

# DISEÑO Y EVALUACIÓN DE UN CURSO DE FORMACIÓN CONTINUA EN MODELIZACIÓN<sup>1</sup>

## Design and evaluation of a modelling teacher training course

Ferrando, I., Segura, C. y Pla-Castells, M.

Departament de Didàctica de la Matemàtica – Universitat de València

### Resumen

*Durante los últimos años se promueve, desde diferentes organismos internacionales, el uso de la modelización como herramienta de enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, hasta el momento, su aplicación efectiva en las aulas es escasa, en parte debido a la escasa formación de los profesores en servicio. El objetivo del trabajo es presentar el diseño de un curso de formación en modelización dirigido a profesores de matemáticas de Educación Secundaria Obligatoria. El diseño del curso se fundamenta en las necesidades identificadas en trabajos previos que asimismo servirán como punto de partida para analizar los resultados del curso. El análisis se centrará en identificar cómo ha evolucionado la percepción de los participantes respecto a la enseñanza de las matemáticas a través de la modelización. Además, trataremos de clasificar el tipo de tareas diseñadas por éstos.*

**Palabras clave:** *modelización, formación continua, Educación Secundaria Obligatoria.*

### Abstract

*During the last years, the use of modelling as a teaching tool for mathematics has been promoted from different international organizations. However, so far, its effective application in classrooms is scarce, due to, in part, the poor modelling training of in-service teachers. The main objective of this work is to present the design of a training course in modelling aimed at teachers of Secondary School. The design of the course is based on the needs identified in previous works which will serve as a starting point to analyse the obtained results. The analysis performed will focus on identifying how participants' perceptions regarding the teaching of mathematics have evolved through modelling and, in addition, this work will try to classify the tasks designed by the course' participants.*

**Keywords:** *modelling, continuous training, Secondary School.*

## INTRODUCCIÓN

Durante las dos últimas décadas, se está desarrollando una línea de investigación en Didáctica de las Matemáticas basada en estudiar el impacto de incorporar en las clases de matemáticas tareas matemáticas abiertas, complejas y definidas en un contexto real, llamadas tareas de modelización. Este movimiento, descrito en el estudio número 14 de la *International Commission on Mathematical Instruction* (Blum et al., 2002), se inicia realmente a finales de los años 60 a partir de los trabajos de Pollack (1969) y Freudenthal (1968). Sin embargo, aunque muchos trabajos aportan argumentos suficientes para la integración de tareas de modelización como herramienta de enseñanza de las matemáticas (véase Kaiser, 2007 y Blum y Niss, 1991), todavía son pocos los profesores que implementan este tipo de actividades en las aulas (Blum et al., 2002). En efecto, diferentes trabajos empíricos muestran que muchos profesores no tienen conocimientos claros sobre la modelización y, por tanto, no son capaces de integrarla como herramienta de enseñanza en sus clases (Maaß y Gurlitt, 2009).

Ferrando, I., Segura, C. y Pla-Castells, M. (2017). Diseño y evaluación de un curso de formación continua en modelización. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 227-236). Zaragoza: SEIEM.

Algunas investigaciones, entre las que destacan los trabajos de Borromeo Ferri y Blum (2013) y Ferrando y Cabassut (2015), se han centrado en estudiar cuáles son las dificultades de los profesores respecto a la enseñanza de las matemáticas y el uso de la modelización en sus clases. Para el diseño del curso de formación del profesorado que hemos desarrollado, y que describiremos en la primera sección nos hemos basado en los estudios citados, pues sus resultados ofrecen claves para dar respuesta a las necesidades de los participantes. Además, nos hemos basado en experiencias previas descritas en la literatura donde se distinguen diferentes competencias relativas a la modelización (Borromeo y Blum, 2009).

En el trabajo de Borromeo y Blum (2009, p. 2047) se mencionan cinco competencias que hay que tener en cuenta a la hora de diseñar un curso de formación en modelización. Estas competencias son las siguientes: *Competencia teórica* (conocimiento sobre diferentes ciclos de modelización, tipos de tareas de modelización y objetivos del uso de la modelización); *Competencia relativa a las tareas* (habilidad para resolver, analizar y crear tareas de modelización); *Competencia de enseñanza* (habilidad para planificar secuencias de modelización y conocimiento sobre la gestión del aula); *Competencia diagnóstica* (habilidad para identificar el progreso en el ciclo de modelización por parte de los alumnos, así como para identificar dificultades) y *Competencia en evaluación* (habilidad para diseñar herramientas de evaluación). Hemos diseñado el curso en base a estas competencias, incluida la competencia en evaluación, que Borromeo y Blum no incorporaron en el curso que diseñaron en su publicación.

