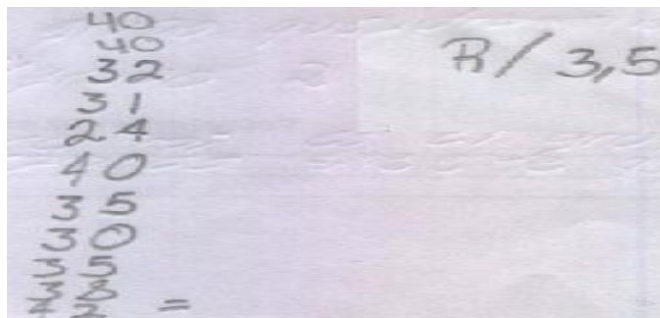
$$\frac{22.7}{10} = 3.0719 = 3.4$$

Figura 122. Ejemplo de respuesta C2.3.

C2.4. Suma 11 datos y la respuesta en 3,5.

El estudiante suma 11 datos pero distintos de los originales y su respuesta es incorrecta. Se podría pensar que el estudiante realizó un procedimiento mal hecho que lo llevó a cometer errores al sumar y dividir números enteros en este caso  $387 / 11 = 35.18...$  pero es una solución distinta suministrada por el estudiante ubicando

la coma en el lugar que no corresponde. Para esta situación se podría inferir que el estudiante presenta confusión en la comprensión del concepto y algoritmo de la media, es decir el objeto estadístico media no es claro.



*Figura 123. Ejemplo de respuesta C2.4.*

*C2.5. Cálculo sin procedimiento y el promedio es 3,5.*

A diferencia del anterior el estudiante da una respuesta refiriéndose al promedio pero no es evidente el procedimiento que realiza para dar esta respuesta. Se podría inferir que directamente hizo el cálculo algorítmico de la media aritmética y que aproximó a la décima más próxima, por tanto aunque su respuesta es correcta, no evidencia ningún proceso que muestre alguna idea sobre el objeto estadístico media, asumiendo que no es claro para el educando.

promedio = 3,5

*Figura 124. Ejemplo de respuesta C2.5.*

*C2.6. La respuesta es 3,7 sin realizar proceso.*

El estudiante da una respuesta distinta a las anteriores sin hacer algún procedimiento aunque alude al promedio. Se podría pensar que utiliza directamente la media y posteriormente hace su cálculo, pero es una respuesta incorrecta.

A photograph of a student's handwritten response on a piece of paper. The text is written in dark ink and reads "3,7 FUE SU PROMEDIO". The handwriting is somewhat casual and slightly slanted.

*Figura 125. Ejemplo de respuesta C2.6.*

Análogo al caso anterior algunos estudiantes usaron una estrategia para dar la misma respuesta. Para estos casos, se podría decir que los estudiantes no tuvieron en cuenta la pregunta, aunque aludía al proceso que debían hacer, sin mencionar alguna medida de posición central. No es claro que análisis o que estrategia implícitamente realizaron para concluir la respuesta que obtuvieron.

A photograph of a student's handwritten response on a piece of paper. The text is written in dark ink and reads "3.7". The handwriting is simple and clear.

*Figura 126. Ejemplo de respuesta C2.6.*

*C2.7. Suma números decimales y el resultado es el promedio.*

Suma los 10 datos iniciales, el resultado que obtiene es el promedio y deja indicada la división como número entero, se podría deducir que el estudiante tiene idea sobre la media pero posee confusión en el cálculo algorítmico de ella, es decir le falta apropiación y significación al objeto estadístico media, por tanto tiene conflicto en identificar cuál es la mejor medida para resolver el problema.

