CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DE FUTUROS MAESTROS SOBRE FRACCIONES. EL ROL DE LA UNIDAD

EARLY YEARS' PROSPECTIVE TEACHERS MATHEMATIVAL KNOWLEDGE OF FRACTIONS. THE ROLE OF THE WHOLE

Ribeiro, C.M.

Centro de Investigação sobre o Espaço e as Organizações (CIEO), Universidade do Algarve

Resumen

El tema de fracciones es uno de los más complejos a los que los alumnos de los primeros años de escolaridad han de enfrentarse, mostrando grandes dificultades en su aprendizaje. En este estudio se aborda el conocimiento del profesor para la enseñanza de este tópico, enfocando las causas matemáticas que podrían estar asociadas a las dificultades mencionadas. Se utiliza el modelo del Mathematical Knowledge for Teaching, centrándonos en el dominio del conocimiento del contenido. Se discuten aspectos del conocimiento que revelan futuros profesores sobre fracciones y el papel de la unidad, como génesis de una problematización de su formación como futuros profesores.

Abstract

The topic of fractions is one of the more complex concepts children encounter in their schooling, revealing serious difficulties in its understanding. In this paper the focus is on future teachers' knowledge on this topic, focusing on the possible mathematical reasons in which the students' difficulties may be grounded. The Mathematical Knowledge for Teaching conceptualization is considered as a way to focus on teachers subject matter knowledge. Some dimensions of future teachers' knowledge on fractions concerning fractions and the role of the whole are discussed, as a starting point for reflecting upon teachers' training.

Palabras clave: *Fracciones; Mathematical knowleddge for teaching; Formación inicial de maestros.*

Key words: *Fractions; Mathematical Knowledge for Teaching; initial teachers' training.*

Ribeiro, C.M. (2012). Conocimiento matemático de futuros maestros sobre fracciones. El rol de la unidad. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVI (pp. 447 - 455). Jaén: SEIEM

Introdução

A formação de professores é uma das áreas em que, nos anos recentes, o governo português tem investido verbas significativas tendo, por objetivo último, ainda que nem sempre explícito, melhorar os resultados escolares dos alunos (e.g., GAVE, (2010). Estes investimentos e tentativa de normalização da formação fornecida a nível nacional efetivaram-se, por um lado, na implementação de um Programa Nacional de Formação Contínua para professores do 1.º e 2.º Ciclos, em que um dos objetivos era o de incrementar o conhecimento matemático, didático e curricular dos professores[1] (na perspetiva de Shulman (1986)). Por outro lado, por força da implementação do Processo de Bolonha, foi definido, ministerialmente, um conjunto de orientações relativas ao número de ECTS's de cada área curricular. Estas alterações consideram, de forma explícita, que o professor tem uma influência maior nos resultados dos alunos que qualquer outro fator (e.g., tamanho da turma ou escola, ou mesmo sistema escolar (Nye, Konstantopoulos & Hedges, 2004)).

Conquanto estas alterações na formação, um dos tópicos com que os alunos continuam a lutar concerne frações e, em particular, no que se refere a entenderem a matemática subjacente e as diferentes interpretações e representações que as frações podem assumir (e.g., Behr, Lesh, Post e Silver (1983). Estas dificuldades podem advir das abordagens efetuadas pelos próprios professores (Behr, Harel, Post & Lesh, 1993), dificuldades essas que se relacionam, obviamente, com o seu conhecimento deste tópico. Apesar do reconhecimento destas dificuldades (dos alunos), e deste tópico se encontrar entre os conceitos matemáticos mais complexos que os alunos encontram durante os primeiros anos (Newstead & Murray, 1998), a maioria das investigações sobre frações centra-se nos alunos, relegando para segundo plano o papel do professor (e do seu conhecimento sobre o tema) nas aprendizagens matemáticas dos alunos.