Cabe destacar que las tres primeras competencias se relacionan con el diseño de tareas de modelización. En efecto, siguiendo los trabajos de Krauss et al. (2008) y Chapman (2007), estos autores consideran necesario que los profesores sean expertos modelizadores para crear secuencias que impliquen de forma activa a los estudiantes en la modelización. Es por ello que, en nuestro análisis de las producciones de los participantes en el curso, consideraremos clave clasificarlas.

Así, los objetivos de este trabajo de investigación se pueden resumir en las siguientes preguntas:

- ¿Cómo diseñar un curso de formación continua en modelización en base a estudios previos?
- ¿Cómo evoluciona la percepción de los participantes del curso respecto al uso de la modelización?
- ¿Qué tipo de tareas de modelización, en el sentido de Maaß (2006), plantean los participantes del curso?

## METODOLOGÍA

La experiencia que vamos a describir se ha realizado entre los meses de diciembre de 2016 y de febrero de 2017. En primer lugar, durante diciembre de 2016, realizamos, apoyándonos en trabajos sobre las dificultades de los profesores, el diseño de cada uno de los cinco módulos que componen el curso de formación en línea. La descripción detallada se mostrará en el siguiente apartado. El curso se implementó durante cinco semanas, a partir de mediados de enero. Al finalizar el primer módulo, los participantes contestaron la encuesta diseñada por Cabassut y Ferrando (2015). Las respuestas nos han permitido identificar el perfil de los 19 participantes cuya la descripción se detalla en el apartado de resultados. Además, al finalizar el curso, los participantes cumplieron un cuestionario anónimo de evaluación en el que se incluyeron algunas preguntas planteadas en el cuestionario inicial lo que nos ha permitido identificar la evolución de su percepción respecto al uso de la modelización en las aulas.

### Diseño del curso

El curso que hemos diseñado se estructura en cinco módulos que han sido implementados en línea a través de la plataforma Moodle. El Centro de Formación, Innovación y Recursos Educativos (CEFIRE) Específico de Ámbito Científico, Tecnológico y Matemático de la Comunidad Valenciana lo ofertó y acreditó como acción formativa, con una duración total estimada de 20 horas, para todos los profesores

de matemáticas de Educación Secundaria de dicha comunidad autónoma. Dado que el curso se dirige a profesores que no necesariamente conocen el uso de la modelización como herramienta de enseñanza de las matemáticas, en el diseño del curso se ha considerado dedicar una parte importante a introducir diferentes perspectivas sobre la modelización a través de ejemplos.

Hemos intentado, en la medida de lo posible, aprovechar las opciones que ofrece la plataforma Moodle para compartir material y para realizar diferentes tareas en línea. Con el fin de aclarar el uso de materiales y la realización de tareas asociadas, cada módulo se encabeza con unas instrucciones que resumen los objetivos del mismo y programan la secuencia de documentos y actividades que deben leerse y realizarse para completar el módulo. A continuación, pasamos a describir cada uno de los cinco módulos que componen el curso.

El objetivo del *primer módulo* es dar la oportunidad a los participantes de conocer cuáles son las características de las tareas de modelización. Así, en la primera parte del módulo se incluye una presentación en la cual se muestran diferentes tareas, extraídas del proyecto Lema (2006-2009), que los participantes deben resolver. La intención es que descubran, de manera autónoma y antes de recibir ninguna instrucción, algunas características de las tareas de modelización. Una vez los participantes han resuelto las tareas deben realizar a través de Moodle un análisis de cuatro aspectos fundamentales: contexto, conocimiento matemático implicado, soluciones esperadas y actividad del resolutor. Nos hemos ceñido a estos cuatro elementos de análisis establecidos por el proyecto Lema porque, en nuestra opinión, son útiles y claros para profesores que, hasta ahora, no habían trabajado con este tipo de tareas. Siguiendo la taxonomía establecida por Borromeo (2006), en este módulo los participantes están desarrollando la capacidad de diferenciar y analizar diferentes tipos de tareas de modelización. Se trabaja, por tanto, la competencia teórica y la competencia relativa a las tareas. Desde el punto de vista de los estudios previos sobre dificultades, pretendemos que, a través de este primer módulo, los participantes se familiaricen, mediante la resolución autónoma de diferentes tareas, con las características de las tareas de modelización. En efecto, tal y como se muestra en el trabajo de Borromeo y Blum (2013), muchos docentes desconocen las características propias de una tarea de modelización. La última parte de este primer módulo introductorio consiste en completar el cuestionario en línea diseñado por Cabassut y Ferrando (2015). Las respuestas a este cuestionario nos permitirán obtener una idea aproximada del perfil de los participantes al curso y de su percepción inicial respecto al uso de la modelización.

