



ESTUDIO DEL IMPACTO DE UNA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PARA LA
ENSEÑANZA DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS DESDE
UN ENFOQUE SOCIOEPISTEMOLÓGICO

CASO: GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE
DEL MUNICIPIO DE VALPARAÍSO - ANTIOQUIA.

AUTOR

JESÚS ALEXIS PINILLA MENA

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

MEDELLÍN, OCTUBRE 2016

ESTUDIO DEL IMPACTO DE UNA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PARA LA
ENSEÑANZA DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS DESDE
UN ENFOQUE SOCIOEPISTEMOLÓGICO

CASO: GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE
DEL MUNICIPIO DE VALPARAÍSO - ANTIOQUIA.

AUTOR

JESÚS ALEXIS PINILLA MENA

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

ASESOR

DOCTOR: JAVIER SANTOS SUÁREZ ALFONZO

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

MEDELLÍN, OCTUBRE 2016

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por permitirme tomar la decisión de continuar con mi proceso de formación profesional y personal, brindándome sus bendiciones y acompañamiento permanente.

A mi familia, por su apoyo incondicional en mi proceso de formación personal y académico, especialmente a mi esposa, Alejandra María Henao García y mi hija, Michell Alexa Pinilla Piedrahita, por su comprensión en los momentos donde la necesité.

A mis profesores y compañeros de la maestría, por compartir de manera desinteresada sus conocimientos, los cuales me han servido para crecer y mejorar mi práctica docente.

Al Doctor Javier Santos Suárez Alfonzo, por sus grandes aportes objetivos en el desarrollo de este trabajo de investigación.

A la Universidad de Medellín, por permitirme realizar mis estudios y brindarme las herramientas necesarias para desarrollar este trabajo.

A la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe del Municipio de Valparaíso - Antioquia, por abrirme sus puertas para la realización de esta propuesta de intervención didáctica.

Finalmente, le agradezco a la gobernación de Antioquia y al ex-gobernador Sergio Fajardo Valderrama, por contribuir a la formación docente a través del programa becas de maestría docente.

RESUMEN

El propósito de este trabajo, fue estudiar el impacto de una propuesta de intervención didáctica para la enseñanza de la adición y sustracción de números enteros. Se realizó un estudio de caso en el grado séptimo de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe (I. E. R. U. U) del Municipio de Valparaíso – Antioquia, y tuvo como marco referencial teórico, la teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (Cantoral, 2013), la cual es considerada la base para la construcción social del conocimiento matemático y que se articula de muy buena manera con el Proyecto Educativo Institucional (P.E.I).

Se diseñó la propuesta de intervención, apoyada inicialmente en una prueba diagnóstica con el objeto de conocer los saberes previos de los estudiantes, alrededor del objeto matemático de estudio; se analizaron los resultados de dicha prueba, asociados a los obstáculos epistemológicos establecidos por Glaeser (1981), (citado por Cid, 2000), se planteó una estrategia lúdica denominada “El Banco de Tapas”, aprovechando ciertas prácticas socialmente compartida del entorno de los estudiantes, como son: el uso de dados y el crédito financiero, donde se involucró el uso y manipulación de material concreto. Finalmente, se seleccionó un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), denominado “Jugando y aprendiendo”, donde los estudiantes desarrollaron varias actividades relacionadas con prácticas socialmente compartidas como el pronóstico del tiempo y la localización, interactuando con este recurso virtual tecnológico, favoreciendo el desarrollo del pensamiento numérico.

Como impacto de la intervención realizada, se evidenció un cambio positivo en la actitud de los estudiantes, hubo un desarrollo de habilidades y aptitudes para el trabajo cooperativo y colaborativo y se observó participación activa en su proceso de aprendizaje, con la mediación del uso y manipulación de material concreto y la interacción con el OVA.

Palabras claves: Estrategias didácticas, pensamiento numérico, números enteros, material concreto, Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA).

ABSTRACT

The purpose of this work was to study the impact of a didactic intervention proposal for teaching the addition and subtraction of whole numbers. A case study was carried out in the seventh grade of the Rafael Uribe Uribe Educational Institution of the Municipality of Valparaíso - Antioquia, and had as theoretical framework the Socioepistemological theory of Educational Mathematics (Cantoral, 2013), Which is considered the basis for the social construction of mathematical knowledge and articulated in a very good way with the Institutional Educational Project (PEI).

The intervention proposal was designed, initially supported by a diagnostic test in order to know the students' previous knowledge about the mathematical object of study; We analyzed the results of this test, associated with the epistemological obstacles established by Glaeser (1981), (cited by Cid, 2000), a playful strategy called "The Bank of Tapas" was proposed, taking advantage of certain socially shared practices of students, Such as: the use of dice and financial credit, where the use and manipulation of concrete material was involved. Finally, a Virtual Learning Object (OVA) was selected, called "Playing and Learning", where students developed several activities related to socially shared practices such as weather forecasting and localization, interacting with this virtual technological resource, favoring the development of numerical thinking.

As a result of the intervention, there was a positive change in the attitude of the students, there was a development of skills and abilities for cooperative and collaborative work and active participation in their learning process was observed, through mediation of use and manipulation of concrete material and interaction with the OVA.

Keywords: didactics strategies, numerical thinking, whole number, concrete material, Virtual Learning Object (OVA).

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	12
Capítulo 1: Antecedentes y problema de investigación	15
1.1. Planteamiento del problema	15
1.2. Justificación.....	18
1.3. Antecedentes	21
1.4. Pregunta de investigación.....	25
1.5. Objetivos	25
1.5.1 Objetivo general.....	25
1.5.2 Objetivos específicos	25
Capítulo 2: Marco Referencial.....	27
2.1. Marco contextual	27
2.2. Marco conceptual.....	31
2.2.1. Enseñanza de la matemática	32
2.2.2. Estrategias didácticas	33
2.2.3. Pensamiento numérico	34
2.2.4. Uso de material concreto en la enseñanza de las matemáticas	35
2.2.5. Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA).....	36
2.2.6. Adición de números enteros.....	38
2.3. Marco teórico	40
2.3.1. Una construcción social de los números enteros	40
2.3.2. Dimensiones teóricas de la aproximación Socioepistemológica.	41
2.3.3 Componentes para un modelo de anidación de prácticas: actividad, práctica de referencia y práctica socialmente compartidas.	42

