



UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**Acta de Evaluación de Trabajo de Grado**

Tenga en cuenta: 1. Marque con una X la opción escogida.  
2. diligencie el formato con una letra legible.

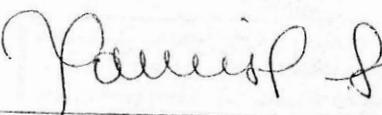
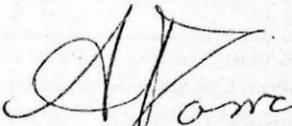
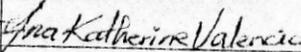
Título del Trabajo:	Una secuencia didáctica en grado cuarto: Cuadriláteros en un AGD.					
Se trata de:	Proyecto	<input type="checkbox"/>	Informe Final	<input checked="" type="checkbox"/>		
Director:	Marisol Santacruz Rodríguez					
1er Evaluador:	Alexander Parra					
2do Evaluador:	Ana Katherine Valencia					
Fecha y Hora	Año:	2013	Mes:	02	Día:	21
					Hora:	6:00 pm.
<b>Estudiantes</b>						
Nombres y Apellidos completos			Código		Programa Académico	
Deiby Joann Jorjado Peña			0 645202		3469	
Sandra Lorena Suárez Salazar			0 629347		3469	

<b>Evaluación</b>			
Aprobado	<input checked="" type="checkbox"/>	Meritorio	<input type="checkbox"/>
Aprobado con recomendaciones	<input type="checkbox"/>	No Aprobado	<input type="checkbox"/>
En el caso de ser <b>Aprobado con recomendaciones</b> (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo de _____ (máximo un mes) <b>ante:</b>			
Director del Trabajo	<input type="checkbox"/>	1er Evaluador	<input type="checkbox"/>
En el caso que el Informe Final se considere <b>Incompleto</b> , se da un plazo de máximo de _____ semestre(s) para realizar una nueva reunión de evaluación el:			
Año:	Mes:	Día:	Hora:
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la <b>razón del desacuerdo</b> y las <b>alternativas</b> de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).			

<b>Firmas:</b>		
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador



UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Observaciones:	<input checked="" type="checkbox"/> Recomendaciones:	Razón del Desacuerdo - Alternativas:
(si se considera necesario, usar hojas adicionales)		
<p>Revisar cuestiones generales de forma del documento, por ejemplo tildes, uso de tiempos verbales y conectores. Se realizan recomendaciones de redacción en varios apartados del documento; igualmente se sugieren aspectos de edición relacionados con la paginación y el uso de las ilustraciones principalmente en el segundo capítulo.</p>		
<p>Se sugiere anunciar las imágenes en el texto y crear un discurso verbal que recoja la información contenida en las imágenes sobre todo en los capítulos II y III.</p>		
<p>Importante en los análisis a priori explicitar la retroacción que realiza el medio en la situación 3, con el objeto de que se de cuenta de la validación que ofrece el medio de las estrategias de los estudiantes.</p>		
<p>Se recomienda reescribir las conclusiones de manera de que se expliciten las ideas alrededor de las unidades de análisis propuestas en el marco teórico. Por ejemplo, evitar introducir vocablos nuevos en este apartado y utilizar los que se utilizaron ampliamente en el trabajo.</p>		
		
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador

Una Secuencia Didáctica en Grado Cuarto: Cuadriláteros en un AGD



**UNA SECUENCIA DIDÁCTICA EN GRADO CUARTO:  
CUADRILÁTEROS EN UN AGD**

**DEIBY JOANN JURADO PEÑA  
SANDRA LORENA SUAREZ SALAZAR**

**LINEA DE FORMACIÓN  
TECNOLOGÍAS DE LA COMUNICACIÓN Y LA INFORMACIÓN  
DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
TICEM**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGIA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
SANTIAGO DE CALI 2013**

Una Secuencia Didáctica en Grado Cuarto: Cuadriláteros en un AGD

**UNA SECUENCIA DIDÁCTICA EN GRADO CUARTO:  
CUADRILÁTEROS EN UN AGD**

**DEIBY JOANN JURADO PEÑA**

**0645202**

**SANDRA LORENA SUAREZ SALAZAR**

**0629347**

**PROYECTO DE TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN  
BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICA  
(PROGRAMA 3469)**

**ASESORA**

**Mg. MARISOL SANTACRUZ**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGIA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
SANTIAGO DE CALI 2013**

## AGRADECIMIENTOS

*A Dios, quien nos ha dado la vida y la sabiduría necesaria para la construcción de este trabajo que fue realizado con mucho esfuerzo y sacrificio en nombre suyo, a él quien en cada mañana nos da el aliento y la fuerza suficiente para permanecer en su camino.*

*Gracias Dios por permitirnos alcanzar una meta más en nuestras vidas.*

*A nuestros padres, pues son ellos quien con sus enseñanzas y sacrificios permitieron que nuestro sueño se cumpliera. Gracias a ellos ahora somos profesionales de la educación.*

*A nuestros hermanos, que a pesar de las dificultades nos brindaron su apoyo y amor de hermanos que nos dio la fuerza para continuar con nuestra meta. Gracias por estar siempre con nosotros.*

*A nuestra directora Marisol Santacruz por sus valiosas orientaciones, por su sacrificio, por su dedicación, tiempo y cariño brindado durante la realización de esta trabajo de grado. Gracias por compartir su conocimiento. Dios la bendiga siempre.*

*Agradecimientos a los estudiantes y directivos del colegio de la presentación sede ciudadela, por su disponibilidad de tiempos, espacios y logística necesarios para la realización de la fase experimental de este trabajo.*

## Tabla de contenido

RESUMEN.....	12
INTRODUCCIÓN .....	13
1. CAPITULO I: Aspectos Generales. ....	15
1.1. Planteamiento Del Problema .....	15
1.2. Justificación .....	20
1.3. Objetivos.....	25
1.3.1. Objetivo General .....	25
1.3.2. Objetivos Específicos .....	25
2. CAPITULO II: Marco Teórico .....	26
2.1. Dimensión Matemática .....	27
2.2. Dimensión Cognitiva.....	37
2.3. Dimensión Didáctica.....	41
2.3.1. Teoría De Situaciones Didácticas (TSD) .....	41
2.3.2. Orquestación Instrumenta .....	44
3. CAPITULO III: CONCEPCIÓN Y ANÁLISIS A PRIORI DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.....	47
3.1. Situación No. 1 “descubre la figura oculta” .....	50
3.2. Situación 2 “la casita mágica” .....	54
3.3. Situación 3 “clasificando ando con los cuadriláteros gozando” .....	57

4.	CAPITULO IV: ANÁLISIS A <i>POSTERIORI</i> DE LA SECUENCIA DIDACTICA.....	60
4.1.	Contexto de la experimentación.....	61
4.2.	Análisis <i>a posteriori</i> de la situación 1 “descubre la figura oculta”.....	62
4.3.	Análisis <i>a posteriori</i> situación 2 “la casita mágica”.....	69
4.4.	Análisis <i>a posteriori</i> situación 3 “clasificando ando con los cuadriláteros gozando”.....	72
4.5.	Consideraciones finales del análisis <i>a posteriori</i> .....	74
5.	CAPITULO V: CONCLUSIONES.....	77
	BIBLIOGRAFÍA.....	82

## Tabla de Ilustraciones

Ilustración I: Cuadrilátero Convexo DFGG .....	28
Ilustración II: Cuadrilátero Cóncavo GHJI .....	28
Ilustración III: Paralelogramo ABCD .....	29
Ilustración IV: Rombo OPQR.....	29
Ilustración V: Rectángulo KLMN .....	29
Ilustración VI: Cuadrado ABCD .....	30
Ilustración VII: Trapecio STUV .....	30
Ilustración VIII: Trapecio Isósceles NOPQ.....	30
Ilustración IX: Trapecio Escaleno FGHI .....	31
Ilustración X: Trapecio Rectángulo TUVX .....	31
Ilustración XI: Trapezoide RSTU.....	31
Ilustración XII: Trapezoide Asimétrico KLMN .....	31
Ilustración XIII: Trapezoide Simétrico FGHI .....	32
Ilustración XIV: Construcción Proposición 33 (Euclides, trad. 1991) .....	33
Ilustración XV: Construcción Proposición 34 (Euclides, trad. 1991) .....	34
Ilustración XVI: Construcción Proposición 46 (Euclides, trad. 1991) .....	35
Ilustración XVII: Red Conceptual de los Cuadriláteros .....	36

Ilustración XVIII: Principales mediaciones instrumentales en el sistema didáctico (Rabardel, 1999).....	38
Ilustración XIX: Zona del valor funcional del artefacto. (Rabardel, 1999).....	41
Ilustración XX: Sistema didáctico y a-didáctico. Tomado de Perrin - Glorian (2009).....	44
Ilustración XXI: Estructura del análisis <i>a priori</i> .....	47
Ilustración XXII: Estructura general de la secuencia didáctica .....	49
Ilustración XXIII: Primera diapositiva de la SD.....	49
Ilustración XXIV: Configuración de Plug - in en pantalla en la situación 1 "Descubre la figura oculta" .....	50
Ilustración XXV: Presentación en pantalla de la primera adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta" .....	51
Ilustración XXVI: Presentación en pantalla de la segunda adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta" .....	52
Ilustración XXVII: Presentación en pantalla de la tercera adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta" .....	52
Ilustración XXVIII: Presentación en pantalla de la cuarta adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta" .....	53
Ilustración XXIX: Presentación en pantalla de la retroacción des pues de cada adivinanza.....	53
Ilustración XXX: Análisis <i>a priori</i> situación 1 "descubre la figura oculta" .....	54
Ilustración XXXI: presentación en pantalla de la situación 2 "La casita mágica" .....	55
Ilustración XXXII: Configuración de Plug-in en pantalla presentada en la situación 2 "La casita mágica" .....	55

Ilustración XXXIII: Análisis situación 2 "La casita mágica" .....	56
Ilustración XXXIV: Presentación en pantalla de la situación 3 "Clasificando ando con los cuadriláteros gozando" .....	57
Ilustración XXXV: Configuración en pantalla presentada en la situación 3 "Clasificando ando con los cuadriláteros gozando" .....	58
Ilustración XXXVI: Análisis situación 3 "Clasificando ando con los cuadriláteros gozando" .....	58
Ilustración XXXVII: Configuración en pantalla presentada para la fase de institucionalización. ....	59
Ilustración XXXVIII: Estructura del análisis <i>a posteriori</i> . ....	60
Ilustración XXXIX: Estrategia de una de las estudiantes en la primer adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta" .....	63
Ilustración XL: Estrategia de una de las estudiantes a la segunda adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta" .....	65
Ilustración XLI: El profesor en fase de institucionalización .....	67
Ilustración XLII: Estrategia de una estudiante para resolver la situación 2 "La casita mágica" .....	70
Ilustración XLIII: Estrategia de las estudiantes sin intervención del profesor a la situación 2 "La casita mágica" .....	70
Ilustración XLIV: Estrategia de las estudiantes después de la primera intervención del profesor a la situación 2 "La casita mágica" .....	71
Ilustración XLV: Respuesta correcta de las estudiantes a la situación 2 "La casita mágica" .....	71
Ilustración XLVI: Estrategia de las estudiantes para resolver la situación 3 "Clasificando ando con los cuadriláteros gozando" .....	73

Ilustración XLVII: Estrategia de las estudiantes a la situación 3 "Clasificando ando con los cuadriláteros gozando" .....74

## RESUMEN

Este trabajo de grado propone la concepción, diseño, experimentación y evaluación de una secuencia didáctica (SD) en grado cuarto de educación básica, que gira en torno a la enseñanza de las propiedades de los cuadriláteros, a partir de la mediación de un Ambiente de Geometría Dinámica (AGD), la propuesta se fundamenta en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y la mediación de instrumentos en el aprendizaje de las matemáticas.

Desde este aspecto, se tomará como referente metodológico de algunos aspectos de la micro-ingeniería, con el fin de poder dar cuenta los efectos de la mediación instrumental de un AGD, integrado al diseño de una secuencia didáctica.

**Palabras Claves:** Secuencia didáctica, propiedades de los cuadriláteros, Ambientes de Geometría Dinámica (AGD), Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), mediación instrumental.

## INTRODUCCIÓN

Este trabajo de grado se realiza para optar por el título de Licenciados en Educación Básica con énfasis en Matemáticas del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, en la línea de investigación Tecnologías de la Información y Comunicación en Educación Matemática (TICEM).

Con este fin se propone la concepción, diseño, experimentación y evaluación de una secuencia didáctica, para estudiantes de grado cuarto de Educación Básica, en la cual se propone trabajar la noción de cuadrilátero y específicamente las propiedades que la definen.

Para el diseño de dicha secuencia se toma como referente teórico la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), asimismo se integrará un Ambiente de Geometría Didáctica (AGD), y se trabajará la mediación instrumental desde la perspectiva de Rabardel (1999).

En este sentido, se toma en consideración las dificultades que tienen la enseñanza de la geometría y en particular las propiedades de los cuadriláteros, una de estas dificultades es que los estudiantes se crean esquemas mentales (prototipos) de figuras, anulando otras posibilidades de posiciones y tamaños que también dan cuenta de esa figura geométrica.

Ahora bien, es importante entender que las condiciones, restricciones y posibilidades de trabajar con un AGD posibilitan entender y conocer la noción a trabajar, fortaleciendo la enseñanza de la geometría.

En general el informe final está estructurado en cinco capítulos de la siguiente manera:

El **capítulo uno** muestra los aspectos generales de la investigación, describe investigaciones que pueden aportar en la búsqueda de nuevas formas de enseñar un determinado objeto

matemático, en este caso propiedades de los cuadriláteros. Además una pregunta de investigación que va acompañada de tres hipótesis que guían el problema de este trabajo.

**Capítulo dos**, está constituido por tres apartados, la Dimensión Matemática que señala las bases del objeto matemático a trabajar los cuadriláteros, su definición y clasificaciones. La Dimensión Didáctica está fundamentada desde TSD que son fundamentales para el diseño de la secuencia, por último se presenta la Dimensión Cognitiva en donde se hace referencia a la noción de instrumento y mediación instrumental desde la perspectiva de Rabardel (1999).

**Capítulo tres**, se encuentra el análisis *a priori* de la secuencia didáctica inicialmente se hace un análisis general y posteriormente se analiza situación por situación, en este se describe la consigna, la intención del medio, las reglas de juego y la estrategia ganadora.

**Capítulo cuatro**, se realiza el análisis *a posteriori*, se detalla la experiencia que se vivió al aplicar la secuencia se describe donde se realizó, las estrategias que las estudiantes usaron para responder la secuencia didáctica, las intervenciones del profesor, la actitud que tomaron las estudiantes y por último unas posibles conclusiones que se tienen al revisar el resultado de la aplicación de esta secuencia.

El **capítulo cinco** presenta las conclusiones de la realización de este trabajo de grado, estas conclusiones se realizan respecto a lo planteado en la pregunta problema y sus respectivas hipótesis, se analiza la contribución del marco teórico y la metodología para este trabajo, por último unas reflexiones personales y preguntas abiertas que nos quedan al culminar el trabajo de grado.

## **1. CAPÍTULO I: Aspectos Generales.**

En este capítulo se presentan los aspectos generales del trabajo final, se inicia con un planteamiento del problema en donde se describe la dificultades que se presenta al enseñarse las propiedades de las cuadriláteros, se continua con la justificación en este se plantea la importancia del desarrollo del pensamiento geométrico y del por qué en la enseñanza básica y por último se plantea el objetivo principal y tres específicos que se derivan del principal.