El *módulo 2* pretende profundizar en las ventajas y los inconvenientes del uso de la modelización como herramienta de enseñanza y aprendizaje, aspectos que ya habían sido tratados por los participantes en la última actividad del módulo anterior. El segundo módulo tiene dos partes bien diferenciadas. En la primera se propone a los participantes la lectura de un artículo que trata el interés de introducir tareas con contexto real. Se trata del artículo de Alsina (2007) que, en cierta forma, se puede leer como una adaptación al contexto nacional del trabajo de Pollack (1969). El interés del trabajo de Alsina es doble ya que, además de describir el proceso de resolución de una tarea de modelización, también se ofrecen diferentes ejemplos de contextos reales que pueden dar ideas a los estudiantes para crear sus propios recursos. A continuación, los participantes deben basarse en la lectura realizada para analizar el proceso de resolución de una de las tareas presentadas en el primer módulo. Para ello, deben escoger aquellas características que, según ellos, se ajusten mejor a las características propias de una tarea de modelización, pudiendo basarse en la descripción de las fases del ciclo de modelización que Alsina presenta en su trabajo. La segunda parte del módulo trata de forma explícita las ventajas y los inconvenientes del uso de la modelización. En primer lugar, se presentan una serie de obstáculos y oportunidades del uso de la modelización extraídos del trabajo de Blomhoj (2004) y se propone a los estudiantes la lectura de un extracto de un artículo de Blum y Niss (1991). A partir de toda esta información, los participantes debían realizar un análisis de Debilidades, Amenazas, Fortalezas y Oportunidades, llamado análisis DAFO (Learned et al. 1969) relativo al uso de la modelización. En esta segunda parte del segundo módulo se profundiza en el desarrollo de la compe-

tencia teórica al trabajarse en cierto detalle la descripción del ciclo de modelización. La actividad basada en el análisis DAFO pretende promover la reflexión crítica respecto al uso de este tipo de tareas por parte de los participantes. Consideramos fundamental que, antes de enfrentarse a implementar tareas de modelización como herramienta de enseñanza de las matemáticas, los profesores sean conscientes de los aspectos positivos y negativos intrínsecos (debilidades y fortalezas) y de aquellos que se relacionan con agentes externos (amenazas y oportunidades).

El *tercer módulo* también tiene dos partes diferenciadas. En la primera parte, pretendemos aportar a los participantes diferentes ideas para que puedan buscar sus propios recursos para introducir la modelización en las aulas. Se muestran, a través de una presentación con enlaces a webs, diferentes sitios con repositorios de actividades de modelización: Lema<sup>2</sup>, Mascil<sup>3</sup>, Primas<sup>4</sup> y Scientix<sup>5</sup>. En efecto, uno de los obstáculos para introducir la modelización en las aulas, en base al trabajo de Schmidt (2011, p. 646), es la carencia de recursos. Es por ello que, en el diseño de nuestro modelo de formación, hemos pretendido proporcionar a los participantes diferentes vías para diseñar, recopilar o modificar recursos. Además, dado que los estudios relativos a las dificultades muestran que los profesores consideran que no disponen del tiempo suficiente para trabajar tareas de modelización (Schmidt, 2011, p. 649) y que, en muchos casos, consideran que no es fácil ajustarlas a contenidos curriculares, en este módulo se pretende mostrar que la modelización es una herramienta versátil y que, por tanto, se pueden buscar tareas de modelización que se ajusten a determinadas necesidades docentes. Así, la segunda parte del módulo se centra en mostrar la versatilidad de la modelización como herramienta para enseñar matemáticas. En este módulo, siguiendo la clasificación de competencias establecida por Blum y Borromeo (2009), se pretende que los participantes desarrollen la competencia relativa a las tareas. Además, se incluye, para cada uno de los ejemplos mostrados, algunas producciones de alumnos de secundaria o, al menos, se aportan detalles sobre la organización de la tarea en el aula. En ningún caso el módulo se limita a aportar únicamente el enunciado de las tareas, hemos pretendido así que los participantes desarrollen la competencia diagnóstica, analizando en detalle las producciones de los alumnos. Obviamente, dado que se trata de un curso de iniciación a la modelización y que no contempla ninguna parte de práctica de aula, esta competencia no puede desarrollarse en profundidad.