2.3.4 Los números enteros y su construcción social.....	44
2.3.5 El discurso matemático escolar de los números enteros.....	48
2.4 Fundamentos históricos.....	49
2.4.1 Reseña sobre los números enteros y su evolución histórica- social.....	49
2.4.2 Obstáculos en la enseñanza y aprendizaje de los números enteros negativos.....	50
Capítulo 3: Aspectos metodológicos.....	54
3.1 Tipo de investigación.....	55
3.2. Población.....	55
3.3. Muestra.....	55
3.4. Diseño del plan de datos.....	56
3.4.1. Gestión del dato.....	56
3.4.2. Obtención del dato.....	56
3.4.3 Fases del proyecto de investigación.....	57
3.5. Recolección de datos.....	61
3.5.1 Prueba diagnóstica.....	61
3.5.2. Estrategia didáctica “el banco de tapas”.....	63
3.5.3. Uso del Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA).....	68
Capítulo 4: Análisis y discusión de resultados.....	74
4.1 Prueba diagnóstica.....	74
4.1.1 Resultados de la prueba diagnóstica.....	74
4.1.2. Descripción de las preguntas de la prueba diagnóstica en relación con la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.....	81
4.1.3. Análisis del cuestionario que se aplicó en la prueba diagnóstica.....	82
4.2. Estrategia didáctica “El banco de tapas”.....	91
4.2.1 Análisis del instrumento correspondiente al registro de la Actividad Matemática.	91

4.2.2. Análisis del instrumento cuestionario de reflexión del estudiante.....	95
4.3 Análisis de los resultados en el uso del OVA.....	108
4.3.1. Análisis de la ficha de observación docente	108
4.3.2 Análisis de los resultados de la encuesta a los estudiantes sobre el uso del OVA	110
Capítulo 5: Conclusiones y recomendaciones	117
5.1 Conclusiones.....	117
5.2 Conclusiones generales.....	120
5.3 Impacto de la investigación	123
Bibliografía	135

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Educación Formal que ofrece la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe.	29
Tabla 2: Planta de personal docentes y directivos docentes de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe. Fuente propia.	31
Tabla 3: Cantidad de estudiantes por jornadas y niveles de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe. Fuente propia.	31
Tabla 4: Resultados de la pregunta 1, en la prueba diagnóstica.	75
Tabla 5: Resultados de la pregunta 2, en la prueba diagnóstica.	76
Tabla 6: Resultados de la pregunta 3, en la prueba diagnóstica.	77
Tabla 7: Resultados de la pregunta 4 y 5 en la prueba diagnóstica.	78
Tabla 8: Resultados de la pregunta 6, en la prueba diagnóstica.	79
Tabla 9: Resultados de la pregunta 7, en la prueba diagnóstica.	80
Tabla 10: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 1.	82
Tabla 11: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 2.	83
Tabla 12: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica, estudiante 3.	84
Tabla 13: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica, estudiante 4.	85
Tabla 14: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 5.	86
Tabla 15: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 6.	87
Tabla 16: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 7.	88
Tabla 17: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 8.	89
Tabla 18: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica en el estudiante 9.	90
Tabla 19: Registro de la actividad matemática del equipo 1.	92
Tabla 20: Registro de la actividad matemática del equipo 2.	93
Tabla 21: Registro de la actividad matemática del equipo 3.	94
Tabla 22: Análisis del cuestionario de reflexión de la estrategia didáctica “El banco de tapas” estudiante 3.	97
Tabla 23: Análisis del cuestionario de reflexión de la estrategia didáctica “El banco de tapas” estudiante 4.	100

Tabla 24: Análisis del cuestionario de reflexión de la estrategia didáctica “El banco de tapas” estudiante 5.	102
Tabla 25: Análisis del cuestionario de reflexión de la estrategia didáctica “El banco de tapas” estudiante 6.	104
Tabla 26: Análisis del cuestionario de reflexión de la estrategia didáctica “El banco de tapas” estudiante 9.	107
Tabla 27: Registro de aptitudes, habilidades y motivación de los estudiantes con el uso del OVA.	108
Tabla 28: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 1.	110
Tabla 29: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 2.	111
Tabla 30: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 4.	112
Tabla 31: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 5.	113
Tabla 32: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 6.	114
Tabla 33: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 8.	115
Tabla 34: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 9.	116

LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Sede donde funciona la secundaria y la media	28
Ilustración 2: Sede donde funciona la primaria	29
Ilustración 3: Las cuatro dimensiones del saber de la aproximación socio epistemológica. Fuente: Montiel, 2005.....	42
Ilustración 4: anidación progresiva de prácticas. Elaboración propia. Fuente:(Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015).....	43
Ilustración 5: Práctica socialmente compartida del crédito financiero. Elaboración propia.....	45
Ilustración 6: Práctica socialmente compartida del pronóstico del tiempo. Elaboración propia. .	46
Ilustración 7: Práctica socialmente compartida de la localización. Elaboración propia.	47
Ilustración 8: Esquema de las diferentes fases de la investigación. Elaboración propia.	57
Ilustración 9: Representación de datos utilizados en la estrategia didáctica.....	66
Ilustración 10: El ascensor y los números enteros. Fuente: Blog de Luisa Maria Arias.	70
Ilustración 11: Los números enteros y las coordenadas. Fuente: blog de Luisa María Arias.....	71
Ilustración 12: Suma de números enteros. Fuente: blog de Luisa María Arias.	72
Ilustración 13: El termómetro y los números enteros. Fuente: blog de Luisa María Arias.	73

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, en este mundo globalizado, es importante reconocer la influencia que ha adquirido la implementación de elementos tecnológicos en el desarrollo de los procesos sociales, económicos, políticos y culturales, realidad que no se escapa al ámbito educativo, donde se presentan programas con fines educativos especializados en cada una de las áreas del conocimiento.

La novedad no radica en el uso de las nuevas herramientas tecnológicas o uso y manipulación fundamentada de cualquier otro material concreto, sino que depende en gran medida de los enfoques didácticos que nosotros los docentes propongamos, para que los estudiantes durante y después del desarrollo de la actividad matemática, genere en ellos reflexión y aprendizaje del conocimiento matemático.

Teniendo en cuenta los lineamientos curriculares de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) de Colombia, la investigación se enmarcó en el fortalecimiento del pensamiento numérico, la temática corresponde al grado séptimo, cobrando importancia no solo por la gran aplicabilidad que tiene en la vida cotidiana de cada uno de los estudiantes, sino también porque se convierte en insumo indispensable para la operatividad requerida en los grados de escolaridad posteriores. (MEN, 1998)

Además, se espera en un mediano plazo obtener mejores resultados tanto en las pruebas institucionales como en las externas, que realiza el Ministerio de Educación Nacional.

Desde la experiencia docente se han podido evidenciar las dificultades y falencias en los estudiantes, no solo en el grado séptimo, sino también en grados superiores de la educación básica y media, inclusive hasta en estudiantes universitarios se extiende esta problemática, más delicada

aún es, cuando se enfrentan a situaciones donde deben hacer uso del pensamiento numérico, particularmente en las operaciones de adición y sustracción de números enteros, esta situación afecta de manera notable el aprendizaje de otros conceptos matemáticos.