### **1.1. Planteamiento del problema**

En la actualidad la enseñanza de la geometría aparece en los currículos de matemáticas con renovado vigor, rescatando el valor pragmático e intuitivo en la construcción del conocimiento matemático en la escuela. Sin embargo, Bressan A., y otros (2000) también menciona que variadas investigaciones dan cuenta del aplazamiento que se le da a esta rama de las matemáticas por la poca asignación académica. Asimismo los escasos contenidos geométricos trabajados a lo largo de la educación básica se reiteran cada año, sin ningún cambio en su extensión y complejidad. Estas y muchas más razones podrían dar cuenta de las limitaciones que poseen los estudiantes en dicha área.

García y López (2008) afirman que muchas de las limitaciones que los estudiantes manifiestan sobre su comprensión acerca de temas de geometría se deben al tipo de enseñanza que han tenido. Asimismo, el tipo de enseñanza que emplea el docente depende, en gran medida, de las concepciones que él tiene sobre lo que es geometría, cómo se aprende, qué significa saber esta rama de las Matemáticas y para qué se enseña.

Como una estrategia para mejorar la calidad de la educación matemática y modernizar ambientes escolares, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) se propuso desde el año 2000 un proyecto<sup>1</sup>, con el cual se pretende aprovechar el potencial educativo que brindan las tecnologías computacionales, esto propicia el uso de los Ambientes de Geometría Dinámica (AGD) o micromundos, software que han sido específicamente diseñadas para propósitos educativos, y que como característica básica tiene: I) Que a partir de unas herramientas sencillas y básicas, el aprendiz puede construir objetos más sofisticados y definir herramientas más complejas para futuras investigaciones; II) evolucionan a medida que crece el conocimiento del aprendiz. (Balacheff, 2002). Algunos de estos micromundos son Cabri Elem, Cabri Geometre II plus, Regla y Compás entre otros.

Además, el MEN (2004) menciona que:

*“Las nuevas tecnologías constituyen un nuevo entorno para aprender matemáticas”*  
Particularmente, *“con el acceso a la manipulación directa, la enseñanza de la geometría ofrece un interesante desarrollo hacia una nueva conceptualización de ésta, como el estudio de las propiedades invariantes de las figuras geométricas”*.

Con el acceso a la manipulación directa debido a la interacción del sujeto con el artefacto<sup>2</sup> existe un proceso de mediación instrumental de tipo material y simbólico, en donde la presencia de estos artefactos de mediación transforma la actividad cognitiva del estudiante y a su vez transforma los artefactos en instrumentos<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> Proyecto “Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la educación media de Colombia” MEN (2000).

<sup>2</sup> Artefacto: dispositivo material o simbólico utilizado por el sujeto en la acción instrumentada. Rabardel (1999)

<sup>3</sup> Instrumento: entidad mixta construida por el sujeto, pero al mismo tiempo, relacionada con el sujeto y con el artefacto, dejando claro que el instrumento nunca puede reducirse al artefacto. Rabardel (1999)

Por su parte Rabardel (1999) enfatiza que el impacto de los instrumentos en la actividad cognitiva del sujeto está relacionado con las limitaciones específicas de los artefactos y las acciones que son posibles con ellos. Es decir, los instrumentos ofrecen a los estudiantes nuevas formas de exploración, ya que siempre van a existir limitaciones y restricciones propias del artefacto.

Desde esta perspectiva de la mediación de instrumentos, diversas investigaciones han centrado su interés en la identificación y análisis de las dificultades asociadas a la enseñanza y el aprendizaje, en el caso particular de los cuadriláteros en la educación básica.

Cardona (2006a, 2006b) en sus estudios sobre la construcción de cuadriláteros mediados por un AGD, afirma que las principales dificultades en el aprendizaje de los cuadriláteros están relacionadas con la identificación de distintos tipos de cuadriláteros, las nociones de paralelismo y perpendicularidad, y la comunicación escrita de los procedimientos de construcción empleados.

Renzulli y Scaglia (2006) en su investigación sobre clasificación de cuadriláteros en estudiantes de EGB3<sup>4</sup> y futuros profesores de nivel inicial, han identificado fenómenos asociados en los estudiantes, como la formación de esquemas mentales o prototipos (la posición de la figura en la hoja) de las figuras geométricas que están fuertemente marcados por características irrelevantes desde el punto de vista conceptual.

Estos autores afirman además que estos prototipos se forman, entre otras razones por el uso casi exclusivo de representaciones gráficas estereotipadas durante la enseñanza de los conceptos geométricos. Se ha comprobado que algunos estudiantes, si bien son capaces de reconocer las características definitorias de algunos conceptos geométricos sencillos como el

---

<sup>4</sup> EBG3: Educación General Básica es el nombre que recibe el ciclo de estudios primarios obligatorios en varios países (Argentina, Chile, Costa Rica y Ecuador).

de rombo, cuadrado y rectángulo, incluyen en sus descripciones estas características irrelevantes.

Así mismo, Morales (2008) señala que la enseñanza de la geometría en general y de los cuadriláteros en particular, habitualmente consiste en la presentación formal de su definición, una clasificación esquemática de los mismos, realizar los dibujos usando la regla o la escuadra como herramientas convencionales, verificar algunas propiedades inherentes, para finalizar con la manipulación algorítmica, mecánica o de rutinas memorizadas en la solución de ejercicios sobre perímetros y/o áreas.

De este modo, se puede decir que este tipo de enseñanza, limita las aspiraciones de toda construcción geométrica relacionadas con: asegurar el cumplimiento de propiedades geométricas buscando superar las limitaciones de la percepción necesariamente presentes en el dibujo y lograr una generalización.

De lo anteriormente expuesto se considera que para movilizar el aprendizaje de las propiedades de los cuadriláteros haciendo uso de un AGD, se tomará en consideración la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) desarrollada por Brousseau (2007), pues ésta, fácilmente aporta elementos para la concepción de una secuencia didáctica en un AGD. Ya que esta es un medio privilegiado, no solamente para comprender lo que hacen los profesores y los alumnos, sino también para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los estudiantes, para producir finalmente un medio de comunicación.

Así mismo, Brousseau (2007) plantea que el estudiante aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, como lo ha hecho la sociedad humana, este saber es fruto de la adaptación del estudiante, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.

Se entiende, por tanto, que el aprendizaje de alguna noción matemática proviene en buena parte del hecho que el estudiante lo construye en adaptación a un medio, en este caso las situaciones diseñadas en *Cabri Geometre II plus* constituirá parte fundamental del medio como artefacto, para la construcción del conocimiento.

Por tanto los AGD, como *Cabri Geometre II plus*, ofrecen a los estudiantes mundos abiertos, en los cuales pueden explorar libremente situaciones problemas, sin embargo esa libre exploración no garantiza que exista aprendizaje, por ello la situación planteada debe tener como objeto que el estudiante interactúe con el saber, es decir, formule, pruebe, construya modelos, conceptos y teorías.

Se considera entonces que la pregunta de indagación que orienta el desarrollo de este trabajo es:

**¿De qué manera la mediación instrumental de un AGD, como Cabri Geometre II plus, integrado en una secuencia didáctica, permite la exploración de las propiedades de los cuadriláteros en estudiantes de cuarto grado de educación básica?**

Teniendo en cuenta los enfoques teóricos que fundamentan este trabajo, y con el objeto de movilizar el proceso de indagación, se tendrán en cuenta las siguientes hipótesis de investigación:

- En el diseño de una secuencia didáctica, es posible dar cuenta de la mediación de un AGD para movilizar la conceptualización de las propiedades de los cuadriláteros.
- De que manera la geometría dinámica aporta al desarrollo de la enseñanza y aprendizaje de la geometría.
- Mediante el arrastre de las figuras geométricas presentadas en *Cabri Geometre II plus*, es posible que los estudiantes identifiquen las propiedades de los cuadriláteros.

## 1.2. Justificación

En el campo de la didáctica de las matemáticas, actualmente existen investigaciones, que han involucrado el uso de un AGD en el diseño de secuencias didácticas para el aprendizaje de distintas nociones matemáticas. Los AGD son micromundos que se han configurado pensando en la enseñanza de geometría en el aula de clase.

Respecto al uso de los AGD, MEN (2004) menciona que:

*“... tienen como principio base el estudio de los componentes fundamentales de las figuras geométricas, las relaciones entre éstos y las propiedades que presentan. A partir de la construcción de figuras geométricas se permite a los alumnos la exploración y manipulación directa y dinámica que conduce a la elaboración de conjeturas. Esta experiencia les sirve para desarrollar las habilidades mentales que les posibilitarán acceder posteriormente al estudio formal de la geometría”.*

En este sentido, se pretende caracterizar el diseño de una secuencia didáctica haciendo uso de un AGD como mediador en el aprendizaje de las propiedades que definen los cuadriláteros, y para este diseño el referente principal es la TSD. Esta fue implementada a estudiantes de educación básica de cuarto grado, quienes a través del desarrollo de dicha secuencia se espera que conceptualicen las propiedades que los definen por medio de Cabri II Plus.

Moreno y Waldegg (2002) plantean que la importancia de las herramientas computacionales para la educación matemática está relacionada con la capacidad de ofrecernos diferentes formas de expresión matemática y a su capacidad para ofrecer nuevas formas de manipulación.

El diseño de secuencias didácticas que integran un AGD favorece la manipulación, la exploración, la visualización, la validación, entre otras, de figuras geométricas como los cuadriláteros.

El MEN (2004) enfatiza la importancia de la manipulación directa en la enseñanza de la geometría ya que ofrece un desarrollo hacia una nueva conceptualización de ésta, como el estudio de las propiedades invariantes de las figuras geométricas. Cuando se refiere a la manipulación directa, se entiende a la posibilidad de realizar construcciones geométricas y someterlas a transformaciones mediante el arrastre de los diferentes elementos de la misma y a examinar qué cambia y qué permanece invariante. Esta interacción del alumno con el software le permite validar sus conjeturas y propuestas e intercambiar puntos de vista, procedimientos y soluciones sobre los problemas y actividades abordadas con sus compañeros y con el docente.

El Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) en un resumen ejecutivo de los resultados en Colombia de TIMMS 2007 resalta que los resultados obtenidos por nuestros estudiantes en Matemáticas, no son muy favorables, muestra que:

*“En cuarto grado, el 69% de los estudiantes colombianos mostró logros inferiores a los descritos en la respectiva prueba. El 22% se ubicó en el nivel bajo; tan solo un 7% en el medio, 2% en el alto y ninguno en el avanzado. En octavo la situación es similar, puesto que el 61% tuvo logros inferiores a los descritos en la prueba para este grado, el 28% se ubicó en el nivel bajo, en tanto que el 9% en el medio, el 2% en el alto y ninguno en el avanzado. Estas cifras son preocupantes, puesto que casi las dos terceras partes de los estudiantes colombianos presentan dificultades con el manejo de los conocimientos básicos de las matemáticas que fueron evaluados por TIMSS 2007.”*

Específicamente en el pensamiento geométrico en el contexto escolar se evidencia múltiples dificultades, el nivel de desempeño que alcanza la mayoría de los estudiantes es el insuficiente y el porcentaje más bajo está ubicado en el nivel avanzado.

Cabe resaltar algunas razones del por qué o el para qué enseñar geometría en la educación básica como lo plantean Bressan A., y otros (2000):

- **La geometría forma parte de nuestro lenguaje cotidiano:** Nuestro lenguaje verbal diario posee muchos términos geométricos, por ejemplo: punto, recta, plano, curva, ángulo, paralela, círculo, cuadrado, perpendicular, etc. Si nosotros debemos comunicarnos con otros acerca de la ubicación, el tamaño o la forma de un objeto. La terminología geométrica es esencial. En general un vocabulario geométrico básico nos permite comunicarnos y entendernos con mayor precisión acerca de observaciones sobre el mundo en que vivimos.
- **La geometría tiene importantes aplicaciones en problemas de la vida real:** Por ejemplo, está relacionada con problemas de medidas que a diario nos ocupan, como diseñar un cantero o una pieza de cerámica o un folleto, cubrir una superficie o calcular el volumen de un cuerpo; con leer mapas y planos, o con dibujar o construir un techo con determinada inclinación. En general puede pasar que la escasa formación geométrica que poseemos, no nos permite establecer conexiones entre esta rama de la matemáticas y el mundo real.
- **La geometría se usa en todas las ramas de las matemáticas:** Ella se comporta como un tema unificante de la matemática curricular ya que es un rico recurso de visualización para conceptos aritméticos, algebraicos y de estadística. Los docentes usamos

frecuentemente ejemplos y modelos geométricos para ayudar a que los estudiantes comprendan y razonen sobre conceptos matemáticos no geométricos.

Son ejemplos o modelos geométricos usados en la enseñanza elemental:

- La recta numérica para números y operaciones.
- Las figuras y formas geométricas que se usan para desarrollar el significado de conceptos relativos a números fraccionarios.
- Los arreglos rectangulares para estudiar propiedades de los números naturales o la multiplicación entre ellos.
- Las ideas de curvas, figuras y cuerpos relacionadas directamente con los conceptos de longitud, superficie y volumen.
- Las coordenadas en un plano y la idea de representar puntos a través de pares ordenados de números reales para relacionar el álgebra con la geometría.
- Los gráficos de barras, círculos, lineales, etc., que permiten la descripción de datos numéricos utilizando elementos geométricos
- Los diagramas de grafos para expresar relaciones topológicas.
- Los gráficos de funciones para encontrar la solución de sistemas de ecuaciones.
- Los bloques multibase Dienes o las regletas de Cuiseanaire – Getegno para representar las leyes del sistema de numeración posicional.
- El geoplano para representar fracciones o recorridos.

Si los estudiantes poseen un conocimiento geométrico limitado, es posible que se encuentren restringidos en el uso de modelos y ayudas disponibles para enseñarles otros conceptos provenientes de otras ramas de la matemática.

- **la geometría sirve de base para comprender conceptos de matemática avanzada y de otras ciencias:** por ejemplo, es esencial para el análisis matemático, donde la derivada de

una función es un punto puede modelizarse como la pendiente de la recta tangente a la curva que representa la función en ese punto, o la integral definida en un intervalo, por el área bajo la curva en ese intervalo. La geometría se constituye en un prerrequisito para el estudio de la física, la astronomía, la química, la biología, la geología, la tecnología y todas las formas de la plástica.

- **La geometría es un medio para desarrollar la percepción espacial y la visualización.** Sin considerar la necesidad de una buena percepción espacial en ocupaciones específicas, todos necesitamos de la habilidad de visualizar objetos en el espacio y captar sus relaciones, o de la capacidad de leer representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales. La geometría de las transformaciones puede jugar un papel importante en la enseñanza de estas habilidades. Investigar los movimientos rígidos por desplazamientos, rotaciones y simetrías provee de excelentes oportunidades para desarrollar y refinar las habilidades como también para estudiar en si mismos los distintos tipos de movimientos y sus propiedades
- **La geometría como modelo de disciplina organizada lógicamente:** Ideas acerca de la lógica y la deducción en geometría no necesitan esperar para ser enseñadas hasta los niveles superiores de escolaridad. Aun en algunos niños de preescolar comprenden algunos aspectos de la prueba indirecta. La geometría ayuda a estimular y ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas. Da oportunidades para observar, comparar, medir, conjeturar, imaginar, crear, generalizar y deducir. Tales oportunidades pueden ayudar al alumno a aprender como descubrir relaciones, por ellos mismos y tornarse solucionadores de problemas.
- **La geometría posee valor estético y cultural:** Nadie puede negar que la geometría es un medio de enseñar estética. Geometría hay en la pintura, la danza, el tatuaje, la moda, la escultura, el paisajismo, etc. Nuestra incapacidad de apreciar formas alrededor de

nosotros puede conducir a la incapacidad de apreciar la belleza del mundo natural y artificial que nos rodea.

Debido a todo lo expuesto anteriormente se ve la necesidad de diseñar una secuencia didáctica que pueda fortalecer el pensamiento geométrico, en el caso particular de las propiedades de los cuadriláteros integrando un AGD.

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1. Objetivo General**

- Reconocer efectos de la mediación instrumental de un AGD, como Cabri II Plus, integrado al diseño de una secuencia didáctica respecto a la exploración de las propiedades de los cuadriláteros en cuarto grado de educación básica.