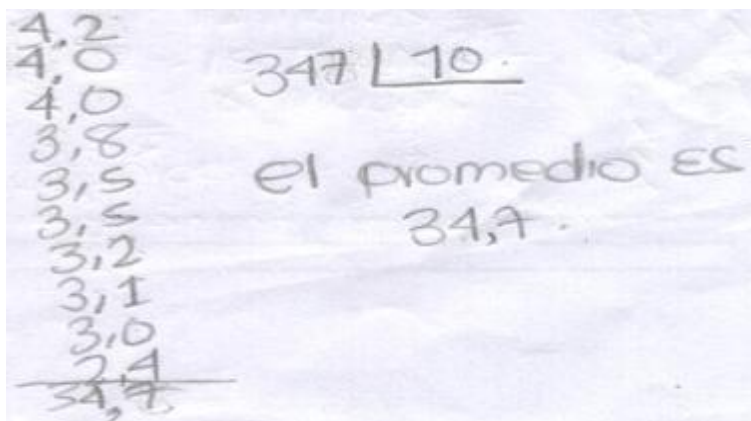


Figura 127. Ejemplo de respuesta C2.7.

C2.8. Solamente suman y obtienen 34,7.

En estos casos los estudiantes suman los datos de la situación y obtienen 34,7, aunque el cálculo es correcto, no dividen entre diez, que es la forma acertada de calcular la media aritmética, los estudiantes no tienen claro como calcular el promedio de una situación, solo lo relacionan con una sumatoria de los datos, además el resultado que obtienen es por fuera del rango que está en la situación, no hay un análisis de la respuesta. Se podría decir que el estudiante ya está tan adecuado a que en cualquier situación debe calcular algo que no se interesa si la respuesta que obtiene se relaciona con los datos dados, si es coherente, si la medida de tendencia central que utilizó es la más adecuada o no, por ello llega a cálculos erróneos.

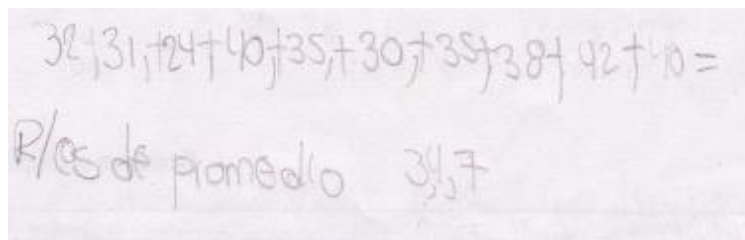
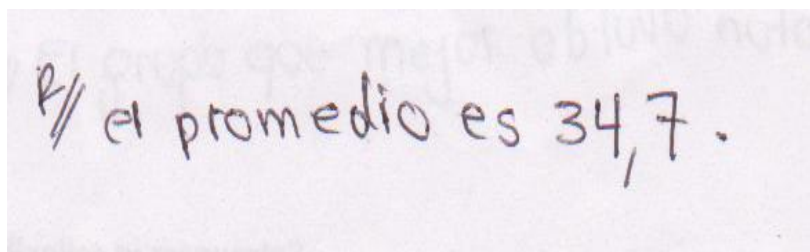


Figura 128. Ejemplo de respuesta C2.8.

C2.9. Responden 34,7 sin proceso.

En este caso los estudiantes no plantean ningún proceso para llegar a la solución, solo afirman que el promedio es 34.7, aunque no hay evidencias que muestre como el estudiante solucionó la situación, lo que pudo hacer fue sumar todos los datos que le planteaban la situación para llegar a la respuesta, si realizó esto, el estudiante tiene confusión en definición y cálculo del promedio, debido a que su respuesta es incorrecta, porque no halló la media aritmética, sino que operó por medio de una suma, sin hacer alusión a ninguna medida de tendencia central.

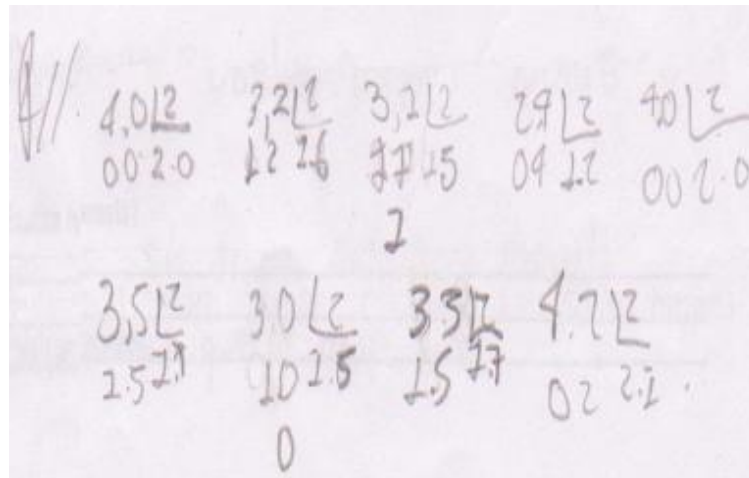
A photograph of a student's handwritten response on a piece of paper. The text is written in dark ink and reads "R// el promedio es 34,7." The "R" is written with two diagonal slashes through it. The comma in the decimal part is a handwritten style.