Por outro lado, o conhecimento do professor tem sido foco de atenção (e discussão) ao longo dos tempos, encontrando-se os trabalhos de Shulman (1986) na génese de muitas das concetualizações emergentes. Uma dessas concetualizações refere-se ao *Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball, Thames & Phelps, 2008) que, focando-se somente nas dimensões que se encontram relacionadas com a especificidade do conteúdo, considera diferentes subdomínios do conhecimento do professor. Esta conceptualização encontra-se, ainda, em elaboração (e.g., Ball et al., 2008; Jakobsen, Thames, Ribeiro e Delaney, 2012) sendo, portanto, de fulcral importância, um aprofundamento e clarificação sobre o conteúdo de cada um dos seus subdomínios, possibilitando um seu enriquecimento ou mesmo uma sua reelaboração.[2]

De modo a podermos conceptualizar formas de melhorar a formação, a prática e o conhecimento docente, promovendo uma discussão da conceptualização do MKT, é essencial aceder às áreas do conhecimento matemático em que os professores, atuais ou futuros, se encontram mais deficitários, permitindo conduzir, assim, a uma reestruturação dos programas de formação, na sua essência mas também no seu foco (Ribeiro & Carrillo, 2011a). Este texto forma parte de uma investigação que tem vindo a ser desenvolvida tendo como objetivo amplo proporcionar, por um lado, um enriquecimento do conteúdo dos diferentes subdomínios do MKT e, por outro, equacionar um refinamento dessa conceptualização, sendo que uma das aproximações se prende com um foco na formação inicial de professores. Nesse contexto, pretende-se

[1] Para mais informações consultar, por exemplo, Canavarro e Rocha (2008).
[2] Será também fulcral uma discussão teórica sobre alguns dos pressupostos em que esta se fundamenta.

aceder e explorar o MKT de futuros professores dos primeiros anos[3] por forma a conceptualizar estratégias que contribuam para um seu incremento. Aborda-se, aqui, o tópico de frações, focando concretamente o papel da unidade, as relações entre as partes e o todo e dos diferentes possíveis "tipos de todo", a partir de uma tarefa que, na sua génese, tinha sido preparada para alunos do 5.º ano – etapa educativa que estes futuros professores poderão vir a lecionar. A questão é a seguinte:

> *Que MKT (conhecimento do conteúdo) revelam futuros professores dos primeiros anos sobre frações e o papel da unidade numa tarefa preparada para alunos do 5.º ano de escolaridade, por forma a podermos especificar aspetos críticos a abordar na formação por forma a melhorá-la?*

Alguns apontamentos teóricos

As frações são, atualmente, um dos tópicos incluídos no tema de Números e Operações, desde o 1.º Ciclo (Ponte et al., 2007) em que os alunos revelam uma dificuldade acentuada e que tem despertado variados focos de interesse (e.g., Monteiro e Pinto (2005)), advindo também essas dificuldades do facto de as frações corresponderem a um constructo multifacetado (e.g., Kieren (1995)). De modo a que estas dificuldades possam ser superadas é fulcral que seja dada especial atenção ao conhecimento do professor e à sua formação – encarando a formação como um processo evolutivo onde os alunos de hoje serão os professores de amanhã.

Esse conhecimento pode ser encarado sob múltiplas perspetivas e com distintos focos. Considero a linha do *mathematical knowledge for teaching* (MKT) (e.g., Ball et al., 2008) conjugando aspetos de outras aproximações que se encontram em desenvolvimento (e.g., Fernández e Figueiras, 2011; Jakobsen et al., 2012). A opção por esta conceptualização prende-se com o facto de considerar os subdomínios do MKT (veja-se breve especificação mais adiante), como um ponto de partida primordial para a conceptualização de tarefas para a formação (matemática) dos professores, e para investigar que alterações (*inputs*) na formação de professores produzem efeitos nos alunos e nas práticas. Nesse sentido considero, também, pertinente equacionar formas de contribuir para promover uma melhoria da conceptualização em si.

