

# ESTUDIO EXPLORATORIO SOBRE EL LENGUAJE DEL AZAR EN EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

## Exploratory study about the language of chance in secondary education

Hernández-Salmerón, E.<sup>a</sup>, López-Martín, M.M.<sup>b</sup> y Batanero, C.<sup>b</sup>

<sup>a</sup>IES Mediterráneo de La Línea de la Concepción, <sup>b</sup>Universidad de Granada

### Resumen

*Nuestro estudio se orienta a la evaluación del conocimiento de los términos verbales asociados con los sucesos aleatorios y la probabilidad en una muestra de 56 alumnos de 1º y 2º curso de la Educación Secundaria Obligatoria. Se observan carencias de vocabulario relativo al azar y dificultad en la búsqueda de sinónimos de expresiones relacionadas con la probabilidad a distintos niveles. Igualmente se perciben dificultades para proceder a valorar la probabilidad de diversas situaciones cotidianas con una especial confusión entre los términos “imposible” e “improbable” que tratan como sinónimos.*

**Palabras clave:** *probabilidad, lenguaje, alumnos de educación secundaria obligatoria.*

### Abstract

*Our study is oriented to the evaluation of the knowledge of the verbal terms associated with random events and the probability, in a sample of 56 students in the 1st and 2nd year of the Compulsory Secondary Education. We observe some deficiencies in the vocabulary relative to chance and also difficulty in finding synonyms of expressions related to probability at different levels. Difficulties are also perceived to assess the probability of different everyday situations with a special confusion between the terms “impossible” and “improbable” that are treating as synonyms.*

**Keywords:** *probability, language, students of compulsory secondary education.*

## INTRODUCCIÓN

Los contenidos de probabilidad aparecen en la Educación Secundaria Obligatoria en España (MECD, 2015), dentro del Bloque 5, Estadística y probabilidad, donde se presentan los estándares de aprendizaje, contenidos y criterios de evaluación sobre este tema para cada uno de los niveles educativos y orientaciones de la enseñanza. En concreto, para el 1º y 2º curso, se presentan los siguientes contenidos:

Fenómenos deterministas y aleatorios. Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación. Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante la simulación o experimentación. Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables. Espacio muestral en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos (MECD, 2015, p. 413).

Dentro de este tema destacamos el importante papel dado al lenguaje y otras representaciones de los objetos matemáticos por Duval (1993), no sólo son indispensables para la comunicación del trabajo matemático, sino también para el desarrollo de la misma actividad matemática. Este importante papel es reconocido en el citado documento curricular cuando se contempla la importancia de que el alumno pueda “comunicarse con las Matemáticas y sobre las Matemáticas” (p. 407), o cuando se indica “En este proceso de resolución e investigación están involucradas muchas otras competencias, además de la matemática, entre otras, la comunicación lingüística, al leer de forma comprensiva los enunciados

y comunicar los resultados obtenidos” (p. 408) e igualmente en varios estándares de aprendizaje evaluables, tales como “Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada” (p. 409). Será por tanto necesario asegurar un correcto conocimiento del lenguaje en cada tema abordado y en particular, para el aprendizaje de la probabilidad, con el fin de asegurar tanto la comprensión de los estudiantes como su competencia en la resolución de problemas.

El objetivo del trabajo es realizar un estudio para conocer la terminología que los estudiantes asocian a los fenómenos aleatorios y la probabilidad los estudiantes en los primeros dos cursos de Educación Secundaria Obligatoria. Las investigaciones sobre comprensión del lenguaje de probabilidad se han llevado a cabo en un periodo en que la probabilidad no se enseñaba en la escuela primaria y se han realizado en muchos casos con entrevistas; en otras, como las de Green (1983) y Cañizares (1997) se han utilizado cuestionarios escritos. Pero estos cuestionarios estaban centrados en un contenido más amplio y el conocimiento del lenguaje se evaluaba en pocos ítems y era un tema marginal en dichas investigaciones. Además, estaba pensado para niños desde los 10 años a 14; no concretamente en los de 12-15 que sería la edad en que se centra nuestro estudio. En consecuencia nuestro trabajo contribuye a ampliar los resultados de investigación sobre esta temática.

