



instituto
de educación
y pedagogía



ENSEÑANZA DEL SISTEMA DE NUMERACION DECIMAL A TRAVÉS DE LA INTEGRACIÓN DE MATERIAL MANIPULATIVO

CLAUDIA YINETH SALAZAR SANDOVAL
0641091

YULY ALEJANDRA VIVAS SAENZ
0630985

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Santiago de Cali
2013

**ENSEÑANZA DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL A TRAVÉS
DE LA INTEGRACIÓN DE MATERIAL MANIPULATIVO**

CLAUDIA YINETH SALAZAR SANDOVAL
0641091

YULY ALEJANDRA VIVAS SAENZ
0630985

DIRECTOR:
OCTAVIO AUGUSTO PABÓN RAMIREZ

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI
2013



Acta de Evaluación de Trabajo de Grado

Tenga en cuenta: 1. Marque con una **X** la opción escogida.
2. diligencie el formato con una letra legible.

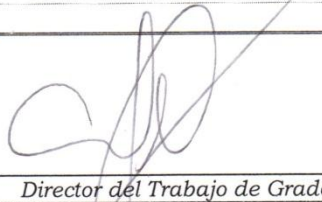
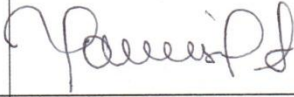
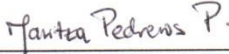
Título del Trabajo:	Enseñanza del Sistema de Numeración Decimal a través de la integración de material manipulativo.					
Se trata de:	Proyecto <input type="checkbox"/>	Informe Final <input checked="" type="checkbox"/>				
Director:	Octavio Augusto Pabón					
1er Evaluador:	Marisol Santacruz					
2do Evaluador:	Maritza Pedreros.					
Fecha y Hora	Año: 2013	Mes: Febrero	Día: 27	Hora: 6:00 pm		
Estudiantes						
Nombres y Apellidos completos		Código		Programa Académico		
Claudia Yineth Salazar Sandoval		0641091		3469		
Judy Alejandra Vivas Saenz		0630985		3469		

Evaluación						
Aprobado	<input checked="" type="checkbox"/>	Meritorio	<input type="checkbox"/>	Laureado	<input type="checkbox"/>	
Aprobado con recomendaciones	<input type="checkbox"/>	No Aprobado	<input type="checkbox"/>	Incompleto	<input type="checkbox"/>	
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo de _____ (máximo un mes) ante:						
Director del Trabajo		1er Evaluador		2do Evaluador		
En el caso que el Informe Final se considere Incompleto , se da un plazo de máximo de _____ semestre(s) para realizar una nueva reunión de evaluación el:						
Año:	Mes:	Día:	Hora:			
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).						

Firmas:		
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador



UNIVERSIDAD DEL VALLE
 INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
 ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Observaciones: <input checked="" type="checkbox"/>	Recomendaciones: <input type="checkbox"/>	Razón del Desacuerdo - Alternativas: <input type="checkbox"/>
(si se considera necesario, usar hojas adicionales)		
<p>Este trabajo de grado es un importante aporte a los procesos de enseñanza y aprendizaje del sistema numeración decimal, particularmente porque problematiza un asunto de especial interés en el campo de la Educación Matemática: la integración de material manipulativo en los primeros niveles de escolaridad.</p> <p>Se sugiere reubicar en el cuerpo del texto algunos apartados y completar algunas citas bibliográficas. Además se sugiere ajustar el tamaño de las figuras y su ubicación en el texto.</p>		
		
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo de grado se lo dedico en primera medida a Dios por permitirme estar en estos momentos culminando satisfactoriamente mi carrera, de segundo lugar a mis padres Jaime y Luz Ángela que con su gran esfuerzo y dedicación lograron que estuviera hoy en día en el lugar que estoy, a mis hermanos Eliecer y Mauricio por su apoyo incondicional en mi proceso académico, a mi tutor Octavio Augusto Pabón por dedicarnos su tiempo en la producción de este trabajo, y a todas mis amigas y amigos que de una u otra manera con su apoyo y compañía me acompañaron en este largo proceso.

A todos ellos muchas gracias.

CLAUDIA YINETH SALAZAR

Este trabajo de trabajo se lo dedico en primer lugar a Dios por permitirme culminar esta etapa, a mi familia por su apoyo incondicional y esfuerzo que me permitieron culminar con éxito esta etapa, a mi tutor Octavio Augusto Pabón por dedicarnos su tiempo en la producción de este trabajo, a mis amigas y amigos que me apoyaron hasta el último momento de esta etapa.

Este trabajo está dedicado especialmente a la memoria de mi tía Edith que no está conmigo, pero me dio su apoyo incondicional cuando más lo necesite. Gracias.

Muchas gracias a todos ellos.

ALEJANDRA VIVAS

Tabla de Contenido

Página.

Resumen		
Introducción		
Capítulo 1. Aspectos generales de la investigación		
1.1.	Justificación y Contextualización del problema	12
1.2.	Objetivo General y Específicos	14
1.3.	Estado del arte de la enseñanza del concepto de valor posicional con la integración de material manipulativo	15
Capítulo 2. Marco teórico		
2.1.	Dimensión Histórica	20
2.2.	Dimensión Matemática	30
2.3.	Dimensión Cognitiva	33
2.4.	Dimensión Didáctica	37
2.5.	Dimensión Curricular	41
Capítulo 3. Metodología		
3.1.	Estudio de caso	44
3.2.	Diseño del estudio de caso	44
	3.2.1. Definición de criterios y diseño de las situaciones problema relativas al concepto de valor de posición.	44
	3.2.2. El contexto	45
	3.2.3. Participantes en el estudio	46

3.3.	Elaboración de instrumentos para la gestión de las situaciones diseñadas y para la recolección de información.		46
	3.3.1.	Tarea exploratoria	47
	3.3.2.	Tarea de canje	47
	3.3.3.	Tarea de partición	48
	3.3.4.	Tarea de agrupación	49
	3.3.5.	Tarea de relación	49
3.4.	Gestión del diseño y recolección de la información		50
	3.4.1.	Instrumentos	50
	3.4.2.	Categorías de análisis	52
	3.4.3.	Sesiones de trabajo	52
	3.4.4.	Diseño de tareas	54
	3.4.4.1	Desarrollo de las tareas	54
Capítulo 4. Análisis de resultados y conclusiones			
4.1.	Análisis de las tareas		84
	4.1.1.	Tarea exploratoria	84
	4.1.2.	Tarea “de 10 en 10”	88
	4.1.3.	Tarea “Vamos a jugar”	91
	4.1.4.	Tarea “Vamos a agrupar”	92
	4.1.5.	Tarea “De unidad en unidad lo lograremos”	94
4.2.	Conclusiones		96
4.3.	Bibliografía		100

Anexos			
Anexo 1.	Tarea exploratoria Parte I		104
Anexo 2.	Tarea exploratoria Parte II		107
Anexo 3.	Tarea “De 10 en 10” Parte I		109
Anexo 4.	Tarea “De 10 en 10” Parte II		112
Anexo 5.	Tarea “Vamos a jugar” Parte I		115
Anexo 6.	Tarea “Vamos a jugar” Parte II		118
Anexo 7.	Tarea “Vamos a agrupar” Parte I		121
Anexo 8.	Tarea “Vamos a agrupar” Parte II		123
Anexo 9.	Tarea “De unidad en unidad lo lograremos” Parte I		126
Anexo 10.	Tarea “De unidad en unidad lo lograremos” Parte II		128
Anexo 11.	Tarea “De unidad en unidad lo lograremos” Parte II		131

ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
Figura 1. Representación de números por medio de Muecas.	21
Figura 2. Representación de números en base cinco	22
Figura 3. Abaco japonés.	22
Figura 4. Quipu.	23
Figura 5. Representación de números en sistema egipcio.	24
Figura 6. Representación de números en sistema griego.	24
Figura 7. Representación de números en sistema maya.	25
Figura 8. Representación de números en sistema chino.	25
Figura 9. Representación de números en sistema hindú.	26
Figura 10. Abaco abierto.	28
Figura 11. Regletas de Cuisenaire.	28
Figura 12. Bloques de Dienes.	29
Figura 13. Orden de unidades en base 10	31
Figura 14. Niveles de desarrollo	35
Figura 15. Representación de las unidades en los bloques de Dienes	40
Figura 16. Representación de las decenas en los bloques de Dienes	40
Figura 17. Representación de las centenas en los bloques de Dienes	41
Figura 18. Representación de las unidades de mil en los bloques de Dienes	41
Figura 19. Agrupaciones y cambio de representación.	48
Figura 20. Cambio de representación con los bloques de Dienes.	48
Figura 21. Trabajo con estudiantes fase exploratoria I	85
Figura 22. Trabajo con estudiantes fase exploratoria I	85
Figura 23. Producciones de los estudiantes	86
Figura 24. Producciones de los estudiantes	86
Figura 25. Conteo de uno en uno de las barras.	87
Figura 26. Conteo de uno en uno con los cubos.	89
Figura 27. Canje de cubos por barras.	90
Figura 28. Realización de la primera parte de la tarea vamos a jugar.	91
Figura 29. Realización de la segunda parte de la tarea vamos a jugar.	92

ÍNDICE DE TABLAS

	Página
Tabla 1. Costos de construcción de los bloques de Dienes	51
Tabla 2. Categorías de análisis.	52
Tabla 3. Sesiones de trabajo con estudiantes.	53
Tabla 4. Ficha de tareas fase exploratoria parte I	57
Tabla 5. Ficha de tareas fase exploratoria parte II	58
Tabla 6. Ficha de tareas “De 10 en 10”	63
Tabla 7. Ficha de tareas “Vamos a jugar”	69
Tabla 8. Ficha de tareas “Vamos a agrupar”	74
Tabla 9. Ficha de tareas “De unidad en unidad lo lograremos”	79

RESUMEN ANALÍTICO

Título:	Enseñanza del concepto de valor posicional a través de la integración de material manipulativo
Investigadores:	Claudia Yineth Salazar Sandoval Yuli Alejandra Vivas Sáenz
Director trabajo de grado:	Octavio Augusto Pabón Ramírez
Evalúadores:	Marisol Santacruz; Maritza Pedreros
Palabras claves:	Sistema de Numeración Decimal, Valor posicional, materiales manipulativos, secuencia de tareas.
Objetivos:	<p>GENERAL Estudiar algunos de los alcances, limitaciones y posibilidades de la integración de <i>materiales manipulativos</i> para la enseñanza del concepto de <i>valor posicional</i> en las clases de matemáticas en el grado segundo de educación básica del Colegio San Ambrosio de Milán en la ciudad de Cali.</p> <p>ESPECIFICOS Identificar algunos de los fenómenos didácticos asociados a la enseñanza y aprendizaje del concepto de valor posicional y algunas de las estrategias planteadas para su enseñanza en los niveles iniciales de escolaridad.</p> <p>Elaborar una secuencia de tareas que integre <i>materiales manipulativos</i> para la enseñanza del concepto de <i>valor posicional</i>.</p> <p>Estudiar los desempeños de los estudiantes con el <i>material manipulativo</i> y analizar el impacto de los mismos en el aprendizaje del concepto <i>de valor de posición</i>.</p>
Metodología:	Se propone un <i>estudio de caso</i> para analizar algunos fenómenos didácticos en relación con el aprendizaje y enseñanza del concepto <i>de valor posicional</i> cuando se integran <i>materiales manipulativos</i> , en el grado segundo de educación básica del Colegio San Ambrosio de Milán en la ciudad de Cali.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de grado se inscribe en la Línea de Investigación Didáctica de las Matemáticas del Programa Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas del Instituto de Educación y Pedagogía (IEP) de la Universidad del Valle.

Se propone estudiar algunos de los fenómenos didácticos¹ que se configuran durante la enseñanza y el aprendizaje del *sistema de numeración decimal*, en particular el concepto de *valor posicional* y el impacto en estos procesos de la integración de *materiales manipulativos*. Este estudio se contextualiza en el grado segundo de educación básica del Colegio San Ambrosio de Milán de la ciudad de Cali.

El *sistema de numeración decimal* (en adelante, SND) es el sistema más popular y comúnmente utilizado, y objeto de estudio predominante de la educación básica, además constituye un conocimiento matemático que vincula e integra entre otros, conjuntos de números, colecciones de símbolos, signos básicos y reglas básicas, que involucran la apropiación de los conceptos de número, magnitud y unidades, que utilizadas en conjunto ayudan al trabajo regular que se lleva a cabo en las clases de matemáticas. El SND ha sido uno de los sistemas más comunes y utilizados en la enseñanza de las matemáticas.

En cuanto se refiere al concepto de *valor posicional*, puede señalarse que este es básico para la construcción del SND y se lo considera como un importante contenido de enseñanza desde los primeros niveles de escolaridad. A partir de su apropiación, los estudiantes pueden adquirir y desarrollar un conocimiento más integral del número y vincularlo con otras nociones matemáticas. Ahora bien, la enseñanza de este concepto es un asunto complejo en la escuela, como lo sostienen algunos investigadores:

Para que el niño llegue a ser capaz de comprender el sistema de decenas, es preciso que disponga de tiempo suficiente para articular el primer sistema (de unidades), de lo contrario este no se consolida lo suficiente y no sirve de base al segundo (de decenas). Por esta razón resulta imposible al niño de primer grado comprender el **valor de posición**² (Kammi, 1992, p. 43).

El conocimiento del *valor posicional* se vincula entre otros asuntos a la posibilidad de que un estudiante realice agrupaciones de números en unidades, decenas, centenas, unidades de mil, decenas de mil, entre otras, teniendo en cuenta el lugar que ocupa la cifra.

A nivel de algunas propuestas didácticas para la enseñanza del concepto de *valor posicional*, desde hace algunas décadas se han propuesto e integrado tareas que involucran

¹ En este trabajo de grado cuando se habla de fenómenos didácticos se refiere al conjunto de fenómenos, hechos y situaciones que pueden dar lugar a avances, obstáculos y errores en relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos y procesos matemáticos en las clases de matemáticas.

² En algunos documentos de investigación y en este trabajo de grado se usan con el mismo sentido las expresiones valor de posición y valor posicional.

el uso de *material manipulativo*³. Así por ejemplo, el trabajo con el *ábaco*, ha ocupado un espacio central al punto de considerársele como una estrategia para promover un aprendizaje de este concepto en los niveles iniciales de enseñanza.

Es importante señalar que existe una larga tradición en didáctica de las matemáticas de investigaciones sobre el uso de recursos y materiales⁴ en la enseñanza de las matemáticas. En estas se da cuenta de la importancia, el impacto, las limitaciones y ventajas de su uso, y las posibilidades de su integración en el aula de clases para la enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos por parte de los profesores y estudiantes. En este sentido se menciona:

“Es necesario que el profesorado tenga presente que aunque los materiales didácticos, por su propia naturaleza y características, son fuentes de placer e involucran a la niñez de manera espontánea a la actividad lúdica, no se puede perder de vista que el propósito de estos no es entretener, sino lograr que los niños y las niñas transformen, conozcan y actúen sobre la realidad y que al hacerlo, acompañen la acción con la palabra” (Concepción, 2006, p. 22).

En este trabajo de grado se estudiaron algunos aspectos relativos a la enseñanza del concepto de *valor posicional* a través del *material manipulativo*, para ello se tuvieron en cuenta diferentes dimensiones, centrales en las investigaciones en didáctica de las matemáticas que en nuestro caso incluyen: la dimensión histórica, la cognitiva, la didáctica, la curricular y la matemática. A partir de esta fundamentación teórica se procedió a *elaborar una secuencia de tareas* relativas a la enseñanza del concepto de *valor posicional* con la ayuda de un *material manipulativo* que se consideraba el más apropiado en relación con los objetivos del trabajo.

³ En el presente proyecto cuando nos referimos a *material manipulativo* queremos significar aquel material que es utilizado con un fin didáctico ya sea el de ser utilizado como único recurso para la comprensión de un tema o como aquel material que apoya a una estrategia para que esta sea más comprensible, teniendo en cuenta que cada tipo de material tiene un uso diferente y que debe ser manejado primero por el maestro y luego por los estudiantes sin que este tome una finalidad distractora sino aprehensiva. “Los manipulables ofrecen a los estudiantes objetos para reflexionar y hablar. Les suministran un lenguaje adicional para comunicar ideas matemáticas sobre sus percepciones visuales, táctiles y espaciales” (Eduteka, 2003). En este sentido, en nuestro trabajo el material manipulativo se asocia fundamentalmente a la materialidad de los recursos pedagógicos. En este sentido se vinculan nociones como *materiales*, *medios*, *recursos manipulativos* y *recursos didácticos* (conocidos como *materiales* y *ayudas didácticas*, los cuales pueden ser considerados como productos culturales han ingresado al ámbito de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (Pabón & Arce, 2012).

⁴ La noción de recurso pedagógico en el campo de la educación matemática durante algunas décadas se asoció en la tradición educativa de muchos países, con pocas variaciones, una especie de continuum, que incluía nociones como materiales, medios, recursos manipulativos y recursos didácticos (conocidos como materiales y ayudas didácticas) y que fue la vía de acceso a la denominada tecnología educativa. Esta concepción dominante asociada fundamentalmente a la materialidad de los recursos pedagógicos fue alterada significativamente por prácticas de enseñanza y desarrollos de la investigación en didáctica de las matemáticas, asociados tanto a una nueva concepción sobre sentidos y usos de los materiales y herramientas como también a la integración de las TIC, que dieron lugar a la emergencia de cambios teóricos y nuevos sentidos de la noción de recurso pedagógico. (Pabón & Arce, 2012)

En conexión con lo anterior se adoptó una metodología de *estudio de casos*, la cual orientó el trabajo experimental y el análisis de resultados. Es importante señalar que el trabajo de campo se realizó en el Colegio San Ambrosio de Milán de la ciudad de Cali. Allí se pusieron en acto las tareas elaboradas en el contexto real de la enseñanza y aprendizaje del *valor posicional* en las clases de matemáticas.

Con la realización de este trabajo se pretende aportar al conocimiento tanto de profesores de matemáticas en ejercicio como de profesores en formación, sobre el conocimiento profesional involucrado en la enseñanza y aprendizaje de este concepto, también se busca replantear y/o ampliar el espectro de estrategias conocidas para la enseñanza de este concepto. Se espera que se puedan conectar estas estrategias tradicionales con algunas de las desarrolladas en la última década que se han mostrado como eficientes para su enseñanza y aprendizaje.

Este trabajo de grado se organiza de la siguiente manera:

CAPITULO I: En este se dan a conocer los aspectos generales de la investigación que la justifican y la contextualizan, así como la revisión de los diferentes referentes teóricos relacionados con el problema de interés y se muestra cómo a partir de estas consideraciones surge la problemática que se toma en estudio en este trabajo de grado.

CAPITULO II: En este se estructura el marco teórico de la investigación a partir de cinco dimensiones, en las cuales se toma como referente el SND, el concepto de *valor de posición*, *los materiales manipulativos* y *los Bloques de Dienes*. Para cada una de estas categorías se les realizó una aproximación desde las dimensiones histórica, matemática, cognitiva, didáctica y curricular.

CAPITULO III: En este se muestra la metodología utilizada, el *Estudio de Casos*, así como las diferentes fichas que se emplearon en cada una de las tareas que se diseñaron basadas en el concepto de *valor de posición*.

CAPITULO IV: En este se exponen las producciones de los estudiantes, el análisis de los resultados de la secuencia de las tareas en relación a los referentes teóricos y la manera en que estas permiten evidenciar características del proceso de enseñanza del concepto de *valor posicional* con la integración de *material manipulativo*. Además se hace mención sobre algunas conclusiones generales y se abren algunos interrogantes para nuevas temáticas de investigaciones.

A manera de anexo se presentan algunas de las producciones realizadas por los estudiantes en cada una de las tareas realizadas.

CAPITULO 1
ASPECTOS GENERALES
DE LA INVESTIGACIÓN.

1.1.JUSTIFICACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

En recientes investigaciones realizadas en Didáctica de las Matemáticas es posible reconocer un interés por el estudio del *Sistema de Numeración Decimal*, más concretamente del concepto de *valor posicional*. Este interés se explica en buena parte por los problemas en la construcción de los sistemas numéricos y por los bajos niveles de desempeño matemático de los estudiantes de los primeros grados de la Educación Básica Primaria. Así por ejemplo, se señala que:

Por valor de posición entendemos que en el número 333, el primer 3 quiere decir trescientos (o tres centenas), el segundo 3 significa treinta (o tres decenas) y el último 3 quiere decir tres. Evidentemente, el valor de la posición es importante, porque los niños que no lo entiendan se verán seriamente incapacitados para sumar, restar, multiplicar o dividir. El valor de la posición se enseña actualmente en el primer grado y en todos los grados posteriores de la escuela elemental. Sin embargo, la investigación ha demostrado que la mayoría de los niños, hasta tercero o cuarto curso, piensan que el 1 del 16 quiere decir uno (Kammi, 1992, p.38).

En general, se reconoce que la enseñanza y el aprendizaje del concepto de *valor posicional* son asuntos centrales en la escuela, debido a que fundamentan la construcción del *sistema de numeración decimal* y soportan el tratamiento en los primeros años de escolaridad de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), muchos estudiantes logran manejar la unidad, la decena, la centena, pero casi ningún estudiante llega a comprender el verdadero significado de este concepto, provocando una incidencia en el manejo de estas operaciones.

La comprensión del *valor posicional* le permite al estudiante entender que cada número en una posición tiene un valor que depende del lugar en donde se encuentre, puede representar una unidad, una decena, una centena u otro criterio de base 10 dependiendo en donde se encuentre localizado, por ejemplo, Kamii en su documento "*la enseñanza del valor posicional y de la adición en dos columnas*" (Kammi, 1992, p.38). Realiza una entrevista a cierto grupo de estudiantes en los que les da el número 16 con una cierta cantidad de fichas, se les pide que señalen a cuantas fichas equivale el número 6 y a cuantas equivale el 1, los resultados arrojaron que las respuestas se clasificaban en 4 grupos, aquellos que dicen que cada cifra corresponde a una sola ficha; los que dicen que el 6 representa 6 fichas y el 1 una ficha; los que dicen que el 6 equivale a seis fichas y el 1 a una decena pero lo representan con una sola ficha; y por último aquellos que representan al 6 con seis fichas y al 1 con diez fichas como lo que es una decena.

El trabajo de esta autora muestra la importancia que tiene para los estudiantes la comprensión del verdadero significado del *valor posicional*: que reconozcan que detrás de cada cifra numérica se encuentra involucrado un sistema posicional, el cual hace dar sentido a la construcción aritmética de los números, y al final de sus primeros años escolares logren identificar y representar cada cifra por medio de un *material manipulativo* e igualmente reconozcan que después del segundo número en un sentido de derecha a izquierda en una misma cifra numérica no equivale al anterior, este puede tener

un valor con respecto a la base numérica que se esté trabajando, en este caso la base 10 abarcando los criterios de orden (unidad, decena, centena, entre otras).

El interés por ofrecer alternativas para la enseñanza del concepto de *valor posicional* reside en el reconocimiento de la existencia de dificultades complejas de diversa índole (didácticas, cognitivas, curriculares entre otras) que se reflejan en los limitados niveles de desempeño matemático de los estudiantes cuando abordan tareas y situaciones problemas relativas al concepto de *valor posicional*. En algunas ocasiones estas dificultades son originadas en el tipo particular de intervención de los docentes como el uso reiterado de métodos estandarizados y un uso extensivo pero sin fundamento de materiales manipulativos en las clases.

Es por ello que podría ser útil que los docentes previamente realicen un análisis del (los) material (es) que va a utilizar en la enseñanza de un concepto o tema en sus clases de matemáticas, además se podría disponer de una metodología que le permita una correcta integración del *material manipulativo* y promover más fácilmente un aprendizaje en sus estudiantes.

Para ello se realiza un diseño de tareas que siguen un continuo, en donde el estudiante poco a poco va a ir acercándose al concepto del *sistema de numeración decimal*, específicamente en el concepto del *valor de posición*. Además anexo a cada una de las tareas se dan una serie de fichas que le da a conocer al docente que limitaciones y usos se pueden presentar en la ejecución de las tareas a través de la integración de *material manipulativo*.

En la selección del *material manipulativo* en el Inicial Concepción (2006) menciona que se deben tener en cuenta: las habilidades, los intereses y el nivel de desarrollo de los niños y las niñas que van a utilizar el material, además de observar la estructura de las unidades didácticas, los proyectos u otras modalidades que se utilizan en la Educación Inicial, para observar la naturaleza de los aprendizajes esperados, los indicadores y los contenidos. Con ello los docentes analizan las actividades que se pueden proponer para el inicio, el desarrollo y el cierre de la clase (p. 20).

Teniendo en cuenta estos aspectos para la selección del *material manipulativo* en el aula, los docentes pueden llegar a plantearse diversos interrogantes a lo largo de la enseñanza del concepto de *valor posicional* que vayan relacionados entre sí y abarque aspectos en relación con el *material manipulativo* que se va a implementar en la clase de matemáticas, para que así haya una buena integración de este en la enseñanza del concepto a trabajar.

A partir de estas consideraciones, se plantea el siguiente interrogante de investigación:

¿Cómo influye la integración de **materiales manipulativos** en la enseñanza y aprendizaje del concepto de **valor posicional**, en el grado segundo de educación básica del Colegio San Ambrosio de Milán en la ciudad de Cali?

1.2.OBJETIVOS

GENERAL

Estudiar algunos de los alcances, limitaciones y posibilidades de la integración de *materiales manipulativos* para la enseñanza del concepto de valor posicional en las clases de matemáticas en el grado segundo de educación básica del Colegio San Ambrosio de Milán en la ciudad de Cali.

ESPECIFICOS

- Identificar algunos de los fenómenos didácticos asociados a la enseñanza y aprendizaje del concepto de *valor posicional* y algunas de las estrategias planteadas para su enseñanza en los niveles iniciales de escolaridad.
- Elaborar una secuencia tareas que integre *materiales manipulativos* para la enseñanza del concepto de *valor posicional* en el grado segundo del Colegio San Ambrosio de Milán en la ciudad de Cali.
- Estudiar los desempeños de los estudiantes con el *material manipulativo* y analizar el impacto de los mismos en el aprendizaje del concepto *de valor de posición*.

1.3 ESTADO DEL ARTE

En esta parte del trabajo se mencionan algunas de las investigaciones que han realizado diferentes autores con respecto a la enseñanza y aprendizaje del concepto *de valor posicional* y la integración de los *materiales manipulativos* en el aula de clases, específicamente en las clases de matemáticas.

Con respecto al concepto de *valor posicional*, la problemática que se ha presentado en los primeros años de escolaridad en la enseñanza de las matemáticas en la escuela, se toma como base para la comprensión y construcción del número, además la aplicación de las cuatro operaciones fundamentales, muchas investigaciones han trabajado implícita y explícitamente este problema, han dado sus diferentes puntos de vista a los resultados que estos han ido arrojando a lo largo de su desarrollo.

La integración de los *materiales manipulativos* en el aula de clases ha sido discutida e investigada por autores a lo largo de los últimos años, debido a que en ellas se busca observar como la enseñanza de algún tema o concepto por medio de un *material manipulativo* da buenos resultados en los estudiantes, observando de que este no se vuelva un medio distractor de aprendizaje, sino que al contrario sea educativo y tenga una finalidad cognitiva en su enseñanza por parte del docente y en el aprendizaje por parte del estudiante.

Uno de los aportes que se toma como referencia es el trabajo de grado realizado por Johana Alexandra Porras y Lina Vanessa Vivas, estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle en el año 2009 denominado: “*Reflexiones didácticas en torno a las equivalencias y al valor de posición como elementos básicos para la conceptualización del Sistema de Numeración Decimal*”, el cual se basa en una secuencia de actividades de aula orientada al reconocimiento de los principios que estructuran y dan sentido al *Sistema de Numeración Decimal*. Para el diseño de estas ellas escogieron como variables el proceso de equivalencias entre las unidades del sistema de numeración y el reconocimiento del valor de posición de una cifra dada.

El segundo trabajo que se referencia es un proyecto desarrollado en la Institución Educativa Celmira Bueno de Orejuela de la ciudad de Cali (Comuna 5), por las profesoras María Elena Ocampo, Nancy Beatriz López, Blanca Yulieth Osorio, titulado: “*Análisis de errores en la ejecución de algoritmos clásicos y sugerencias para la enseñanza de algoritmos escritos*”. (2007).

