

FORTALECIMIENTO DEL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA, UNA EXPERIENCIA EN LA UNIVERSIDAD ESTATAL A DISTANCIA. COSTA RICA

Eric Ricardo Padilla Mora

Universidad Estatal a Distancia (Costa Rica)

epadilla@uned.ac.cr

Palabras clave: didáctica, matemática, enseñanza, aprendizaje, resolución de problemas

Key words: didactic, math, teaching, learning, problem solving

RESUMEN: El Programa Enseñanza de la Matemática de la Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica, comprometido con la mejora de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de dicha disciplina, en todos sus niveles, ofrece un proyecto para el fortalecimiento del aprendizaje a estudiantes del III Ciclo de la Educación General Básica, en el cual la resolución de problemas se emplea como la principal estrategia didáctica. En este artículo se brinda un análisis de los principales resultados obtenidos a partir de la puesta en marcha del proyecto.

ABSTRACT: The Mathematics Teaching Program of the State Distance University of Costa Rica, committed to improving the teaching and learning of that discipline, at all levels, provides a project to fortifying learning Cycle III students General Basic Education, in which problem solving is used as the main teaching strategy. This article analyzes the main results obtained from the implementation of this project is provided.

■ INTRODUCCIÓN

La educación cumple con una diversidad de propósitos, dentro de los que se incluyen contribuir con el desenvolvimiento de la personalidad humana, la formación de valores, la búsqueda de la equidad en las sociedades y el desarrollo de habilidades y destrezas en el ser humano. Lo cual pretende, entre otros fines, que las personas logren desempeñarse con éxito en su vida profesional y que favorezcan la toma de decisiones adecuadas en las demás actividades de la vida cotidiana.

En el 2012 la Organización de Naciones Unidas (ONU), dentro de los objetivos de desarrollo del milenio (ONU, 2012), reitera la necesidad del acceso a la educación para que las personas puedan obtener un empleo productivo. Por su parte, en el ámbito nacional, el informe de la Oficina de Planificación de la Educación Superior del Consejo Nacional de Rectores (CONARE), relacionado con el seguimiento de la condición laboral de las personas graduadas, presenta un estudio de las disciplinas con mejores condiciones laborales, considerando indicadores como: desempleo, subempleo por insuficiencia de horas y relación de la carrera con el campo de estudio. Al respecto, las carreras de corte científico se encuentran mejor ubicadas; en particular la Enseñanza de la Matemática, la Estadística y algunas ingenierías están dentro de las disciplinas que presentan los porcentajes óptimos en estos tres indicadores.

Dicho panorama, debería inducir a que muchas personas analicen, dentro de sus posibilidades, estudiar carreras cuyo perfil ocupacional sea de orientación científica, lo cual provocaría su auge. Esto conlleva a que el adquirir y fortalecer habilidades y destrezas matemáticas cobra importancia, dado que se requiere no solo del dominio de los conceptos propios de dicha disciplina sino que además puedan aplicarlos en la resolución de diversas situaciones tanto de su ámbito profesional como de la vida cotidiana.

Un aspecto que podría contribuir con ello, es que en Costa Rica desde el 2012 el Ministerio de Educación Pública (MEP) ha propuesto e implementado, a partir de la reestructuración y transformación de los Programa de Estudio de Matemática, un cambio en el quehacer de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, en el cual la resolución problemas surge como el eje fundamental sobre el cual se rija la actividad educativa. Al respecto se señala

En este currículo se enfatizará el trabajo con problemas asociados a los entornos reales, físicos, sociales y culturales, o que puedan ser imaginados de esa manera. Se asume que usar este tipo de problemas es una poderosa fuente para la construcción de aprendizajes en las Matemáticas. Al colocarse en contextos reales, el planteo y la resolución de problemas conlleva directamente a la identificación, uso y construcción de modelos matemáticos.