Es así, como nace el interés por investigar y diseñar una propuesta de intervención didáctica que involucre el uso de material concreto con apoyo de la mediación de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), todos estos elementos en articulación con un referente teórico que se ajustara al contexto institucional en lo que se refiere al Proyecto Educativo Institucional (PEI) y su modelo pedagógico, como lo es la teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, (Cantoral, 2013).

En este orden de ideas, se logró en esta investigación diseñar e integrar una estrategia de intervención didáctica, para reflexionar y abordar desde el pensamiento numérico, los obstáculos de tipo epistemológicos, en relación con los números enteros, para una muestra de estudiantes de séptimo grado de la I.E R.U.U del Municipio de Valparaíso – Antioquia.

Posteriormente, a través del análisis de una prueba de indagación de saberes previos en articulación y fundamentación del referente teórico y conceptual, se estableció la pertinencia para la intervención en el diseño de la estrategia, el uso de material concreto y la mediación con un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), de esta forma se pretende dar una contribución que sea significativa en la comprensión de conceptos, procedimientos, relaciones y operaciones (adición y sustracción) para el caso de los números enteros, esperando que a través de la propuesta de intervención los estudiantes se apropien de manera correcta del objeto matemático.

En gran medida esta estrategia tiende a mejorar uno de los aspectos fundamentales en las competencias matemáticas, que ya han sido identificadas, tanto a nivel institucional, departamental, y nacional, como es el uso y la aplicación de las operaciones básicas en los diferentes conjuntos numéricos, en este caso específicamente, la adición y sustracción en el conjunto de los enteros (Z).

El presente trabajo de investigación, se estructuró en cinco capítulos, el primero de ellos iniciando con los antecedentes y el problema de investigación, en el segundo capítulo se planteó el marco referencial, el cual se dividió a su vez en los marcos contextual, conceptual y teórico, de una manera articulada y fundamentada desde el objeto matemático, en correspondencia con la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, todo esto en coherencia con el P.E.I de la respectiva Institución Educativa.

En el tercer capítulo, se abordaron los aspectos metodológicos del estudio investigativo, realizando una descripción de cada uno de los instrumentos utilizados y el objeto de cada uno de ellos, luego en el capítulo cuatro se hizo un análisis y discusión de los resultados obtenidos en las diferentes intervenciones aplicadas y finalmente en el último capítulo, se establecieron unas conclusiones y recomendaciones para tener en cuenta sobre el estudio realizado.

La metodología empleada en esta propuesta de intervención didáctica, fue de tipo cualitativa con carácter exploratoria, utilizando como método de investigación un estudio de caso. Los resultados y logros alcanzados apuntan a aspectos relacionados con una alternativa de enseñanza de las operaciones de adición y sustracción de números enteros, pensada desde los obstáculos epistemológicos y la necesidad de usar material concreto y la mediación de un OVA, como propuesta de intervención que va más allá de la metodología de enseñanza tradicional utilizada para abordar esta temática en el aula de clases.

Capítulo 1: Antecedentes y problema de investigación

1.1.Planteamiento del problema

Enseñar matemáticas en las Instituciones Educativas de nuestro país, cada día se convierte en un reto para los docentes que orientan esta área del conocimiento, debido a que generan en la mayoría de los estudiantes, dificultad en entenderlas y comprenderlas, en otros casos produce apatía o en el peor de los casos aversión; pero no solamente esto se debe al grado de dificultad que se presenta en el aprendizaje de esta ciencia, sino también a las estrategias de enseñanza que aplicamos los docentes en nuestras prácticas de aulas.

Según los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (1998), el contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que les dan sentido a las matemáticas que aprende; variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas.

Es así como hoy en día se debe proponer en la educación matemática, estrategias de enseñanza que involucren los saberes sociales y culturales que poseen los estudiantes, con los recursos tecnológicos que nos brinda el medio, donde se lleva a cabo el proceso educativo.

De igual manera sabemos que, los estudiantes que se encuentran en los salones de clases, son estudiantes nacidos en esta era de la tecnología, y los profesores debemos integrar nuestras prácticas de aula a esta nueva tendencia. Es por ello que se hace necesario partir de una reflexión

por parte del docente y una buena fundamentación desde los contenidos matemáticos, que busquen propiciar y crear espacios para la formulación de actividades donde se puedan utilizar estos medios, brindándoles a los estudiantes los incentivos didácticos, propicios para el aprendizaje de esta disciplina.

Al respecto, sobre la enseñanza de las matemáticas en la escuela Nieto y Jaramillo (2014), señalan que:

La enseñanza de las matemáticas en la escuela debe tener como propósito fundamental propiciar el desarrollo de nociones y conceptos que le sean útiles a los estudiantes para resolver problemas de su entorno, al mismo tiempo que le proporciona los conocimientos y las habilidades de pensamiento y razonamiento necesario para avanzar en el estudio de las matemáticas (p.12).

De allí que se plantee la necesidad de establecer un ambiente educativo, donde el docente como mediador esté capacitado de habilidades suficientes para proveer a los estudiantes de herramientas y mecanismos apropiados para generar el interés y motivación que conlleven al aprendizaje.

En este sentido, debe tenerse en cuenta que, en la práctica educativa de la educación básica secundaria y en particular en la enseñanza de las matemáticas, deben proponerse estrategias didácticas ajustadas a las exigencias propias de este nivel de estudios, donde tales estrategias involucren recursos tecnológicos o materiales concretos que ayuden o favorezcan el aprendizaje y además tener muy en cuenta, que las actividades propuestas en esas estrategias estén ligadas al contexto de la vida cotidiana de los estudiantes, para que ellos comprendan que las matemáticas que se les enseñan, tienen sentido y son útiles en sus vidas.

Ahora bien, a la luz de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), sobre el uso de herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas, estos señalan que:

En cuanto al impacto de las nuevas tecnologías en los procesos de aprendizaje y de enseñanza de las matemáticas, es de anotar que antes de pensar en la introducción de las calculadoras y de los computadores en el aula, es indispensable pensar primero en el conocimiento matemático tanto desde la disciplina misma como desde las transposiciones que éste experimente para devenir en conocimiento enseñable. (p. 17)

Por otro lado, las calculadoras y el computador facilitan el procesamiento de algoritmos que cuando se realizan a papel y lápiz, pasan por encima de la capacidad de cálculo mental de las personas, de ahí que su uso en la escuela conlleva a enfatizar más la comprensión de los procesos matemáticos antes que la mecanización de ciertas rutinas dispendiosas. Pero, es allí donde las estrategias didácticas que empleamos los docentes en nuestras prácticas de aula cobran importancia a la hora de planear las actividades que realizarán los estudiantes, de modo que, nuestros discentes no sean tan dependientes de estas herramientas tecnológicas y que en muchas ocasiones no sean capaces de realizar ciertas operaciones numéricas sencillas que comúnmente deben realizar dentro de sus actividades cotidianas.

