

## Una Secuencia Didáctica desde la Orquestación Instrumental: La Función Cuadrática en Grado Noveno de Educación Básica

Jaiver Ruiz Quiñonez, [jairuizq@hotmail.com](mailto:jairuizq@hotmail.com)

Marisol Santacruz Rodríguez, [mary21391@yahoo.es](mailto:mary21391@yahoo.es)

IE. José Ma. Córdoba. Yumbo, Valle

Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle

### 1. Presentación del problema

Se propone la presentación de un trabajo de grado, de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad del Valle, alrededor del diseño, implementación y evaluación de una secuencia didáctica a propósito de la enseñanza de la función cuadrática en grado noveno. La secuencia didáctica propuesta, toma en consideración la orquestación instrumental, como referente central para una reflexión didáctica centrada en la mediación de instrumentos en el aprendizaje de las matemáticas. Para tal fin, también se incorpora la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), como referente que fundamenta el diseño de la secuencia. Desde esta perspectiva, se retoman algunos aspectos de la microingeniería didáctica como referente metodológico de investigación, con el propósito de poner en obra, y evaluar, la secuencia didáctica en la que se centra el problema de indagación.

Al respecto, se ha mostrado que la concepción, diseño y puesta en escena de secuencias didácticas, que contemplan la mediación de un AGD como el CABRI GEOMETRE (en adelante simplemente Cabri) o un sistema Algebraico Computarizado (CAS), pueden ayudar a interpretar nociones relacionadas con la función, tal como expresan PREDREROS y ORDOÑEZ (2002), debido a que éstos permiten modelar fenómenos como la variación y el cambio.

En este caso, se toma Cabri como artefacto a integrar en una secuencia didáctica alrededor del aprendizaje de la función cuadrática en estudiantes de educación básica de grado noveno, quienes a través del desarrollo de dicha secuencia, debidamente planeada y organizada por la orquestación instrumental, elaboran procesos de génesis instrumental asociados al uso de Cabri como instrumento de actividad matemática, en el contexto de problemas de optimización.

Para movilizar aspectos del aprendizaje la noción de función cuadrática haciendo uso de este AGD, se considera la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) desarrollada por BROUSSEAU (1986), pues aporta elementos para la concepción de una secuencia didáctica en un AGD en los que a partir de las situaciones, se podrán movilizar conocimientos matemáticos.

La hipótesis de trabajar la noción de función, en relación con la optimización, viene de varias fuentes, una primera es de orden matemático. Sabemos que la optimización intenta dar respuesta a un tipo general de problemas donde se desea elegir el mejor entre un conjunto de elementos, es decir se trata de tomar una decisión óptima para maximizar (ganancias, velocidad, eficiencia) o minimizar un criterio determinado (costos, tiempo, riesgo, error,).

En relación con las funciones, lo anterior es importante pues permite discernir entre las distintas restricciones, ya que no cualquier decisión es posible. Esto permitiría algunos acercamientos al tratamiento de la variación y el cambio, en el sentido del MEN (1998), apuntando a posibles procesos asociados con la modelación.

Por lo anterior, a manera de hipótesis de diseño, se han incluido los problemas de optimización como un escenario, que puesto en juego en relación con la noción de función en un medio didáctico como Cabri, puede resultar rico en estrategias para el estudiante.

En este sentido, es necesario resaltar que la noción de orquestación instrumental en relación con la secuencia didáctica juega un papel importante, pues según TROUCHE (2002), la orquestación instrumental se entiende como una categoría que permite articular la concepción, el diseño y la puesta en escena de secuencias didácticas concebidas desde una mirada instrumental.

En este sentido, RABARDEL (1999) enfatiza que el impacto los instrumentos en la actividad cognitiva del sujeto está relacionado con las limitaciones específicas de los artefactos y las acciones que son posible con ellos. Es decir, los instrumentos ofrecen a los estudiantes nuevas formas de exploración, sin embargo siempre van a existir limitaciones y restricciones propias del artefacto.

En este caso particular, en el que se pretende la integración didáctica de un AGD en el desarrollo de una secuencia didáctica, es importante un acercamiento a las limitaciones y restricciones del mismo, en el sentido del campo de acciones posibles del artefacto (RABARDEL, 1999). Por ello, un AGD, se concibe como un micromundo, que le permite al estudiante, explorar simultáneamente la estructura de los objetos, y sus relaciones. En un AGD, los estudiantes pueden explorar

situaciones en las cuales se tiene como objeto que el estudiante interactúe con el saber, es decir formule, pruebe, construya modelos y conceptos.