## MARCO TEÓRICO

Un elemento fundamental en la construcción del conocimiento matemático es el lenguaje verbal, que, iniciándose a partir del lenguaje cotidiano, progresivamente se transforma en otro de mayor nivel de abstracción (Schleppegrell, 2007). Según este autor los desafíos lingüísticos del lenguaje matemático incluyen el carácter multi-semiótico de muchos términos, los procesos relacionales implicados en las frases nominales y el significado preciso de las conjunciones. Son también importantes las relaciones lógicas implícitas que enlazan los elementos del discurso matemático, en especial en los libros de texto (Lemke, 2003; O’Halloran, 2003). En el caso de la probabilidad un ejemplo aplicable sería cuando el estudiante debe relacionar elementos verbales y numéricos con gráficos, tablas y símbolos y las relaciones entre estas diversas representaciones son con frecuencia implícitas. Además el uso de las estructuras lingüísticas varía en matemáticas respecto al lenguaje cotidiano (Adams, 2003).

La doble función, representacional e instrumental, del lenguaje matemático es resaltada por Godino, Batanero y Font (2007), pues el lenguaje permite designar objetos abstractos que no podemos percibir y ayuda a operar con ellos. Estos autores, en su teorización, asumen que los objetos matemáticos emergen de las prácticas realizadas para resolver problemas. También indican que el lenguaje matemático es la parte perceptible (ostensiva) de las prácticas. Además, dicho lenguaje matemático tiene un gran poder de comunicación, al ser conciso y preciso y tener una amplia variedad (notaciones, palabras y expresiones, símbolos, tablas, etc.). El lenguaje matemático es considerado en sí mismo como una de las categorías primarias de objetos en esta teorización, pero su papel esencial se deduce de su uso como soporte tanto a las situaciones-problemas y argumentos como a las definiciones, procedimientos y proposiciones y estas tres últimas, a su vez, regulan el uso del lenguaje.

De acuerdo a Godino, Batanero y Font (2003) el lenguaje matemático permite representar informaciones de naturaleza muy diversa, poniendo de relieve relaciones no directamente observables y permitiendo realizar predicciones. Por ello los alumnos deben tener suficiente dominio del lenguaje para entender los problemas que se les plantean, resolver las tareas, comunicar las soluciones encontradas y justificarlas a otras personas o al profesor. Este dominio, en el caso particular de la probabilidad elemental es el que tratamos de evaluar para los estudiantes de nuestra muestra.

## ANTECEDENTES

Shuard y Rothery (1984) distinguen tres categorías de lenguaje verbal en matemáticas:

- Términos o expresiones de la vida cotidiana, cuyo significado no varía al utilizarlos en matemáticas; por ejemplo, en probabilidad la palabra “dado”.
- Aquellas expresiones o palabras usadas en la vida diaria, pero cuyo significado puede variar cuando se utilizan en las matemáticas; sería el caso de las palabras “seguro” o “Imposible”.
- Términos que sólo se utilizan en la matemática, como, por ejemplo, varianza.

En nuestro estudio nos centramos en la segunda categoría, es decir, consideramos aquellos términos que aun formando parte del lenguaje cotidiano, también tienen un significado probabilístico bien marcado, y que muchas veces el alumnado confunde con el atribuido en la vida real, no tan preciso. La dificultad ligada a la interpretación de estos términos ha sido remarcada por algunos investigadores. Destacamos, en primer lugar a Green (1983), quien elaboró un cuestionario con el que recogió datos de cerca de 3000 alumnos ingleses de 11 a 16 años para conocer su grado de conocimiento en conceptos probabilísticos e intuiciones aleatorias. Uno de los apartados de su cuestionario, denominado razonamiento verbal, evaluaba el conocimiento del lenguaje verbal probabilístico del alumnado y su uso en situaciones de incertidumbre. Constaba de cinco ítems diferentes; algunos de ellos han sido adaptados para nuestra investigación. Estos ítems evalúan la comprensión de los siguientes términos: “muy probable”, “improbable”, “probable”, “poco probable”, “imposible”, “posible”, “poca posibilidad”, “igual posibilidad”, “sucede al azar” y “seguro”. En unos ítems se pide al niño explicar con sus propias palabras qué significa el término; en otros dar sinónimos de las palabras o escribir una frase utilizándola; o finalmente indicar cuántas veces entre 10 o entre 100 ocurrirá el suceso calificado con dicha palabra.