A conceptualização do MKT considera apenas as dimensões relacionadas com a especificidade do conteúdo (comparando-as também com o conhecimento matemático envolvido noutras atividades profissionais). Pela natureza do trabalho que aqui se reporta (veja-se epígrafe seguinte), irei referir-me apenas aos três subdomínios do conhecimento do conteúdo matemático. Neste domínio encontra-se incluído o *common content knowledge* (CCK), que se configura como o conhecimento matemático que permite saber fazer (na ótica do utilizador – que corresponde a muito do conhecimento matemático envolvido noutras atividades profissionais); *specialized contente knowledge* (SCK), que se corresponde com o conhecimento que, ao complementar o CCK, possibilita, ao professor, abordar os tópicos com efetiva compreensão, permitindo, posteriormente, torná-los compreensíveis para os outros, possibilitando uma navegação frutífera entre diferentes representações, e o *horizon contente knowledge* (HCK), que é considerado como o conhecimento matemático que permite uma visão simultaneamente

[3] Pelo Processo de Bolonha, os três primeiros anos de formação inicial dos professores do pré-escolar, do 1.º e do 2.º ciclo são comuns (alunos desde os 6 meses até aos 12 anos) efetuando posteriormente masters profissionalizantes de 18 ou 24 meses, especificamente, para a(s) faixa(s) etária(s) que pretendem.

global e local de como os distintos tópicos evoluem ao longo da escolaridade (também no sentido da longevidade das generalizações) e se (inter)relacionam.

Esta especificidade do MKT, quando comparada com o conhecimento matemático de outros profissionais, encontra-se diretamente associada com as tarefas que os professores desenvolvem (e a(s) forma(s) como o fazem, ou deveriam/poderiam fazer) e incluem, entre outras, responder a questões de porquê, utilizar uma linguagem matematicamente adequada ou reconhecer o que se encontra envolvido na utilização de determinada representação.

O contexto de formação de professores e da investigação

Este texto forma parte de um estudo mais amplo que pretende, por um lado, problematizar a conceptualização dos subdomínios do MKT e seu conteúdo e, por outro, contribuir de forma explícita para melhorar a formação de professores – possibilitando discutir a especificidade do conhecimento do professor e os tipos e foco das tarefas propostas na formação. Nesse sentido têm vindo a ser desenvolvidos trabalhos em distintos tópicos e aspetos matemáticos (e.g. quadriláteros, gráficos, definições), sendo que aqui efetuo uma primeira aproximação ao MKT de futuros professores no que concerne às interpretações sobre fração, ao(s) papel(eis) da unidade e tipo(s) de unidade.

Combina uma metodologia qualitativa com um estudo de caso instrumental (Stake, 2005), envolvendo 60 futuros professores (distribuídos por dois grupos) que frequentavam uma Unidade Curricular (UC) onde este tópico era um, entre vários, a ser abordado. Para este tema, as tarefas foram selecionadas de um conjunto de tarefas a propor a alunos dos primeiros anos (Monteiro & Pinto, 2007) e, posteriormente, adaptadas ao contexto da formação de professores. Foram resolvidas, primeiramente, em grupos de quatro ou cinco estudantes e posteriormente discutidas em grande grupo. A recolha de dados consiste das resoluções dos alunos e notas de campo, focadas nas discussões ocorridas nos grupos durante a resolução das tarefas e, posteriormente, aquando da discussão em grande grupo.