La resolución de problemas como estrategia pedagógica se subrayará aquí como sustrato de un estilo de acción de aula. (MEP, 2012, p.10)

Esto requiere que en la educación, desde sus primeros niveles, se refuerce y profundice en contenidos de números, álgebra, funciones, geometría, trigonometría, probabilidad y estadística; y que de manera simultánea se propicie el desarrollo de habilidades y destrezas como: el razonamiento lógico matemático, la resolución de problemas, la precisión, la generalización, la visualización, la formalización y el análisis de patrones o tendencias. Lo anterior dentro de un marco de desarrollo de valores propios de la cultura costarricense y de actitudes favorables para la convivencia armoniosa, el espíritu colaborativo y el trabajo en equipo.

Ante este panorama el Programa de Enseñanza de la Matemática, de la Universidad Estatal A Distancia (UNED), comprometido con la formación de dicha disciplina, en todos sus niveles, propone un proyecto de fortalecimiento del aprendizaje de la Matemática, para estudiantes del III Ciclo de la Educación General Básica (séptimo, octavo y noveno año), con el objetivo de realizar un trabajo en equipo con el Ministerio de Educación Pública (MEP), que promueva que los estudiantes que deseen seguir carreras que requieran de habilidades y destrezas matemáticas tengan una sólida formación y propicie que puedan culminar con mayores posibilidades de éxito sus carreras. Además de fortalecer el aprendizaje de dicha disciplina, se pretende que puedan: encontrar pasión por ella, aplicarlo en la resolución de diversos problemas y darse cuenta que ésta puede emplearse en diversidad de actividades de la vida cotidiana.

■ OBJETIVOS DEL PROYECTO

Es por ello que para el logro de este propósito se plantean como objetivos:

- Reforzar y profundizar los contenidos de Matemática, propuestos en el Programa de Estudios del MEP, a partir de encuentros presenciales entre facilitadores y estudiantes.
- Diseñar estrategias metodológicas que orienten al estudiante respecto a los procesos de toma de decisiones para la resolución de problemas y situaciones de la vida cotidiana que requieran del uso de contenidos matemáticos.
- Fomentar, en los estudiantes, el desarrollo de técnicas de estudio que favorezcan el aprendizaje de la matemática.
- Fortalecer, en los estudiantes, la adquisición de valores y actitudes para la convivencia armoniosa y el trabajo en equipo.
- Motivar al estudiante hacia el estudio de la matemática, con el fin de mejorar la actitud y aptitud hacia esta disciplina y coadyuvar a la disminución de la deserción escolar.
- Motivar a los estudiantes hacia el estudio de la Matemática, buscando que cada uno de ellos le encuentre la cognición estética a los contenidos estudiados, que los lleven al disfrute del estudio de la disciplina.

El público meta son estudiantes del III Ciclo de la Educación General Básica con edades de los 12 y a los 15 años, quienes asisten de forma voluntaria.

Durante el 2013 y el 2014 se trabajó en la Región Huetar Norte del país y se ha contado con la participación de estudiantes de seis centros educativos; y para el 2015 además, de esta región, se incluyó la Región Brunca, de la cual se atiende a discentes de dos instituciones.

■ PRUEBA DIAGNÓSTICO: ALGUNOS RESULTADOS

En la primera sesión, como parte clave para el logro de los objetivos, se aplica una prueba diagnóstico, la cual posibilita la toma de decisiones respecto a que temáticas se deberá reforzar y que no forman parte de los contenidos propuestos para el proyecto. Además, se brinda una orientación sobre diversas estrategias que podrían favorecer el aprendizaje de la Matemática. Para ello se tratan aspectos que van desde la actitud en el aula cuando: se explica la materia, se brindan

ejemplos o realizan prácticas, hasta lo que se recomienda hacer en casa cuando: se repasa la materia, se resuelve tareas, se prepara para las pruebas o se estudia en forma individual o grupal, entre otras consideraciones. Cabe señalar que de forma continua, en cada una de las sesiones y actividades, se brinda recomendaciones. No obstante, se pretende que con el paso del tiempo el estudiante trabaje de forma independiente, sea el constructor de su conocimiento y se empodere de las estrategias que le han permitido resolver los diversos problemas propuestos.

En el 2013 la prueba diagnóstico se aplicó a 37 estudiantes de la Región Huetar Norte. En ella se propusieron nueve ejercicios de desarrollo divididos en: dos de operaciones combinadas, dos de razonamiento lógico y cinco de resolución de problemas.

En cuanto a los ejercicios relacionados con operaciones combinadas los detalles de los resultados obtenidos se muestran en el cuadro 1

Cuadro 1.

Prueba diagnóstico y ejercicios de operaciones combinadas									
Criterio		E1 ¹		E2					
1.	No intenta resolver el ejercicio	1		1					
2.	Hay evidencia que permita asegurar que intentó resolver el ejercicio	36		36					
3.	Resuelve solo algunos pasos del ejercicio	0		1					
4.	Resuelve el ejercicio hasta obtener el resultado final	36		35					
5.	El resultado final es correcto	27		18					
Criterio		Siempre		Casi siempre		Algunas veces		Nunca	
		E1	E2	E1	E2	E1	E2	E1	E2
6.	Respeto el orden de prioridad de operaciones en la resolución del ejercicio	36	35	0	1	0	0	0	0
7.	Evidencia una estructura de orden en la resolución del ejercicio	35	35	0	0	0	0	1	1
8.	Los resultados de las operaciones son correctos	27	16	0	6	6	12	3	2

Fuente: prueba diagnóstico aplicada a estudiantes del proyecto fortalecimiento del aprendizaje de la Matemática, Región Huetar Norte, 2013.

Aunque 72,9% resolvió de forma correcta el ejercicio 1, solo 48,6% lo hace en el ejercicio 2 esto permitió establecer la necesidad de fortalecer este tipo de operaciones no solo en las sesiones de trabajo sino también en los materiales teóricos.

Respecto a los ejercicios relacionados con razonamiento lógico el detalle de los resultados obtenidos se muestra en el siguiente cuadro 2

¹ E1 se utilizará como nomenclatura para referirse al ejercicio 1, E2 para el ejercicio 2, E3 para el ejercicio 3 y así para los demás.

Cuadro 2.

Prueba diagnóstico y ejercicios de razonamiento lógico									
Criterio		E3		E4					
1.	No intenta resolver el ejercicio	0		1					
2.	Hay evidencia que permita asegurar que intentó resolver el ejercicio	37		36					
3.	Reconoció los datos relevantes en el ejercicio	26		29					
4.	Perseveró en la búsqueda de la solución	36		36					
5.-	La solución final del ejercicio es correcta	11		23					
Criterio		Siempre		Casi siempre		Algunas veces		Nunca	
		E3	E4	E3	E4	E3	E4	E3	E4
6.	Utilizó los datos presentes en el enunciado	15	28	20	3	2	3	0	2
7.	Las operaciones que propone tienen relación con el enunciado del ejercicio	14	26	19	3	4	5	0	2
8.	Las operaciones que propone las resuelve de forma correcta	24	27	6	1	7	6	0	2

Fuente: prueba diagnóstico aplicada a estudiantes del proyecto fortalecimiento del aprendizaje de la Matemática, Región Huetar Norte, 2013.

Como se puede observar aunque los estudiantes intentan resolver este tipo de ejercicios, son pocos los que logran hacerlo de forma correcta. Además, muchos de ellos: no siempre emplean los datos presentes en el enunciado y las operaciones que proponen, en ocasiones, no tienen relación con este. Por tanto, es necesario que durante las sesiones se trabaje en la solución de este tipo de situaciones.

Respecto al planteamiento de situaciones problema, elemento clave para el diseño e implementación del proyecto el detalle de los resultados obtenidos se muestra en el cuadro 3

Cuadro 3.

Prueba diagnóstico y ejercicios que contienen situaciones problema						
Criterio		E5	E6	E7	E8	E9
1.	No intentó resolver el problema	1	9	1	1	0
2.	Hay evidencia que permita asegurar que intentó resolver el ejercicio	36	28	36	36	37
3.	Reconoció los datos relevantes en el problema	18	22	7	13	22
4.	Traduce al lenguaje numérico y operatorio el enunciado verbal del problema	11	13	4	7	20
5.	La solución final del ejercicio es correcta	11	5	6	12	16
6.	Perseveró en la búsqueda de la solución	26	20	23	23	30
7.	En la respuesta brindada hay precisión del lenguaje utilizado al expresar las estrategias y razonamientos utilizados en la resolución del problema	10	5	4	6	15

Fuente: prueba diagnóstico aplicada a estudiantes del proyecto fortalecimiento del aprendizaje de la Matemática, Región Huetar Norte, 2013.

Lo mostrado en el cuadro anterior advierte que aunque muchos de los estudiantes intentan resolver los ejercicios, existe una dificultad generalizada en cuanto al no reconocimiento de los datos relevantes en el problema, lo cual provoca que muchas de las operaciones que proponen no tengan relación con el enunciado. El traducir al lenguaje numérico y operatorio lo propuesto en el problema se evidencia como dificultad, la mayoría de los estudiantes brindan una solución incorrecta; además, en las respuestas hay poca precisión del lenguaje utilizado al expresar las estrategias y razonamientos que emplearon. Sin duda, la resolución de problemas debe ser la base sobre la cual se sustente la construcción de los materiales teóricos y las diversas actividades para las sesiones presenciales.

■ MEDIACIÓN Y LAS SESIONES PRESENCIALES

Como parte del proceso se realiza una revisión minuciosa de los contenidos propuestos en los Programas de Estudio, para así analizar y seleccionar cuáles se fortalecerá en el proyecto. Esto ha permitido valorar las estrategias de mediación que podrían ser las más adecuadas para el desarrollo de los contenidos. Por ejemplo, a nivel de séptimo año:

- Respecto al tema números, se consideró pertinente elaborar un material teórico que reforzaría lo trabajado en las sesiones presenciales.
- Respecto al tema Geometría, las sesiones se diseñaron de forma tal que, durante el proceso, el estudiante pueda ir construyendo los conceptos y algunos resultados. Se valoró que bajo esta metodología no era necesario elaborar material teórico.
- Respecto a Probabilidad y Estadística, la técnica por emplear es la de “proyectos”, esta se discute en las primeras sesiones y con base en ella se debe hacer un trabajo el cual se va desarrollando en las lecciones y los resultados obtenidos se exponen en la última sesión del proyecto. De esta manera los contenidos se analizan de acuerdo con las necesidades que los estudiantes tengan a partir de su propuesta investigativa. Por tanto, se consideró que no era necesario realizar material teórico.

La resolución de problemas como estrategia de mediación es el eje central del proceso de enseñanza y conlleva a que el estudiante pueda, a partir de su conocimiento previo, desarrollar habilidades y destrezas que le permitan no solo resolverlos, sino que además interactúe con el contenido matemático, lo cual le permitiría generar sus estrategias y con ello la posibilidad de aplicarlas en las actividades de la vida cotidiana.

En cuanto a los problemas propuestos deben corresponder a un contexto real, para así despertar el interés y generar actitudes positivas hacia su estudio. De esta manera durante el planteamiento y la modelación de estos deberá recurrirse a diversa información, preferiblemente de la familia, la clase, la escuela, la comunidad, la prensa, Internet y algunos libros de texto. Sin embargo, el planteamiento de situaciones abstractas no se dejará de lado, dado que podría contribuir con el desarrollo de las capacidades y destrezas que permitirán el manejo de objetos matemáticos de esta índole, poniendo en juego distintas habilidades y procesos cognitivos que le obliguen a justificar sus conclusiones y al empleo de la demostración como recurso que valide resultados, así como al uso del lenguaje matemático y el razonamiento abstracto y riguroso.

Para el proceso de resolución de problemas los estudiantes no solo deben determinar la solución correcta de cierto problema, en caso que esta exista; sino que además, en su accionar deben reconocer y compartir los argumentos esenciales que le permitieron resolverlos.

Por ello, el trabajo del docente ante la resolución de problemas está dirigido a orientar o guiar al estudiante para que logre:

- Leer y comprender enunciados.

Diversos investigadores entre ellos Conde y Conde (2005), De La Rosa (2007) y Poggioli (s.f.), concuerdan sobre esta necesidad, dado que señalan que los estudiantes ante un problema, generalmente, no efectúan una lectura minuciosa que les permita comprender el enunciado, lo cual provoca que soliciten ayuda del docente incluso antes de haber terminado de leer el problema.

- Traducir de forma correcta al lenguaje matemático.

Aspecto que de acuerdo con De La Rosa (2007) debe trabajarse fuertemente dado que en ocasiones el lenguaje matemático tiene semejanza con el lenguaje ordinario; sin embargo, utiliza palabras y símbolos con un significado totalmente distinto.

Además, es común que los estudiantes no puedan hacer la representación mental del enunciado del problema, aislar la información relevante y organizarla. Este proceso requiere de mucho tiempo, de una lectura minuciosa, hacer gráficos, dibujos, sacar ideas centrales y escribir relaciones, entre otras estrategias.

- Seleccionar las estrategias y los métodos más adecuados para enfrentar su solución.

Generalmente, los estudiantes intentan conseguir la solución de forma directa e inmediata, sin establecer una estrategia o plan de trabajo; no organizan la información del enunciado o lo hacen precipitadamente. Por lo general toman los datos que sean numéricos de acuerdo con los conocimientos que más dominan, aunque no necesariamente sean relevantes para la solución.

Es necesario que comprendan que al comenzar a realizar cálculos con los datos que se brindan, existe una o varias formas de resolver el problema y poder seleccionar cuál de ellas es la más adecuada. Se debe propiciar espacios para que compartan el o los procesos de resolución, de esta manera podrán analizar cuál estrategia es la que más se adecua, así como comprender que para resolver correctamente un problema no necesariamente existe una única vía.

Podría trabajarse con problemas en los cuales existan datos irrelevantes que dificulten la representación mental, esto puede contribuir para que identifiquen los datos importantes de los superfluos o a deducir que se trata de un problema que no se puede resolver por no disponer de la información necesaria.

- Dedicarle tiempo a la resolución de un problema.

Un estudio realizado por Alfaro y Barrantes (2008) determinó que la mayoría de los estudiantes consideran que el tiempo estimado para resolver un problema es de 10 minutos o menos. Por otra parte, Poggioli (sdf) señala que se ha comprobado que el aumentar la dificultad en un ejercicio no conlleva a que el estudiante dedique más tiempo a analizar o plantear alguna propuesta de solución, casi siempre dedicará la misma cantidad.

- Valorar los resultados matemáticos obtenidos.

En ocasiones los estudiantes escriben como respuesta a ciertos problemas los valores que obtienen de sus cálculos, sin analizar si lo obtenido puede o no ser solución. Durante el proceso sería importante enseñarles a conversar con el problema y preguntarse ¿Qué me dan? ¿Qué me piden? ¿Qué es lo que debo encontrar? ¿Qué estoy haciendo? ¿Para qué lo estoy haciendo? Entre otras interrogantes.

- Ofrecer una respuesta acorde con lo que se le plantea.

Muy relacionado con el aspecto anterior, esto debe analizarse. Muchos estudiantes no brindan respuesta a los problemas. Luego de sus cálculos pretenden que se asuma que lo obtenido es la solución. Debe trabajarse en la interpretación de los resultados y determinar cuáles o cuál de ellos, en caso que el problema tenga solución, es el que se ajusta a los requerimientos del problema y dejar de forma explícita la solución.

- Poder evaluar y controlar su avance ante la resolución de problemas.

Como parte del proceso, en cada sesión, se realiza un monitoreo por grupos o a alguno de los estudiantes de manera que se pueda tener un panorama de lo que estos realizan ante la resolución de problemas. Es importante el diseño de algún instrumento que permita llevar un control de los avances.

Durante el aprendizaje de los contenidos y su aplicación práctica es preciso que el estudiante conozca ciertas técnicas y estrategias que le favorezcan su comprensión, algunas puede que las desarrolle de forma intuitiva; sin embargo, el docente podría contribuir con la propuesta y discusión de otras, sugiriendo al grupo métodos y técnicas de estudio para cada uno de los contenidos.

■ CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El empleo de estrategias innovadoras es una necesidad que impera en los procesos tanto de enseñanza como de aprendizaje de la Matemática, ante esta situación las Universidades deberán convertirse en entes investigadores y diseñadores de estas para favorecer dichos procesos y el desarrollo e implementación de este tipo de proyectos es una opción. Además, los resultados de los mismos deben ser divulgados para que puedan ser analizados, adecuados e implementados por quienes nos dedicamos a la enseñanza de esta disciplina.

La propuesta de una enseñanza de la Matemática tomando como eje fundamental la resolución de problemas, constituye un verdadero reto; por ende las entidades encargadas de velar por su cumplimiento deben ofrecer a los docentes espacios para que se capaciten, conozcan y propongan estrategias didácticas para su implementación y brindar espacios para el análisis de los resultados obtenidos en las aulas.

El diseño de actividades a partir de la implementación de este tipo de estrategias metodológica requiere de mucha planificación. Además, éstas deben procurar que el estudiante asuma un rol más activo, el cual será acompañado por la guía del docente. Sin embargo, es fundamental que la sociedad en general tenga claro lo que se pretende lograr, de lo contrario podría convertirse en un obstáculo y se le dedique mucho tiempo.

■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alfaro, C. y Barrantes, H. (2008). *¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense*. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Centro de investigaciones matemáticas y meta-matemáticas. Año 2, No.4. San José Costa Rica.
- CONARE. (2012). *Seguimiento de la condición laboral de las personas graduadas 2000-2007 de las universidades costarricenses*. Recuperado el 4 de abril del 2015 de <http://ucrcomunicacion.wdfiles.com/local--files/start/Seguimiento%20a%20situacion%20laboral>
- Conde, J. y Conde, Y. (2005). *El alumnado de secundaria ante los problemas matemáticos*. Recuperado el 4 de abril del 2015 de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/24662/Documento_completo.pdf?sequence=1
- De La Rosa Sánchez, J. (2007). *Didáctica para la resolución de problemas. Educación primaria*. Recuperado el 14 de marzo del 2015 de https://dl.dropboxusercontent.com/u/5941054/blog_mates/compematemx/ordenados/primaria/Did%C3%A1ctica%20para%20la%20Resoluci%C3%B3n%20de%20Problemas%20Jose%20de%20la%20Rosa.pdf
- MEP. (2012). *Programas de Estudio en Matemáticas*. Costa Rica.
- ONU. (2012). *Objetivos de desarrollo del milenio*. Recuperado el 14 de marzo del 2015 de [http://mdgs.un.org/unsd/mdg/Resources/Static/Products/Progress 2012/Spanish2012.pdf](http://mdgs.un.org/unsd/mdg/Resources/Static/Products/Progress%2012/Spanish2012.pdf)
- Poggioli, L. (s.f.). Estrategia de resolución de problemas. Recuperado el 28 de marzo del 2015 de https://spratfau.files.wordpress.com/2011/09/biblio_estrategias-de-resolucio3b3n-de-problemas.pdf