

CÓMO PROGRESAN ESTUDIANTES PARA MAESTRO EN LA IDENTIFICACIÓN DE ELEMENTOS MATEMÁTICOS NECESARIOS PARA INTERPRETAR LA COMPRENSIÓN DE LA LONGITUD Y SU MEDIDA EN ALUMNOS DE EDUCACIÓN INFANTIL

How do prospective kindergarten teachers progress in the identification of mathematical elements needed for interpreting the understanding of children in the learning of length and its measure?

Pérez-Tyteca, P.^a, Callejo, M.L.^a, Moreno, M.^a, Sánchez-Matamoros, G.^b y Valls, J.^a

^aUniversidad de Alicante, ^bUniversidad de Sevilla

Resumen

El objetivo de esta investigación es analizar cómo un experimento de enseñanza diseñado ad hoc ayudó a los estudiantes para maestro en Educación Infantil a progresar en la identificación de los elementos matemáticos sobre la longitud y su medida, necesarios para interpretar situaciones de enseñanza-aprendizaje. A los estudiantes para maestro de infantil se les proporcionó como información una trayectoria de aprendizaje sobre este tópico. Los resultados muestran que a los estudiantes les ha resultado más fácil identificar algunos elementos matemáticos como el reconocimiento de la longitud, la unicidad y la iteración de la unidad de medida. La mitad de ellos fueron capaces de identificar simultáneamente la unicidad y la iteración, lo que les permitió a dos terceras partes de estos estudiantes interpretar la comprensión de algunos de los niños.

Palabras clave: longitud, medida de la longitud, elementos matemáticos, mirada profesional, educación infantil.

Abstract

The aim of this research is to analyse the effects of a teaching experiment designed ad hoc, on prospective kindergarten teachers while they learn to identify the mathematical elements needed for interpreting teaching situations related to length magnitude and its measure. Prospective kindergarten teachers had theoretical information of a learning trajectory of length as a magnitude and its measure. The easiest elements of identifying were recognition of length, unicity and the iteration of length unit. One half of them, identified unicity and iteration, both together, what allow them interpret the understanding of children.

Keywords: length, measure of lengths, mathematical elements, professional noticing, childhood education.

INTRODUCCIÓN

Las investigaciones sobre el desarrollo profesional del profesor de matemáticas han destacado la importancia de aprender a identificar los aspectos relevantes en una situación de enseñanza, analizar estos aspectos y usar este análisis para tomar decisiones informadas; es decir, que los estudiantes para profesores o los profesores en ejercicio desarrollen destrezas para analizar la práctica de forma sistemática (van Es y Sherin, 2002). Esto les ayudará a estar mejor preparados para buscar propuestas de acción con el propósito de que los estudiantes progresen en el aprendizaje.

Pérez-Tyteca, P., Callejo, M.L., Moreno, M., Sánchez-Matamoros, G. y Valls, J. (2017). Cómo progresan estudiantes para maestro en la identificación de los elementos matemáticos necesarios para interpretar la comprensión de la longitud y su medida en alumnos de educación infantil. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 397-406). Zaragoza: SEIEM.

Este tipo de análisis, cuando se centra en las producciones de los estudiantes, requiere que los profesores: (a) identifiquen en ellas los aspectos relevantes; (b) interpreten el pensamiento matemático de los estudiantes; y (c) tomen decisiones basadas en dicha interpretación (Jacobs, Lamb y Philipp, 2010). Jacobs Lamb y Philipp consideran que “existe una relación anidada entre las tres destrezas, de modo que decidir cómo responder en base a la comprensión de los estudiantes solo puede ocurrir si los profesores interpretan la comprensión de los estudiantes, y estas interpretaciones solo se pueden hacer si los profesores prestan atención a los detalles de las estrategias de los estudiantes” (p. 197).