Desde la experiencia como docente de matemáticas, en nivel de básica y media, se han podido observar las dificultades que presentan los estudiantes de séptimo grado en entender y comprender las operaciones aritméticas con números enteros, al momento de realizar sumas y restas. Esta dificultad no solamente depende del aprendizaje, sino que también depende de la enseñanza, donde se presentan a veces obstáculos didácticos que de alguna manera no favorece al aprendizaje en los estudiantes.

Son varias las investigaciones que reportan, las dificultades en las operaciones con números enteros por parte de los estudiantes, entre las que Rúa (2013), resalta los trabajos de Bell (1986), Bruno y Martínón (1994), Liebeck (1990), Mukhopadhyay (1997), los cuales sostienen que los niños tienen dificultades para interpretar la suma y resta de números enteros usando el modelo de la recta numérica, lo que influye notablemente como un obstáculo para resolver problemas y ejercicios.

Esta problemática afecta a los discentes, no solamente en el grado séptimo, sino que, de alguna manera, también interfiere para acceder a otros conocimientos matemáticos futuros, relacionados con estas operaciones, ya sea en sus vidas de estudiantes de cualquier nivel o en el campo profesional.

De acuerdo a los antecedentes encontrados y a la experiencia docente, se evidencia que efectivamente existe una problemática en el proceso de aprendizaje de los números enteros en cuanto a la forma de como los estudiantes realizan las operaciones de adición y sustracción.

1.2. Justificación

Es necesario reconocer la importancia que ha adquirido la implementación de elementos tecnológicos, incluyendo el uso y manipulación de material concreto en el desarrollo de los procesos educativos en diferentes áreas del conocimiento; pero no solamente se trata en este caso de hacer uso de esas herramientas para evitar el rigor del algoritmo, sino que se requiere en gran medida de un enfoque didáctico bien fundamentado que oriente de manera consciente la actividad matemática del docente y de los estudiantes, aprovechando su contexto social y cultural.

En este sentido, contribuir con una propuesta de intervención en el aula de clases para la enseñanza–aprendizaje de un objeto matemático, mediada con material concreto y un OVA, considerando ciertas prácticas socialmente compartidas del entorno de los estudiantes, favorece a la construcción social del conocimiento matemático.

Cantoral (2013), señala:

Al pretender enseñar un concepto, se deben favorecer las diversas miradas que puedan hacerse de los conocimientos y sus relaciones con los conocimientos previos, a fin de que

los conocimientos adquiridos anteriormente puedan ir formando una cierta estructura conceptual cada vez más robusta y funcional. (p. 82)

De acuerdo con Cantoral (2103), también se considera importante en este trabajo de investigación, tener en cuenta los pre-saberes adquiridos por los estudiantes de su entorno socio-cultural, tomando referencia de ciertas prácticas socialmente compartidas, como: el crédito financiero, pronóstico del tiempo climático y la localización, para el diseño de una propuesta didáctica.

Indagaciones acerca de las matemáticas, evidencian la apatía de los estudiantes hacia esta disciplina, debido a que en ocasiones la forma como se enseñan, conllevan a aprenderla de forma mecánica y memorística.

Al respecto, Prieto (2014), menciona que:

Las matemáticas tienen un gran valor formativo y al mismo tiempo, un papel fundamental socializador, ya que éstas forman parte de la vida real, es decir, de nuestro entorno. Por ello, se debe plantear las matemáticas como un juego, proporcionando a los docentes herramientas y recursos necesarios para mejorar la adquisición de las mismas, en los que se van a encontrar los recursos y actividades lúdico-manipulativos (p. 12).

Por ello, se brindó importancia al diseño de una estrategia didáctica y particularmente al estudio de los obstáculos de tipo epistemológicos que se presentan en los estudiantes, cuando hacen uso de la adición y sustracción de números enteros, mediada por el uso y manipulación de material concreto y de herramientas tecnológicas como lo es un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA).

Se pretende brindar a los docentes del área de matemáticas y otras disciplinas del conocimiento, una alternativa diferente bien fundamentada y articulada en la integración del uso y manipulación de material concreto y una herramienta tecnológica virtual (OVA), permitiendo que los alumnos y alumnas se interesen y se sientan más atraídos para abordar el conocimiento matemático o al menos dejen a un lado esos temores hacia las matemáticas.

Contribuir en cierta forma, para que los estudiantes puedan superar los obstáculos epistemológicos que se generan cuando ellos se enfrentan a situaciones asociadas al uso del pensamiento numérico, particularmente en la adición y sustracción de números enteros.

Así mismo, varias investigaciones al respecto, entre estas la del método de Singapur, como lo señala Rodríguez (2011), han puesto de manifiesto que el uso de material concreto, donde los estudiantes interactúan manipulando objetos concretos y luego realicen representaciones simbólicas de esas situaciones, favorece la construcción del concepto matemático, y más cuando se plantean situaciones, que les muestre a los estudiantes la aplicabilidad y relación entre los contenidos matemáticos y ciertas prácticas sociales y culturales de su entorno.

A la luz de los lineamientos curriculares de matemáticas del MEN (1998), esta propuesta de intervención didáctica que se obtiene como producto de esta investigación, busca servir de orientación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, enmarcada en el fortalecimiento del pensamiento numérico, generando la posibilidad de aplicabilidad en la vida cotidiana, de cada uno de los estudiantes.

La relevancia de la temática abordada, hace que se convierta en una base sólida para mejorar la operatividad que se requiere en los diferentes niveles de educación, contribuyendo a que los estudiantes mejoren su desempeño académico en el área de matemáticas y puedan mejorar sus resultados, en las pruebas institucionales y externas (pruebas SABER).

1.3. Antecedentes

En relación a los antecedentes, se puede encontrar diversas investigaciones que se han realizado en el campo de la educación matemática, algunas de ellas han tratado de encontrar respuestas a la problemática relacionadas con la enseñanza-aprendizaje de los números enteros, es bueno precisar que estos trabajos investigativos fueron realizados con enfoques diferentes al de esta investigación, pero encontramos aspectos importantes y relevantes que nos sirven de apoyo en este trabajo investigativo, al respecto (Cid, 2000)(como se citó en Rúa, 2013), clasifica estas propuestas en tres grupos: de enseñanza, de dificultades en el aprendizaje y de errores que cometen los estudiantes por las implicaciones didácticas de la epistemología de los números enteros.

Para señalar entre los trabajos que hablan sobre las dificultades de aprendizaje y errores de los alumnos, Rúa (2013) cita los trabajos de:

Bell (1986), Bruno y Martínón (1994), Liebeck (1990), Mukhopadhyay (1997), los cuales sostienen que los niños tienen dificultades para interpretar la suma y resta de números enteros usando el modelo de la recta numérica, ya que representan los números y el resultado de las operaciones mediante puntos, no como vectores, lo que no les permite dar una interpretación de las operaciones en el modelo. Así mismo, Lytle (1994) y Gallardo (1994) citados por Rúa (2013), sostienen que en el modelo de fichas de dos colores se evidencian dificultades en la interpretación de la resta, además se confunde la estructura aditiva y multiplicativa de Z . De igual manera, Bell (1986) citado por Rúa (2013), por su parte habla de que algunos niños no dibujan bien la escala de un termómetro, por tanto, se les dificulta realizar operaciones. Por otro lado, Bruno y Martínón (1996) citado también por Rúa (2013), apoyan el uso de modelos concretos en los textos escolares, pero presentándolos en situaciones aditivas muy variadas, además debe existir una familiarización previa con cada una de las situaciones. (p.7).

Siguiendo el trabajo realizado por Rúa (2013), sobre la implementación de una estrategia de enseñanza mediada por la plataforma Moodle para el aprendizaje significativo de la suma de números enteros, en el cual plantea proponer alternativas de enseñanza que se ajusten a las necesidades actuales de la población aprovechando el uso de las nuevas tecnologías, las cuales según el autor permiten la apropiación de los conocimientos de una manera amena contribuyendo así, a la motivación de los estudiantes. Cabe mencionar que el trabajo de Rúa (2013), tuvo como referente teórico los aportes del aprendizaje significativo planteado por Ausubel, Novak, Vergnaud, entre otros.

Pero, el interés de esta investigación a diferencia del antecedente anterior, se centró en las prácticas socialmente compartidas de los estudiantes, como lo señalan Cantoral (2013) y (Cantoral, Montiel, & Reyes-Gasperini, 2015) y no en el aprendizaje significativo.

De la propuesta didáctica realizada por Rúa (2013), se resaltan las siguientes dos conclusiones:

“Algunos estudiantes asignaron posiciones usando las palabras: bajo el agua, con lo que implícitamente tienen en cuenta la superficie del agua como nivel de referencia, pero no usan en su respuesta números negativos para representar la posición”.

“Algunos estudiantes tienen presente el uso de la recta numérica como sistema de referencia en la solución de situaciones problema, pero se limitan a mencionarla, ya que no explican cómo la utilizarían”.

Por otro lado, la investigación de Borjas (2009) titulada: Aprendizaje de los números enteros una “experiencia significativa” en estudiantes de séptimo grado, tuvo como propósito describir, explorar y corregir los problemas de aprendizaje que presentan los estudiantes con

respecto a las operaciones con números enteros, particularmente en la adición y sustracción, utilizando un modelo de enseñanza denominado Modelo operatorio de fichas.

Ahora bien, esta investigación realizada por Borjas (2009), estuvo enmarcada en los aportes teóricos de Hitt (2003, 2006 y 2008), en los cuales se hace énfasis en las funciones de las representaciones mentales, articuladas a la representación semiótica que llegase a producir un individuo en la construcción de un concepto o resolución de un problema. Entre los resultados de esta investigación, destacamos los siguientes:

Los estudiantes lograron apoyarse sin mayor dificultad de las operaciones de adición de números enteros con igual y distintos signos, presentando un poco de dificultad en la sustracción, sobre todo cuando había que operar números enteros con igual signo, ya que tendían a confundir la operación con la adición de números enteros con signos iguales.

El modelo utilizado es un método de enseñanza de tipo constructivista, ya que el estudiante va construyendo el conocimiento matemático; a partir de este modelo le permite descubrir las reglas de operación que rigen a los números enteros, trasladando sus experiencias del modelo “real” al mundo de los símbolos escritos de las matemáticas. (p 150-152).

Otro trabajo de investigación que brinda aspectos importantes sobre una propuesta de enseñanza-aprendizaje de la matemática, es el realizado por Triana y Ceballos (2016). Esta investigación consistió, en el análisis y observación de varios instrumentos de valoración de OVA ya existentes, de los cuales después de evaluarse, se encontró la necesidad de elaborar un instrumento que permita la valoración de objetos de aprendizaje para la enseñanza de contenidos matemáticos, particularmente los números fraccionarios.

Entre los resultados conseguidos por los autores Triana y Ceballos (2016), resaltamos los siguientes:

Los profesores manifestaron que el trabajo con OVA como un recurso mediador permite el trabajo colaborativo y el aprendizaje de forma dinámica, ya que algunos de estos permiten la visualización de aspectos que con tiza y tablero serían difíciles de percibir y trabajar”.

Las TIC como apoyo al docente, contribuyen al mejoramiento de la calidad educativa y a potencializar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes, logrando con la implementación de estas nuevas prácticas de aula, mayores niveles de interés y motivación. (P 74-75).

Es importante señalar que el trabajo de Triana y Ceballos (2016), fundamentó sus aportes teóricos en las ideas de varios autores como: Barreiro (2013), Hadjerrouit (2010), entre otros. Basados en la integración de la tecnología en la enseñanza de la matemática al interior de las aulas de clases, convirtiéndose estas en una potente herramienta didáctica como los OVA. El aporte que realizó este antecedente de esta investigación, estuvo asociado a que nos da elementos de gran importancia didáctica para la selección de nuestro OVA.

Ante todo, este panorama que se planteó para esta investigación y para seguir con el desarrollo de la misma, se formuló una pregunta de investigación, la cual se muestra a continuación y a la que se le dio respuesta, permitiendo orientar de forma sistemática los distintos momentos por los cuales pasó la investigación, así como fue la ejecución y la descripción de lo que se detalla en este documento que hace parte del trabajo de grado de maestría.

1.4.Pregunta de investigación

¿Cuál es el impacto del diseño de una estrategia metodológica, que involucre el uso de material concreto y herramientas tecnológicas, en la enseñanza de la adición y sustracción de números enteros, desde un contexto situacional?

Para dar respuestas a esta pregunta de investigación, se propuso un objetivo general y tres objetivos específicos, que a continuación se describen:

1.5.Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Estudiar el impacto del diseño de una estrategia metodológica, bajo una perspectiva didáctica, desde el pensamiento numérico, con un enfoque socioepistemológico que favorezca el aprendizaje de la adición y sustracción de números enteros, en los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe del Municipio de Valparaíso-Antioquia.

1.5.2 Objetivos específicos

- Identificar a través de una prueba diagnóstica los conocimientos previos que tienen los estudiantes, en relación a la adición y sustracción de números enteros y su relación con el enfoque socioepistemológico.

- Identificar los obstáculos epistemológicos que se pueden presentar, cuando los estudiantes hacen uso de la adición y sustracción de números enteros, en situaciones problemas concretas y que guardan relación con el entorno de los estudiantes.
- Diseñar una estrategia de enseñanza usando material concreto y mediada con el uso de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), en la intervención del aprendizaje de la adición y sustracción de números enteros.

Capítulo 2: Marco Referencial

El marco referencial de esta investigación, se fundamentó en varios aspectos conceptuales y teóricos relacionados con la construcción social de los números enteros; para ello primero iniciamos por la contextualización de la Institución Educativa, donde se llevó a cabo las diferentes intervenciones referentes a las pruebas realizadas a los estudiantes. Así mismo se hace referencia a conceptualizaciones de varios términos que se abordan en el desarrollo de este trabajo de grado, como: enseñanza de la matemática, estrategias didácticas y pensamiento numérico; también se hace referencia a la historia de los números enteros, los obstáculos epistemológicos, didácticos, ontogénicos y culturales, hasta algunas aportaciones sobre la construcción social de los números enteros, y su aporte al discurso matemático escolar.

2.1. Marco contextual

En la (Ley 115, 1994), se establece la estructura del servicio educativo colombiano; en donde la educación formal está organizada en tres niveles: el preescolar que comprende mínimo un grado obligatorio, la educación básica con una duración de nueve (9) grados, que se desarrollan en dos ciclos: básica primaria de cinco (5) grados y la básica secundaria de cuatro (4) grados, y la educación media con una duración de dos (2) grados.

Este trabajo investigativo, se desarrolló en el segundo grado del ciclo de la básica secundaria, es decir, en el grado séptimo de la educación básica colombiana, en la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe (I.E R.U.U) del municipio de Valparaíso-Antioquia.

Valparaíso es la cabecera municipal del municipio del mismo nombre, denominado anteriormente como el “HATILLO”, está ubicado al suroeste del departamento de Antioquia y a 100 kilómetros de la ciudad de Medellín, con un clima promedio de 23°C; aproximadamente el 70% de la tierra

es ocupada por la actividad ganadera y el 20% por el cultivo del café y en un porcentaje menor el de la yuca, el plátano y algunos frutales.

La situación socio-económica de este municipio, se ha ido transformando debido a la tenencia de la tierra, la cual está concentrada en unos pocos. Debido a esto, el desempleo se ha incrementado, generando un problema económico y social que afecta la calidad de vida de sus habitantes, produciendo como alternativa de solución, la emigración de sus habitantes a otros lugares del departamento y del país, en busca de mejores oportunidades de vida.

El nivel educativo en el municipio es diverso, así como hay familias analfabetas, también existen otras con estudios secundarios y superiores. El ente municipal cuenta con una Institución Educativa de carácter público en la zona urbana y 9 centros educativos rurales, los cuales son de formación de Escuela Nueva. La Institución Educativa Rafael Uribe Uribe, es un establecimiento educativo de carácter oficial, calendario “A”, jornada diurna y nocturna, la cual funciona en dos sedes de propiedad del municipio.



Ilustración 1: Sede donde funciona la secundaria y la media



Ilustración 2: Sede donde funciona la primaria

Aprobación: COLEGIO RAFAEL URIBE URIBE : creado mediante Resolución Departamental 225 de fecha 18 de octubre de 1963 por la cual se concede una licencia de funcionamiento y

Decreto Municipal 051 de fecha 28 de octubre de 1999.

Educación Formal que ofrece:

Preescolar	Básica Primaria	Básica Secundaria	Media Académica	Media Técnica
X	X	X	X	X

Tabla 1: Educación Formal que ofrece la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe.

Fuente propia

De acuerdo al Proyecto Educativo Institucional (P.E.I), la filosofía de esta institución se fundamenta en los pilares: virtud, ciencia y emprendimiento.

La virtud como un referente social de enseñanza, para aprender a “ser” en el contexto social, asumiendo con rectitud sus deberes, derechos y formas de acuerdo en los campos: político, religioso, ecológico, empresarial y comunitario desde los valores ciudadanos. Un segundo pilar en el cual se apoya el Proyecto Educativo Institucional, es la ciencia, para aprender a aprender, al

identificar las diferentes formas utilizadas en la construcción del saber humano, la importancia del conocimiento científico y tecnológico teniendo en cuenta el desarrollo del pensamiento en el ser humano y un tercer pilar, el emprendimiento, para aprender a hacer y emprender, a identificar, desarrollar y participar activamente en las metodologías y estrategias educativas que se adecuen en la visión empresarial del proceso de aprendizaje teniendo en cuenta el desarrollo del pensamiento en el ser humano.

Según la misión Institucional, la formación de los estudiantes debe ser integral, en donde no solo se promueva la adquisición del saber de un conocimiento disciplinar, sino que también la parte del ser humano es importante. Precisamente el modelo pedagógico de nuestra Institución educativa está centrado en el desarrollo humano social. En este sentido, el docente tiene un papel decisivo y creativo donde el proceso de transformación es fundamental, haciendo que sea constructivo a nivel de la comunidad y garantizar la participación activa de los alumnos en la construcción social de ese conocimiento, particularmente desde la enseñanza de las matemáticas.

Por estas razones se hizo pertinente abordar el objeto matemático desde un marco teórico socioepistemológico, como lo plantea Cantoral (2013).

El enfoque del Plan de Estudio se articula a la misión de la Institución, haciendo énfasis en el desarrollo de la capacidad de investigación, teniendo en cuenta los estándares y lineamientos curriculares establecidos por el Ministerio de Educación Nacional. Así, la investigación estructurada es utilizada como vehículo para el aprendizaje.

Ahora bien, considerando el recurso humano, sobre la planta de personal docente y directivos docentes, al igual que la población estudiantil que se atiende en la Institución en las dos (2) jornadas: diurna (mañana) y nocturna, se presenta en detalle la distribución de estos dos tópicos que hacen parte de la comunidad educativa Institucional, en las siguientes tablas:

Planta de personal docentes y directivos docentes.	Cantidad por niveles	Total
Directivos docentes	Una Rectora.	3
	2 Coordinadoras	
Docentes de aula	2 Docentes en Preescolar	28
	10 Docentes en Básica Primaria.	
	16 Docentes en Básica Secundaria y Media.	

Tabla 2: Planta de personal docentes y directivos docentes de la Institución Educativa Rafale Uribe Uribe. Fuente propia.

Jornadas	Cantidad de estudiantes por jornadas
Jornada diurna	60 Estudiantes en Preescolar.
	420 Estudiantes en Básica Primaria.
	380 Estudiantes en Básica Secundaria y Media.
Jornada nocturna	50 Estudiantes
Total	860 estudiantes

Tabla 3: Cantidad de estudiantes por jornadas y niveles de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe. Fuente propia.

2.2. Marco conceptual

Este trabajo de investigación se fundamentó conceptualmente en términos asociados a la enseñanza de las matemáticas y en particular en el concepto de números enteros, donde las estrategias didácticas empleadas por el docente juegan un papel importante dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Así mismo esta propuesta se basa en el desarrollo del pensamiento numérico en concordancia con los Lineamientos curriculares en el área de matemáticas.

2.2.1. Enseñanza de la matemática

En la enseñanza de los conceptos matemáticos, es importante no desconocer que el desarrollo de estos, en particular el de los números enteros, han necesitado del reconocimiento de aportes significativos a la disciplina a través de toda la historia. De acuerdo a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del MEN (1998), se tiene que:

El conocimiento de la historia proporciona además una visión dinámica de las matemáticas y permite apreciar cómo sus desarrollos han estado relacionados con las circunstancias sociales y culturales e inter-conectados con los avances de otras disciplinas, lo que trae consigo importantes implicaciones didácticas (p.15).

Como la enseñanza debe estar ligada al aprendizaje, se considera importante ayudar a los estudiantes a entender los conceptos matemáticos, promoviendo el aprendizaje por los caminos de la comprensión y no por los caminos de la rutina o de manera memorística. Esto implica, necesariamente, dar significatividad y funcionalidad a los aprendizajes que se construyen de la interacción social y cultural del estudiante.

En ese orden de ideas, según los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del MEN (1998), *“El contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que les dan sentido a las matemáticas que aprende”*, es así como los docentes debemos entender que, para aprovechar el entorno de los alumnos y alumnas, es necesario proponer desde la práctica de aula, estrategias didácticas que involucren situaciones del contexto cotidiano, que le den sentido y significado al conocimiento matemático.

2.2.2. Estrategias didácticas

En el campo del sector educativo, es muy frecuente el uso del término estrategia didáctica, expresión que en el marco del desarrollo de este trabajo de investigación es muy utilizado, ya que precisamente éste, se centra en la implementación de una estrategia metodológica para la enseñanza y aprendizaje de un objeto matemático, partiendo de una construcción social del conocimiento. Son varias las conceptualizaciones que se han hecho sobre estrategia didáctica, por esta razón se considera necesario interpretarla de manera contextualizada, ya que de allí se desprenden los objetivos de este proyecto de investigación.

Según Feo (2009) (citado por Nieto y Jaramillo, 2014), la estrategia didáctica:

Son los procedimientos por los cuáles el docente y los estudiantes, organizan las acciones de manera consciente para construir y lograr metas previstas e imprevistas en el proceso enseñanza y aprendizaje, adaptándose a las necesidades de los participantes de manera significativa (p. 35).

Así mismo, Díaz-Barriga y Hernández (como se citó en Nieto y Jaramillo 2014), identifican cuatro tipos de estrategias:

1. Autorreguladoras: Estrategias de alto nivel que permiten regular procesos de aprendizaje y de solución de problemas.

2. De Apoyo: Estrategias de administración de recursos que pueden ubicarse también en el plano motivacional y cuya función es mantener un estado mental y un contexto de aprendizaje adecuados para la aplicación de operaciones de aprendizaje. Mantienen la concentración, reducen la ansiedad, administran el tiempo de estudio, mantienen la atención, etc.

3. De Aprendizaje: Procedimientos que el alumno usa en forma deliberada, flexible y adaptativa para mejorar sus procesos de aprendizaje significativo de la información.

4. De Enseñanza: Procedimientos que los agentes de enseñanza usan en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos. Las estrategias de enseñanza son medios o recursos para prestar ayuda pedagógica.

De acuerdo a lo anterior, la estrategia autorreguladora la conforman todos aquellos procedimientos que sirven para la valoración y descripción de la práctica o trabajo realizado por parte de los estudiantes y docentes en la enseñanza y aprendizaje. La estrategia de apoyo son todas aquellas estrategias donde se utilizan materiales o recursos tecnológicos entre otros, como apoyo didáctico, para favorecer el aprendizaje en los estudiantes. La estrategia de aprendizaje son todos los procedimientos que emplean los estudiantes, de manera voluntaria para aprender, es decir, las técnicas que utilizan para generar aprendizaje; por último, la estrategia de enseñanza son los medios o recursos que utiliza el docente de manera pedagógica, permitiendo conseguir, aprendizaje en el estudiante.

En esta investigación se tuvieron en cuenta cada una de estos cuatro tipos de estrategias en diferentes momentos para el diseño de la construcción de la propuesta de intervención.

2.2.3. Pensamiento numérico

El pensamiento numérico está ligado al ser humano en todas las actuaciones que requiera de números o conteos, dichas actuaciones se presentan en la vida social y escolar.

Según los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del MEN (1998) establecen que,

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático. (P. 26).

De acuerdo a esto, cuando los estudiantes hacen uso de los números y realizan cálculos y operaciones matemáticas, estas actividades desarrollan paulatinamente el pensamiento numérico.

Para los autores de estos lineamientos curriculares, los niños con sentido numérico comprenden los números y sus múltiples relaciones, reconocen las magnitudes relativas de los números y el efecto de las operaciones entre ellos, también desarrollan puntos de referencia para cantidades y medidas.

De la misma manera el uso de un algoritmo y su aplicación hace énfasis en aspectos del pensamiento numérico tales como la descomposición y la recomposición, y la comprensión de propiedades numéricas. Otro aspecto importante para el pensamiento numérico es cuando se usa un algoritmo ya sea utilizando lápiz y papel o algún artefacto tecnológico como la calculadora, y se reflexiona sobre las respuestas.

Respecto al pensamiento numérico, Borjas (2009) afirma que:

Es fundamental la manera como los estudiantes escogen, desarrollan y usan métodos de cálculo, incluyendo cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras y estimación, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos. (p. 23)

En particular, cualquier actividad matemática donde los estudiantes utilicen números o realicen operaciones, estimaciones y cálculos, así sea a papel y lápiz o mediante el uso de artefactos tecnológicos permite la evolución del pensamiento numérico.

2.2.4. Uso de material concreto en la enseñanza de las matemáticas

Las personas día a día estamos en contacto con las matemáticas, por esta razón es importante cambiar la percepción que se tiene de ellas, que son difíciles de aprender, incluso muchas personas

recuerdan sentir gran apatía por esta área del conocimiento, por la falta de comprensión de sus contenidos y en ocasiones, el docente emplea como estrategia el aprendizaje memorístico.

Ahora bien, parafraseando a Prieto (2014), se necesita hacer un cambio en la mentalidad de los docentes, para que se concienticen, de que la enseñanza basada en otro tipo de recursos, particularmente, el uso de material concreto manipulativos, favorece al desarrollo de la competencia matemática y mejora la efectividad del proceso de adquisición de los conceptos y conocimientos en los estudiantes.

Al respecto, Rodríguez (2011), señala que el uso y manipulación de material concreto, en el aula de clases de matemáticas contribuye a que los estudiantes descubran, indaguen y construyan el conocimiento de una manera más atractiva, que cognitiva, es decir, “aprenderá jugando”.