En este trabajo el grupo de profesoras trabajó el tema de la comprensión del sistema de numeración decimal para lograr que los docentes desde la primaria tomen conciencia sobre la importancia del reconocimiento del número no solo desde su posición (unidades, decenas, centenas, entre otras) sino también de su valor dentro de la importancia que tiene para la realización de los algoritmos sin necesidad de comenzar en el mismo lugar sino también desde cualquier lugar. El trabajo de campo lo llevaron a cabo en el grado 5° conformado por 54 estudiantes, éste se desarrolló en 3 etapas iniciales con el tema de descomposición y composición del número en su valor relativo.

La primera etapa fue de diagnóstico en donde el grupo docente reconoció que los estudiantes conocen la posición del número (unidad, decena...) pero no su valor. En la segunda etapa con los resultados que arrojó la primera etapa elaboraron un taller con los errores cometidos por los estudiantes y luego con todo el grupo retomar la explicación. Y en la última etapa trabajaron ejercicios de refuerzo y retroalimentación con cifras iguales, cifras que llevan 0 en cualquiera de los lugares, comparación de números con la misma cifra en diferentes lugares para analizar su valor.

Algunas de las conclusiones a las que el grupo de profesoras llegó son las siguientes:

- Los conocimientos previos de los estudiantes muestra que tienen el concepto posicional del número, que el valor relativo no está en sus conocimientos próximos, pero al ser abordado lo comprenden fácilmente.
- La comprensión del valor relativo del número se demostró en la medida en que los estudiantes con su participación masiva argumentaban la corrección de sus errores, demostrando dominio aditivo y multiplicativo directo utilizando la propiedad asociativa, distributiva y conmutativa.
- El análisis de errores le permitió al grupo de docentes darse cuenta del número apprehendido desde la posición más no de su valor.

El tercer trabajo es un proyecto de intervención en el aula desarrollado en la I. E. T. I Antonio José Camacho de la ciudad de Cali, en su sede Olga Lucia Lloreda (barrio Junín, Comuna 9), por los profesores Beatriz Eugenia García, Carmen Birlenice Cuesta, Jazmín de los Ríos Arboleda, Aura Elisa Escobar, Jaime Fernando Sánchez, el cual se llama: *“Comprensión de los números en el marco dentro de la construcción del Sistema de Numeración Decimal”*. (2007)

El trabajo tiene como propósito permitirle a profesores del área de matemática de educación básica primaria, realizar proyectos de aula con el objetivo de desarrollar el Pensamiento Numérico de los estudiantes, para que logren interpretar el valor numérico con números hasta de 5 cifras, teniendo en cuenta que no siempre los números representan cantidades sino que representan diferentes cosas dependiendo del contexto en el que se encuentren. Es por ello que este grupo de profesores se plantea como interrogante *“¿Cómo una incorrecta interpretación del valor posicional afecta la lectura, escritura, descomposición y las relaciones de orden de manera significativa en el sistema de numeración decimal?”*

La población a la cual fue dirigida fueron 35 estudiantes de grado 4° de primaria en la jornada de la tarde, donde una de ellas es sordo- muda. Durante la aplicación del proyecto se desarrollaron en ellos actividades muy concretas que llevan al estudiante a construir su propio conocimiento como lo son: actividades en el ambiente de compra y venta con tickets de compra de almacenes; actividades de ordenar los números de los precios de mayor a menor o viceversa; actividades que le permite a los estudiantes diferenciar la representación de los números según en el contexto en que se utilicen.

Estas actividades permitieron evidenciar entre otros hechos, los siguientes:

- El ordenar los números de mayor a menor o viceversa y el identificar el significado de los números en diferentes ambientes, le permite al docente ayudar al estudiante a que construya su propio conocimiento con respecto al significado y valor de los números, para así poder realizar correctamente la lectura y escritura de los números en cualquier contexto.
- Cuando el estudiante comprende el significado de los números y lo que representa cada dígito respecto a su posición, este podrá realizar con sentido los algoritmos de suma y resta.

Un trabajo en el que se puede referenciar el trabajo con manipulativos en la enseñanza del sistema de numeración decimal es el documento de los autores Alicia Silva y Carlos Varela titulado: *“los materiales concretos en la enseñanza de la numeración”*. En esta investigación los autores pretenden analizar los fundamentos del uso de materiales en las prácticas tradicionales de aula y observar como estos fundamentos aportan diferentes reflexiones sobre la numeración.

En una primera parte muestran las diferencias que puede haber entre el sistema numérico romano y el sistema numérico decimal con respecto a su simbología, escritura, lectura, valor de posición entre otros aspectos que son importantes en la construcción de número.

En una segunda parte se analizan los diferentes materiales manipulativos que se han utilizado a través del tiempo para la comprensión del sistema de numeración decimal, allí se mencionan materiales como: el ábaco, las regletas de Cuisenaire, las plaquetas de Lebert, los ataditos, material multibase de Dienes, material cuadro color y bandas numéricas figurativas. A estos materiales se les realizó un análisis con respecto a cómo este era utilizado en la enseñanza del sistema de numeración y también cómo este materia podía no aportar un conocimiento para la comprensión del tema.

Por último, se referencia un trabajo de investigación para optar grado Maestría en Educación en la Universidad Ohio por Beth Ogg, titulado: *¿Cuál es el impacto el impacto de Manipuladores de matemáticas en el aprendizaje?* (2010)

Este proyecto de investigación se realizó en la zona rural de la región de los Apalaches de Ohio, donde se tomó una muestra al azar de doce estudiantes, además una muestra de veinte profesores para realizar una encuesta, la cual consta de diez preguntas acerca del uso de *material manipulativo* en el aula de clase.

El diseño de este estudio fue un pre-test, las pruebas previas y posteriores se diseñaron de acuerdo a las preguntas de evaluación de Logros de Ohio.

El investigador para obtener los resultados, primero aplica una prueba preliminar, la cual solo se les permite usar lápiz y papel, se les dio un tiempo de cuarenta y cinco minutos posterior a esto se recolectaron todos los pre- test.

Las siguientes dos semanas los estudiantes realizaron sus actividades matemáticas con la ayuda de *material manipulativo*, antes de cada lección se tomaba un tiempo para explicar

cómo se utiliza el *material manipulativo* para la resolución del problema. Además se hizo un test usando manipulativos y otro sin usar manipulativos.

Como resultado de esta investigación arrojó que once de los doce estudiantes a los cuales se les realizó esta investigación obtuvieron buenas notas en cada una de las lecciones cuando utilizaban los manipulables; además en una encuesta de tres preguntas realizadas a los estudiantes ellos coinciden en lo beneficioso que usar material manipulativo en la resolución de problemas matemáticos.

Estos trabajos e investigaciones mencionados anteriormente proporcionan a nuestro trabajo una visión de cómo se encuentra el estado de los estudios sobre el *concepto de valor posicional* y su aprendizaje por parte de los estudiantes en un aula de clases, así como las posibilidades y restricciones de la integración de los *materiales manipulativos* en el aula de clases con respecto a un contenido temático en matemáticas. Esto también permite evidenciar en qué aspectos se debe hacer relevancia y se debe hacer una investigación profunda, la cual esté relacionada con nuestra problemática inicial.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1. MARCO TEÓRICO

Nuestro interés es el de estudiar los alcances, limitaciones y posibilidades de la integración de materiales manipulativos que aparecen alrededor de la enseñanza del concepto de *valor posicional*. Para tal propósito adoptamos referentes teóricos que emergen del estudio de dimensiones que incluyen entre otras la dimensión histórica, la dimensión matemática, la dimensión cognitiva, la dimensión didáctica y la dimensión curricular.

2.1.1. Dimensión histórica

En el estudio de la dimensión histórica-epistemológica, es posible reconocer que la aparición de los sistemas de numeración ha sido el resultado de la evolución de diversos desarrollos matemáticos en la historia de la civilización. Los aportes de los sumerios, babilonios, egipcios, griegos, romanos, chinos, hindúes y árabes, aztecas, mayas e incas, evidencian que sus sistemas fueron desarrollados de acuerdo a sus necesidades, creencias o vivencias propias de su cultura. Esta evolución e integración de aportes de diferentes civilizaciones a lo largo del tiempo dieron lugar a que se consolidara lo que hoy se denomina *el sistema de numeración decimal en base 10*:

“El sistema numérico decimal es el resultado de un largo proceso histórico-cultural, en el que diversas civilizaciones fueron aportando diferentes elementos: la idea posicional, la base decimal, el cero y los otros símbolos numéricos”. (Andonegui, 2004, p. 16).

La *idea de posición* se adquirió de acuerdo a la aparición de dos sistemas, *el sistema numérico no posicional* y *el sistema numérico posicional*. El primero de estos fue utilizado por el sistema numérico romano, el cual se basa en un carácter aditivo, es decir, cada cifra se escribe de izquierda a derecha adicionándole el número que sigue, en este caso los números eran representados por 7 símbolos (I, V, X, L, C, D, M) y además de ello no tenían una posición en la escritura de cifras numéricas, característica que ponía en desventaja a los sistemas no posicionales, debido a que no tenían en cuenta que cada cifra tiene diferente valor según la posición que ocupa dentro del número. Esta abre paso a los sistemas numéricos posicionales y a los otros elementos que conforman un *sistema numérico decimal*, dado que los sistemas posicionales tienen unas características puntuales como lo son:

- **Base específica:** las bases fueron tomadas de acuerdo a aspectos de la vida cotidiana y las partes del cuerpo. Por ejemplo, el sistema en base 60 se tomó de acuerdo al tiempo (horas, minutos) y a la amplitud de los ángulos. El sistema en base 10 a la cantidad de dedos de la mano y el sistema en base 20 a la cantidad de dedos de las manos y los pies. Siendo estas dos bases las más utilizadas en las últimas décadas.

Esta primera característica hace referencia a la base de un sistema de numeración, en donde a través del tiempo se fueron adquiriendo distintas de ellas, las cuales tomaban diferentes aspectos para el origen de las bases más importantes, como lo fueron la base 5, 10, 20 y 60,

estas fueron adquiridas por medio de las partes del cuerpo, como los dedos de las manos y de los pies. Las bases más utilizadas en las diferentes culturas a través de tiempo fueron las siguientes:

La primera base, fue la base 5, en la cual utilizaban los dedos de una mano para contar y cada vez que se completaran las 5 unidades se levantaba el dedo de la otra mano que no se utilizó para contar.

La segunda base fue la del 10, aquí se utilizaron los dedos de las dos manos para contar unidades, al completar esta se le daba el nombre de decena.

La tercera base fue la de 20, en donde se utilizaban tantos los dedos de la mano como los de los pies, al completarse estas unidades se le daba el nombre de veintena.

A través de la adquisición y utilización de estas diferentes bases, cada cultura fue construyendo su propio sistema de numeración con sus características de simbología y escritura para la lectura y escritura de los números.

- **Simbología:** es utilizada para representar los números en las diversas culturas como lo han sido puntos, rayas horizontales o verticales, trazos curvados, muescas realizadas con utensilios corrientes, entre otras representaciones, teniendo en cuenta que la cantidad de los símbolos no puede ser mayor del número de la base que se está utilizando.(fig. 1)

Cada uno de los sistemas de numeración utilizados por culturas a través de la historia implementaron diferentes símbolos para la representación de un número, uno de ellos son los sistemas de numeración que se basaron en las colecciones de objetos.

La primera representación es denominada Muecas, dado que utilizaban diferentes rayas como muescas en objetos prehistóricos como piedras y huesos para representar números en base cinco, y así poder facilitar la lectura de un número. (fig. 2)



Figura 1: Representación de números por medio de muescas.

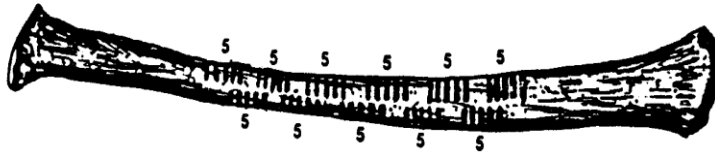


Figura 2: Representación de números con base cinco.

La segunda representación consistía por medio de cuerdas de colores y conchas, este fue utilizado en primera medida en el conteo de animales, su base era la decena, por lo cual cada vez que se completaran los diez se pasaba a una cuerda con diferente color, en este caso se encontraban cuerdas de color blanca, rojas y azules, entre otros colores que representaban diferentes bases, para poder así reconocer la posición o lugar de un número.

La tercera representación fue utilizada por medio del ábaco japonés, el cual constaba de unas varillas que dependiendo de su posición indica el valor del número, por ejemplo, la varilla localizada en la derecha indica las centésimas, la siguiente indica décimas, la siguiente unidades, la siguiente decenas, la quinta centenas y así sucesivamente en el orden que se sigue. Este ábaco consta de bolas que representan los números, estos tienen en cuenta el lugar donde se encuentren debido a que utilizan un sistema base 5, las bolas localizadas en la parte inferior representan las unidades y en la parte superior representan cada cinco números, este método utiliza una base 10 con una base auxiliar de base 5. (fig. 3)

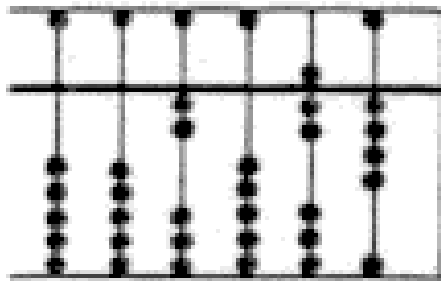


Figura 3: Ábaco japonés

La cuarta fue utilizada por los incas por medio de cuerdas y contaban los números por medio de nudos, según la posición que se encontraban los nudos representaban unidades, decenas, centenas, millares, entre otros, estas cuerdas se denominaron “quipus”. La representación de un número se da por la suma de la última cuerda con la representación de las cuerdas que la anteceden. (fig. 4)

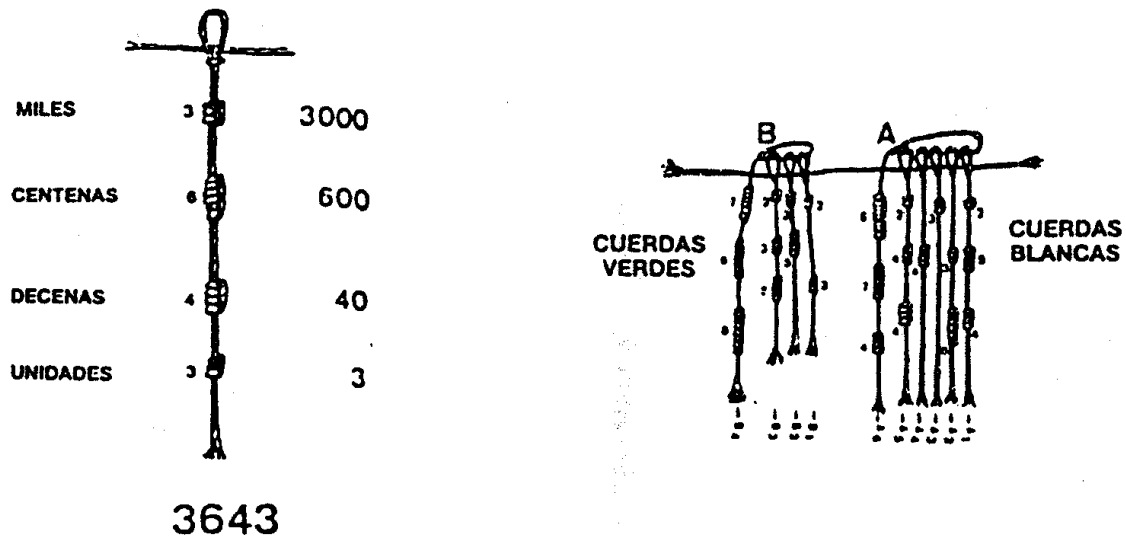


Figura 4: Quipu

La quinta representación utilizaba objetos sueltos como guijarros o fichas, los cuales tomaban un valor numérico dependiendo de la posición que ocupan en el tablero, en este mismo sentido la última representación fue tomada también por medio de objetos con la diferencia de que cada base tenía un objeto diferente, en este caso el sistema era de base 60 con base auxiliar 10 y estaba representado de la siguiente forma: un cono pequeño representaba el número 1; una bola pequeña el número 10; un cono grande el número 60; un cono grande perforado el número 600; una bola grande el número 3600 y una bola grande perforada el número 36000.

- Las reglas que rigen el uso de los símbolos para la constitución de los números, en este caso n veces la base numérica que se utilice va a ser cada vez un grupo más grande de unidades, ya sea de orden 1, 2, 3 o de orden n el cual va dependiendo del número que se le asigne a n . (Andonegui, 2004, p. 11)
- **Escritura:** cada civilización tiene una forma de escribir o de integrar los símbolos para construir un número en sus sistemas de numeración, unos de izquierda a derecha (romano), de arriba hacia abajo (maya) y de derecha a izquierda (sistema de numeración en base 10). A continuación se mencionan algunos de los sistemas de numeración y sus diferentes tipos de escritura.

Sistema de numeración egipcio: fue el primer sistema de numeración que implemento la base 10, el cual utilizaba diferentes símbolos para representar la unidad, el diez y las potencias de 10. Estos símbolos servían de base a lo que era la construcción de series numéricas y se repetían las veces que fueran necesarias hasta llegar a la representación de un número.

Los símbolos utilizados por este sistema eran:

1	1
2	11
3	111
4	1111
5	1111 1111
6	1111 1111
7	1111 1111 1111
8	1111 1111
9	1111 1111 1111
10	∩
20	∩∩
30	∩∩∩
40	∩∩∩∩
50	∩∩∩∩ ∩∩∩∩
60	∩∩∩∩ ∩∩∩∩
70	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩
80	∩∩∩∩ ∩∩∩∩
90	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩
100	Ϟ

Figura 5: Representación de números en el sistema egipcio

Estos jeroglíficos se usaban tantos de cada uno cómo fuera necesario y se podían escribir indistintamente de izquierda a derecha, al revés o de arriba abajo, cambiando la orientación de las figuras según el caso.

Al ser indiferente el orden se escribían a veces según criterios estéticos, y solían ir acompañados de los jeroglíficos correspondientes al tipo de objeto (animales, prisioneros, vasijas etc.) cuyo número indicaban.

Sistema de numeración griego: en el año 600 A.C, se desarrolló el primer sistema de numeración griego, era un sistema de base decimal, los griegos utilizaban para representar los números las letras de su alfabeto, la cual le asignaban una letra a cada una de las unidades. Este sistema se caracterizó porque se basa en principio sumativa es decir, que las sumas de todas las letras se obtiene el resultado de la cifra indicada.

	α	β	γ	δ	ϵ	ζ	η	θ	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	ι	κ	λ	μ	ν	ξ	\omicron	π	ρ
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
	σ	τ	υ	ϕ	χ	ψ	ω	Υ	
	100	200	300	400	500	600	700	800	900

Figura 6: Representación de números en el sistema griego

Sistema de Numeración Maya: los mayas utilizaban un sistema de numeración vigesimal (de base 20) de raíz mixta, similar al de otras civilizaciones mesoamericanas. Los mayas idearon un sistema de numeración como un instrumento para medir el tiempo y no para hacer cálculos matemáticos. Por eso, los números mayas tienen que ver con los días, meses y años, y con la manera en que organizaban el calendario.

Los mayas tenían tres modalidades para representar gráficamente los números, del 1 al 19, así como del cero: un sistema numérico de puntos y rayas; una numeración cefalomorfa «variantes de cabeza»; y una numeración antropomorfa, mediante figuras completas. En el sistema de numeración maya las cantidades son agrupadas de 20 en 20; por esa razón en cada nivel puede ponerse cualquier número del 0 al 19. Al llegar al veinte hay que poner un punto en el siguiente nivel; de este modo, en el primer nivel se escriben las unidades, en el segundo nivel se tienen los grupos de 20 (veintenas), en el tercer nivel se tiene los grupos de 20×20 y en el cuarto nivel se tienen los grupos de $20 \times 20 \times 20$.

Los tres símbolos básicos son el punto, cuyo valor es 1; la raya, cuyo valor es 5; y el caracol (algunos autores lo describen como concha o semilla), cuyo valor es 0.

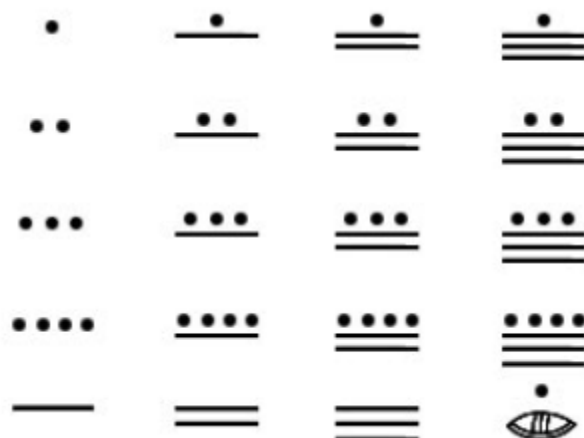


Figura 7: Representación de los números en el sistema maya.

Sistema de Numeración Chino: Este sistema usa la base diez, además este sistema no solamente se representaba por medio de símbolos de base 10 sino también los números intermedios entre ellos, este sistema incorpora un tipo de principio multiplicativo, debido a que los números que son representados por medio de estos símbolos es una combinación de sumas y productos de ellos. Los símbolos que utiliza el sistema chino son los siguientes, teniendo en cuenta que ellos tienen una escritura de arriba hacia abajo.

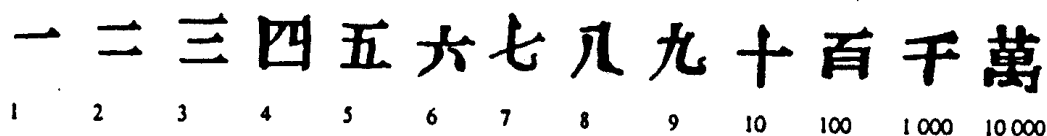


Figura 8: Representación de los números en el sistema chino

Sistema de Numeración Hindú: en este sistema se usaban símbolos para representar los números del 1 al 9, y utilizaban otros tipos de símbolos a los números potencias de 10. Este sistema fue el primero en mencionar las decenas y las centenas, debido a que ellos utilizaban una tabla en la que representaban las cifras numéricas por medio de rayas sobre la arena y dependiendo del lugar donde se ubicaran este tomaba un nombre, aquí aparece una notación posicional, dado que los símbolos utilizados por los primeros números se utilizaron en los cálculos, mientras que aquellos que eran utilizados como decenas y centenas, no se utilizaban porque este venía indicado dependiendo en la casilla donde el número se encontrara localizado.

Este sistema fue el primero que exigió un símbolo para representar el número cero, esto ocurrió a principio del siglo VI d.c, lo cual les permitió el no utilizar barras verticales en la representación de un número que contenía el cero.

Los símbolos utilizados por este sistema hindú son los siguientes, los cuales corresponden a la grafía en el Califato de Bagdad asumida por los árabes, en el cual se ha incluido el símbolo para el número cero:

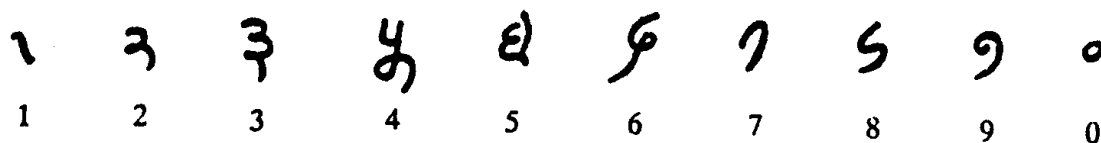


Figura 9: Representación de los números en el sistema hindú

Todos estos sistemas de numeración utilizados por las diversas civilizaciones permiten reconocer la importancia que tienen los sistemas posicionales de numeración en la construcción de un *sistema numérico decimal*, dado que posibilitan la escritura numérica de cantidades de cualquier magnitud de acuerdo a la base que se utilice. Además de la construcción e inclusión del cero en el sistema de numeración, debido a que en un *sistema de numeración decimal* el orden 0 equivale a las unidades de una cifra numérica. (Andonegui, 2004, p. 15)

En general, es posible señalar que cada uno de los sistemas numéricos utilizados por las diferentes civilizaciones aportaron diferentes características que son fundamentales en la utilización de un *sistema de numeración decimal* en base 10, dado que aunque este tenga sus aspectos particulares ha sido una transición de los brindados por otros sistemas numéricos anteriormente utilizados, solamente que se ha acomodado a las necesidades y al manejo de este en la sociedad, respectivamente en las clases de matemáticas (Andonegui, 2004).

- **Dimensión histórica de los materiales manipulativos**

Respecto a los materiales manipulativos su historia comienza en los siglos XVII y XVIII en la filosofía empirista con el aporte de Comenius en 1657 el cual menciona que:

“No hay que describir los objetos, sino mostrarlos. Es preciso mostrar todas las cosas, en la medida en que sea factible a los sentidos correspondientes; que el alumno aprenda a conocer las cosas visibles por la vista, los sonidos por el oído, los olores por el olfato...”

Un segundo aporte lo realiza Rousseau en su libro Emilio, en el cual menciona unas bases relacionadas a lo que él llama “aprendizaje por experimentación” y “educación sensorial”, en este menciona:

“Que el niño conozca todas las experiencias, que haga todas aquellas que están a su alcance y que descubra las demás por inducción. Pero, en caso de que sea preciso decírselas, prefiero mil veces que las ignore”.

Los aportes de estos dos filósofos empiristas fueron tomados por los médicos franceses Jean Itard y Edoard Séguin, quienes desarrollaron un método basado en el trabajo con materiales didácticos para llegar al conocimiento educando los sentidos, este fue realizado con niños sordos y con ayuda de varios materiales didácticos específicos para cada sentido.

Siguiendo por esta trayectoria se encuentra el aporte del alemán Friedrich Froebel quien desarrolla un método educativo basado en el juego con un material didáctico distribuido en varias cajas a las que le llama dones, está compuesto por 6 dones, en los cuales hace una distribución de los materiales que piensa que el niño debe ir reconociendo a la vez que utiliza cada don uno por uno. (González, 2010, p. 2)

Luego aparece el aporte de María Montessori, ella utiliza como base el trabajo de Séguin para categorizar diferentes materiales didácticos como lo son: regletas de distintos tamaños, material para trabajar los sistemas de numeración y materiales para la geometría.

En este mismo sentido, Emma Castelnuovo, desarrolla una metodología basada en la construcción del conocimiento matemático mediante el uso de material didáctico, algunos materiales de esta autora son: las varillas móviles, geoplanos y geoespacios.

En general, la aparición de los materiales manipulativos como otra opción de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes aparte del tradicional lápiz y papel ha tenido una trayectoria valiosa a través de los años, debido a que cada uno de los aportes que diversos autores, investigadores, filósofos entre otros que se han interesado por el tema, han dado partida a que los materiales manipulativos sean utilizados hoy día por parte de los profesores en sus aulas de clase y cumplan su función dinamizadora en los procesos de enseñanza y aprendizaje, debido a que:

Más que la cantidad, es la organización de un material, variado, estimulante, visible y al alcance de las manos infantiles, lo que va a determinar su integración con los demás componentes del currículo y por tanto el éxito del proceso docente educativo (Concepción, 2006, p. 12).

A través del tiempo diferentes autores han elaborado y utilizado diferentes materiales para la enseñanza del sistema de numeración decimal, unos de los más relevantes en este tema son:

El primero de ellos es el Abaco, el cual fue inventado hace muchos años como un instrumento de cálculo, este consta de diferentes representaciones, una de ellas es un cuadro de madera con alambres horizontales o verticales de forma paralela, por las cuales a lo largo de ellas corren unas bolas agujeradas, u otra como lo es una base de madera con unas barras de madera en forma vertical por la cual pasan unas arandelas. Todas estos tipos de representación utilizan el criterio de los órdenes de posición como lo son las unidades, las decenas, las centenas, entre otros, teniendo en cuenta que cada uno de estos órdenes no utiliza cifras, sino que estas se van encontrando a medida que se realiza el conteo de las arandelas o bolas realizadas en un cálculo. (fig. 5)

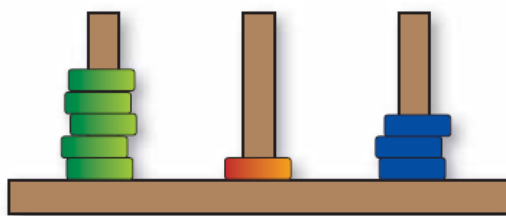


Figura 10: Abaco abierto

El segundo material que es utilizado para la enseñanza del sistema de numeración son las regletas de Cuisenaire las cuales fueron creadas por el maestro belga George Cuisenaire, estas también fueron llamadas “números en color”, este material tiene una forma rectangular y con diferentes dimensiones, consta de un juego de 241 regletas de colores: 10 regletas naranjas (10cm de longitud), 11 azules (9 cm) ,12 cafés (8 cm), 14 negras (7cm), 16 verde oscuro (6 cm), 20 amarillas (5 cm), 25 rosadas (4 cm), 33 verde claro (3 cm), 50 rojas (2 cm) y 50 blancas (1 cm). Las regletas permiten descubrir relaciones entre ellas las cuales pueden ayudar a comprender las relaciones entre los números.

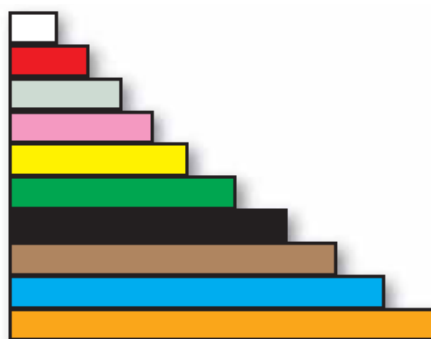


Figura 11: Regletas de Cuisenaire

El tercer material es el “Material Cuadro Color”, el cual fue creado por la uruguaya Teresita González Lavarello, este consiste en un conjunto de piezas que tienen distinto tamaño y color, cada una de ella representa un orden en el sistema de numeración, por ejemplo las figuras rojas representan las decenas y las figuras azules representan las unidades. (Silva & Varela, 2010, p. 31)

El cuarto y último material es aquel que se utilizara en la aplicación de las actividades a lo largo de este trabajo, este es denominado Los *Bloques de Dienes*, este material fue creado por Zoltan Dienes y están compuestos por una cantidad de cubos que dependiendo de su estructura representa un numero en base 10, está compuesta por cubitos, placas, barras y bloques de madera que en algunas ocasiones son en color, con el fin de conseguir un mayor abstracción por parte de quien lo utiliza, cada uno de estos representa un tipo diferente de unidad, es decir, los cubitos representan las unidades, las barras representan las decenas, las placas representan las centenas y los cubos representan las unidades de mil, cada una de estas se encuentra constituida por ranuras de 1cm de distancia para reconocer las unidades por las que esta compuestas cada una. (fig. 7)



Figura 12: Bloques de Dienes

Los *Bloques de Dienes* se basan en dos principios, los cuales se tienen en cuenta para la construcción de modelos para los sistemas de numeración y para los algoritmos para las cuatro operaciones fundamentales (suma, resta, multiplicación y división), estos son:

- El principio de agrupamiento, este se evidencia en la agrupación de una cierta cantidad numérica dado que, a partir de una unidad inferior se pueden construir unidades de nivel superior, por ejemplo, a partir de las barras se forman las placas, o a partir de las placas se forman los cubos.
- El principio de posición, se observa en el momento que se le asigna a un número un valor, dependiendo del lugar donde este se encuentre, con los bloques este principio se evidencia cuando se representa un numero con este y se tiene en cuenta la posición que ocupa en la cifra numérica, debido a que si representa una unidad se

utiliza los cubitos, si representa una decena se utilizan las barras, si representa una centena se utilizan las placas, y si representa una unidad de mil se utilizan los cubos.

Este *material manipulativo* además de ayudar a la comprensión del *valor de posición*, también aporta a la enseñanza de los siguientes aspectos, como lo son los agrupamientos cuantitativos y numéricos, el concepto de unidad, tipos de unidades y orden de unidades, algoritmos de las operaciones aritméticas, doble y mitad, e iniciación a las medidas de longitud, superficie y volumen. (González, 2010, p. 2)

2.1.2. Dimensión matemática

Los sistemas de numeración han sido concebidos de diferentes formas y han tenido un cambio a través del tiempo en su escritura, en los símbolos, en la forma de representación, en su base y en la concepción del *valor de posición*; algunos de estos sistemas fueron importantes para la construcción de lo que hoy se denomina sistema *de numeración decimal*, el cual se define como una estructura matemática que consta fundamentalmente de una serie de elementos que lo conforman, además de unas reglas que permiten establecer operaciones y relaciones entre tales elementos.

El *sistema de numeración decimal* está constituido por un conjunto de números, una colección de símbolos y signos básicos, unas reglas que permiten expresar y representar los números del conjunto de los números naturales, donde los símbolos y los signos básicos del S.N.D son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y 0, y un punto para representar las unidades de mil, de un millón, entre otros. (Bedoya, E & Orozco, M. 1991)

En el *sistema de numeración decimal* se reconocen cuatro propiedades básicas que constituyen al sistema, Cortina (1997) citando a Ross (1989) las menciona:

1. Propiedad posicional: la cantidad representada por un dígito en particular está determinada no solo por su “figura”, sino también por su posición en el numeral.
2. Propiedad de base diez: los valores de la posición se incrementan de derecha a izquierda en potencias de diez.
3. Propiedad multiplicativa: el valor de un dígito se da multiplicando su valor aparente por el valor asignado a su posición.
4. Propiedad aditiva: la cantidad representada por todo el numeral es la suma de los valores representados por cada uno de los dígitos que lo componen.

Para representar un número natural, en el SND, se deben seguir las siguientes reglas: solamente se escriben las cifras que especifican el número de unidades que lo componen. Estas cifras se escriben una tras de la otra, de izquierda a derecha, en relación decreciente con respecto al orden de las unidades. El nombre del número se forma expresando el número de unidades de cada orden que contiene. Estas reglas dotan a cada una de las cifras de un doble valor: el valor correspondiente al número de unidades y el valor relativo al orden. Este último se infiere de la posición que la cifra ocupa en el numeral. (Bedoya, Orozco. 1991, p. 56)

E igualmente el *sistema de numeración decimal*, es un sistema decimal y polinómico, el cual presenta diferencias que pueden convertirse en un obstáculo cuando el estudiante se apropie del sistema en lo referente a la numeración oral y escrita. La primer diferencia, este sistema posee una estructura aditiva y multiplicativa, la segunda diferencia es un sistema polinómico, es decir el valor que representa cada cifra se obtiene multiplicando esa cifra por una potencia de 10. Como por ejemplo ($136 = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 = 100 + 30 + 6$). El SND está compuesto por unos principios que permiten trabajar tanto con números como con su representación, estas han sido elaboradas a través del tiempo y han sido utilizadas para construir un lenguaje matemático. A continuación se mencionan los 3 principios que constituye el *sistema de numeración decimal*:

1. **Principio de orden:** consiste en tener en cuenta que cada uno de los dígitos que conforman un número tiene una ubicación definida, dado que al momento de la escritura esta se hace de derecha a izquierda teniendo en cuenta el lugar que ocupa, el cual puede ser de primer orden (unidades), de segundo orden (decenas), de tercer orden (centenas), de cuarto orden (unidades de millar), entre otras así sucesivamente teniendo en cuenta la cantidad de dígitos que contenga el número. En la siguiente imagen se muestra cuáles son los primeros órdenes de unidades que se utilizan en el sistema de numeración decimal. (fig. 8)

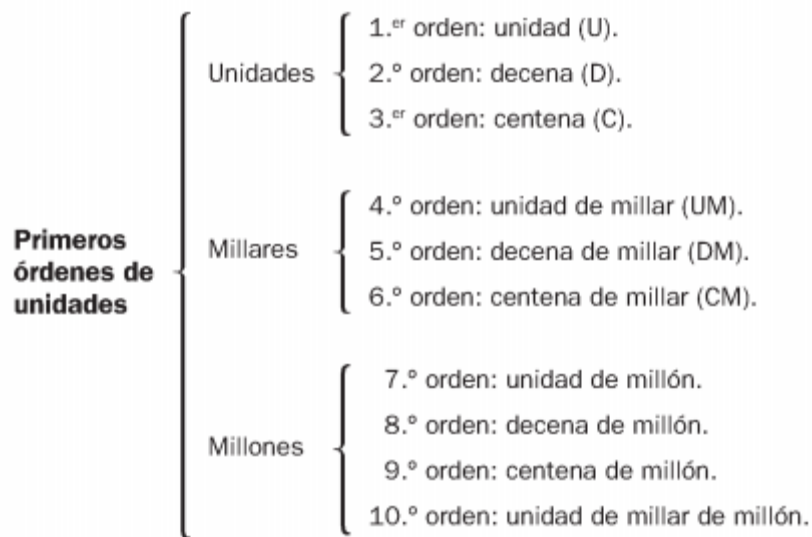


Figura 13: Orden de unidades en base 10

2. **Principio de base:** este indica cómo se deben agrupar las unidades, dado que todos los sistemas de numeración tienen una base que está compuesto por un número entero mayor a la unidad, en el caso del *sistema de numeración decimal* la base es 10 y se sigue de 10 en 10 para así pasar al próximo orden de unidades, es decir, cada vez que se complete un grupo de 10 se pasa al siguiente y así sucesivamente, formando números con dígitos que conforman cifras numéricas cada vez mayores.

En el *sistema de numeración decimal*, cuando se representa 9 o menos unidades, se usa solamente un dígito, el cual ocupa el primer orden (unidades), si se representa de 10 a 99

unidades se hace con dos dígitos y se ocupa el segundo orden (decenas). Esto quiere decir que cada vez que diez unidades se agrupan estas representan un orden diferente. (MEN PERU, 2007, p. 7)

3. **Principio posicional:** todo dígito que conforma un número tiene una ubicación o posición, el cual es denominado *Valor Posicional*, este se determina teniendo en cuenta la ubicación del número en cada uno de los órdenes que se encuentran (unidad, decena, centena...), además de que un número se pueden expresar en forma polinómica según el valor de sus cifras usando como potencias el número que corresponda al orden, y obtener una descomposición aditiva de un número donde se suman las cantidades numéricas de las cifras que lo componen, teniendo en cuenta el *valor de posición* de cada una de ellas.

El *sistema de numeración decimal* se clasifica en dos grupos, el sistema de numeración posicional y el sistema de numeración no posicional.

Sistema de numeración Posicional: se caracteriza porque el valor de un dígito depende del símbolo utilizado como de la posición que ocupa el símbolo en el número.

En este sistema se utilizan símbolos para la unidad y para los números que se encuentran comprendidos entre la unidad y la base que se esté utilizando, así como para la ausencia de unidades en este caso representado por el número cero, la representación de las cifras numéricas en este caso se realiza por medio de las combinaciones entre los símbolos utilizados para las unidades y el cero, así dependiendo del lugar que ocupa cada uno de los signos que representan el número va a hacer referencia a una unidad o a una potencia de diez (decena o centena).

Los sistemas de numeración posicional tienen las siguientes reglas que se cumplen en la representación de los números:

1. Elegido un número $b > 1$ como base del sistema de numeración, se utilizan b símbolos, llamados cifras o guarismos (0, 1, 2, ..., $b-1$) que representan el cero y los primeros números naturales.
2. Cada b unidades simples (de 1^{er} orden) forman una unidad de 2^{do} orden, y se escribe a la izquierda de las unidades de 1^{er} orden. (Principio del valor relativo de las cifras).
3. Cuando no hay unidades de un orden se expresa mediante un 0 en la posición correspondiente.
4. La base b se representa por 10 (unidad de 2^{do} orden); la unidad de tercer orden se expresa como 100 y así sucesivamente. Cid, E. Godino, J. Batanero, C. (2002).

Sistema de numeración no-posicional: se caracteriza porque los dígitos tienen el valor del símbolo utilizado, no depende de la posición que ocupa el número. Algunos de los sistemas de numeración no-posicional son: el sistema de numeración egipcio, el sistema de numeración romano, el sistema de numeración maya y azteca.

Cada una de las propiedades y características que tiene el *sistema de numeración decimal* mencionadas, muestran la importancia que tiene el reconocer cada una de ellas al llevarlas a cabo en el aula de clases, y al momento de la enseñanza y aprendizaje del concepto del *valor posicional*.

2.1.3. Dimensión cognitiva

En cuanto se refiere a la dimensión cognitiva, se reconoce que en la enseñanza y el aprendizaje del concepto *de valor posicional* en los primeros años de escolaridad surgen obstáculos y dificultades. Es por ello que diferentes investigaciones relacionadas a la enseñanza del concepto de *valor posicional* asumen algunos de los resultados de los trabajos de Jean Piaget y sus aportes al campo de la denominada *psicología educativa*, desarrollada en las primeras décadas del siglo XX. En efecto, la teoría del desarrollo cognoscitivo de Piaget, revolucionó las esferas educativas del momento, las cuales estaban inmersas dentro de un pensamiento mecanicista que favorecía los procesos conductuales que reducían al aprendizaje al resultado de asociaciones entre estímulo y respuesta.

Los trabajos realizados con niños en diferentes edades llevaron a Piaget (1952) a conceptualizar los procesos de conservación de la cantidad, correspondencia y equivalencia cardinal y ordinal, al igual que establecer la hipótesis concerniente a la construcción de número como cantidad, la cual va mano a mano con el desarrollo lógico, y la creación jerárquica de sistemas de clases lógicas y relaciones cualitativas. De esta manera, cuando el niño utiliza estos procesos en los conjuntos, determinando las cualidades de sus elementos, podrá separar por clases y establecer relaciones. (Ortiz, 2010, p. 20)

Las investigaciones y la teoría de Piaget plantean que ni la concepción de número, ni el valor posicional, ni las operaciones pueden enseñarse a través de la transmisión directa por parte de un adulto. Los niños tienen que construir su conocimiento lógico matemático a través de su propio pensamiento. Esto lleva a que los niños se sientan libres para crear relaciones, piensen de manera crítica por sí mismos en lugar de seguir reglas o algoritmos que limiten su actividad mental (Kamii & Joseph, 1992).

En la enseñanza del concepto de *valor de posición* se pueden evidenciar algunos obstáculos y errores⁵ por parte de los estudiantes en los primeros años de escolaridad, entre los cuales se encuentran:

- La confusión en la lectura o escritura de los números, dado que ellos pueden presentar falencias al reconocer el valor de un número de acuerdo a la posición que ocupa, o en ocasiones escribir los números de forma incorrecta, como por ejemplo el escribir 45, los niños lo pueden representar como 405.
- Los niños con problemas de aprendizaje presentan dificultad para entender que un objeto puede estar representado con su notación numérica.

⁵ Un obstáculo es un conocimiento que es válido en un determinado contexto, que como tal puede durar mucho tiempo mientras no aparezca un conflicto. (Centeno, 1987, p. 145)

Un error se utiliza en el sentido de concepto equivocado, de juicio falso, contrario a la verdad. Los errores pueden producirse por ignorancia, por dudas o simplemente por casualidad. (Centeno, 1987, p. 146)

- El niño no recuerda los números en el orden correcto, le cuesta saltar de decena e igualmente no determina la posición de un elemento en un conjunto, dado que le da a un número el valor de unidad, y no tienen en cuenta si son números de dos o tres cifras y pueden representar decenas o centenas.
- Los niños presentan dificultad en la comprensión del valor de un número de acuerdo a su ubicación, especialmente con aquellos que contienen la cifra 0, debido a que en cualquier posición que se encuentre el número cero en una cifra numérica, ellos asocian de que este no ocupa ningún valor y que no está compuesto por unidades.

Es por ello que para dar solución a estos obstáculos que se presentan en la enseñanza del *valor posicional* toman como referencia la psicología cognitiva de Piaget, en la cual el pensamiento matemático pasa por distintas etapas, evolucionando desde un pensamiento ilógico e intuitivo a un pensamiento lógico.

Otros referentes teóricos que se conectan con los aportes de la psicología cognitiva de Piaget y que tienen un correlato en la denominada *Teoría del aprendizaje de las Matemáticas* propuesta por Zoltan Dienes, la cual menciona que:

El aprendizaje es un proceso activo, por ello la formación de conceptos se promueve proporcionando un entorno adecuado de aprendizaje con el que los chicos puedan interactuar. El principio dinámico de Dienes era una derivación de esos principios piagetianos. De hecho, Dienes se refirió a las tres etapas de Piaget en la formación de un concepto y las describió como etapa del juego, etapa de la estructura y etapa de la práctica.

Los *materiales manipulativos* se clasifican en diversas categorías, una de ellas es como material específico, los cuales son los portadores de mensajes y están destinados a estimular las diferentes áreas del desarrollo infantil, estas así mismo se caracterizan por ser cognitivas, de la expresión y la comunicación, y socioemocional.

Según Piaget la estructura cognitiva de los niños y de las niñas se desarrolla a partir de la acción de estos sobre los objetos. En este sentido los materiales disponibles en esta área, han de ser numerosos, variados, multifuncionales y diseñados para ayudar a pensar y a razonar de manera lógica, crítica y creativa, así como a conocer el mundo que les rodea. Para la enseñanza de los conceptos es necesario que el maestro tenga presente que estos no se aprenden de memoria sino que se construyen (Concepción, 2006, p. 23).

Los conceptos de número y cantidad se incorporan a estructuras cognitivas en los estudiantes solo cuando ellos realicen una acción concreta con los materiales, como lo es el tocar, manipular, observar, plantearse preguntas que junto con la ayuda de los demás estudiantes y el profesor se puedan dar respuesta.

A través de la manipulación de diferentes materiales el estudiante puede ir construyendo un conocimiento matemático, en el caso de este trabajo de grado el conocimiento que se quiere afianzar es el del *sistema de numeración decimal*, más específicamente el concepto de *valor de posición*, para ello trabajaran una secuencia de actividades con una serie de materiales, entre ellos está el material creado por Zoltan Dienes denominado *Los Bloques de Dienes*.

concepto de *valor de posición*, materiales como billetes, monedas, piedras o canicas permiten evidenciar ello, en este proyecto se utilizarán los *Bloques de Dienes* para proponer actividades que ayuden a la conformación de unidades, decenas, centenas, entre otras.

- La manipulación, la cual se va logrando a través de la interacción del estudiante con el *material manipulativo* que se va a utilizar, a partir de la manipulación él puede expresar oralmente lo que pasa e ir interiorizando los conceptos que vaya adquiriendo a lo largo del uso del material, en el caso de los bloques el estudiante debe primero interactuar libremente con este para que pueda ir identificando sus características, propiedades y como relacionar este material con el concepto de *valor de posición*, ya cuando el estudiante se encuentre familiarizado con los bloques se podrá pasar actividades más complejas, como por ejemplo el representar un número natural de diferentes maneras teniendo en cuenta las características de este.

Es necesario recordar que el trabajo con el material Base Diez no es un fin en sí mismo, ni provoca un paso automático al concepto matemático. Es a través de las actividades realizadas con el material que nuestros estudiantes pueden avanzar en el proceso de abstracción de la representación de números y del sistema de numeración decimal. El material es como un puente para otras representaciones. Así, según el valor de las piezas, se pueden representar los números naturales de diversas formas. (MEN PERU, 2007).

2. **Nivel gráfico:** este se caracteriza porque el estudiante para ir construyendo una imagen mental del conocimiento a adquirir debe primero tener destrezas y prácticas que le permitirá ir elaborando su representación, el cómo sería esta. Este nivel relaciona el proceso matemático de la representación gráfica y simbólica, en el cual cuando el estudiante haya establecido relaciones con todos los objetos con lo que haya interactuado ha podido elaborar un modelo y puede representarlo por medio de diferentes dibujos, esquemas o diagramas, este será escogido de acuerdo al conocimiento a adquirir y que mejor represente, para así pasar a la representación gráfica y se pueda traducir a un lenguaje simbólico matemático que permita otra interpretación de la imagen y se haga una interiorización de lo que el estudiante ha elaborado hasta el momento.

En el caso de los *Bloques de Dienes* la representación gráfica se da cuando los estudiantes por medio de este material pueden representar cierto número de acuerdo a la clasificación del material con respecto a su *valor posicional*, por ejemplo, el número 12 puede representarse gráficamente con doce cubitos que representan la unidad o con una barra de diez unidades y 2 cubitos de una unidad cada uno; luego la representación simbólica se haría cuando se tenga en un caso la representación gráfica y se utilice un lenguaje matemático para interpretar el número natural que se ilustra por medio del material. El registro de ello puede evidenciarse cuando los estudiantes en sus cuadernos muestren gráficamente y simbólicamente las actividades con los Bloques, junto con el conocimiento matemático construido, en este caso el concepto de *valor posicional*.

- 3. Nivel abstracto:** en este no se requiere que haya ninguna manipulación con un objeto en concreto, es decir, el conocimiento se da como una idea generalizada por medio de conceptos, en donde no se requiere ir más allá por medio de la interacción y exploración. Este nivel se relaciona con el proceso de abstracción, donde la construcción de un conocimiento se realiza por medio de deducir, sintetizar, analizar e interpretar todos los elementos que intervienen en su elaboración.

El uso de los *Bloques de Dienes* le permite al estudiante hacer experiencias mentales a su medida y desarrollar de este modo su capacidad de razonamiento abstracto. Esta es una actividad importante que fomenta la observación, la experimentación y la reflexión necesarias para construir sus propias ideas matemáticas, permitiendo el paso de lo concreto a lo abstracto y viceversa. (MEN PERU, 2007).

Puede señalarse que la construcción de un conocimiento matemático, en este caso el *valor posicional*, por medio de un material concreto como los *Bloques de Dienes* debería ir mediado por la relación de unos niveles de desarrollo de pensamiento, que junto con los procesos de aprendizaje matemático le permitirá al estudiante ir paso a paso construyéndolo.

2.1.4. Dimensión didáctica

Un análisis didáctico del concepto de *valor posicional* podría ser útil para identificar y caracterizar una serie de fenómenos relativos a su enseñanza en un contexto escolar. Diversos autores en sus trabajos han dado cuenta de obstáculos didácticos, errores, dificultades⁶ y de las diferentes formas de enseñanza del *valor posicional* en la escuela.

En primer lugar se encuentran una serie de estudios de varios autores con respecto a la comprensión infantil del valor de la posición, estos se encuentran en el trabajo “Construcción del conocimiento matemático (1994)” en el artículo Valor de la Posición y Adición en doble columna, estos trabajos eran puestos en práctica en estudiantes de diferentes escuelas y países, en donde el objetivo principal era saber cuáles eran las concepciones que ellos tenían acerca del *valor posicional*, para ello utilizaron diversas actividades con ayuda de recursos (lápiz y papel, manipulativos) que eran implementados por los investigadores hacia los estudiantes para así realizar las observaciones correspondientes y sacar resultados o conclusiones sobre lo que saben o no del *valor posicional* y poder ver las falencias, limitaciones o errores que tienen en la concepción de este concepto y poder emplear una metodología que permita una mejor comprensión del tema.

⁶ Una dificultad es algo que impide ejecutar o entender pronto una cosa. Las dificultades pueden proceder de diversas causas, relacionadas con el concepto que se aprende, con el método que utiliza el maestro, con la preparación anterior del alumno o con su propia disposición de aprender. (Centeno, 1987, p. 144)

El segundo trabajo se denomina “Place Valué- Activity Package” del autor Manuel Silva (2005), en donde menciona la importancia de la comprensión del *valor posicional* en los primeros años, debido a esto el concepto es fundamental en la enseñanza de las matemáticas en la escuela, por lo cual se deben articular los conceptos matemáticos y no enseñarse aisladamente a lo largo del año escolar.

Este autor menciona que al momento de enseñarle el *valor de posición* a los estudiantes se debe tener en cuenta el valor relativo de los números, debido a que el estudiante puede escribirlos pero no comprender el valor que cada número representa según su posición.

Un estudiante puede ser capaz de contar hasta 100 pero puede no ser capaz de ver que 23 es lo mismo que dos grupos de diez y tres unidades o un grupo de diez y 13 unidades. Ellos pueden ser capaces de contar artículos individuales pero tienen dificultad para contar grupos de objetos. (Silva, 2005. p. 3).

En este trabajo también se mencionan tres niveles que deben desarrollar los estudiantes para el desarrollo de la base 10, el primer nivel es denominado: el concepto inicial del 10, en donde menciona que el estudiante no ve al número diez como una colección de objetos, sino que este se centra en cada uno de los elementos que este compone, para poder así que él llegue a identificar las unidades que se encuentran del 1 al 10.

El segundo nivel se denomina: el concepto intermedio del 10. Aquí el estudiante ya ve al número 10 como una unidad, una unidad que está compuesta de diez unidades, aquí el estudiante es dependiente del tipo de representación que escoja para poder trabajar con este grupo de unidades.

El último y tercer nivel es el llamado: el concepto fácil del 10. Aquí el estudiante ya ha adquirido una comprensión del número 10 y lo empieza a utilizar en las diferentes operaciones como los son la adición y la sustracción, sin ayuda de diferentes representaciones concretas, sino solamente con la ayuda simbólica ellos pueden representar decenas y centena más fácilmente. En este orden de ideas, puede señalarse que:

Con el fin de desarrollar conceptos de valor posicional, las actividades deben involucrar modelos concretos, practicar el valor de posición mediante lenguaje oral, ilustraciones y símbolos. Las actividades deben centrarse en uno o más de los siguientes componentes principales, como los son la agrupación de actividades, dando nombres orales para números y símbolos escritos para los conceptos. (Silva, 2005. p. 3).

Otro trabajo que aborda el asunto de la enseñanza del concepto del *valor posicional* es la tesis de maestría de José Luis Cortina (1997) titulado “Conceptualización y operación del valor posicional en diferentes situaciones. Un estudio con niños y niñas mexicanos de segundo, tercer y cuarto grados”, en donde cita el trabajo de Jones que habla sobre que los estudiantes debían tener en cuenta cuatro habilidades que estaban muy relacionadas con el concepto de valor posicional, los cuales eran: contar, partir, agrupar y relacionar números, a partir de estos el autor crea cinco niveles de desarrollo basados en el valor posicional, los cuales son:

Nivel 1: previo al valor posicional

En este primer nivel el estudiante debe ser capaz de operar con unidades simples que abarcan en primer lugar el conteo, es decir, contar de uno en uno una cantidad dada, hasta llegar a uno que parta de diez en diez; el segundo, es la partición, aquí el estudiante puede realizar conteos de diez en diez y más fácilmente puede formar números que se les pidan; en tercer lugar, se encuentra el agrupamiento, aquí cada uno de ellos es capaz de utilizar como bases diferentes números para poder realizar un conteo más fácilmente de un número; y el último nivel, es de relacionar número, aquí cada estudiante ya será capaz de ver el orden de un número ya sea mayor, menor o igual que una cantidad de base 10.

Nivel 2: inicio del valor posicional

Así como en el primer nivel se tuvieron en cuenta las cuatro habilidades básicas para entender el valor de posición, en este nivel es igual, con la diferencia de que aquí ya no se utilizan unidades simples, sino grupitos de diez, la cual se toma como unidad compuesta.

Nivel 3: desarrollando el valor de posicional

En el mismo sentido de los dos anteriores niveles, este también toma en cuenta cada una de las habilidades, en este caso ya se toman como operaciones con dos cantidades, en la que los estudiantes pongan en evidencia los conceptos de decenas y que puedan componer y descomponer cada una de ellas en unidades simples.

Nivel 4: valor posicional extendido

En este nivel se desarrollan las cuatro habilidades pero con operaciones de tres dígitos en la que los estudiantes pongan en evidencia el uso de las centenas, con la descomposición y composición de números en unidades simples, ya sea en unidades o en decenas.

Nivel 5: valor posicional esencial

En este nivel los estudiantes ya deben comprender el valor posicional a la perfección, que ellos sean capaces de manejar números de uno, dos o tres dígitos, y que las cuatro habilidades las puedan aplicar a números de cuatro o más cifras, a través de la composición y descomposición de números, ya sea de unidades, decenas, centenas u otros en base 10.

Todos estos niveles de estudio sirven para que cada uno de los estudiantes pase por un continuo seguimiento y un continuo aprendizaje del concepto de *valor posicional*, así como lo menciona el autor:

Se descubrieron que los niveles de dificultad sobre los que se basaban los problemas que le planteaban a los sujetos, eran consistentes, dado que si un estudiante podía resolver un problema de cierto nivel, también podía resolver los de los niveles anteriores. De igual forma, si era incapaz de responder un problema, tampoco podía con los niveles superiores. (Cortina, 1997. p 41)

En lo que respecta a la enseñanza de la numeración con material manipulativo se encuentra un trabajo denominado “Los materiales concretos en la enseñanza de la numeración” de los autores Alicia Silva y Carlos Varela (2010). Los autores presentan un análisis de diversos materiales que son utilizados para la enseñanza del sistema de numeración decimal, como lo son: el ábaco, las regletas de Cuisenaire, las plaquetas de Herbinier Lebert, ataditos, bloque multibase de Dienes, material cuadro color y bandas numéricas figurativas. Allí se

muestran los aportes y ventajas de la implementación de este material, así como las desventajas que cada uno de estos puede traer a los estudiantes al momento de la enseñanza del *sistema de numeración decimal*. Este documento es relevante para los profesores de matemáticas porque les permite realizar una observación de cual material es más conveniente de utilizar en sus clases al momento de introducir esta temática y no pueda traer limitaciones al aprendizaje en sus estudiantes.

El último trabajo que se referencia es uno realizado en el Perú llamado “Leemos números y los representamos” (2007), este fue diseñado por el Ministerio de Educación Nacional de este país, este documento busca que los docentes reflexionen acerca de las situaciones cotidianas en las que los niños y niñas usan el sistema de numeración decimal, la representación, lectura y escritura de los números naturales, además de que conozcan y se apropien de las estrategias implementadas con el uso del material Base Diez aplicadas a la realidad multigrado, y por último que compartan experiencia que evidencien buenos resultados en el uso del material Base Diez para incorporarlas a su práctica diaria. En este documento referencian a los Bloques de Dienes y muestran cada una de las 4 representaciones por las que están formadas:

1. Los cubitos que representan una unidad. (fig. 15)



Figura 15: Representación de las unidades en los Bloques de Dienes

2. Las barras que representan las decenas, y así mismo una decena está compuesta por 10 unidades. (fig. 16)



Figura 16: Representación de las decenas en los Bloques de Dienes

3. Las placas que representan las centenas, y estas se pueden encontrar conformadas por 10 decenas o por 100 unidades. (fig. 17)



Figura 17: Representación de las centenas en los Bloques de Dienes

4. Los cubos que representan las unidades mil, y estas a su vez están conformadas por 10 centenas, o 100 decenas, o 1000 unidades. (fig. 18)



Figura 18: Representación de las unidades de mil en los Bloques de Dienes

2.1.5. Dimensión curricular

La enseñanza de los *sistemas numéricos* ha sido una parte esencial de la educación matemática desde los primeros niveles a través de la historia, porque las matemáticas que se estudian desde preescolar hasta la educación básica media están cimentadas en los sistemas numéricos (naturales, enteros, racionales y reales). Es por eso que los estudiantes deberán enriquecer progresivamente su comprensión de los números; esto implica saber qué son los números, como se representan con objetos, símbolos numéricos o sobre la recta numérica, cómo se relacionan unos con otros, el tipo de estructura que forman, y cómo se usan los números y las operaciones para resolver problemas. (Cid, Godino y Batanero, 2002, p. 1). Los dos documentos planteados por el Ministerio de Educación Nacional,

muestran al *sistema de numeración decimal*, más concretamente el concepto de *valor posicional* de una manera poco relevante en la enseñanza y comprensión de los *sistemas numéricos*.

Por un lado, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) plantean la importancia del pensamiento numérico como una herramienta que les permite a los estudiantes tomar decisiones y procesar información en aspectos de su vida cotidiana. El concepto de *valor posicional* es tomado en este referente como una de las tres destrezas o actividades que junto con el contar y agrupar ayuda a los estudiantes a comprender el *sistema de numeración*, en este sentido los Lineamientos plantean:

Antes de la enseñanza formal del valor posicional, el significado que los niños le atribuyen a los números mayores se basa normalmente en la cuenta y en la relación uno más que, que se da entre dos números naturales consecutivos. Ya que el sentido del valor de posicional surge a partir de la experiencia de agrupamiento, la adquisición de la destreza de contar debe ser integrada en significados que se basen en el agrupamiento. Los niños serán entonces capaces de usar y comprender procedimientos de comparación, ordenación, redondeo y manejo de números mayores.

También los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) mencionan el concepto de valor posicional en la parte que corresponde de primero a tercero, en la coherencia horizontal correspondiente al Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos como:

- Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas- para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.
- Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas- para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.

A partir de estos referentes curriculares que son tomados como base para la construcción de un currículo de matemáticas se pueden decir que la enseñanza y comprensión de los *sistemas numéricos* y del concepto de *valor posicional* son tomados muchas veces como un asunto de menor importancia, es por ello que:

El problema de la contextualización del sistema numeración decimal; en buena parte está asociado al hecho de no establecerse desde el currículo y la práctica del aula un verdadero reconocimiento de las operaciones y el reconocimiento de la estructura matemática del sistema de numeración, la conformación de unidades de diferente orden, la descomposición de cantidades variando la unidad y estableciendo equivalencias entre estas, la importancia del valor posicional en la escritura, comparación, relaciones de orden y en los procesos aditivos y multiplicativo. (García; Cuesta; De los Ríos; Escobar; Sánchez, 2007).

Rico (1997) da importancia al uso de recursos y materiales didácticos en el aula al considerarlos como uno de los organizadores del currículo, es decir, una componente fundamental para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas, dado que por su diversidad pueden emplearse en la enseñanza de casi cualquier tópico.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1 EL ESTUDIO DE CASO

Para el desarrollo de este trabajo se propone un *estudio de caso*, el cual se considera como una metodología de investigación cualitativa sobre un sujeto u objeto en específico, este utiliza diferentes instrumentos de investigación, cuestionarios, observaciones al participante, protocolos sobre las observaciones; se debe tener en cuenta que el investigador debe reconocer desde un inicio, el sujeto u objeto de estudio, este puede ser una persona, una organización, un programa de estudio, un acontecimiento en particular o una unidad de análisis documental.

Es oportuno señalar que *Estudio de Caso*, parte del supuesto de que es posible conocer un fenómeno estudiado partiendo de la explicación intensiva de la unidad de análisis, donde el potencial heurístico está centrado en la relación entre el problema de investigación y la unidad de análisis, lo que facilita la descripción, explicación y comprensión del sujeto/objeto de estudio

Existen diferentes criterios epistemológicos para entender y fundamentar el *Estudio de Caso*, entre estos se encuentra la categoría explicación-comprensión. La categoría de explicación hace referencia al criterio de verdad desde la correspondencia de los “hechos” con el pensamiento y la lógica explicativa causa-efecto, también usa el modelo de análisis matemático como código de expresión de los resultados, la categoría de comprensión tiene una modalidad interpretativa a partir de la explicación analógica de la “realidad”. El estudio de caso puede quedar inscrito dentro de estas dos formas epistemológicas de clasificar las metodologías de investigación. A saber, hay Estudios de Caso explicativos y otros en la modalidad comprensiva (Stake, 1999).

En general, el *estudio de caso* que se propone corresponde a la categoría de los *descriptivos*. Estos estudios son más focalizados que los casos explicativos, su propósito es dar cuenta de una situación problemática en términos de una lógica centrada en un análisis primario del sujeto/objeto de estudio. De manera puntual, el estudio de caso propuesto es de tipo *exploratorio* habida cuenta que apunta, antes que a ilustrar, a generar hipótesis para investigaciones posteriores.

Es por ello que seleccionamos esta opción, para analizar algunos fenómenos didácticos en relación con el aprendizaje y enseñanza del concepto de valor posicional cuando se integran materiales manipulativos, en el grado segundo de educación básica del Colegio San Ambrosio de Milán de la ciudad de Cali.

3.2 DISEÑO DEL ESTUDIO DE CASO.

3.2.1 Definición de criterios y diseño de las situaciones problema relativos al concepto de valor posicional.

Los criterios se soportan en los hallazgos de las investigaciones en didáctica de las matemáticas y en las propuestas relativas a la integración de materiales manipulativos en la enseñanza y aprendizaje de los sistemas numéricos. Incluyen entre otros:

1. El concepto del *valor posicional* debe plantearse en el contexto del trabajo con el *sistema de numeración decimal*, debido a que una de las propiedades que posee este sistema, es la posicional, la cual menciona, que la cantidad representada por un dígito particular está determinada no por su figura, sino también por su posición en el numeral, es decir, que de acuerdo a la posición que tome un número así mismo será el valor que se le dé en la representación o lectura de este.
2. Este concepto se trabaja a partir del segundo grado de educación básica, de acuerdo a lo que se presenta en los estándares básicos de educación en matemáticas en Colombia, el cual se presenta en el nivel de primero a tercero en el pensamiento numérico, el cual menciona: “*Uso de representaciones-principalmente concretas y pictóricas-para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal*”.
3. Existe variedad de *materiales manipulativos* que se suelen utilizar para la enseñanza y aprendizaje del concepto de *valor posicional* entre ellos están: las regletas de Cuisenaire, el ábaco, los bloques de Dienes, cada uno de estos materiales tienen características diferentes algunos son más precisos para la enseñanza y el aprendizaje del concepto de *valor posicional*. Teniendo en cuenta la serie de *materiales manipulativos* que se utilizan para la enseñanza del concepto de *valor posición*, se seleccionan los *Bloques de Dienes*, debido a que está diseñado específicamente para comprender los *sistemas de numeración* y apreciar con claridad sus características, es decir el estudiante puede apreciar las unidades, decenas y centenas, a través de una representación concreta, en este caso por medio de cubos (unidades), barras (decenas), placa (centena).

3.2.2 El Contexto

La presente investigación está enmarcada en el contexto del *Laboratorio de Matemáticas de la Universidad del Valle* (LabMatUV⁷), por la principal característica que señala la vinculación entre los contextos de las matemáticas experimentales y el uso de materiales manipulativos para la puesta en práctica de las tareas diseñadas.

El Laboratorio de matemáticas es una estrategia pedagógica de utilización del material, en la que se encuentra un conjunto de actividades matemáticas para ser desarrolladas autónomamente por los participantes a través del uso de variados materiales, proceso que proporciona un ambiente de aprendizaje en el que se genera la relación entre actividad matemática y material manipulativo, relación que contribuye a la construcción y fundamentación de pensamiento matemático. (Arce, 2004. p. 2)

Las tareas matemáticas que se desarrollan en el marco del Laboratorio de Matemáticas poseen un carácter recreativo, lúdico y experimental, las cuales se desarrollan con la ayuda de materiales manipulativos. La analogía entre las tareas matemáticas y los

⁷ El Laboratorio de Matemáticas del Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, (LabMatUV), Cali, Colombia, es una estrategia didáctica de acompañamiento al diseño y uso de materiales, medios, recursos manipulativos y “recursos pedagógicos” en el estudio de la actividad y experimentación matemática desarrollada autónomamente por cada participante.

materiales manipulativos desarrollan un ambiente para “Hacer Matemáticas”, es por esto que estas tareas permiten al estudiante, asumir una postura investigativa, en la que él pueda llevar a cabo la formulación y resolución de problemas, además le permite realizar procesos de experimentación y asumir procesos de colaboración y de socialización. El Laboratorio de Matemáticas muestra la necesidad de emplear materiales manipulativos para favorecer, facilitar y estimular el pensamiento matemático.

3.2.3. Participantes en el estudio.

En el desarrollo de las tareas diseñadas participaron 13 estudiantes del grado segundo de educación básica primaria del Colegio San Ambrosio de Milán, el cual se encuentra ubicado en el Barrio Los Andes, es una institución de carácter privado, las edades de los estudiantes del grado segundo oscilan entre 7 y 8 años. En la secuencia de tareas se trabajaron cinco clases de actividades como lo fueron: la exploratoria, actividad de canje, actividad de partición, actividades de agrupamiento y actividades de relación. En la actividad exploratoria se trabajó con trece estudiantes, luego se tomó una muestra de 4 estudiantes para la realización de las siguientes actividades, puesto que el trabajo en grupo no facilitó la realización de las tareas debido a la falta de material. Para escoger la muestra de los cuatro estudiantes se tuvo en cuenta el desempeño en la fase exploratoria de cada uno de ellos, entonces se tomaron dos estudiantes con desempeño alto y dos estudiantes con desempeño bajo.

3.3 Elaboración de instrumentos para la gestión de las situaciones diseñadas y para la recolección de información.

Este proceso soporta en una variación del trabajo con fichas propuesto por Luc Trouche (2004) en relación con la integración de *materiales manipulativos*. Así se tiene pensado diseñar y usar las siguientes fichas:

- La *ficha del profesor*, esta le permite al profesor tener información precedente de los problemas matemáticos y las posibles dificultades didácticas que se pueden presentar en las actividades e igualmente tener claro los objetivos y motivaciones pedagógicas de las actividades.
- La *ficha del estudiante*, le brinda el contenido de la actividad es decir, el enunciado o las actividades que debe desarrollar.
- La *ficha de la experimentación*, permite analizar, criticar, el diseño y el tipo de recurso, en la realización de un nuevo diseño, tener presente estas observaciones y críticas.
- La *ficha de identificación*, se caracteriza por suministrar información sobre el nivel de enseñanza, el contenido de los recursos, los objetivos, general y específicos de las actividades, palabras claves, esta ficha permite identificar los materiales necesarios para la exploración de las actividades.
- La *ficha técnica*, se caracteriza por dar información acerca del recurso, sus características el modo de uso, entre otros; *escenarios de usos*, indica la actividad o actividades a realizar etapa por etapa, propone una organización del tiempo y el espacio de los diferentes modos de integrar las herramientas que se usaran para el desarrollo de la actividad.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, se presenta el tipo de secuencia de tareas que se llevaron a cabo en el grado segundo de educación básica primaria del Colegio San Ambrosio de Milán.

Las tareas que se plantearon siguen un continuo, en donde se tuvo en cuenta las etapas y conceptos por la cual el estudiante en este grado de escolaridad debe pasar para comprender el concepto de *valor posicional*, el material que se ha escogido para llevar a cabo este conocimiento son los *Bloques de Dienes*, dado que es un *material manipulativo* que sirve de facilitador entre los conceptos matemáticos que están relacionados con el concepto de *valor de posición*, además este sirve de puente en la representación de los números y del *sistema de numeración* a través de un proceso de abstracción que realiza el estudiante a través del desarrollo de las actividades que se realicen con los bloques.

Los tipos de tareas que se trabajaron se clasificaron en 5:

- La primera es la tarea de exploración.
- La segunda es la tarea de canje.
- La tercera es la tarea de partición.
- La cuarta es la tarea de agrupación.
- La quinta es la tarea de relación.

Todas estas tareas se realizan con el fin de que el estudiante comprenda el concepto de *valor posicional* a través de la integración de *material manipulativo*, que en este caso son los *bloques de Dienes*.

“Para llegar al dominio del *sistema decimal* resulta fundamental en que el alumno realice y establezca particiones, agrupaciones y relaciones entre los diferentes elementos constitutivos de un número” (González, p. 7)

A continuación se presenta cada una de las tareas llevadas a cabo con los estudiantes, así como la ficha del estudiante en donde se consigna los registros escritos realizados por los estudiantes en la resolución de cada uno de los problemas propuestos.

3.3.1. Tarea exploratoria

El llevar a cabo primero esta actividad con los estudiantes se da debido a que, ellos no han trabajado con los bloques de Dienes, no han tenido la oportunidad de manipularlo, ni de trabajar el concepto de valor posicional con este. En esta primera actividad se les propone a los estudiantes que trabajen libremente con el material, que lo manipulen e interactúen con él y creen diferentes figuras, para que así se familiaricen con este, conozcan sus propiedades y sus dimensiones y lo tengan en cuenta para cuando lo utilicen en las siguientes actividades.

3.3.2. Tareas de canje

En este segundo tipo de actividad, luego de que los estudiantes han observado y reconocido las características y la funcionalidad del material, se pasó a realizar las tareas que conciernen a la enseñanza del concepto del *valor posicional*.

En la tarea de canje los estudiantes debieron pasar de un sistema de representación a otro, es decir, debido a que los bloques de base diez se manejan por unidades, barras y placas, las tareas se plantearon de tal forma que el estudiante logró realizar agrupaciones de 10 en 10 (fig.19.), además cambiar de representación al momento de haber culminado un grupo,(fig.20), esto con el fin de que asocien cierta cantidad a un bloque y pueden representar de varias formas una cifra numérica e ir integrando los conceptos de unidad, decena y centena.

Al terminar este tipo de actividad los estudiantes según su progreso, debieron darse cuenta que un número tiene diferentes formas de representación. Se presenta algunos avances:

UNIDAD A DECENA



Figura 19: Agrupaciones y cambio de representación.

DECENA A CENTENA

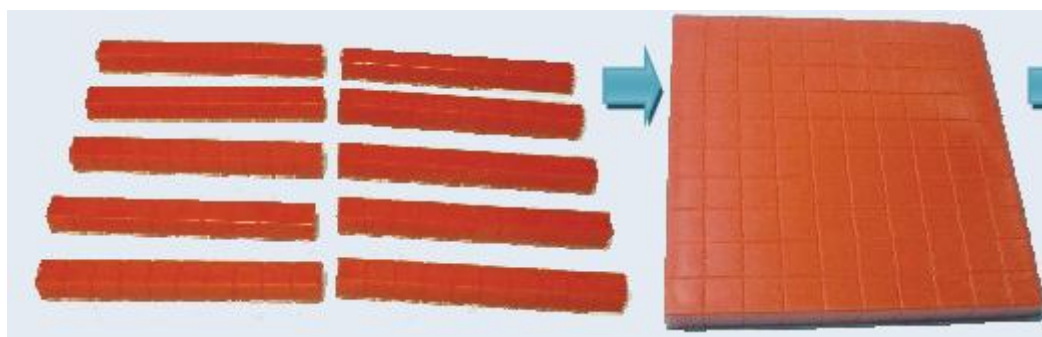


Figura 20: Cambio de representación con los Bloques de Dienes.

3.3.3. Tareas de partición

Esta tarea les permite a los estudiantes pasar a un siguiente nivel, denominado nivel gráfico o de simbolización, en el cual ellos han pasado de solamente manipular los *bloques de Dienes* a dar una representación simbólica por medio de este, en el caso de estas se hará un uso de lenguaje matemático, debido a que el estudiante debe relacionar un tipo de material a un número y descomponer cada cifra de diferentes maneras y colocar en práctica el cambio de representación, debido a que estas actividades le mostraran al estudiante como pasar de un lenguaje matemático a uno representacional por medio de un material y viceversa, y poder observar el paso de uno al otro. Este tipo de tarea tiene como fin que el

estudiante siga en el camino de construir su conocimiento acerca del concepto de *valor de posición* y puedan representar gráficamente los números por medio de *un material manipulativo*.

“A partir de la manipulación, los acercamos al conocimiento conceptual del sistema de numeración decimal y entramos en un proceso de representación simbólica que inicialmente debe ser gráfica, relacionada con la manipulación. Los niños y niñas representan lo realizado a través de dibujos, diagramas y esquemas. En este caso se representan gráficamente los números, usando el material Base diez o cualquier otro material similar”. (MEN PERU, 2007, p. 20)

3.3.4. Tareas de agrupamiento

Esta actividad le permitirá al estudiante afianzar más el anterior nivel, debido a que en estas se implementa el lenguaje propio del *sistema de numeración decimal*, como lo es las decenas y centenas, así el estudiante puede ir relacionando las actividades anteriormente realizadas y darse cuenta que cada uno de los *bloques de Dienes* corresponde a un valor, aquí también se le dará a conocer al estudiante el valor del cero y el valor que tiene un número dependiendo de la posición que este ocupa.

“Las actividades de agrupación pretenden que el alumno componga un número a partir de sus unidades constitutivas como la composición de un número a partir de sus unidades” (González, D. p 7)

3.3.5. Tareas de relación

El estudiante a través de las tareas realizadas anteriormente ha ido creando conceptos como el de decena y centena, ellos aquí han pasado a un nivel denominado abstracto, donde descubren nociones y conceptos relacionados con el *sistema de numeración decimal*.

“Los estudiantes incorporan el concepto a su estructura mental mediante un proceso de abstracción que requiere modelos. El estudiante comunica sus ideas mediante un modelo, que es la representación de un concepto matemático. Cuando los conceptos se han consolidado en su estructura mental, los estudiantes están en condiciones de emplearlos como elementos concretos”. (MEN PERU. 2007, p. 21)

Las tareas que se les plantearon a los estudiantes en esta sección continuaron con la relación de un número a una posición dada por el *sistema de numeración decimal*, aquí los estudiantes deben ir creando un concepto de *valor de posición* a un número e ir identificando que un número cambia de valor cuando su posición cambia en una cifra numérica. Estas tareas relacionan las cifras que componen un número, para que así se puedan realizar composiciones de ellos, así como las relaciones de orden más usadas como lo son mayores y menores que.

Teniendo en cuenta estos cinco tipo de tareas así mismo se plantean las tareas, vale aclarar que cada una de las tareas que se plantearon no se realizaron con los estudiantes, debido a

que se escogieron solamente aquellas que abarcan el tema y en las que se pueda integrar la manipulación con el *material manipulativo*, en este caso *Bloques de Dienes*, a estas tareas se les adjunta la ficha del profesor, la ficha de identificación y la ficha técnica, la ficha del estudiante será en donde se consigna la tarea que se les practicó a los estudiantes, todo esto con el fin de que futuros docentes en ejercicio puedan aplicarlas en sus aulas de clases y conozcan de antemano algunas dificultades, limitaciones o ventajas de integrar *el material manipulativo* en la enseñanza del concepto de *valor posicional*.

3.4 Gestión del diseño y recolección y sistematización de la información.

Las tareas diseñadas fueron realizadas en el Colegio San Ambrosio de Milán en la ciudad de Santiago de Cali, a través de un trabajo conjunto entre profesores e investigadores quienes previamente conocieron los diseños y los instrumentos de recolección de información. También se espera utilizar otras estrategias para la sistematización de la información y análisis de las mismas, que incluyen grabaciones y videos, entrevistas semi-estructuradas y estructuradas que se soportan en los referentes teóricos del trabajo de grado.

3.4.1. INSTRUMENTOS

En esta sección se muestran los diferentes instrumentos que apoyaron la recolección de la información. Entre estos están las producciones escritas de los estudiantes, el material manipulativo, una cámara fotográfica y de video.

A continuación se describen cada uno de los elementos utilizados en este proyecto:

- **Producciones escritas de los estudiantes**

Cada una de las tareas que se realizaron a los estudiantes están consignadas en la ficha del estudiante, donde siguiendo el continuo y el tipo de tarea, se evidenció como los estudiantes representan cada uno de los números a través del *material manipulativo*, así como las diferentes concepciones de ellos con respecto a lo que se les está preguntando en la tarea, para así poder analizar y observar las falencias, las limitaciones o ventajas que se tiene en la enseñanza del concepto de *valor posicional* con la integración de *material manipulativo*.

- **Recursos tecnológicos**

El instrumento tecnológico que se utilizó para el registro de información fue una cámara fotográfica y de video. Esta registró en cada una de las sesiones trabajadas con los estudiantes, la manipulación del material y el desarrollo de la tarea en las fichas. Este recurso también ayudó a observar los diferentes puntos de vista y concepciones de los estudiantes mientras resolvían las tareas, debido a que este instrumento ayudó a evidenciar las conversaciones y acciones que ayudaron a observar, analizar y complementar las producciones escritas dadas por los estudiantes.

- **El material manipulativo**

El *material manipulativo* con el que se trabajó fueron los *Bloques de Dienes*, este fue construido teniendo en cuenta el material con el que se iba a realizar, este debía ser durable y que soportara una constante manipulación por parte de los estudiantes, además de que se debía evidenciar cada una de las unidades por las que estaba conformadas las barras y las placas. Los palos que se utilizaron para la construcción del *material manipulativo* son hechos en pino, los cuales tenían 1cm de ancho y un largo de un metro y medio. Los pasos que se siguieron para construir las unidades, las decenas y las centenas fueron los siguientes:

- Para la construcción de las unidades, se tomó cada uno de los palos de pino y se les trazo medidas de un centímetro (1cm) a cada lado, para luego proceder a cortarlos con ayuda de una segueta, debido a que al momento de sacar las unidades, estas quedan con algunos pedazos de material, se utiliza la lija para pulir cada una de ellas.
- Para la construcción de las barras, se miden 10cm a cada lado del palo de pino, para luego con ayuda de la segueta cortarlos, luego con ayuda de la misma se le hacen las marcas de 1cm para reconocer las unidades en la barra, y por ultimo con la ayuda de la lija se ajustan detalles.
- Por último, para la construcción de las placas, se utilizaron tablas de una medida de 10 x 13.5 cm. Luego, con ayuda de la segueta se le realizan las marcas de a 1cm para representar las 100 unidades de la que está compuesta la placa.

Al finalizar la construcción de todo el material, se obtuvieron 238 unidades, 32 barras y 3 placas, las cuales serán utilizadas por cada uno de los estudiantes de grado segundo del colegio San Ambrosio de Milán, en cada una de las actividades a realizar por ellos.

El tiempo que se requirió para la elaboración de los Bloques de Dienes fue de aproximadamente 3 días y los costos fueron los siguientes:

CANTIDAD	DETALLE	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
5	Palos de pino de un metro y medio de largo.	\$1500	\$7500
4	Tablas de 10 x 13,5cm	\$1200	\$4800
1	Lija	\$800	\$800
TOTAL			\$13100

Tabla 1: Precios de la construcción de los Bloques de Dienes.

3.4.2. CATEGORIAS DE ANÁLISIS

Para la recolección y sistematización de la información se diseñó una rejilla de análisis, en donde se evidencian los aspectos que se esperan encontrar en la realización de cada una de las tareas, para ello se toman como referencia los tres niveles de conocimiento por los cuales los estudiantes deben pasar al momento de la enseñanza y el aprendizaje del concepto del *valor de posición*, en cada uno de estos niveles se tienen varios puntos a analizar sobre el concepto a estudiar, así como el de la integración del *material manipulativo* con los estudiantes de grado segundo del colegio San Ambrosio de Milán.

NIVEL CONCRETO	NIVEL REPRESENTACIONAL GRAFICO	NIVEL ABSTRACTO
1. Diferentes maneras o formas que el estudiante puede representar numerales con el <i>material manipulativo</i> .	1. Relación entre el conocimiento de estudiante y el <i>material manipulativo</i> . 2. Diferentes maneras o formas con la que el estudiante representa en el tipo de actividad. 3. Representación de numerales a través de <i>material manipulativo</i> .	1. Reconocer el concepto de <i>valor posicional</i> . 2. Trabajo en símbolos matemáticos con respecto al concepto de valor de posición. 3. Reconocer algunas limitaciones y alcances en el uso de material manipulativo por parte de los estudiantes en la comprensión del concepto de valor de posición.

Tabla 2: Categorías de análisis.

Con base a la anterior rejilla y los aspectos que se analizaron en los niveles, se observó a cada uno de los estudiantes y se analizaron los protocolos de observación, trabajo que evidenció como cada uno de ellos trabaja en la actividad y hace uso del material, además se hicieron registros fotográficos donde muestra el trabajo de los estudiantes en los espacios seleccionados para la realización de las fichas con la integración del *material manipulativo* en la enseñanza del concepto de *valor posicional*.

3.4.3. SESIONES DE TRABAJO

Cada una de las sesiones de trabajo se realizaron con los estudiantes de grado segundo del colegio San Ambrosio de Milán, en la primera sesión que corresponde a la tarea exploratoria se trabajó con los 14 estudiantes, igualmente en la segunda sesión del desarrollo de la tarea de canje se trabajaron con los mismos estudiantes, en la tercera y

cuarta sesión se trabajaron con 4 estudiantes que se escogieron según sus habilidades y desempeños durante las dos sesiones anteriores.

A continuación se muestra en una tabla la distribución de cada una de las sesiones de trabajo con los estudiantes, así como el tipo de tareas que se trabajó en ellas, el tiempo requerido y el material utilizado.

DIA	TAREA	MATERIALES	TIEMPO
NOVIEMBRE 14 – 2012	Tarea exploratoria Parte 1	<ul style="list-style-type: none"> • Bloques de Dienes. • Ficha del estudiante. • Cámara fotográfica. 	1 hora.
NOVIEMBRE 15 - 2012	Tarea exploratoria Parte 2	<ul style="list-style-type: none"> • Bloques de Dienes. • Ficha del estudiante. • Cámara fotográfica. 	1 hora.
NOVIEMBRE 20 - 2012	Tarea de canje “De 10 en 10” Parte 1	<ul style="list-style-type: none"> • Bloques de Dienes. • Ficha del estudiante. • Cámara fotográfica. 	1 hora.
NOVIEMBRE 21 - 2012	Tarea de canje “De 10 en 10” Parte 2	<ul style="list-style-type: none"> • Bloques de Dienes. • Ficha del estudiante. • Cámara fotográfica. 	1 hora.
NOVIEMBRE 28 - 2012	Tarea de Partición “Vamos a jugar” Parte 1	<ul style="list-style-type: none"> • Bloques de Dienes. • Ficha del estudiante. • Cámara fotográfica. 	1 hora.
NOVIEMBRE 29 - 2012	Tarea de Partición “Vamos a jugar” Parte 2	<ul style="list-style-type: none"> • Bloques de Dienes. • Ficha del estudiante. • Cámara fotográfica. 	1 hora.

ENERO 31 - 2013	<p>Tarea de agrupamiento “Vamos a agrupar”</p> <p>Tarea de relación “De unidad en unidad lo lograremos”</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Bloques de Dienes. • Ficha del estudiante. • Cámara fotográfica. 	2 horas
-----------------	---	--	---------

Tabla 3: Sesiones trabajadas con los estudiantes

3.4.4. DISEÑO DE TAREAS

Cada una de las secciones que se desarrollaron en los tipos diferentes tipos de tareas estuvieron diseñadas siguiendo un continuo, es decir, siguen un orden de todos aquellos aspectos por los cuales los estudiantes deben pasar antes de comprender totalmente el concepto de *valor posicional*, en otras palabras estas tareas le permitieron al estudiante ir construyendo el concepto paso a paso a través de tareas como las de canje, agrupación, partición y relación, por medio de la integración del *material manipulativo*, en este caso, los *bloques de Dienes*.

En cada tipo de tarea se desarrollaron diferentes tareas que recrean varias situaciones en las que el estudiante debe realizarlas con ayuda del material, cada una de estas tienen un objetivo que iban logrando a través de la resolución de los problemas, cada vez que el estudiante completa las tareas propuestas en un tipo de actividades, es un paso más cerca para la comprensión de aspectos importantes con respecto al concepto de *valor posicional*.

3.4.4.1 DESARROLLO DE LAS TAREAS

En esta sección muestra cada una de las tareas que se realizaron a los estudiantes, así como la explicación de los tres momentos que se observaron en cada una de ellas, además están consignadas las siguientes fichas: la ficha del profesor, la ficha de identificación, y la ficha técnica.

FICHA DE EXPLORACIÓN

TAREA 1: LIBRE

1. Construye figuras y juega con el material que se te entrega



¿Qué construiste?

TAREA 2

Con la ayuda del material realiza las siguientes tareas:

- ¿Cuántos cubitos necesitas para construir una barra?

- ¿Cuántas barras puedes construir con los cubitos que tienes?

- ¿Cuántas barras necesitas para construir una placa?

- ¿Cuántos cubitos necesitas para construir una placa?

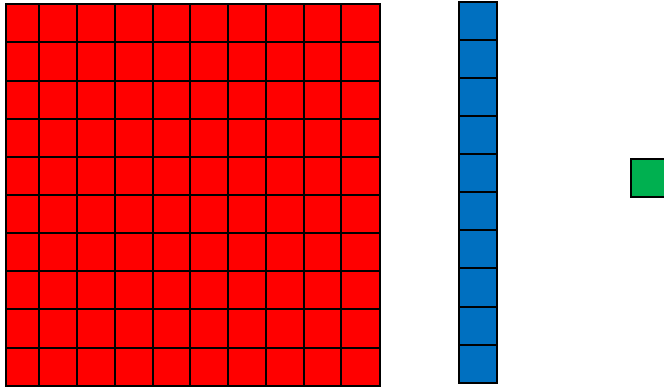


TABLA 4: FICHA DE TAREAS FASE EXPLORATORIA PARTE I

ACTIVIDADES	EVALUACIÓN
<p>MOMENTO DE INICIO: la tarea exploratoria se dividirá en dos fases, en la primera fase, se planteara una tarea que consistirá en un trabajo libre donde se le pide al estudiante que juegue y construya figuras con el material que se le entrega. Se espera que el estudiante haga una familiarización con el material para poder así plantear la serie de tareas relacionadas con el concepto de valor de posición.</p> <p>ACTIVIDAD: se les entregara la ficha de tareas al estudiante, en esta se encuentra consignada la tarea de exploración, pero antes de entregar el material manipulativo (<i>Bloques de Dienes</i>) se hará una interacción con los estudiantes, se le explicara que se va a realizar y se darán unas pautas sobre cómo se ira a trabajar, las pautas que se plantearan para trabajar en esta tarea explotaría es el trabajo en grupo. Se espera que en la ficha, el estudiante cuente lo que construyo.</p>	<p>Observar y evidenciar con registro fotográfico como los estudiantes se involucran con el material, el interés que tienen de trabajar con el material.</p>
<p>MOMENTO DE DESARROLLO: los estudiantes conformaran los grupos de 4 estudiantes, para luego hacerles la entrega del material y que cada uno de ellos empiece a realizar la tarea En el desarrollo de la tarea se debe evidenciar el interés por parte del estudiante por realizar la tarea.</p>	<p>Observar las diferentes estrategias y formas de realizar la construcción de figuras.</p>
<p>MOMENTO DE CIERRE: se recogerá el material a cada uno de los grupos de estudiantes y se les preguntara sobre las construcciones que hayan realizado. Aquí termina la primera fase de la tarea exploratoria.</p>	<p>Estimular a los estudiantes que no participaron en la socialización para que lo manifiesten, además mostrar que no solo se podía construir lo que hizo cada grupo sino que se pueden hacer muchas figuras con los bloques de Dienes.</p>

TABLA 5: FICHA DE TAREAS FASE EXPLORATORIA PARTE II

ACTIVIDADES	EVALUACIÓN
<p>MOMENTO DE INICIO: se planteara la segunda fase de la tarea exploratoria, la tarea consistirá en que el estudiante debe relacionar e identificar los bloques de Dienes, de acuerdo a lo que se les explicara antes de iniciar la actividad. Luego de ello se le entregara el material a cada uno de los grupos que se conformaran.</p> <p>ACTIVIDAD: se le entregara a cada estudiante la ficha de tareas, la cual contiene una imagen de las tres representaciones del <i>material manipulativo (Bloques de Dienes)</i>. Lo que se buscara con este tipo de tareas es que el estudiante pueda relacionar el cubo con la unidad, una barra con una decena, una placa con una decena, además que pueda familiarizar con el <i>material manipulativo</i>. La realización de las tareas con los estudiantes se planteara con una duración de 60 minutos, en la cual ellos iniciaran una relación y una exploración con el material, para que así halle una aproximación o acercamiento al concepto de valor de posición.</p>	<p>Observar y evidenciar con registro fotográfico como los estudiantes se involucran con el material, el interés que tienen de trabajar con el material, además evidenciar el acercamiento al concepto de valor de posición.</p>
<p>MOMENTO DE DESARROLLO: se planteara el trabajo con las fichas de tareas, la cual permitirá que los estudiantes inicien una relación entre unidad, decena y centena con la ayuda de los <i>bloques de Dienes</i>. Las tareas planteadas en la fase dos de la exploración, son más específicas, ya no será un trabajo libre, sino que se buscara un acercamiento a la introducción al concepto de valor de posición.</p>	<p>Evidenciar las diferentes estrategias utilizadas por los estudiantes en el desarrollo de las tareas e igualmente el acercamiento al concepto de <i>valor de posición</i> de los estudiantes.</p>
<p>MOMENTO DE CIERRE: se realizara una socialización con el propósito de conocer las diferentes formas que los estudiantes utilizaron para dar respuesta a las tareas. Esta sección se realizara para evidenciar las diferentes estrategias que utilizaron los estudiantes con la utilización los <i>bloques de Dienes</i>.</p>	<p>Constatar que los estudiantes logren un acercamiento al concepto de <i>valor de posición</i>, esto se logra evidenciar en las estrategias y respuestas que dieron los estudiantes</p>

TAREA EXPLORATORIA

1. FICHA DEL PROFESOR

OBJETIVOS

- Iniciar un nuevo conocimiento del concepto de *valor posicional* a través de la integración de *material manipulativo*.
- Familiarizar al estudiante con los *bloques de Dienes* por medio de la exploración y manipulación libre con el material.

LO QUE DICE EL PROGRAMA

Esta primera tarea se inicia con la manipulación del material a trabajar, debido a que para los estudiantes los *bloques de Dienes* son nuevos y no conocen sus características, ni como cada uno de ellos representa una unidad, una decena y una centena.

Esta exploración por parte de ellos les permitió reconocer el concepto de *valor de posición* a través de la resolución de problemas con este material a lo largo de diversas actividades.

DESARROLLO DE LA TAREA

En la primera parte se le pidió al estudiante que observara el material que se le ha dado y que construya con ellos figuras o que juegue con este para que vaya reconociendo sus propiedades y se familiarice con los cubitos, las barras y las placas que contiene los bloques.

En la segunda parte, luego de pasar por la parte exploratoria se le pidió al estudiante que realice equivalencias entre los elementos que contienen los bloques, esto les permitió ver las relaciones que tiene uno con el otro; como esta actividad se realizó en grupo permite observar los diferentes puntos de vista de cada uno de los participantes y así según sus argumentos escojan la respuesta adecuada al problema.

LOS ESTUDIANTES FRENTE A LA TAREA

Al inicio de la primera tarea los estudiantes mostraron un gran interés por manipular los bloques debido a que, es un material nuevo para ellos y les causa curiosidad el saber para qué sirve y que pueden construir con ellos; en el desarrollo de la segunda tarea, los estudiantes debieron tener en cuenta cantidades y realizar equivalencias entre cubitos y barras; barras y placas; unidades y placas. Con estas equivalencias los estudiantes se relacionaron con un primer principio del *valor posicional*, que este es en base 10.

Una dificultad que se presentó en esta primera tarea es aquella con respecto a la cantidad de material, debido a que el número de unidades, barras y placas se distribuyó entre todos los estudiantes de cada grupo y algunos de ellos se repartieron entre ellos según sus preferencias, esto hacía que al momento de realizar la tarea les hiciera falta material o respondían con lo que tenían y lo hacían individualmente.

2. FICHA DE IDENTIFICACION

- **NIVEL DE ENSEÑANZA:** esta tarea se planteó y se desarrolló en estudiantes de grado segundo de básica primaria.
- **CONTENIDO DIDÁCTICO:** en esta tarea los estudiantes comprenderán el principio de base 10 en los *bloques de Dienes*, al momento de la exploración y manipulación del material, ellos observaron las diferentes características y reconocieron algunos conceptos vistos en clase como lo son la unidad, la decena y la centena.
- **MATERIAL:** el estudiante contó con el *material manipulativo* requerido para este tipo de tarea, en este los *Bloques de Dienes*.
- **PALABRAS CLAVES:** *bloques de Dienes*, cubitos, barras, placas.

3. FICHA TECNICA

El *material manipulativo* que se trabajó en el desarrollo de las tareas fueron los *bloques de Dienes*, este material les permitió a los estudiantes trabajar el concepto de *sistema de numeración decimal*, más específicamente el del *valor de posición*, a través de su manipulación. Dado que cada uno de los elementos que componen este material representa un número en base 10, por ejemplo los cubitos representan unidades, las barras representan las decenas, las placas representan las centenas y los cubos representan las unidades de mil.

Cada uno de estos elementos se encuentran distribuidos de la siguiente manera: los cubitos tienen una medida de 1cm a cada, las barras están compuestas por 10 cubitos, las placas por 10 barras, y los cubos por 10 placas.

Los *bloques de Dienes* inicialmente están contruidos en madera, pero estos se pueden realizar en icopor, en láminas, en papel o en el material que esté al alcance de la persona que lo va a realizar.

FICHA DE CANJE

“DE 10 EN 10”

TAREA 1

Camila y Alexandra van a comenzar un juego pero para ello deben primero deben reconocer el material con el que van a trabajar. Sigue con ellas cada uno de los siguientes pasos.

1. Con los cubitos que tienes realiza grupitos de 10. Dibuja cada grupo y los cubos restantes en cada una de las casillas que se encuentran a continuación:

GRUPO 1

GRUPO 2

GRUPO 3

CUBITOS SOLOS

- a. ¿Te sobraron cubitos sin grupo? ¿Cuántos?

- b. Cuenta los cubitos y escribe el número que formaste.

TAREA 2

1. Cambia uno de los grupos de 10 cubitos por una barra. Dibújalos en los siguientes cuadros:

BARRA	GRUPO 1	GRUPO 2
	CUBITOS SOLOS	

- a. ¿Qué número formaste?

- b. ¿Es el mismo número del punto anterior?

- c. ¿Qué relación tiene una barra con un grupo de 10 cubitos?

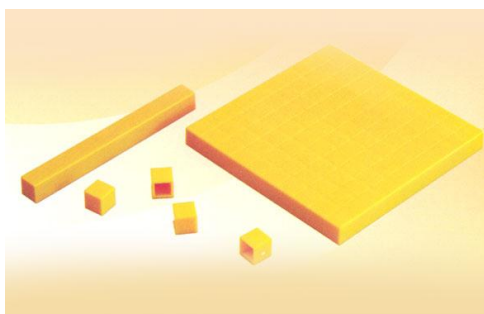


TABLA 6: FICHA DE TAREAS DE 10 EN 10

ACTIVIDADES	EVALUACIÓN
<p>MOMENTO DE INICIO: se planteara la primera tarea, la cual consiste en acercar a que el estudiante tenga un acercamiento al concepto de <i>valor de posición</i>, la tarea se denomina “De 10 en 10”. Se le hará entrega de la ficha de tarea al estudiante e igualmente se entregara el material, <i>bloques de Dienes</i>.</p> <p>ACTIVIDAD: después de haberles entregado la ficha y el material. Se les explicara cómo se va a trabajar con la ficha de tarea, se les leerá el enunciado de cada una de ellas y se les explicara lo que tienen que realizar. La ficha de tareas está dividida en dos partes, la primera parte hay un enunciado, a partir de este empieza la primera parte de la tarea, en la cual los estudiantes deberán formar grupos de 10 cubitos con el material y posteriormente deberán dibujar los cubitos que formaron en las casillas que trae la ficha de tarea, con el fin que vayan reconociendo la decena y la unidad, y se aproximen al concepto de <i>valor de posición</i>. La segunda parte de la ficha de tarea consistirá en hacer un canje, es decir el estudiante después de haber formado grupos de 10 unidades con los cubos deberá representar esos grupos con las barras, esto les permitirá una relación entre unidad y decena y una aproximación al concepto de <i>valor de posición</i>.</p>	<p>Observar y evidenciar con registro fotográfico como los estudiantes se involucran con el material, el interés que tienen de trabajar con el material, además evidenciar el acercamiento al concepto de <i>valor de posición</i>.</p>
<p>MOMENTO DE DESARROLLO: se les hará entrega de la ficha de tarea llamada “De 10 en 10” a cada uno de los grupos de 4 personas que se conformaran. Estas tareas consignadas le permitirán al estudiante una relación con unidad y decena, llegando a un acercamiento al concepto de <i>valor de posición</i>.</p>	<p>Evidenciar las diferentes estrategias utilizadas por los estudiantes en el desarrollo de las tareas e igualmente el acercamiento al concepto de <i>valor de posición</i> de los estudiantes.</p>
<p>MOMENTO DE CIERRE: se realizara una socialización con los estudiantes para conocer las diferentes estrategias que utilizaron para la resolución de cada una de las tareas.</p>	<p>Constatar que los estudiantes logren un acercamiento al concepto de <i>valor de posición</i>, esto se logra evidenciar en las estrategias y respuestas que dieron los estudiantes.</p>

TAREAS DE CANJE

1. FICHA DEL PROFESOR

OBJETIVOS

- Realizar agrupaciones con los bloques y representarlos gráficamente en las fichas.
- Realizar canjes entre cubitos y barras de acuerdo a las cantidades numéricas a representar.
- Identificar la relación entre los cubitos y las barras.

LO QUE DICE EL PROGRAMA

En la primera tarea se inició recreando una situación de juego entre dos amigos, los cuales deben pasar por una serie de fases con ayuda de los *bloques de Dienes*, la primera fase se denominó de 10 en 10, y la primera tarea que se realizó es la de agrupar cubitos y responder una serie de preguntas de acuerdo a ello.

En la segunda tarea se les pidió algo similar, con la diferencia de que aquí debieron de utilizar otro tipo de representación.

Estas dos tareas le permitieron al estudiante reconocer y realizar composiciones numéricas a través de diferentes representaciones, así como observar la relación que tienen los cubitos con las barras.

DESARROLLO DE LA TAREA

En la primera tarea se le pidió al estudiante que con el material que se le dio realice grupos de 10 cubitos y los represente gráficamente en cada uno de los cuadros que se les mostro en la ficha, y en un cuadro restante que coloquen los cubitos que han quedado sin grupo, para que luego respondan dos preguntas de acuerdo a lo realizado anteriormente con el material.

En la segunda tarea se les pidió a los estudiantes que hicieran un canje o intercambio por otro tipo de representación, es decir, deben realizar el cambio de un grupo de 10 por una barra y representarlo gráficamente en la ficha. Luego se les realizaron dos preguntas en las cuales el estudiante debía observar si hay una relación entre los cubitos y las barras al momento de realizar el otro tipo de representación, y si el resultado es el mismo que en la tarea anterior.

Al igual que en la anterior tarea, esta se realizó en grupo, para que así los estudiantes pudieran intercambiar ideas y puntos de vista, y pudieran realizar la representación conveniente al problema dado.

LOS ESTUDIANTES FRENTE A LA TAREA

En la primera tarea los estudiantes leyeron el problema y procedieron a realizar los grupos de 10 cubitos, para ello realizaron un conteo de uno en uno hasta llegar al número 10, luego

de ello pasaron a representarlo gráficamente en cada uno de los cuadros, tanto el de los grupos como el de los cubos sin grupo. Después de realizar esto los estudiantes prosiguieron a responder las preguntas en base a lo anterior, ya sea en conteos de uno en uno o en conteos de 10 en 10 y agregándoles los cubitos solos.

En la segunda tarea, debido a que los grupos de 10 se encontraban conformados, los estudiantes quitaron un grupo de ellos y lo cambiaron por una barra, al momento de responder las preguntas utilizaron el conteo de uno en uno, o de 10 en 10 para realizar comparaciones y relaciones entre ellos.

Al momento de realizar este tipo de tareas hay que tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Contar con el suficiente material manipulativo para trabajar con los estudiantes individualmente o en parejas.
- El trabajo grupal en ciertas ocasiones es bueno, pero en ocasiones cuando se trabaja en grupo puede llegar a ser un factor distractor, debido a que los estudiantes están más pendientes de los cubitos y no se concentran en las tareas, además se vuelve un factor conflictivo, dado que el material no es suficiente para todos y ellos pueden empezar a pelear por coger cubitos, es por ello que es recomendable realizar la actividad individualmente o en parejas para que no se presenten estos casos.
- No limitar a los estudiantes en el número de cuadros para realizar los grupos, dado que se les restringe a que utilicen todo el material dado y puedan formar más grupos.
- Dejar claro a los estudiantes que es un material didáctico y no utilizarlo como un juego, dado que puede convertirse en un elemento distractor y perderse el objetivo de la tarea.

2. FICHA DE IDENTIFICACION

- **NIVEL DE ENSEÑANZA:** esta tarea se planteó y se desarrolló con estudiantes de grado segundo de básica primaria.
- **CONTENIDO DIDÁCTICO:** en esta tarea los estudiantes reconocieron la relación entre los cubitos y las barras, así como el cambio de representación de uno a otro, así como ir construyendo el concepto de decenas implícitamente mientras realizaron las tareas.
- **MATERIAL:** los estudiantes para la realización de esta tarea contaron con el *material manipulativo* requerido, en este caso los *Bloques de Dienes*.
- **PALABRAS CLAVES:** *bloques de Dienes*, cubitos, barras, placas.

3. FICHA TECNICA

El material manipulativo que se trabajó en el desarrollo de las tareas son los *bloques de Dienes*, este material les permitió a los estudiantes trabajar el concepto de *sistema de numeración decimal*, más específicamente el del *valor de posición*, a través de su manipulación. Dado que cada uno de los elementos que componen este material representa un número en base 10, por ejemplo los cubitos representan unidades, las barras representan las decenas, las placas representan las centenas y los cubos representan las unidades de mil.

Cada uno de estos elementos se encuentran distribuidos de la siguiente manera: los cubitos tienen una medida de 1cm a cada, las barras están compuestas por 10 cubitos, las placas por 10 barras, y los cubos por 10 placas.

Los *bloques de Dienes* inicialmente están contruidos en madera, pero estos se pueden realizar en icopor, en láminas, en papel o en el material que esté al alcance de la persona que lo va a realizar.

FICHA DE PARTICION

“VAMOS A JUGAR”

TAREA 1

Camilo y Alexandra están jugando con los bloques de Dienes y para ganar deben pasar por una serie de etapas.

PRIMERA ETAPA

Representa cada una de las siguientes cifras con ayuda de los bloques, con la siguiente condición, que la representación de Camilo debe ser diferente a la de Alexandra.

a. 45

CAMILO	ALEXANDRA

b. 30

CAMILO	ALEXANDRA

TAREA 2

Camilo y Alexandra deben representar los siguientes números con la ayuda de los cubitos y barras.

1. 38

3 →

8 →

2. 55

5 →

5 →

TABLA 7: FICHA DE TAREAS VAMOS A JUGAR

ACTIVIDADES	EVALUACIÓN
<p>MOMENTO DE INICIO: se planteara la tarea denominada “Vamos a Jugar”, se les hará entrega del material y su respectiva ficha de tarea.</p> <p>ACTIVIDAD: luego de haber después de haber entregado la ficha y el material se les explicara cómo se va a trabajar con la ficha de tarea. Primero se les leerá el enunciado de cada tarea y se les explicara en que consiste, para que luego cada uno de ellos proceda a resolverlo. La ficha de tareas está dividida en dos etapas, la primera etapa, consiste en representar de dos formas diferentes con los bloques de Dienes una cifra numérica que esta consignada en la ficha de tarea, y luego deberán dibujar esa representación en la ficha, la segunda etapa consiste en la misma actividad anterior solo que con un grado dificultad mayor, dado que deberán de tener en cuenta la posición que ocupa el número, pues la cifra numérica se presentara en descomposición, como por ejemplo:</p> <p>38 3 → 8 →</p> <p>Con esta ficha de tarea se buscara que el estudiante reconozca que cada número representa una posición, ya sea una unidad o una decena.</p>	<p>Observar y evidenciar con registro fotográfico como los estudiantes se involucran con el material, el interés que tienen de trabajar con el material, además evidenciar si los estudiantes logran reconocer que cada número ocupa una posición, esto permite un acercamiento al concepto de <i>valor de posición</i>.</p>
<p>MOMENTO DE DESARROLLO: Se le entregara la ficha de tarea denominada “Vamos a jugar”, a cada uno de los grupos de estudiantes que se conformaran, estas tareas consignadas le permitirán al estudiante reconocer que cada número representa una posición, esto facilitara un acercamiento al concepto de <i>valor de posición</i>. Los estudiantes manipularan el material y representaran lo realizado con los <i>bloques de Dienes</i>.</p>	<p>Evidenciar las diferentes estrategias utilizadas por los estudiantes en el desarrollo de las tareas e igualmente el acercamiento al concepto de <i>valor de posición</i> de los estudiantes.</p>
<p>MOMENTO DE CIERRE: se realizara una socialización con los estudiantes con el propósito de conocer las diferentes formas que ellos utilizaron para dar respuesta a las tareas.</p>	<p>Constatar que los estudiantes logren un acercamiento al concepto de valor de posición, esto se logra evidenciar en las estrategias y respuestas que dieron los estudiantes.</p>

TAREAS DE PARTICION

1. FICHA DEL PROFESOR

OBJETIVOS

- Realizar descomposiciones de números por medio de los bloques y representarlos gráficamente en las fichas de diferentes maneras.
- Reconocer el valor de un número según su posición.
- Descomponer un número con ayuda de los bloques de acuerdo a la posición que este ocupe en la cifra.

LO QUE DICE EL PROGRAMA

En la primera tarea se inició con la segunda fase del juego, en esta deberían pasar por dos etapas, en la primera los estudiantes realizaron descomposiciones o particiones de un número con ayuda de los cubos y las barras, teniendo la condición de que una representación sea diferente de la otra, esto les permitió a los estudiantes un análisis de qué tipo de material deben utilizar en cada uno, ya sea solamente el de cubitos o el de cubitos con barras.

En la segunda tarea, los estudiantes descomponen números, cada una de las cifras de forma separada, esto se realizó con el fin de que ellos analizaran el valor que ocupa cada cifra en el número, es decir, si la primera cifra la toman solo como unidades, o la relacionan con unidades en base diez.

DESARROLLO DE LA TAREA

En la primera etapa que correspondió a la primera tarea, se le pidió al estudiante que con ayuda de los cubitos y las barras realizara representaciones de un número, con la condición de que cada una de ellas fuera diferente una de la otra, en esta tarea realizaron esta acción a dos puntos de la tarea, donde uno de ellos terminaba en cero, aquí se observó que concepción presento el estudiante sobre este al momento de representarlo.

En la segunda tarea o segunda fase se le pidió al estudiante que realizara una descomposición de números teniendo en cuenta la posición de cada uno de ellos, allí en los cuadros que se les dieron representaron con cubitos o barras el número que se les pidió en la tarea.

LOS ESTUDIANTES FRENTE A LA TAREA

La primera tarea se realizó en grupos, y luego se les entrego a los estudiantes el material, luego de ello leen el problema pero algunos de ellos no comprendieron que deben de realizar dos representaciones diferentes y realizaron la misma para los dos cuadros,

mientras otros estudiantes utilizaron los cubitos y las barras para realizar la representación en la ficha.

En la segunda tarea el número de estudiantes se redujo a cuatro debido a inconvenientes como la falta de material y la pelea por las fichas entre los grupos de estudiantes. Para la realización de esta se escogieron dos estudiantes de desempeño alto y dos estudiantes de desempeño bajo para que resolvieran la tarea, en ellos se pudo observar aspectos como que algunos de los estudiantes tienen claro el *valor de la posición* de un número en la representación en la ficha, mientras que otros no y lo toman como algo independiente.

Un aspecto a tener en cuenta para llevar a cabo esta actividad es tener el material suficiente para cada niño, para que así no se tenga el inconveniente de reducir el grupo de estudiantes a unos pocos y poder tener los registros de ellos en las fichas de las actividades.

2. FICHA DE IDENTIFICACION

- **NIVEL DE ENSEÑANZA:** esta tarea se planteó y se desarrolló en estudiantes de grado segundo de básica primaria.
- **CONTENIDO DIDÁCTICO:** en esta tarea los estudiantes reconocieron las diferentes representaciones que puede tener un número con la ayuda de los cubitos y las barras, además de la importancia de tener en cuenta la posición de un número en una cifra para así mismo representarla y ver que al momento de trabajar decenas la primera cifra ocupa un valor distinto, no el de unidades, sino el de base 10.
- **MATERIAL:** para poder realizar este tipo de tarea el estudiante debe tener a su alcance *material manipulativo*, en este caso los *Bloques de Dienes*.
- **PALABRAS CLAVES:** *bloques de Dienes*, cubitos, barras, placas.

3. FICHA TECNICA

El material manipulativo que se trabajó en el desarrollo de las tareas fueron los *bloques de Dienes*, este material les permitió a los estudiantes trabajar el concepto de *sistema de numeración decimal*, más específicamente el del *valor de posición*, a través de su manipulación. Dado que cada uno de los elementos que componen este material representa un número en base 10, por ejemplo los cubitos representan unidades, las barras representan las decenas, las placas representan las centenas y los cubos representan las unidades de mil. Cada uno de estos elementos se encuentran distribuidos de la siguiente manera: los cubitos tienen una medida de 1cm a cada, las barras están compuestas por 10 cubitos, las placas por 10 barras, y los cubos por 10 placas.

Los bloques de Dienes inicialmente están contruidos en madera, pero estos se pueden realizar en icopor, en láminas, en papel o en el material que esté al alcance de la persona que lo va a realizar.

FICHA DE AGRUPAMIENTO

“VAMOS A AGRUPAR”

Camilo y Alexandra van al mercado y observan el precio de las frutas, ellos encontraron la siguiente información:

Las frutas se venden al público de la siguiente manera:

- Por unidad, esta equivale a un cubito.
- En cajas con 10 frutas en cada una, el cual equivale a una barra.
- En cajones que traen 10 cajas, el cual equivale a una placa.

En base a la anterior información resuelve las siguientes preguntas:

1. Camilo y Alexandra compran naranjas y hay una oferta que dice “Lleve 3 cajas y le regalamos tres unidades”

a. Representa con los bloques las 3 cajas y las 3 unidades que se lleva Camilo.

b. Si Alexandra compra dos ofertas.

¿Cuántas naranjas se lleva? _____

Dibuja las dos ofertas con los bloques.

2. Camilo y Alexandra le harán un postre a su mamá, para ello necesitan 56 fresas y no saben si comprarlas en cajas o en cajones.

a. Dibuja 5 cajas y 6 unidades.

b. Dibuja un cajón.

c. Si quieren comprar 56 fresas. ¿Cuál de las anteriores representaciones es la adecuada? _____

3. Luego de ir al mercado y de realizar las compras Camilo y Alexandra van a comprar helados con sus familias y se encuentran con los siguientes precios.

- Vainilla \$80
- Chocolate \$90
- Fresa \$85
- Naranja \$70
- Mora \$75

a. Escribe el sabor que eligió cada una de las personas.

- i. El hermano de Camilo eligió el que tiene 5 unidades y 8 decenas. Su helado era de _____
- ii. La amiga de Alexandra eligió el que tiene 4 decenas + 3 decenas. Su helado era de _____
- iii. El hermano de Alexandra eligió el que tiene 9 decenas y 0 unidades. Su helado era de _____
- iv. Tú escoges un helado de Mora. ¿Cuántas unidades y decenas tiene?

TABLA 8: FICHA DE TAREAS VAMOS A AGRUPAR

ACTIVIDADES	EVALUACIÓN
<p>MOMENTO DE INICIO: se planteara la tarea la cual se denomina “Vamos a Agrupar”. Para lo cual se le entregara a cada uno de los estudiantes el material y su respectiva ficha de tarea.</p> <p>ACTIVIDAD: después de haberles entregado la ficha y el material. Se les explicara cómo se va a trabajar con la ficha de tarea y se les lee el enunciado de cada tarea. La ficha de tareas está dividida en dos etapas y están relacionadas a partir de un enunciado inicial, donde se muestra una relación entre aspectos de la vida diaria con representaciones con los bloques de Dienes.</p>	<p>Observar y evidenciar con registro fotográfico como los estudiantes se involucran con el material, el interés que tienen de trabajar con el material, además evidenciar si los estudiantes logran hacer agrupamiento e implementar la unidad, la decena y la centena que los aproxime al concepto de valor de posición.</p>
<p>MOMENTO DE DESARROLLO: se les hace entrega de la ficha de tareas llamada “Vamos a Agrupar” y los bloques de Dienes, se trabajara con 4 estudiantes y el trabajo es individual, estas tareas consignadas le permitirán al estudiante realizar agrupamientos de cantidades numéricas por medio de los bloques de Dienes y representarlos en las fichas, implementar los conceptos de unidad, decena y centena a través de las diferentes representaciones de los bloques de Dienes e identificar unidades, decenas y centenas en cifras numéricas dadas.</p>	<p>Evidenciar las diferentes estrategias utilizadas por los estudiantes en el desarrollo de las tareas e igualmente el acercamiento al concepto de valor de posición de los estudiantes.</p>
<p>MOMENTO DE CIERRE: Con el propósito de conocer las diferentes formas que los estudiantes utilizaran para dar respuesta a las tareas, se realizara una socialización y una serie de preguntas a cada uno de ellos.</p>	<p>Constatar que los estudiantes logren un acercamiento al concepto de valor de posición, esto se logra evidenciar en las estrategias y respuestas que dieron los estudiantes.</p>

TAREAS DE AGRUPAMIENTO

1. FICHA DEL PROFESOR

OBJETIVOS

- Realizar agrupamientos de cantidades numéricas por medio de los bloques y representarlos en las fichas.
- Implementar la unidad, la decena y centena para que los estudiantes se acerquen al concepto de valor de posición.
- Identificar unidades, decenas y centenas en cifras numéricas dadas.

LO QUE DICE EL PROGRAMA

Esta se partió en tres tareas las cuales recrearon una serie de situaciones de la vida cotidiana, en la primera de ellas los estudiantes realizaron representaciones con los bloques y dibujaron en la ficha para que con ellas pudieran responder una serie de preguntas acerca de lo que acaban de hacer, en la segunda tarea se planteó una situación en la que los estudiantes debían representar en los bloques para luego realizarla en la ficha y poder resolver las preguntas que se plantearon de acuerdo a ello; en la última tarea se le presentó al estudiante unos precios de dos cifras, los cuales deberán observar y responder luego unas preguntas, acerca de las unidades y decenas de un número.

DESARROLLO DE LA TAREA

En la primera tarea se le pidió al estudiante que leyera un enunciado en donde se relaciona una cantidad con una representación de los *bloques de Dienes*, para que luego de que él haya comprendido ello respondiera una serie de preguntas y representara con ayuda de los bloques y luego lo realizara en su ficha.

En la segunda tarea se le pidió al estudiante que realizaran dos tipos de representaciones uno con los cubitos y las barras, y la otra con la placa, para que así el estudiante de acuerdo a ello escogiera la respuesta a la pregunta de acuerdo a la representación más adecuada a ello.

En la tercera tarea se le planteó al estudiante una situación de la compra de unos helados, en los cuales de acuerdo a su sabor se le dio el precio en números de dos cifras, luego de que leyó el enunciado procedió a responder una serie de preguntas, en las que se les dio las unidades y las decenas, y ellos escribieron el sabor del helado que correspondió a cada uno de los enunciados, con ello el estudiante reconoce cada una estas dos nociones y las pueda manejar fácilmente.

LOS ESTUDIANTES FRENTE A LA TAREA

En esta tarea solo participaron los cuatro estudiantes escogidos por sus desempeños en las anteriores tareas, luego de que se les entrego las fichas y el material ellos empezaron con la tarea, aunque con algunas dificultades debido a que, no comprendieron algunas de las preguntas, luego de ello procedieron a dibujar en las fichas, lo cual algunos de ellos tomaban los bloques y los calcaban y otros los dibujaban según las unidades que lo componían, ese mismo procedimiento también lo realizaron en la segunda tarea, ya en la tercera fue un poco más fácil para ellos porque reconocían las unidades y las decenas, y al responder las preguntas escribían el sabor del helado al que correspondía dicho número.

Un aspecto para tener en cuenta es dejar claro a los estudiantes que los bloques son un material de enseñanza y aprendizaje, dado que ellos toman el material como juego y se pierde el objetivo principal de la actividad.

2. FICHA DE IDENTIFICACION

- **NIVEL DE ENSEÑANZA:** esta tarea se planteó y se desarrolló en estudiantes de grado segundo de básica primaria.
- **CONTENIDO PEDAGOGICO:** en esta tarea los estudiantes reconocieron las unidades y las decenas de un número, además de ello implementaron el concepto de unidades de mil por medio de las placas, así como reconocieron el valor de un número con respecto a la posición que este ocupe.
- **AMBIENTE DIDACTICO:** para poder realizar este tipo de tarea el estudiante debe tener a su alcance *material manipulativo*, en este caso los *Bloques de Dienes*.
- **PALABRAS CLAVES:** *bloques de Dienes*, cubitos, barras, placas, unidades, decenas.

3. FICHA TECNICA

El material manipulativo que se trabajó en el desarrollo de las tareas son los *bloques de Dienes*, este material les permitió a los estudiantes trabajar el concepto de *sistema de numeración decimal*, más específicamente el del *valor de posición*, a través de su manipulación. Dado que cada uno de los elementos que componen este material representa un número en base 10, por ejemplo los cubitos representan unidades, las barras representan las decenas, las placas representan las centenas y los cubos representan las unidades de mil.

Cada uno de estos elementos se encuentran distribuidos de la siguiente manera: los cubitos tienen una medida de 1cm a cada, las barras están compuestas por 10 cubitos, las placas por 10 barras, y los cubos por 10 placas.

Los *bloques de Dienes* inicialmente están contruidos en madera, pero estos se pueden realizar en icopor, en láminas, en papel o en el material que esté al alcance de la persona que lo va a realizar.

Los *bloques de Dienes* inicialmente están contruidos en madera, pero estos se pueden realizar en icopor, en láminas, en papel o en el material que esté al alcance de la persona que lo va a realizar.

FICHA DE RELACION

“DE UNIDAD EN UNIDAD LO LOGRAREMOS”

Camilo y Alexandra harán un recuento de lo todo lo que aprendieron con los bloques, para ello deben pasar por cada una de las siguientes actividades:

1. Representa cada uno de los siguientes números con los bloques y escribe por cuantas unidades, decenas y centenas esta conformados:

a. 113
C _____
D _____
U _____

b. 104
C _____
D _____
U _____

c. 120
C _____
D _____
U _____

d. 25
C _____
D _____
U _____

e. 350
C _____
D _____
U _____

f. 30
C _____
D _____
U _____

2. Representa con los bloques los siguientes números:

- a. 100
- b. 190
- c. 200
- d. 250
- e. 180

Responde:

- ¿Cuántas unidades tiene el primer número? _____
- ¿Qué número lleva la mayor cantidad 190 o 220? _____ ¿Por qué?
- ¿Qué número es menor 250 o 180? _____ ¿Por qué?

3. Completa la siguiente tabla y escribe el valor que representa cada número subrayado:

NUMERO	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES	VALOR DEL NUMERO SUBRAYADO
9			9	
<u>10</u>				DIEZ
<u>93</u>				
9 <u>9</u>				
<u>100</u>				
3 <u>05</u>				
<u>450</u>				

4. Descompones los siguientes números en unidades, decenas, centenas, y representa con ayuda de los bloques cada uno de ellos.

a. 103

U _____ D _____ C _____

b. 110

U _____ D _____ C _____

c. 120

U _____ D _____ C _____

TABLA 9: FICHA DE TAREAS DE UNIDAD EN UNIDAD LO LOGRAREMOS

ACTIVIDADES	EVALUACIÓN
<p>MOMENTO DE INICIO: se les planteara la tarea denominada “De unidad en unidad lo lograremos”, para así hacerles entrega de la ficha y del material.</p> <p>ACTIVIDAD: después de haberles entregado la ficha y el material. Se les explica cómo será el trabajo con la ficha de tarea y se les leerá el enunciado de cada tarea. La ficha de tareas está dividida en dos etapas.</p>	<p>Observar y evidenciar con registro fotográfico como los estudiantes se involucran con el material, el interés que tienen de trabajar con el material, además evidenciar si los estudiantes logran relacionar unidad, decena y centena, descomposición de cifras numéricas y reconozcan el valor del cero en la composición de un número de dos o tres cifras.</p>
<p>MOMENTO DE DESARROLLO: se les hará entrega de la ficha de tarea llamada “Vamos a jugar”, a cada uno de los estudiantes, estas tareas consignadas permitirán que el estudiante represente con los bloques de Dienes números de dos y tres cifras, reconozca las unidades, decenas y centenas por las que está conformado un número, descomponer en unidades de base 10 diferentes, relacionar las unidades, decenas y centenas con cada una de las representaciones de los <i>bloques de Dienes</i>, identificar el valor de un número con respecto a la posición que ocupa en este, y reconocer el valor del cero en la composición de un número de dos o tres cifras.</p>	<p>Evidenciar las diferentes estrategias utilizadas por los estudiantes en el desarrollo de las tareas y evidenciar si los estudiantes logran comprender el concepto de <i>valor de posición</i>.</p>
<p>MOMENTO DE CIERRE: con el propósito de conocer las diferentes formas que los estudiantes utilizaron para dar respuesta a las tareas, se hizo una socialización y se le pregunto a cada grupo su respuesta. Cuando se hace la observación se evidencia que los estudiantes presentan diferentes estrategias para llegar a la respuesta, pero siempre trabajan con el material.</p>	<p>Constatar que los estudiantes logren comprender el concepto de <i>valor de posición</i>, esto se logra evidenciar en las estrategias y respuestas que dieron los estudiantes.</p>

FICHAS DE RELACION

1. FICHA DEL PROFESOR

OBJETIVOS

- Representar con los bloques de Dienes números de dos y tres cifras.
- Reconocer las unidades, decenas y centenas por las que está conformado un número.
- Descomponer en unidades de base 10 diferentes números de dos y tres cifras.
- Relacionar las unidades, decenas y centenas con cada una de las representaciones de los bloques de Dienes.
- Identificar el valor de un número con respecto a la posición que ocupa en este.
- Reconocer el valor del cero en la composición de un número de dos o tres cifras.

LO QUE DICE EL PROGRAMA

En esta tarea se recreó situaciones en las que el estudiante debió comprender el concepto de *valor de posición*, relacionado a las unidades, decenas y centenas. En esta se realizaron cuatro tareas las cuales tenían como objetivo iniciar al estudiante en el aprendizaje de las nociones de unidades, decenas y centenas, en esta se les inicia el lenguaje simbólico que representa a cada una de ellas.

En la primera tarea los estudiantes debían descomponer números en unidades, decenas y centenas y relacionarlas con el símbolo que representaba cada una, teniendo en cuenta si eran números de dos o tres cifras.

En la segunda tarea se le pidió que representaran números con los bloques y respondieran unas preguntas de acuerdo a ello. En la tercera tarea, los estudiantes reconocieron el valor posicional de un número a partir de la descomposición de números en unidades de base 10, dado que con ello podrán observar que valor es un número de acuerdo a la posición que ocupa en este.

En la última tarea, se realizaron descomposiciones de números en unidades de base 10, y así mismo los representaron en los bloques de Dienes.

DESARROLLO DE LA TAREA

En la primera tarea el estudiante represento cada uno de los números de dos y tres cifras con ayuda de los *bloques de Dienes*, además de ello descompuso cada uno de ellos en unidades de base 10 y los relaciono con los símbolos que se le han dado a cada uno de ellos, en este caso las unidades se representan con el símbolo U, las decenas con la D y las centenas con la C.

En la segunda tarea, el estudiante representa números de tres cifras con ayuda de los bloques de Dienes, para luego responder unas preguntas relacionadas a ello, como por ejemplo relacionare las unidades con las decenas, e ir comprendiendo las relaciones de orden como lo son el menor y mayor que entre dos números de tres cifras.

En la tercera tarea el estudiante tiene una tabla que contiene números de dos y tres cifras, y se le pidió que descompusiera este en unidades de base 10 y lo coloque en cada uno de los cuadritos correspondientes a este, en la última columna se le pide que escriba con letras el valor que ocupa cada uno de los números de acuerdo a la posición que ocupa en este, ya sea una unidad, una decena o una centena.

En la cuarta tarea, el estudiante descompuso números de tres cifras en unidades, decenas y centenas, aquí él debía escribir en cada casilla el número que corresponde a cada categoría de base 10, teniendo en cuenta que en este caso los números de tres cifras tienen el número cero al intermedio y al final de cada una de las cifras.

LOS ESTUDIANTES FRENTE A LA TAREA

En esta tarea participaron los mismos cuatro estudiantes escogidos por su nivel de desempeño en las anteriores actividades, se les entregó las fichas y el material, y cada uno de ellos procedió a leer cada una de las tareas propuestas, en esta parte de la actividad la mayoría de los estudiantes comprenden el concepto de unidades, decenas y centenas, dado que descomponía los números con mayor facilidad, ya en la parte de escribir el valor que ocupa un número en una cifra, tenían un poco de dificultad, dado que lo tomaron como unidades solamente y no observan que un número puede tener diferentes valores de acuerdo a la posición en que este se encuentre.

Un aspecto a tener en cuenta es que para realizar todo este tipo de actividades con los estudiantes, se debe tener un seguimiento desde el principio con ello, empezar el tema e ir reforzando con estas tareas para que así haya una mejor comprensión del valor de posición en cada uno de los estudiantes y al momento de llegar a esta actividad en la que ellos ya deben tener una mayor comprensión del tema, no se presenten muchos errores en la resolución de cada tarea.

2. FICHA DE IDENTIFICACION

- **NIVEL DE ENSEÑANZA:** esta tarea se planteó y desarrollo para los estudiantes de grado 2 de básica primaria.
- **CONTENIDO DIDACTICO:** en esta tarea los estudiantes relacionaron los números con las unidades, decenas y centenas por las que están compuestos, así mismo la relación que tienen estas con cada uno de los símbolos que los representan. Aquí también se muestra cómo se pueden representar las centenas por medio de las placas y la relación que este tiene con las barras y los cubitos, la comprensión de las relaciones de menor y mayor que de acuerdo a las unidades de base 10 por las que están compuestos, y lo más relevante es la comprensión del valor que ocupa un número de acuerdo a la posición que este ocupe.

En esta tarea los estudiantes reconocieron las unidades y las decenas de un número, además de ello se implementaron el concepto de unidades de mil por medio de las placas, y reconocieron el valor de un número con respecto a su posición en este.

- **MATERIAL:** para la realización de esta tarea el estudiante conto con el *material manipulativo* requerido, en este caso los *Bloques de Dienes*.
- **PALABRAS CLAVES:** *bloques de Dienes*, cubitos, barras, placas, unidades, decenas.

3. FICHA TECNICA

El material manipulativo que se trabajó en el desarrollo de las tareas son los *bloques de Dienes*, este material les permitió a los estudiantes trabajar el concepto de *sistema de numeración decimal*, más específicamente el del *valor de posición*, a través de su manipulación. Dado que cada uno de los elementos que componen este material representa un número en base 10, por ejemplo los cubitos representan unidades, las barras representan las decenas, las placas representan las centenas y los cubos representan las unidades de mil.

Cada uno de estos elementos se encuentran distribuidos de la siguiente manera: los cubitos tienen una medida de 1cm a cada, las barras están compuestas por 10 cubitos, las placas por 10 barras, y los cubos por 10 placas.

Los *bloques de Dienes* inicialmente están contruidos en madera, pero estos se pueden realizar en icopor, en láminas, en papel o en el material que esté al alcance de la persona que lo va a realizar.

Los bloques de Dienes inicialmente están contruidos en madera, pero estos se pueden realizar en icopor, en láminas, en papel o en el material que esté al alcance de la persona que lo va a realizar.

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en cada una de las actividades que se realizaron con los estudiantes, donde fue posible evidenciar cada una de las concepciones que tienen ellos sobre el concepto de *valor de posición*.

Para la realización del análisis de resultados se tuvo en cuenta la rejilla de análisis, en particular los tres niveles de estudio y los puntos relacionados con el concepto y el material manipulativo que se quería problematizar.

4.1. ANÁLISIS DE LAS TAREAS

4.1.1. TAREA EXPLORATORIA

Esta tarea se desarrolló antes de realizar las otras tareas que estaban relacionadas a la comprensión del concepto de *valor de posición*, debido a que los estudiantes no conocían el material que se iba a trabajar, en este caso los *bloques de Dienes*, por tanto se decide realizar dos tareas con el fin de que los estudiantes se relacionen con el material, lo manipulen, conozcan sus características y propiedades, y así al momento de iniciar con el resto de tareas sea más fácil para ellos reconocer cada uno de los cubitos, las barras y las placas.

Para realizar estas tareas se pide a los estudiantes que conformen grupos de 4 personas, al estar ya formados se procede a entregar las fichas de tareas y los bloques con cada una de sus representaciones, y luego se explica en que consiste cada tarea y procedan en conjunto a realizarla.

La primera tarea que corresponde a la tarea exploratoria, es en la que los estudiantes con ayuda del material construyen diferentes figuras y juegan con este, allí cada uno de ellos muestra un gran interés por realizar la actividad, dado que es algo nuevo y que no han manipulado anteriormente. Debido a que la distribución del material fue grupal, cada uno de los estudiantes que lo conformaban escogían al azar un número de cubos, de barras y de placas y procedían a trabajar individualmente, haciendo que algunos de ellos se quedaron con poco material o sin material, esto ocasiono peleas entre algunos de los estudiantes y no permitió el trabajo en equipo, dado que no decidían que figura realizar y se preocupaban por otras cosas que no estaban relacionadas con el desarrollo de la tarea.

En los resultados de esta primera tarea los estudiantes representaron con ayuda de los bloques diversas figuras como castillos, casas, fincas y robots los cuales estaban conformados por cada uno de los bloques, luego de formarlos procedían a registrarlos en cada una de las fichas (Anexo 1).

A continuación se muestran los registros fotográficos de las producciones de algunos grupos de estudiantes:



FIGURA 21: Trabajo de estudiantes fase exploratoria Parte I



FIGURA 22: Trabajo de estudiantes fase exploratoria Parte I

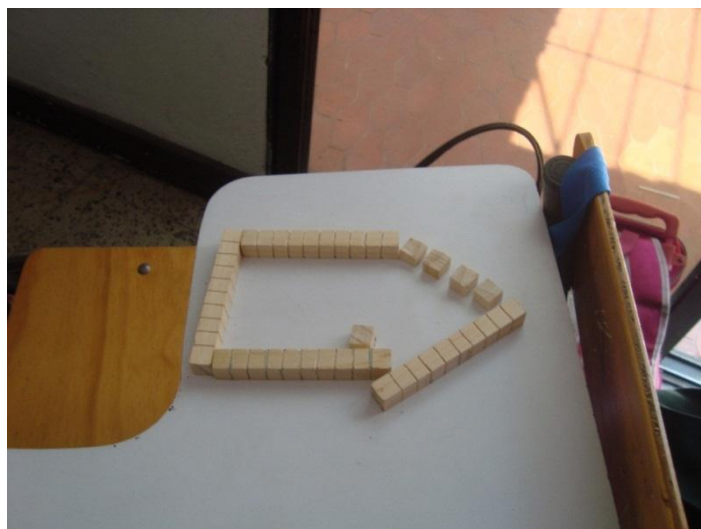


FIGURA 23: Producciones de los estudiantes



FIGURA 24: Producciones de los estudiantes.

En la segunda tarea de exploración se deja atrás la parte de juego con el material y se empieza con el reconocimiento de cada una de las representaciones de los bloques de Dienes, en este caso se le pidió al estudiante en la primera pregunta que responda a cuantos cubitos equivale una barra, lo que se observó es que algunos de los grupos proceden a contar de uno en uno cada unidad que conforma la barra, otros colocaban los cubitos encima de las barras para observar equivalencias y otros basados en la manipulación de la tarea anterior vieron que una barra está conformada por 10 unidades. Como se puede observar en la siguiente imagen:



FIGURA 25: Conteo de uno en uno de las barras.

En la siguiente pregunta se le pidió al estudiante que construya barras de acuerdo al número de cubitos que posee, lo que se observó es que algunos estudiantes construyen las barras sin tener en cuenta el número de cubitos por el que están conformados, mientras que otros tienen en cuenta el número de unidades por las que se compone y las construye con base en esas características.

En la tercera pregunta se pasa a trabajar barras y placas, dado que se les pregunta que con cuantas barras pueden construir una placa, algunos grupos colocaron encima de ella las barras para así saber el número el necesitaban para construirla, y otros grupos contaron horizontal o verticalmente las unidades que la conforman y respondieron de acuerdo a ello, teniendo en cuentas las unidades que conformaban las barras.

En la última pregunta se les pidió responder a cuantas unidades equivale una placa, y lo que se observó es que algunos estudiantes no tuvieron en cuenta la anterior pregunta para responder esta, debido a que algunos grupos procedieron a contar de uno en uno cada cubito que conforma la barra lo cual ocasionó que si en un instante del conteo ellos se equivocaban empezaban desde el principio de nuevo a contar., mientras que otros grupos teniendo en cuenta la respuesta anterior daban la respuesta más fácilmente, ellos dijeron si una barra equivale a 10 unidades, una placa está compuesta por 10 barras, entonces una placa equivale a 100 unidades. (Anexo 2)

Al momento de finalizar esta primera sección de tareas se pudo observar las siguientes falencias en el desarrollo de las tareas, las cuales son:

- **La escasez de material:** esta falencia se evidencia en la parte de responder las preguntas, debido a que los estudiantes al momento de repartirles el material se pelean con los demás por tener individualmente cierta cantidad de bloques.

- **Trabajo en grupo:** debido a la anterior falencia, los estudiantes optaron por trabajar individualmente y no socializaban con sus demás compañeros. El trabajo en grupo en ciertas ocasiones es bueno realizarlo, pero puede llegar a ser un distractor para resolver la tarea, debido a que los estudiantes se preocupan por factores externos como el pelear por conseguir material, o porque el otro compañero tiene más cubitos que él, y no se concentran en lo que plantea la tarea.
- **Perdida del objetivo de la tarea:** esta falencia se observó cuando los estudiantes al momento de que se les entrega el material para realizar la actividad siempre lo tomaron como un juego, y ellos empiezan a construir figuras que no están relacionadas con lo que se le pide en cada una de las tareas, para ello se debe explicar a los estudiantes al inicio de cada tarea lo que se pretende y separar la parte de juego de la parte didáctica, para así poder cumplir con el objetivo inicial que se tiene con el trabajo de los bloques de Dienes y la enseñanza del concepto de valor de posición.

4.1.2. TAREA “DE 10 EN 10”

Esta segunda tarea da inicio a la serie de tareas que se realizan con el fin de que el estudiante comprenda el concepto de *valor de posición* a través de material manipulativo. Esta ficha de tarea tiene como objetivo que los estudiantes realicen agrupaciones de unidades y puedan hacer cambios de representación de una unidad a otra.

Esta tarea se realizó con grupos de estudiantes de cuatro personas, con la diferencia de que en este caso se le dio a cada estudiante una ficha, para que respondan individualmente cada pregunta.

Al inicio se le dio al estudiante un enunciado que recrea una situación, la cual debieron tener en cuenta para resolver la primera tarea, esta tarea que corresponde al canje se encuentra dividida en dos tareas:

La primera tarea consistió en que el estudiante realizara agrupaciones de 10 cubitos en cada uno de los cuadros que se le presento en la ficha, que en este caso son cuatro y uno de ellos estuvo destinado para los cubitos que se quedaron sin grupo, es decir, los que no alcanzaron a conformar un grupo de 10. De acuerdo a ello se responden dos preguntas, la primera consistió en escribir que cantidad de cubitos quedaron sobrando sin un grupo, para lo cual algunos estudiantes procedieron a ir a la representación que habían realizado en el cuadro anterior, y otros contaron directamente en el material los cubitos que les sobraban.

En la segunda pregunta se les pidió que den el número que formaron a través de los grupitos y de los cubitos solos, aquí se evidencio dos tipos de procedimiento diferente que realizaron los estudiantes, uno de ellos fue el contar de uno en uno cada uno de los cubitos que estaban en la ficha, mientras que otros como contaban de diez en diez y le agregaban los cubitos restantes. (Anexo 3).

La siguiente figura evidencia el trabajo de los estudiantes con la primera tarea “DE 10 EN 10”



FIGURA 26: Conteo de uno en uno con los cubos.

Al momento de finalizar esta primera sección de actividad de canje se pudo evidenciar las siguientes falencias:

- No se debe restringir a los estudiantes en la cantidad de grupos de 10 que pueden formar, debido a que en este caso solo podían formar tres grupos, y no todos los que pueden formar con el material que tienen a la mano, restringirles el número de grupos también hacía que al momento de representar en la ficha los cubitos sobrantes, escribieron todos aquellos que les habían quedado y no formaban más grupos porque no tenían en donde representarlos.
- El trabajar en grupo en ocasiones es favorable, cuando se tiene una sola ficha y deben socializar para dar una sola respuesta, en este caso que debían dar la respuesta individualmente, algunos de ellos escribieron la respuesta que daban sus otros compañeros sin observar si esta estaba correcta.
- La escasez de material en este caso también se evidenció, debido a que para realizar tareas individualmente, cada uno de ellos debió tener su propio material, pero al mismo tiempo debió compartirlo con sus demás compañeros y en ocasiones se formaron discusiones por su uso entre ellos.

La segunda tarea consistió en realizar cambios de representación a través del canje entre cubitos y barras, debido a que los estudiantes ya tenían conformados los grupos de 10 cubitos, se le pidió que cambien uno de esos grupos por una barra y que lo representen gráficamente en la ficha, a partir de ello debieron responder dos preguntas: la primera de ellas consistió en que los estudiantes observen qué relación tiene la barra con los grupitos de 10 cubitos, en esta pregunta se observó que los estudiantes no entienden de que deben ver si estos dos tienen algo en común, dado que en sus respuestas solamente algunos de los estudiantes escribieron que la relación entre ellas es que una barra está conformada por 10 cubitos y que a partir de 10 cubitos se puede construir una barra.

En la segunda pregunta que se realizó es el observar si el número que se formó en esta tarea es el mismo que el de la pregunta anterior, en esta parte se presenta una falencia debido a que esta segunda tarea se realizó al día siguiente de haber realizado la primera tarea y los estudiantes no recordaban el número que habían formado anteriormente. (Anexo 4).

La siguiente figura evidencia el trabajo de los estudiantes con la segunda tarea “**DE 10 EN 10**”.

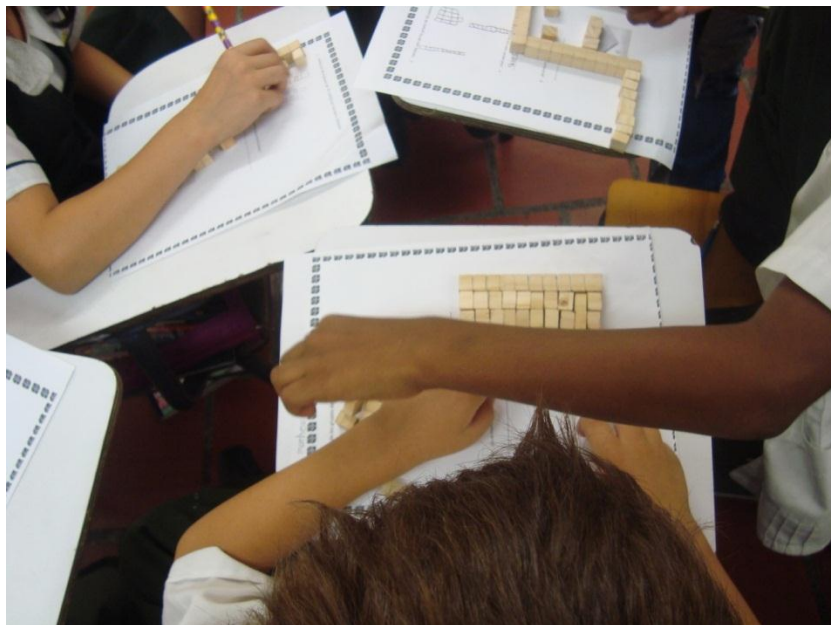


FIGURA 27: Canje de cubos por barras.

Al terminar esta segunda tarea se evidenció las siguientes falencias:

- Las dos tareas se deben realizar el mismo día, debido a que se necesitan los dos resultados para hacer las comparaciones correspondientes, para observar la relación entre los cubitos y las barras.
- Al momento de realizar la primera tarea que tenía la restricción de grupitos, hay que tener en cuenta que es mejor dejar que los estudiantes realicen todas las agrupaciones que puedan con los cubitos que tienen y que luego las representen en la ficha.

4.1.3. TAREA “VAMOS A JUGAR”

Esta tercera tarea corresponde a la partición, la cual tiene como objetivo iniciar al estudiante al concepto de valor de posición, por medio de la representación de un número de acuerdo al lugar que ocupa.

La tarea se dividió en dos tareas, y a cada uno de los grupos se le hace entrega de su respectivo material, así como la ficha a cada estudiante que conforma estos, para que realicen sus respuestas individualmente.

La primera tarea se desarrolló en grupos, en la cual se pidió a los estudiantes que realizaran dos diferentes representaciones de un número de dos cifras, y que lo represente gráficamente en cada uno de los cuadros. En esta parte se observó que los estudiantes utilizaron para sus representaciones únicamente cubitos, o combinaciones de cubitos y barras, pero algunos de ellos no realizaron las dos representaciones diferentes sino que solo utilizaron los cubitos para ambos. (Anexo 5).



FIGURA 28: Realización de la primera parte de la tarea “VAMOS A JUGAR”

La segunda tarea se realizó solamente con cuatro estudiantes, los cuales se escogieron por sus desempeños en las anteriores tareas, se eligieron dos estudiantes con desempeño alto y dos con desempeño bajo. En el desarrollo de esta tarea se empezó a evidenciar un acercamiento a la comprensión del concepto de *valor posicional*, debido a que se le pidió al estudiante que represente gráficamente y con ayuda de los bloques números de dos cifras, pero en este caso se le dio al estudiante el número en forma de descomposición, para que con ayuda del material represente cada cifra del número de acuerdo a la posición que este ocupa.

En el desarrollo de esta tarea se observó que dos de los cuatro estudiantes comprendieron que el primer número equivale a unidades de diez y así mismo por medio de cubitos lo representaron cada uno, mientras que los otros dos restantes representaron en cada cuadro el número completo sin tener en cuenta la posición que este ocupa en la cifra. (Anexo 6).

La siguiente figura evidencio el trabajo de los estudiantes con la segunda tarea “**VAMOS A JUGAR**”



FIGURA 29: Realización de la segunda parte de la tarea “**VAMOS A JUGAR**”

Al finalizar esta tercera tarea se observó las siguientes falencias:

- Al finalizar la primera tarea se observó que el problema de la repartición de material por grupos y el trabajo grupal siguió con las mismas dificultades que se evidenciaron en las anteriores tareas, por eso en la tarea número dos el número de estudiantes se reduce, debido a que en el desarrollo de las siguientes tareas ellos podrían trabajar individualmente con su propio material, sin necesidad de compartirlo, y además poder decidir sus propias respuesta sin necesidad de copiar a su compañero sin tener en cuenta por qué escoge esa respuesta.
- Los estudiantes no comprenden muy bien el concepto de valor de posición, lo cual se evidenció en la segunda tarea donde la primera cifra del número la tomaron como una unidad y no como una unidad de diez, lo cual causo dificultades al estudiante en las próximas tareas, pero lo que se quiere lograr es que los estudiantes no sigan con esta dificultad y al final de la última actividad comprendan el concepto del valor posicional y lo puedan realizar con la ayuda de los bloques de Dienes.

4.1.4. TAREA “VAMOS A AGRUPAR”

Esta cuarta tarea corresponde a la agrupación de números, esta se encuentra dividida en tres tareas, las cuales tuvieron como objetivo iniciar al estudiante en el concepto de las centenas, así como su representación con los bloques de Dienes, además de ir reconociendo que los números de dos cifras se encuentran compuestos por unidades y decenas, de

acuerdo a la posición que el número ocupe en la cifra numérica, todo ello recreado en aspectos de la vida cotidiana.

Antes de iniciar las tareas se les mostró a los estudiantes un enunciado, el cual menciona aspectos cotidianos y como estos representan un tipo de bloque de acuerdo a sus características, esta situación les ayudó a desarrollar las tareas 1 y 2.

En la primera tarea se le dio un enunciado que recrea una situación en un supermercado, a partir de este ellos debieron desarrollar dos preguntas, la primera de ellas consistió en que el estudiante represente una cifra numérica, que el enunciado le da con ayuda de los bloques de Dienes, en la segunda pregunta se le pidió al estudiante que represente la misma cantidad una vez más y que responda qué número se forma.

En esta primera parte el estudiante cuando se le pidió resolver la primera pregunta le resulta fácil, debido a que tienen en cuenta de que las 3 cajas equivalen a las 3 barras y las 3 unidades equivalen a los 3 cubitos, ya en la segunda pregunta ellos se confunden al momento de representar la cantidad y dar el resultado del número que se formó, debido a que no comprendieron que la cantidad que debieron representar es la misma que la anterior pero la deben de realizar dos veces y con ayuda de los bloques de Dienes, solamente uno de los cuatro estudiantes realizó correctamente esta pregunta, mientras que los restantes solamente grafican una sola vez. (Anexo 7)

En la segunda tarea se le pidió al estudiante que represente con los bloques de Dienes una cifra numérica que se les dio en la primera pregunta, esta es muy similar a la que realizó anteriormente, mientras que en la segunda pregunta se les pidió que represente una placa, para así ir implementando el concepto de centena con los estudiantes y lo puedan ir relacionando con un bloque. En la primera pregunta los estudiantes no tuvieron dificultad en graficarla porque ya conocían a que bloque equivalía cada número, mientras que en la segunda pregunta, algunos tuvieron inconvenientes al graficar el cajón o en este caso la placa, algunos la realizaron completa, mientras otros la dejaron incompleta. (Anexo 8)

En la tercera tarea se le presentó a los estudiantes una serie de precios, los cuales comprendieron números de dos cifras, de acuerdo a ello debieron responder cuatro preguntas, en las cuales se empezó a manejar los conceptos de unidad y decena, dado que de la pregunta 1 a la 3 se les dio el número en términos de base 10 para que de acuerdo a la lista de precios dados inicialmente escojan la respuesta acorde a este, mientras que en la última pregunta se les dio la respuesta y ellos debían escoger el número que correspondía a este.

En esta sección se observó que los estudiantes manejan mucho mejor el concepto de valor de posición, debido a que no se presentó dificultad al momento de responder e identificar las unidades y decenas de cada uno de los números que conformaban la lista y al preguntarles porque escogieron esa respuesta dieron sus argumentos sustentados con el valor de cada número de acuerdo a su posición.

4.1.5. TAREA “DE UNIDAD EN UNIDAD LO LOGRAREMOS”

Este último grupo de tareas corresponde a la tarea de relación, esta se divide en 4 tareas, las cuales tuvieron como finalidad relacionar la descomposición de números de dos y tres cifras con símbolos que los representan a cada uno de ellos, además se quiere que en esta última actividad el estudiante comprenda el concepto de valor posicional por medio de material manipulativo y se evidencie los conocimientos que se pusieron en prueba en las anteriores actividades.

En la primera tarea se le pidió a cada estudiante que realice descomposiciones de números de dos y tres cifras con ayuda de los bloques de Dienes, y que en cada una de las casillas que se encontraban representadas por los símbolos correspondientes a las unidades, decenas y centenas, él escribiera el número que según su posición debería ir en estas. En esta parte se observó que los estudiantes relacionan bien cada uno de los símbolos con cada uno de los números, pero esto solamente ocurrió en los números de tres cifras, dado que con los de dos cifras se confunden al momento de llenar la casilla correspondiente, debido a que se evidencio que los escriben en las centenas y no en las decenas como sería correspondiente. En esta primera parte se evidencio que tres de los cuatro estudiantes relaciona muy bien la parte de la descomposición de números de tres cifras con su símbolo correspondiente a las unidades de base 10. (Anexo 9)

En la segunda tarea, se empieza a implementar las relaciones de orden entre números con el uso de mayor y menor que de dos números, dado que se le pidió al estudiante en primera instancia que represente una serie de números de tres cifras con ayuda de los bloques de Dienes, para luego responder en base a ello una serie de preguntas, con el fin de que observaran que número es mayor o menor que otro dependiendo de las unidades, decenas o unidades de mil que lo componen.

En esta sección tres de los cuatro estudiantes respondieron a lo que se buscaba en esta tarea, aunque solamente escribieron el número que consideraban como respuesta y no justificaron el porqué, pero para dar este tipo de respuesta ellos tienen un conocimiento previo de como reconocer que un número es mayor o menor que otro de acuerdo a las unidades que lo conforman, mientras que un estudiante no comprendió el enunciado y no lo respondió. (Anexo 10)

En la tercera tarea, el nivel de dificultad para el estudiante es un poco mayor debido a que, en esta además de realizar descomposiciones de números en unidades, decenas y centenas, el estudiante debió escribir el valor que corresponde a cada uno de los números subrayados que se le dan en la tabla, es decir, debe reconocer si un número es una unidad, una decena o una unidad de mil, así mismo si uno de estos números contiene un cero debía de reconocer que valor ocupa este de acuerdo a su posición en la cifra numérica, ya sea de dos o tres cifras.

En esta parte los estudiantes mostraron dificultad en la parte de escribir la posición ocupaba el número subrayado en la cifra numérica, debido a que ellos lo tomaban como solamente una unidad, en esta ocasión solamente un estudiante de los cuatro lo comprendió y escribió el valor del número de acuerdo a donde se encontraba en la cifra, aunque en la parte que el número contenía el cero, aun no comprenden que este también puede equivaler a una unidad en base 10 y no como algo sin unidades. (Anexo 10).

En la última tarea se le propone al estudiante tres números de tres cifras, los cuales contienen ceros en la parte intermedia o en la parte final, se les pidió a cada uno de ellos que en cada una de las casillas escribiera el número correspondiente al símbolo que representa una cantidad en base 10, para así observar si hacen un buen uso de descomponer un número en unidades, decenas y centenas, y que reconozca el valor del cero dependiendo del valor que ocupa en la cifra numérica. (Anexo 11)

Al terminar esta última actividad y cerrando la serie de tareas que se realizaron con los estudiantes para la comprensión del concepto de valor de posición a través de la material manipulativo, se observan las siguientes dificultades:

- A los estudiantes se les torna complicado reconocer el valor que tiene un número en una cifra numérica dependiendo del lugar donde se encuentre este.
- Los estudiantes no reconocen el valor del cero en cualquier lugar que ocupe en una cifra, lo toman como aquello que no tiene unidades.
- Al momento de descomponer un número de dos cifras y relacionarlo con cada uno de los símbolos correspondientes a la unidad (U), la decena (D) y la centena (C), ellos parten desde la centena para descomponerlo, sin tener en cuenta que un número con esta cantidad de cifras.

4.2. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES

La investigación, tenía como propósito estudiar algunos de los alcances, limitaciones y posibilidades de la integración de materiales manipulativos para la enseñanza del concepto de valor de posición en las clases de matemáticas en un grado segundo de educación básica en el Colegio San Ambrosio de Milán.

En este sentido, entre los logros de este trabajo de grado están a nuestro juicio, es haber verificado que algunos de los hallazgos de investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza del valor de posición en la escuela primaria, aciertan cuando señalan la complejidad de este concepto matemático, particularmente en lo que se refiere a que el estudiante no comprende el valor de un número en una cifra numérica de acuerdo a la posición que ocupe en él, dado que lo toman como unidades aisladas y no teniendo en cuenta que el primer número de una cantidad de dos cifras puede representar una decena, o que el primer número de una cantidad de tres cifras puede representar una centena, y así sucesivamente con otras cantidades en base diez. Además, la dificultad de los estudiantes para la comprensión del valor que tiene el número cero al encontrarse en una cifra numérica, debido a que los estudiantes en cualquier posición que este se encuentre lo toman como algo que no tiene unidades ni valor de acuerdo al lugar que este pueda ocupar en una cifra numérica cuando se encuentre al final o en el intermedio de un número.

Adicionalmente se hizo evidente que los materiales manipulativos jugaron un rol clave tanto en la motivación para trabajar con los estudiantes como en la apropiación de elementos matemáticos, dado que el trabajo con los Bloques de Dienes posibilitó el desarrollo de las tareas planteadas a lo largo de nuestro trabajo de grado, evidenciando como los estudiantes se apropian y manipulan el material para lograr una comprensión del concepto de valor de posición, dado que ellos no son sujetos pasivos sino más bien sujetos activos que construyen un conocimiento matemático a partir de la integración de materiales manipulativos en el aula de clases.

A partir del análisis de las producciones se encontró que los estudiantes se les dificulta el trabajo en grupo cuando se trabaja con materiales manipulativos, debido a que se desarrollaban aspectos ajenos al desarrollo de las tareas como la escasez del material, la cual ocasionaba que los estudiantes presentaran conflictos con los compañeros de los grupos, trabajaran individualmente y así mismo no realizaran una socialización acerca de lo que encontraron en cada una de las tareas. Otra dificultad presentada en las producciones de los estudiantes es que en ocasiones ellos veían el trabajo con el material manipulativo como un juego, dado que aislaban lo que tenían que desarrollar en la tarea y construían figuras fuera de contexto, ocasionando que el objetivo de las tareas se perdiera y no se lograra lo que se quería encontrar

De esta manera, se pudo dar cumplimiento al propósito general de esta investigación, enmarcado en describir la integración de material manipulativo en la enseñanza del concepto de valor de posición en el grado segundo de básica primaria, dado que los estudiantes a través de la manipulación y trabajo de cada una de las representaciones de los Bloques de Dienes (cubitos, barras, placas), lograron ir construyendo un concepto de valor

de posición que esta antecedido por una serie de conceptos como el SND, la unidad, la decena y la centena, y que por medio del desarrollo de una serie de tareas que siguieron un continuo el estudiante logro paso a paso la comprensión del concepto en estudio a través de material manipulativo, aunque una proyección importante que se puede derivar de esta experiencia, es poder estudiar el impacto que tiene esta descripción en lo concerniente a los procesos de integración de materiales manipulativos, debido a que para los estudiantes el trabajo con este, especialmente con los Bloques de Dienes es nuevo y desconocen sus características, sus limitaciones y su utilidad para el desarrollo de las tareas, es por ello que en el desarrollo de la tarea exploratoria los estudiantes muestran interés frente al material, debido a que por medio de la manipulación libre ellos pueden observar estas aspectos desconocidos por ellos y así puedan apropiarse de los bloques para el desarrollo de las siguientes tareas, que tienen como propósito la comprensión del valor de posición a través de la implementación de material manipulativo.

Por otro lado, las tareas diseñadas se corresponden con la fundamentación teórica y permiten evidenciar que:

- a) Promover la interacción y reflexión entre los estudiantes, a través de la enseñanza de un concepto matemático por medio del trabajo con material manipulativo dando lugar a la creación de diversos modelos con niveles de abstracción diferentes, de acuerdo al desarrollo de cada uno de ellos en las tareas.
- b) Crear por parte de los estudiantes un interés en la construcción de modelos relacionados al SND, específicamente en el concepto de valor de posición, que les permitan la comprensión de cada una de las situaciones que se plantean y que en algunos casos puedan resolverla con la ayuda de un material manipulativo.

Por otro lado, esta investigación permite sentar bases para proponer un “modelo de trabajo” donde se especifican cuáles deben ser los aspectos a tener en cuenta en el integración de materiales manipulativos, posibilitando de esta manera, una enseñanza más eficiente del SND en las aulas de clases y facilitando su implementación de nuevas estrategias por parte de los docentes. En consecuencia, hemos identificado como podría ser el desarrollo de las tareas propuestas usando materiales manipulativos a través de una secuencia de tareas que les permitirán a los estudiantes apropiarse del concepto del valor de posición mientras manipula los bloques de Dienes e integra otros conceptos que están relacionados a este.

En relación con el diseño de las tareas, nuestra estrategia de intervención deja entrever algunos elementos teóricos implicados, como son: el seguir un continuo, es decir, realizar una secuencia de tareas teniendo en cuenta diferentes etapas y conceptos que el estudiante debe ir comprendiendo a lo largo del desarrollo de cada una de las tareas para lograr un aprendizaje del concepto de valor de posición por parte de los estudiantes.

De otra parte, en lo concerniente a la gestión de las tareas, nuestro trabajo podría aportar elementos que ayuden a constituir una estrategia didáctica para trabajar con manipulativos. De esta manera, los momentos de intervención expuestos en trabajo de grado pueden llegar a representar un camino propicio para abordar la gestión de un diseño basado en una

secuencia de tareas que tenga como propósito la enseñanza de un conocimiento matemático a través de la integración de material manipulativo en un aula de clases.

Así pues, a partir de esta investigación se crean ciertas condiciones que bien, podrían servir para desarrollar los momentos de la práctica en un escenario experimental como el Lab Mat UV, pero que podrían ser igualmente útiles para la gestión de tareas en el ámbito escolar. Es importante que los estudiantes pasen por momentos donde primero, conformen sus grupos de trabajo con base en diferentes niveles de habilidades, que seguidamente sientan interés y disposición por las tareas diseñadas, lo que eventualmente podría llevarlos a construir modelos con diferentes niveles de complejidad y, finalmente que discutan sus resultados, con el fin de verificar y validar lo que han obtenido. Especialmente cuando se trabaja con material manipulativo y cada uno de los estudiantes tiene una concepción y un trabajo diferente, y es favorable conocer los puntos de vista de cada uno de ellos para crear modelos válidos y se puedan discutir resultados.

Entonces, lo más relevante de esta investigación, es haber propuesto un “modelo de trabajo” que surgió a partir de la interpretación del SND, y así abordar un contenido matemático sin precedentes (valor de posición). En este caso, el interés por estudiar las dificultades que se presentan en el concepto en estudio se diferencia de otras, debido a que aquí se busca implementar la integración de material manipulativo para la enseñanza del valor de posición por medio del desarrollo de una secuencia de tareas que siguen un continuo y que le permite al estudiante ir paso a paso comprendiendo el concepto, además de que este trabajo en un futuro le servirá a docentes para implementarlo en sus clases, debido a las fichas que acompañan cada una de las tareas como lo son la ficha del profesor, la ficha de identificación y la ficha técnica, las cuales les permitirán conocer aspectos a tener en cuenta en la aplicación de tareas que lleven consigo el trabajo con material manipulativo en la enseñanza de un conocimiento matemático, además de que el trabajo con material manipulativo le brindará al estudiante otro tipo de herramienta que no sea el libro de texto y pueda así interactuar y manipular directamente con el material y observar sus propiedades y aprenda a usarlo para el aprendizaje de diversos contenidos matemáticos.

En síntesis, como fruto de esta investigación es posible afirmar:

1. Nuestra investigación permitió identificar elementos teóricos y metodológicos para proponer tareas a través de la implementación de material manipulativo, en este caso los Bloques de Dienes. Así, se reconocen aspectos a tener en cuenta en el diseño y la gestión de tareas, posibilitando una mejor integración de los bloques de Dienes en la enseñanza del concepto de valor de posición en las aulas de clases facilitando la implementación por parte de los docentes. Algunos de los elementos que se lograron precisar con el desarrollo de esta investigación incluyen:
 - El concepto de sistema de numeración decimal.
 - Relación de un material manipulativo con el concepto de valor de posición.
 - El concepto de unidad, decena y centena.

- Integración de material manipulativo en la enseñanza de un concepto matemático.
 - El desarrollo de una secuencia de tareas que siguen un continuo, e integran el concepto de valor de posición con la implementación de material manipulativo.
2. El trabajo con fichas le permitirá a docentes en ejercicio obtener una información clara de los aspectos que deben tener en cuenta para la implementación de materiales manipulativos en la enseñanza de un contenido matemático, dado que les ofrece una ficha del profesor donde muestra información de la tarea a desarrollar, así como las reacciones de los estudiantes en el desarrollo de esta; una ficha del estudiante, donde se encuentra la tarea que se le plantea a los estudiantes; una ficha de identificación, donde le brinda información del grado de escolaridad en que se maneja la tarea y los contenidos que abarcara; y una ficha técnica que le permitirá conocer el material con el cual se trabajara en la tarea, tanto sus características, sus propiedades y su uso.

Acorde con los planteamientos anteriores, esta investigación deja abiertos los siguientes interrogantes:

- ¿Cómo diseñar y gestionar tareas con la integración de materiales manipulativo, diferentes a los bloques de Dienes, y que le permitan a los estudiantes comprender el valor de posición?
- ¿De qué manera la propuesta de trabajo implementada en esta investigación podría contribuir al diseño de situaciones con trabajo manipulativo que involucren la enseñanza y aprendizaje de otros contenidos matemáticos?

4.3. BIBLIOGRAFIA

Andonegui, Martin. (2004). *El Sistema Numérico Decimal, numero 2*. Caracas: Federación Internacional Fe y Alegría.

Arce, Jorge. (2004). *El Laboratorio de Matemáticas*. Cali, Colombia.

Bedoya, Evelio. Orozco, Mariela. (1991). *El niño y el sistema de numeración decimal*. Cali, Colombia.

Centeno, Julia. (1987). *Números decimales ¿Por qué? ¿Para qué?*

Cid, Eva. Godino, Juan. Batanero, Carmen. (2003). *Sistemas Numéricos y su Didáctica para Maestros*. Granada: Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada.

Concepción, Milagros. (2006). *Orientaciones Metodológicas para el Uso de Material Didáctico en el Nivel Inicial*. Santo Domingo, República Dominicana: Dirección General de Educación Inicial.

Cortina, José Luis. (1997). Conceptualización y operación del valor posicional en diferentes situaciones: un estudio con niños y niñas mexicanos de segundo, tercer y cuarto grado. México D. F.

EduTEKA. (2003). Los Manipulables en la Enseñanza de las Matemáticas.

García, Beatriz. Cuesta, Carmen. De los Ríos, Jazmín. Escobar, Jaime. (2007). *Comprensión de los Números en el marco dentro de la Construcción del Sistema de Numeración*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.

González, Marí. (2010). *Recursos, Material Didáctico y Juegos y Pasatiempos: Consideraciones Generales*.

González, Daniel. *Dificultades de aprendizaje de la numeración y el cálculo*.

Kamii, Constance. Joseph, Linda. (1992). *Valor de Posición y Adición en Doble Columna*. Madrid, España.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, D. C.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá, D. C.

Ministerio de Educación Nacional. (2007). *Leemos números y los representamos*. Perú.

Ocampo, María E. López, Nancy. Osorio, Blanca. *Análisis de errores en la ejecución de algoritmos clásicos y sugerencias para la enseñanza de algoritmos escritos*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Ogg, Beth. (2010) *¿Cuál es el impacto de los manipulativos en la enseñanza de las matemáticas?* Tesis de Maestría de la Facultad de Educación Universidad de Ohio. Ohio, Estados Unidos.

Ortiz, Jorge Eliecer. (2010). *Reflexiones sobre la aplicación de la Teoría de Piaget*. Puerto Rico.

Pabón, Octavio. Arce, Jorge. (2012). *El Laboratorio de Matemáticas*. Cali, Colombia.

Porras, Johana, Vivas, Lina V. (2009). *Reflexiones didácticas en torno a las equivalencias y al valor de posición con elementos básicos para la contextualización del Sistema de Numeración Decimal*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Rico, Luis. (1997). *Los organizadores del currículo de matemáticas*. Barcelona: Horsori.

Silva, Alicia. Varela, Carlos. (2010). *Los Materiales “Concretos” en la enseñanza de la numeración*.

Silva, Manuel. (2005). *Place value, Activity Package*. Winnipeg School Division.

Stake, Robert. (1999). *Investigación con Estudio de Casos*. Madrid, España: Ediciones Morata. Pp. 51-81.

Universidad Pedagógica Nacional. (1994). *Construcción del Conocimiento Matemático*.
Lectura: *Valor de posición y adición en dos columnas* (pp. 34-47). México D.F.

ANEXOS

ANEXO 1

NOMBRE: DAVID,
CAMILO
KEVIN VELAS
FECHA:

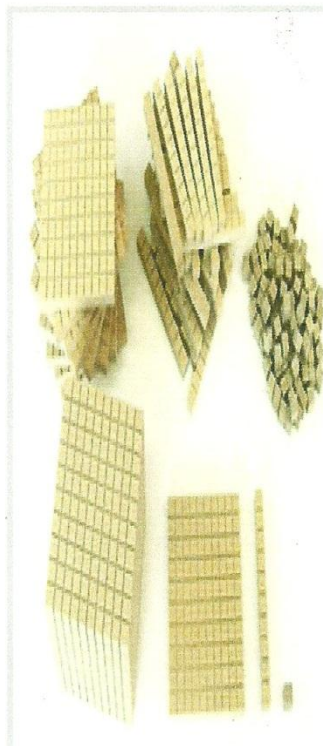
UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA.
TAREA EXPLORATORIA

TAREA 1. ACTIVIDAD LIBRE

- ◆ CONSTRUYE FIGURAS Y JUEGA CON EL MATERIAL QUE SE TE ENTREGA.

¿Qué construiste?

Casa o Finca si Finca



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA.
TAREA EXPLORATORIA

NOMBRE: ~~MOSQUETA, CAMILA~~
KEVI GUASÁ ~~ISABANA~~

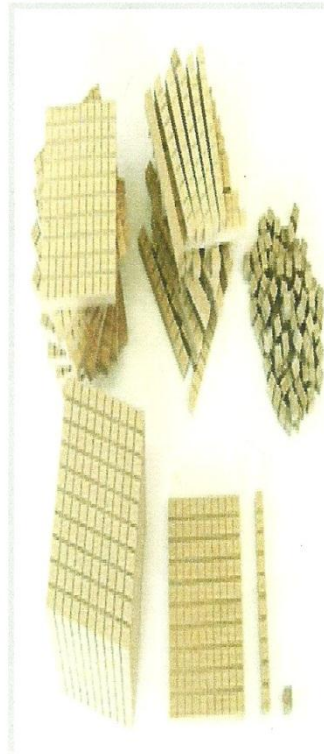
FECHA:

TAREA 1. ACTIVIDAD LIBRE

- ◆ CONSTRUYE FIGURAS Y JUEGA CON EL MATERIAL QUE SE TE ENTREGA.

¿Qué construiste?

CASA

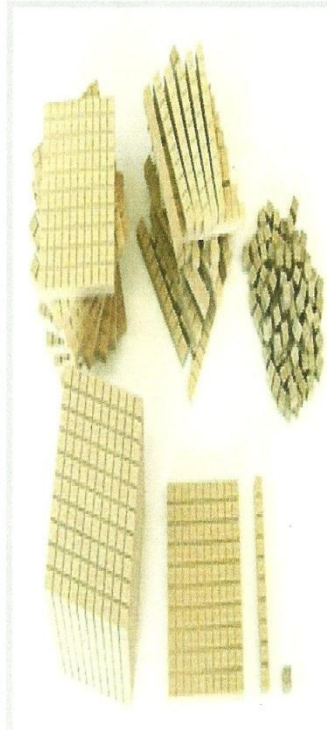


NOMBRE: Isa
FECHA: 10 noviembre 19 del 201

TAREA 1. ACTIVIDAD LIBRE

- ◆ CONSTRUYE FIGURAS Y JUEGA CON EL MATERIAL QUE SE TE ENTREGA.