Una vez los participantes ya conocen diferentes recursos para introducir la modelización en el aula, se considera oportuno comenzar a desarrollar la competencia de enseñanza. Así, en el *módulo cuatro*, se presentan aspectos que han de ser tomados en consideración al implementar una tarea de modelización en el aula centrandó la atención tanto en la gestión de la clase (agrupamientos, debates y presentación de resultados) como en la utilización de recursos (toma, búsqueda y representación de datos). Se propone, además, la lectura del trabajo de Gallart et. al (2015) en el que el autor reflexiona sobre el rol del profesor y se propone una actividad consistente en diseñar una tarea de modelización y hacer una previsión previa a la implementación en el aula.

El *quinto y último módulo* del curso intenta dar respuesta a otra de las dificultades identificadas en estudios previos, aquella asociada a la evaluación de las tareas de modelización. De esta forma se pretende desarrollar la competencia de evaluación en modelización y, por tanto, este módulo está centrado en ese aspecto. En primer lugar, se muestra, a través de una presentación, tres formas distintas de evaluar el trabajo de los alumnos al desarrollar una tarea de modelización: *Evaluación centrada en el producto* -inspirada en las llamadas Modelling Eliciting Activities (Lesh et al (2000)-, *Evaluación centrada en el proceso* (inspirada en el ciclo de modelización y extraída del proyecto LEMA) y *Rúbrica de evaluación* que considera tanto el proceso como el producto (desarrollada en Gallart, 2016). Dado que en el módulo anterior los participantes diseñaron una tarea y reflexionaron sobre diferentes aspectos para poder desarrollarla en un aula, como actividad final del módulo se requiere que completen ese diseño obteniendo una rúbrica que se ajuste bien a la tarea diseñada.

En la Tabla 1 detallamos cómo hemos estructurado el diseño del curso de formación en base a las competencias identificadas en el trabajo de Borromeo y Blum (2009).

Tabla 1: Estructura del curso de formación

	Competencia teórica	Competencia relativa a las tareas	Competencia de enseñanza	Competencia diagnóstica	Competencia en evaluación
Módulo 1	X	X			
Módulo 2	X				
Módulo 3		X		X	
Módulo 4			X		
Módulo 5					X

## RESULTADOS

En esta sección vamos a realizar una descripción de los resultados desde dos perspectivas diferentes. En primer lugar, partiendo del perfil de los participantes al curso, vamos a analizar cómo el desarrollo del mismo les ha permitido evolucionar respecto a sus ideas previas sobre el uso de la modelización como herramienta de enseñanza de las matemáticas. En este punto describiremos también los resultados sobre la valoración del curso de formación para identificar aquellos aspectos que pueden ser mejorados en futuras ediciones.

Por otro lado, consideramos, en línea con otros autores tales como Krainer (1993) y Bruder (2009), que es fundamental en el diseño de propuestas de desarrollo profesional, introducir el diseño y el análisis de tareas. Es por ello que vamos a realizar un análisis de las producciones de los participantes en aquellas actividades que implican diseñar tareas de modelización. Para analizar sus producciones nos basaremos en la clasificación de tareas de modelización descrita por Maaß (2006, 2010).

### Perfil de los participantes y evaluación de los resultados del curso

En Ferrando y Cabassut (2015) se hace una clasificación en clusters tomando como variables diferenciadoras la dificultad de los docentes frente a la enseñanza de las matemáticas (negativo, neutral y positivo) y la predisposición de los mismos a utilizar la metodología de modelización en sus clases (negativo, neutral y positivo). De las nueve combinaciones posibles mediante esta graduación y estas dos variables diferenciadoras, los autores destacan 4 subconjuntos principales donde se concentra su población de estudio. El *primer grupo* (1C) representa gente que tiene dificultades en matemáticas y tienen una actitud negativa frente a la modelización. El *segundo grupo* (2C) representa gente que tiene una actitud positiva frente a la modelización y que además no sienten que tengan problemas a la hora de enseñar matemáticas. El *tercer grupo* (3C) representa a los profesores que tienen una actitud positiva frente a la modelización pero que se muestran neutrales frente a sus dificultades en matemáticas y el *cuarto grupo* (4C) representa a los profesores que tienen una actitud neutral hacia la modelización y sus dificultades.