*Figura 129. Ejemplo de respuesta C2.9.*

*C2.10. Cada dato lo divide entre dos.*

El estudiante en este caso, selecciona cada dato que se le brinda en la situación planteada y lo divide entre dos, se podría afirmar que carece de conocimientos estadísticos porque no observa los datos como un todo en una distribución, sino que por el contrario entiende que el promedio es sacar la mitad a cada dato, no tiene claro la definición, ni el cálculo de la media aritmética. Por consiguiente lo que el estudiante está hallando es la mitad de un número.





*Figura 130. Ejemplo de respuesta C2.10.*

*C2.11. Suman los datos y los dividen entre dos, responden 188.*

En estos casos los estudiantes suman incorrectamente, debido a que el cálculo es erróneo, ni tampoco el proceso a realizar para sumar números decimales y por ende la ubicación de la coma; siguiente al proceso de sumar dividen entre dos, obteniendo como respuesta 188. En este tipo de respuesta, el estudiante no tiene claro que esta situación particular se resuelve por la media aritmética y si lo relacionan falla en la parte algorítmica, esto puede pasar debido a que han memorizado una serie de definiciones y procesos que no encuentran aplicables a situaciones de su cotidianidad. Además, el análisis que hace el estudiante es erróneo, debido a que la respuesta que obtienen esta por fuera del rango de las notas que se plantean en la situación, por lo cual es imposible que esta respuesta sea la más acertada como el promedio de las notas.

Figura 131. Ejemplo de respuesta C2.11.

C2.12. Suma los datos, omitiendo la última nota, luego dividen entre 10 y obtienen 242.

El estudiante suma los datos, omitiendo la última nota, el resultado que obtienen es 242, el cual lo divide entre diez, dando como resultado el mismo número que inicialmente calcularon con la suma.

En este caso, no tiene claro como calcular el promedio de un conjunto de datos, solo se ha aprendido una serie de cálculos o definiciones sin reflexionar frente a su utilidad en las situaciones de la cotidianidad, por ende no hay una comprensión, ni reflexión frente al dato obtenido el cual está por fuera del rango de las notas dadas, por ello no es el resultado correcto para el promedio de las notas, además de ello presenta dificultad en la parte operatoria entre números decimales, particularmente la suma y la división.

Figura 132. Ejemplo de respuesta C2.12.

*C2.13. Errores de sumatoria y división de números enteros, pero su cociente es 2407.*

Suma 9 datos en este caso números enteros y divide entre 10, excepto el 2.4 sin tener en cuenta los datos originales, pero al realizar el proceso de la división hace cálculos incorrectos al aumentar ceros al divisor, al finalizar los términos olvida escribir la coma al cociente, de igual forma, obtiene un cociente mayor que el dividendo. Se podría deducir que el estudiante presenta confusión al resolver una división inexacta cuando se tiene que agregar ceros para continuar con la misma.

Por lo anteriormente expuesto se podría pensar que el estudiante no diferencia un conjunto numérico de otro, porque los datos que se plantearon al comienzo son números decimales y el calcula números enteros, además ambas operaciones son incoherente. Por lo tanto el problema que resolvió es incorrecto, de igual forma aplica la definición y el cálculo algorítmico de la media erróneamente, se podría inferir que no identifica el objeto estadístico media y falta apropiación y significación de las medidas de posición central con sus respectivas propiedades, también presenta conflictos al no establecer la diferencia entre conjuntos numéricos como los números enteros y los números racionales.

Handwritten student work for problem C2.13. On the left, a list of numbers: 40, 40, 42, 38, 35, 35, 32, 31, 30, with a horizontal line and the sum 247 below. In the center, a division problem: 247 divided by 10, with a horizontal line, and the result 47 followed by 2407 and a 0 below. On the right, the text "El promedio de las notas anteriores con = 2407".

*Figura 133. Ejemplo de respuesta C2.13.*

*C2.14. No es claro el proceso.*

Suma número enteros, obteniendo 347 luego divide entre diez y escribe el mismo resultado. Además halla la moda sumando dos números, cuyo resultado es setenta y cinco y por último halla la mediana, que en este caso es treinta y cinco. Concluye que el promedio de las notas es 347.

No es claro el proceso que el estudiante realiza, el cálculo es incorrecto porque cambia los datos a números enteros, además que no tiene claro que medidas de posición central es la más adecuada para este tipo de situaciones, por ende las halla todas. Pero no sabe qué hacer con ellas. En estos casos el estudiante presenta confusión en la medida de tendencia a utilizar, es decir la media aritmética, que se relaciona directamente con el promedio. Tiene dificultad en las operaciones con números racionales, por ello cambian los datos a números enteros, obteniendo un resultado errado y por fuera del rango de las notas.

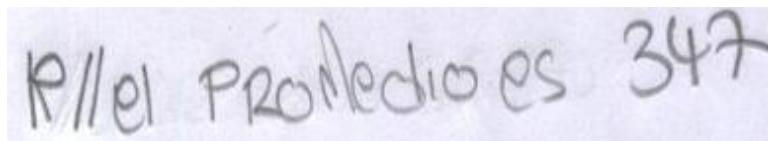
$24 + 30 + 31 + 32 + 35 + 35 + 38 + 40 + 40 + 42 = 347$   

$$\begin{array}{r} 347/10 \\ \underline{347} \\ 0 \end{array}$$
  
 moda =  $35 + 40 = 75$   
 mediana =  $35 = 35$   
 el promedio de las notas es  $347$

*Figura 134. Ejemplo de respuesta C2.14.*

A diferencia del caso anterior, este resultado que obtiene el estudiante no presenta ningún procedimiento, se podría pensar que el estudiante sumó todos los

datos como números enteros sin tener en cuenta los datos originales y dedujo que era el promedio. Es decir que el estudiante tiene conocimientos equívocos sobre el objeto estadístico media, tanto en la definición, como en la operación algorítmica.

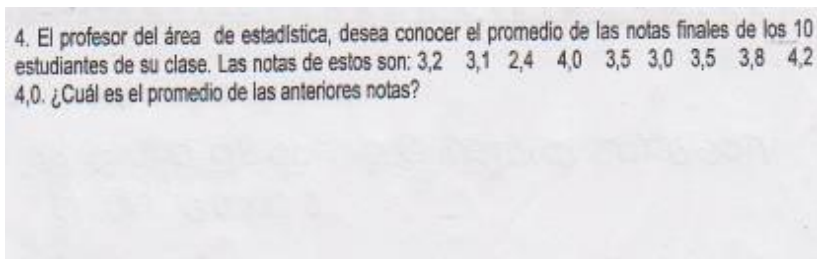


*Figura 135. Ejemplo de respuesta C2.14.*

*C2.15. No respondieron.*

Son aquellos estudiantes que no realizaron ningún tipo de procedimiento o de análisis y por ende no llegaron a ninguna respuesta.

Probablemente los estudiantes no comprendieron el problema, por tanto no saben qué proceso realizar con o sin las medidas de tendencia central. Lo cual quiere decir que el estudiante carece de estos conocimientos estadísticos, por ello causó dificultad en resolver esta situación, aunque el enunciado sea explícito, sin embargo la respuesta fue en blanco. Por consiguiente tienen conflicto en comprender este tipo de enunciados o sencillamente la parte algorítmica no es clara y por ello no asociaron que el promedio se relaciona directamente con la media aritmética.



*Figura 136. Ejemplo de respuesta C2.15.*

#### *2.1.5.5 Análisis del problema propuesto, según las funciones semióticas*

Según las respuestas facilitadas por los estudiantes al problema, se observó el uso de las medidas de posición central o estrategias distintas a estas medidas, también el uso de la media aritmética, se tendrá en cuenta para el análisis de las funciones semióticas los conocimientos que los estudiantes poseen sobre estas medidas, especialmente el objeto estadístico media aritmética.

Tabla 4. Funciones Semióticas referentes al problema # 4

| Significado Lingüístico   | Significado situacional  | Significado conceptual  | Significado proposicional   | Significado actuativo   | Significado argumentativo  |
|---|--|---|---|---|--|
| Según las respuestas proporcionadas por los estudiantes, no es evidente el uso del indicador de tendencia central, la media aritmética, es decir los elementos lingüísticos no presentan relación con la terminología de media. | Para esta situación se esperaba que los estudiantes resolvieran el problema por medio de la media y así calcular el promedio de las notas. | Según los procedimientos que los estudiantes realizaban, se puede evidenciar que presentan confusión entre el cálculo que deben realizar para calcular la media aritmética en un conjunto de datos. | En la mayoría de las respuestas observadas de los estudiantes, el indicador que tenían que utilizar era evidente, debido a que en el problema propuesto era explícito que debían calcular el promedio, pero lo que se pudo analizar en las estrategias de cálculo era que el estudiante realizaba el procedimiento de forma incorrecta de la media aritmética, debido a que dividía por un número distinto a la totalidad de los datos. Por consiguiente, se puede deducir que el estudiante no se ha apropiado de ese objeto estadístico de manera significativa, sino que por el contrario se ha aprendido una serie de cálculos sin sentido. | En las respuestas que los estudiantes dieron al problema se evidenciaron errores con las operaciones de números decimales puesto que tienden a confundirlos con los números enteros y del mismo modo sus respectivas propiedades. | Los estudiantes aludían a la palabra promedio para dar su respuesta, pero en muchas de estas argumentaciones no eran coherentes con el proceso realizado, es decir hacen referencia a un concepto pero el significado de dicho objeto estadístico no es claro. |

### *2.1.5.6 Conclusiones del análisis del problema propuesto*

Según los resultados obtenidos, se pudieron evidenciar en las respuestas distintas estrategias de solución, en donde muchos estudiantes presentaron dificultad en la parte operacional de números decimales, además de ello dividían por un número que no correspondía al total de los datos. También otros estudiantes tomaron cada dato de forma aislada y lo dividían por un número determinado y en otros casos no respondían, ni realizaban ningún proceso. De lo anterior se presentaron los siguientes conflictos:

- Conflictos relacionados con los campos de problemas: algunos estudiantes usaron operaciones aritméticas para dar solución al problema, operando cada dato aislado, otros sumaron los datos e intentaron calcular la media y la moda de forma incorrecta, llegando a respuestas incoherentes, debido a que los resultados estaban por fuera del valor máximo y mínimo de los datos dados, cabe aclarar que los estudiantes no aludían al proceso referente a las medidas de posición central.
- Conflicto al aplicar un procedimiento: al analizar las respuestas de los estudiantes se encontraron muchas estrategias de solución, entre ellas: al sumar los datos omitían alguno (los datos repetidos u otros) y por ello no dividían correctamente por el número correspondiente al total de los datos. Otra dificultad que se presentó era al sumar o dividir números decimales, debido a que operaban como si fueran números enteros, es decir no había una correspondencia con las propiedades de los conjuntos numéricos. En este tipo



de problemas lo que se puede evidenciar es que los estudiantes memorizan un procedimiento algorítmico, pero no han significado ese conocimiento estadístico “media aritmética” de forma significativa, debido a que en muchas de las respuestas los resultados obtenidos estaban por fuera del rango de los datos, no había procedimiento o en otros casos el dato encontrado no representaba el promedio de las notas citadas en el problema. Por consiguiente el estudiante no reflexiona, ni es crítico sobre ese conocimiento estadístico, por ende se le dificulta argumentar los resultados obtenidos. Como lo indica CAI (1995):

*“Encontró que mientras la mayoría de alumnos de doce a trece años son capaces de aplicar adecuadamente al algoritmo para calcular la media, solo algunos saben determinar un valor desconocido en un conjunto pequeño de datos para obtener un valor medio dado”.*

Por su parte, GATTUSO Y MARY (1998): “sugieren que el contexto y forma de representación influye en la dificultad de los problemas de promedio”

## CONCLUSIONES

Según los resultados proporcionados en el análisis de las respuestas del taller diagnóstico de los estudiantes del Colegio Académico el Poblado se obtuvieron las siguientes conclusiones:

Los estudiantes no diferencian qué medida de tendencia central es más representativa para un problema en particular, por ello se puede deducir que los estudiantes no conocen o tienen escasos conocimientos en las propiedades que cumplen cada medida de posición central.