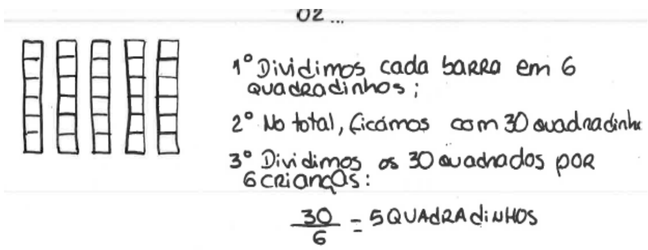
Em todas as tarefas foi solicitado que os futuros professores apresentassem respostas às questões como se fossem alunos dos primeiros anos e, posteriormente, enquanto professores, discutindo ambas as respostas. Aqui discuto apenas parte de uma das tarefas e apenas as respostas enquanto professores: *A professora Maria pretende explorar com os seus alunos do 1.º ano algumas noções associadas às frações, tendo com esse intuito preparado um conjunto de tarefas envolvendo cinco barras de chocolate iguais. Que quantidade de chocolate receberá cada uma de seis crianças se dividirmos equitativamente as cinco barras de chocolate entre elas?*

Para a análise, as situações matematicamente críticas assumem papel de destaque, tendo por intuito obter um mais amplo entendimento dos motivos matemáticos que levam a que essas situações não façam parte da sua zona de conforto, bem como de modo a obter informação sobre o conteúdo de cada subdomínio. Estas assumem-se como fundação parar preparar materiais que potenciem um incremento no MKT dos professores e problematizar a nossa própria atuação. Dessas análises emergiram um conjunto de categorias que se prendem, por um lado, com o recurso exclusivo a representações pictóricas ou numéricas, ou a estratégias mistas e, por outro, à forma como é considerada a unidade. Saliente-se que mais do que mostrar que existem carências (algo já bastante explorado) aqui o intuito é, primordialmente, dar significado aos motivos que as sustentam, e equacionar formas de poderem ser colmatadas.

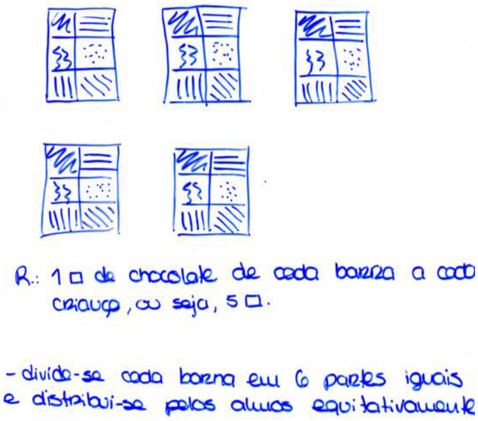
Discutindo alguns resultados

Em primeiro lugar, há que salientar que apenas um dos grupos de trabalho apresentou uma resposta matematicamente correta, o que se configura como um resultado preocupante quando encaramos o MKT dos (futuros) professores como um dos pilares basilares de uma prática matemática que promova o desenvolvimento de um amplo e sustentado conhecimento matemático dos alunos.

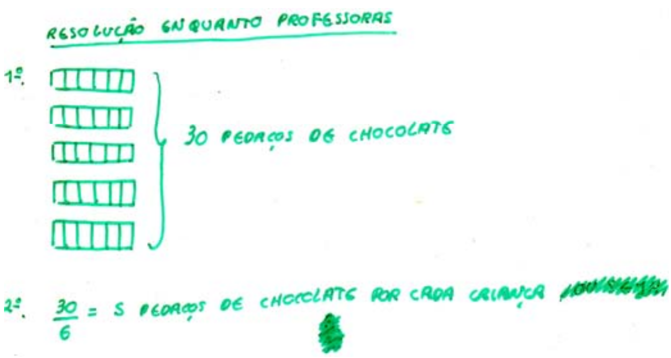
As resoluções incorretas apresentadas podem ser agrupadas tendo em consideração o(s) tipo(s) de representação utilizados (fundamentalmente pictóricas (Figura 1) ou numéricas e as que tentam efetuar correspondências entre estas (Figura 2)) ou considerando as formas de encarar a unidade (uma das barras ou toda a quantidade de chocolate (considerando inclusivamente em algumas situações essa quantidade total como quantidade contínua ou discreta).