Los autores, una vez reconocidos los distintos grupos de estudio, realizan un análisis más profundo, teniendo en cuenta características sociales dentro de cada uno de ellos (sexo, edad, nivel educativo en el que imparten, nacionalidad, etc.). Para nuestro estudio, utilizaremos los mismos grupos asociados al trabajo de Ferrando y Cabassut (2015) mencionado sin recurrir a estas variables ya que todos son profesores de matemáticas secundaria de la Comunidad Valenciana.

Tabla 2: Grupos de personas en el presente estudio

		Dificultad en matemáticas		
		-	O	+
Modelización	+	2C: 32% personas	3C: 11% personas	
	O	42%	4C: 0% personas	
	-	16%		1C: 0% personas

Como puede observarse en la Tabla 2, en nuestro estudio, aparecen porcentajes significativos en los grupos 2C y 3C. Sin embargo, no aparece ningún profesor en los grupos 1C y 4C. Por otra parte, hay que destacar la presencia importante de profesores que muestran una actitud indiferente o negativa frente a la modelización, pero consideran que no tienen ningún problema a la hora de enseñar matemáticas (42% y 16% respectivamente).

Al finalizar el curso de formación los participantes podían, voluntariamente y de forma anónima, responder a una encuesta para evaluar diferentes aspectos trabajados en el curso. De los 19 participantes al curso, 16 completaron esta encuesta con lo que tenemos una muestra suficientemente amplia para evaluar los resultados de la formación impartida. Las preguntas relativas a la evaluación del curso se contestaban a través de una escala Likert 1-5, donde 1 es nada satisfecho y 5 es muy satisfecho). Comentamos brevemente a continuación las respuestas de los participantes.

Un primer aspecto que nos preocupaba al realizar el diseño del curso es que los contenidos del curso pudieran resultar útiles para los participantes en su práctica de aula. Es por ello que planteamos las preguntas: “Los contenidos del curso se ajustan a mis necesidades de aula” y “Creo que lo aprendido puede resultar útil en mis clases”. En ambos casos la totalidad de las respuestas toman valores entre 3 y 5 con lo que deducimos que, aunque sin duda el diseño se puede mejorar en futuras ediciones, hemos logrado ajustarnos a las expectativas de los participantes dando respuesta a una necesidad real.

Otro aspecto de importancia es la necesidad de aportar al profesorado en activo herramientas nuevas que den respuesta a las necesidades de su práctica profesional. Así, a las preguntas relativas a si los participantes han descubierto, a través del curso, herramientas nuevas que les permitan desarrollar la competencia matemática de sus alumnos, hemos obtenido un nivel de satisfacción de 76%. Además, más de un 80% de los participantes manifiesta estar satisfecho o muy satisfecho con la utilidad del curso tal y como lo hemos diseñado.

El último aspecto que nos interesaba medir era la evaluación de la percepción de la modelización como herramienta de enseñanza de las matemáticas. Es por ello que, en el cuestionario final, incluimos algunas preguntas planteadas en el cuestionario inicial y, además, una pregunta explícita en la que los participantes debían decir si la realización del curso les había modificado su percepción sobre la modelización. A esta pregunta contestaron afirmativamente el 87,5% de los participantes.

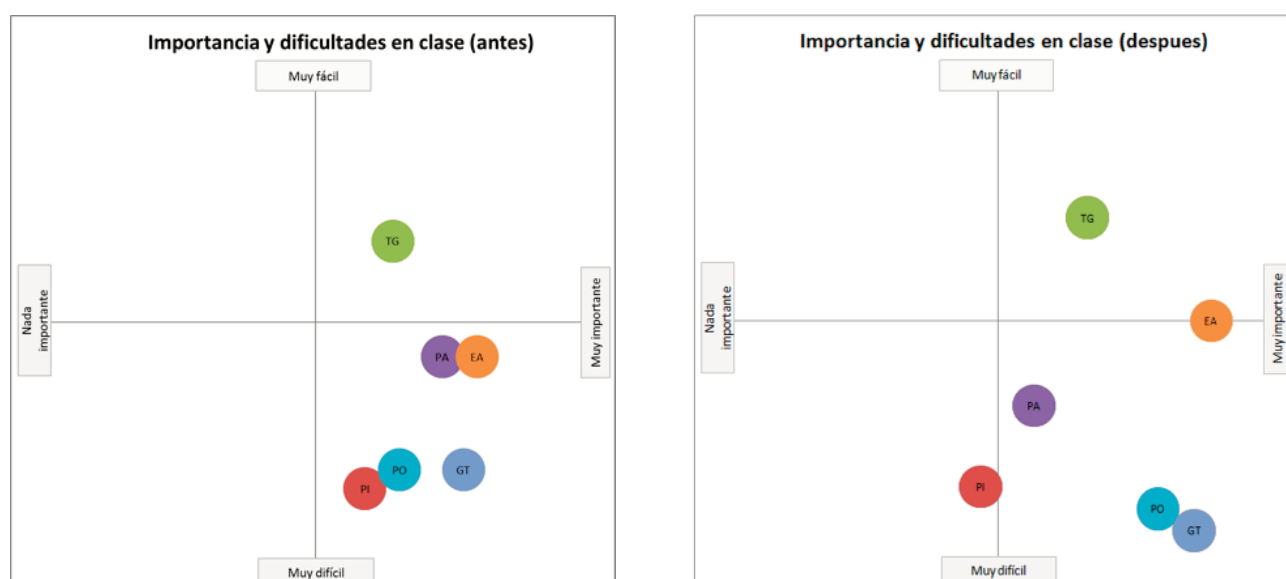


Figura 1: Importancia y dificultades en clase

En la Figura 1 se representan los resultados obtenidos en el cuestionario inicial y final respecto a la importancia y dificultades que los participantes dan a diferentes aspectos en su práctica habitual de aula. Se han estudiado las siguientes categorías: Proyectos de investigación (PI); Trabajo en grupo (TG); Resolución de problemas abiertos (PA); Aplicación del programa oficial (PO); Evaluación de alumnos (EA); Gestión del tiempo (GT). Contrariamente a lo afirmado en la pregunta general analizada previamente (sobre la percepción de la modelización como herramienta de enseñanza), en estos aspectos que, de alguna forma, se relacionan con las tareas de modelización, no se observa una evolución clara, únicamente se intuye que, al finalizar el curso de formación, los participantes dan más importancia al uso proyectos de investigación y de problemas abiertos en el aula. En cualquier caso, la muestra considerada no es suficiente para poder extrapolar conclusiones significativas respecto a las ventajas e inconvenientes sobre el uso de la modelización.

### **Análisis de las producciones de los participantes**

En el trabajo de Maaß (2006), en base a diferentes trabajos previos, se proponen cinco categorías para clasificar tareas en las que se apliquen las matemáticas en otro contexto. Tres de las cinco categorías se asocian al contexto de la tarea y las otras dos establecen un marco pedagógico. Nos hemos basado en esta categorización para analizar las producciones de los participantes al curso en el *módulo 4*. A continuación presentamos de forma resumida la taxonomía establecida por Maaß (2006):

*Relevancia y autenticidad*: la autora distingue cinco niveles distintos, desde aquellas tareas en que el contexto no tiene ninguna importancia (“problemas verbales insertados en la realidad”, p. 1) hasta las tareas que tratan de dar respuesta a cuestiones auténticas en un contexto realista.

*Utilidad de las matemáticas*: en este apartado la autora diferencia entre usos posibles de las matemáticas, desde los más directos (“cálculos necesarios en la vida cotidiana”, p. 2) hasta los más completos que incluyen, por ejemplo, el usar las matemáticas para resolver problemas de otras áreas y que, según la autora, permiten “aumentar nuestra percepción del uso, cada vez más amplio, que se hace de las matemáticas en varios campos” (p. 3)

*Cercanía a los estudiantes*: esta categoría está relacionada con las dos anteriores, sin embargo, pone el foco en la relación entre los estudiantes y el contexto de la tarea. La autora distingue cuatro niveles, desde las tareas no realistas e irrelevantes para los estudiantes, hasta aquellas que son relevantes para la vida cotidiana de éstos.

*Nivel de complejidad*: aquí se distinguen tres tipos de tareas a partir de las competencias necesarias para abordarlas, desde tareas simples (sobre o sub determinadas) hasta proyectos de modelización.

*Grado de apertura de la tarea*: distingue entre tareas de respuesta y procedimiento único, tareas cerradas, y tareas que admiten formas de resolución diversas (o varias soluciones), tareas abiertas.

Dado que en las cinco categorías establecidas por Maaß se identifica cierta graduación, hemos seguido el orden establecido por la autora para organizar los resultados del análisis de las producciones de los participantes al curso. En la Tabla 3 mostramos los porcentajes de tareas producidas en cada una de las cinco categorías.

