Una Mirada Teórica sobre la Conceptualización de las Traslaciones en Sexto Grado, a Través del Aprendizaje por Adaptación

Martin Eduardo Acosta Gempeler. martin@matematicas.uis.edu.co
Adriana Milena Ávila Reyes. adriana_mavila@hotmail.com
María Andrea Gómez Patiño. andrea-gomez12@hotmail.com
Universidad Industrial de Santander. UIS

1. Presentación del Problema

Esta investigación de tipo cualitativo se realizó en un grupo de sexto grado de la Institución Educativa las Américas De Bucaramanga. En ella se describen y analizan cuatro actividades de traslación, planeadas por el grupo EDUMAT-UIS, y su implementación, a cargo de la docente Cruz Celina Balcucho Contreras.

Nuestro objetivo es evaluar dichas actividades y su implementación, para emitir un juicio sobre las ventajas del uso de Cabri Geometry como medio facilitador de un aprendizaje por adaptación.

Mediante el análisis de los datos recogidos (filmaciones, apuntes en el cuaderno y observaciones), basado en los conceptos de la Teoría de las Situaciones Didácticas, se pudo concluir que la interacción de los estudiantes con el software para la solución de los problemas dados, les permitió adquirir conocimientos sobre las propiedades de la traslación, al punto de lograr dar una definición de la misma sin previas indicaciones teóricas por parte de la docente.

2. Marco de referencia

Para el análisis utilizamos la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, cuyos conceptos fundamentales son:

Aprendizaje por adaptación. (Margolinas, 1989), que es el aprendizaje que se produce por interacción entre el sujeto y el entorno, interacción que comprende las intenciones del sujeto, las acciones que realiza sobre el medio (Cabri), las retroacciones del medio, las interpretaciones que hace el sujeto de esas retroacciones (respuesta del medio a una acción) y la validación de las acciones.

Situación a-didáctica. Una situación es a-didáctica cuando el individuo (**alumno**) aprende por la interacción con el medio, sin la intervención del profesor.

Medio. En una situación a-didáctica el medio adquiere una importancia fundamental para el aprendizaje, y debe cumplir tres condiciones:

*****El alumno debe tener la posibilidad de realizar acciones con el fin de resolver la tarea propuesta.

*El medio debe ofrecer retroacciones a esas acciones.

*El alumno debe estar en capacidad de interpretar esas retroacciones para poder validar o invalidar sus acciones.

¿cómo funciona cabri? Cabri Geometry es un software de geometría dinámica para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Será el medio material que junto con el problema creará en el aula una situación a-didáctica que permitirá la construcción de conocimientos geométricos. La ventaja de Cabri, es que las retroacciones programadas corresponden a la teoría de la geometría plana.

Distinguimos dos clases de acciones posibles en Cabri y sus correspondientes clases de retroacción: la primera clase de acción es *construir* y su retroacción es estática. La segunda clase de acción es *arrastrar* y su retroacción será dinámica. Al arrastrar una figura, la programación garantiza que las propiedades declaradas en la construcción, y las que se deducen de ellas, se mantienen.

3. Metodología

Para alcanzar ese objetivo utilizaremos una metodología de investigación cualitativa que consiste en el análisis *a priori* de las actividades, y el análisis *a posteriori* basado en registros de la actividad real en el salón de clase.

1. El análisis *a priori* de las actividades consiste en identificar las variables didácticas que tendrán una incidencia directa en el aprendizaje; es decir, identificar las condiciones y restricciones de las actividades que promueven el aprendizaje de los conceptos que se desea enseñar.
2. El análisis *a posteriori* consiste en comparar los comportamientos efectivos de los estudiantes (basados en datos tomados de la experiencia) con lo que se había previsto en el análisis *a priori*, con el fin de concluir sobre la eficacia de las actividades y su posible mejoramiento para futuras experiencias.

Condiciones de la experiencia. Se llevó a cabo en la Institución Educativa las Américas de Bucaramanga con un grupo regular de alumnos. Los alumnos trabajaron en parejas con calculadoras Texas Instruments.

Los datos que recogimos para realizar nuestro análisis son los apuntes de los estudiantes en el cuaderno, las observaciones realizadas en el aula y filmaciones realizadas durante el desarrollo de la actividad con su respectiva transcripción.

4. Análisis de datos[106]

Objetivos:

*Precisar las características de la traslación como son la magnitud, dirección y sentido.

*Utilizar un vector para representar la traslación.

*Reconocer que las flechas que se dibujan entre cada punto de la figura original y su correspondiente imagen por la traslación, son paralelas, tienen la misma medida y el mismo sentido.

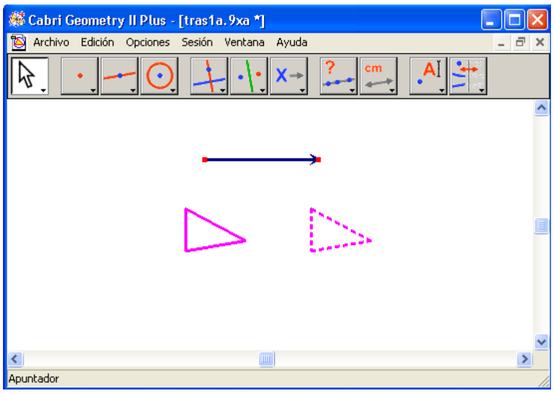
En la actividad el alumno debe modificar un vector ya dibujado, para que represente la traslación entre dos triángulos (uno continuo y uno punteado). El estudiante podrá realizar ajustes perceptivos para lograr que el vector tenga la misma dirección, magnitud y sentido de la traslación.

Análisis de la Actividad. Para esta actividad se tienen preparadas ocho series con las cuales se debe realizar la siguiente tarea:

Tarea. El triángulo punteado es el resultado de trasladar el triángulo continuo; debes modificar la flecha para que represente el movimiento del triángulo.

Descripción de la figura

[106] El proyecto incluye el análisis de cuatro actividades, de las cuales sólo presentaremos la tercera.



serie 1

Las figuras están constituidas por dos triángulos: uno continuo y uno punteado, imagen del continuo por una traslación, con respecto a un vector oculto. El triángulo continuo puede arrastrarse por dos de sus vértices; uno lo desplaza en línea recta y el otro lo gira.

Además de los dos triángulos hay una flecha (horizontal y con sentido izquierda-derecha) que puede arrastrarse agarrándola por el medio o por los extremos (cabeza y cola):

- Si la flecha se toma del medio, al arrastrarla se conserva la magnitud, la dirección y el sentido.
- Si se toma de un extremo, al arrastrarla el otro extremo queda fijo, y por lo tanto se modifican la magnitud, la dirección y el sentido.

Cuando la flecha es aproximadamente igual al vector de la traslación (oculto) se muestra en la pantalla un punto con el letrero “muy bien”.

Características de la traslación en cada serie

SERIE	DIRECCIÓN	SENTIDO	MAGNITUD
1	Horizontal (pendiente cero)	Hacia la derecha	3.31cm
2	Horizontal (pendiente cero)	Hacia la izquierda	3.31cm
3	Vertical (pendiente indefinida)	Hacia abajo	3.31cm
4	Vertical (pendiente indefinida)	Hacia arriba	2.41cm
5	Oblicuo derecha (pendiente positiva)	Hacia arriba	3.31cm
6	Oblicuo derecha (pendiente positiva)	Hacia abajo	3.31cm
7	Oblicuo izquierda (pendiente negativa)	Hacia abajo	3.31cm
8	Oblicuo izquierda	Hacia arriba	3.31cm

SERIE	DIRECCIÓN	SENTIDO	MAGNITUD
	(pendiente negativa)		

Análisis a priori de la actividad. Tarea: "En la figura, el triángulo punteado es el resultado de trasladar el triángulo continuo; debes modificar la flecha para que represente el movimiento del triángulo".

Se espera que en las actividades anteriores, los estudiantes hayan identificado la magnitud (todos los triángulos correspondientes, o los puntos correspondientes están a la misma distancia), la dirección y el sentido de la traslación entre dos triángulos. Podemos entonces esperar que intente plasmar esas características en el vector dibujado modificando su tamaño, su inclinación y su sentido.

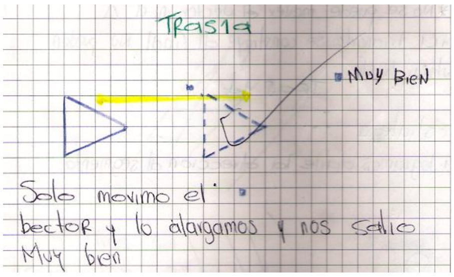
Los estudiantes podrán darse cuenta de que la estrategia utilizada es la correcta en el momento en que les aparece en la pantalla el letrero "muy bien"; la docente se encargará de hacérselos saber en el inicio de la actividad.

Creemos que algunos estudiantes tratarán de modificar la dirección, el sentido y la magnitud del vector arrastrándolo de la cabeza y dejando la cola en el mismo sitio donde se encuentra (es decir que el estudiante no tratará de llevar el vector hasta los triángulos); esta estrategia puede llevar a la solución, en especial en las cuatro primeras series, pero tiene un nivel de dificultad bastante alto en las demás, pues cuando la dirección no es horizontal ni vertical, es muy difícil obtener "a ojo" una dirección y una magnitud dadas.

Sabiendo que el estudiante reconoce que el triángulo punteado es la traslación del triángulo continuo, (con las anteriores actividades el estudiante reconoció esta condición) entonces podrá llevar la cola hasta un vértice del triángulo continuo y llevar la cabeza del vector al vértice correspondiente del triángulo punteado, el medio le permitirá ubicar el vector en un par de vértices correspondientes y en ese momento aparecerá el letrero "muy bien", lo que le permitirá concluir que ha encontrado la estrategia ganadora.

Suponemos que habrá algunos estudiantes que caerán en la equivocación de llevar la cola hasta uno de los vértices del triángulo continuo, pero ubicarán la cabeza del vector en un vértice no correspondiente del triángulo punteado, por lo que el medio no les mostrará el "muy bien" que ellos esperan; de esta manera el estudiante deberá reconocer el error que cometió al realizar la acción y tendrá que poner la cabeza del vector en el vértice correcto para arreglar su estrategia.

Análisis a posteriori de la actividad. Algunos estudiantes para la primera serie sólo modificaban la magnitud arrastrando la cabeza del vector hasta que saliera el letrero "muy bien", como lo habíamos previsto en el análisis *a priori*; esto era fácil para ellos puesto que la dirección es horizontal y el sentido hacia la derecha. A continuación observamos los apuntes de un alumno:



Los apuntes dicen: "solo movimos el vector y lo alargamos y nos salió Muy bien".

Con esta figura se tuvo la siguiente conversación entre los estudiantes y la docente:

P: Miren lo curioso

P: Hasta por fuera sale bien. Pero ¿por qué?

E8: Profe, hay la misma distancia del vector a los dos vértices

E6: El vector va igual, va recto como los triángulos

E4: Profe también debe ir en la misma dirección, la medida y debe ir con los mismos puntos.

P: Como así no le entiendo, dice que debe ir en la misma dirección con la medida, a ver E3 ¿cómo así?

E3: Que las líneas deben ser a igual medida de los puntos

P: Tiene la misma distancia ¿a dónde?, ¿por qué sirve por fuera, y por qué no necesito que sea la unión de los dos?, a ver E15.

E15: Porque los triángulos están a la misma distancia del vector, lo que tiene de largo el vector es la misma distancia que tienen los triángulos

P: ¿Solamente la misma distancia?, ¿qué otra cosa?

E15: La misma posición

P: La misma posición ¿en qué sentido?

E15: Es que no es como si fuera el espejo, el vector no queda como el espejo

P: Pero qué pasa si se mueve la puntica hacia abajo (aquí la docente se refiere a la cabeza del vector)

E: Pues que ya no le va a salir muy bien

P: ¿Por qué?

E: Porque no están en la misma posición (señalando los triángulos)

P: Pero puede tener la misma distancia, a ver ¿por qué si movemos la punta hacia abajo no nos sale muy bien?

E6: porque no están rectos, porque debe ser recto a los triángulos

E8: Deben quedar rectos y a la misma distancia del vector

Podemos observar que los estudiantes lograron identificar la dirección y la magnitud, aunque los estudiantes no tienen las palabras adecuadas para poder expresar estas características. Un ejemplo que muestra que el lenguaje del alumno no es preciso, es cuando E8 dice **"***hay la misma distancia del vector a los dos vértices***",** a diferencia de la alumna E15 que logra definir muy bien la magnitud de la traslación puesto que dice con sus palabras: *"los triángulos están a la misma distancia del vector, lo que tiene de largo el vector es la misma distancia que tienen los triángulos".*

Notamos que para la dirección, los estudiantes no tienen un término para describirla; por ejemplo, al querer expresar que la dirección de la traslación es horizontal, los estudiantes dicen *"el vector va recto como los triángulos".*

Los estudiantes reconocieron la dirección de la traslación puesto que la docente al preguntar: *¿Qué pasa si muevo la punta del vector hacia abajo?* (refiriéndose a la cabeza del vector), los estudiantes explicaron que los triángulos no iban a quedar en la misma posición del vector, argumentando: *"debe ser recto a los triángulos".*

A continuación veremos a una estudiante resolviendo la tarea, utilizando la estrategia ganadora prevista en el análisis *a priori*

La estudiante reconoció que el vector debe estar ubicado en los vértices correspondientes

La estudiante E15 reconoce que para representar la traslación la cola del vector debe estar en un vértice del triángulo continuo.