Por otra parte uno de los temas relevantes en educación matemática desde la etapa de Educación Infantil es el de la medida, entendida como el conocimiento de los diferentes atributos, las formas de medirlos y las unidades necesarias para expresar el resultado. Alsina (2011) indica que el aprendizaje de la medida de los atributos mesurables es un proceso que comprende tres etapas cuya finalidad se especifica a continuación:

- Fase de preparación: Reconocer y comprender el atributo medible que se va a trabajar.
- Fase de práctica de medida: Descubrir la necesidad de comparar una magnitud con una unidad.
- Fase de consolidación de técnicas y construcción de conceptos: Comprender los diferentes órdenes de unidades y las equivalencias entre ellos.

En nuestro trabajo hemos diseñado un experimento de enseñanza que abarca las dos primeras fases y tenía como objetivo que los estudiantes para maestro de Educación Infantil aprendieran a usar evidencias del pensamiento matemático de los alumnos para tomar decisiones, en el contexto del aprendizaje de la magnitud longitud y su medida. Para ello les hemos proporcionado como información una trayectoria de aprendizaje sobre este tópico adaptada de Sarama y Clements (2009). Esta trayectoria consta de:

- (a) un objetivo de aprendizaje;
- (b) la progresión en el aprendizaje descrita a partir de los elementos matemáticos sobre la magnitud longitud y su medida (Tabla 1);
- (c) actividades instruccionales a lo largo de la secuencia.

Los elementos matemáticos de la magnitud longitud son los siguientes: reconocimiento de la longitud, conservación –la longitud de un objeto no cambia bajo ciertas transformaciones- y transitividad –si la longitud de un objeto X es menor que la de otro objeto Y, y la del objeto Y es menor que la de otro objeto Z, entonces la longitud del objeto X es menor que la del objeto Z. Y los elementos matemáticos de medida de la longitud son: unicidad de la unidad de medida, iteración de la unidad de medida, acumulación o número de iteraciones que se han realizado, universalidad de la unidad de medida y relación entre el número y la unidad de medida, es decir, a mayor longitud de la unidad de medida menor número de iteraciones.

De esta manera disponían de orientaciones sobre los elementos relevantes que debían identificar, sobre cómo éstos les ayudaban a situar a los estudiantes en un determinado nivel de comprensión, y también qué tipo de tareas deberían proponer a los niños de educación infantil (3-6 años) para que avanzasen en la comprensión. Esta trayectoria describe cinco niveles de comprensión; los tres primeros corresponden a la magnitud longitud y los dos últimos a su medida.

En distintas investigaciones (Sánchez-Matamoros, Fernández, Valls, García y Llinares, 2012; Zapatera y Callejo, 2013) se ha puesto de manifiesto que la identificación de los elementos matemáticos es condición necesaria pero no suficiente para poder interpretar la comprensión de los estudiantes. En este sentido Barnhart y van Es (2015) han considerado tres niveles de sofisticación o elaboración de las destrezas identificar, analizar y responder (Jacobs, Lamb y Philipp, 2010), y han investigado cómo el nivel de sofisticación o grado de elaboración de una de ellas puede o no influir en el nivel de sofis-

Tabla 1. Una progresión en el aprendizaje de la magnitud longitud y su medida (adaptada de Sarama y Clements, 2009)

Nivel	Progresión del desarrollo
1	Reconocen la longitud: – Identifican las cualidades de la longitud – Realizan comparaciones directas considerando la longitud de forma intuitiva.
2	Reconocen la conservación de la longitud: – Realizan comparaciones directas por desplazamiento de los objetos.
3	Utilizan la propiedad transitiva para realizar: – Comparaciones indirectas. – Ordenaciones de objetos. – Medidas de longitudes.
4	Identifican una unidad de medida: – Realizan iteraciones de unidad de medida. – Reconocen la propiedad de acumulación.
5	Reconocen la universalidad de la unidad de medida. Reconocen la relación entre número y unidad de medida. Comienzan a hacer estimaciones

ticación de las otras. Sus resultados muestran que un alto nivel de sofisticación en el análisis y la toma de decisiones ante una situación, requiere un alto nivel de sofisticación en la identificación de los aspectos relevantes, pero que esta relación no siempre se da en sentido inverso. Es decir, prestar una buena atención a los aspectos relevantes de la práctica es necesario, pero no suficiente para mejorar dicha práctica. Por ello, es importante proporcionar a los estudiantes para maestro ideas teóricas que les permitan analizar situaciones de la práctica, porque esto incidirá en el tipo de elementos que identifiquen como relevantes y en la forma en que usen estos elementos para interpretar estas situaciones.

El objetivo de nuestra investigación es analizar cómo un experimento de enseñanza diseñado ad hoc ayudó a los estudiantes para maestro de Educación infantil a progresar en la identificación de los elementos matemáticos sobre la longitud y su medida, que son necesarios para interpretar la comprensión de los alumnos de Educación Infantil, en distintas situaciones hipotéticas de enseñanza-aprendizaje.

MÉTODO

Los participantes fueron 47 estudiantes para maestro de Educación Infantil que cursaban la asignatura “Aprendizaje de la Geometría”, en el sexto cuatrimestre del “Grado en Maestro en Educación Infantil”. Uno de los módulos de la asignatura era el estudio de “La longitud y su medida en Educación Infantil”. Como ya se ha indicado, a los futuros maestros se les proporcionó un documento teórico con una trayectoria de aprendizaje adaptada de Sarama y Clements (2009).

A lo largo del módulo se les propusieron cinco tareas profesionales que consistían en analizar situaciones de enseñanza desde la perspectiva de las tres destrezas de la mirada profesional: identificar los elementos matemáticos, interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los niños y proponer decisiones de acción para que los niños avanzasen en su comprensión. En esta investigación nos hemos centrado en tres de las cinco tareas propuestas, la inicial, una intermedia y la final; hemos seleccionado estas tres porque eran las que se referían a las respuestas de los niños. En la Tabla 2 se describe cada una de ellas y se indica cuáles son los elementos matemáticos de la longitud y su medida que los participantes debían identificar, para interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los niños que participaron en las situaciones de enseñanza-aprendizaje propuestas.

Tabla 2. Descripción de las tres situaciones de enseñanza-aprendizaje y sus elementos matemáticos

Situación	Descripción de la situación de enseñanza-aprendizaje	Elementos matemáticos
Inicial	Se muestra un vídeo donde la maestra propone a los niños que recorten una tira de papel tan larga como cada uno de ellos. Los niños hacen diversos ensayos para hacer una señal a la tira y que quede exactamente de su altura (de pie, en el suelo, de pie pero apoyados en un armario...). Luego las decoran. Con ayuda de la maestra comparan la longitud de las tiras dos a dos y la maestra las ordena. (Adaptado de van den Heuvel-Panhuizen y Buys, 2005)	Reconocimiento Conservación
Intermedia	Se muestra con viñetas una salida de los niños, en dos equipos, a un parque para medir el contorno de un árbol que cada equipo selecciona. El equipo A seleccionó un árbol de tronco delgado y el equipo B otro de tronco grueso. Los niños han llevado trozos de cuerdas para medir, pero al equipo B no le alcanza la suya; ante esta dificultad cuatro niños rodean el tronco con sus brazos. Luego la maestra les pregunta qué pasaría si cambiasen dos de los cuatro niños por otros dos. La situación presenta evidencias del uso por parte de los niños de elementos matemáticos de la longitud y su medida. (Adaptado de Alsina, 2011)	Reconocimiento Unicidad Iteración Acumulación
Final	La maestra propone a los niños hacer collares usando cuerdas de distinta longitud y distintas formas (enrollada, estirada y doblada) y abalorios/cuentas de diferentes clases y tamaños (macarrones, estrellitas, etc.) y los niños eligen diferentes materiales para hacer el collar. Por ejemplo, Mario usó abalorios de distintos tamaños; Almudena eligió abalorios del mismo tamaño y los insertaba dejando huecos entre ellos; Elena y Luis usaron abalorios del mismo tamaño y los insertaron sin dejar huecos. Una vez confeccionados los collares, se produce un diálogo entre la maestra y los niños. El diálogo proporciona evidencias de diferentes características de la comprensión de la longitud y su medida. (Diseñado ad hoc)	Conservación Unicidad Iteración Acumulación

Como se puede constatar, cada elemento matemático está presente en dos situaciones. Las características de las respuestas de los niños a la tarea final, en cuanto a la comprensión que muestran de los elementos matemáticos y a su nivel en la progresión de aprendizaje (Tabla 1), se muestran en la Tabla 3.

Como puede observarse en la Tabla 3, el elemento *conservación* permite situar a Mario y Almudena en el nivel de progresión correspondiente, y los elementos *unicidad*, *iteración* y *acumulación* permiten hacerlo con Luis y Elena.

En cada situación se plantearon tres cuestiones relativas a las destrezas de identificar, interpretar y decidir del tipo:

- Cuestión 1. Justifica las **características de la comprensión** puestas de manifiesto en cada una de las viñetas indicando los elementos matemáticos que están implícitos.
- Cuestión 2. Según las características de la comprensión identificadas en la cuestión 1, ¿en qué **nivel de comprensión** situarías a los niños que participan en las viñetas? Justifica tu respuesta.
- Cuestión 3. Suponiendo que eres la maestra de estos niños, define **un objetivo de aprendizaje** y propón **una tarea** para seguir profundizando en la comprensión de la longitud y su medida.

Tabla 3. Características de las respuestas de los niños a la situación final

Niños	Nivel	Evidencias de la comprensión de los elementos matemáticos
Mario	1	NO comprende la conservación de la longitud. NO considera la unicidad de la cantidad que se toma como unidad.
Almudena	1	NO comprende la conservación de la longitud. SÍ considera la unicidad de la cantidad que se toma como unidad. NO considera la iteración de la unidad de medida.
Luis	4	SÍ comprende la conservación de la longitud. SÍ considera la unicidad de la cantidad que se toma como unidad, la iteración y la acumulación. No hay evidencias de que establezcan relación entre el número y la medida. NO hace uso de la relación inversa entre número y medida.
Elena	4	SÍ considera la unicidad de la cantidad que se toma como unidad, la iteración y la acumulación . NO hay evidencias de que establezcan relación entre el número y la medida .

Los datos son las respuestas de los participantes a las dos primeras cuestiones. Aunque se preguntaba explícitamente por los elementos matemáticos en la primera cuestión, los futuros maestros también han hecho referencia a estos en la segunda para razonar su respuesta.

Para el análisis de las respuestas de los participantes, en relación a cada uno de los elementos matemáticos hemos considerado tres categorías: (1) no nombra el elemento; (2) lo nombra o lo describe de forma retórica, sin usar las características de la tarea o las intervenciones de los niños; y, por último, (3) lo nombra y lo describe de forma razonada, apoyándose en las características de la tarea y/o en las intervenciones de los niños. Hemos considerado que en las respuestas de las categorías 1 y 2 no se identifica el elemento matemático en cuestión (NI), y que en las respuestas de la categoría 3 sí se identifica (I).

Para analizar el progreso de cada uno de los participantes en la identificación de los elementos matemáticos en las tareas del experimento de enseñanza, hemos recogido información, en primer lugar, sobre a qué elementos había hecho o no referencia; en segundo lugar, si identificaba o no cada elemento al que había hecho referencia. Hemos considerado que un estudiante para maestro identificaba un elemento matemático si lo hacía de forma razonada, apoyándose en las características de la tarea o en las evidencias proporcionadas por los diálogos de los niños. Este análisis nos permitió identificar para cada elemento matemático cuatro grupos de estudiantes para maestro: (1) los que no han identificado un elemento matemático en la primera tarea en la que interviene pero sí en la siguiente (NI-I); (2) los que han identificado un elemento matemático en las dos tareas en que interviene dicho elemento (I-I); (3) los que no han identificado un elemento matemático en ninguna de las dos tareas en que interviene (NI-NI); (4) los que han identificado un elemento matemático en la primera tarea que interviene pero no en la siguiente (I-NI). A continuación, analizamos si aquellos estudiantes para maestro que habían identificado los elementos matemáticos en la tarea final, los habían usado para interpretar la comprensión de los alumnos de infantil apoyándose en evidencias (Tabla 3).

Para asegurar la validez y fiabilidad del análisis, un grupo de cinco investigadores analizaron primero una pequeña muestra a partir de la cual se discutieron las codificaciones y las relaciones de éstas con las evidencias. Una vez llegado a un acuerdo, se añadieron nuevos datos con el objetivo de revisar las codificaciones iniciales y constatar su validez (Strauss y Corbin, 1994).

RESULTADOS

Los resultados muestran que los participantes han identificado con más frecuencia unos elementos que otros; por ejemplo, han identificado, en las dos tareas que aparecía, el elemento matemático ‘re-

conocimiento' (columna I-I; Tablas 4 y 5). Por otra parte, sólo algunos de ellos han identificado algunos de los elementos de medida (en particular 'acumulación' y 'unicidad') en las dos tareas en las que aparecían (columna NI-NI, Tabla 5). Por último, el mayor progreso se ha observado en los elementos de medida 'unicidad' e 'iteración' (columna NI-I; Tabla 5) y, sin embargo, parece que el reconocimiento del elemento 'conservación' (columna I-NI; Tabla 4) ha presentado algunas dificultades a lo largo de las diferentes tareas.

Tabla 4. Reconocimiento de los elementos matemáticos de la magnitud en las tareas propuestas

	NI-I	I-I	NI-NI	I-NI
Reconocimiento (Tareas inicial e intermedia)	4	24	11	8
Conservación (Tareas inicial y final)	8	4	15	20

Tabla 5. Reconocimiento de los elementos matemáticos de la medida en las tareas intermedia y final

	NI-I	I-I	NI-NI	I-NI
Unicidad (Tareas intermedia y final)	27	1	19	0
Iteración (Tareas intermedia y final)	28	7	11	1
Acumulación (Tareas intermedia y final)	9	5	27	6

Elementos matemáticos de la longitud

El elemento *reconocimiento de la longitud* aparecía en las tareas inicial e intermedia. Este elemento ha sido identificado mayoritariamente por los estudiantes para maestro (36 de los 47). De ellos 24 lo identificaron en la tarea inicial e intermedia; 8 en la tarea inicial y no en la intermedia; y finalmente, 4 estudiantes que no lo reconocieron en la tarea inicial, sí lo hicieron en la intermedia (Tabla 4).

Un ejemplo de estudiante que identifica este elemento tanto en la tarea inicial como en la intermedia es el E7-1 (estudiante número 1 del grupo 7) que, refiriéndose a la primera viñeta mostrada en la tarea inicial, comenta:

E7-1: Los niños reconocen la magnitud longitud como un atributo de la tira de papel, es decir, identifican 'largo-corto' y 'alto-bajo'.

En la tarea intermedia, este estudiante indica que uno de los equipos reconoce la longitud como un atributo y lo demuestra cuando los niños afirman:

E7-1: 'lo hemos elegido porque tiene el tronco fino y delgado'.

En relación al progreso en la identificación del elemento matemático reconocimiento cabe señalar que hay 4 estudiantes que progresan pues pasan de no identificarlo en la tarea inicial a hacerlo en la intermedia; así mismo hay 24 estudiantes que consolidan la identificación de dicho elemento al nombrarlo y describirlo de forma razonada en ambas tareas.

En cuanto al elemento *conservación de la magnitud* fue identificado por 32 estudiantes. De ellos 4 lo identificaron tanto en la inicial como en la final; 8 estudiantes que no lo reconocieron inicialmente, sí lo hicieron en la tarea final; y 20 que lo identificaron inicialmente no lo hicieron en la tarea final (Tabla 4).

La dificultad que entraña este elemento puede verse ejemplificada con el caso del estudiante E7-3, que en la tarea inicial sí identifica la conservación y lo justifica argumentando lo siguiente:

E7-3: En la viñeta 2 se transforma la tira de papel de vertical a horizontal y los niños aprecian que la longitud sigue siendo la misma.

Sin embargo, en la tarea final no hace alusión alguna a este elemento.

En relación al progreso en la identificación del elemento matemático conservación de la magnitud cabe señalar que hay 8 estudiantes que pasan de no identificarlo en la tarea inicial a identificarlo en la

final, por lo que podríamos hablar de que estos estudiantes han progresado en relación a la identificación de este elemento; igualmente 4 consolidan la identificación del elemento conservación al nombrarlo y describirlo de forma razonada en ambas tareas.

De los 12 estudiantes que han progresado cabe señalar que esta identificación le ha permitido a 9 de ellos interpretar la comprensión de al menos dos de los niños de la tarea final, Mario y Almudena. Por ejemplo, el estudiante E1-20 afirma lo siguiente:

E1-20: A Mario lo clasificaría en el nivel 1, pues el niño aún no tiene adquirida la conservación al afirmar que su collar es más largo que el de Luis por utilizar más macarrones que él, sin darle importancia a la longitud de la cuerda. Almudena también estaría en el nivel 1, pues la niña no tiene adquirida la conservación, y no llega a comprender que su cuerda y la de Elena son igual de largas, independientemente de cuál contenga más o menos macarrones.

Mientras, el resto de estudiantes (3), a pesar de la identificación no han sido capaces de interpretar la comprensión de estos niños.

Elementos matemáticos de la medida de longitud

En cuanto a los elementos *unicidad e iteración* solo 1 y 8 estudiantes, respectivamente, identificaron estos elementos en la tarea intermedia; en cambio 28 y 35, respectivamente, los identificaron en la tarea final (Tabla 5). En estos elementos se percibe un claro progreso en cuanto a su identificación. Un ejemplo de estudiante que progresa en la identificación de estos dos elementos es el estudiante E4-2, que pasa de no nombrar ninguno de ellos en la tarea intermedia a identificarlos en la tarea final. En esta última tarea indica (refiriéndose a Almudena):

E4-2. No sabe iterar de manera correcta ‘estrellitas muy separadas’, ni tampoco reconoce la necesidad de la unicidad de la unidad de medida para poder medir lo mismo con diversas personas ‘están midiendo con macarrones y estrellitas’.

Además, afirma que Luis sí reconoce la unicidad de la unidad de medida, ya que utiliza macarrones del mismo tipo, y apunta que Elena sabe iterar correctamente sin solapamientos ni saltos, ya que sus estrellitas están todas juntas.

Entre los estudiantes que identificaron uno u otro elemento en la tarea intermedia, hubo 23 que fueron capaces de identificar ambos elementos en la tarea final. Esta identificación permitió a 15 de ellos interpretar la comprensión de Luis y Elena. Por ejemplo, el estudiante E5-1 indica lo siguiente:

E5-1: Luis: nivel 4. Reconoce la unicidad de la unidad de medida utilizando macarrones siempre del mismo tamaño, itera bien ya que nada indica lo contrario y sabe que al comparar, su cuerda es más larga que la de Mario. Sin embargo, no reconoce la necesidad de la universalidad de medida, por ello no es de nivel 5. Elena: nivel 4. Aplicando la transitividad, escoge la cuerda más larga. Itera correctamente las estrellitas, sin dejar huecos ni hacer superposiciones.

En cambio 8 estudiantes, pese a haber identificado ambos elementos en la tarea final, no fueron capaces de interpretar dicha comprensión.

En cuanto al elemento *acumulación*, 11 estudiantes lo identificaron en la tarea intermedia y 14 en la final. En este elemento no se detectaron cambios sustanciales, pues la mayoría de los estudiantes se mantuvieron, observándose una ligera diferencia a favor de los que progresan sobre los que retroceden.

Un ejemplo de estudiante que identifica la acumulación tanto en la tarea intermedia como en la final es el E7-4, que en la tarea intermedia afirma que:

E7-4. Para el equipo A y B hay acumulación, ya que el equipo A solo necesita una iteración (una niña para rodear el árbol) y el equipo B acumula 4 iteraciones (4 niños para rodear el árbol).

Este mismo estudiante, en la tarea final afirma que tanto Luis como Elena tienen adquirida la acumulación, ya que cuentan los macarrones que han puesto en el collar y las estrellitas respectivamente.

La identificación de este elemento, junto a la identificación de los elementos *unicidad e iteración*, permitía interpretar la comprensión de dos de los niños implicados en la tarea final: Luis y Elena. De los 23 estudiantes que identificaron la unicidad y la iteración simultáneamente, sólo 7 identificaron también el elemento *acumulación* y de ellos 2 utilizaron dicha identificación para interpretar la comprensión de Luis y Elena en la tarea final. Un ejemplo de estudiante que identificó estos tres elementos e interpretó la comprensión de los cuatro niños es el E1-22, que comenta:

E1-22: Luis está en el nivel 4, tiene adquirido que la unidad de medida debe ser única, por eso elige los macarrones del mismo tipo. Los itera y acumula. Elena está también en el nivel 4, porque ha usado una unidad de medida sin dejar superposiciones, ni saltos, sabiendo que la palabra-número hacer referencia al espacio del objeto todo cubierto por las unidades de medida.

Los otros 5 estudiantes, pese a haber identificado los tres elementos no fueron capaces de interpretar la comprensión de Luis y Elena.

Atendiendo a la identificación simultánea de elementos de magnitud y medida, de los 47 estudiantes, sólo 5 identificaron los elementos conservación, unicidad e iteración en la tarea final. La identificación de estos tres elementos permitió además a 4 de ellos interpretar la comprensión de todos los niños implicados en la tarea. Un caso es el del estudiante E1-8, que expone lo siguiente:

E1-8: Mario está en el nivel 1 porque no es capaz de ver que la cuerda C, aunque tenga un macarrón más, no es la más larga. Mario relaciona la longitud con la cantidad de unidades, que son diferentes, por tanto, no llega al nivel 2 ya que no posee el elemento de conservación. Almudena, puesto que utiliza unidades del mismo tipo, está un paso por encima de Mario, pero al igual que él, no tiene adquirida la conservación ya que se fija en que el collar de Elena (que ha utilizado la misma cuerda que ella) tiene más unidades. La situamos en la transición del nivel 1 al 2. Luis y Elena: situamos a ambos niños en el nivel 4 ya que utilizan unidades del mismo tipo y realizan iteraciones sin saltos ni superposiciones

Cabe destacar que ningún estudiante identificó simultáneamente en la tarea final la conservación, la unicidad, la iteración y la acumulación.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El objetivo de nuestra investigación era analizar cómo un experimento de enseñanza podría ayudar a progresar a los futuros maestros de Educación Infantil en la identificación de los elementos matemáticos sobre la longitud y su medida, necesarios para interpretar la comprensión de los alumnos de Educación Infantil, en distintas situaciones de enseñanza-aprendizaje. Diversas investigaciones sobre el desarrollo de la mirada profesional en los estudiantes para maestro (Fernández et al., 2013; Son, 2013) han mostrado la necesidad de establecer la relación entre el conocimiento de matemáticas y el conocimiento sobre el pensamiento matemático de los estudiantes, para poder interpretar la comprensión de los niños. Por ello, en un primer momento el estudiante debe ser capaz de identificar los elementos matemáticos, para pasar en un segundo momento a relacionar este conocimiento matemático con el pensamiento matemático de los niños de infantil y, a partir de ahí, poder interpretar la comprensión de los niños. Nuestros resultados han mostrado como el hecho de reconocer los elementos matemáticos en situaciones de enseñanza-aprendizaje, no quiere decir que lleve al futuro maestro a interpretar la comprensión que se pone de manifiesto por parte de los niños de infantil en las situaciones de enseñanza-aprendizaje planteadas (Barnhart y van Es, 2015; Sánchez-Matamoros et al., 2012; Zapatera y Callejo, 2013).

Por otra parte, los resultados muestran que los estudiantes mayoritariamente han identificado algunos elementos matemáticos de medida: la iteración y la unicidad, y de magnitud: el reconocimiento de la longitud, y que han tenido mayor dificultad en identificar la conservación de la magnitud. La mitad de los estudiantes han sido capaces de identificar simultáneamente la unicidad y la iteración. Esta identificación ha permitido a dos terceras partes de estos estudiantes interpretar la comprensión de

dos de los cuatro niños implicados en la tarea final. Esto muestra que los estudiantes han adquirido cierto manejo en estos dos elementos de medida, si bien no ha ocurrido lo mismo con el elemento acumulación, ya que de los estudiantes que identificaron la unicidad y la iteración, sólo la tercera parte identificó también la acumulación y de ellos sólo dos han sido capaces de interpretar la comprensión de los dos niños.

Para poder interpretar la comprensión de todos los niños en la tarea final era necesario identificar, al menos uno de los elementos de magnitud (conservación) y dos elementos de medida (unicidad e iteración). De los 47 participantes en el estudio solo 5 han identificado estos tres elementos y 4 de ellos han sido capaces de interpretar la comprensión de los cuatro niños implicados en la tarea. Así, vemos como, aunque un número elevado de estudiantes para maestro ha sido capaz de identificar elementos de medida, muchos de ellos parecen haber “olvidado” los elementos de magnitud cuando resuelven la tarea final, a pesar de que en el módulo de formación se les hizo hincapié en el carácter acumulativo de los niveles de comprensión de los niños. Somos conscientes de que este hecho puede haber sido provocado, en parte, por el tipo de situaciones que los estudiantes han analizado. El hecho de que la tarea inicial estuviese centrada en la idea de magnitud (recortar una tira de papel tan larga como cada niño), mientras que la intermedia y la final estaban más focalizadas en la medida de la longitud (medir el perímetro de un árbol o comparar la longitud de los collares confeccionados por los niños), ha podido llevar a los estudiantes a obviar los elementos de magnitud en las tareas intermedia y final, y a centrarse en los de medida. Por ello, consideramos que un aspecto a tener en cuenta en la revisión del experimento de enseñanza es la secuencia de las tareas propuestas.

Agradecimientos

Esta investigación ha recibido el apoyo de los Proyectos I+D+i, EDU2014-54526-R del Ministerio de Economía y Competitividad, Gobierno de España; y del grupo de investigación emergente GV/2014/075 de la Consellería de Educación, Cultura y Deporte de la Generalitat Valenciana.

Referencias

- Alsina, A. (2011). *Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años*. I.C.E. Universitat de Barcelona. Hosori Editorial, S. L. (p.176).
- Barnhart, T. y van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: Examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education*, 45, 83-89.
- Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10, 441-468.
- Jacobs, V.R., Lamb, L.C. y Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., Valls, J., García, M. y Llinares, S. (2012) Cómo estudiantes para profesor interpretan el pensamiento matemático de los estudiantes de bachillerato. La derivada de una función en un punto. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 497 - 508). Jaén: SEIEM
- Sarama J. y Clements D. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children*. London and New York: Routledge.
- Strauss, A. y Corbin, J. (1994). Grounded Theory Methodology. En N.K. Denzin y Y.S. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 217-285). Thousand Oaks, Sage Publications.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. y Buys, K. (2005). *Young children learn measurement and geometry*. TAL Project. Freudenthal Institute, Utrecht University and National Institute for Curriculum Development. Utrecht. The Netherlands.

van Es, E. y Sherin, M. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596.

Zapatera, A. y Callejo, M. L. (2013). Cómo interpretan los estudiantes para maestro el pensamiento matemático de los alumnos sobre el proceso de generalización. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 535-544). Bilbao: SEIEM.