



**ANÁLISIS DESDE UNA PERSPECTIVA SEMIÓTICA DEL
PAPEL DEL DOCENTE EN LA ENSEÑANZA DE LAS
OPERACIONES DE SUMA Y RESTA CON NÚMEROS
NATURALES**



**LINA MARCELA QUIJANO RODRIGUEZ (0837633)
JENNIFER AGUALIMPIA HERNÁNDEZ (0747270)**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LIC. EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI
2013**



**ANÁLISIS DESDE UNA PERSPECTIVA SEMIÓTICA DEL
PAPEL DEL DOCENTE EN LA ENSEÑANZA DE LAS
OPERACIONES DE SUMA Y RESTA CON NÚMEROS
NATURALES**



**LINA MARCELA QUIJANO RODRIGUEZ (0837633)
JENNIFER AGUALIMPIA HERNÁNDEZ (0747270)**

**Directora
MYRIAM BELISA VEGA RESTREPO**

**Trabajo de Grado presentado para optar al título de
Licenciadas en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LIC. EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI
2013**

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Tenga en cuenta: **1.** Marque con una **X** la opción escogida.
2. diligencie el formato con una letra legible.

TÍTULO DEL TRABAJO:	Análisis Desde Una Perspectiva Semiótica Del Papel Del Docente En La Enseñanza De Las Operaciones De Suma Y Resta Con Números Naturales					
Se trata de:	Proyecto	<input type="checkbox"/>	Informe Final	<input checked="" type="checkbox"/>		
Director:	MYRIAM B. VEGA. R					
1er Evaluador:	DIEGO FERNANDO GUERRERO					
2do Evaluador:	JORGE E. GALEANO C.					
Fecha y Hora	Año:		Mes:		Día:	Hora:

Estudiantes

Nombres y Apellidos completos	Código	Programa Académico
LINA MARCELA QUIJANO	0837633	3469
JENNIFER AGUALIMPIA HERNÁNDEZ	0747270	3469

EVALUACIÓN

Aprobado	<input checked="" type="checkbox"/>	Meritorio	<input type="checkbox"/>	Laureado	<input type="checkbox"/>
Aprobado con recomendaciones	<input type="checkbox"/>	No Aprobado	<input type="checkbox"/>	Incompleto	<input type="checkbox"/>

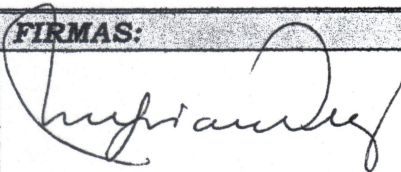
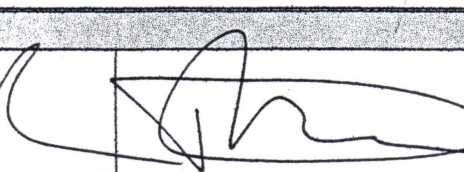
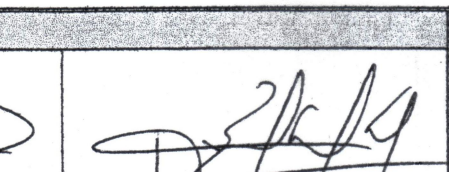
En el caso de ser **Aprobado con recomendaciones** (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo de _____ (máximo un mes) **ante:**

Director del Trabajo	1er Evaluador	2do Evaluador
----------------------	---------------	---------------

En el caso que el Informe Final se considere **Incompleto**, se da un plazo de máximo de _____ semestre(s) para realizar una nueva reunión de evaluación el:

Año:	Mes:	Día:	Hora:
------	------	------	-------

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la **razón del desacuerdo** y las **alternativas** de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).

FIRMAS:		
		
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador



PARTE 1. Términos de la licencia general para publicación digital de obras en el repositorio institucional de Acuerdo a la Política de Propiedad Intelectual de la Universidad del Valle

Actuando en nombre propio los AUTORES o TITULARES del derecho de autor confieren a la UNIVERSIDAD DEL VALLE una Licencia no exclusiva, limitada y gratuita sobre la obra que se integra en el Repositorio Institucional, que se ajusta a las siguientes características:

a) Estará vigente a partir de la fecha en que se incluye en el Repositorio, por un plazo de cinco (5) años, que serán prorrogables indefinidamente por el tiempo que dure el derecho patrimonial del AUTOR o AUTORES. El AUTOR o AUTORES podrán dar por terminada la licencia solicitando por escrito a la UNIVERSIDAD DEL VALLE con una antelación de dos (2) meses antes de la correspondiente prórroga.

b) El AUTOR o AUTORES autorizan a la UNIVERSIDAD DEL VALLE para que en los términos establecidos en el Acuerdo 023 de 2003 emanado del Consejo Superior de la Universidad del Valle, la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993 y demás normas generales sobre la materia, publique la obra en el formato que el Repositorio lo requiera (impreso, digital, electrónico, óptico, usos en red o cualquier otro conocido o por conocer) y concen que dado que se publica en Internet por este hecho circula con un alcance mundial.

c) El AUTOR o AUTORES aceptan que la autorización se hace a título gratuito, por lo tanto renuncian a recibir emolumento alguno por la publicación, distribución, comunicación pública y cualquier otro uso que se haga en los términos de la presente Licencia y de la **Licencia Creative Commons** con que se publica.

d) El AUTOR o AUTORES manifiestan que se trata de una obra original y la realizó o realizaron sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, obra sobre la que tiene (n) los derechos que autoriza (n) y que es él o ellos quienes asumen total responsabilidad por el contenido de su obra ante la UNIVERSIDAD DEL VALLE y ante terceros. En todo caso la UNIVERSIDAD DEL VALLE se compromete a indicar siempre la autoría incluyendo el nombre del AUTOR o AUTORES y la fecha de publicación. Para todos los efectos la UNIVERSIDAD DEL VALLE actúa como un tercero de buena fé.

e) El AUTOR o AUTORES autorizan a la UNIVERSIDAD DEL VALLE para incluir la obra en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión. El AUTOR o AUTORES aceptan que la UNIVERSIDAD DEL VALLE pueda convertir el documento a cualquier medio o formato para propósitos de preservación digital.

SI EL DOCUMENTO SE BASA EN UN TRABAJO QUE HA SIDO PATROCINADO O APOYADO POR UNA AGENCIA O UNA ORGANIZACIÓN, CON EXCEPCIÓN DE LA UNIVERSIDAD DEL VALLE, LOS AUTORES GARANTIZAN QUE SE HA CUMPLIDO CON LOS DERECHOS Y OBLIGACIONES REQUERIDOS POR EL RESPECTIVO CONTRATO O ACUERDO.



PARTE 2. Autorización para publicar y permitir la consulta y uso de obras en el Repositorio Institucional.

Con base en este documento, Usted autoriza la publicación electrónica, consulta y uso de su obra por la UNIVERSIDAD DEL VALLE y sus usuarios de la siguiente manera;

a. Usted otorga una (1) licencia especial para publicación de obras en el repositorio institucional de la UNIVERSIDAD DEL VALLE (Parte 1) que forma parte integral del presente documento y de la que ha recibido una (1) copia.

Si autorizo No autorizo

b. Usted autoriza para que la obra sea puesta a disposición del público en los términos autorizados por Usted en los literales a), y b), con la **Licencia Creative Commons Reconocimiento - No comercial - Sin obras derivadas 2.5 Colombia** cuyo texto completo se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/co/> y que admite conocer.

Si autorizo No autorizo

Si Usted no autoriza para que la obra sea licenciada en los términos del literal b) y opta por una opción legal diferente descríbalala¹:

En constancia de lo anterior,

Título de la obra: Análisis desde una perspectiva semiótica del papel del docente en la enseñanza de las operaciones de suma y resta con números naturales.

Autores:
Nombre: Jennifer Aguallimpia Hernandez

Firma:
C.C. 1.144.138.641

Nombre: Lina Marcela Quijano Rodriguez

Firma:
C.C. 1.130.681.494

Nombre:

Firma: _____
C.C. _____

Fecha: Septiembre 17/2013

¹ Los detalles serán expuestos de ser necesario en documento adjunto

Tabla de contenido

Resumen	4
Capítulo 1	5
Introducción	5
Planteamiento del problema.....	6
Propósitos.....	9
Justificación.....	10
Capítulo 2	13
Referentes Conceptuales	13
Capítulo 3	24
Metodología	24
Desarrollo de la Propuesta.....	25
Capítulo 4	27
Análisis epistemológico	27
Capítulo 5	32
Análisis didáctico y pedagógico.....	32
Capítulo 6	38
Análisis Semiótico.....	38
Conclusiones	44
Bibliografía.....	47
Anexos	48

Resumen

Se presenta el informe final del estudio de casos para analizar los modos y vías por las que tres profesoras de segundo de primaria optan para la enseñanza de las operaciones de suma y resta con números naturales. El propósito es identificar los distintos sistemas semióticos de representación que las profesoras ponen en juego para que sus estudiantes logren una comprensión significativa de la estructura aditiva; interesa en particular identificar cuál y cómo es la articulación o la sucesión de sistemas de representación que los profesores hacen de estos en su enseñanza.

Si bien para la realización del estudio se tomó como referente la estructura aditiva tal como fue estudiada y desplegada por Gerard Vergnaud en el marco de su teoría de los campos conceptuales, el análisis se hizo desde la perspectiva semiótica de Raymond Duval y no desde la perspectiva de los esquemas mentales con los cuales Vergnaud fundamenta su propuesta. Por otro lado se tomaron en cuenta algunos trabajos de pregrado de estudiantes de Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas relacionados con el tema en cuestión.

La metodología para realizar este estudio siguió los planteamientos de Goetz & LeCompte (1988) para el diseño cualitativo en investigación educativa.

Palabras claves: enseñanza de la suma y la resta, enseñanza de las matemáticas, representación semiótica, educación básica.

Capítulo 1

Introducción

La educación matemática ha tenido una transformación en cuanto a las diferentes estrategias metodológicas y didácticas encaminadas a mejorar la manera como se enseña. Cada vez más surgen diferentes investigaciones, conferencias, cursos, etc., cuyo propósito es dotar a los profesores de estrategias, herramientas, documentos, teorías, que les permitan desarrollar una práctica más activa y eficaz, capaz de generar conocimiento matemático crítico y autónomo en sus estudiantes. El auge y la preocupación por la educación en los últimos años han dado origen a diversos proyectos de investigación, desde todos los ámbitos sociales y económicos, desde la primera infancia hasta la educación superior.