Se aprecia que los en la mayoría de los casos tienden a utilizar la media aritmética, sin tener en cuenta sus propiedades, es decir para el estudiante se le facilita más usar esta medida en cualquier problema propuesto así sean variables cualitativas.

En los cálculos realizados se pudo observar que el estudiante presenta dificultad en la parte algorítmica, en cuanto a las medidas de tendencia central, puesto que al calcular la mediana no ordenaban los datos de forma correcta, así como también en la media aritmética no dividían entre el total de los datos.

Para los problemas propuestos, especialmente el #1 y #3, presentan gran dificultad en escoger la medida de tendencial central más representativa para llegar a la solución, en este caso debían utilizar la mediana y sus propiedades. Se podría deducir que el estudiante presenta confusión en el cálculo de la mediana y también

en qué casos debe utilizarla como mejor representante, falta apropiación de ese conocimiento estadístico en contextos significativos.

En el problema #2 el principal objetivo era que el estudiante utilizara la mediana, esto no se observó en ninguna de las estrategias de solución, la mayoría de los estudiantes solucionaron el problema por medio de la moda, lo cual era igualmente válido, la dificultad que se pudo observar en las respuestas obtenidas es que los estudiantes no tomaban a los dos grupos como un todo, es decir como la distribución de un conjunto de datos, por ende calculaban las notas buenas o malas de cada uno de los grupos o de un solo grupo. Además en la mayoría de las respuestas encontradas, se evidencia que asignaron valores numéricos no consecutivos que correspondían a cada letra, para facilitar la solución al problema propuesto. Esto pudo suceder a las reformas que el Sistema de Evaluación ha tenido en nuestro país.

Los objetivos de cada problema propuesto se relacionaba con las medidas de posición central, es decir se esperaba que resolvieran el taller diagnóstico escogiendo la medida adecuada para cada situación, pero en muchos casos, lo que se observó es la falta de apropiación de estas medidas, debido a que sus respuestas las atribuían a operaciones aritméticas, a su uso común o no presentaba respuesta alguna, ni tampoco justificación.

En el taller diagnóstico, se observó una particularidad en el problema #3, la mayoría de los estudiantes en sus respuestas no aludieron a ninguna medida de tendencia central, usaron operaciones aritméticas para llegar a la solución, esto pudo

sucedier, debido a que en el enunciado no era explícito la solución por estas medidas, es decir tenían mayor libertad en escoger cual método era más eficiente para su solución. La minoría de los estudiantes utilizaron la media aritmética, de forma correcta o incorrecta, aunque para esta situación en particular esta medida no era la más adecuada.

Se hace referencia a las argumentaciones que los estudiantes daban a sus respuestas puesto que no eran coherentes frente a la pregunta planteada, es decir eran justificaciones inconsistentes a los procedimientos realizados, como también se encontró que algunos estudiantes no comprendían lo que se estaba preguntado por consiguiente sus justificaciones eran confusas y otros explicaban con sus propias palabras lo que hacían para llegar a la solución correcta o incorrecta y otros no justificaban.

En todas las respuesta evidenciadas del taller diagnóstico se observó que ningún estudiante utiliza el indicador de tendencia central, factor importante para la comprensión y la correlación entre el concepto, su cálculo y posteriormente su argumentación, por ende las respuestas obtenidas no eran claras y tampoco era evidente que medida de tendencia central había utilizado en algunos casos.

## RECOMENDACIONES

A continuación se harán las posibles sugerencias referente al análisis obtenido de las respuestas del taller diagnóstico por parte de los estudiantes del Colegio Académico el Poblado que puedan servir para el mejoramiento continuo en la enseñanza de la educación estadística particularmente, las medidas de posición central.

- En las instituciones escolares es necesario enfatizar en la construcción del conocimiento estadístico por parte del estudiante, mediante situaciones abiertas en donde le estudiante actúe, formule, valide e institucionalice ese conocimiento estadístico, es decir proponer situaciones o problemas que generen en los estudiante la capacidad de tomar decisiones ante situaciones de incertidumbre, leer gráficos para comunicar información proveniente de diferentes medios y emplear gráficas, utilizar las medidas de posición central y sus propiedades de representatividad, además realizar investigaciones de campo para la recolección de datos y predecir hechos y acontecimientos.
- En el aula de clase el docente debe proponer situaciones reales, las cuales sean del interés del estudiante, lo cual permitirá la participación activa, por ende lograr que el conocimiento estadístico que se construye en el aula sea cooperativo y significativo para el estudiante.

- Así como también se le da importancia a las variables cuantitativas del mismo modo es necesario que las variables cualitativas se trabajen en el aula de clase para que el estudiante las diferencie y opere con ellas, así disminuir las dificultades presentadas con estas variables.
- Del mismo modo que se trabajan los conceptos y propiedades de las medidas de posición central, se debe también hacer énfasis en la notación de los indicadores de tendencia central para que el estudiante comprenda la relación que existe entre su simbología y el concepto, caracterizando adecuadamente cada una de ellas.

Por lo tanto se deben emplear métodos o estrategias distintas a las utilizadas comúnmente, permitiéndole al estudiante comprender, argumentar, realizar inferencias frente a situaciones-problema, donde el estudiante sea un sujeto activo en la construcción del conocimiento estadístico.

## BIBLIOGRAFÍA

BARR, G. V. (1980). *Some student's ideas on the median and the mode*. Recuperado, 27 de mayo del 2011. [www.rsscse-edu.org.uk/tsj/bts/barr/text.html](http://www.rsscse-edu.org.uk/tsj/bts/barr/text.html)

BATANERO, Carmen & GODINO J. D. & NAVAS Francisco. (1997). *Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios*. Versión ampliada del trabajo publicado en H. Salmerón (Ed.), *VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa*. (p.p.310 - 324). Universidad de Granada. Recuperado el 27 de mayo del 2011 [www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/Logse.pdf](http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/Logse.pdf)

BATANERO, C. & Godino, J. (2001). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Matemática y su didáctica para maestros. Granada: Universidad de Granada.

BATANERO, C. *Didáctica de la Estadística* (2001). España: Universidad de Granada.

BATANERO, C. Presente y Futuro de la Educación Estadística; Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de granada, batanero@ugr.es, <http://www.urg.es/local/batanero>.

BATANERO, C.; Godino, J.D.; Green, D.R.; Colmes, P. y Vallecillos A. (2000) *Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos*

*elementales*. España. RECUPERADO EL 20 DE JUNIO DEL 2010.

[www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/erroresestadis.doc](http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/erroresestadis.doc)

BATANERO, Carmen. (2002). Significado y comprensión de las medidas de posición

central. *UNO*, 25, 41-58. Departamento de Didáctica de la Matemática:

Universidad de Granada. *Recuperado el 16 de diciembre 2010*

[www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/isboa.pdf](http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/isboa.pdf)

BATANERO Carmen y GODINO Juan. Perspectiva de la educación estadística como

área de investigación.

BEHAR, R. & YEPES, M. (1985). *Estadística, un enfoque descriptivo*. Cali:

Universidad del Valle.

COBO, B & BATANERO, C. (2002). La mediana en la educación secundaria

obligatoria: ¿un concepto sencillo? *UNO* 23, 85-96. Recuperado 8 mayo 2011.

[www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/MEDIANA.pdf](http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/MEDIANA.pdf)

COBO, B & BATANERO, C. (2004). Razonamiento numérico en problemas de

promedios. *Suma*, 45, 79 – 86. Recuperado 1 junio del 2011.

[www.revistasuma.es/index.php?option=com\\_docman&task=doc...](http://www.revistasuma.es/index.php?option=com_docman&task=doc...)



ESTRADA Roca, M. A. (2002). Tesis doctoral: *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*. Universidad de Barcelona. Recuperado el 15 abril 2010.  
<http://www.ugr.es/~batanero/libros%20y%20tesis%20doctorales.htm>

ESTRADA A. Batanero, C. y Fortuni, J. M. (2004). Un estudio comparado de las dificultades hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio.  
<http://repositori.udl.cat/bitstream/10459.1/31327/1/21977-21...>

FONT V, D. Juan y D'AMORE, Bruno. *Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática*. Universidad de Barcelona, Universidad de Granada, universidad de Bolonia.  
<http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comu...>

GODINO, J. *Teoría de las Funciones Semióticas*. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Granada: Universidad de Granada.

INEI – Instituto Nacional de Estadística e Informática .ENEI - Escuela Nacional de Estadística e Informática .*Los retos de la cultura estadística*. Recuperado el 15 de abril del 2010.  
<http://webinei.inei.gob.pe/enei/documentos/culturaestadistic>.

MAYÉN Galicia, S. A. (2009). Tesis Doctoral: Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos en educación secundaria y bachillerato. Granada. [http://www.ugr.es/~batanero/libros\\_y\\_tesis\\_doctorales.htm](http://www.ugr.es/~batanero/libros_y_tesis_doctorales.htm).

MAYÉN Silvia, Batanero Carmen y Díaz Carmen. (2009). conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana. (p.p 74 – 93). Recuperado el 18 de abril del 2010. [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ8\(2\)\\_Mayen.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ8(2)_Mayen.pdf)

MAYÉN Silvia, Ortiz Juan Jesús y Díaz Carmen. (2009). conflictos semióticos de estudiantes mexicanos en el uso de la mediana. *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica*. (p.p 75- 94). Universidad de Granada: España. Recuperado el 10 de mayo del 2011. <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/libroluis.pdf>

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares. Matemáticas. Bogotá, D.C. Colombia

Ministerio de Educación Nacional. (2003). Estándares básicos de matemáticas y español en educación básica y media. La revolución educativa. Bogotá, D.C.

Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Pensamiento estadístico y tecnologías computacionales*. Bogotá, D.C. Colombia

Ministerio de Educación Nacional. (2004). La Estadística y el Análisis de datos en el contexto escolar. *Pensamiento estadístico y tecnologías computacionales*. Bogotá, D.C. Colombia.

QUESADA, Víctor & Vergara, Juan. Estadística Básica con aplicaciones en MS EXCEL. Recuperado el 16 de enero 2011 capítulo IV: Medidas de Tendencia Central. <http://www.eumed.net/libros/2007a/239/indice.htm>.

RODRÍGUEZ, María. Dificultades en el significado y la comprensión de conceptos estadísticos elementales y de probabilidad. *Universidad Nacional de Río Cuarto. Provincia de Córdoba (Argentina)*  
[http://www.soarem.org.ar/Documentos/22\\_Rodriguez.pdf](http://www.soarem.org.ar/Documentos/22_Rodriguez.pdf)

RUIZ Blanca, ARTEAGA Pedro y BATANERO Carmen. (2009). *Competencias de futuros profesores en la comparación de datos*. Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica. (p.p 54- 74). *Universidad de Granada: España*. Recuperado el 10 de mayo del 2011.  
<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/libroluis.pdf>.

RUIZ, Blanca, ARTEAGA, Pedro y BATANERO, Carmen. Comparación de distribuciones. ¿Una Actividad Sencilla para los Futuros Profesores?. *Universidad de granada, España*. Recuperado el 31 de agosto del 2011.  
<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/ComparacionDistribuciones.pdf>

SOCAS, M. Capitulo V: Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas.

BATANERO, Carmen. ¿Hacia dónde va la Educación Estadística? Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado el 31 de agosto del 2011. <http://batanero@goliat.ugr.es>.

GARRETT, Alexandre y GARCIA Juan. (2008). Caracterización de la comprensión de algunos aspectos de la media aritmética: Un estudio con alumnos de secundaria y universitarios. Recuperado el 30 de agosto del 2011.

[http://webpages.ul.es/users/jagcruz/Articulos/Ens\\_Mat\\_2008.pdf](http://webpages.ul.es/users/jagcruz/Articulos/Ens_Mat_2008.pdf)