En base al análisis realizado observamos que, en lo relativo al contexto, la mayoría de participantes han creado tareas con contextos reales, auténticas, relevantes para los estudiantes y que permiten dar sentido a contenidos matemáticos en relación con otras disciplinas. Muchas de estas tareas, por su alta complejidad, entran en la categoría de proyectos y, al plantearlas en el aula, deberían dirigirse a alumnos que tuvieran cierta experiencia en modelización. Sin embargo, un porcentaje importante de participantes ha diseñado tareas adecuadas para principiantes. Se trata, en la mayoría de los casos, de problemas de estimación de grandes cantidades que, tal y como muestran diferentes trabajos (Gallart et al. 2015), no requieren una experiencia excesivamente amplia en modelización por parte de los alumnos.

Tabla 3: Resultados del análisis de las producciones de los participantes

Relevancia y autenticidad	Problemas verbales insertados en la realidad	Insertados en la realidad	Relacionados con la realidad	Realista y didácticamente relevante	Realista y cuestión interesante	Realista y auténtico
	0%	6%	17%	17%	6%	56%
Utilidad matemáticas	Cálculos vida cotidiana	Comunicación vida cotidiana	Cuestionar críticamente	Uso amplio de las matemáticas		
	22%	0%	22%	56%		
Cercana a vida de los estudiantes	Ni realista ni relevante		Auténtica y no relevante	Contexto interesante	Relevante	
	0%		44%	6%	50%	
Complejidad	Principiantes	Avanzados	Proyectos			
	44%	11%	44%			
Apertura	Cerradas				Abiertas	
	6%				94%	

## CONCLUSIONES

Para lograr que la modelización se integre de forma efectiva en las aulas es fundamental empezar por integrar formación específica en modelización y aplicaciones en los programas de formación de profesorado. En efecto, tal y como muestran los resultados analizados en este trabajo, muchos profesores en activo todavía desconocen las oportunidades ofrecidas por la introducción de tareas abiertas, complejas con contextos reales y datos auténticos. Además, introducir este tipo de tareas puede resultar un reto para muchos profesionales de la educación porque implica, en muchos casos, enfrentarse a dinámicas de aula nuevas tales como la gestión del trabajo en grupo, de los debates o del trabajo con diferentes recursos tecnológicos.

El objetivo del diseño de la formación continua descrito en este trabajo pretende dar respuesta a estas necesidades que habían sido estudiadas en investigaciones previas. En vista de los resultados del curso, consideramos que la fundamentación teórica en que nos hemos basado ha sido suficiente. Sin embargo, hay algunos aspectos que se deben considerar en futuras ediciones. En su trabajo sobre las competencias profesionales respecto al uso de la modelización Borromeo y Blum (2009), los autores afirman que hay algunas competencias que están fundamentalmente ligadas a la práctica (competencias de enseñanza, diagnóstica y de evaluación). Al tratarse de un curso de formación que se ha realizado exclusivamente en línea, no ha sido posible desarrollar de forma satisfactoria y completa estas competencias y por tanto ya estamos trabajando en el diseño de un curso en el que se introducirá una parte práctica que incluirá la implementación de tareas de modelización en el aula para su posterior análisis.

Respecto a los resultados del análisis en base a las producciones de los participantes, hemos observado que la gran mayoría de ellos son capaces de diseñar tareas abiertas, complejas y contextualizadas en la realidad de los alumnos. Sin embargo, en línea con lo comentado previamente, los resultados no son concluyentes ya que el formato del curso no ha permitido a los participantes más que realizar una reflexión metacognitiva sin tener necesariamente indicios sobre los resultados prácticos de las tareas diseñadas. Es por ello que, en una edición posterior de este mismo curso podría ser interesante introducir el análisis de otras tareas a través de vídeos. De esta forma, los participantes podrían reflexionar sobre cómo otros docentes implementan tareas similares a las suyas en el aula. Para ello, sería interesante grabar vídeos con situaciones reales de aula en los que los alumnos resolvieran tareas de modelización. Así, mediante la reflexión sobre la práctica real, se podría desarrollar la competencia



diagnóstica (analizando el progreso en el ciclo de modelización por parte de los alumnos) y la competencia de enseñanza (analizando en este caso el rol del profesor como gestor de una actividad de modelización en un aula ordinaria). Existen experiencias grabadas en el marco de diferentes proyectos europeos (véase la web del proyecto Lema<sup>6</sup>) pero se trata de situaciones que no se ajustan necesariamente al contexto de nuestro país y que, por tanto, pueden resultar menos útiles.