El presente estudio de casos hizo un análisis de los diferentes elementos semióticos inmersos en la enseñanza de la estructura aditiva de los números naturales en segundo de primaria, con el propósito de determinar cuáles se utilizan y cómo los implementa el profesor en su práctica para lograr una mejor aprehensión de este conocimiento en sus estudiantes.

La suma y la resta son operaciones sencillas y se suponen fáciles de aprender, pero subyacen a la estructura aditiva una gran cantidad de conceptos matemáticos fundamentales en todo proceso educativo del estudiante y además, que es lo que interesa en este trabajo de grado, requiere para su enseñanza y su aprendizaje de la coordinación de por lo menos dos sistemas semióticos de representación.

El profesor es un mediador importante en los procesos de aprendizaje de las matemáticas; como tal, en su función educativa, ha de procurar ser consciente de aspectos tanto matemáticos como sociales, históricos y cognitivos implicados en el aprendizaje de cada individuo, en particular, de que el conocimiento matemático requiere, necesariamente, de diferentes sistemas de representaciones semióticas, cuya articulación permite una comprensión significativa de los conceptos matemáticos, puesto que es por medio de su implementación que se logra acceder a esos saberes abstractos de las matemáticas:

La actividad matemática es un tipo de actividad que, a pesar de su universalidad cultural, a pesar de su carácter puramente intelectual, supone una manera de pensar que no es nada espontánea para la gran mayoría de alumnos y de adultos. Necesita modos de funcionamiento cognitivos que requieren la movilización de sistemas específicos de representación. Estos sistemas constituyen registros de representación semiótica. Su integración a la arquitectura cognitiva de los sujetos es la condición absolutamente necesaria para poder comprender en matemáticas. (Duval, 2004, p.24)

El profesor debe lograr entonces que el aprendizaje de sus estudiantes transcurra mediante la coordinación de las distintas representaciones semióticas de los objetos matemáticos, lo cual incidirá en gran medida en el desarrollo cognitivo de los aprendices.

Tanto Vergnaud (2003) como Castro, Castro y Rico (1995) establecen distintas estrategias y representaciones semióticas empleadas por los estudiantes en el momento de solucionar un problema de tipo aditivo o de sustracción, los cuales son primordiales en la construcción de la práctica docente, por eso se han seleccionado los conceptos y estrategias presentadas en estas y otras investigaciones como referentes para analizar las distintas prácticas docentes que serán objeto de análisis en el presente estudio.

El propósito es ahondar en algunos elementos relacionados con las representaciones semióticas en la enseñanza de las matemáticas, en particular lo relacionado con la enseñanza de la estructura aditiva de los números naturales, y de esta manera poder establecer cuáles son esos elementos que permiten una mejor aprehensión del conocimiento matemático por parte de los estudiantes.

Planteamiento del problema

La aritmética ha estado presente a todo lo largo de la vida del ser humano. Ha llegado a ser objeto de investigación innumerables veces; en las últimas décadas ha tomado mayor auge el estudio en lo que concierne a la educación matemática durante los primeros años de escolaridad. Este creciente interés se debe al estrecho vínculo existente entre la vida cotidiana de cualquier individuo y el pensamiento numérico (ya sea desde lo operacional, lo comparativo, lo ordinal o cardinal) adquirido por él. Además es en las primeras etapas de aprendizaje en donde aquellos individuos “con sentido numérico comprenden los números

y sus múltiples relaciones, reconocen las magnitudes relativas de los números y el efecto de las operaciones entre ellos, y han desarrollado puntos de referencia para cantidades y medidas.” (MEN, 1998, p.26)

En la enseñanza de la adición y la sustracción ha sido tan frecuente la utilización de enunciados problema como elementos de comprensión, que se tornó un recurso casi obligatorio dentro de la práctica escolar. Es así como se interesa ahondar en la caracterización de las diferentes enunciaciones en lengua natural y de su articulación con otros registros semióticos (numéricos y gráficos en particular) utilizados en la enseñanza de la estructura aditiva, con el objetivo de establecer las diferentes estrategias y/o metodologías implementadas por el profesor en el proceso de la enseñanza de dicha estructura.

Como se ha dicho anteriormente, el objeto de estudio es la práctica docente; esto no excluye el papel del estudiante como parte primordial y determinante en la enseñanza. Se debe tener en cuenta su problemática que en algunas ocasiones se ve reflejada en la no contextualización del número natural para la resolución de problemas. Es práctica cotidiana que se desarrollen diferentes actividades en las que se tiene la utilización del conteo para desarrollar habilidades de adición y sustracción. Esto genera en el proceso de aprehensión de la estructura aditiva en el niño un obstáculo, pues se limita la pluralidad de modelos y representaciones en los cuales dicha estructura numérica se enseña.

Para lograr comprender el concepto de número, el niño debe adquirir una habilidad en la ejecución de operaciones como la adición y la sustracción, a su vez poder relacionarlas y representarlas de diferentes maneras lo que producirá progresivamente la apropiación del pensamiento numérico en el estudiante. Contar de forma ascendente o descendente, comparar cantidades o conjuntos, lograr agrupar o desagrupar elementos, hace posible darle significado a estas operaciones en situaciones concretas, si se reconocen y se aplican sus diferentes modelos y sus propiedades matemáticas.

El aprendizaje de las matemáticas siempre ha estado inmerso en una serie de estudios interesados en comprender y aportar sobre el qué y el cómo el estudiante adquiere los objetos matemáticos que en ella se encuentra, por ello es importante poder estudiar el discurso matemático del profesor en el momento de enseñar determinado concepto, ya que

“todo discurso tiene dos caras,... una lingüística, de la formación o de la redacción y, otra, de los objetos de conocimiento de que trata.” (Benveniste, citado por Duval, 2004)

Según el MEN (1998), la comprensión del concepto de las operaciones (adición y sustracción) se debe orientar hacia la relación de los distintos contextos en los que se utiliza el número natural, teniendo en cuenta que se debe reconocer y comprender el significado y las propiedades de las operaciones, así como los modelos en que ellas se desarrollan.

Se hace necesario generar diferentes contextos en los que el niño pueda explorar con estos objetos matemáticos, la implementación en la enseñanza de enunciados problemas verbales y/o escritos capaces de generar en él la autonomía de aplicar diferentes propiedades o sistemas de representaciones de la adición o la sustracción. Pero el reiterado uso de enunciados con palabras como “reunir”, “quitar”, además de dar la sensación de la no existencia de otros tipos de situaciones aditivas y/o de sustracción, limitan la posibilidad de implementar otras formas de argumentar una solución por parte del niño y al mismo tiempo obstaculiza reconocer cuál es la operación que se ha de utilizar.

De acuerdo con lo afirmado por Castro et al. (1995), contar no es una operación matemática simple, menos para un niño que no se encuentra totalmente familiarizado con el concepto de número. Señalar o reconocer la representación de un cardinal en una papel o en un objeto manipulable, escribir en secuencia una cantidad de números, saber el número anterior o posterior al dado, son acciones que de manera progresiva permitirán la comprensión la noción de número y posteriormente la de sumar y restar.

Los conceptos matemáticos enseñados en los primeros años de escolaridad son determinantes en la adquisición de un nivel más abstracto de la matemática. Autores como Castro et al. (1995) afirman que:

La etapa infantil es de enorme trascendencia para la educación matemática posterior del niño. En ella se van a formar los conceptos básicos o primarios y los primeros esquemas sobre los que, posteriormente, se construirá todo el aprendizaje. Si estos esquemas básicos están mal formados o son frágiles, pueden llegar a impedir o a dificultar (en el mejor de los casos) el aprendizaje posterior. (p. 2)

Son estos conceptos básicos los que permiten posteriormente al estudiante hacer un uso correcto de las operaciones. El contar es uno de esos primeros vínculos entre la matemática

informal y la formal, por ejemplo, el paso de contar con los dedos u objetos a lograr la identificación del número como representación de cantidad, motivo por el cual el proceso de aprendizaje en el que este surge debe ser considerado tanto por maestros como por los investigadores.

Por lo tanto el presente estudio se centró principalmente en el análisis semiótico de la enseñanza de la adición y sustracción en la escuela, con base a referentes conceptuales de Vergnaud, Castro et al., desde la perspectiva semiótica de Duval, entre otros. Se pretendió identificar y analizar los diferentes elementos semióticos implementados por el profesor en la enseñanza de la adición y sustracción de los números naturales en segundo de primaria con el propósito de establecer los diferentes aspectos que en ellos intervienen, así como su articulación dentro del aula de clase. Por tal motivo se planteó el siguiente interrogante: ¿Cuáles son las distintas representaciones semióticas que los profesores ponen en juego para lograr la comprensión de la estructura aditiva de los números naturales? que generó la pregunta problema así:

¿Cuáles son los diferentes registros semióticos utilizados por los profesores y cómo estos logran articularlos entre sí en la perspectiva del desarrollo del pensamiento matemático tal que el estudiante identifique, compare y comprenda el significado de operaciones de la suma y la resta en situaciones concretas?

Propósitos

Identificar los diferentes elementos semióticos utilizados por el docente en la enseñanza de la estructura aditiva en segundo de primaria que permiten la aprehensión de los conceptos en los estudiantes.

- Registrar la práctica docente en el proceso de enseñanza de la estructura aditiva de los números naturales en segundo de primaria.
- Analizar las distintas estrategias metodológicas, implementadas por el profesor en el momento de enseñar la estructura aditiva.
- Establecer diferencias o similitudes entre la práctica y los referentes conceptuales.

Justificación

El presente trabajo tuvo como fin estudiar desde la mirada del docente, la comunicación y el lenguaje utilizado para la enseñanza de la estructura aditiva de los números naturales, lo que permitió comprender las herramientas que se utilizan en la práctica educativa para tales fines.

Retomando trabajos de grado como los de Benito, C., & Sánchez, J. (2011) y el de Garzón, L. D. (2011), se ha evidenciado la falta de aprehensión del funcionamiento del número en las diferentes actividades matemáticas propuestas a los estudiantes al igual que la implementación de un solo tipo de representación para la solución de los problemas de adición y sustracción.

Sin embargo la enseñanza no está desligada del proceso de aprendizaje, ya que dentro del aula de clases se establecen dos roles fundamentales en toda actividad cognitiva: el profesor con el conocimiento adquirido y el niño con su saber social o previo. Estos dos entes son de igual importancia en el aula y son ellos quienes de manera activa y participativa construyen el conocimiento matemático escolar.

Garzón (2011) establece que:

Es de resaltar que no todos los problemas cognitivos que presenta el sujeto para construir el conocimiento son susceptibles a una interpretación con base en la historia de ese conocimiento; hay también factores sociales, económicos, educativos, comunicativos y propiamente cognitivos que pueden llegar a incidir en el aprendizaje matemático. (p.11)

Es entonces importante analizar la enseñanza de las operaciones básicas, y más aún de la suma y la resta, puesto que: "...la posibilidad de sumar medidas es la propiedad más importante; la que da a la noción de número su originalidad y poderío en relación con las nociones que la anteceden" (Vergnaud, 2003, p. 161).

Al analizar diferentes colegios se escogió el grado escolar en el que se enseña la estructura aditiva de forma más abstracta. Depende en muchas ocasiones de las situaciones problema que se realizan en los niveles, como del contexto de los estudiantes.

Teniendo en claro que “Para apreciar las propiedades es necesario que los niños sean capaces de considerar los números como entidades existentes manipulables por derecho propio e independientes de cualquier contexto particular.” (MEN, 1998, p. 33) se aplica en transición. Se eligió realizar este análisis en grado segundo de primaria donde se comienza con el aprendizaje de los números y el conteo espontáneo para luego pasar a las operaciones con los números naturales, es decir la estructura aditiva. De igual manera, en los Estándares Básicos de Competencias se establece que hasta tercero el estudiante “Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.”(MEN, 2006, p. 80), es decir que en tercer grado se debe establecer la estructura multiplicativa, por lo cual se deja en claro que es entre primero y segundo grado donde se formaliza la adición y la sustracción para así poder entender la multiplicación y división.

Se considera necesario analizar la interacción docente-estudiantes dentro de la clase, debido a la utilización del conteo como una práctica en la enseñanza de la estructura operatoria básica en la escuela; debido a que por medio de la repetición y la utilización del lenguaje natural, se construye ese primer lenguaje matemático. Así Castro et al. (1995) afirman que:

Tradicionalmente en los programas de cálculo elemental los problemas se introducen después del estudio de las operaciones y los algoritmos a aplicar para resolver dichos problemas pues se piensa en los problemas como ejercicios sobre los que se aplican técnicas de cálculo bien conocidas. (p.36)

Se espera que el docente en su enseñanza esté familiarizado no solo con el reconocimiento de la potencialidad y el funcionamiento de los distintos sistemas semióticos de representación que requiere esa estructura matemática aditiva sino también en la coordinación entre estos, en particular en la coordinación que en ellos juega la lengua natural, para que pueda aplicar alguna de las seis grandes categorías de relaciones aditivas, definidas como “...relaciones ternarias que pueden encadenarse de diversas maneras y ofrecer una gran variedad de estructuras aditivas...” (Vergnaud, 2003, p. 164) a fin de crear esta mediación semiótica.

La utilización de palabras como “agregar” o “quitar” es considerada también como un problema dentro de la enseñanza de la estructura aditiva, porque es necesario que el

estudiante tenga claras las operaciones que involucran dichas estructuras. Esto es considerado por Vásquez (2010) como un problema verbal que sugieren las operaciones de adición y sustracción:

En cuanto a los elementos nuevos que introduce la reglamentación, se tiene el énfasis en el reconocimiento y medición de magnitudes. Este nuevo contexto se propone como otro ámbito donde el número natural podía ser usado en función de los procesos de medida con unidades determinadas (ya fueran estandarizadas o no). Sumado a lo anterior, se presenta gran variedad de problema de la realidad donde se requiere el uso de varias operaciones para su solución. Esa gama de problemas permitía la generación de modelos intuitivos en torno a las operaciones. Ello permite concluir que se pretendía avanzar en la conceptualización del número natural a través de la profundización en las relaciones matemáticas presentes en los esquemas de aditivo y multiplicativo a partir del análisis y solución de problemas cotidianos. (p.93)

Así pues, el presente análisis presentará estos aspectos dentro de diferentes practicas escolares de modo que sean un ejemplo vivo de aquello que se tiene definido en las diferentes teorías que se explican a continuación.

Capítulo 2

Referentes Conceptuales

La comprensión y apropiación de los diversos conocimientos matemáticos en todo individuo está influenciada por diferentes elementos cognitivos, históricos y sociales. Diferentes investigaciones han determinado que el individuo necesita de estos factores para construir conocimiento matemático, muestra de ello es el conocimiento previo con el que todo estudiante llega al aula, saber generado por su entorno social, las salidas familiares, las compras en la tienda. Todos estos entornos son propios de cada individuo y son determinantes en el momento de vinculación en el ambiente escolar, análogamente ocurre en cuanto a lo histórico, desde la antigüedad el hombre se ha visto en la necesidad de utilizar los números naturales: comprar, medir, estar en constante relación con el medio que lo rodea, obliga al ser humano a realizar diferentes actividades aritméticas, actividades muy distintas a las efectuadas actualmente, pero que se cree todo profesor debería conocer para elaborar y argumentar su práctica.

De acuerdo a lo anterior es oportuno determinar aquellos referentes que guiaron el análisis del estudio, de modo que permitieran identificar las herramientas utilizadas por los docentes dentro del proceso de enseñanza de la estructura aditiva del número natural.

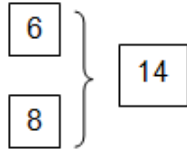
Vergnaud (2003) mediante sus investigaciones realiza un análisis a los diferentes problemas que se presentan en la enseñanza de la matemática en la educación primaria, de este surge un apartado donde ahonda en los números y su escritura, al igual que en las operaciones fundamentales que se realizan con los números naturales. Con respecto a la estructura aditiva, se definen seis categorías de relaciones entre sumandos. Estas categorías hacen referencia a las “relaciones ternarias que pueden encadenarse de diversas maneras y ofrecer una gran variedad de estructuras aditivas.” (p.164)

- Primera categoría: dos medidas se componen para dar lugar a una medida.

Por ejemplo: Pablo tiene 6 canicas de vidrio y 8 de acero. En total tiene 14 canicas.

6, 8, 14 son números naturales.

Esquema correspondiente:



Ecuación correspondiente: $6 + 8 = 14$

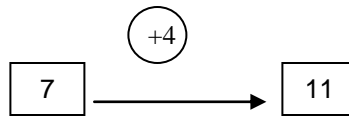
+ es la ley de composición que corresponde a la adición de dos medidas, es decir, de dos números naturales.

- Segunda categoría: una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.

Por ejemplo: Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Ganó 4 canicas. Ahora tiene 11.

7 y 11 son números naturales; +4 es un número relativo.

Esquema correspondiente:



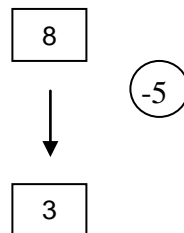
Ecuación correspondiente: $7 + (+4) = 11$

+ es la ley de composición que corresponde a la aplicación de una transformación sobre una medida, es decir, a la adición de un número natural (7) y de un número relativo (+4).

- Tercera categoría: una relación une dos medidas.

Por ejemplo: Pablo tiene 8 canicas. Jaime tiene 5 menos; entonces tiene 3.

Esquema correspondiente:



Ecuación correspondiente: $7 + (-5) = 3$

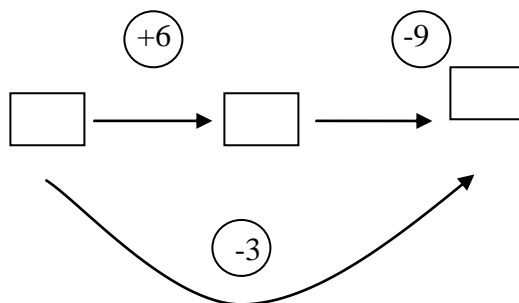
Notemos que este ejemplo corresponde a una relación estática, mientras que los dos precedentes corresponden a transformaciones.

- Cuarta categoría: dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.

Por ejemplo: Pablo ganó 6 canicas ayer y hoy perdió 9. En total perdió 3.

+6, -9, -3 son números relativos.

Esquema correspondiente:



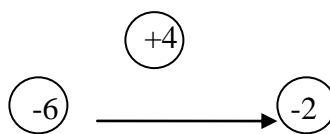
Ecuación correspondiente: $(+6) + (-9) = (-3)$

$+$ es la ley de composición que corresponde a la adición de dos transformaciones, es decir, de dos números relativos.

- Quinta categoría: una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.

Por ejemplo: Pablo le debía 6 canicas a Enrique. Le devuelve 4. Sólo le debe 2.

Esquema correspondiente:



Ecuación correspondiente: $(-6) + (+4) = (-2)$

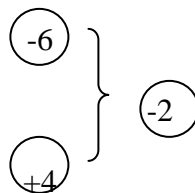
$+$ es aquí la ley de composición que corresponde a la operación de una transformación sobre un estado relativo. Rigurosamente hablando, es diferente de la adición de dos transformaciones que acabamos de ver en la cuarta categoría; pero como tanto un estado relativo como una transformación son representados por números relativos, esta ley de composición corresponde a la adición de dos números relativos. No hay, pues, razón para utilizar un símbolo diferente.

- Sexta categoría: dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo

Por ejemplo: Pablo le debe 6 canicas a Enrique, pero Enrique le debe 4. Pablo le debe entonces sólo 2 canicas a Enrique.

-6, +4, -2 son números relativos.

Esquema correspondiente:



Ecuación correspondiente: $(-6) + (+4) = (-2)$

Esta categoría está, evidentemente, próxima a la cuarta: en lugar de la transformación, son relaciones-estados que se componen entre sí; pero la diferencia entre estado y transformación justifica, en nuestra opinión¹, que se forme una categoría aparte. En particular, no hay ningún orden temporal entre dos estados relativos y, cuando se les compone, son considerados necesariamente como contemporáneos; no es el caso de las transformaciones.

¹ Se hace referencia a la opinión de Vergnaud (p.169)

+ es aquí la ley de composición que corresponde a la adición de dos estados relativos, es decir, de dos números relativos. Ésa es la razón por la que utilizamos el mismo símbolo que en las dos categorías precedentes, no obstante que se trata, rigurosamente hablando, de una forma de composición diferente.

Estas categorías permiten establecer el tipo, el nivel de complejidad, la variedad y la manera en cómo son desarrolladas las diferentes situaciones aditivas implementadas por los docentes en la enseñanza del concepto de suma y resta. También a partir de estas relaciones se logra determinar si la enseñanza de la suma y la resta se siguen presentando como conceptos separados o por el contrario hay una articulación de estos dos procesos cognitivos.

De la misma manera se tomarán elementos conceptuales referentes al discurso generado durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de cualquier concepto matemático, tal y como lo plantea Duval (1999), quién propone una perspectiva semiótica en la formación de pensamiento matemático puesto que “el progreso de los conocimientos se acompaña siempre de la creación y del desarrollo de sistemas semióticos nuevos y específicos que más o menos coexisten con el primero de ellos, el de la lengua natural”, p.15), no solo porque en la clase de matemáticas se utilizan diferentes sistemas semióticos sino el alto nivel de relación que tiene con la labor del docente. Igualmente determina que los estudiantes “por lo regular, no reconocen el mismo objeto a través de las representaciones que pueden darse en sistemas semióticos diferentes.” (p.16)

Es pertinente entonces referirse a la conversión de las representaciones, ya que los estudiantes deben realizar este proceso consciente o inconscientemente debido a las necesidades del tema, ya que se presentan distintas formas de representar la estructura aditiva, en especial desde la lengua natural para pasar a lo que se escribe en el tablero.

Así,

“La conversión es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro.”
(Duval, 1999, p. 44)

En este proceso se debe identificar una congruencia entre representaciones, para que a partir de las unidades significantes “puedan ser puestas en correspondencia...se puede ver si las unidades significantes son, en cada uno de los dos registros, unidades significantes simples o combinaciones de unidades simples” (Duval, 1999, p. 48)

De esta manera:

... en las lenguas naturales, las formas de expresión son susceptibles de marcar el cumplimiento de la función de referencia a los objetos del discurso, son múltiples y variadas. Uno no se puede contentar con criterios morfo-sintácticos para distinguirlas y analizarlas; es necesario tomar en consideración las operaciones con las cuales se marca lingüísticamente la efectuación.” (p. 44)

Duval (1999) al tratar de analizar la lengua natural se plantea diferentes preguntas sobre la función que tiene un discurso en la presentación de los diferentes conceptos en la enseñanza, para ello diferencio dos tipos de funciones que posee cualquier tipo de lengua: las funciones meta-discursivas y las funciones discursivas.

Las funciones discursivas son “las funciones cognitivas que un sistema semiótico debe cumplir para que sea posible un discurso” (p.84), en este caso se hace referencia a aquellos requerimientos que se deben tener en cuenta para que un discurso sea considerado una lengua. Ahora, dentro de estos dos tipos de funciones, se presentan diferentes operaciones donde interactúan diferentes unidades discursivas.

En el presente trabajo se tendrán en cuenta las cuatro operaciones referentes a la función discursiva referencial de designación de objetos (p.89)

- La operación de *designación pura*. Esta operación consiste en identificar un objeto sea mostrándolo con un gesto, sea asociándole una marca particular o una combinación particular de signos que provienen, por ejemplo, de un sistema de etiquetas. Toda apelación por atribución de un signo (letra o número) o de un nombre que le sea «propio» a un objeto, es una operación de designación pura. Utilizados por una operación de designación pura, los signos no tienen significación: se reducen a un empleo referencial. Esta operación es por sí misma suficiente para designar y para permitir identificar un objeto. Sin embargo, la

introducción de una apelación requiere con frecuencia recurrir a otras operaciones de designación. Así, la doble apelación efectuada en «sea *I* la mitad del segmento *AB*...» a través de las letras *I* y *AB*, no funcionaría sin una operación de categorización, marcada por el empleo de sustantivos, y sin una operación de determinación, marcada por el empleo de artículos. Por lo general, una operación de designación pura puede bastar para identificar el objeto del cual se habla en el contexto de una comunicación oral, pero no en el de una expresión escrita.

- La operación de *categorización simple*. Consiste en identificar un objeto con base en una de sus cualidades, es decir, designarlo indicando la clase «típica» a la cual pertenece. El empleo de sustantivos, verbos o adjetivos calificativos proviene de una operación de categorización simple: «sea *I* la mitad del segmento *AB*...», «...se busca un *divisor* común al *numerador* y al *denominador*...». Sin embargo, esta operación nunca es suficiente por sí misma para permitir identificar un objeto. Debe estar combinada con otra operación, la de determinación.
- La operación de *determinación*. Consiste en precisar el campo de aplicación de la operación de categorización: «sea *I* la mitad del segmento...», «se busca *un* divisor común...». Los «presupuestos de existencia y de unicidad» provienen de esta operación de determinación en las lenguas naturales.
- La operación de *descripción*. Consiste en identificar un objeto cruzando los resultados de varias operaciones de categorización. Esta operación se efectúa en las lenguas naturales a través del empleo de construcciones genitivas o de proposiciones relativas: «sea *I* el punto de intersección de las alturas de un triángulo».

De igual manera se tendrán en cuenta las funciones meta-discursivas definidas como “las funciones cognitivas comunes a todos los registros de representación lingüísticos, simbólicos o figurativos” (p.83), estas son:

- La comunicación: “es una función necesaria para la existencia de una organización que reagrupe los elementos que pueden obrar con su propio funcionamiento”.

- El tratamiento es la función que transforma toda la información de modo tal que “puedan extraerse de ella otras informaciones”.
- La objetivación ya que “es necesaria para el desarrollo del control que puede tener un sujeto no solo con sus actividades sino también sobre sus vivencias o sobre las potencialidades de un «mundo» imaginario o personal”

De modo que elementos como la designación, los diferentes signos lingüísticos, la transformación del discurso para obtener información, actividades cognitivas surgidas en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y demás elementos señalados anteriormente, permitan dotar de fundamentos al momento de analizar la comunicación producida de manera constante entre estudiantes y docentes alrededor de la enseñanza de la estructura aditiva, al igual que la articulación de los distintos registros semióticos implementados.

De igual manera es importante mencionar la teoría de Vigotski quién trabajó dentro de un enfoque social, donde se determina de alguna manera la mayoría de las actividades mentales que posee el ser humano. Tal como lo expresa Ausbel, Novak y Hanesian (como se citó en Ramírez, 2009): “Las teorías y métodos de enseñanza válidos deben estar relacionados con la naturaleza del proceso de aprendizaje en el salón de clases y con los factores cognoscitivos, afectivos y sociales que lo influyen.” No se puede entonces desconocer que durante la actividad escolar se tenga en cuenta diferentes circunstancias que facilitan o entorpecen la labor del docente, es aquí donde se comienza a generar herramientas que ayuden a disminuir las dificultades presentadas por el estudiante.

Castro et al. (1995) determinan y clasifican seis estrategias que los niños utilizan en el momento de solucionar problemas de suma y resta; es con base a estas que el docente debe reflexionar sobre las distintas habilidades y así generar herramientas que posibilitan ampliar y establecer el momento adecuado para su aplicación. Este acercamiento a la visión de los niños permite que el mismo profesor salga de su rol y pueda entender y enfrentar los mismos inconvenientes que presentan sus estudiantes.

Es importante que desde los primeros años de escolaridad el trabajo con números planteado por el docente, se origine a partir de:

La manipulación del material concreto y situaciones que le sean significativas al niño, no el buscar una mecanización de una secuencia que no tenga ningún significado para el niño, pues es desde esos vacíos que más adelante presenta dificultad para escribir cantidades, pues no tiene claro que la lectura y escritura de las cantidades tienen unas características diferentes, donde en el momento de pronunciar una cantidad cada palabra hace referencia a una descomposición aditiva de acuerdo a la posición de los dígitos, mientras que en la escritura se indica el valor posición de cada dígito. (Garzón, 2011, p. 95)

Porque no es suficiente enseñar un concepto matemático con base a simples ejemplificaciones que carecen de sentido y complejidad, pues se limita el pensamiento del estudiante. La enseñanza entonces pasa a una transmisión de saberes que el estudiante sólo puede emplear en muy pocas situaciones y de manera incorrecta. Si el docente en su discurso realiza una pronunciación o una afirmación en la que las características o los fundamentos epistemológicos no son los adecuados, el aprendizaje y la significación del saber desde ese momento y en contextos posteriormente presentados pasaran a ser superficiales. Razón por la cual, este aspecto resulta relevante para analizar los resultados de este estudio.

La creación de ambientes llenos de contextos familiares para el niño sin dejar de lado lo formal de la matemática es importante para generar el interés y la necesidad de reflexión sobre los aportes o ideas sobre el objeto matemático puesto en juego. Tal y como lo describen Benito, y Sánchez, (2011) quienes citan a (Vergnaud, 1990, p. 13):

Todas las personas, desde la infancia, construimos una noción de número asociada estrechamente a las colecciones con las que nos relacionamos y no como un ente abstracto. Pero el concepto de número natural no surge de manera trivial; “el concepto de número no se reduce ni al proceso de conservación, ni a la actividad de coordinación, ni a la comprensión y manipulación de los signos sobre el papel. Pero es, de este conjunto de elementos diversos, donde emerge, con ayuda del entorno familiar y escolar, uno de los edificios cognitivos más impresionantes de la humanidad”. (p. 38)

Referente a la noción del número, y en general a las nociones numéricas la autora Vázquez (2010), argumenta en su trabajo de investigación la necesidad de reflexionar sobre las distintas formas de representar un número, en particular el sistema de numeración decimal. Por ello es importante que las escuelas dediquen más tiempo al análisis de la estructura que le da sentido a dicho sistema, generando actividades:

Hacia la exploración de situaciones (juegos de puntajes, compras, información de periódicos, etc.) donde el estudiante pueda apreciar el tamaño de los números y con base en ello, iniciar el estudio del valor relativo y absoluto de las cifras. Los Lineamientos Curriculares sugieren abordar, en el trabajo escolar, actividades que impliquen contar (ascendente y descendentemente, de a dos, de a tres, de a diez,) para lograr ordenar y comparar números. (p.106)

El profesor como ente mediador entre el saber y sus estudiantes debe generar situaciones de calidad a sus estudiantes, aún más si el saber a enseñar es el matemático, pues como se sabe además de ser un saber abstracto, socialmente e históricamente es un saber difícil que los estudiantes rechazan con facilidad, por tal motivo se hace necesario que los profesores

En el ciclo inicial de la educación básica brinden las herramientas necesarias bajo metodologías de enseñanza efectivas para garantizar un aprendizaje de calidad, de apropiación, de construcción en los estudiantes para satisfacer las necesidades cognitivas y lograr así disminuir las dificultades que se presentan en las clases de matemáticas en los años escolares siguientes. (Benito & Sánchez, 2011, p. 34)

En este aspecto Vigotski (1989) también resalta dentro del proceso de aprendizaje y en lo que se refiere a la zona de desarrollo proximo, la labor del profesor:

La divergencia entre el nivel de solución de las tareas que son accesibles al pequeño con ayuda de los adultos y el nivel de solución de las tareas que le son accesibles en la actividad autónoma define la zona de desarrollo próximo del niño. (p.217)

También en los lineamientos Curriculares de Matemáticas de Colombia (1998), se hace énfasis en el papel del profesor como guía, como un motivador y vínculo del saber y el niño, es el profesor el creador de diferentes contextos significativos para fomentar el conocimiento matemático, específicamente la función del número dentro de una operación. La comunicación, el razonamiento, la resolución de problemas son entes necesarios en todo

espacio escolar, los cuales deben llegar a ser tan naturales para el niño como la utilización de su lengua materna, tan naturales que ocasionen en él seguridad, curiosidad por preguntar, opinar, interpretar, leer, investigar sobre el concepto matemático.

Las clases deberían caracterizarse por las conversaciones sobre las matemáticas entre los estudiantes y entre éstos y el profesor... En nuestras clases los profesores necesitamos escuchar lo que los estudiantes comprenden, lo que ellos saben, lo que ellos piensan sobre las matemáticas y sobre su aprendizaje, escuchar las preguntas que hacen y las que no hacen, etc., para conocer cómo van sus procesos de razonamiento, de resolución de problemas, etc., para orientar el uso del lenguaje matemático y ayudarlos a desarrollar su habilidad para comunicar matemáticas. (MEN, 1998, pág. 45)

Por consiguiente, implementar diversos ambientes sociales capaces de incentivar y transformar el pensamiento matemático de un niño, es labor de todo profesor, ente mediador de las diferentes representaciones semióticas del saber matemático y el niño. El lenguaje es una de esas representaciones de los objetos matemáticos, facilitadora de la identificación de los diferentes factores que condicionan el pensamiento del individuo (psicológicos, socio históricos, cognitivos), pues determinan el nivel de aprehensión de los significados de conceptos matemáticos por parte del sujeto. Tal y como lo afirma Vigotski et al., la enseñanza debe ir más allá del desarrollo, pues “Lo que hoy el niño hace con ayuda de los adultos, mañana lo podrá hacer en forma autónoma. Así, la zona de desarrollo próximo nos ayuda a determina el día de mañana del niño, el estado dinámico de su desarrollo, que abarca no sólo lo que ya ha logrado, sino también lo que se encuentra en proceso de maduración.” (p. 218)

Capítulo 3

Metodología

Para dar cumplimiento a los requerimientos centrales de este estudio se siguieron los planteamientos propuestos por Goetz & LeCompte (1988), quienes determinan 7 fases para realizar un informe de investigación etnográfica. Estas no fueron necesariamente consecutivas ni dependientes, determinándose un periodo de 4 meses para su total resolución.

1. *El foco y el fin del estudio, y las cuestiones que aborda*: esto se establece dentro del planteamiento del problema del proyecto.
2. *El modelo o diseño de investigación utilizado y las razones de su elección*: el presente trabajo es un estudio de casos, donde se pretende analizar desde la perspectiva semiótica la labor del docente en la enseñanza de la estructura aditiva del número natural. Se establece este modelo para un análisis más detallado de los diferentes aspectos.
3. *Los participantes o sujetos del estudio y el (los) escenario(s) y contexto(s) investigado(s)*: se estableció al grado primero o segundo de primaria donde se comienza con la enseñanza de la estructura aditiva. El sujeto del estudio será el docente de matemáticas y su escenario habitual, el aula de clases. Esto dentro de un contexto netamente educativo.
4. *La experiencia del investigador y sus roles en el estudio*: la labor de las estudiantes fue analizar los diferentes elementos discursivos presentes en la práctica educativa. No se tomaron decisiones sobre la sesión de clase a registrar.
5. *Las estrategias de recogida de datos*: se seleccionaron mediante contactos personales tres colegios de la ciudad de Cali (Colegio Americano, Colegio Carmelitano y la Institución Educativa Monseñor Ramón Arcila), en los que se tomó registro en video de dos sesiones de clase durante el proceso de enseñanza de la estructura aditiva, posteriormente se realizó un protocolo de observación a cada una de estas sesiones.

6. *Las técnicas empleadas para el análisis de los datos:* se realizó un análisis cualitativo de las intervenciones del docente en la sesión de clase y se establecieron parámetros de orden semiótico, epistemológico y didáctico para su análisis. Todo esto se determinó dentro del referente conceptual planteado en el proyecto de grado.
7. *Los descubrimientos del estudio:* son las interpretaciones y conclusiones a posteriori del análisis. Los cuales dieron como resultado la redacción final del trabajo para su presentación ante la comunidad académica.
8. *Entrega del trabajo final*

Desarrollo de la Propuesta

Como método de organización y análisis de las diferentes sesiones de clase observadas se implementaron Rejillas de Observación. Inicialmente se registró en ellas todo lo sucedido en clase, desde el momento en el cual las profesoras realizaban la bienvenida de la clase hasta el momento de su terminación, describiendo de manera detallada lo que se decía, los gestos o movimientos que se realizaban y el momento en el cual sucedían, generándose tres columnas: lo que la profesora dice, lo que la profesora hace y lo que los niños dicen y hacen.

Ya que el objetivo era analizar las diferentes estrategias utilizadas por los docentes al momento de enseñar la estructura aditiva, se agregó una columna de análisis horizontal dividida en tres columnas, en las cuales se analizó los diferentes elementos Epistemológicos, Semióticos y Didácticos-Pedagógicos existentes en cada una de las franjas que conformaban las rejillas.

Cuando se habla de elementos epistemológicos se hace referencia a la manera en cómo los docentes conciben el concepto matemático, en particular si durante el proceso de enseñanza de la estructura aditiva se tiene en cuenta las características del sistema de numeración decimal. Respecto a los aspectos semióticos, se analiza todas las representaciones lingüísticas, pictóricas y simbólicas usadas en el discurso matemático y su articulación. Por último, en relación a las nociones didácticas y pedagógicas, se tuvieron en cuenta las diferentes estrategias, metodologías o instrumentos implementados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las operaciones de suma y resta, en particular si esas estrategias están asociadas con las seis categorías de relaciones aditivas de Gerard Vergnaud.

Al terminar de analizar las seis rejillas, se observó la repetición de franjas con el mismo análisis que no necesariamente era en los tres aspectos, por esta razón y para lograr una mejor observación de los elementos que fundamentarían los propósitos de este estudio, se eliminaron dichas franjas sin cambiar el número inicial de las mismas.²

Posteriormente se realizó el análisis vertical es decir, el estudio de los resultados obtenidos en el proceso anterior, pero este proceso ya no se adjuntó a las rejillas si no que hace parte del este documento.

² Las Rejillas presentan saltos tanto en su numeración como en la hora

Capítulo 4

Análisis epistemológico

A partir de las diferentes observaciones realizadas y a partir de los protocolos obtenidos de ellas, se puede evidenciar de forma general que la presentación y posterior aplicación de los números en diferentes contextos se hace desde el valor posicional, sin explicar las diferentes características del sistema de numeración decimal.

En consecuencia durante las sesiones observadas, se evidenció que en el discurso presentado por las profesoras la representación de los números estaba desligada de su valor dentro de un sistema de numeración y que adicionalmente los niños han generado un proceso de inversión inconscientemente de lo descrito por la profesora. Por ejemplo, una profesora dice: “un número que tiene 3 unidades y 2 decenas”³ y el niño debe representar el número 23, lo cual en un futuro generará una separación injustificada de las cifras de un número.

A partir de este aspecto se puede pensar que esto se deba a que la utilización de esta estrategia de enseñanza esté relacionada con los temas siguientes dentro del plan de estudios, donde se presenta una “forma” de sumar/restar enfocada en las posiciones y en el orden en que se debe realizar. Esto, de alguna manera también presenta una división en la que primero se suman las “unidades” y después las “decenas”, de modo que la operatividad se vuelve sistemática, generando en los niños acciones como la siguiente: “Cristian: uno más uno dos [señalando las decenas de cada cantidad], y nueve más cero [señalando las unidades], nueve”.⁴ Realizando la suma de las cifras sin tener en cuenta un orden específico.

En el caso de las cantidades o números representados se evidenció una amplia gama de sistemas de representación, las cuales permitían al estudiante encontrar una relación con aquellos casos de la vida diaria, se utilizaron representaciones pictóricas⁵:

³ Véase Rejilla de Observación I(b) franja 20

⁴ Véase Rejilla de Observación I(a) franja 19

⁵ Véase Rejilla de Observación II(a) franja 47

Comienza a dibujar



Luego escribe



Mientras dibuja la nube

Continúa dibujando debajo de lo anterior:



A la par sucede con la escritura de los números, que en su lectura presenta inconsistencias dentro del sistema de numeración. Se realiza las siguientes preguntas: “¿Cómo escribirías Jairo un número que estoy pensando que tiene cero unidades y cinco decenas?”⁶ O “¿Cero de qué Oscar...? Oscar, ¿cero de qué? Mm mm mm mm. No señora, cero de decenas no, cero unidades, hasta ahí le vamos hoy.”⁷ En ellas se solicita escribir cero unidades, sin embargo dentro de este sistema no existe dicha representación. La manera de expresar dichas cantidades se debe realizar a partir de las cifras que poseen números naturales, en el caso de enunciar cero unidades y cinco decenas solamente se dicen cinco decenas o en su defecto cincuenta unidades, que es la representación equivalente en otra unidad de posición. Igualmente no se evidencia en ninguna de las sesiones un proceso de formalización del concepto de suma y/o resta, ya que se hacen afirmaciones superficiales sin llegar a definir o determina alguna propiedad de la estructura aditiva, llegando al punto de relacionarlos con conceptos tales como el conteo y la operatividad de conjuntos:

¿Qué es la suma?

Quién me dice que es la suma. La suma...

Bueno sí, tú dices que de sumar es.... Sumar es adicionar, ¿sí?

Cuando hay números es... la suma es la reunión o agrupación

⁶ Véase Rejilla de Observación I(a) franja 1.

⁷ Véase Rejilla de Observación III(a) franja 58.

Acuérdese cuando manejamos los conjuntos, ¿se acuerdan?

Que los conjuntos... escuchemos acá

Cuando yo tengo muchos conjuntos se llama agrupación de elementos, ¿cierto?⁸

Sin embargo, es necesario resaltar la utilización de verbos como: agregar, añadir, agrupar, quitar, dar, etc., los cuales facilitan la comprensión de estas operaciones dentro de los diferentes contextos en los que se presentan las situaciones problemas planteadas para las actividades.

Asimismo, se presenta la operación de distintas maneras (horizontal, vertical) haciendo énfasis en los elementos que la componen. En estos casos, se busca que los niños identifiquen de varias formas el valor posicional de las cifras al igual que el signo que las representan:

La profesora se gira hacia el tablero de nuevo.

Se agacha un poco para seguir escribiendo.

Se devuelve a la primera suma, la señala con un 1 y luego baja de nuevo al final del tablero y escribe⁹:

$$\begin{array}{r} 4 \quad 4+3 \\ +3 \end{array}$$

Además en algunas clases se realizaron preguntas problematizadoras en las cuales era necesaria la escritura de los signos o en su defecto establecer la importancia de éste dentro de la operación:

Listen!, ¿Qué faltaría para saber que está bien?

El signo de suma, ahora sí sabemos que está bien.¹⁰

En algunos casos las profesoras utilizan “metodologías” para la resolución de las operaciones de suma y resta implementando procesos definidos, para obtener el resultado. Como es el caso las estrategias definidas por Castro et al. (1995). Como:

La elaboración de un modelo con dedos u objetos.

⁸ Véase Rejilla de Observación II(a) franja 16.

⁹ Véase Rejilla de Observación II(a) franja 12.

¹⁰ Véase Rejilla de Observación I(a) franja 19.

Se presentan dos casos, en el primero, se construyen dos colecciones cuyo número de elementos sean los números dados y se precede de dos formas distintas: juntar las dos colecciones y contar todo o contar sin hacer la unión física de las colecciones; en el segundo, se construye una sola colección y se incrementa en tantos elementos como indique el segundo sumando.

O las secuencias de recuento donde:

Se cuentan los objetos que se supone se deben de reunir sin realizar ninguna acción física, se trata de conductas puramente verbales y se puede proceder de varias formas: contar todo (el niño cuenta todos los objetos), contar a partir del primero de los números dados o contar a partir del mayor de los números. (pág. 29)

Estas se utilizan en diversas ocasiones durante las sesiones, manteniendo el mismo patrón, de modo que los niños no puedan presentar nuevas estrategias. En este aspecto se debe aclarar que no se hace referencia a metodologías sino estrategias y que si bien, ayudan a la rápida resolución también interfieren con la conceptualización de la suma y la resta en cuanto se opera por partes (primero unidades, luego decenas, etc.) y no como un todo (sumandos). Lo que en cierta medida no permitiría un avance en la zona de desarrollo definida como “La divergencia entre el nivel de solución de las tareas que son accesibles al pequeño con ayuda de los adultos y el nivel de solución de las tareas que le son accesibles”. (Vigotski, 1989, pg.217)

Adicionalmente la utilización de diferentes representaciones en la suma de elementos (suma de hojas con bombones), generó en su momento un obstáculo, ya que algunos estudiantes no podían encontrar relación entre los elementos presentados. De forma teórica este aspecto se puede justificar cuando se realiza la operatividad de conjuntos, en los que es indispensable encontrar una característica en común para poder realizar la unión, es decir deben ser de igual naturaleza:

Entonces haga las nueve hojitas, más nueve peloticas, igual y me coloca la cantidad,
¿ya?

Ariana, ¿si entiendes?

Como ya tienes las dos cantidades entonces ahora las vas a unir todas, las vas a agrupar y colocas la cantidad.

Cuantos elementos hay, cuantos...jugueticos o figuritas...hay en total. Independiente de que sean.¹¹

Por último la relación entre suma y resta no fue evidenciada en la gran mayoría de sesiones. Estas dos operaciones se explican de forma independiente, excepto en una sesión donde la profesora plantea la comprobación de la respuesta de una resta a través de una suma.

¹¹ Véase Rejilla de Observación II(a) franja 49.

Capítulo 5

Análisis didáctico y pedagógico

La estrategia implementada tanto para la enseñanza de la escritura como para la solución de las operaciones, fue en general la escritura previa de números de acuerdo a su valor posicional, identificando en la enunciación un orden en el cual las unidades estaban primero que las decenas, pero en el momento de escribir, este orden cambiaba. Lo que las profesoras pretendían determinar al enunciar de manera inversa la escritura de los números, era la identificación del orden sobre el cual se operarían posteriormente. Por ejemplo:

Vamos a ubicar un número que estoy pensando que tiene,... un número que tiene 3 unidades y 2 decenas. Vamos a 3 unidades y... 2 decenas... Ximena ve a donde la secretaria que te preste un marcador. Vamos a ubicar un número que tiene 3 unidades y dos decenas.

Corrígelo Stiven 3 unidades y 2 decenas. Listo.

Otra cantidad que estoy pensando, que tiene 7 unidades y 5 decenas, 7 unidades y 5 decenas. Ximena ya lo ubico también, bien Lola.

Bien ahora, vamos...

¿Cuánto les dio esta suma?

Vamos a ver entonces cuanto nos da. Siéntate, vamos a empezar sumando las unidades: 3 unidades más 7 unidades, muéstrenme con los deditos 3 unidades más 7 unidades, 3 más 7, 3 más 7 ¿Cuánto te da?¹²

En el desarrollo de las sesiones se evidenció la utilización de una misma metodología: presentación del tema a tratar, ejemplificación, actividad. En estos casos la profesora es quién determina el tipo de actividad a realizar en muchas ocasiones sin ninguna contextualización determinada. De igual manera es quién establece los parámetros de participación y de contextos a utilizar, en general muy cotidianos para los estudiantes, la

¹² Véase Rejilla de Observación I (b) franjas 20, 23, 24 y 26

asistencia de niños a clase, el regalar o dar objetos, juegos en los que se pierde o ganan objetos.

Pese a que se genera diferentes estrategias de participación (a través de preguntas, salidas al tablero, frases incompletas, creación de problemas), los niños no presentaban alguna justificación a la resolución de los problemas, ya que se limitaban a responder preguntas cerradas o solo se escogían a los mismos estudiantes para resolverlas. Esto a su vez generó que los niños no mejoren la zona de desarrollo próximo y se limitaran a seguir una indicación (a través de la imitación). Tal es el caso donde la profesora pide a sus estudiantes copiar la representación de una cantidad en el ábaco: “Miren el 10 como debe quedar. Van a hacer allí en su...en su cuaderno. Van a hacer esta casillita y van a colocar el número 10, allí en el cuaderno todo el mundo haciendo esto”¹³

Dentro de esta metodología se utilizaron preguntas generadoras, las cuales en su mayoría fueron infructuosas ya que los niños no reaccionaban a estas. Es así como se evidenciaron franjas con preguntas repetitivas, lo que originó cambios bruscos en la utilización de diferentes conceptos en búsqueda de una relación entre ellos, con el fin de que se comprendiera el tema en su totalidad.

El estilo de ejercicios presentados en las sesiones fue similar a los ejemplos dados tanto en la situación como en las cifras utilizadas, lo que no permite fomentar el conocimiento matemático en diferentes contextos y en diferentes niveles de complejidad. Tampoco se presentan situaciones en las cuales el estudiante fortalezca estrategias de cálculo mental, ni generen interés o curiosidad por interpretar, leer e investigar sobre el concepto matemático, aunque estas se presentaran en su cotidianidad, por ejemplo, el niño crea un problema como lo ha propuesto la profesora:

Joan: “yo tengo 20 dólares y perdí, y perdí 10 dólares, ¿Cuántos tengo en total?”

A lo que la profesora le contesta:

A ver, ya. En total, ¿Cuántos tenía?, 20 y perdo' do' 10, ¿Qué tienes que hacer ahí? ¿Debes sumar o quitar?, a ver, ¿a, usted qué dice? ¿a, a?, quitaaar, ve y arréglalo, ve y arréglalo, eso, o sea que a 20 ¿le vas a quitar cuánto?, los 10 que perdió, muy bien,

¹³ Véase Rejilla de Observación III(a) franja 16.

ese es un problema de resta y de la vida real, excelente, arrégalo papi, arrégalo ¿en vez de sumar qué debes hacer?, quitaar eeso.¹⁴

Por eso es fundamental que desde los primeros años de escolaridad en la educación básica se:

Brinden las herramientas necesarias bajo metodologías de enseñanza efectivas para garantizar un aprendizaje de calidad, de apropiación, de construcción en los estudiantes para satisfacer las necesidades cognitivas y lograr así disminuir las dificultades que se presentan en las clases de matemáticas en los años escolares siguientes (Benito & Sánchez, 2011, p. 34)

La interacción entre las profesoras y los estudiantes era sistemática, solo se limitó a la revisión de los ejercicios, a la selección de estudiantes para participación y a establecer instrucciones sobre la forma como debían solucionar los ejercicios. Como se observa en el caso citado arriba, en donde claramente se observa un error en la creación de una situación matemática, el cual es señalado por la profesora, pero no hay una indagación por parte de ella para conocer qué tipo de proceso cognitivo desarrollado por el estudiante lo ha llevado a relacionar la palabra perder con la adicción. Este tipo de situaciones se presentan con regularidad, dejando las dudas de los estudiantes sin resolver de manera satisfactoria o en su defecto ignoradas. Además, al no existir una igualdad tanto en la participación como en la interacción entre las profesoras y los estudiantes, en muchas ocasiones se perdía el control del salón y la atención de estos últimos. Contrario a lo que establece el MEN (1998):

Las clases deberían caracterizarse por las conversaciones sobre las matemáticas entre los estudiantes y entre éstos y el profesor... En nuestras clases los profesores necesitamos escuchar lo que los estudiantes comprenden, lo que ellos saben, lo que ellos piensan sobre las matemáticas y sobre su aprendizaje, escuchar las preguntas que hacen y las que no hacen, etc., para conocer cómo van sus procesos de razonamiento, de resolución de problemas, etc., para orientar el uso del lenguaje matemático y ayudarlos a desarrollar su habilidad para comunicar matemáticas. (MEN, 1998, pág. 45)

¹⁴ Véase Rejilla de Observación III(b) franja 58

Existió un caso particular donde no se presentó registro escrito por parte de los estudiantes, solo se utilizó un formato de hoja en el cual desarrollaban los ejercicios planteados. Cabe aclarar que esta hoja era devuelta al final de la clase por lo que no se tiene un registro posterior a ella por parte de los estudiantes.

En una de las tres instituciones se implementaron materiales manipulativos, el ábaco y cuadros de papel, durante el proceso de enseñanza de la suma, pero no de la resta, y esto puede ser por el hecho de no determinarse ninguna relación entre estos dos conceptos. Contrario a esto si se observó el uso durante el discurso matemático de muchos gestos o dibujos que simulaban el objeto concreto, limitando así, la interacción de objetos tan significativos como lo son las regletas de Cuisenaire.

Entonces allí colocas el colorcito en la regleta, que le corresponde al cinco, que le corresponde al tres.

Y luego hacemos la cantidad que son ocho, y ocho tiene también un color, ¿qué color es el ocho?

Ah está viendo, me estás haciendo trampita.

El uno que color es, Dani sin mirar.

Café, el dos..., el dos....

Muy bien rojo.¹⁵

Las profesoras expusieron actividades, pero en muy pocas se pudo establecer algunas de las seis categorías de relaciones aditivas que plantea Gerard Vergnaud. De manera muy escasa se presentaron la segunda, la cuarta y quinta, siendo la primera la más frecuente.

Primera categoría:

- “dos medidas se componen para dar lugar a una medida; “2 palitos más 8 palitos... te da 10”, en donde 2, 8 y 10 son números naturales”.¹⁶

¹⁵ Véase Rejilla de Observación II (a) franja 11

¹⁶ Véase Rejilla de Observación I(b) franja 7

- “yo tengo tres muñecas y me gano trece, tres, entonces, muy bien, aquí le falta preguntarse ¿Cuántas... cuántas qué?, ¿cuántas teengo, cuántos tengo en total?, muy bien y tiene 6 muñecas, excelente, 3 más tres seis”¹⁷
- “Tenemos 19 boys y también asistieron 10 girls. ¿Cómo sabemos entonces para saber cuántos hay en el día de hoy?”¹⁸

Los ejemplos muestran como dos números naturales relacionadas por la ley de composición +, dan como resultado otro número natural.

Segunda categoría: una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida: “si ustedes jugando, ustedes tenían tres bolitas, Pero jugando ganaron siete, ¿Cuantas bolitas tiene el niño ahora?, diez”, donde 3 y 10 son números naturales y el (+7) es un número relativo.¹⁹

En esta situación que presenta la profesora, antes de empezar a jugar los estudiantes tienen una medida (tres), y al ganar siete ocurre una transformación de esa cantidad inicial, generando otra medida, que en este caso es el total de bolas que se obtiene después de jugar.

Cuarta categoría: dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación: “Bueno si ya tienes...que seis más tres nueve, y cinco más siete doce, ahora sumas nueve más doce que te da...”²⁰

La profesora en la actividad plantea dos operaciones: la primera seis más tres y la segunda cinco más siete, luego de un tiempo determina que los resultados de estas, sean nuevamente operados. Es así como dos resultados se convierten en transformaciones es decir que el nueve y el doce se ubican de nuevo como sumandos para generar así un nuevo valor de resultado.

Quinta categoría: “Bueno ¿Qué sumamos primero? ¿Quién me dice que sumamos?, las unidades, ¿8 más qué?, más 4, ¿Cuánto es?,...12 muy bien, dos y llevo...una muy bien, y una más una más una ¿Cuánto nos da?”²¹

¹⁷ Véase Rejilla de Observación III(b) franja 52

¹⁸ Véase Rejilla de Observación I(a) franja 14

¹⁹ Véase Rejilla de Observación III(a) franja 6-7

²⁰ Véase Rejilla de Observación II(a) franja 64

²¹ Véase Rejilla de Observación III(b) franja 8

La operación comienza con la suma de las unidades el 8 y el 4 nos da 12, pero este doce tiene relación con la operación de las decenas. A continuación el 1 se convierte en una transformación, el cual debe ser operado con los otros dos valores establecidos en las decenas, es decir los valores relativos.

Constatando nuevamente la poca variedad en los ejercicios o actividades que se expusieron en las sesiones observadas, pues según Vergnaud, la implementación de distintos tipos de situaciones en las cuales se establezcan distintas relaciones aditivas genera diferentes grados de dificultad que llevan al docente de primaria a no implementarlas en la enseñanza de la estructura aditiva. A su vez, este grado de dificultad provoca en los estudiantes la necesidad de hallar una explicación más clara sobre el razonamiento efectuado durante el proceso de la solución de ese tipo de situaciones matemáticas.

Capítulo 6

Análisis Semiótico

La representación escrita de los números a partir de un referente en lengua natural se realizó de forma estricta, no obstante el aspecto semántico no se presentó ya que lo que se enunciaba no tenía el mismo orden a su forma escrita. Debido a esto, los estudiantes debían realizar dos procesos: invertir el sentido de lo enunciado por la profesora para luego convertir esta información en un registro numérico. Por ejemplo:

Y si yo le digo que noventa y ocho eh... me digan cuantas unidades y cuantas decenas tiene, como hacemos.

¿Cuántas unidades hay...?

Hay ocho unidades y nueve decenas²²

En este caso la profesora enuncia el número de izquierda a derecha, mientras que su valor posicional lo enuncia de derecha a izquierda.

En un gran porcentaje, la clase se desarrolla utilizando la lengua natural, ya sea como proceso de conversión de aquello que fue escrito previamente o para denotar alguna indicación. Este proceso de comunicación se establece con el fin de que los estudiantes puedan comprender las diferentes actividades matemáticas, así como el reconocimiento de los conceptos enseñados. En un caso particular y debido a las características de la institución también se evidenció la utilización de un segundo idioma como estrategia de atención hacia la clase.

Si yo tengo este numerito, y le digo que me ubique las unidades, las decenas y las centenas. Para luego sumar todas las cantidades que hay aquí.²³

Bueno, entonces miren lo que vamos a hacer, por favor, ¿ustedes se acuerdan cómo hago el ábaco, ahí en la hojita?, una rayita, un palito en cada rayita, hagámoslo pues, un palito en cada rayita, yo lo voy a revisar que me lo hagan bieeen hehecito.²⁴

²² Véase Rejilla de Observación II(a) franja 20

²³ Véase Rejilla de Observación II(a) franja 24

Salga please, salga please, Carla...,shhhh, no me estas escuchando, silence please, silence please, su compañera nos va hacer el favor de contar cuántas niñas hay. Ella..., ella va a contar cuántas hay.

Gracias, sit down please, bien,... 10.²⁵

De igual manera y acompañando a este registro, se encuentra el lenguaje gestual y corporal, el cual permitía dar énfasis a aquellos aspectos y/o situaciones que eran importantes para tener en cuenta, como es el caso de algunos ejemplos de sumas donde la profesora imitaba el acto de regalar lápices a una estudiante o como el proceso de señalar algunos números en la operación escrita en el tablero. También fue útil para estimular la participación de los niños así como para realizar llamados de atención por la pérdida de control del salón de clases. En algunas sesiones y debido a las circunstancias del aula de clases se presentaron una gran cantidad de oraciones sin sentido completo, ya que las profesoras comenzaban con una afirmación pero no la terminaba y pasaban a otra oración, a lo cual los niños reaccionaban desfavorablemente.

Camina hacia la mesa, tira el trapo y coge el ábaco con la mano izquierda, luego camina hacia el tablero mostrándole el ábaco a Noel, señala el ábaco con la mano derecha, se acerca más al tablero y señala el 0, gira su cabeza a mirar a los niños, primero señala el 1 y luego señala la d...²⁶

Se acerca a una mesa y le pasa el marcador a Ariana.

Le pasa el borrador

Le pasa la cartuchera

Coge todos los objetos y los pone sobre la mesa y los junta, los deja en la mesa y señala el tablero.

Levanta un lápiz con su mano izquierda y lo muestra

Le coloca un lápiz en el puesto

²⁴ Véase Rejilla de Observación III(b), franja 17

²⁵ Véase Rejilla de Observación I(a), franja 10

²⁶ Véase Rejilla de Observación III(a), franja 16

Le coloca otro lápiz

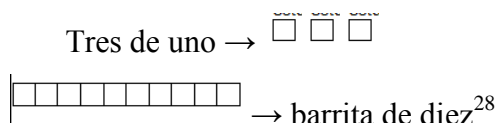
Le coloca otro lápiz

Coge el grupo de lápices que le había colocado en el puesto²⁷

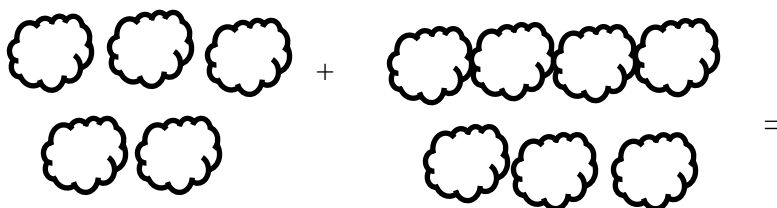
Por su parte, las representaciones numéricas estuvieron presentes en las diferentes sesiones en un porcentaje bajo, esto se debe a que las profesoras utilizaban otro tipo de representaciones para realizar las operaciones de suma y resta; estas representaciones se obtenían del discurso ofrecido por las profesoras o a través de la conversión que realizaban los niños a aquellas representaciones pictóricas definidas también por la profesora.

En el caso de las representaciones pictóricas, solo dos profesoras utilizaron este tipo de representación, tanto para la ejemplificación como para la resolución de actividades. Aunque existieron algunos obstáculos ya que los niños no podían realizar la operación debido a la diferente naturaleza de las mismas. Igualmente se utilizó una mezcla de representaciones para establecer algunas operaciones, ya que en las actividades se trabajaba con el registro en lengua natural, registro de representaciones pictóricas y registro simbólico en el caso de los signos que acompañaban la operación.

Bueno entonces que nombre recibe esa barrita de diez, quién me dice. Que nombre recibe la barrita de diez... Pegue los tres de uno, vea le falta los tres de uno. Le faltan los tres de uno.



Debajo de este dibujo, realizo lo siguiente.²⁹



²⁷ Véase Rejilla de Observación II(a), franja 38

²⁸ Véase Rejilla de Observación III(a), franja 30

²⁹ Véase Rejilla de Observación II(a) franja 56

Además de las representaciones numéricas, pictóricas y la lengua natural, también se hizo uso del ábaco, los cuadros de papel y los colores, mostrando diferentes tipos de representaciones de un mismo número, logrando así una articulación entre estas. De modo que algunos estudiantes pudieran determinar la diferencia entre el objeto representado y sus representaciones pese que en la mayoría de estas articulaciones no se llegara a la comprensión del conocimiento, tal es el caso de la conversión que se quería establecer entre el ábaco y los cuadros de papel.³⁰

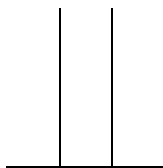
En dos sesiones se visualizó que a falta de material concreto para representar las operaciones, se hizo uso de la representación de este. Se hace referencia a las regletas de Cuisenaire, aquí la profesora encargada da relevancia al color con el que es representado cada número y no a la cantidad de cuadros que está dibujado por lo que pierde el sentido de su utilización:

Entonces así como hiciste aquí, está bien, mira. Igual tenías que hacer aquí, entonces aquí esta regleta está bien...ese si es café y el total de siete, ese si es negro, pero te falta colorear el cuatro y otra vez el tres. ¿Ya?³¹

De igual forma se establecieron representaciones de tipo pictórico en las que se establecía el valor posicional de distintas cifras visualizadas y representadas en el ábaco físico, lo que permitía al estudiante tener estos registros de forma posterior a la clase y con ausencia del material concreto.

Bueno, entonces miren lo que vamos a hacer, por favor, ¿ustedes se acuerdan cómo hago el ábaco, ahí en la hojita?, una rayita, un palito en cada rayita, hagámoslo pues, un palito en cada rayita, yo lo voy a revisar que me lo hagan bieeen hehecito.

Coge un marcador y el borrador de su escritorio, borra lo que está escrito en el tablero y dibuja:³²



³⁰ Véase Rejilla de Observación III(a) franjas 14,16,18

³¹ Véase Rejilla de Observación II(a) franja 50

³² Véase Rejilla de Observación III(b) franja 17

En la mayoría de las ocasiones y de las operaciones se establecieron categorizaciones para las mismas, en cuanto se realizaban operaciones donde sus elementos no superaban las dos cifras (unidades y decenas), también en el caso de los problemas, donde se establecía un contexto determinado y de él surgían las variables y a él debía pertenecer el resultado. En este caso, se trabajó con la cantidad de goles que anotó un equipo:

¿Quién ganó? ¿Quién ganó? ¿Por qué ganó? ¿Por cuántos goles le ganó el Cali al América? Shh, a ver, a ver...bueno, miren escuchemos para poder contestar la pregunta, miren escuchen, a ver ¿Cuánto goles más hizo, hizo ehhe Cali que América? ¿Por qué le ganó? ¿Cuántos goles? Bueno y ¿Cuántos goles más? Por eso, ¿Quién hizo 14?³³

La designación pura fue la operación más utilizada de la función referencial de designación de objetos, en especial al momento de definir el valor posicional de los números pertenecientes a una cifra determinada. Las profesoras hicieron uso de las letras U, D y C para designar las “unidades”, “decenas” y “centenas” respectivamente. De esta forma poder facilitar la comprensión de esta característica numérica por parte de los niños. Esto también se realizó en lengua natural al señalar y decir las palabras nombradas anteriormente por parte de la profesora.

Entonces el diez quedaría así vea: unidades, y decenas. ¿Quién sale al tablero y me coloca en número diez, allí en la casita de los números?³⁴

Comienza a hacer flechas al lado derecho de cada número, así³⁵

$$\begin{array}{r} 8 \rightarrow \\ -4 \rightarrow \\ \hline 4 \rightarrow \end{array}$$

Camina hacia la fila 3 y muestra tres dedos con su mano izquierda luego con sus otros dedos muestra el siete.³⁶

³³ Véase Rejilla de Observación III(b) franja 5
³⁴ Véase Rejilla de Observación III(a) franja 14
³⁵ Véase Rejilla de Observación II(b) franja 13
³⁶ Véase Rejilla de Observación I(b) franja 26

Le señala el tablero la regleta del 8 y la regleta del 2

Señala el 2 y luego la regleta del 2. Luego el 8 y enseguida la regleta del 8. La profesora señala el recuadro vacío. Va señalando los cuadros.

Señala los dos cuadritos de abajo

Vuelve a señalar la regleta vacía.³⁷

Camina por el centro del salón, mirando a los niños mientras cuenta con sus dedos.

Mira a Felipe, se lleva su dedo índice a la boca y le señala el tablero.³⁸

El tratamiento fue utilizado en la resolución de los diferentes ejercicios por parte de los estudiantes, así como durante el discurso de las profesoras, ya que en base a una representación en un sistema determinado se podían obtener otras representaciones que también pertenecían a este sistema y que surgían a partir de la operación de suma o resta. También es importante mencionar el tratamiento realizado a las respuestas que daban los estudiantes en lengua natural y que posteriormente la profesora realizaba algún comentario acorde a esta información. O el caso de las representaciones pictóricas iniciales que dibujaba la profesora y que luego los estudiantes debían retomar para poder dar la respuesta dentro de este mismo sistema. Aquí el niño debe representar el resultado en dos registros, pictórico y numérico, no obstante el niño no logra comprender que debe realizar el dibujo de un objeto en común a los elementos de la suma que se presentó:

Pero que, diecisiete que, por qué dices diecisiete bolas...

Nos da diecisiete pero en la totalidad de los elementos, porque no van a ser diecisiete de la misma clase, ¿ya?

Nos da...El diecisiete debe aparecer aquí con los, las figuritas y el diecisiete debe aparecer con... ya cuando es numéricamente³⁹

³⁷ Véase Rejilla de Observación II(a) franja 60

³⁸ Véase Rejilla de Observación III(b) franja 3

³⁹ Véase Rejilla de Observación II(a) franja 54

Conclusiones

La labor docente siempre ha estado caracterizada por los diferentes elementos utilizados durante su discurso ya sea para apoyar, construir, contextualizar o explicitar los diferentes conceptos disciplinares. Este aspecto es muy conocido y de manera particular por los docentes de matemáticas, debido a la naturaleza de las mismas, es entonces esencial permanecer en una constante renovación, exploración e implementación de distintas representaciones, estrategias, prácticas que mejoren la intervención tanto de los estudiantes como de los docentes en el aula de clases.

Es así como se buscó por medio del anterior estudio, explicitar los elementos semióticos presentes durante la enseñanza de la estructura aditiva y su articulación con prácticas propias del docente, con el fin de establecer si dicha relación potencializa el conocimiento matemático de los estudiantes o por el contrario ocasiona un obstáculo de aprendizaje. Encontrando que:

1. La estrategia de enseñanza de la estructura aditiva comenzó con la representación numérica basada en el valor posicional, presentándose una enunciación inversa al orden en el que se escribían, generando una caracterización para la posterior operatividad del número.
2. Los lineamientos y estándares deben ser documentos de consulta constante, no como elementos de dirección sino para obtener ideas y establecer aquellos parámetros que se necesitan para una clase, para una actividad o para una evaluación. Ya que se evidenció una repetición en la estructura de las situaciones matemáticas presentadas es decir, la reiteración de ejercicios del mismo estilo, en los cuales solo se cambiaba las cantidades a sumar o restar, esto a su vez condujo la falta de categorías de relaciones aditivas que dieran paso a situaciones de mayor dificultad.
3. La falta de recursos didácticos con los cuales los niños puedan aplicar los conceptos aprendidos durante la clase, en cuanto se realizaron las representaciones gráficas de los mismos.

4. Las profesoras presentan la estructura aditiva a partir de un trabajo con representaciones pictóricas, numéricas y la articulación con la lengua natural, dejando de lado en muchas ocasiones el registro numérico, tradicionalmente aplicado. Utilizando dos estrategias notables para el desarrollo de la clase; la resolución de problemas del mismo estilo (facilita la labor de docente pero limitaba la zona de desarrollo próximo), y el recuento.
5. Se evidencia el manejo constante de las funciones meta-discursivas tales como la comunicación y el tratamiento durante la presentación y aplicación de actividades, así como la función referencial de designación pura como instrumento de representación y mediación lingüística.
6. En el caso de la dinámica dentro del aula de clase se percibieron falencias en la organización y desarrollo de actividades así como el control de diferentes situaciones que se presentaban a raíz de la poca participación y la falta de atención hacia los estudiantes. Las profesoras deben estar en la capacidad de interpretar reacciones, organizar y establecer niveles de participación por parte de los estudiantes, no obstante solo existe uno o dos métodos para poder presentar los resultados, lo que generaba en su momento desorganización, falta de atención y de interés en la clase.
7. El estudio de casos concretos permite en cierta medida tener un panorama de las herramientas con las que se cuenta actualmente para la enseñanza de las matemáticas, específicamente de la estructura aditiva. Si bien son instituciones de diferentes ambientes y con diferentes necesidades, es labor del docente encontrar los métodos y estrategias adecuadas para que se genere en los niños un aprendizaje significativo.
8. Como método para la resolución de problemas aditivos está el realizar las operaciones dividiendo las cantidades que contiene el número en unidades, decenas y centenas, lo que generará en los estudiantes obstáculos en un futuro, puesto que se del valor omitirá la importancia posicional.

En consecuencia, no se logra una articulación adecuada entre los diferentes registros semióticos de representación implementados en la enseñanza de la estructura aditiva, porque en cierta medida las relaciones que existen entre estos son básicas o confusas para los estudiantes, pues se evidenció la falta de apropiación del significado de las operaciones en las distintas situaciones.

Bibliografía

- Benito, C., & Sánchez, J. (2011). *La Comunicación En El Aula De Primero De Primaria Sobre Los Números Naturales*. Tesis de Pregrado, Universidad del Valle, Cali.
- Castro, E., Castro, E., & Rico, L. (1995). En *Estructuras Aritméticas Elementales y Su Modelización*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali: Universidad Del Valle.
- Duval, R. (2004). *Los Problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo*. (M. Vega, Trad.) Cali: Merlin I.D.
- Garzón, L. D. (2011). *Aprendizaje y/o Construcción Del Número: Perspectiva Del Número*. Tesis de Pregrado, Universidad del Valle, Cali.
- Goetz, J., & LeCompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Bogotá.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá.
- Ramírez, R. (2009). La noción de mediación semiótica en el enfoque constructivista vygotskiana. *Omnia*(15), 70-81.
- Vásquez, N. L. (2010). *Un ejercicio de transposición Didáctica en Torno al Concepto de Número Natural en el Preescolar y el Primer Grado de Educación Básica*. (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Vergnaud, G. (2003). Los Problemas De Tipo Aditivo. En *El niño, las matemáticas y la realidad*. Mexico: Editorial Trillas.
- Vigotski, L., Leontiev, A., & Luria, A. (1989). *El proceso de formación de la psicología marxista*. Moscú: Editorial Progreso.

Anexos

Lo presentado a continuación es la manera en la cual fue recolectada la información observada durante dos sesiones de clase en tres instituciones educativas de la ciudad de Cali. Se presentan en total seis rejillas de observación en su edición final, debido a que estas fueron modificadas durante del desarrollo del trabajo de grado con el objetivo de obtener de manera más detalladas los diferentes elementos que permiten analizar e identificar los diferentes aspectos semióticos, epistemológicos y pedagógicos utilizados por el docente en la enseñanza de la suma y la resta.

Las rejillas se enumeran de la siguiente forma:

Colegio Americano

- Rejilla Protocolo de Observación I (a)
- Rejilla Protocolo de Observación I (b)

Colegio Carmelitano

- Rejilla Protocolo de Observación II(a)
- Rejilla Protocolo de Observación II(b)

Institución Educativa Ramón Arcila – Sede Marroquín II

- Rejilla Protocolo de Observación III(a)
- Rejilla Protocolo de Observación III(b)