Como réplica de esta investigación, Cañizares (1997), identifica el grado de comprensión del lenguaje probabilístico de un grupo de 350 alumnos de entre 10 y 14 años de varios centros públicos de Jaén utilizando el test de Green indicado anteriormente. Cañizares obtiene resultados positivos comparándolos con los obtenidos por Green en Inglaterra en algunos ítems, siendo los resultados en otros ligeramente inferiores. En la mayoría de los ítems obtiene más del 50% de respuestas correctas. Como principal dificultad destaca la diferenciación entre “imposible” e “improbable” y entre “muy probable” y “seguro” o la comprensión de “sucede al azar” y donde se obtuvieron peores resultados que en el trabajo de Green (1983). También destaca un alto porcentaje de respuestas confusas, debido a la poca capacidad de comunicación escrita de los niños o a la confusión entre suceso y experimento.

Son también importantes los estudios del lenguaje probabilístico en los libros de texto en España. Resaltamos, entre otros, el elaborado por Gómez, Contreras y Batanero (2015) con dos series de libros, donde se identifican los términos relacionados con la probabilidad y se seleccionan las siguientes variables para el análisis: expresiones verbales, símbolos, expresiones numéricas, representaciones tabulares y gráficas. A lo largo de los cursos, la riqueza en el vocabulario usado y la complejidad de las representaciones aumenta, aunque en los libros de texto se observa un uso continuado de expresiones cotidianas. El lenguaje verbal se usa para referenciar conceptos, propiedades, procedimientos o para sugerir un significado específico de la probabilidad. Por ejemplo, los términos *caso favorable* o *juego equitativo* están ligados al significado clásico, mientras que frecuencia, repetición están ligados al frecuencial. La mayoría de los términos se usan con el mismo sentido en el lenguaje ordinario, pero no siempre y hay otros específicos (como regla de Laplace, fracción) propios de la matemática.

Respecto a los textos de educación secundaria un trabajo reciente es el de Ortiz, Albanese y Serrano (2016), quienes analizan el lenguaje de la estadística y probabilidad en tres libros de texto españoles de Educación Secundaria publicados el pasado año. Los resultados muestran la gran riqueza y diversidad de expresiones verbales y predominio de lenguaje coloquial frente al formal; el lenguaje se asocia a diversos significados de la probabilidad (intuitivo, clásico, frecuencial y formal). El lenguaje numérico se desarrolla de acuerdo a la introducción de diferentes sistemas numéricos en la enseñanza y se encuentra también amplio uso de representaciones tabulares y gráficas. Algunas diferencias en los libros indican el importante papel del profesor al seleccionar y usar estos libros en la enseñanza.

## **MÉTODO**

La investigación se enmarca dentro de los diseños de tipo descriptivo y aplicado (Bisquerra, 1989), concretamente, se ha llevado a cabo un estudio exploratorio con el fin de evaluar los conocimientos básicos en lenguaje del azar que tienen los estudiantes seleccionados. En una primera fase de la investigación se ha elaborado un cuestionario que se ha utilizado como principal herramienta, a continuación se ha pasado a la recogida de datos para, posteriormente, analizar y obtener nuestras conclusiones. Sobre las respuestas de los estudiantes se realizó un análisis de contenido de los ítems de respuesta abierta (Bernete, 2013). Mediante un proceso inductivo se obtuvieron las listas de palabras y expresiones verbales ofrecidas por los estudiantes, revisando la codificación varias veces para asegurar la fiabilidad.

### **Muestra**

La muestra seleccionada en el estudio está formada por 56 estudiantes de primero y 33 de segundo curso de ESO de un instituto de La Línea de la Concepción con edades comprendidas entre los 12 y 15 años. Cuarenta y cuatro estudiantes eran chicas y la distribución de chicos y chicas en cada curso era muy similar. El instituto tiene características similares a otros centros, en las variables relacionadas con el perfil económico, cultural y social de los padres.

Los estudiantes de primero provienen de tres centros de Educación Primaria distintos es por ello que varios de ellos reconocen no haber tenido ninguna toma de contacto con el tema a evaluar en esta investigación. En el caso de segundo curso nos encontramos con una situación similar ya que algunos de los estudiantes no estudiaron el tema de estadística y probabilidad en el primer curso.