#### **1.3.2. Objetivos Específicos**

- Identificar aspectos históricos y epistemológicos que fundamentan el diseño de una secuencia didáctica respecto a las propiedades de los cuadriláteros en un AGD.
- Reconocer errores, obstáculos y dificultades asociadas al aprendizaje de las propiedades de los cuadriláteros mediados por un AGD.
- Fundamentar el diseño de una Secuencia Didáctica con los aportes de la TSD y el enfoque instrumental en la enseñanza de geometría.

## 2. CAPÍTULO II: Marco Teórico

El marco teórico se estructura a partir de dimensiones de análisis que son tradicionales en trabajos de micro-ingeniería: la dimensión matemática, esta se plantea unas definiciones de los paralelogramos, también se retoman unas proposiciones de Euclides y por último una red conceptual de la clasificación de los cuadriláteros, la dimensión didáctica, se retoman algunos aspectos de la TSD como el medio, el situación didáctica, situación a-didáctica entre otros y por último la dimensión cognitiva donde se hablará de la noción de mediación instrumental.

Con el fin de abordar la problemática y poder dar cumplimiento a los objetivos propuestos en este trabajo de grado, se tomará la ingeniería didáctica como metodológica de investigación basada en uno de sus niveles la micro-ingeniería, de la misma forma se abordará, algunas fases de esta:

- La fase de los análisis *a priori*, ya que en ellos encontramos aspectos didácticos, epistemológicos de los contenidos contemplados en la enseñanza, la influencia de la escuela tradicional y sus efectos, además las concepciones de los estudiantes a cerca de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución.
- La fase de experimentación, la explicitación de los objetivos y condiciones de realización de la investigación a los estudiantes que participarán de la experimentación, el establecimiento del contrato didáctico, la aplicación de los instrumentos de investigación, el registro de observaciones realizadas durante la experimentación.
- La fase de análisis *a posteriori*, este análisis se apoyará en la recolección de datos suministrados en la fase de la experimentación, las observaciones que se harán

durante la realización de la secuencia didáctica, asimismo el desempeño realizado por los estudiantes en el aula de clase.

## 2.1. Dimensión Matemática

En este trabajo la dimensión matemática retoma en las propiedades que definen a los cuadriláteros, el referente inicial serán las definiciones y propiedades que se manejan de ellos, posteriormente se tomarán algunas definiciones, nociones comunes y proposiciones del libro Elementos de Euclides ya que en él se toman aspectos centrales de la geometría plana, cabe resaltar que estos referentes son bases para el diseño de la secuencia.

Samper (2008) entiende cuadrilátero como:

“La unión de cuatro segmentos coplanares que solo se intersecan en los extremos, en la que ningún par de segmentos son colineales, y en la que cada extremo de un segmento es extremo de exactamente dos segmentos, se denomina cuadrilátero. Los extremos de los segmentos son los vértices del cuadrado”.

Asimismo este autor puntualiza definiciones fundamentales e indispensables para la construcción y comprensión de los cuadriláteros.

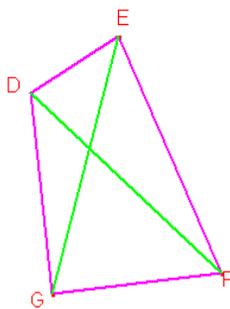
Samper (2008) plantea unas definiciones:

- Dos lados de un cuadrilátero son opuestos si no se intersecan.
- Dos lados son consecutivos si comparten un extremo.
- Dos ángulos son opuestos si solo comparten dos vértices del cuadrilátero.
- Dos ángulos son consecutivos si comparten un lado del cuadrilátero.

- La diagonal de un cuadrilátero es un segmento con extremos en dos vértices opuestos del cuadrilátero.

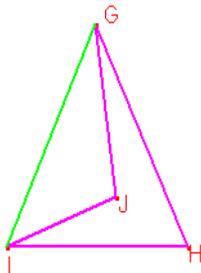
Los cuadriláteros se pueden clasificar según sus diagonales en:

*Cuadrilátero Convexo*: si sus diagonales contienen puntos del interior del cuadrilátero



**Ilustración I: Cuadrilátero Convexo DFGG**

*Cuadrilátero Cóncavo*: si sus diagonales contienen puntos del exterior del cuadrilátero.



**Ilustración II: Cuadrilátero Cóncavo GHIJ**

En este trabajo se hará referencia a los cuadriláteros convexos clasificados de acuerdo al paralelismo de sus lados:

- *Paralelogramo*: Tiene dos pares de lados paralelos.

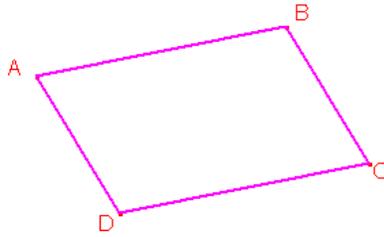


Ilustración III: Paralelogramo ABCD

Se clasifica en:

**Rombo**: Cuadrilátero cuyos cuatro lados son de igual longitud y los ángulos interiores opuestos son iguales, y sus diagonales son perpendiculares y bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.

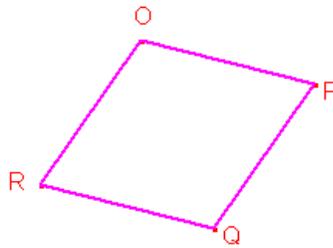


Ilustración IV: Rombo OPQR

**Rectángulo**: Cuadrilátero que posee cuatro ángulos rectos, los lados opuestos tienen la misma longitud y sus diagonales son congruentes.

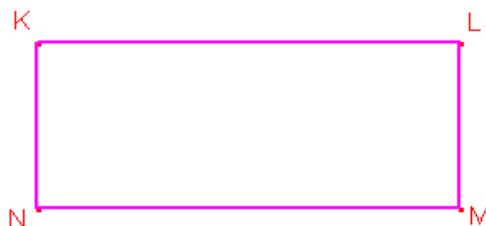


Ilustración V: Rectángulo KLMN

Hay un rectángulo especial denominado **Cuadrado**: Cuadrilátero con sus cuatro lados iguales y sus cuatro ángulos son rectos.

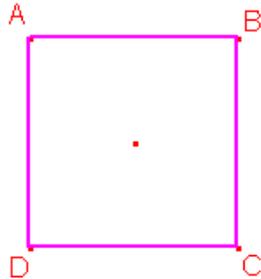


Ilustración VI: Cuadrado ABCD

- **Trapezio**: cuadrilátero que tiene únicamente dos lados opuestos paralelos.

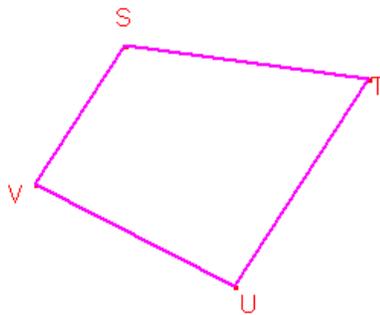


Ilustración VII: Trapecio STUV

Se divide en:

**Trapezio Isósceles**: Tiene un par de lados paralelos que pueden ser de igual o diferente medida y un par de lados opuestos de la misma medida.

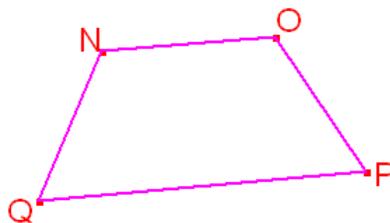


Ilustración VIII: Trapecio Isósceles NOPQ

**Trapezio Escaleno:** con un par de lados paralelos con todos sus lados de distintas medida.

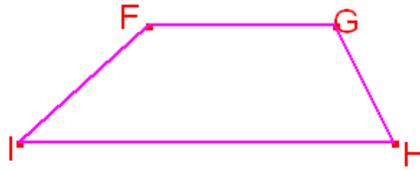


Ilustración IX: Trapecio Escaleno Fghi

**Trapezio Rectángulo:** Un lado de los no paralelos es perpendicular a los lados paralelos y los ángulos situados en los extremos de dicho lado perpendicular son iguales entre sí y rectos.

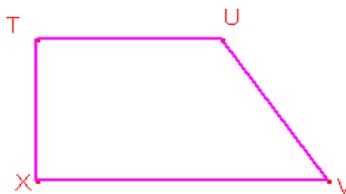


Ilustración X: Trapecio Rectángulo TUVX

- Trapezoide: Es el cuadrilátero que no tiene ningún par de lados paralelos.

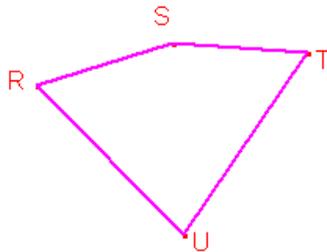


Ilustración XI: Trapezoide RSTU

Se clasifica en:

**Trapezoide Asimétrico:** Son cuadriláteros que no tienen lados paralelos ni eje de simetría.

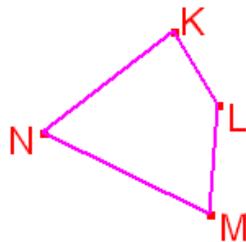


Ilustración XII: Trapezoide Asimétrico KLMN

**Trapezoide Simétrico:** Es el cuadrilátero que tiene los lados consecutivos de igual medida, y sus diagonales son perpendiculares y posee un eje de simetría.

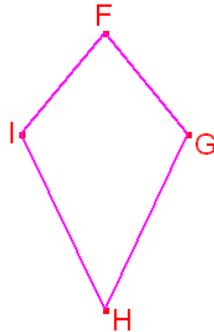


Ilustración XIII: Trapezoide Simétrico FGHI

El segundo referente, son los elementos de Euclides, ya que en este libro fundamenta aspectos centrales de la geometría plana y es esta la que encontramos en la enseñanza escolar, en este sentido se toman algunas definiciones, nociones comunes y proposiciones.

En la definición 14 (Euclides, trad. 1991) se establece que una figura es lo contenido por uno o varios límites, en la definición 19 (Euclides, trad. 1991): una figura rectilínea son las comprendidas por rectas, y cuadriláteras las comprendidas por cuatro rectas

De entre las figuras cuadriláteras, cuadrado es la que es equilátera y rectangular, rectángulo la que es rectangular pero no equilátera, rombo la que es equilátera pero no rectangular, romboide la que tiene los ángulos y lados opuestos iguales entre si, pero no equilátera ni rectangular; y llámense trapecios las demás figuras cuadriláteras Definición 22 (Euclides, trad. 1991).

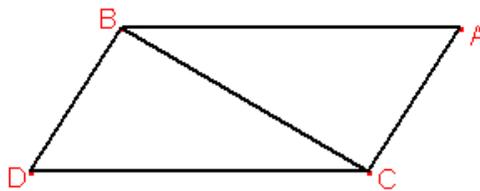
Unas de las proposiciones planteadas por Euclides donde habla de los paralelogramos, que nos ayudaran en el diseño es:

Proposición 33 (Euclides, trad. 1991)

*Las rectas que unen por (los extremos que están en) el mismo lado a (rectas) iguales y paralelas son también ellas mismas iguales y paralelas.*

Demostración (Euclides, trad. 1991):

Sean AB, CD las (rectas) iguales y paralelas y trácense uniéndolas por (los extremos de) el mismo lado las rectas AC, BD



**Ilustración XIV: Construcción Proposición 33 (Euclides, trad. 1991)**

Digo que AC, BD son también iguales y paralelas.

Trácese BC. Y puesto que AB es paralela a CD, y BC ha incidido sobre ellas, los ángulos alternos ABC, BCD son iguales entre sí (proposición 29). Y puesto que AB es igual que CD y BC es común, las dos (rectas) AB, BC son iguales a las dos (rectas) BC, CD; y el ángulo ABC es igual al ángulo BCD; por tanto, la base AC es igual a la base BD, y el triángulo ABC es igual al triángulo BCD, y los ángulos restantes, subtendidos por los lados iguales, serán también iguales respectivamente (proposición 4); por tanto, el ángulo ACB es igual al ángulo CBD. y dado que la recta BC que incide sobre las dos rectas AC es paralela a BC (proposición 27). Pero se demostrado que también es igual a ella.

Por consiguiente, las rectas que unen por (los extremos que están en) el mismo lado a (rectas) iguales y paralelas, son también ellas mismas iguales y paralelas. Q.E.D

Proposición 34 (Euclides, trad. 1991):

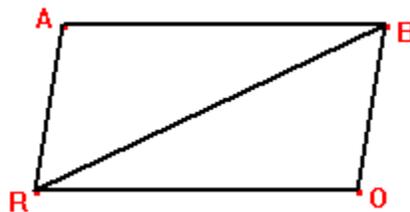
*En las áreas de paralelogramos los lados y los ángulos opuestos son iguales entre sí, y la diagonal los divide en dos partes iguales.*

Demostración (Euclides, trad. 1991):

Sea AROB el área de paralelogramo, y su diagonal BR.

Digo que los lados y los ángulos opuestos del paralelogramo AROB son iguales entre sí, y (que) la diagonal BR lo divide en dos partes (iguales).

Pues como AB es paralela a RO, y la recta BR ha incidido sobre ellas, los ángulos alternos ABR, BRO son iguales entre sí (proposición 29).



**Ilustración XV: Construcción Proposición 34 (Euclides, trad. 1991)**

Como a su vez AR es paralela a BO, y BR ha incidido sobre ellas, los ángulos alternos ARB, RBO son iguales entre sí (proposición 29). Entonces ABR, BRA son dos triángulos que tienen los dos ángulos ABR, BRA iguales respectivamente a los dos ángulos BRO, RBO y un lado igual a un lado, el correspondiente a los ángulos iguales, común a ellos: BR; así pues, también tendrán los lados restantes iguales respectivamente a los lados restantes, y el ángulo restante (proposición 26), por tanto, el lado AB es igual al (lado) RO, el (lado) AR al BO, y además el ángulo BAR es igual al (ángulo) ROB. Y dado que el ángulo ABR es igual al (ángulo) BRO, y el (ángulo) RBO al (ángulo) ARB, entonces el (ángulo) entero ABO es igual al (ángulo) entero ARO (noción común 2). Pero se ha demostrado que el ángulo BAR también es igual al ángulo ROB.

Por consiguiente, en las áreas de paralelogramos los lados y ángulos opuestos son iguales entre sí.

Digo entonces que también la diagonal las divide en dos partes iguales.

Pues como AB es igual a RO y BR es común, las dos AB, BR son iguales respectivamente a las dos RO, BR; y el ángulo ABR es igual al ángulo BRO. Por tanto la base AR es también igual a OB. Y el triángulo ABR es también igual al triángulo BRO (proposición 4)

Por consiguiente, la diagonal BR divide en dos partes (iguales) el paralelogramo ABRO. Q.E.D.

Proposición 46 (Euclides, trad. 1991):

*Trazar un cuadrado a partir de una recta dada*

Demostración (Euclides, trad. 1991):

Sea AB la recta dada. Así pues, hay que trazar un cuadrado a partir de AB trácese la recta AR que forme ángulos rectos con la recta AB desde su punto A, y hágase AC iguales a AB; y por el punto C trácese CE paralela a AB, y por el punto B trácese BE paralela a AC (Proposición 31).

Entonces ACEB es un paralelogramo; por tanto, AB es igual a CE y AC a BE (Proposición 34).

Pero AB es igual a AC; luego las cuatro rectas BA, AC, CE, EB son iguales entre si; entonces el paralelogramo ACEB es equilátero.

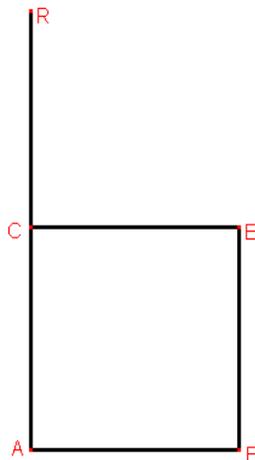


Ilustración XVI: Construcción Proposición 46 (Euclides, trad. 1991)

Además digo que también es rectangular. Pues, dado que la recta AC incide sobre las paralelas AB, CE, entonces los ángulos BAC, ACE son iguales a dos rectos (Proposición 29).