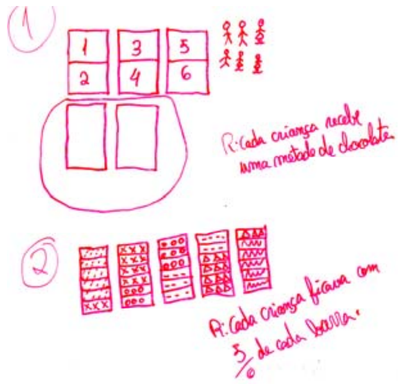
Resolução **1**



Resolução 2



Resolução 3

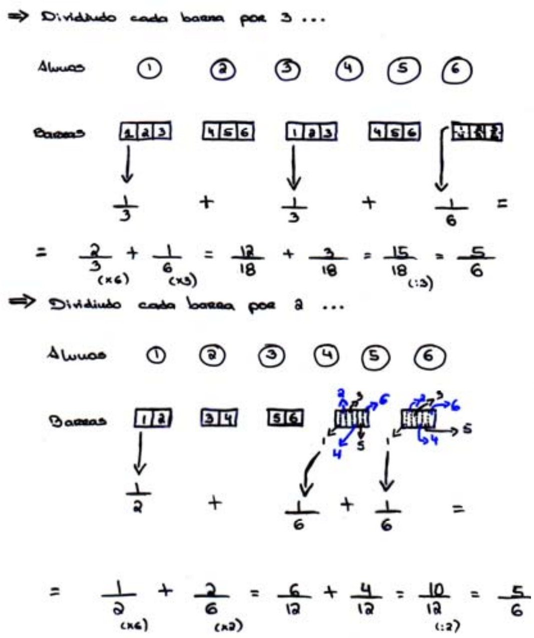


Resolução **4**

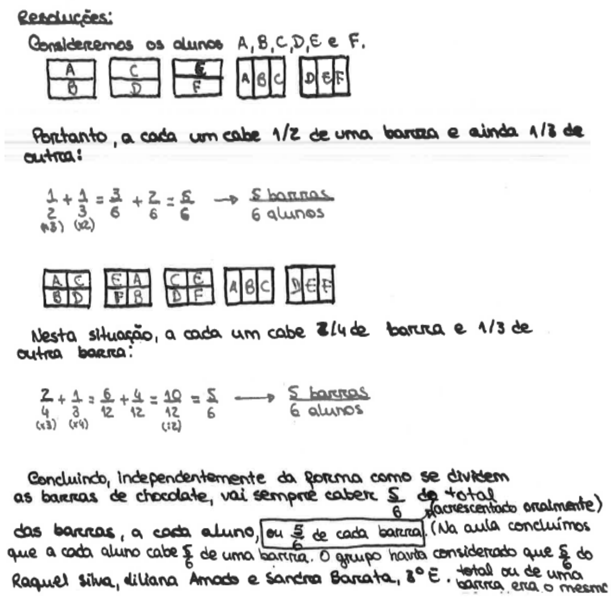
Figura 3 – Resoluções fundamentalmente pictóricas

Estes futuros professores tendem a recorrer, essencialmente, à utilização de quantidades inteiras, enumerando a quantidade de "pedaços" que cumpre a cada criança, sem equacionarem se se trata, ou não, de uma divisão equitativa ou se tal seria (im)possível. Ao referirem que "*dividem as barras em seis quadradinhos*" (assumindo-as como retângulos – Resolução 1), não problematizam sequer as condições em que poderiam fazê-lo (as lacunas em termos de CCK não permitem perspetivar conexões com outros tópicos – HCK, no sentido de Fernández e Figueiras (2011)). Estas formas de abordar o problema poderão estar (estarão) também relacionadas com as suas experiências prévias (e.g., Behr et al., 1993), as quais urge ampliar, incrementando o seu MKT – sendo que para isso é fulcral conhecer as áreas em que estes se encontram mais deficitários, conceptualizando formas de o ensinar.