El cuestionario se pasó a los estudiantes entre los meses de abril y mayo según la disponibilidad del grupo para no interferir en su ritmo habitual de clase. Con la colaboración de los docentes de estos grupos, se le mostró al alumnado una síntesis de la importancia de la investigación hoy en día, máxime en un centro educativo y se les explicó cómo ellos iban a ser protagonistas de un estudio en su misma aula. Entendida esta importancia, se continuó ofreciendo el cuestionario a todos los alumnos que se encontraban en la clase y se les dio todo el tiempo necesario hasta completarlo. La mayoría finalizó en 30 minutos o antes, necesitando algunos más de 40 minutos

### **Cuestionario**

La elaboración del cuestionario está basada en los trabajos desarrollados por Cañizares (1997) y Green (1993) quienes plantearon preguntas similares a estudiantes con edades comprendidas entre 10 y 14 años. En nuestro caso, se han propuesto cuatro ítems orientados a analizar el vocabulario que los alumnos han adquirido en relación con los fenómenos aleatorios además, en la elaboración del mismo se ha evitado usar un lenguaje formal. Los ítems propuestos se recogen en la Figura 1.

Todos los ítems tratan de valorar el vocabulario adquirido por el alumno sobre los fenómenos aleatorios. Los dos primeros se toman de los trabajos de Cañizares (1997) y Green (1993) quienes plantearon preguntas similares a niños de entre 10 y 14 años, observando que algunos niños daban un significado inapropiado a algunas palabras relacionadas con el azar.

En el ítem 1 está enfocado en ver el número de palabras que el alumno propone y de ellas, cuáles podrían corresponder a un vocabulario elemental sobre los fenómenos aleatorios (el alumno podría también proponer otras inapropiadas).

La elaboración del ítem 2 está orientada en queremos ver si el alumno es capaz de dar un sinónimo correcto o una frase con el mismo significado para cada una de las palabras incluidas en la actividad. También se verá cuáles de todas las expresiones se comprenden correctamente y si en alguna hay una confusión respecto a su significado.

El ítem 3 trata de ver si el alumno comprende la expresión “cincuenta por ciento de posibilidades”, y como consecuencia analizar su comprensión y discriminación de los conceptos de porcentaje y probabilidad. Las respuestas correctas serían la *Tiene tantas posibilidades de éxito como de fracaso*, *Tiene igual posibilidad de ocurrir que de no ocurrir* y *Sucedo más o menos 5 de cada 10 veces*. Pero algunos alumnos podrían interpretarlo como alguna de las otras frases o bien considerar incorrecta *Sucedo más o menos 5 de cada 10 veces* al esperar una ocurrencia exacta del 50%.

El último ítem ha sido adaptado de un ejercicio propuesto en Batanero y Godino (2004) y pide a los alumnos usar el vocabulario que ya conocen para dar una valoración cualitativa de probabilidades. Los alumnos han de utilizar su conocimiento del contexto (su experiencia con la meteorología en su ciudad), junto con el vocabulario para completarla. No hemos encontrado estudios que evalúen la comprensión de este ítem con estudiantes, por lo que este es un punto original de nuestro trabajo.

- Ítem 1.** Haz una lista lo más larga posible de palabras que uses para hablar del azar.
- Ítem 2.** Escribe dos palabras o frases que signifiquen lo mismo que: imposible, posible, igual probabilidad, poca posibilidad, seguro, inseguro, imposible, muy posible.
- Ítem 3.** Indica con una cruz (X) aquellas frases que quieren decir lo mismo que “**tiene un cincuenta por ciento de posibilidades**”: Puede ocurrir o no, tiene tantas posibilidades de éxito como de fracaso, sucederá 50 veces de cada 50, puede suceder algunas veces, tiene igual posibilidad de ocurrir que de no ocurrir, sucede más o menos 5 de cada 10 veces.
- Ítem 4.** El profesor ha pedido a Daniel que prepare un pronóstico del tiempo que hará mañana en La Línea de la Concepción ofreciéndole varias opciones:
- Lloverá todo el día
  - Lloverá solo un rato
  - La temperatura a mediodía será 40 grados o mayor
  - Habrá una temperatura a mediodía entre 10 y 20 grados
  - Mañana nevará en La Línea
  - Lloverá tanto que habrá inundaciones
- Completa cada frase según la posibilidad que crees de que ocurra (o usando las frases del Ítem 2). Usa como ejemplo la siguiente: “**Es poco probable** que llueva todo el día”.
- a. \_\_\_\_\_ que llueva solo un rato.
  - b. \_\_\_\_\_ que la temperatura a mediodía sea 40 grados o mayor.
  - c. \_\_\_\_\_ que haga una temperatura a mediodía entre 10 y 20 grados.
  - d. \_\_\_\_\_ que mañana nieve en La Línea.
  - e. \_\_\_\_\_ que llueva tanto que haya inundaciones.