Finalmente, se plantea la importancia de la gestión del profesor en el desarrollo de secuencia didáctica, pues éste asume un papel central en cuanto a la coordinación de los sistemas de instrumentos en la clase y el saber puesto en juego.

## 2. Marco de referencia conceptual

*Dimensión matemática.* Dentro de las diferentes funciones que se encuentran en el campo de las matemáticas, la función cuadrática es considerada como aquella que se puede expresar de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , donde  $a, b, c$  son números reales cualesquiera, y  $a \neq 0$ .

Las funciones cuadráticas, a diferencia de las funciones lineales, son funciones en las que aparece la variable independiente ( $x$ ) elevada al cuadrado, de ahí el calificativo cuadrática.

Dependiendo de los valores que puedan tomar  $a, b$  y  $c$ , la función cuadrática puede variar su forma, por ejemplo:

Cuando  $b = 0$  y  $c = 0$ , la forma de la función es  $y = ax^2$

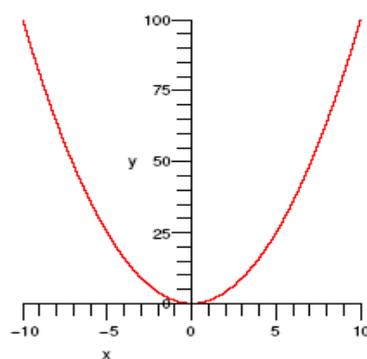
Cuando solo  $b = 0$ , la forma de la función es  $y = ax^2 + c$

Cuando solo  $c = 0$ , la forma de la función es  $y = ax^2 + b$

Si representamos gráficamente los puntos  $(x, f(x))$  de una función cuadrática, obtenemos siempre una curva llamada *parábola*<sup>107</sup>. La siguiente es una representación gráfica de una función cuadrática, tal que  $f(x) = x^2$ , tal que:

1. Si  $a > 0$  entonces la abre hacia arriba. Si  $a < 0$  abre hacia abajo.
2. El vértice es  $(-b/2a, f(-b/2a))$
3. La intersección y es  $c$ .

<sup>107</sup> La parábola es un lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano que no pertenece a la recta.



**Figura 1.** Representación gráfica de una función cuadrática donde  $a > 0$

*Dimensión cognitiva.* La dimensión cognitiva que se propone en este trabajo gira alrededor de la noción de instrumento y mediación instrumental desde la perspectiva de RABARDEL (1999). Esto constituye una mirada a la actividad del sujeto, explícitamente, la actividad matemática instrumentada.

La construcción, o génesis del instrumento, se realiza en el contexto de una actividad con instrumentos, la cual está relacionada con el tipo de tareas a las que el sujeto se enfrenta. De esta manera se reconoce que el instrumento no existe a priori, se construye, a partir del artefacto, por el usuario, cuando el usuario se lo apropia e integra en su actividad.

En este sentido se supone que entender las génesis instrumentales es comprender la articulación de dos procesos duales y simultáneos. Por un lado, el proceso de instrumentación centrado en el sujeto, es decir, en la emergencia de Esquemas de Uso (EU), y el proceso de instrumentalización dirigido al artefacto, relacionado con un estado de descubrimiento y selección de las claves relevantes, un estado de personalización (uno acomoda el artefacto a uno mismo, lo personaliza) y un estado de transformación del artefacto (TROCHE, 2002).

Puede entenderse entonces la naturaleza compleja de las génesis instrumentales, las cuales tienen aspectos individuales, como los reseñados anteriormente, pero también contemplan aspectos institucionales, e incluso, sociales y colectivos. Y es justamente sobre los aspectos colectivos de las génesis instrumentales que se estructura la dimensión didáctica que se presenta a continuación.

*Dimensión didáctica.* Se destaca que los instrumentos y los sistemas de instrumentos<sup>108</sup>, tienen una fuerte dimensión social y colectiva, pues se movilizan y son construidos en comunidades, como el salón de clase, alrededor de una actividad particular, en este caso, lo relativo a la actividad matemática.