Para além de não atribuírem qualquer importância à unidade que pretendem dividir (é indiferente dividir cinco barras unitariamente, ou uma quantidade contínua de chocolate formada por estas), não consideram também a importância de relacionar as partes que se dividem com a unidade (seja ela qual for). Este não considerar a importância da unidade parece refletir o facto de "ensinarmos como fomos ensinados" naquela etapa educativa (Mellado, Ruiz & Blanco, 1997) e poderá estar relacionado com o Programa que se encontrava em vigor na altura (e as orientações vigentes) cumprindo, assim, à formação inicial contribuir para colmatar essas lacunas, potenciando a elaboração de conhecimentos incluídos noutros (sub)domínios do MKT. Estas respostas revelam incorreções que ilustram entendimentos díspares sobre frações e o papel da unidade (e.g., as partes não têm de ser, necessariamente, equitativas; o todo e as partes podem ser indiferenciados), equiparando-se a um conhecimento ao nível dos alunos que estes futuros professores poderão vir a ensinar (e.g., Monteiro, Pinto & Figueiredo, 2005) contribuindo, também, para um equacionar do conteúdo de diferentes subdomínios do MKT – que pelas carências reveladas levam à elaboração de vinhetas (Jakobsen et al., 2012) que permitem fundamentar uma discussão mais profícua sobre cada um dos tópicos em concreto. Associada a estas distorções no CCK encontra-se o recurso a uma linguagem matemática menos adequada revelando, mais uma vez, a forma como MKT e comunicação matemática se encontram imbrincados (Ribeiro, Carrillo & Monteiro, 2009).



Resolução 5



Resolução 6

Figura 4 – Resoluções pictóricas e algébricas

Um outro *cluster* de alunos (que assumia deter um mais sólido conhecimento matemático) conjugou a representação pictórica com uma abordagem algébrica (Figura 2), porém indiciam considerar a álgebra pela álgebra (transformando o objetivo central da tarefa), destituindo sentido ao que fazem e porque o fazem, o que se indicia problemático no desenvolvimento de um pensamento algébrico nas suas múltiplas formas imbricadas (Kaput, 1999). Outros diferenciam a quantidade do total do chocolate da quantidade de chocolate "de cada barra" que cada criança receberia. Apesar de apresentarem uma resposta numericamente correta (5/6), assumem que essa quantidade corresponde, indiferentemente, a uma parte de uma barra para cada criança (não se equacionando da impossibilidade de tal divisão) ou ao total das barras (e.g., Resolução 6), encarando, assim, de forma indiferenciada, a unidade como parte e como todo (sem que definam/deem sentido a algum deles).

Algumas notas finais e implicações (tanto para a formação como para a prática)

O CCK destes futuros professores revela-se, ainda, bastante limitado, o que impossibilitará o desenvolvimento de outras das dimensões do MKT que, não sendo colmatadas estas e potenciados outros conhecimentos associados, na pior das hipóteses levará a que, na sua prática futura, conduza a conceções/conhecimentos erróneos e limitadores das aprendizagens imediatas dos alunos e condicionadores do papel que os alunos se atribuem a si próprios, à matemática e ao seu ensino (Ribeiro & Carrillo, 2011b).

A discussão e reflexão focada nestas situações críticas configuram-se como um bom ponto de partida para problematizar o conteúdo de cada um dos subdomínios do MKT e os subdomínios em si, pois fornecem algumas luzes sobre os motivos matemáticos em que estas se fundamentam, perspetivando formas de as colmatar, transpondo-as para a zona de conforto, bem como equacionar alguns aspetos da especificidade do conhecimento do professor. Essa discussão e reflexão permitirá, também, (re)equacionar a formação de professores (tanto na natureza como tipo e foco), possibilitando uma sua melhoria. Uma vez que este MKT pode ser ensinado (Hill & Ball, 2004), é essencial discutir a sua concetualização e conteúdo, de modo a promover uma formação que possibilite, efetivamente, a elaboração de um tal conhecimento potenciando uma prática crítica e reflexiva, fundamentada num conhecimento matemático que potencie uma abordagem e exploração aos/dos conteúdos com e para a compreensão, de modo a incrementar o conhecimento (comum) dos alunos sobre frações, possibilitando, dessa forma, perspetivar aprendizagens integradas, integradoras e com efetivo entendimento – tanto imediato como na perspetivação de outras longínquas.