Figura 1. Tareas propuestas en el cuestionario

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados del ítem 1 que fue de especial dificultad para el alumnado, se presentan en la Tabla 1, que indica la necesidad de mejora de la competencia lingüística y de la expresión escrita. En general, los estudiantes de primer curso han ofrecido un mayor número de palabras, se ha contabilizado por alumno 1,6 palabras mientras que en segundo disminuye a 0,8. Sin embargo, el análisis del porcentaje de alumnos que no dan respuesta alguna al ítem es ligeramente mayor en primero (44,6%) que en segundo (39,4%). De la lista de palabras aportadas por el alumnado, destaca el uso continuado de los términos “suerte”, “casualidad” y “aleatorio” y de las expresiones de probabilidad “seguro”, “poco probable” y “muy probable” (véase Figura 2). En algunos casos, se han encontrado situaciones en los que los estudiantes incluyen objetos que son empleados en experimentos aleatorios como dados o cartas, este hecho puede ser originado por una confusión entre el objeto y la realización del experimento, pero en todo caso la respuesta es deficiente. Los resultados obtenidos en este ítem coinciden con los obtenidos por Cañizares (1997).

Tabla 1. Resumen de respuestas al ítem 1

	1º curso (n = 56)	2º curso (n = 33)
Número de palabras correctas	88	28
Número de palabras incorrectas	11	23
No responden	25 alumnos	13 alumnos

Por otro lado, se ha detectado la aparición de frases como “elegir sin pensar”, “espontáneo” y “rápido”; sin embargo destacamos la presencia de descripciones imprecisas de algunos conceptos debido a la falta de vocabulario (véase tercera respuesta incluida en la Figura 3, donde se incluye una frase que no se refiere al azar en sí mismo sino a la comparación de dos probabilidades).

5. Haz una lista lo más larga posible de palabras que uses para hablar del azar.

Improbable, poco posible, es muy seguro, probablemente, posiblemente, imposible, posible, inseguro, muy poco probable y muy posible.

Figura 2. Respuesta al ítem 1 del alumno 29 (1º ESO)

5. Haz una lista lo más larga posible de palabras que uses para hablar del azar.

1. Suerte  
2. Probabilidad  
3. Si hay más tanto por ciento de una cantidad que de otra es más probable que salga el que tiene mayor porcentaje.

Figura 3. Respuesta al ítem 1 del alumno 36 (1º ESO)

Recordemos que el ítem 2 está diseñado para que los estudiantes faciliten dos sinónimos o frases que signifiquen lo mismo que algunos términos de probabilidad. De la información recogida en la Tabla 2 podemos concluir que las palabras que presentan, en mayor proporción, algún sinónimo (2 y 1) corresponden, en el caso de primero con imposible (51,8%) e inseguro (41,1%) mientras que para el segundo curso han sido imposible (66,7%) y posible (63,7%). Comparando los resultados obtenidos en este ítem con los hallados por Cañizares (1997) observamos ciertas diferencias ya que la autora señaló las dificultades que mostraron los estudiantes en la identificación del término “imposible”. En el resto, son mayoría los que han dejado el ejercicio sin realizar, por lo que se deduce la existencia de cierta dificultad a la hora de expresar conceptos conocidos y emplear expresiones diferentes a las que están habituados.

Tabla 2. Porcentaje de alumnos según número de respuestas correctas al ítem 2

	1º ESO			2º ESO		
	2	1	0	2	1	0
1. Imposible	21,4	30,4	48,2	18,2	48,5	33,3
2. Posible	10,7	28,6	60,7	6,1	57,6	36,4
3. Igual posibilidad	3,6	21,4	75,0		39,4	60,6
4. Poca posibilidad	8,9	32,1	58,9		33,3	66,7
5. Seguro	10,7	16,1	73,2	9,1	30,3	60,6
6. Inseguro	16,1	25,0	58,9		42,4	57,6
7. Muy posible	8,9	21,4	69,6		24,2	75,8

Aunque se observa que los estudiantes de segundo curso tienen menor porcentaje de apartados sin ninguna respuesta, es notable que la proporción de dos respuestas correctas siempre sea mayor en primero, por lo que se intuye que este alumnado comprende mejor las expresiones indicadas y les resulta más fácil encontrar otros sinónimos.

A la hora de responder, muchos alumnos han decidido usar palabras sinónimas o incluso cambiar palabras como “inseguro” a “no es seguro”, lo que conlleva un significado parecido de forma sencilla. También se ha observado algunas expresiones coloquiales como “sí o sí” para un suceso “seguro” o “puede que sí o puede que no” para “inseguro”.

Por el contrario, se destaca la presencia de un vocabulario más complejo con el uso de palabras como “factible”, o “inviabile” para describir “posible” e “imposible”. Además, algunos de los estudiantes han hecho uso de los términos probabilísticos “50% de probabilidades” o “10 de cada 20” para expresar “igual probabilidad” e incluso, un alumno finaliza la tarea añadiendo un experimento para representar el mismo significado de la frase. Un ejemplo de respuesta a esta pregunta se presenta en la Figura 4, donde el alumno en ocasiones presenta un ejemplo de una situación en que se aplica la palabra (en el caso de imposible y seguro). También utiliza la negación (no posible para imposible) y sinónimos (igual posibilidad e igual probabilidad). Todas las respuestas son correctas, excepto el caso en que indica que posible significa casi seguro, una confusión que también encontró Cañizares (1997).

i. Escribe dos palabras o frases que signifiquen lo mismo que:

a. Imposible	1. No posible 2. Nunca va a salir (una bola verde, si todas son rojas)
b. Posible	1. Casi seguro 2. Probable
c. Igual posibilidad	1. Mismo porcentaje de que sí y no. 2. Misma probabilidad
d. Poca posibilidad	1. Más probable que no salga 2. Menos probabilidad de que salga
e. Seguro	1. Sale (una bola roja, si todas son rojas). 2. No va a salir otra cosa
f. Inseguro	1. Puede que sí o puede que no 2. Crees pero no estás seguro de que salga

Figura 4. Respuesta al ítem 2 del alumno 24 (1º ESO)

El análisis del Ítem 3 nos ha permitido concluir que un alto porcentaje de estudiantes de primero consideran las respuestas “1. Puede ocurrir o no” (85,7%), “2. Tiene tantas posibilidades de éxito como de fracaso” (82,1%) y “5. Tiene igual posibilidad de ocurrir que de no” (78,6%) correctas. En el caso de primero los resultados son similares, pero con la diferencia de que el 100% de los estudiantes consideran adecuada la frase “tiene igual posibilidad de ocurrir que de no”.

De los resultados recogidos en la Tabla 3 se tiene que de las tres respuestas correctas (respuestas 2, 5 y 6) algunos estudiantes no reconocen “6. Sucede más o menos 5 de cada 10 veces” como expresión equivalente a “Tiene un cincuenta por ciento de posibilidades” (41,1% en primero y 21,2% en segundo). Señalamos que un alto porcentaje de estudiantes, tanto de primero como de segundo, señalan la respuesta 1 como sinónima asignando un 50% de probabilidad de ocurrencia cuando en realidad no es conocida. Esta respuesta ha generado gran confusión entre los estudiantes ya que muchos de ellos, aun teniendo correctas todas las demás respuestas, han errado en esta. Pudiera haber implícito el sesgo de equiprobabilidad (Le-coutre, 1992) por la que muchos sujetos consideran que los sucesos aleatorios son siempre equiprobables.

Por otro lado, si se realiza el estudio comparativo entre ambos grupos se tiene que los estudiantes de primero han tenido mayor problema a la hora de llevar a cabo el ejercicio, ya que más de un tercio de los estudiantes consideran, además de la 1, las respuestas 3 y 4 como correctas, mientras que en el caso de segundo no supera el 13%.

Tabla 3. Porcentaje de alumnos que respondieron “Si” al ítem 3

50% de probabilidad	1º curso	2º curso
1. Puede ocurrir o no	85,7	84,9
2. Tiene tantas posibilidades de éxito como de fracaso	82,1	87,9
3. Sucederá 50 veces de cada 50	33,9	9,1
4. Puede suceder algunas veces	37,5	12,1
5. Tiene igual posibilidad de ocurrir que de no ocurrir	78,6	100
6. Sucede más o menos 5 de cada 10 veces	58,9	78,8

Por último, el ítem 4 estaba orientado a que los estudiantes asignen uno de los términos presentados en el ítem 2 a un suceso de contexto meteorológico de su ciudad. Cada una de las opciones ofrecidas marca un nivel distinto a la probabilidad de ese suceso, por lo que para hacer la asignación deben comprender las diferencias entre cada una de estas palabras y utilizarlas correctamente, además de realizar una estimación aproximada de la probabilidad del suceso.

Los resultados en este ítem se presentan en la Tabla 4. A diferencia de los ítems realizados anteriormente, en este se ha detectado un mayor interés en su elaboración, ya que únicamente 5 alumnos de los 89 no han completado el ejercicio. Estos resultados pueden venir motivados por el contexto en el que se ha enmarcado el ítem. El estudio comparativo de las respuestas de ambos cursos no muestra grandes diferencias a la hora de seleccionar el término que exprese mejor la probabilidad del suceso representado por cada una de las frases incluidas en el ítem. La máxima discrepancia aparece cuando los estudiantes califican a los sucesos “Más de 40 grados” con 50% de probabilidad e “Inundaciones” como “Poco probable”.

Tabla 4. Porcentaje de alumnos que califica cada suceso con diferente probabilidad

	Imposible		Poco probable 50%				Muy probable		Seguro	
	1º	2º	1º	2º	1º	2º	1º	2º	1º	2º
Llover un rato	13,7	18,2	21,6	30,3	52,9	48,5	9,8	3		
Más de 40 grados	54,9	48,5	29,4	24,2	5,9	27,3			5,9	
10-20 grados	5,9	9,1	11,8	9,1	54,9	57,6	19,6	15,2	7,8	9,1
Nevar	88,2	100	9,8				2			
Inundaciones	45,1	51,5	35,3	18,2	13,7	30,3	2		3,9	

Las respuestas al ítem vienen motivadas por el lugar y la época del año en el que se llevó a cabo el cuestionario, ya que este se está aplicando en una zona de clima generalmente bueno durante todo el año y en primavera, Si se analizan cada una de las frases que se propusieron se observa lo siguiente

- El suceso “Llover un rato” mayoritariamente se ha calificado con la probabilidad “50%”, seguido de poco probable;
- El suceso “Más de 40 grados” generalmente es considerado como “Imposible” o poco probable, aunque llama la atención, tal y como se ha comentado antes, que el 27,3% de los estudiantes de segundo de ESO asignan la probabilidad “50%” lo que muestra la falta de diferenciación entre poco probable y 50% de probabilidad;
- En el caso del suceso “10-20 grados” más de la mitad de los estudiantes de ambos grupos consideran una probabilidad de “50%” seguido de “Muy probable”;
- Los estudiantes califican el suceso “Nevar” como “Imposible” y tanto el “50%” como “Seguro” no es seleccionado por ningún alumno, concretamente, todos los estudiantes del segundo úni-

camente consideran la opción de “Imposible”; de hecho el suceso no es totalmente imposible, pero sería muy raro que nevara en primavera. Vemos acá la confusión entre imposible y muy poco probable descrita por Cañizares (1997) y Green (1983).

- En el caso del suceso “Inundaciones” observamos que existe más variabilidad en las respuestas, pero en general se tiende a seleccionar la probabilidad “Imposible” en ambos cursos, de nuevo indicando la confusión señalada.