Desde esta perspectiva, se asume la necesidad de incorporar una categoría teórica, desde la dimensión didáctica, que dé cuenta de la organización y modos de acción de esta comunidad cuando se pone en juego una situación matemática relacionada con la noción de función. Todo esto a partir de la mediación de instrumentos computacionales potencialmente desarrollados a partir de Cabri.

En el sentido de TROUCHE (2002), la orquestación instrumental se va a entender como un plan de acción, que participa en este caso en el sistema de “explotación didáctica”, con el propósito intencional de acompañar a los estudiantes en sus acciones instrumentadas. Se define la orquestación instrumental como un tipo de configuración experimental con cuatro componentes fundamentales:

- *Un conjunto de individuos*
- *Un conjunto de objetivos (relacionados con el comportamiento del tipo de tareas o el acomodamiento de un trabajo- en el ambiente)*
- *Una configuración didáctica (es decir una estructura general o el plan de acción)*
- *Un conjunto de explotación de esta configuración*

Los individuos son todos los estudiantes que participan en esa explotación o desarrollo de la secuencia didáctica que el profesor ya ha planificado con anterioridad. En las cuales se tiene en cuenta una configuración didáctica o fases de la ingeniería didáctica para lograr un aprendizaje de la noción, alrededor de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD).

El papel fundamental de la TSD, es que a través de las situaciones didácticas es posible modelar y contrastar experimentalmente nuevas formas de enseñanza, que surgen en el ámbito de un sistema didáctico, a partir de una problematización y cuestionamiento de un saber matemático puesto en juego.

La situación matemática puede ser modelada mediante un juego formal, el cual es *comunicable sin utilizar dicho conocimiento y la estrategia óptima del juego formal asociado a la situación*

<sup>108</sup> Es decir, un conjunto de instrumentos articulados alrededor de una necesidad o tarea.

*matemática se obtiene a partir de la estrategia... utilizando el conocimiento en cuestión.* BROUSSEAU (1986).

Por otra parte, dentro de la situación matemática vamos a encontrar una situación a-didáctica que por sí misma y en ausencia de toda indicación intencional, va a provocar un cambio de estrategia en el jugador estudiante. Este cambio debe ser, relativamente, estable en el tiempo y a las variables didácticas establecidas en la situación.

En este sentido las variables de una situación matemática son aquellos elementos del juego formal aptos para tomar diferentes valores y que al tomarlos provocan cambios en el juego que hacen variar la estrategia ganadora.

El medio es un “ambiente” artificial constituido intencionalmente con el objeto de generar retroacciones a la actividad del estudiante – jugador. La intención didáctica del medio está fundamentalmente relacionada con la naturaleza de las selecciones y las variables movilizadas en el diseño mismo de la situación a-didáctica.

La situación didáctica comprende una serie de intervenciones del profesor con el estudiante. Estas intervenciones son principalmente devoluciones e institucionalizaciones. La evolución de una situación didáctica requiere, por tanto, de la intervención constante, la acción mantenida y la vigilancia del profesor, la cual genéricamente denominaremos: gestión del profesor.

Desde la mirada de la gestión del profesor, éste busca que el estudiante, se ajuste a unas reglas, se responsabilice o haga suya una situación a a-didáctica, este aspecto central de la gestión del profesor, lo conocemos como actos de devolución.

No obstante la devolución de una situación consiste, no solo en presentarle al estudiante las reglas del juego sino, además, en hacer que el estudiante se sienta responsable del resultado que debe buscar. En este sentido, las devoluciones en el transcurso de desarrollo de las situaciones, son importantes para el aprendizaje, en tanto que le permite aceptar la responsabilidad y asumir las consecuencias de una situación de aprendizaje o un problema.

Finalmente las devoluciones aparecen subyacentes en aspectos fundamentales asociados con la gestión del profesor y relacionado con el contrato didáctico, en la medida que ayudan a explicar las relaciones de profesores y estudiantes las cuales son condicionadas por situaciones del salón de clase.

### **3. Metodología**

Se tienen en cuenta algunos referentes metodológicos de la microingeniería didáctica, donde se propone una organización y articulación de actividades con el objetivo de movilizar el aprendizaje de función cuadrática, en el contexto de la orquestación instrumental. El diseño metodológico aborda tres dimensiones de análisis (epistemológica, cognitiva y didáctica), y cuatro fases que dan cuenta del proceso experimental de la investigación.