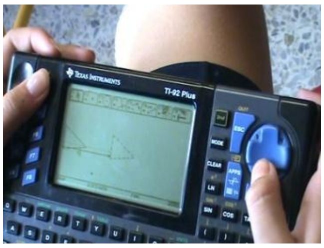
Y la cabeza del vector debe estar sobre el vértice correspondiente del triángulo punteado.

de los triángulos (continuo y punteado) para representar el movimiento. La estudiante E15 luego de haber identificado lo anterior reconoció que al arrastrar el vector a cada par de vértices, la magnitud, dirección y sentido se mantiene, esto lo veremos en la siguiente tabla.

La estudiante E15 ubica el vector entre vértices correspondientes de tal manera que la cola del vector esta sobre un vértice del triángulo continuo y la cabeza sobre el vértice correspondiente del triángulo punteado.

La estudiante coge el vector del medio y lo arrastra para llevarlo a otro par de vértices correspondientes.

La estudiante ubica el vector en otro par de vértices correspondientes, manteniéndose la dirección, magnitud y sentido de la traslación.



Observamos algunos comportamientos que no fueron previstos en el análisis *a priori*, como por ejemplo, la estudiante E15 al decir **“no es como si fuera el espejo”** esta identificando que los triángulos no son simétricos.

Conclusión de la actividad. Podemos concluir que las predicciones realizadas en el análisis *a priori* se cumplieron satisfactoriamente, puesto que algunos estudiantes lograron encontrar la estrategia ganadora de la actividad. Además, los estudiantes reconocieron que al arrastrar el vector del medio (una vez el vector dibujado haya obtenido las características del vector oculto) hasta cada par de vértices correspondientes la magnitud, la dirección y el sentido se mantiene.

5. Conclusiones generales

Las actividades planeadas por el grupo EDUMAT-UIS para la enseñanza de las traslaciones logran promover un aprendizaje por adaptación utilizando el medio Cabri Geometry.

Durante el desarrollo de las actividades también pudimos evidenciar aprendizaje por adaptación, puesto que los estudiantes lograron identificar la dependencia de los triángulos y las características de la traslación: magnitud, dirección y sentido.

La dependencia: para identificar la dependencia los estudiantes notaron que los triángulos gruesos (figura trasladada) se mueven si se mueven los triángulos delgados (figura original).

La magnitud: para identificar la magnitud los estudiantes pudieron reconocer que los triángulos no se podían unir en ningún lugar de la pantalla ya que entre ellos había una distancia que se mantenía.

La dirección y el sentido: para identificar la dirección y el sentido, los estudiantes reconocieron las diferencias entre las series; por ejemplo, al comparar dos series, podían ver que tenían igual dirección pero diferente sentido, o que tenían diferentes direcciones.

Como autoras de este trabajo nos gustaría destacar la importancia de adquirir conocimientos sobre nuevas herramientas para la enseñanza de las matemáticas. La utilización de Cabri Geometry como medio de un aprendizaje por adaptación, permite a los estudiantes adquirir conocimientos propios a través de la interacción con el medio. En adelante, esperamos cosechar estos frutos recogidos de nuestro trabajo de grado para desarrollar en el aula actividades didácticas que les permitan a los estudiantes desempeñar un rol más activo dentro de la clase, pero más importante, dentro de la adquisición de su propio conocimiento, sin olvidar el importante papel del docente.

Bibliografía

BROUSSEAU Guy. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19, versión Castellana, 1993.

MARGOLINAS Claire. La importancia de lo verdadero y de lo falso en la clase de matemáticas. Ediciones UIS, Bucaramanga, 2009.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Enlace editoriales Ltda. Santafé de Bogotá, D.C, abril 2004.

MONROY Lilian, RUEDA Karol. Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri geometry ll. Universidad industrial de Santander (UIS). Facultad de ciencias. Bucaramanga 2009.