## Referencias

- Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de educación*, 43, 85-101.
- Blum, W. y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Blum et al. (2002) Applications and modelling in mathematics education - Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149–17.
- Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95.
- Borromeo, R. y Blum, W. (2009). Mathematical modelling in teacher education—experiences from a modelling seminar. *CERME 6—WORKING GROUP 11*, 2046.
- Borromeo Ferri, R. y Blum, W. (2012). Barriers and Motivations of Primary Teachers for Implementing Modelling in Mathematics Lesson. En *Proceeding of 8th Congress of European Research in Mathematics Education*. Recuperado de [http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/wg\\_papers.html](http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/wg_papers.html), by 25 May 2017.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling – a theory for practice. En Clarke, B. et al. (Eds.) *International perspectives on learning and teaching mathematics*. (pp 145-160). Göteborg University, Sweden: National Center for Mathematics Education.
- Cabassut, R. y Ferrando, I. (2015). Conceptions in France about mathematical modelling: Exploratory research with design of semi-structured interviews. En K. Krainer y N. Vondrová (Eds.) (2015). *Proceedings of the Ninth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9, 4-8 February 2015)* (pp. 827-833). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.
- Chapman, O. (2007). Mathematical modelling in high school mathematics: teachers' thinking and practice. En Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W. y Niss, M. (Eds): *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New York: Springer, 325- 332.
- Ferrando, I. y Cabassut, R. (2015a) Dificultades en el uso de la modelización en la enseñanza de las matemáticas: una comparativa franco-española. En *17 Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Actas JAEM 015*. <http://17jaem.semrm.com/aportaciones/n110.pdf>
- Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1(1-2), 3-8.
- Gallart, C., Ferrando, I. y García-Raffi, L. M. (2015). Análisis competencial de una tarea de modelización abierta. *Números*, 88, 93-103.
- Gallart, C., Ferrando, I., García-Raffi, L. M., Albarracín, L. y Gorgorió, N. (2015). Una herramienta para la caracterización de modelos producidos en la resolución de problemas de Fermi. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XIX*, (pp. 269-278). Alicante: SEIEM.
- Gallart, C. (2016). *La modelización como herramienta de evaluación competencial*. Tesis Doctoral, UPV, Valencia. Disponible en línea: <https://riunet.upv.es/handle/10251/68492#>
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. En C. Haines et al. (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 110–119). Chichester: Horwood.

- Krauss, S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M. y Jordan, A. (2008). Pedagogical content knowledge and content knowledge of secondary mathematics teachers. *Journal of Educational Psychology*, 100(3), 716.
- Learned, E. P., Christensen, C. R., Andrews, K. R. y Guth, W. D. (1969). *Business policy: Text and cases*. Homewood, IL: RD Irwin.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., y Post, T. (2000). Principles for developing thought revealing activities for students and teachers. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *The handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591–646). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Maaß, K. (2006). Classification of modelling tasks. *Mathematics meets reality, International Society for Design and Development in Education Conference (ISDDE) 4-7 September 2006*. University of Nottingham.
- Maaß, K. y Gurlitt, J. (2009). Designing a teacher questionnaire to evaluate professional development in modelling. En *Proceedings of CERME 6-Working group 11*, 2056. <http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/>
- Pollak, H. O. (1969). How can we teach applications of mathematics? *Educational Studies in Mathematics*, 2(2), 393-404.
- Proyecto Lema (2006-2009). Recuperado de <http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/eu/tout.php>
- Schmidt, B. (2011). Modelling in the classroom: obstacles from the teacher's perspective. En G. Kaiser et al. (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 641–652). New York: Springer.

---

<sup>1</sup> Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España y los Fondos FEDER a través del proyecto de investigación EDU2015-69731-R, además de la Consellería de Educación y Ciencia de la Generalitat Valenciana a través del proyecto GVPROMETEO2016-143.

<sup>2</sup> [http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/dvd\\_2009/english/homepage.html](http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/dvd_2009/english/homepage.html)

<sup>3</sup> <http://www.mascil-project.eu/>

<sup>4</sup> <http://www.primas-project.eu/es/index.do>

<sup>5</sup> <http://www.scientix.eu/>

<sup>6</sup> [http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/dvd\\_2009/spain/video.html](http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/dvd_2009/spain/video.html)