*Fase 1: Análisis preliminares.* Dentro de los análisis preliminares encontramos las dimensiones, con sus respectivas unidades de análisis. El resultado de esta fase lo constituye la determinación de las variables didácticas a movilizar en el diseño de la secuencia.

*Dimensión epistemológica.* Unidad de análisis: Evolución de la noción de función a partir de problemas de optimización.

*DIMENSIÓN COGNITIVA.* Unidad de análisis: génesis instrumental y actividad instrumentada.

*Dimensión didáctica.* Unidad de análisis: orquestación instrumental.

*Fase 2: Concepción de la secuencia y análisis a priori.* Esta fase se desarrolla tomando en consideración los hallazgos de los análisis preliminares:

- Se describen las selecciones de nivel local y las características de la situación didáctica que de ellas se desprenden.
- Se analiza la intención de las situaciones propuestas en relación con el medio.
- Se prevén posibles estrategias de los estudiantes.

*Fase 3: Experimentación.* En esta fase se da cuenta de la realización y la puesta en escena de la secuencia diseñada, en relación con de condiciones previamente planificadas.

*Fase 4: Análisis a posteriori y evaluación.* Se basa en los datos recogidos en la fase de la experimentación, dados por los protocolos de los estudiantes y análisis de videos. Se desarrollara una retroalimentación entre los aspectos descritos en el análisis a priori y los resultados.

#### **4. Análisis de datos**

El diseño se puso en escena en un grado noveno de Educación Básica Secundaria, en una Institución Educativa pública del municipio de Cali, de la cual se obtuvieron los protocolos de los estudiantes y el registro fílmico, los cuales eran recogidos, organizados y sistematizados. La selección de los datos se hizo acorde con la intención del problema de investigación de dar cuenta del diseño de la secuencia por medio de las producciones escritas de los estudiantes y la puesta en escena de la secuencia por parte de su profesor regular de matemáticas.

Una vez se contó con la información organizada y sistematizada, se procedió al análisis de la misma, haciendo un análisis a posteriori, entre las hipótesis de diseño y los resultados obtenidos.

#### **5. Conclusiones**

El diseño metodológico, inspirado en la microingeniería didáctica, puesto en consideración, resulta coherente con la naturaleza del problema propuesto y los marcos teóricos utilizados para dar cuenta del mismo.

La concepción de la secuencia didáctica pone en juego una concepción de la orquestación instrumental como referente teórico que articula un dispositivo experimental que permite poner en juego las categorías teóricas que sustentan el problema de indagación.

La puesta en escena de la secuencia didáctica desde la perspectiva de la orquestación instrumental, pone en manifiesto que la noción de función cuadrática es posible, y altamente enriquecedor, trabajarla en el contexto de problemas de optimización.

Del análisis acerca de los conocimientos puestos en juego en el contexto de la secuencia didáctica, se ha podido caracterizar el papel de profesor al movilizar conocimientos a partir de una actividad con instrumentos

Se considera imprescindible concebir el diseño de una secuencia didáctica donde se articulen conocimientos matemáticos e instrumentales, desde la perspectiva de la perspectiva de la orquestación instrumental.

## Bibliografía

BROUSSEAU, G. (2006) Fundamentos de la didáctica de las matemáticas. En: Fundamentos metodológicos para la investigación en educación matemática. Cali: Universidad del Valle.

MEN. Lineamientos curriculares. Matemáticas. Bogotá: Ed. Magisterio.

PEDREROS M, ORDÓÑEZ L. (2002). Los sistemas algebraicos computacionales y de registro grafico, una herramienta para la resolución de problemas. Aprendizaje de la función lineal y Afín en el plano para la educación básica. Tesis par optar por el título de Licenciadas en Matemáticas y Física. Cali: Universidad del Valle.

RABARDEL, P. (1999) Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. En : Bailleul M. (Ed) Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques. Évolution des enseignants de mathématiques ; rôle des instruments informatiques et de l'écrit. Qu'apportent les recherches en didactique des mathématiques. Caen : IUFM de Caen.

TROUCHE, L (2002) Construction et conduite des instruments dan les apprentissages mathématiques: nécessite des orchestrations. En : En: GUIN, D. & TROUCHE, D. (Ed) Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail informatique: un problème didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions