

UNA PROPUESTA DE TEXTO PARA EL ESTUDIO DEL PRE CÁLCULO EN EL BACHILLERATO MEXICANO

Silvia Elena Ibarra Olmos, Agustín Grijalva Monteverde

Universidad de Sonora (México)

sibarra@mat.uson.mx; guty@mat.uson.mx

Palabras clave: Pre-cálculo, propuesta de enseñanza, bachillerato.

Key words: Pre-calculus; teaching proposal; high school

RESUMEN: En este documento exponemos la fundamentación curricular, teórica y metodológica con la cual diseñamos un libro de texto para el estudio del pre cálculo, el cual está dirigido a estudiantes y profesores de un subsistema de bachillerato mexicano. Este proyecto tiene como marco de referencia a la Reforma Integral de la Educación Media Superior vigente desde 2008, la cual establece, entre otras cosas, que el bachillerato en este país (estudiantes entre 14 y 17 años), estará basado en un enfoque por competencias.

ABSTRACT: In this paper, we present the curriculum, theoretical and methodological foundation with which we designed a textbook for the study of pre calculation, which is aimed at students and teachers of a subsystem of Mexican high school. This project has as a reference to the Reform of School Education in force since 2008, which provides, among other things, that the school in this country (students between 14 and 17 years), will be based on a competency-based approach.

■ INTRODUCCIÓN

La Reforma Integral de la Educación Media Superior en México, puesta en marcha desde 2008, establece que el bachillerato en este país, (estudiantes entre 14 y 17 años), tiene entre sus ejes principales establecer un Marco Curricular Común con base en competencias. Es decir, en él se definen los desempeños finales compartidos que deben desarrollar todos los alumnos de ese nivel educativo. Estos desempeños finales compartidos están dados con base en la noción de competencia, la cual se entiende como “la integración de habilidades, conocimientos y actitudes en un contexto específico.” (Diario Oficial de la Federación, Acuerdo Secretarial No. 442, 2008)

Con este marco de referencia nos planteamos el problema de cómo diseñar libros de textos acordes con este enfoque, que estuvieran fundamentados teórica, curricular y metodológicamente. Lo que exponemos aquí es la concreción hecha de todos estos fundamentos para el diseño de un libro de texto de pre cálculo, el cual se encuentra actualmente en uso por estudiantes y profesores en un subsistema de bachillerato mexicano ubicado en el noroeste del país.

■ CARACTERÍSTICAS DEL TEXTO

El texto en cuestión, cuyo nombre formal es Matemáticas 4, (Ávila, R., Grijalva, A., Villalva, M., Bravo, J., Ibarra, S., Villaseñor, G. 2015), contiene una propuesta sobre cómo promover en los estudiantes el desarrollo de competencias matemáticas, tomando como tema el estudio de los fenómenos de variación.

Una manera tradicional de abordar los fenómenos de variación consiste en presentar el concepto de función matemática, estableciendo la relación existente entre una variable dependiente y una independiente, concentrando la atención en el álgebra funcional y, si acaso, en la graficación de funciones.

En el texto en cuestión el punto de partida es diferente, pues en él se toma como eje para el desarrollo de los distintos bloques que lo conforman, el análisis de fenómenos de variación, sean naturales o sociales, con el fin de analizar los llamados tipos básicos de variación: variación creciente, que puede ser de rapidez de crecimiento constante, acelerado o desacelerado; variación decreciente con rapidez de decrecimiento que a su vez puede ser constante, acelerada o desacelerada y, por último, “variación constante”.

■ MARCO CURRICULAR Y FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Las competencias matemáticas que deberá desarrollar un alumno a lo largo de paso por el bachillerato mexicano son las siguientes:

- Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.
- Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.
- Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
- Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente magnitudes del espacio que lo rodea.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Para la promoción del desarrollo de las competencias de los estudiantes, tomamos como eje estructurador los planteamientos teóricos del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática. Particularmente tomamos en cuenta, por una parte, las nociones de práctica matemática y la tipología de objetos matemáticos presentados en Godino, Batanero y Font (2008), donde se concibe a la práctica matemática como toda acción que se realiza para resolver situaciones problema y comunicar resultados, identificándose como objetos matemáticos primarios a las propias situaciones problema, los lenguajes utilizados, los procedimientos empleados en la resolución de las situaciones, las propiedades que se adjudican a los objetos, los argumentos de justificación y los conceptos establecidos. Por otro lado, se hizo uso de los criterios de idoneidad didáctica, donde ésta “se concibe como la articulación coherente y eficaz de las distintas dimensiones implicadas en los procesos de estudio matemático: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica”. (Godino, J.D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R., 2006).

Cada una de las dimensiones de la idoneidad puede caracterizarse a partir de un conjunto de indicadores o descriptores que dan pie a una formulación integral del tratamiento didáctico en el aula y en el texto, a la vez que nos permiten plantear desarrollos que promueven las competencias matemáticas, nos dan pie a presentar situaciones-problema de fenómenos extra e intra matemático, con una muestra representativa de problemas, del uso de los recursos tecnológicos digitales, establecer propuestas de interacción del profesor con los alumnos y entre los alumnos mismos, por citar algunos casos.

■ ASPECTOS METODOLÓGICOS Y ESTRUCTURA DEL TEXTO

Para cumplir con los planteamientos curriculares de estudiar la noción de función y los tipos de funciones más representativos, a la vez de atender los planteamientos de promoción de las competencias, con base en las nociones teóricas seleccionadas, el texto se estructuró mediante bloques de conocimiento, con el siguiente esquema:

Bloque 1. Variaciones y funciones lineales.

Bloque 2. Variación no lineal y variación inversamente proporcional.

Bloque 3. Variación exponencial y logarítmica.

Bloque 4. Variación periódica.

Bloque 5. Variaciones especiales y funciones inversas.

Bloque 6. Las funciones como modelo de la variación.

Es importante señalar que conceptualizamos una secuencia didáctica desde un enfoque socio formativo, (Tobón, 2013), es decir, las ubicamos como un conjunto organizado y bien articulado de actividades que parten de una situación-problema. Hitt y Cortés (2009 señalan que ésta debe ser:

“...fácil de entender (ello no implica que sea fácil de resolver), ella debe provocar la reflexión y por tanto no puede ser un ejercicio. La matemática que debe utilizarse no debe ser explicitada en el enunciado. Es a través de la interacción de los estudiantes con la situación que... la matemática hace acto de presencia de manera natural en la discusión entre los miembros de un equipo de estudiantes...” (p.6)

Los contextos en las que se plantean las situaciones problema son intra o extra matemáticos. Cada actividad tiene un propósito bien definido y en su conjunto contribuyen a desarrollar determinadas competencias. Cada secuencia didáctica contiene la siguiente tipología de actividades:

- Inicio. En ellas se plantean las situaciones-problema, incluyendo cuestionamientos que ponen en evidencia las competencias que previamente el alumno ha desarrollado, pero dando curso a las que serán fortalecidas o creadas.
- Desarrollo. Se espera que en este espacio emerjan los nuevos conocimientos de la temática que se está tratando, así como las habilidades y actitudes necesarias para emplearlas en la resolución de las situaciones planteadas.
- Cierre. En este tipo de actividades se recapitula lo estudiado en la secuencia y se realiza un proceso de institucionalización del conocimiento matemático construido.

Además en cada bloque se agregan:

- Una sección de problemas seleccionados con diferentes grados de dificultad. Se busca con esta parte que el alumno ponga en práctica lo que ha aprendido, aunque el propósito no es la mecanización. Los problemas expuestos parten de diversos contextos que pueden ser matemáticos o extra matemáticos.
- Un apartado denominado Autoevaluación, el cual propone un proceso de reflexión personal del estudiante, y busca la concientización acerca de la matemática que se aprendió en el bloque, las dificultades que aún subsisten y el nivel de dominio alcanzado sobre los procesos comunicativos con compañeros y profesor.
- Apoyos tecnológicos vía el diseño de applets, puestos a disposición tanto de estudiantes como de profesores.

■ EL TRABAJO EN EL AULA

Para el desarrollo del trabajo del profesor se propone un proceso de conducción de la actividad de aprendizaje, que integra diferentes tipos de trabajo para el estudiante: individual, por equipo y grupal, en cada uno de los cuales el profesor juega un rol diferente.

El momento individual, generalmente asociado a la actividad de *Inicio* descrita líneas arriba, enfrenta al estudiante con una situación problema que sirve de punto de partida, pero al mismo tiempo da el espacio para que el alumno se familiarice con el contexto presentado y despliegue los conocimientos previos requeridos. El profesor se debe limitar a hacer la presentación e introducción apropiada y posteriormente a estar al pendiente de cómo se desarrolla el trabajo individual; debiendo también estar atento a aclarar cualquier duda que se presente.

En cambio, en el momento de trabajo en equipo, asociada a la actividad o actividades de *Desarrollo*, los estudiantes serán organizados en pequeños grupos y abordarán las actividades propuestas en discusiones restringidas a los integrantes del equipo. Nuevamente el profesor deberá seguir el hilo de las discusiones, estando al pendiente de que el trabajo de los alumnos no se empantane, dando los impulsos apropiados para que la actividad no decaiga.

Finalmente, en el espacio grupal, asociado a la actividad de *Cierre*, el profesor es quien lleva la voz rectora, pues a él corresponde, en su carácter de representante institucional, llegar al nivel de formalización matemática adecuada al nivel escolar.

■ UN EJEMPLO DE ACTIVIDAD DIDÁCTICA

La elaboración de un texto con las características deseadas es compleja, pues las consideraciones curriculares ya están establecidas previamente y, en esas condiciones, es necesario hacer acopio adecuado de las nociones teóricas surgidas de la matemática educativa, que permitan elaborar una propuesta armonizada de todos los elementos involucrados.

El primer aspecto que debe señalarse es que para el planteamiento de las situaciones problema, se recurrió a información de diferentes oficiales, siempre con el fin de incluir fenómenos reales, ya sean naturales, sociales, económicos o de otra índole. Para ello se hicieron búsquedas en páginas oficiales de organismos como el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), periódicos y revistas, páginas de internet, etc.

Con base en la información presentada, se estructuraron las secuencias didácticas, iniciando con actividades de comprensión e interpretación de la información, tanto de carácter general como de naturaleza matemática, procurando que se diera pie al desarrollo de competencias para la interpretación y modelación matemática de los fenómenos, se hicieran análisis de tablas numéricas, gráficas y expresiones analíticas, se analizaran las relaciones entre las variables involucradas en los fenómenos descritos, atendiendo también al desarrollo de prácticas matemáticas adecuadas, se atendieran las diferentes dimensiones de la idoneidad didáctica y se diera pie a la emergencia de los objetos matemáticos centrales estipulados en el currículo matemático en su parte correspondiente. La información se discute grupalmente, de tal manera que se asegure la comprensión general del texto y se resuelvan las dudas surgidas entre los estudiantes.

A continuación ilustramos un caso.

Figura 1. Página 88 de la Secuencia 1 del Bloque 3, tomado de <http://www.cobachsonora.edu.mx:8086/portalcobach/pdf/modulosaprendizaje/semestre4-2015/Matematicas4.pdf>



Desarrollo

Catástrofes ambientales: derrames de petróleo en el mar

Actividad: 2

Actividad Grupal

En contraparte a la alegría que se contagia al crecer el número de espectadores que participan en el concierto de la actividad anterior, ahora se muestra una nota de prensa en línea que publicó, en la fecha señalada, la siguiente noticia:

[50.000 litros de derrame de petróleo amenazan la costa de Tailandia](http://indagadores.wordpress.com/2013/07/28/50-000-litros-de-derrame-de-petroleo-amenazan-la-costa-de-tailandia/)
<http://indagadores.wordpress.com/2013/07/28/50-000-litros-de-derrame-de-petroleo-amenazan-la-costa-de-tailandia/>
Publicado el 28/07/2013

“Alrededor de 50.000 litros de crudo se derramaron en el mar del Sur de China el sábado a unos 20 kilómetros (12 millas) de la costa de la provincia oriental de Rayong, en el Golfo de Tailandia. Dijo el operador de PTT Global Chemical. Al mismo tiempo, hubo temores sobre el efecto de los productos químicos utilizados para dispersar el petróleo crudo”.



En otro reportaje (*American Journal Experts*¹), que está reproducido en varios sitios web, leemos:

“El petróleo tiene un impacto directo sobre el agua. La composición química del petróleo se mezcla con el agua y crea una nueva sustancia conocida como “mousse”. Esta mousse se vuelve aún más pegajosa que el petróleo solo, lo cual hace que se adhiera a organismos y materiales mucho más fácilmente. El mousse parece comida para una cantidad de animales y también atrae a ciertas aves curiosas y a la vida marina. Para las personas que tratan de limpiar la marea negra, la mezcla de petróleo y agua es muy difícil de eliminar y, finalmente, conserva muy poco valor como petróleo en sí”.



¹ http://www.ehowenespanol.com/efectos-derrames-petroleo-sobre_148221/

Para continuar el trabajo, se organiza a los estudiantes en pequeños equipos de 3 o 4 integrantes y se inicia el análisis matemático del problema de la expansión de la mancha de petróleo derramado en el mar, primeramente con los aspectos numéricos.

Figura 2. Página 89 de la Secuencia 1 del Bloque 3, tomado de <http://www.cobachsonora.edu.mx:8086/portalcobach/pdf/modulosaprendizaje/semestre4-2015/Matematicas4.pdf>

 Actividad de Equipo

1. En una situación similar al reportaje anterior encontramos el siguiente comunicado:

*“Los técnicos predicen que durante los próximos 7 días, una mancha de petróleo (“mousse”) que tiene ahora 3 km² duplicará su superficie alcanzada cada período de 12 horas aproximadamente”.*²

a. Haz un estudio de la manera en la que crece la **superficie de la mancha** completando la **tabla** siguiente, donde ***t*** es el tiempo expresado en períodos de 12 horas y ***S*** la superficie aproximada en km². Para ***t*₀ = 0**, se considera la superficie inicial ***s*₀ = 3**

Tabla A

<i>t</i> (período de 12 horas)	<i>t</i>₀ = 0	<i>t</i>₁ = 1	<i>t</i>₂ = 2	<i>t</i>₃ = 3	<i>t</i>₄ = 4	<i>t</i>₅ = 5	<i>t</i>₆ = 6	<i>t</i> = 7	<i>t</i>₈ = 8
<i>S</i> (km ²)	<i>s</i>₀ =	<i>s</i>₁ =	<i>s</i>₂ =	<i>s</i>₃ =	<i>s</i>₄ =	<i>s</i>₅ =	<i>s</i>₆ =	<i>s</i>₇ =	<i>s</i>₈ =

i). En el cuarto período, ¿Cuántas veces se ha duplicado la superficie inicial?

ii). Si la mancha no se contiene, ¿cuál será su superficie en los periodos que se indican en la tabla (**hasta la mitad del octavo día**)? Desarrolla en el espacio siguiente las operaciones que realizas para determinar cada uno de los valores solicitados y luego escribe el resultado en la **tabla**:

<i>t</i>	0	13	14	15
<i>S</i>	3			

iii). Toma en cuenta el tipo de operaciones que estuviste realizando para responder a la tarea anterior y completa la siguiente tabla con los elementos que se te pide caracterizar en el primer renglón de la misma:

² Por ejemplo, en el comunicado inicial de esta Actividad sobre el derrame en Tailandia se lee: La mancha del yacimiento Montara se extendió hasta las aguas de Indonesia y ambientalistas dijeron que aumentó a casi 90,000 kilómetros cuadrados.

La secuencia continúa con la elaboración de otras dos tablas de datos, una en la que se relacionan las variables involucradas por medio de los patrones de comportamiento y otra en la cual dichos patrones se reconocen por medio de expresiones funcionales de carácter analítico. Con ello, se solicita a los estudiantes que individualmente reconozcan la gráfica de cada una de las expresiones analíticas surgidas en la última parte.

■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ávila, R., Grijalva, A., Villalva, M., Bravo, J., Ibarra, S., Villaseñor, G. (2015). Matemáticas 4. Módulo de Aprendizaje. Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora. México. Grupo de Servicios Gráficos del Centro, S.A. de C.V.
- Diario Oficial de la Federación. (2008). Acuerdo Secretarial No. 442, 26 de septiembre de 2008. México.
- Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V.(2008). Un enfoque Onto-Semiótico del conocimiento y la Instrucción matemática.. En C. L. Oliveira (Ed.) *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática (10)2*, 7-37. Brasil.
- Godino, J.D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). *Análisis y variación de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas*. España: Paradigma.
- Hitt, F., Cortés C. (2009). Planificación de actividades en un curso sobre la adquisición de competencias en la modelización matemática y uso de calculadora con posibilidades gráficas. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet (10)1*. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica. Recuperado de www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/
- Tobón, S. (2013). *Metodología de la gestión curricular. Una perspectiva socioformativa*. México: Trillas.