## CONCLUSIONES

El cuestionario ha resultado rico por la información proporcionada y sencilla de comprender y completar por parte de los estudiantes de ambos cursos. Nuestros resultados corroboran los observados en las investigaciones de Cañizares (1997) y Green (1983) en un periodo en que no se enseñaba probabilidad en la educación primaria. Los currículos actuales recomiendan esta enseñanza y los libros de texto presentan actividades dirigidas a familiarizar a los niños con el lenguaje del azar (Gómez, Contreras y Batanero, 2015). Sería importante asegurar que se realiza una enseñanza efectiva de este tema para mejorar el vocabulario probabilístico de los alumnos.

Las principales carencias que se ha podido constatar mediante el análisis de las respuestas de los estudiantes han sido:

- Limitaciones de vocabulario relativo al azar y dificultad en la búsqueda de sinónimos de expresiones relacionadas con la probabilidad a distintos niveles.
- Dificultades para proceder a valorar la probabilidad de diversas situaciones cotidianas con una especial confusión en los términos “Imposible” e “Improbable” que tratan como sinónimos.

Destacamos los resultados del ítem 4, respecto al cual no hemos encontrado investigaciones previas. Como errores más destacados en el Ítem 4 aparecen ciertas confusiones entre los términos imposible y poco probable, resultados similares a los obtenidos por Cañizares (1997) y Green (1993) en los ítems 1 a 3, pero que se han confirmado en este nuevo ejercicio.

Ejemplo de ello lo tenemos en la asignación de una expresión probabilística para el suceso “Más de 40 grados”, donde se cree que los estudiantes han tenido en cuenta las temperaturas templadas de la ciudad en la época en que se pasó el cuestionario y en el suceso “Nevar”, debido al hecho de que hace más de 60 años que no nieva en La Línea de la Concepción. Con respecto al suceso “Inundaciones” destacamos las respuestas “Muy probable” y “Seguro” de los estudiantes de 1º de ESO, pensamos que estas respuestas están influenciadas por la no asistencia a clase de muchos de los alumnos los días de lluvias fuertes.

## Agradecimientos

Proyecto de investigación EDU2013-41141-P y EDU2016-74848-P (AEI, FEDER) y grupo de investigación FQM126 de la Junta de Andalucía.

## Referencias

- Adams, T. L. (2003). Reading mathematics: More than words can say. *The Reading Teacher*, 56(8), 786–795.
- Batanero, C. y Godino, J. D. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Bernete, F. (2013). *Análisis de contenido. Conocer lo social: estrategias y técnicas de construcción y análisis de datos*. Madrid: Universidad Complutense.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa*. Barcelona: P.P.U.

- Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Duval, R. (1993). *Semiosis et noesis*. México: Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Gómez, E., Contreras, J. M. y Batanero, C. (2015). Significados de la probabilidad en libros de texto para educación primaria en Andalucía. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 69-72). Alicante: SEIEM.
- Green, D. R. (1983). A survey of probabilistic concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. En D. R. Grey et al. (Eds.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics* (Vol.2, pp.766-783). Sheffield: Teaching Statistics Trust.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in “purely random” situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23(6), 557-568.
- Lemke, J. L. (2003). Mathematics in the middle: Measure, picture, gesture, sign, and word. En M. Anderson, A. Sáenz-Ludlow, S. Zellweger, V. Cifarelli (Eds.), *Educational perspectives on mathematics as semiosis: From thinking to interpreting to knowing* (pp. 215–234). Ottawa: Legas.
- MECD, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid: Autor.
- O’Halloran, K. L. (2003). Educational implications of mathematics as a multisemiotic discourse. En M. Anderson, A. Sáenz-Ludlow, S. Zellweger, V. Cifarelli (Eds.), *Educational perspectives on mathematics as semiosis: From thinking to interpreting to knowing* (pp. 185–214). Brooklyn, NY y Ottawa, Ontario: Legas.
- Ortiz, J. J., Albanese, V. y Serrano, L. (2016). El lenguaje de la estadística y probabilidad en libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 397-406). Málaga: SEIEM.
- Schleppegrell, M. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading and Writing Quarterly*, 23,139-159.
- Shuard, H. y Rothery, A. (Eds.) (1984). *Children reading mathematics*. London: Murray.