Pero el ángulo BAC es recto; por tanto el (ángulo) ACE también es recto. Ahora bien, en las áreas de paralelogramos los lados y ángulos opuestos son iguales entre si (Proposición 34); por tanto, cada uno de los ángulos opuestos ABE, BEC también es recto; luego ACEB es rectangular. Pero se ha demostrado que también es equilátero. Por consiguiente, es un cuadrado; y esta trazado a partir de la recta AB. Q.E.F.

La siguiente red conceptual muestra una clasificación de los cuadriláteros respecto a sus diagonales y a sus lados paralelos mostrando como se relacionan cada uno de ellos.

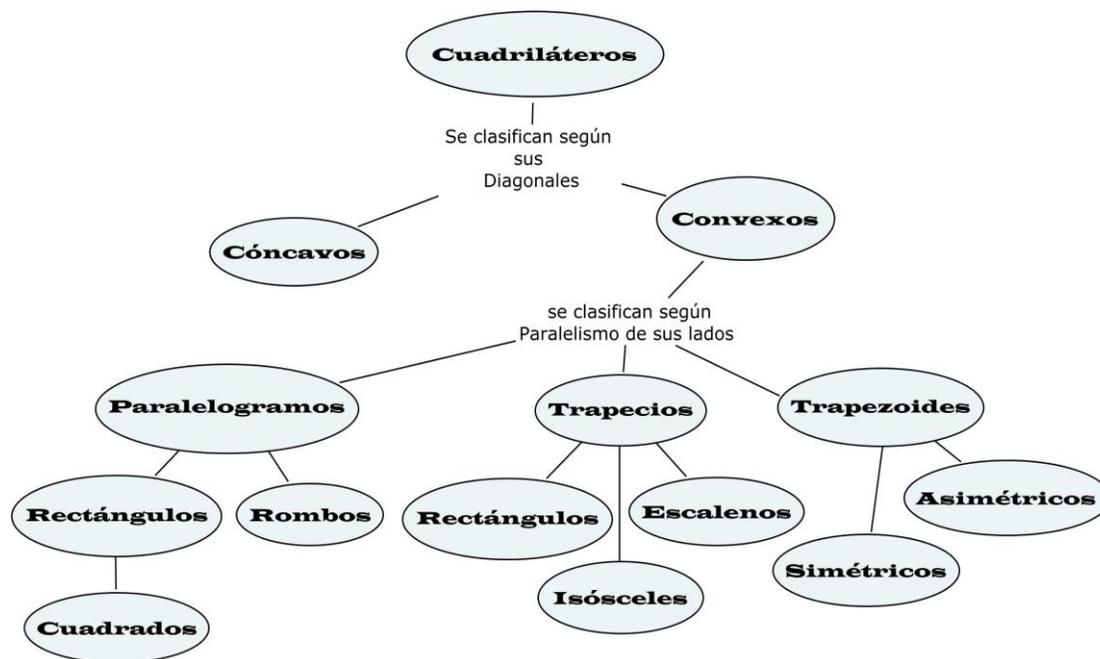


Ilustración XVII: Red Conceptual de los Cuadriláteros

La red conceptual exhibe que los cuadriláteros son figuras planas que se clasifican según sus diagonales en cóncavos y convexos, estos últimos presentan una subdivisión de acuerdo al paralelismo de sus lados en **paralelogramos** el cual encontramos algunos de ellos como

rectángulos y rombos, el cuadrado es un rectángulo especial debido a sus cuatro lados iguales; **trapecios** divididos según sus ángulos en rectángulos, isósceles y escalenos, por último encontramos los **trapezoides** divididos de acuerdo a la simetría de sus lados simétricos y asimétricos

## 2.2. Dimensión Cognitiva

La dimensión cognitiva que se propone en este trabajo gira alrededor de la noción *mediación instrumental* desde la perspectiva de Rabardel (1999). Una noción importante que se destaca del enfoque instrumental es su naturaleza **antropocéntrica**, reflejada en su conceptualización de **objeto antropotécnico**, donde fundamentalmente se promueve un punto de vista centrado en los sujetos, donde estos son los llamados a usar, cooperar y controlar el funcionamiento de los objetos e instrumentos.

El origen de los objetos y sistemas tecnológicos es eminentemente antropotécnico, esto se debe a que todos los instrumentos y sistemas de instrumentos, son a su vez, fruto de desarrollos tecnológicos de la cultura, de los espacios humanizados, por tanto, no es suficiente aprender sobre los instrumentos solamente a partir de las tecnologías que los han surgido, sino también de las culturas en las que han sido concebidos, desarrollados e incluso, desechados.

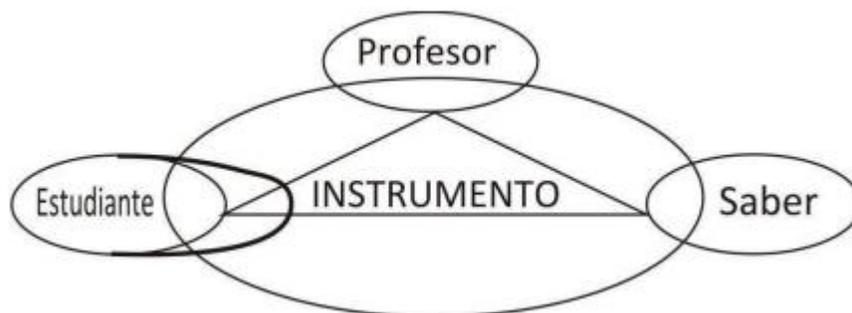
Este autor retoma el principio de mediación instrumental, partiendo de una reconceptualización de instrumento, ya que estos por ser desarrollos de la historia y cultura, influyen fuertemente en la actividad cognitiva del sujeto. Por tanto considera la mediación instrumental como un concepto primordial para reflexionar acerca de las características por las cuales los instrumentos constituyen formas que viabilizan la construcción del conocimiento.

Ahora bien, la actividad mediada del sujeto requiere primeramente de la construcción o desarrollo de instrumentos, ya que es éste quien los transforma en un proceso de génesis instrumental, llamado así por Rabardel (1999), constituyendo un doble proceso:

*“los procesos de instrumentalización están dirigidos hacia el artefacto: selección, agrupación, producción e institución de funciones, usos desviados, atribuciones de propiedades, transformaciones del artefacto, de su estructura, de su funcionamiento, etc.*

*Los procesos de instrumentación están relacionados con el sujeto: con la emergencia y evolución de los esquemas sociales de utilización y de acción instrumentada: su constitución, su evolución por acomodación, coordinación y asimilación recíproca, la asimilación de artefactos nuevos a los esquemas ya constituidos, etc.”*

A partir del concepto de mediación instrumental que aparece en los trabajos de Vygotsky, Rabardel enfatiza el papel de los instrumentos en el aprendizaje y en la enseñanza de las matemáticas para representar las primordiales mediaciones instrumentales en una relación didáctica que también denomina **Sistema Didáctico**.



**Ilustración XVIII: Principales mediaciones instrumentales en el sistema didáctico (Rabardel, 1999)**

Tomando como referente el Sistema Didáctico, Rabardel (1999) realiza una aproximación a las distintas mediaciones instrumentales que se establecen en una relación didáctica dentro de dicho sistema, observando el impacto fundamental de los instrumentos en el aprendizaje de las matemáticas y las concepciones que tienen, tanto docentes como estudiantes, del papel que juegan los instrumentos en el diseño y puesta en escena de situaciones didácticas.

Se sustenta que los instrumentos presentan una fuerte influencia en la construcción del saber y en sus modos de construcción, pero al mismo tiempo, es ostensible la complejidad del instrumento como variable importante en una situación didáctica, haciendo viable la posibilidad que tiene el profesor de anticipar las acciones de los estudiantes en los desarrollos instrumentales, lo cual hace que la génesis instrumental y la mediación del instrumento sean dimensiones susceptibles a un análisis a priori.

De igual importancia, Rabardel (1999) menciona que el impacto de los instrumentos en la actividad cognitiva del sujeto está relacionado con determinados factores relacionados con la idea de la actividad previamente requerida y la apertura del campo de las acciones posibles.

Además expone que la actividad requerida corresponde a la consideración y el tratamiento que ejerce el sujeto en el contexto de la actividad instrumentada. El instrumento se constituye para el sujeto como un ensamble de condiciones que se relacionan con sus conocimientos y que son evidentemente diferentes dependiendo del tipo de actividad que realice el sujeto. Se reconoce que el instrumento es portador de determinadas condiciones en la medida en que estas son comprendidas por el sujeto y posibilitan distintos campos de acción instrumentada.

La apertura del campo de acciones posibles, por su parte, corresponde a la variación de las posibilidades de acción que los instrumentos ofrecen a los sujetos y los recursos nuevos que

pone a su disposición, pero igualmente, las restricciones de uso y limitaciones propias del instrumento.

En la enseñanza de las matemáticas, el control de la apertura del campo de acciones posibles y de la actividad requerida son dos dimensiones importantes para tener en cuenta por parte de los docentes interesados en la acción instrumentada de los estudiantes. Dicha acción mediada por instrumentos en la construcción del saber se evidencia en los procesos de apropiación del artefacto, se acompañan por parte del sujeto, de construcciones representativas del instrumento que le permite elaborar estructuras que organizan la acción del sujeto y que conocemos con el nombre de **Esquemas de Utilización (EU)**.

Rabardel (1999) retoma de la tradición piagetiana la noción de esquema y lo presenta como el ensamble estructurado de caracteres generalizables de la actividad con instrumentos, generando así, una base estable para la actividad. Los EU son considerados como las invariantes representativas y las operaciones correspondientes a las distintas situaciones de actividad con instrumentos.

Así mismo propone tres zonas de desarrollo próximo las cuales consideran el impacto de la mediación de instrumentos, para poder caracterizar el posible espacio en el cual se inscriben la construcción de actos didácticos y las cuales deben ser categorías importantes en la concepción de todo proyecto didáctico.

La primera zona próxima de aprendizaje de las matemáticas se caracteriza por los propósitos en términos de desarrollo de saberes matemáticos de los estudiantes. La segunda zona próxima de desarrollo instrumental, tanto para profesores, como para estudiantes, es desarrollada en función de los artefactos introducidos en la clase y el impacto de estos en la construcción de instrumentos y en los sistemas de instrumentos ya constituidos.

Una tercera zona considerada es la zona de las actividades potencialmente posibles con instrumentos, para profesores y estudiantes; el proyecto didáctico en la perspectiva de Rabardel, se ubicaría solamente en la intersección de estas tres zonas.

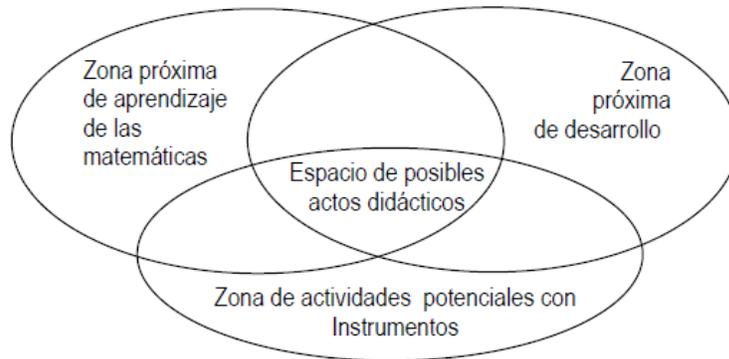


Ilustración XIX: Zona del valor funcional del artefacto. (Rabardel, 1999)

## 2.3. Dimensión Didáctica

En esta dimensión se van a manejar dos aspectos, la teoría de situaciones didácticas de la cual se extraen conceptos que son primordiales en la construcción de una secuencia didáctica y la orquestación instrumental para la emergencia de instrumentos que medien la actividad matemática.

### 2.3.1. Teoría De Situaciones Didácticas (TSD)

En esta dimensión se trabaja la TSD un referente teórico que posibilita el diseño de una secuencia didáctica; donde el estudiante desarrolle las estrategias y construya su conocimiento. De esta teoría se definirá los aspectos más pertinentes, que contribuyen al desarrollo de este trabajo.

Empezamos por **aprendizaje por adaptación**, Brousseau (2007) plantea que el estudiante aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de

desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este conocimiento, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.

Y en este contexto surge la noción de **medio**, Brousseau (2007) señala:

*“En esta perspectiva, son los comportamientos de los alumnos los que revelan el funcionamiento del medio, considerado como un sistema. Lo que se necesita modelizar, pues, es el medio. Así, un problema o un ejercicio no pueden considerarse como una simple reformulación de un saber, sino como un dispositivo, como un medio que “responde al sujeto” siguiendo algunas reglas. ¿Qué juego debe jugar el sujeto para necesitar un conocimiento determinado? ¿Qué aventura (sucesión de juegos) puede llevarlo a concebirlo o a adoptarlo? ... ¿Qué información, qué sanción pertinente debe recibir el sujeto por parte del medio para orientar sus elecciones y comprometer tal conocimiento en lugar de tal otro? Estas preguntas conducen, pues, a considerar el medio como un sistema autónomo, antagonista del sujeto, y es de este del que conviene hacer un modelo, en cuanto especie de autómeta.”*

Cabe resaltar que medio es un “ambiente” artificial constituido intencionalmente con el objeto de generar retroacción a la actividad del estudiante. La intención didáctica del medio esta fundamentada con la naturaleza de las selecciones y las variables movilizadas en el diseño mismo de la situación a-didáctica.

En la construcción de la secuencia es pertinente definir una **situación a-didáctica** entendida como toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo

concerniente al saber que se pone en juego. La Situación a-didáctica trae consigo diferentes situaciones por las cuales el estudiante debe pasar para cumplir el objetivo.

Para un buen desarrollo de las actividades se debe establecer un **Contrato didáctico**, este es el conjunto de comportamientos del profesor que son esperados por los estudiantes y al conjunto de comportamientos de los estudiantes que el profesor espera de ellos. Este contrato es el conjunto de reglas que determinan, lo que cada participante de la relación didáctica deberá hacer y, lo que de alguna manera deberá exigir al otro.

**Situación de Acción:** en esta situación el estudiante desarrolla estrategias ya sean equivocadas o correctas; adoptará una estrategia nueva rechazando la anterior, esta nueva se someterá a las condiciones y podrá ser aceptada o rechazada según la eficacia que determine el estudiante. La sucesión de situaciones de acción constituye el proceso por el cual el estudiante va a "aprenderse" un método de resolución de su problema.

**Situación de Formulación:** El estudiante debe comunicar a los demás su estrategia y dicha comunicación esta sometida a dos retroacciones, la de sus compañeros y la del medio.

**Situación de Validación:** Los estudiantes organizan sus argumentos para convencer a los demás o aceptar los argumentos de los otros, por la veracidad de estos, los argumentos serán construidos progresivamente.

**Situación Didáctica:** Situaciones preparadas con fines didácticos, donde el docente interviene pero cabe resaltar que esta intervención no es para solucionar el problema al estudiante, el docente debe estar preparado para dar devoluciones pertinentes para posibilitar la actividad matemática.

La situación didáctica no puede desprenderse de la **Situación de Institucionalización** se la única situación en donde interviene completamente el profesor, en esta él recoge todo lo expuesto hasta el momento, los argumentos que sus estudiantes han construido las conclusiones a las que han llegado entre otros, aclara dudas, plantea los resultados y por último formaliza el concepto trabajado en la situación didáctica.

Cabe resaltar la diferencia que existe entre situación didáctica y situación a-didáctica la primera es considera dentro un sistema didáctico donde existe un profesor, un grupo de estudiantes, se coloca en juego un saber y en la otra existe una interacción solo de un sujeto con el medio el cual posibilita que se desarrolle actividad matemática.

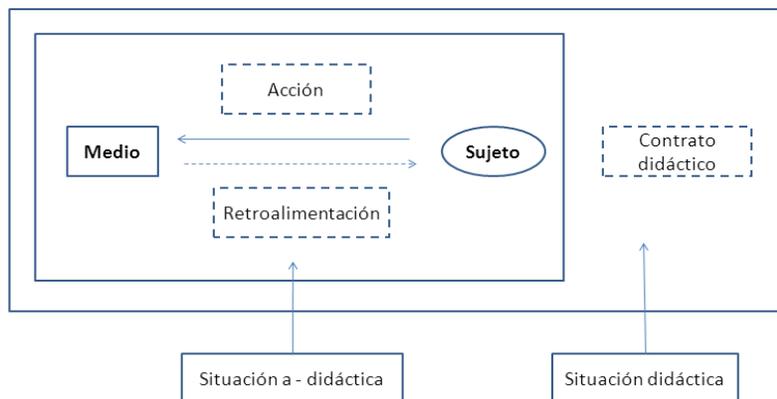


Ilustración XX: Sistema didáctico y a-didáctico. Tomado de Perrin - Glorian (2009)

### 2.3.2. Orquestación Instrumental

La orquestación instrumental es la configuración didáctica que logra movilizar los aspectos colectivos en el desarrollo de las génesis instrumentales, es decir aquellos elementos de carácter social que se movilizan en la clase y que influyen de manera directa en los procesos de génesis instrumental.

La propuesta de este trabajo de grado fue la de configurar una orquestación instrumental, alrededor de una secuencia didáctica que movilice determinadas propiedades de algunos

cuadriláteros, es decir el desarrollo un instrumento que se articule verdaderamente a la actividad mediada del sujeto.

Según lo plantea Santacruz (2009):

*En el diseño de secuencias didácticas se debe considerar dos elementos estructurales por un lado, los tiempos de construcción de conocimientos matemáticos, y por otro, los tiempos de evolución de las génesis instrumentales.*

La idea central de Rabardel (1999) de que las génesis forma parte integral del proceso de aprendizaje de las matemáticas y que por tanto deben de tenerse en cuenta en el diseño de implementación de la secuencia didáctica, es retomada por Trouche (2002), para construir la noción didáctica de orquestación instrumental, la cual estaría conformada por los siguientes cuatro aspectos:

- **Un conjunto de individuos:** generalmente encarnados por un profesor (o un equipo de profesores) y un grupo de estudiantes.
- **Un conjunto de objetivos:** relacionados con la intencionalidad de la clase, el tipo de tareas a desarrollar y las condiciones bajo las cuales se desarrolla el trabajo. Dichos objetivos se encuentran orientados por las necesidades de tipo curricular a nivel institucional (e incluso nacional).
- **Una configuración didáctica:** esta categoría engloba la estructura general del dispositivo. Es una configuración flexible de acuerdo al diseño de las secuencias didácticas que se pretenden movilizar en el contexto de la clase.

- **Un conjunto de modos de aprovechamiento de dicha configuración:** en el sentido que lo concibe Chevallard (1992), como una coordinación entre el hardware, el software didáctico y un sistema de aprovechamiento didáctico.

La concepción de orquestación instrumental es más que un ensamble de artefactos, la mirada de la orquestación se centra alrededor de la evolución y equilibrio los sistemas de instrumentos en el contexto de la clase. Rabardel (1999) evoca explícitamente la necesidad de una gestión didáctica de los sistemas de instrumentos al sostener que la introducción didáctica de un nuevo artefacto al espacio de la clase debe igualmente generar un impacto en el sistema de instrumentos ya constituidos, lo cual centra la gestión del profesor en la pregunta sobre para cuáles actividades de aprendizaje y cuáles construcciones de saberes matemáticos se introducen determinados artefactos, que potencialmente puedan desarrollar determinados instrumentos.

### 3. CAPITULO III: CONCEPCIÓN Y ANÁLISIS *A PRIORI* DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Este capítulo presenta el análisis *a priori* de las situaciones que conformaron la secuencia didáctica, los referentes centrales que se tienen en cuenta para la elaboración de este análisis.

En el análisis *a priori* se tomó cada situación por separado y se tendrá en cuenta lo siguiente.

- Tipo de situación: Si la situación planteada es de acción, de formulación, de validación y de institucionalización.
- Configuración del medio: posibilidades de retroacciones del medio (arrastre), estrategia ganadora, consigna, reglas de juego.
- Visualización: el proceso cognitivo que lleva a descubrir, interpretar e identificar propiedades de las figuras geométricas en este caso los cuadriláteros ayudando a comprender mejor los conceptos geométricos que se están estudiando.

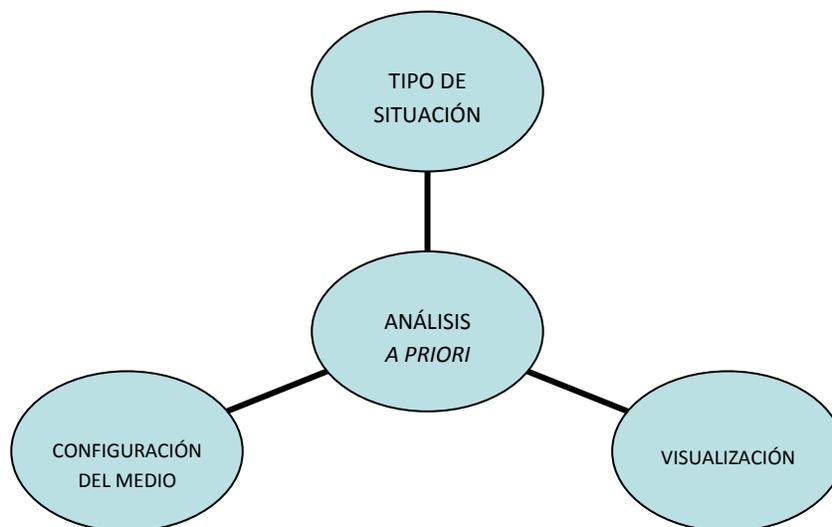


Ilustración XXI: Estructura del análisis *a priori*

Esta secuencia didáctica (SD) denominada “El mundo de los cuadriláteros” está diseñada para estudiantes de cuarto grado integrando un AGD (Cabri II plus), el propósito general de esta secuencia es que los estudiantes identifiquen las propiedades de algunos cuadriláteros como: el cuadrado, el rectángulo, el rombo y el trapecio isósceles.

Esta SD, se divide en tres situaciones, el tiempo estipulado para la realización completa es de 120 minutos y podría desarrollarse individual o en parejas, al culminar cada situación se presenta una fase de institucionalización.

Las variables didácticas priorizadas en el diseño de esta SD son:

- **Tipo de Figura:** Las figuras trabajadas en la SD son algunos polígonos de cuatro lados es decir cuadriláteros como cuadrado, rectángulo, rombo y trapecio isósceles, los cuales poseen propiedades específicas.
- **Tipo de Arrastre:** en la SD se trabajan dos tipos de arrastre el que predomina es Wandering dragging, debido a que los estudiantes tienen la libertad de mover las diferentes figuras que se le presentan, en la retroacción se presenta el Dragging test donde los estudiantes verifican que las propiedades de los cuadriláteros permanecen invariantes.
- **Tipo de Tarea (macros):** el tipo de tareas que se trabajan en la SD, son de tipo macro-construcciones en donde se crea la posibilidad de explorar las propiedades invariantes de algunos cuadriláteros.

A continuación se presentan los propósitos que se tienen de cada situación, se espera que al desarrollarse cada una de estas, estos propósitos se efectúen y también se presentan los tiempos que se tienen establecidos para el desarrollo de cada situación.

Situación	Propósitos	Tiempos
No. 1 “Descubre la figura oculta”	Por medio de 4 adivinanzas se presentan propiedades de algunos cuadriláteros, ellos descubran e identifiquen el cuadrilátero.	60 minutos.
No. 2 “La casita Mágica”	Identificar cuadriláteros y que con estos se puede construir otras figuras, como una casa.	30 minutos
No. 3 “ Clasificando ando con los cuadriláteros Gozando ”	Completar una tabla donde se busca que el estudiante relacione el nombre, la figura y sus propiedades, retomando lo visto anteriormente.	30 minutos

**Ilustración XXII: Estructura general de la secuencia didáctica**

La secuencia didáctica está diseñada como una presentación Power Point, en esta se introdujo un Plug-in del programa cabri II plus, este es un módulo de extensión que permite mostrar las construcciones geométricas diseñadas en cabri II plus en páginas web y en documentos de Microsoft office permitiendo manipular, animar y revisar las construcciones de las figuras construidas.



**Ilustración XXIII: Primera diapositiva de la**

En general la secuencia está guiada por un personaje en este caso una hormiguita llamada “Lolita”, su misión es indicar cada etapa de la secuencia a los estudiantes, aparte de “Lolita” las figuras les “hablan” indicándoles sus propiedades.

La secuencia se divide en tres situaciones la primera, son unas adivinanzas, la segunda con los cuadriláteros vistos se le pide al estudiante construir una casa y la tercera y última es el completar una tabla donde se muestra el nombre, la figura y las propiedades.

### 3.1. Situación No. 1 “descubre la figura oculta”

Esta SD se comienza con una situación de acción debido a que los estudiantes desde la primera situación establecen una relación directa a través del arrastre de figuras.

En esta situación se les presenta a los estudiantes algunas adivinanzas, en el diseño en cabri II plus, encontramos varias figuras que son primordiales en la situación , el cuadrado, el rectángulo, el trapecio isósceles y el rombo y otras que se usarán, como distractores, que son un triángulo, un pentágono, un heptágono también encontramos un círculo, un trapecio rectángulo , dos cuadriláteros y dos figuras abiertas, estas figuras se le han ocultado algunos puntos para que no se modifiquen al arrastra solo a las figuras abiertas se les ha dejado un punto donde de este se podrá mover la figura.

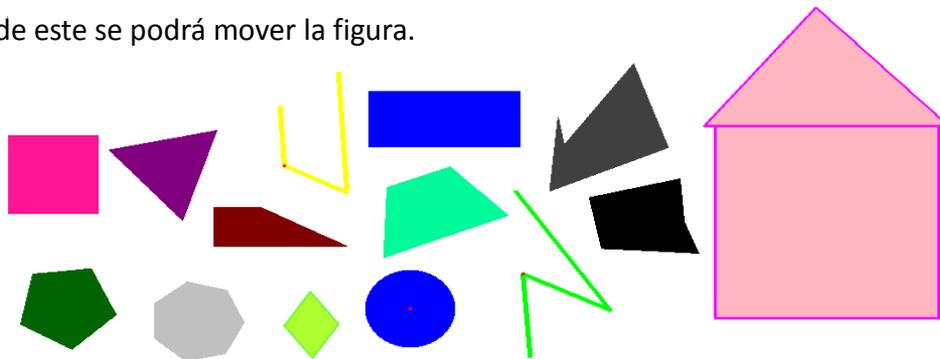
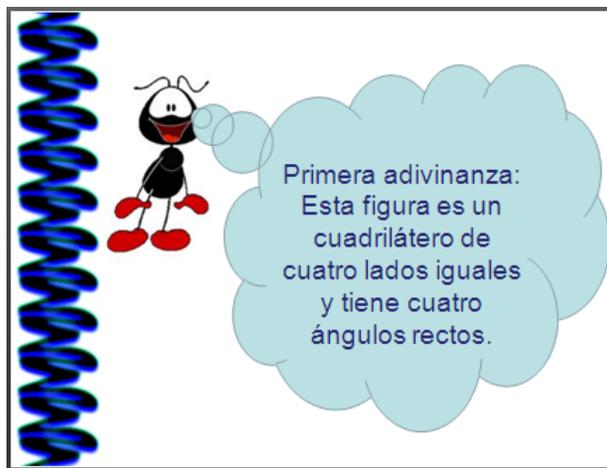


Ilustración XXIV: Configuración de Plug - in en pantalla en la situación 1 "Descubre la figura oculta"

Después de esto hay una retroacción donde le presenta la respuesta correcta, se describen las propiedades de dicha figura y se les presenta un archivo en cabri en donde se presenta cada

respuesta, ellos podrán explorar y arrastrar modificando la figura notando que no pierden las propiedades que las definen.

La primera adivinanza: “Esta figura es un cuadrilátero de cuatro lados iguales y tiene cuatro ángulos rectos”. El estudiante deberá analizar todas las figuras, una posible estrategia sería para descartar es contar los lados de las figuras, descartará el círculo y continuará mirando los lados de los que si son cuadriláteros y buscará los que tienen lados iguales y por último mirará los ángulos de las figuras que le queden y así encontrará la figura que sea la indicada.



**Ilustración XXV: Presentación en pantalla de la primera adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta"**

La segunda adivinanza es “Esta figura es un cuadrilátero, tiene cuatro ángulos rectos y sus lados opuestos son iguales dos a dos” en esta adivinanza una estrategia sería enfocarse a las figuras con cuatro lados pues las definió en la adivinanza anterior y buscará las que sus cuatro ángulos son rectos y descartará las que no lo son, después mirará sus lados y analizará cuáles los tienen iguales dos a dos y arrastrará el que cumple con las propiedades.

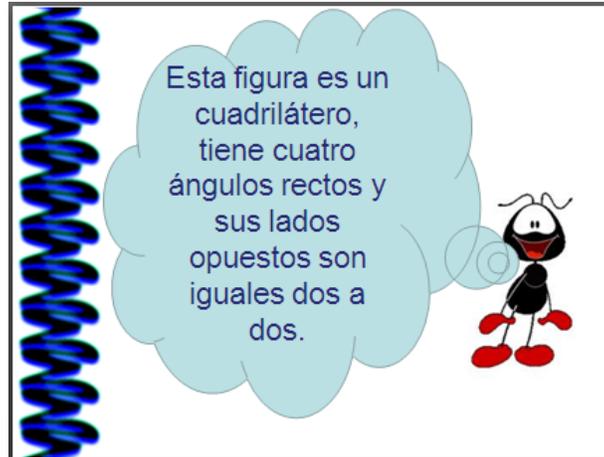


Ilustración XXVI: Presentación en pantalla de la segunda adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta"

La tercera adivinanza es "Es un cuadrilátero que tiene cuatro lados iguales y sus ángulos no son rectos" ya definidas las figuras que son cuadriláteros mirará los de lados iguales y después mirará sus ángulos y encontrará la figura que cumple con las propiedades de la adivinanza, arrastrará la correcta



Ilustración XXVII: Presentación en pantalla de la tercera adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta"

Y la última adivinanza es "Es un cuadrilátero que tiene dos lados iguales y opuestos a la vez, sus otros dos lados son paralelos pero no iguales" observará los cuadriláteros se enfocará en los lados que tengan un par iguales y opuestos, después de eso verificará que sus otros dos lados sean paralelos pero de diferente tamaño y así arrastrará el correcto hacia la casa.

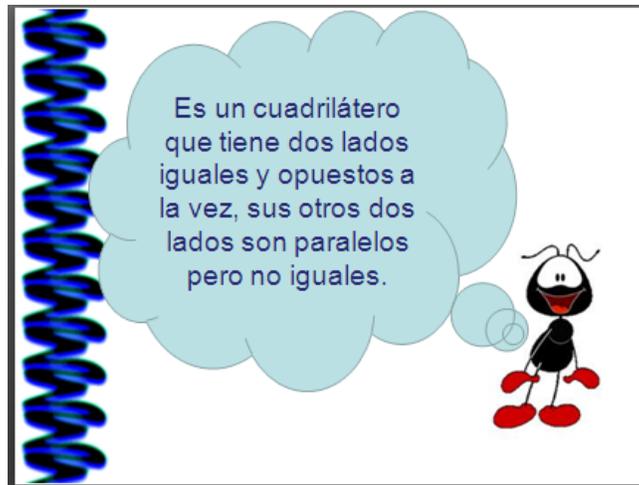


Ilustración XXVIII: Presentación en pantalla de la cuarta adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta"

Al volver a la presentación después de encontrar la figura se le mostrará la respuesta correcta indicándole su nombre y recalcándole sus propiedades no solo las que se presentan al plantearle la adivinanza sino todas las que definen dicha figura, en algunas se mostrará la diferencia de alguna figura con otra y por último se muestra un archivo en cabri con dos figuras, ellas tendrán medidas de sus ángulos y de sus lados, donde el estudiante podrá cambiarlo de tamaño y de posición y se observará que no se alteraran las propiedades, esto se mostrará después de cada adivinanza.



Ilustración XXIX: Presentación en pantalla de la retroacción des pues de cada adivinanza

A continuación se presenta una tabla donde se describe el tipo de situación, la intención del medio, reglas de juego y la estrategia ganadora.

<b>Situación Descubre la figura oculta.</b>				
<b>Tipo de situación</b>	<b>Consigna</b>	<b>Intención del medio</b>	<b>Reglas de juego</b>	<b>Estrategia ganadora</b>
Situación de acción	Te voy a contar unas adivinanzas y debes de encontrar la figura geométrica que cumple las condiciones.	Se restringen puntos que al moverlos pueden deformar el cuadrilátero y poderlo arrastrar sin alterar las propiedades.	Encontrar los cuadriláteros que cumplan con las propiedades de la adivinanza.	Ir descartando entre las diferentes figuras, encontrar el cuadrilátero que cumple con las condiciones y arrastrarlo hasta la casa.

Ilustración XXX: Análisis *a priori* situación 1 "descubre la figura oculta"

### 3.2. Situación 2 “la casita mágica”

La secuencia continúa con esta situación de formulación debido a que los estudiantes formularán una posible creación de una casa mágica, teniendo los cuadriláteros que trabajó en la situación anterior.

Esta situación tiene una consigna específica “¿Alguna vez ha construido una casita mágica en el plano, solo con mis amigos los cuadriláteros?, inténtalo”

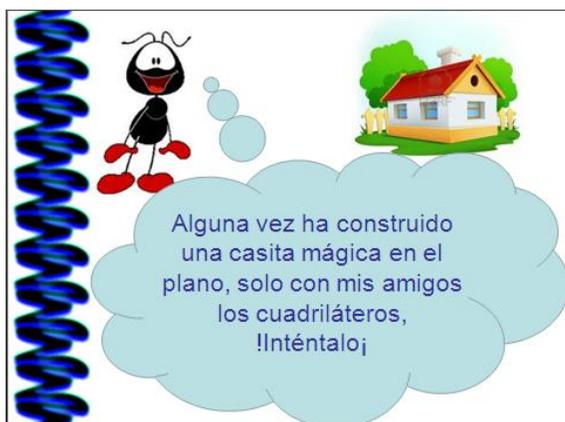


Ilustración XXXI: presentación en pantalla de la situación 2 "La casita mágica"

Esta situación se desarrolla en Cabri II Plus se manejan las mismas figuras de la situación anterior, de igual manera están ocultos los puntos para que no se modifique ni la posición ni el tamaño de las figuras, lo único nuevo en cuestión de diseño es la figura guía que se presenta, esta se creó con polígono regular e igualmente se ocultaron sus puntos para no modificarla.

Al estudiante se le presentarán varias figuras, los cuadriláteros que trabajó en la anterior situación y no cuadriláteros, con un rectángulo, una cuadrado, un rombo y un trapecio isósceles, debe construir una casa. Hay una guía para que el estudiante conozca cómo debería de quedar, de color negro y de tamaño pequeño.

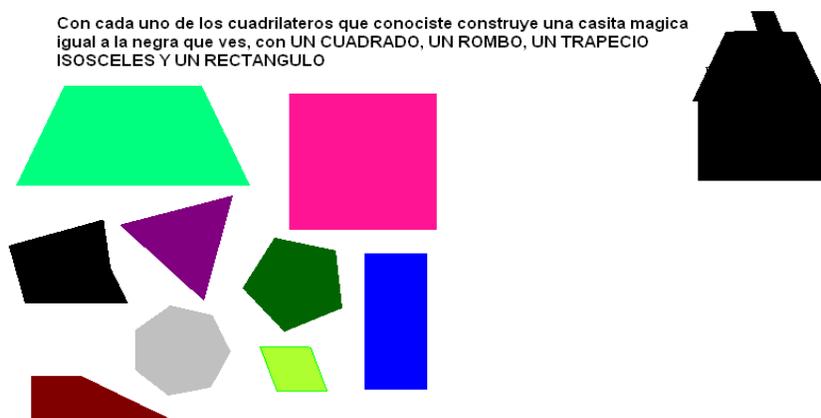


Ilustración XXXII: Configuración de Plug-in en pantalla presentada en la situación 2 "La casita mágica"

El estudiante comenzará explorando las fichas y observando la casa negra, algo que puede hacer es arrastrar las fichas hacia la casa negra, para mirar si coinciden, después podrá empezar a comparar lados entre la casa establecida y las fichas que tiene, después empezará a seleccionar las fichas las cuales son los cuadriláteros trabajados, ya al descartar las fichas que no le sirven le será más fácil comparar con la casa y deberá identificar dónde va cada figura y mirar qué posición tiene y girarlas para lograr la posición que debe tener.

A continuación se presenta una tabla donde se describe el tipo de situación, la intención del medio, las reglas de juego y la estrategia ganadora.

<b>Situación 2 "La casita Mágica"</b>				
<b>Tipo de situación</b>	<b>Consigna</b>	<b>Intención del medio</b>	<b>Reglas de juego</b>	<b>Estrategia ganadora</b>
Situación de formulación	Alguna vez ha construido una casita mágica en el plano solo con mis amigos los cuadriláteros !Inténtaloj	Que el estudiante pueda arrastrar y girar las figuras para construir la casa	Que el estudiante mueva y gire las figuras para que construya la casa	Que el estudiante identifique los cuadriláteros que ya trabajó y la posición que estos tienen en la casa negra para así construir la casa correctamente.

**Ilustración XXXIII: Análisis *a priori* de la situación 2 "La casita mágica"**

### 3.3. Situación 3 “clasificando ando con los cuadriláteros gozando”

La secuencia finaliza con una situación de validación, donde se totaliza lo que el estudiante aprendió en las situaciones anteriores, se quiere establecer la relación de figura, nombre y propiedad que existe en este caso con los cuadriláteros.



Ilustración XXXIV: Presentación en pantalla de la situación 3 "Clasificando ando con los cuadriláteros gozando"

La consigna es completar la tabla, en donde el estudiante establece una relación entre figura, nombre y propiedad de un cuadrilátero en este caso están: el cuadrado, el rombo, el rectángulo y el trapecio isósceles.

Al estudiante se le presenta una tabla que tiene tres columnas las que corresponden nombre, imagen y propiedades, el diseño en cabri son textos , las figuras diseñadas de las misma manera anterior y una tabla diseñada mediante segmentos a esta tabla se le han anclado los puntos para que no se pueda mover y están ocultos.

Una Secuencia Didáctica en Grado Cuarto: Cuadriláteros en un AGD

NOMBRE	FIGURA	PROPIEDAD
		
RECTANGULO		
		
CUADRADO		

1. Arrastra cada elemento nombre, figura o propiedad de la derecha para completar correctamente la tabla




Cuadrilatero con todos los lados de la misma medida y paralelos dos a dos

Cuadrilatero con sus cuatro lados de igual medida y sus ángulos opuestos son agudos y obtusos.

Cuadrilatero que tiene un par de lados opuestos de igual medida y los otros no pero paralelos

ROMBO

TRAPECIO ISOSCELES

Cuadrilatero que sus lados opuestos son iguales entre si y sus ángulos son rectos

**Ilustración XXXV: Configuración en pantalla presentada en la situación 3 "Clasificando ando con los cuadriláteros gozando"**

<b>Situación 3 " Clasificando ando con los cuadriláteros Gozando "</b>				
Tipo de situación	Consigna	Intención del medio	Reglas de juego	Estrategia ganadora
Situación de validación	Arrastra cada elemento nombre, figura y propiedad de la derecha para completar correctamente la tabla	La opción de arrastre.	El estudiante arrastre los elementos para completar la tabla.	Que ubique correctamente los elementos en la tabla considerando las situaciones anteriormente trabajadas.

**Ilustración XXXVI: Análisis *a priori* de la situación 3 "Clasificando ando con los cuadriláteros gozando"**

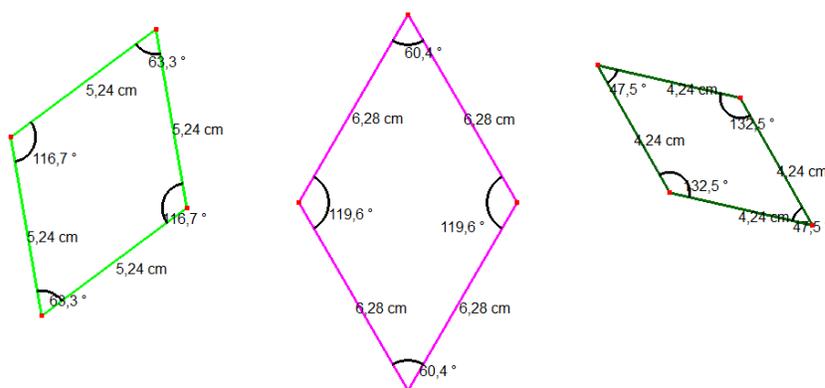
De este modo, se finaliza el análisis *a priori*, queriendo enfatizar en aspectos fundamentales del diseño de las situaciones que conforman la secuencia didáctica.

Este análisis da cuenta de la intención con la que se diseñaron las situaciones e identifica los propósitos que se quieren lograr al aplicar esta SD, este deja ver el tipo de situación sea de

acción, de formulación o de validación, por esta razón se enfatizó en la consigna, la intención del medio, las reglas de juego y la estrategia ganadora.

Y por último se presenta la fase de institucionalización, esta fase se realizará cuando se haya finalizado cada situación, se muestra una página donde la misma figura que se está trabajando le recalca sus propiedades, también contamos con otra página donde se les presenta, varias figuras de las que se están trabajando con medida de ángulo, medida de lados y los estudiantes pueden arrastrar sus puntos móviles para que observen que sus propiedades no cambian, por último el profesor hará unas preguntas sencillas de la situación anterior culminando la fase de institucionalización.

Soy yo el Rombo, tengo cuatro lados iguales y cuatro vértices, mis ángulos internos son dos agudos y dos obtusos. Me diferencio del cuadrado por que mis ángulos no miden  $90^\circ$ .



**Ilustración XXXVII: Configuración en pantalla presentada para la fase de institucionalización.**

## 4. CAPÍTULO IV: ANÁLISIS *A POSTERIORI* DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

En este capítulo se realiza una descripción del contexto de la experimentación, y se presentan los resultados obtenidos en la aplicación de la secuencia didáctica y consideraciones finales del análisis *a posteriori*.

La fase del análisis *a posteriori* o evaluación de la situación didáctica, toma en consideración información obtenida de diversas formas (registros filmicos y de audio) recogidos en la fase de experimentación, la información se recogieron con una estrategia mixta, por video y datos fotográficos, el registro en video se realizó con una cámara que abordó una mirada general del grupo, y otra móvil, que realizaba acercamientos al trabajo hecho por las estudiantes, y un registro fotográfico.

Para esto, el análisis *a posteriori* toma como referente el diseño de las situaciones presentado en el análisis *a priori* e hipótesis de la investigación, basando su análisis en unidades como lo muestra el diagrama.



Ilustración XXXVIII: Estructura del análisis *a posteriori*.

#### **4.1. Contexto de la experimentación.**

La fase de experimentación de la secuencia didáctica, se llevó a cabo con un grupo de grado cuarto de educación básica primaria del Colegio de la Presentación Cascajal sede ciudadela educativa, ubicado entre la vía Cali – Jamundí, la cual presta un servicio educativo de carácter católico privado basado en la pedagogía de Marie Poussepin y educación personalizada.

La Sede en la cual se desarrolló la experiencia cuenta con 3 salas de sistemas que constan cada una de 25 computadores conectados a internet, aire acondicionado y un tablero acrílico, la experimentación se realizó en la sala de sistemas que está asignada para la sección de educación básica primaria.

El grado cuarto que participó en la experimentación, presenta 30 estudiantes (mujeres) con edad promedio de 8 a 9 años. En clase de geometría regular las estudiantes han trabajado actividades con doblado y recorte de papel, construcciones geométricas sencillas haciendo uso de la regla y el compás para el reconocimiento de propiedades y clasificación de figuras planas.

De este modo las estudiante conocen polígonos regulares, clasificación de estos según número de lados y algunas propiedades generales, de la misma forma han tenido un manejo básico en el trabajo con computadoras, en diapositivas, programas de dibujo como paint, MegaPik entre otros, estos conocimientos son de suma importancia para el análisis de la secuencia.

La aplicación de esta secuencia didáctica se realizó en una sesión de clases, con un tiempo de una hora y media, esto no estaba previsto en el análisis *a priori* pues se tenía estipulado un tiempo total de 120 minutos, pero este tiempo (90 min.) fue suficiente para la realización

total, en la primera situación se tomaron un tiempo de 50 minutos, en la segunda 15 minutos y en la tercera y última 25 minutos.

Situación	Duración
Situación 1 “Describe la figura oculta”	50 minutos
Situación 2 “La casita mágica”	15 minutos
Situación · “Clasificando ando con los cuadriláteros gozando”	25 minutos

#### **4.2. Análisis *a posteriori* de la situación 1 “descubre la figura oculta”**

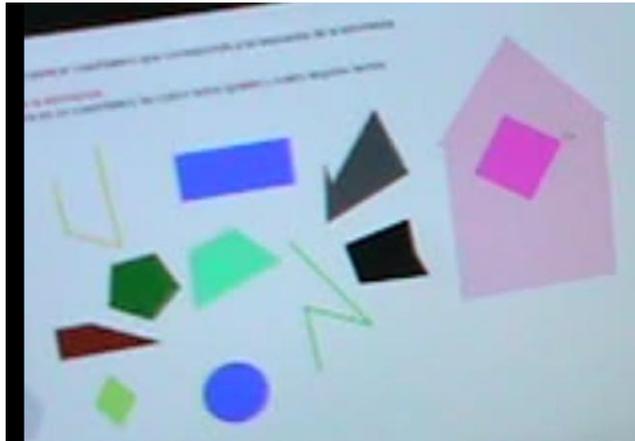
La experimentación de esta primera situación presenta las interacciones iniciales entre los profesores y las estudiantes. La gestión inicia con una presentación por parte de uno de los profesores, indicando que van a trabajar juntos e inmediatamente les indica a las estudiantes que abran la presentación de power point. Y se comienza el trabajo leyendo las diapositivas.

La intención del profesor era que las estudiantes fueran pasando solas toda la secuencia pero al ver que ellas se anticipaban sin leer bien y analizar lo que se les presentaba se tomó la decisión de que el profesor contralaría la secuencia e indicaría cuándo deberían de cambiar la página de la presentación.

La primera situación “descubre la figura oculta” está dividida en cuatro tareas en donde se presentan unas adivinanzas y se debe descubrir cuál es la figura que cumple con esas propiedades. Esta situación está definida como una situación de acción.

La primera adivinanza “Esta figura es un cuadrilátero de cuatro lados iguales y tiene cuatro ángulos rectos.” las estudiantes comienzan a leer lo que deben hacer y a observar las figuras

que se les plantean, algunas estudiantes que están en parejas empiezan discutir cuál es la respuesta a la adivinanza.



**Ilustración XXXIX: Estrategia de una de las estudiantes en la primer adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta"**

Algunas estudiantes cuando ya tenían el cuadrado en la casa se les preguntó si esa realmente cumplía con las propiedades, algunas dudaban, la quitaban y otras nos explicaban mostraban lo que la adivinanza les decía. A las estudiantes que dudan y las quitaban se les decía que volvieran a leer y miraran cuál era la figura que cumplía con las propiedades que se les presentaban.

Cuando todas tenían una figura en la casa se observó que habían contestado todas el cuadrado que en este caso era la respuesta a la adivinanza, al seguir en la presentación y mostrar la respuesta y al iniciar la interacción con los diversos cuadrados y ver que cambian solo de tamaño y de forma se les preguntaba si seguían siendo cuadrados a lo que ellas contestaban afirmativamente.

*Profesor (P): ¿Que sucedió?*

*Estudiante (E)<sub>1</sub>: Que se pusieron más grandes y se pudieron mover todas*

*P: ¿Qué más paso?*

*E<sub>2</sub>: No se cambiaron los ángulos.*

Aquí podemos observar que a simple vista las estudiantes lo primero que identifican es el tamaño y la forma pero al seguir interrogándolas pudieron descubrir las propiedades que son invariantes en la figura y primordiales para definirla.

Antes de continuar con la siguiente adivinanza se realiza la fase de institucionalización, el profesor pregunta:

*P: ¿Qué define un cuadrado?*

*E<sub>2</sub>: Que tiene cuatro lados iguales.*

*P: Muy bien, qué más podemos decir.*

*E<sub>3</sub>: Que sus ángulos miden 90º grados.*

*E<sub>4</sub>: Que tiene cuatro lados y cuatro vértices.*

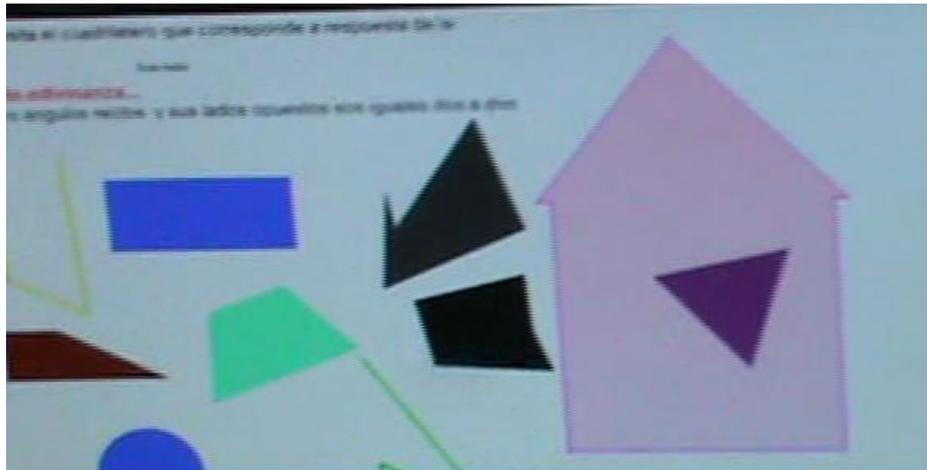
*P: entonces eso quiere decir que el cuadrado es un cuadrilátero que tiene cuatro vértices y cuatro lados iguales, además cuatro ángulos rectos cada uno mide 90º.*

En la segunda adivinanza “Esta figura es un cuadrilátero, tiene cuatro ángulos rectos y sus lados opuestos son iguales dos a dos” las estudiantes empiezan a leer y observar las figuras, una estudiante colocó rápidamente el rectángulo en la casa, y al interrogarles y tratar de hacerla dudar, ella estaba muy segura de su respuesta explicando cada una de las propiedades.

Esto pudo haberse dado respecto a que como las propiedades del cuadrado y el rectángulo son similares ella pudo identificar las propiedades ya trabajadas en el cuadrado quedando solo la de los lados iguales dos a dos que es una propiedad más fácil de visualizar haciendo posible la identificación de la figura más rápido.

Por el contrario otra estudiante ubicó el triángulo en la casa, se comienza a interrogar el por qué esa respuesta, ella lo que contesta es que no sabe, entonces el profesor le indica que lea

nuevamente y detenidamente la adivinanza, al hacer esto cae en cuenta que esa figura (triángulo) no es un cuadrilátero.



**Ilustración XL: Estrategia de una de las estudiantes a la segunda adivinanza de la situación 1 "Descubre la figura oculta"**

Esta estudiante lo que demuestra, no es que no sabe, si no que por el contrario no había analizado que era lo que se le está pidiendo, debido a que con el solo hecho de leer reconoce que esa figura no cumple con la adivinanza y al final la estudiante coloca el rectángulo en la casa.

Se continúa con la presentación mostrándoles las propiedades del rectángulo y el archivo donde interactúa con varios rectángulos y observa que lo que cambia de estas figuras es el tamaño y las medidas de sus lados pero las propiedades no cambian.

Por último, el profesor pregunta qué se puede decir del rectángulo, algunas estudiantes contestan las propiedades trabajadas y procede a enunciar las propiedades que definen un rectángulo y recalca la diferencia entre el cuadrado y el rectángulo.

En la tercera adivinanza "es un cuadrilátero que tiene cuatro lados iguales y sus ángulos no son rectos" en esta se tomaron un poco más de tiempo antes de plantear una respuesta, en

un caso particular dos estudiantes estaban en desacuerdo con la respuesta una decía que era el trapecio y otra decía que era el rombo entonces lo que se hizo fue que cada una planteara sus argumentos

*Estudiante (E<sub>1</sub>): mi figura es un cuadrilátero*

*Estudiante (E<sub>2</sub>): si*

*E<sub>2</sub>: tiene cuatro lados*

*E<sub>1</sub>: si, ¿Pero cómo dicen que son?*

*E<sub>2</sub>: iguales*

*E<sub>2</sub>: mi figura no tiene lados iguales.*

*E<sub>1</sub>: voy yo profe, mi figura es un cuadrilátero con cuatro lados iguales, como el cuadrado.*

*E<sub>1</sub>: sus ángulos no son rectos.*

*P: ¿Sabes cómo se llaman esos ángulos que no son rectos?*

*E<sub>1</sub>: Agudos y obtusos*

*P: a ya, qué opinas de lo que plantea ER.*

*E<sub>1</sub>: que tiene razón.*

*P: esa figura cumple con las propiedades.*

*E<sub>1</sub>: si cumple con la adivinanza.*

En este caso se observa que la estudiante 1 utilizó las propiedades ya trabajadas, lo que ya conocía previo a la aplicación de la secuencia, lo que visualizaba en la figura, para plantear sus argumentos queriendo convencer a su compañera de su hipótesis y así descubrir cuál era la figura que cumplía con las condiciones de la adivinanza y por el contrario la estudiante trapecio no había analizado que los lados eran iguales, cabe aclarar que tenía claro que era un cuadrilátero.

Igualmente que en las adivinanzas anteriores las estudiantes exploraron los rombos que se les presentaron, interactuando con ellos arrastrando los puntos que eran móviles y

analizaron que no varía, sus propiedades, lo que cambia de estos son el tamaño y la posición, en esta parte se les hizo un especial énfasis en los ángulos se quiere que ellas recuerden y tengan presente cuándo un ángulo es agudo y obtuso, debido a que es fundamental para la definición de rombo.

Al final el profesor pregunta qué pueden concluir de esta adivinanza y de las propiedades de esta figura y les pregunta a las estudiantes la diferencia que existe entre el rombo y el cuadrado culmina la fase de institucionalización expresando las propiedades del rombo.

*P: ¿Qué diferencian al rombo y al cuadrado?*

*E<sub>1</sub>: Que el cuadrado tiene todos sus lados iguales y el rombo son sus lados iguales dos a dos*

*P: Y Qué otras propiedades tiene el rombo.*

*E<sub>2</sub>: que tiene cuatro ángulos rectos, que tienen cuatro vértices.*



**Ilustración XLI: El profesor en fase de institucionalización**

En la última adivinanza “Es un cuadrilátero que tiene dos lados iguales y opuestos a la vez, sus otros dos lados son paralelos pero no iguales.” Fue un poco más sencillo y rápido, las estudiantes contestaron sin ningún inconveniente, se prosiguió con la retroacción donde se presentó las propiedades del trapecio isósceles y por último la interacción con los trapecios que al modificarlos no dejan de serlo, algunas estudiantes se les parece un cuadrado pero se

les dice que analicen bien que miren sus lados y sus ángulos y descubren que no es así concluyendo que es un trapecio isósceles.

Al final cerrando no solo la última adivinanza sino también la primera situación se realizaron unas preguntas para que las estudiantes expresaran qué pasa con esas figuras, cuáles son sus propiedades y que pueden decir de ellas.

*P: ¿en qué se parecen el cuadrado y el rombo?*

*E<sub>1</sub>: en que sus cuatro lados son iguales.*

*P: ah, osea que los dos tienen cuatro lados iguales.*

*P: ¿y en qué se diferencian?*

*E<sub>2</sub>: en sus ángulos.*

*P: ¿cómo así?*

*E<sub>2</sub>: que el cuadrado tiene ángulos rectos y el rombo tiene ángulos obtusos y agudos.*

*P: ¿cuántos agudos y cuántos obtusos?*

*E<sub>2</sub>: dos y dos*

*P: ¿Qué se puede decir del rectángulo?*

*E<sub>3</sub>: Que tiene cuatro lados, pero no todos iguales.*

*P: ¿Entonces cómo son esos lados?*

*E<sub>3</sub>: iguales dos a dos*

*P: ¿Qué más se puede decir del rectángulo?*

*E<sub>4</sub>: que tiene cuatro vértices, que tiene cuatro ángulos de 90°*

*P: cómo se llaman esos ángulos*

*E<sub>4</sub>: Rectos.*

*P: ¿Qué me pueden decir del cuadrado?*

*E<sub>5</sub>: Que tiene cuatro lados iguales, cuatro vértices, cuatro ángulos rectos y es un cuadrilátero.*

*P: Muy bien continuamos...*

Aquí podemos observar que el objetivo de las SD se estaba cumpliendo, puesto que las estudiantes tenían claro lo que se les estaba presentando, es importante resaltar que lo que se quería, aparte de que reconocieran las propiedades, era que descubrieran lo invariante de estas, que no importaba la posición y el tamaño de las figuras, las propiedades nunca cambian, esto lo podíamos mostrar con la página donde ellas podían mover las figuras para donde quisieran cambiando su tamaño y posición pero las figuras geométricas nunca perdían sus propiedades.

#### **4.3. Análisis *a posteriori* situación 2 “la casita mágica”**

Se inicia la segunda situación “La casita mágica”, esta situación es de formulación donde las estudiantes presentaron una forma de construir una casa con cada una de las figuras que se trabajaron en la secuencia anterior.

Al comenzar, las estudiantes empezaron a interactuar con las figuras, a arrastrarlas por toda la pantalla y a observar cuáles eran las que debían usar, que en este caso eran los cuadriláteros trabajados en las adivinanzas.

En el reconocimiento de cuáles eran los polígonos con los que debían trabajar no se presentó ningún inconveniente, esto quiere decir que tenían muy claro cuáles eran las fichas que debían mover para construir la casa, ya tenían identificado cuál era el cuadrado, el rombo, el trapecio y el rectángulo.

Lo primero que algunas estudiantes realizaron fue arrastrar la figura a la guía (casita en negro) para hacerlas coincidir, expresado literalmente en palabras de una niña fue “*esto no se quiere meter a la casa*”. El medio le muestra que la tarea que se le está pidiendo no es meter las figuras a la casa que esta como guía, puesto que el tamaño de la ficha a

comparación de la casa es más grande. La estudiante puede pensar que era meterlas como se le pedía en la situación anterior.

Por el contrario otra estudiante lo que hace es una especie de calcado por así decirlo para mirar cómo debería de acomodar las fichas (ver ilustración XLII), en este caso el medio le muestra que ese no es el espacio correspondiente para hacer la gráfica, que hay un espacio libre para hacerlo.

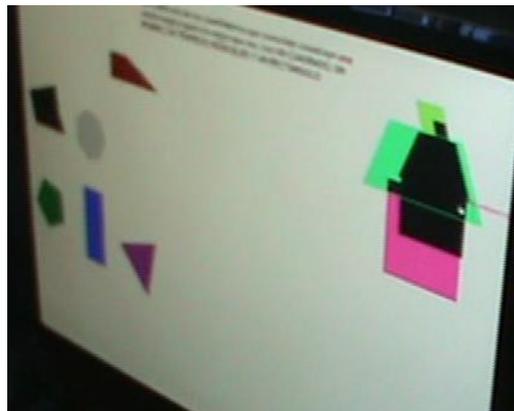


Ilustración XLII: Estrategia de una estudiante para resolver la situación 2 "La casa mágica"

Las mayoría de las estudiantes realizaron la figura usando un cuadrado, un trapecio y un rombo, e indicando que ya habían terminado, pero les faltaba el rectángulo, configurando la siguiente casa, está claro que tenían identificadas las figuras lo que sucede es que se limitaban formando la casa copiando gráficamente la silueta de la casa guía, sin caer en cuenta que algo les falta. Asegurando así que esa era la casa que se les estaba pidiendo "miré profe es igualita".

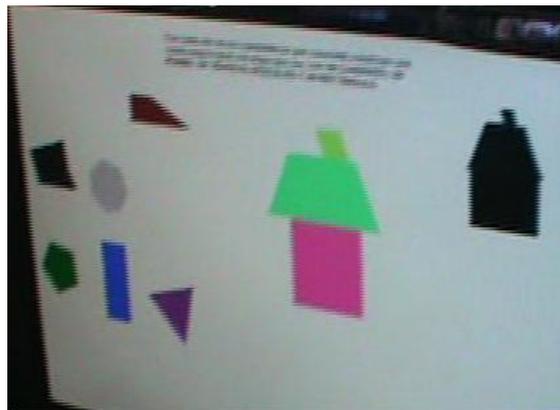


Ilustración XLIII: Estrategia de las estudiantes sin intervención del profesor a la situación 2 "La casita mágica"

Al ver lo que estaba sucediendo se les pidió a las estudiantes que leyeran nuevamente qué era lo que debían de hacer, inmediatamente se dieron cuenta de que faltaba el rectángulo y procedieron, buscar dónde debería ir, algunas estudiantes ubicaron el rectángulo en forma de puerta de la casa, era lógico para ellas puesto que una casa debería de tener puerta "claro va de puerta", afirmaban las estudiante con mucha seguridad.



**Ilustración XLIV: Estrategia de algunas estudiantes después de la primera intervención del profesor a la situación 2 "La casita mágica"**

Debido a esto se les dijo a las estudiantes que habían realizado lo anteriormente expuesto que pensarán en esa construcción como si tuvieran que armar un rompecabezas, queriendo que ellas identificaran que no podría ir una ficha encima de otra ya que en un rompecabezas las fichas coinciden no se superpone una con otra.



**Ilustración XLV: Respuesta correcta de las estudiantes a la situación 2 "La casita mágica"**

Al final de que las estudiantes realizaron la construcción se les presentó la forma como debería estar construida la casa y se les pidió desarmarla y ubicarla con sus respectivos nombres, también se les preguntó a las estudiantes que identificaron las figuras y que nos recordaran las propiedades, de esa manera se finalizó la situación 2.

En esta situación se tuvieron que hacer, fue muy curioso que la mayoría de las estudiantes caían en el mismo error, esto podía haber sucedido puesto que al mirar de un solo vistazo a la casa esta tenía esa forma o esa silueta por así decirlo, y las estudiantes fueron muy inmediatas al construir la casita limitándose a la primera mirada sin impórtales que les faltaba una ficha para localizar, por esta razón se vio la necesidad de que el profesor interviniera haciéndoles cuestionamientos para que ellas mismas analizaran lo que estaba pasando.

#### **4.4. Análisis *a posteriori* situación 3 “Clasificando ando con los cuadriláteros gozando”**

Se inicia la última situación siendo de validación, con una consigna que dice “Arrastra cada elemento de la derecha hacia la izquierda para completar correctamente la tabla”, con la intención de que recordaran las propiedades de cada figura y así mismo el nombre de cada una de ellas.

Esta situación se empezó cuando el profesor les indico a las estudiantes que debían completar la tabla con base en lo que habían aprendido anteriormente, esta situación realizo pidiéndoles a las estudiantes concentración, para que las estudiantes colocaran mucha atención en lo que estaban realizando.

Las estudiantes comenzaron a completar la tabla, a leer las propiedades, a arrastrar las imágenes, después los nombres y por último las propiedades, al ver las estudiantes completar la tabla se puede observar que ellas están utilizando lo que se trabajó en las situaciones anteriores, por ejemplo al relacionar las figuras con los nombres nos lleva a la construcción de la casa donde las estudiantes tenían que reconocer cuáles eran las figuras que debían de usar las dichas construcción dado que se les daban los nombres en la consigna pero ellas debían de identificar la imagen, y al relacionarlas con las propiedades evocamos la situación 1, puesto en especie de adivinanzas se les plantearon las propiedades que definen cada una de las figuras geométricas que se le están pidiendo, se le institucionalizo enfatizando en las diferencias que tienen las figuras.

NOMBRE	FIGURA	PROPIEDAD
ROMBO		Cuadrilátero con cuatro vértices, dos de sus lados opuestos son iguales y los otros dos son paralelos, pero no iguales, sus ángulos son dos agudos y dos obtusos.
RECTANGULO		
CUADRADO		
TRAPECIO PARALELO		

1. Arrastra cada elemento según propiedad de la derecha para correctamente la tabla

Cuadrilátero con y cuatro lados iguales y los cuatro ángulos cada uno mide 90°

Cuadrilátero con cuatro ángulos rectos, tiene cuatro vértices todos opuestos son iguales dos.

Cuadrilátero iguales y sus ángulos obtusos y dos obtusos.

**Ilustración XLVI: Estrategia de las estudiantes para resolver la situación 3 “Clasificando ando con los cuadriláteros gozando”**

Después de un tiempo las estudiantes manifestaban haber terminado de completar la tabla, se hizo un barrido y algunas estudiantes confundieron las propiedades del cuadrado y del rombo, se les dijo que hay figuras que son similares pero tienen diferencias fundamentales, que hicieran una revisión detenida para verificar que todo en la tabla coincidía. Esto nos muestra que se debió hacer más énfasis en estas diferencias que son fundamentales para el reconocimiento de las propiedades de las figuras.

Se les presentó la forma como deberían completar la tabla, solo se presentó un caso donde una estudiante no terminó de completar la tabla, y no solicitó necesitar más tiempo para completarla.

NOMBRE	FIGURA	PROPIEDAD
TRAPECIO		Cuadrilátero con cuatro vértices, dos de sus lados opuestos son iguales y los otros dos son paralelos, pero no iguales, sus ángulos son dos agudos y dos obtusos.
RECTÁNGULO		Cuadrilátero con cuatro ángulos rectos, tiene cuatro vértices y sus lados opuestos son iguales (dos a dos).
ROMBO		Cuadrilátero que tiene cuatro lados iguales y cuatro vértices, sus ángulos opuestos son dos agudos y dos obtusos.
CUADRADO		Cuadrilátero con cuatro vértices y cuatro lados iguales, además sus cuatro ángulos son rectos, cada uno mide 90°.

1. Arrastra cada elemento nombre, figura o propiedad de la derecha para completar correctamente la tabla

Ilustración XLVII: Estrategia de las estudiantes a la situación 3 "Clasificando ando con los cuadriláteros gozando"

Podemos decir que esta situación abarcaba todo lo que se había trabajado en la SD puesto que aquí se validaban los conocimientos que se plantearon, si de verdad ellas pudieron descubrir e interiorizar las propiedades de los cuadriláteros vistos, aquí ellas deberían de revisar lo que habían aprendido y relacionarlos para completar la tabla, en este sentido el medio le daba la opción de cambiar cuantas veces creía necesario las fichas para localizarlas en la tabla y así poder revisar si lo estaban haciendo era correcto o no.

Al terminar toda la SD, se realizó un paneo para recoger la experiencia que las estudiantes vivieron en esta, la respuesta fue positiva, las estudiantes se escuchaban emocionadas e interesadas en lo que se les había presentado, una estudiante específicamente dijo *"donde encontramos más de esos juegos para yo decirle a mi papá que me lo compre para poder estudiar"*, otra manifestó que esa era una forma divertida de aprender y recordar.

#### 4.5. Consideraciones finales del análisis *a posteriori*.

En términos generales la secuencia didáctica fue productiva, puesto que se cumplió el objetivo que era el que las estudiantes identificaran las propiedades que son inherentes a algunos cuadriláteros en este caso particular el del cuadrado, el rectángulo, el rombo y el trapecio isósceles.

Se pudo observar que las estudiantes sin explicación y exploración previa del programa, pudieron manejar el plug -in de cabri II plus sin ninguna dificultad por tanto se concluye que este es un programa muy funcional y de fácil acceso, el cual debería explorarse para seguir siendo utilizado en una clase regular de geometría.

El medio utilizado en esta SD se dio debido a la unión entre power point y el plug – in, de cabri II plus, al aplicar la secuencia se observó que funcionó sin inconveniente, las estudiantes manejaron un programa que ya era conocido por ellas y se encontraron con una diapositiva en donde podían interactuar con las figuras en donde podan moverlas y observar qué pasaba, se evidencio que esta fusión funcionó muy bien y fue bien recibida por las estudiantes.

El diseño de la secuencia didáctica como tal, funcionó bien las estudiantes entendieron las consignas sin ningún problema, al momento de explorar las figuras no surgió inconveniente y los resultados de esta aplicación fueron positivos.

También podemos decir que la aplicación de esta SD es muy positiva debido a que las estudiantes estuvieron siempre a la expectativa de lo que pasaba, las estrategias de las estudiantes fueron en su mayoría las que se esperaban en el análisis *a priori* y por último la manifestación por parte de ellas al interés de otras actividades como esta.

La respuesta de las estudiantes a esta secuencia nos deja una satisfacción por el trabajo realizado y un compromiso personal para el diseño de más secuencias didácticas como esta para la construcción del conocimiento matemático.

## 5. CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

En este capítulo se plantean las conclusiones del trabajo de grado, los cuales permite establecer el alcance del objetivo general, las hipótesis y la pregunta problema a partir de los objetivos específicos de la investigación. De igual manera, se establecen aportes de tipo teórico, metodológico y recomendaciones que posibilitan continuar con una reflexión didáctica respecto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en educación primaria.

De acuerdo a las diferentes estrategias que expusieron las estudiantes en la aplicación de la secuencia en relación con un AGD, se evidencia una exploración de las propiedades de los cuadriláteros, además teniendo en cuenta que los artefactos puestos en juego constituyen un ensamble de condiciones para que el sujeto los relacione con sus conocimientos, se evidenció como las estudiantes responden siguiendo algunas reglas de juego, que les permitieron utilizar un conocimiento determinado de acuerdo a la información recibida.

Cabe resaltar una relación existente entre el AGD, la secuencia didáctica y las estudiantes, que posibilitó un aprendizaje por adaptación como lo plantea (Brousseau 2007), es decir, las estudiantes se adaptaron a este medio encontrando diferentes caminos para la construcción del conocimiento.

La mediación instrumental de un AGD, como Cabri Geometre II plus, integrado en una secuencia didáctica, permitió que las estudiantes explorarán propiedades de los cuadriláteros y posibilitando un aprendizaje del objeto matemático trabajado.

En relación a la primera hipótesis de investigación, efectivamente, se puede dar cuenta que un AGD, permite que los procesos de construcción de conocimientos matemáticos sean

articulados y complementarios en la formulación y prueba de conjeturas que se puedan llegar a plantear.

Así mismo, el sujeto aprende adaptándose a un medio donde puede explorar libremente situaciones, ya que este permite que busque o manifieste alguna respuesta al interactuar con este, sin embargo esto no garantiza que exista un aprendizaje, pero lo importante es que el sujeto interactúe con su conocimiento y pueda formular, probar, construir respuestas nuevas para su aprendizaje.

Además, la secuencia didáctica que integra un AGD permite visualizar y validar figuras geométricas, posibilitando que estas puedan ser sometidas a transformaciones mediante el arrastre de los diferentes elementos observando que cambia y que permanece invariante.

En este sentido, esta primera hipótesis representa un aporte importante para llegar a nuestro objetivo principal. En relación a lo anterior, la segunda hipótesis de la investigación se ubica en los aportes que la geometría dinámica ofrece al desarrollo de la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Además, el impacto que tienen la integración de un AGD para la construcción del conocimiento en este caso las propiedades de los cuadriláteros, debido a la existencia de una relación fundamental entre el conocimiento y los instrumentos que sirven como mediadores en el proceso de construcción de éste.

En cuanto a la última hipótesis fue posible que las estudiantes identificaran propiedades de los cuadriláteros por medio del arrastre, ya que este les permitió movilizar o girar las figuras sin que estas perdieran sus propiedades y permanecieran invariantes.

En el diseño de las situaciones se consiguió fusionar la exploración de las propiedades invariantes de los cuadriláteros, del arrastre exploratorio. Esto permitió dar cuenta experimentalmente de la mediación de instrumentos, en la construcción de conocimientos matemáticos

Cabe resaltar que el resultado que se obtuvo, está ligado a la importancia del marco teórico al momento de diseñar el dispositivo experimental, las tres dimensiones fueron fundamentales. Por un lado la dimensión matemática, nos marcó la certeza de las propiedades y fue importante al plantarse las diferencias y similitudes fundamentales que se presentan entre las figuras geométricas trabajadas.

La dimensión cognitiva que está totalmente ligada a este trabajo en el sentido de entender la función que tiene el AGD que ha sido integrado al diseño, como este puede cambiar y como juega un papel primordial en la construcciones del conocimiento matemático.

Y por último la dimensión didáctica, esta no fue una guía, fue la base para el diseño de esta secuencia didáctica, en base a esta teoría se fueron creando y pensando cada tipo de situación que se les presentarían a los estudiantes.

En conclusión esta triplete fue suficiente y necesaria en el momento del diseño del dispositivo experimental y claramente fundamental al momento del diseño, experimentación y análisis de resultados.

En este trabajo se usaron algunos elementos de la metodología de la microingeniería didáctica, que fueron importantes al momento de integrar un artefacto al diseño de una secuencia didáctica.

Con esta metodología se puede evidenciar desde una perspectiva diferente cambios positivos o negativos en clase regular de geometría al incorporar un artefacto y por supuesto lo que sucede con este al convertirse en instrumento y así contribuir a la enseñanza de las matemáticas.

En este punto plantear algunas reflexiones respecto a la importancia de reconocer dificultades a las que se puedan enfrentar estudiantes a la hora de realizar el estudio de objetos matemáticos y explorar los beneficios que puede aportar la integración de los AGD al aula de clase, se constituye en un acto complejo, que requiere ser parte de la formación de un profesor. Es un acto explícitamente intencional, premeditado, planeado, pero también sujeto a tensiones, principalmente al nivel del sistema didáctico y particularmente alrededor del contrato.

Y una última es más hacia lo fundamental del diseño de secuencias didácticas como esta, para ser llevadas al aula contribuyendo a la construcción del conocimiento matemático en estudiantes y así mismo al analizar esta experimentación podríamos ir mejorando cada vez más nuestro trabajo como docentes.

A esta SD se le pueden realizar ajuste en las adivinanzas, haciéndolas más sencillas para bajar el nivel de dificultad, podría ser aplicada en estudiantes de tercer grado, cabe aclarar que las intervenciones del docente aumentarían debido a que la secuencia sería más dirigida.

Finalmente, derivados de esta investigación, surgen principalmente dos interrogantes: el primero situado en la reflexión sobre el cómo asumir los retos que la integración de los AGD, supone en las clases de matemáticas, no se puede desconocer que a pesar de las investigaciones ya realizadas, todavía el campo de investigación sigue abierto.

Y en segundo lugar, el promover acercamientos teóricos que sobrepasen las concepciones ingenuas con relación a los AGD en el contexto escolar, son suficientes para suplir las necesidades en cuanto a la formación inicial de profesores de matemáticas.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

Bressan, A., Bogisic, B. & Crego, K., (2000) *razones para enseñar geometría en la educación básica: mirar, construir, decir y pensar*, Buenos aires: Novedades educativas.

Brousseau, G. (2007) *iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, 1 edición, buenos aires: Libro de zorzal.

Cardona, M. (2006a). Papel mediador de Cabri Geometry en la construcción de conceptos relacionados con los cuadriláteros y sus propiedades. Recuperado el 15 de diciembre de 2011 desde [http://www.iberocabri.org/iberocabri2008/MEMORIAS.../MarioCardona\\_C17.pdf](http://www.iberocabri.org/iberocabri2008/MEMORIAS.../MarioCardona_C17.pdf)

Cardona, M. (2006b). Construcción de cuadriláteros mediados por Cabri Geometry. Perspectivas de intervención en el aula. Recuperado el 15 de noviembre de 2011 desde [http://www.iberocabri.org/iberocabri2008/MEMORIAS.../MarioCardona\\_T18.pdf](http://www.iberocabri.org/iberocabri2008/MEMORIAS.../MarioCardona_T18.pdf)

Chevallard, Y. (1992) Intégration et viabilité des objets informatiques. En : CORNU, B. (Ed.) *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*. París: PUF.

Euclides. (1991). *Los Elementos*. (M. Puertas, Trad.). Bogotá, Colombia: Editorial Planeta Colombiana.

García, S. & Lopez O. (2008) *la enseñanza de la geometría*. Recuperado el 15 noviembre de 2011 desde [http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompleto\\_a.pdf](http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompleto_a.pdf)

ICFES. (2010). *Resultados de Colombia en Timss 2007 resumen ejecutivo*. Recuperado el 28 de diciembre de 2011 desde <http://www.icfes.gov.co/timss/phocadownload/2010/informe%20ejecutivo%20timss.pdf>

Ministerio de Educación Nacional. (1999). *Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas: apoyo a los lineamientos curriculares*. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Recuperado el día 26 de marzo de 2011 desde [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113753\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113753_archivo.pdf)

Morales, S (2008). *Dificultades de los estudiantes en la construcción de la demostración deductiva formal en geometría euclidiana: un estudio en la formación inicial de los profesores de matemáticas*. Tesis de maestría. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá DC.

Moreno, L. y Waldegg, G. (2002). *Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas*. Recuperado el día 17 de noviembre de 2011 desde <http://es.scribd.com/doc/16649164/Fundamentacion-cognitiva-del-curriculo-de-matematicas>

Perrin - Glorian, M. J. (2009) *Utilidad de la teoría de las situaciones didácticas para incluir los fenómenos vinculados a la enseñanza de las matemáticas en las clases normales*. En: Revista Internacional Magisterio. No. 39. Junio - Julio. 2009.

Renzulli, F. y Scaglia, S. (2006). *Clasificación de cuadriláteros en estudiantes de egb3 y futuros profesores de nivel inicial*. Recuperado el 5 de abril de 2011 desde [http://www.famaf.unc.edu.ar/rev\\_edu/documents/vol\\_21/pro\\_1\\_clasi.pdf](http://www.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_21/pro_1_clasi.pdf)

Rabardel, p. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. In Bailleul Marc, Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques. Évolution des enseignants de mathématiques; rôle des instruments informatiques et de l'écrit. Qu'apportent les recherches en didactique des mathématiques. Caen.

Samper, C. (2008). *Geometría*. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Norma.

Santacruz, M. (2009). *Gestión didáctica del profesor y emergencia del arrastre exploratorio en un AGD: El caso de la rotación en educación primaria*. Tesis de maestría. Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Trouche, L. (2002) Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs. En: GUIN, D. y Trouche, L. (Ed) *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail informatique: un problème didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.