Agradecimentos:

Este artigo foi parcialmente financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia.

Este trabalho forma parte do Projecto "Conocimiento matemático para la enseñanza respecto a la resolución de problemas y el razonamiento" (EDU2009-09789), Dirección General de Investigación y Gestión del Plan Nacional de I+D+i. Ministerio de Ciencia e Innovación.

Referências

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1993). Rational Numbers: Toward a Semantic Analysis-Emphasis on the Operator Construct. In T. P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 13-47). NJ: Lawrence Erlbaum.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and process* (pp. 91-126). New York: Academic Press, Inc.

Canavarro, A. A., & Rocha, I. (2008). Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática: Mais valias e desafios do Programa de Formação Contínua em Matemática nos distritos de Évora e Leiria. In R. Luengo, B. Alfonso & L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 577-586). Badajoz: SEIEM.

Fernández, S., & Figueiras, L. (2011). El conocimiento del profesor necesario para una educación matemática continuada. In M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo & T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 291-301). Lleida, Espanha: SEIEM.

GAVE (2010). *Relatório 2010*. Lisboa: Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação.

Hill, H. C., & Ball, D. L. (2004). Learning mathematics for teaching: Results from California's mathematics professional development institutes. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*(5), 330-351.

Jakobsen, A., Thames, M. H., Ribeiro, C. M., & Delaney, S. (aceite, 2012). *Using Practice to Define and Distinguish Horizon Content Knowledge.* Proceedings of the 12th ICME, Seoul.

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classroom that promotes understanding* (pp. 133-155). Mahwah: Lawrence Erlbaum.

Kieren, T. E. (1995). Creating Spaces for Learning Fractions. In J. T. Sowder & B. P. Schappelle (Eds.), *Providing a Foundation for Teaching Mathematics in the Middle Grades* (pp. 31-66). Albany: State University of New York

Monteiro, C., & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. Quadrante,. *Quadrante, 14*(1), 89-107.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o Sentido do Número Racional*. Lisboa: APM.

Newstead, K. & Murray, H. (1998). Young students' constructions of fractions. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Educations, 3*, 295-303. Stellenbosch, South Africa.

Nye, B., Konstantopoulos, S., & Hedges, L. V. (2004). How large are teacher effects? *Educational Evaluation and Policy Analysis, 26*(3), 237-257.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação-DGIDC.

Ribeiro, C. M., & Carrillo, J. (2011a). Discussing Maria's MKT and beliefs in the task of teaching. In J. Novotná & H. Moraová (Eds.), *Proceedings do International Symposium Elementary Maths Teaching (SEMT 11)* (pp. 290-297). Praga: Charles University, Faculty of Education.

Ribeiro, C. M., & Carrillo, J. (2011b). Relaciones en la prática entre el conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) y las creencias del profesor. In M. M. Rodríguez, G. F. García, L. J. Blanco & M. P. Medina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 513-521). Ciudad Real: SEIEM.

Ribeiro, C. M., Carrillo, J., & Monteiro, R. (2009). ¿De qué nos informan los objetivos del profesor sobre su práctica? Análisis y influencia en la práctica de una maestra. In M. J. González & J. Murrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 415-423). Santander: SEIEM.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15 (2)*, 4-14.

Stake, R. E. (2005). Qualitative Case Studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research* (pp. 443-466). Thousand Oaks: Sage Publications.