¿Qué construiste?
una figura



ANEXO 2

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA.
TAREA EXPLORATORIA

NOMBRE: ~~REYES~~ CAMILA AIDEL
FECHA: Noviembre 19 del 2012

TAREA 2.

◆ Con la ayuda del material realiza las siguientes tareas.

- ¿Cuántos cubitos necesitas para construir una barra?

12345678910

- ¿Cuántas barras puedes construir con los cubitos que tienes?

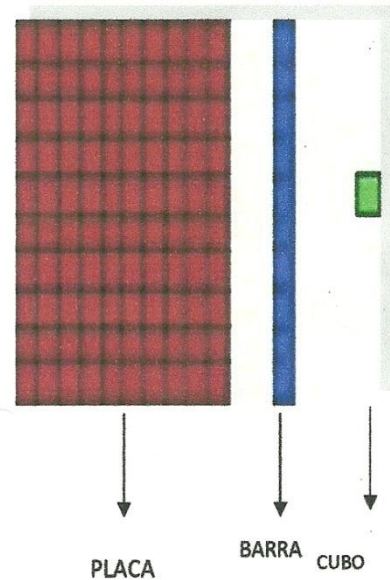
12

- ¿Cuántas barras necesitas para construir una placa?

7

- ¿Cuántos cubitos necesitas para construir una placa?

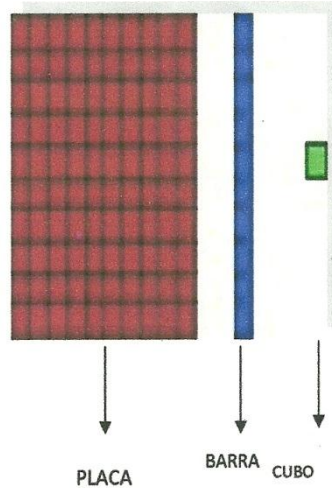
100



Enelin Aletia Ahn Y. G. M. 10
NOMBRE:
FECHA: Noviembre 15 del 2012

TAREA 2.

- ◆ Con la ayuda del material realiza las siguientes tareas.
- ¿Cuántos cubitos necesitas para construir una barra?
10
- ¿Cuántas barras puedes construir con los cubitos que tienes?
30
- ¿Cuántas barras necesitas para construir una placa?
10
- ¿Cuántas cubitos necesitas para construir una placa?
100

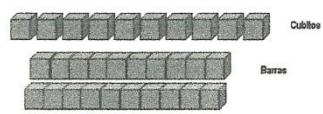


ANEXO 3



NOMBRES:

FECHA: *matthew*



DE 10 EN 10

Camila y Alexandra van a comenzar un juego pero para ello deben primero deben reconocer el material con el que van a trabajar. Sigue con ellas cada uno de los siguientes pasos.

1. Con los cubitos que tienes realiza grupitos de 10. Dibuja cada grupo y los cubos restantes en cada una de las casillas que se encuentran a continuación:

<p>GRUPO 1</p>	<p>GRUPO 2</p>	<p>GRUPO 3</p>
<p>CUBITOS SOLOS</p>		

- a. ¿Te sobraron cubitos sin grupo? ¿Cuántos?

9

- b. Cuenta los cubitos y escribe el numero que formaste.

99



NOMBRES: miguelm. joranda y REV: a
 FECHA: noviembre 20 del 2010 20



DE 10 EN 10

Camila y Alexandra van a comenzar un juego pero para ello deben primero deben reconocer el material con el que van a trabajar. Sigue con ellas cada uno de los siguientes pasos.

1. Con los cubitos que tienes realiza grupitos de 10. Dibuja cada grupo y los cubos restantes en cada una de las casillas que se encuentran a continuación:

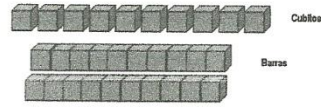
GRUPO 1 	GRUPO 2 	GRUPO 3
CUBITOS SOLOS 23 		

- a. ¿Te sobraron cubitos sin grupo? ¿Cuántos?
23
- b. Cuenta los cubitos y escribe el numero que formaste.
53



NOMBRES: Camilo

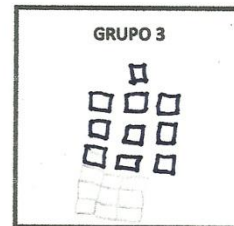
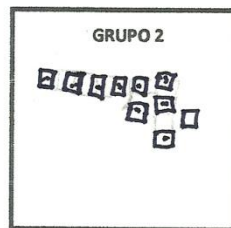
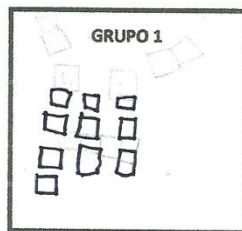
FECHA: Noviembre 20 del 2012



DE 10 EN 10

Camila y Alexandra van a comenzar un juego pero para ello deben primero deben reconocer el material con el que van a trabajar. Sigue con ellas cada uno de los siguientes pasos.

1. Con los cubitos que tienes realiza grupitos de 10. Dibuja cada grupo y los cubos restantes en cada una de las casillas que se encuentran a continuación:



- a. ¿Te sobraron cubitos sin grupo? ¿Cuántos?

si, 4

- b. Cuenta los cubitos y escribe el numero que formaste.

34

ANEXO 4

2. Cambia uno de los grupos de 10 cubitos por una barra. Dibújalos

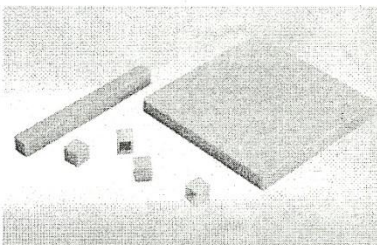


- a. ¿Qué relación tiene una barra con un grupo de 10 cubitos?

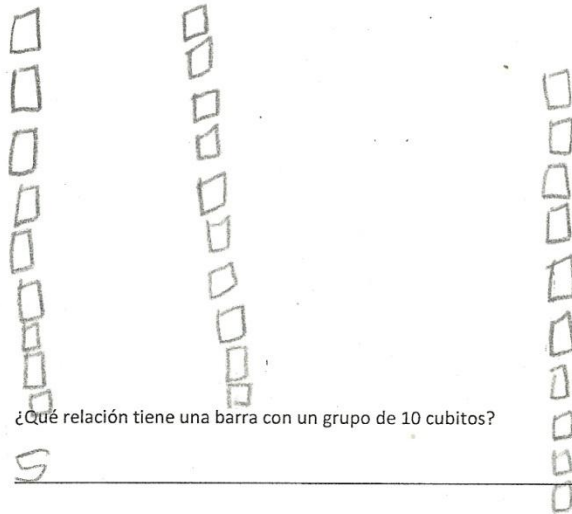
Porque una barra atiende a 10 cubos
y con los cubos se puede formar una barra.

- b. ¿Es el mismo número del punto anterior?

con los cubitos
se puede formar una barra



2. Cambia uno de los grupos de 10 cubitos por una barra. Dibújalos

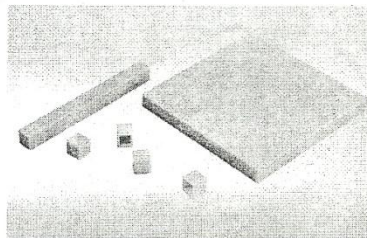


a. ¿Qué relación tiene una barra con un grupo de 10 cubitos?

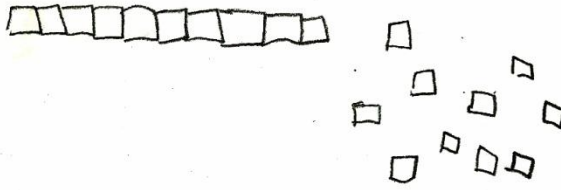
5

b. ¿Es el mismo número del punto anterior?

son de mismo tamaño y son de mismo color



2. Cambia uno de los grupos de 10 cubitos por una barra. Dibújalos

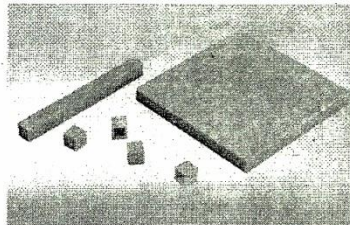


a. ¿Qué relación tiene una barra con un grupo de 10 cubitos?

que son cubitos y que son grupos de 10

b. ¿Es el mismo número del punto anterior?

no es 21



ANEXO 5

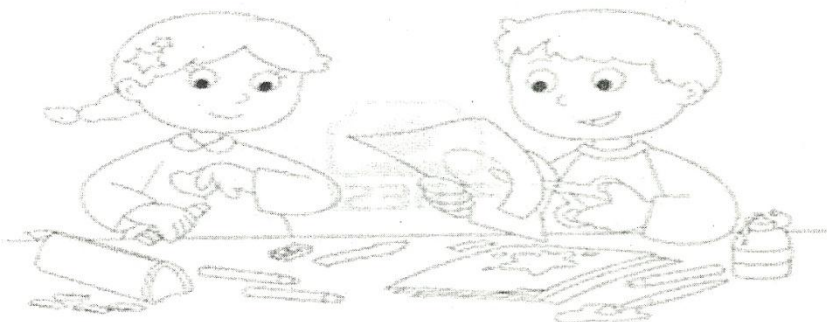


UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA

NOMBRE: Alexia

FECHA:

VAMOS A JUGAR.



Camilo y Alexandra están jugando con los bloques de Dienes y para ganar deben pasar por una serie de etapas.

PRIMERA ETAPA

Representa cada uno de los siguientes cifras con ayuda de los bloques, con la siguiente condición, la representación de Camilo debe ser diferente a la de Alexandra.

a. 45

CAMILO	ALEXANDRA

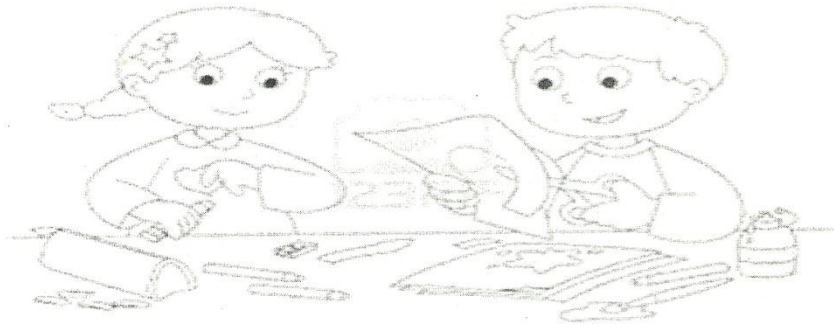


UNIVERSIDAD DEL VALLE
 INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA

NOMBRE: Pinedo

FECHA: noviembre 28 2011

VAMOS A JUGAR.



Camilo y Alexandra están jugando con los bloques de Dienes y para ganar deben pasar por una serie de etapas.

PRIMERA ETAPA

Representa cada uno de los siguientes cifras con ayuda de los bloques, con la siguiente condición, la representación de Camilo debe ser diferente a la de Alexandra.

a. 45

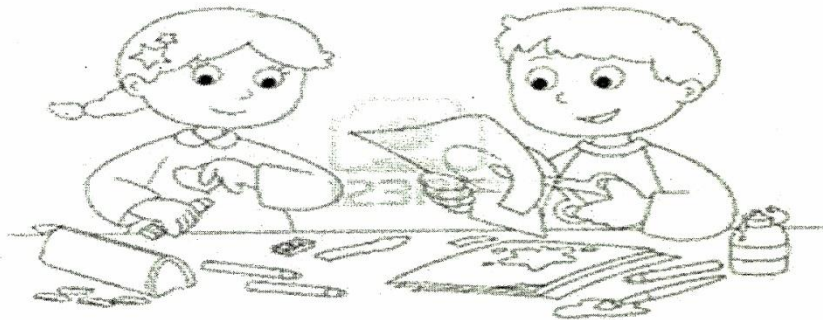
CAMILO	ALEXANDRA



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA

NOMBRE: Camilo
FECHA: Noviembre 28 2012

VAMOS A JUGAR.



Camilo y Alexandra están jugando con los bloques de Dienes y para ganar deben pasar por una serie de etapas.

PRIMERA ETAPA

Representa cada uno de los siguientes cifras con ayuda de los bloques, con la siguiente condición, la representación de Camilo debe ser diferente a la de Alexandra.



a. 45

e. 22

CAMILO	ALEXANDRA

ANEXO 6

b. 30 Mathew

CAMILO	ALEXANDRA
	

AHORA PUEDES PASAR A LA SIGUIENTE ETAPA.

Camilo y Alexandra deben dibujar con la representación de los siguientes números con la ayuda de cubitos y barras.

a.) 38





b.) 35



Valeria Marquez

b. 30

CAMILO	ALEXANDRA
	

AHORA PUEDES PASAR A LA SIGUIENTE ETAPA.

Camilo y Alexandra deben dibujar con la representación de los siguientes números con la ayuda de cubitos y barras.

a.) 38



b.) 55



b. 30

CAMILO	ALEXANDRA

AHORA PUEDES PASAR A LA SIGUIENTE ETAPA.

Camilo y Alexandra deben dibujar con la representación de los siguientes números con la ayuda de cubitos y barras.

a.) 38



b.) 55



ANEXO 7

1 vez



UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA

NOMBRE:

FECHA:

VAMOS A AGRUPAR

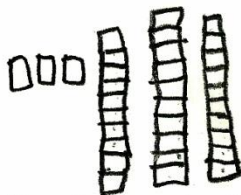
Camilo y Alexandra van al mercado y observan el precio de las frutas, ellos encontraron la siguiente información:

Las frutas se venden al público de la siguiente manera:

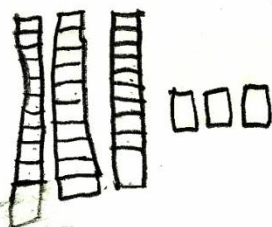
- Por unidad, esta equivale a un cubito.
- En cajas con 10 frutas en cada una, el cual equivale a una barra.
- En cajones que traen 10 cajas, el cual equivale a una placa.

En base a la anterior información resuelve las siguientes preguntas:

1. Camilo y Alexandra compran naranjas y hay una oferta que dice "Lleve 3 cajas y le regalamos tres unidades"^{no}
 - a. Representa con los bloques las 3 cajas y las 3 unidades que se lleva Camilo.



- b. Si Alexandra compra dos ofertas.
¿Cuántas naranjas se lleva? 66
Dibuja las dos ofertas con los bloques.





UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA,

NOMBRE: Valeria

FECHA: 2013

VAMOS A AGRUPAR.

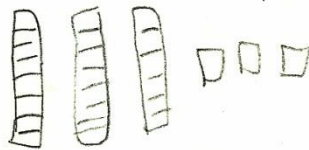
Camilo y Alexandra van al mercado y observan el precio de las frutas, ellos encontraron la siguiente información:

Las frutas se venden al público de la siguiente manera:

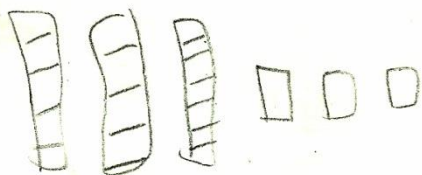
- Por unidad, esta equivale a un cubito.
- En cajas con 10 frutas en cada una, el cual equivale a una barra.
- En cajones que traen 10 cajas, el cual equivale a una placa.

En base a la anterior información resuelve las siguientes preguntas:

1. Camilo y Alexandra compran naranjas y hay una oferta que dice "Lleve 3 cajas y le regalamos tres unidades"**no**
 - a. Representa con los bloques las 3 cajas y las 3 unidades que se lleva Camilo.



- b. Si Alexandra compra dos ofertas.
¿Cuántas naranjas se lleva? 66
Dibuja las dos ofertas con los bloques.

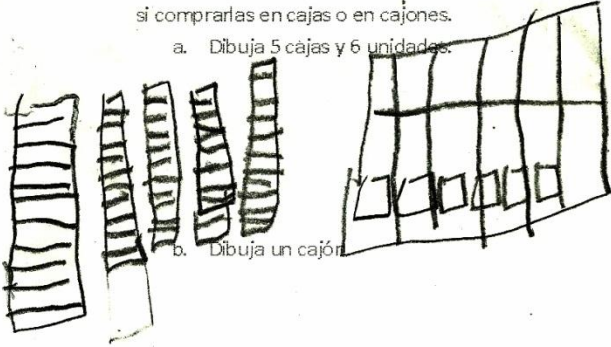


ANEXO 8

2

2. Camilo y Alexandra le harán un postre a su mamá, para ello necesitan 56 fresas y no saben si comprarlas en cajas o en cajones.

a. Dibuja 5 cajas y 6 unidades.



b. Dibuja un cajón.

c. Si quieren comprar 56 fresas. ¿Cuál de las anteriores representaciones es la adecuada? fresa

3. Luego de ir al mercado y de realizar las compras Camilo y Alexandra van a comprar helados con sus familias y se encuentran con los siguientes precios.

- Vainilla \$80
- Chocolate \$90
- Fresa \$85
- Naranja \$70
- Mora \$75

a. Escribe el sabor que eligió cada una de las personas.

i. El hermano de Camilo eligió el que tiene 5 unidades y 8 decenas. Su helado era de fresa

ii. La amiga de Alexandra eligió el que tiene 4 decenas + 3 decenas. Su helado era de chocolate

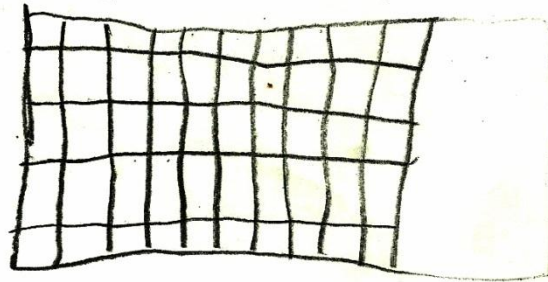
iii. El hermano de Alexandra eligió el que tiene 9 decenas y 0 unidades. Su helado era de fresa

iv. Tú escoges un helado de Mora. ¿Cuántas unidades y decenas tiene?

si

2. Camilo y Alexandra le harán un postre a su mamá, para ello necesitan 56 fresas y no saben si comprarlas en cajas o en cajones.

a. Dibuja 5 cajas y 6 unidades.



b. Dibuja un cajón.

c. Si quieren comprar 56 fresas. ¿Cuál de las anteriores representaciones es la adecuada? Fresa

3. Luego de ir al mercado y de realizar las compras Camilo y Alexandra van a comprar helados con sus familias y se encuentran con los siguientes precios.

- Vainilla \$80
- Chocolate \$90
- Fresa \$85
- Naranja \$70
- Mora \$75

a. Escribe el sabor que eligió cada una de las personas.

i. El hermano de Camilo eligió el que tiene 5 unidades y 8 decenas. Su helado era de Fresa

ii. La amiga de Alexandra eligió el que tiene 4 decenas + 3 decenas. Su helado era de 70

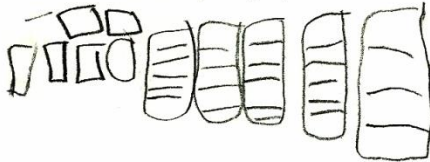
iii. El hermano de Alexandra eligió el que tiene 9 decenas y 0 unidades. Su helado era de chocolate

iv. Tú escoges un helado de Mora. ¿Cuántas unidades y decenas tiene?

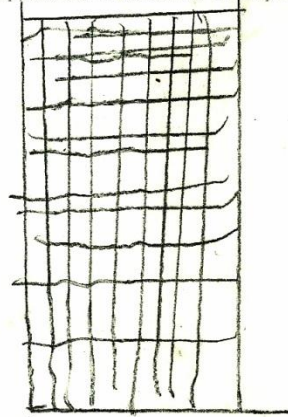
MATHCW

2. Camilo y Alexandra le harán un postre a su mamá, para ello necesitan 56 fresas y no saben si comprarlas en cajas o en cajones.

a. Dibuja 5 cajas y 6 unidades.



b. Dibuja un cajón.



c. Si quieren comprar 56 fresas. ¿Cuál de las anteriores representaciones es la adecuada? _____

3. Luego de ir al mercado y de realizar las compras Camilo y Alexandra van a comprar helados con sus familias y se encuentran con los siguientes precios.

- Vainilla \$80
- Chocolate \$90
- Fresa \$85
- Naranja \$70
- Mora \$75

a. Escribe el sabor que eligió cada una de las personas.

i. El hermano de Camilo eligió el que tiene 5 unidades y 8 decenas. Su helado era de Fresa

ii. La amiga de Alexandra eligió el que tiene 4 decenas + 3 decenas. Su helado era de 70

iii. El hermano de Alexandra eligió el que tiene 9 decenas y 0 unidades. Su helado era de Chocolate

iv. Tú escoges un helado de Mora. ¿Cuántas unidades y decenas tiene?

75

ANEXO 9

3



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA

NOMBRE:

FECHA:

DE UNIDAD EN UNIDAD LO LOGRAREMOS

Camilo y Alexandra harán un recuento de lo todo lo que aprendieron con los bloques, para ello deben pasar por cada una de las siguientes actividades:

1. Representa cada uno de los siguientes números con los bloques y escribe por cuantas unidades, decenas y centenas esta conformados:

a. 113

C 1

D 1

U 3

b. 104

C 4

D 0

U 4

c. 120

C 1

D 2

U 0

d. 25

C

D 2

U 5

e. 350

C 3

D 5

U 0

f. 30

C 3

D 0

U

2. Representa con los bloques los siguientes números:

~~X~~ 100

b. 190

c. 200

d. 250

e. 180

Responde:

- ¿Cuántas unidades tiene el primer número? 100
- ¿Qué numero lleva la mayor cantidad 190 o 220? 220 ¿Por qué?
- ¿Qué número es menor 250 o 180? 180 ¿Por qué?



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA,

NOMBRE: Valeria

FECHA: 2013

VAMOS A AGRUPAR.

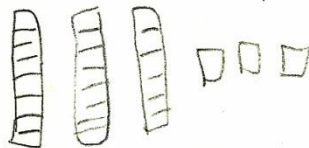
Camilo y Alexandra van al mercado y observan el precio de las frutas, ellos encontraron la siguiente información:

Las frutas se venden al público de la siguiente manera:

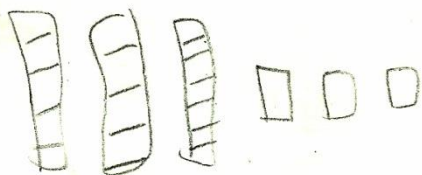
- Por unidad, esta equivale a un cubito.
- En cajas con 10 frutas en cada una, el cual equivale a una barra.
- En cajones que traen 10 cajas, el cual equivale a una placa.

En base a la anterior información resuelve las siguientes preguntas:

1. Camilo y Alexandra compran naranjas y hay una oferta que dice "Lleve 3 cajas y le regalamos tres unidades"**no**
 - a. Representa con los bloques las 3 cajas y las 3 unidades que se lleva Camilo.



- b. Si Alexandra compra dos ofertas.
¿Cuántas naranjas se lleva? 66
Dibuja las dos ofertas con los bloques.



ANEXO 10

3



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA

NOMBRE:

FECHA:

DE UNIDAD EN UNIDAD LO LOGRAREMOS

Camilo y Alexandra harán un recuento de lo todo lo que aprendieron con los bloques, para ello deben pasar por cada una de las siguientes actividades:

1. Representa cada uno de los siguientes números con los bloques y escribe por cuantas unidades, decenas y centenas esta conformados:

a. 113

C 1
D 1
U 3

b. 104

C 4
D 0
U 4

c. 120

C 1
D 2
U 0

d. 25

C
D 2
U 5

e. 350

C 3
D 5
U 0

f. 30

C 3
D 0
U

2. Representa con los bloques los siguientes números:

~~x~~ 100

b. 190

c. 200

d. 250

e. 180

Responde:

- ¿Cuántas unidades tiene el primer número? 100
- ¿Qué número lleva la mayor cantidad 190 o 220? 220 ¿Por qué?
- ¿Qué número es menor 250 o 180? 180 ¿Por qué?



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA

3

NOMBRE:

FECHA:

DE UNIDAD EN UNIDAD LO LOGRAREMOS

Camilo y Alexandra harán un recuento de lo todo lo que aprendieron con los bloques, para ello deben pasar por cada una de las siguientes actividades:

1. Representa cada uno de los siguientes números con los bloques y escribe por cuantas unidades, decenas y centenas esta conformados:

- | | | |
|------------|------------|------------|
| a. 113 | b. 104 | c. 120 |
| C <u>1</u> | C <u>1</u> | C <u>1</u> |
| D <u>1</u> | D <u>0</u> | D <u>2</u> |
| U <u>3</u> | U <u>4</u> | U <u>0</u> |
-
- | | | |
|-------------|------------|-------------|
| d. 25 | e. 350 | f. 30 |
| C <u> </u> | C <u>3</u> | C <u>3</u> |
| D <u>2</u> | D <u>5</u> | D <u>0</u> |
| U <u>5</u> | U <u>0</u> | U <u> </u> |

2. Representa con los bloques los siguientes números:

- 100
- b. 190
- c. 200
- d. 250
- e. 180

Responde:

- ¿Cuántas unidades tiene el primer número? _____
- ¿Qué numero lleva la mayor cantidad 190 o 220? _____ ¿Por qué?
- ¿Qué número es menor 250 o 180? _____ ¿Por qué?

B



UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA

NOMBRE: Kevin Guaza

FECHA: enero 31 2013

DE UNIDAD EN UNIDAD LO LOGRAREMOS

Camilo y Alexandra harán un recuento de lo todo lo que aprendieron con los bloques, para ello deben pasar por cada una de las siguientes actividades:

1. Representa cada uno de los siguientes números con los bloques y escribe por cuantas unidades, decenas y centenas esta conformados:

a. 113

C 3
D 1
U 1

b. 104

C 4
D 0
U 1

c. 120

C 0
D 2
U 1

d. 25

C
D 5
U 2

e. 350

C
D 5
U 3

f. 30

C
D 0
U 3

2. Representa con los bloques los siguientes números:

a. 100

b. 190

c. 200

d. 250

e. 180

Responde:

- ¿Cuántas unidades tiene el primer número? 100
- ¿Qué número lleva la mayor cantidad 190 o 220? 220 Por qué?
- ¿Qué número es menor 250 o 180? 180 ¿Por qué?

ANEXO 11

4

3. Completa la siguiente tabla y escribe el valor que representa cada número subrayado:

NUMERO	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES	VALOR DEL NUMERO SUBRAYADO
<u>9</u>	1	0	9	noventa
<u>10</u>	9	3		DIEZ
<u>93</u>	9	9		nueve
<u>99</u>	1	0	0	nueve
<u>100</u>	3	0	5	uno
305				seis
<u>450</u>	4	5	0	cuatro

4. Descompone los siguientes números en unidades, decenas, centenas, y representa con ayuda de los bloques cada uno de ellos.

a. 103

U _____ D _____ C _____

b. 110

U _____ D _____ C _____

c. 120

U _____ D _____ C _____

4

3. Completa la siguiente tabla y escribe el valor que representa cada número subrayado:

NUMERO	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES	VALOR DEL NUMERO SUBRAYADO
<u>9</u>	1	0	9	noventa
<u>10</u>	9	3		DIEZ
<u>93</u>	9	9		nueve
<u>99</u>	9	0	0	nueve
<u>100</u>				uno
<u>305</u>	3	0	5	seis
<u>450</u>	4	5	0	cuatro

4. Descompone los siguientes números en unidades, decenas, centenas, y representa con ayuda de los bloques cada uno de ellos.

a. 103

U ____ D ____ C ____

b. 110

U ____ D ____ C ____

c. 120

U ____ D ____ C ____

3. Completa la siguiente tabla y escribe el valor que representa cada número subrayado:

NUMERO	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES	VALOR DEL NUMERO SUBRAYADO
<u>9</u>	1	0	9	noventa
<u>10</u>	9	3		DIEZ
<u>93</u>	9	9		noventa
<u>99</u>	2	0	0	cien
<u>100</u>				
<u>305</u>	3	0	5	trecientos
<u>450</u>	4	5	0	cuatrocientos

4. Descompone los siguientes números en unidades, decenas, centenas, y representa con ayuda de los bloques cada uno de ellos.

a. 103

U 1 D 0 C 3

b. 110

U 1 D 1 C 0

c. 120

U 1 D 2 C 0