De acuerdo a lo expuesto, se resalta la importancia de esta propuesta de intervención que pretende, brindarles a los docentes del área de matemáticas una alternativa de incorporar en sus prácticas de aula el uso y manipulación de material concreto, como tapas, dados y los tableros en cartulina, permitiéndoles con esto a los estudiantes, participar de manera constructiva y más amena en la adquisición del conocimiento.

2.2.5. Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA)

Sin lugar a dudas, hoy en día el uso de las nuevas tecnologías se ha convertido en una poderosa herramienta didáctica en el proceso educativo, que promueven la motivación e interés de los estudiantes y estimulan el desarrollo de ciertas habilidades y aptitudes de razonamiento y creatividad para la construcción de conocimiento.

Al respecto, son varias las investigaciones que se han llevado a cabo en el campo educativo, es así como Rico (2011) en su trabajo investigativo, establece que:

El impacto que ha presentado el desarrollo de la tecnología en la educación ha impulsado el cambio de estrategias metodológicas, las cuales han facilitado una mayor aprehensión del conocimiento por parte de los estudiantes, y han dinamizado el proceso de enseñanza del docente. (p.12)

Así mismo, no hay que desconocer que la sociedad actual vive en un mundo globalizado e interconectado, este hecho ha creado la necesidad en el sector educativo de incorporar la internet y sus diferentes recursos virtuales, tales como: las redes sociales, correos electrónicos, Objetos Virtuales de Aprendizajes, entre otros, al servicio de docentes y estudiantes en el proceso de enseñanza – aprendizaje, claro que la orientación de las actividades que proponga el maestro debe estar centrada en el uso pedagógico de esos recursos tecnológicos, que genere reflexión y aprendizaje en los alumnos.

Es así como, Rúa (2103), señala: *“uno de los principales retos de la educación actual es darle un correcto uso al internet de tal manera que se puedan desarrollar programas con fines educativos que permitan el logro del aprendizaje por parte de los estudiantes”*.

Ahora bien, de acuerdo a lo expuesto cabe resaltar que, en esta propuesta de intervención didáctica, se haya empleado un OVA, como herramienta mediadora en la construcción social del conocimiento matemático.

Respecto a este recurso didáctico virtual, el autor Rico (2011), lo define *“como todo material estructurado de una forma significativa, asociado a un propósito educativo y que corresponda a un recurso de carácter digital que pueda ser distribuido y consultado a través de la Internet”*.

Precisamente, el OVA que se utilizó en esta propuesta de intervención didáctica tiene un propósito educativo y se seleccionó de acuerdo a los criterios y características recomendadas por Cubides (2013), (citado por Triana y Ceballos, 2016).

2.2.6. Adición de números enteros

Al momento de realizar sumas de números enteros, es importante tener en cuenta y diferenciar dos casos que se presentan: uno es, cuando las cantidades tienen el mismo signo y el otro caso es, cuando tienen signos distintos.

Caso 1: signos iguales, en este caso se suman los valores absolutos de los números dados y se antepone el signo común de los términos.

Es bueno señalar que, la igualdad en los signos puede consistir en que ambos términos estén anteceditos del signo más (+) o que ambos estén anteceditos del signo menos (-).

Ejemplificando con el siguiente ejercicio: resolver $5 + 4$, notemos que ambos términos son positivos, por consiguiente:

$$|5| = 5 \text{ y } |4| = 4, \text{ de tal manera que } 5 + 4 = 9$$

Así mismo, si el ejercicio anterior fuera $(-5) + (-4)$, observemos que ambos términos están anteceditos del signo menos, por lo tanto, el resultado final debe ir antecedido del signo menos (-). Esto es, $|-5| = 5$ y $|-4| = 4$ análogamente como en el ejercicio anterior $5 + 4 = 9$ y anteponiendo el signo común nos queda que $(-5) + (-4) = -9$

Caso 2: signos diferentes, en este caso se restan los valores absolutos, al término de mayor valor absoluto se resta el término de menor valor absoluto y al final se antepone el signo del término de mayor valor absoluto.

Ahora bien, cuando se tienen solo dos términos, son dos las posibilidades que se presentan en este segundo caso, que el primer término sea positivo y el segundo negativo, o que el primer término sea negativo y el segundo positivo, tal como se muestra a continuación:

Al resolver el ejercicio $(2) + (-6)$, se puede notar a simple vista que los términos tienen signos diferentes, por lo tanto:

$|2| = 2$ y $|-6| = 6$, en este caso el mayor valor absoluto es 6. Entonces $6 - 2 = 4$, como el 6 está precedido del signo menos (-), este se conserva en el resultado final, es decir, $(2) + (-6) = -4$

De igual manera se resuelve $(-2) + (6)$, en este caso también se distingue que ambos términos tienen signos diferentes, por lo tanto, realizando un procedimiento similar al anterior, tenemos:

$|-2| = 2$ y $|6| = 6$, el mayor valor absoluto es 6, al efectuar la resta nos queda: $6 - 2 = 4$, en esta situación el 6 está precedido del signo más (+) el cual conservamos en el resultado final de la siguiente manera: $(-2) + (6) = 4$

Cabe señalar que estos aspectos relacionados con la adición de números enteros se presentan en la mayoría de los libros de textos, en la forma como se explicó anteriormente, en muy pocas ocasiones se presenta dentro de un contexto de la cotidianidad de los estudiantes, que guarden relación con situaciones que le sean cercanas a su forma de desenvolverse dentro de su entorno.

En esta investigación se logró, a través del uso de material concreto y una estrategia didáctica bien fundamentada en armonía con los Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA), despertar el interés y motivación por parte del estudiante en relación de la adición y sustracción de números enteros.

2.3. Marco teórico

2.3.1. Una construcción social de los números enteros

Según Cantoral (2002) (citado en Montiel, 2005), señala que:

La aproximación Socioepistemológica de la investigación en matemática educativa se propone como tarea fundamental el examen del conocimiento situado, aquel que atiende a las circunstancias y escenarios socioculturales particulares, caracterizando al conocimiento como el resultado entre la epistemología y los factores sociales (Montiel, 2005, p99).

De acuerdo a lo anterior, los avances del conocimiento e ideas en la historia permitieron encontrar las circunstancias, los escenarios y los medios que han posibilitado la emergencia de los números enteros y a partir de ahí se ha planteado su construcción social. Lo que significa, es en el contexto de origen del conocimiento donde se reconocen los escenarios, las problemáticas, es decir las prácticas socialmente compartidas ligadas a los números enteros.

Parafraseando a Cantoral (2013), las actividades humanas ya establecidas de manera organizada, permiten el paso a **las prácticas socialmente compartidas**, que se heredan de generación en generación, en donde estas actividades o prácticas son reguladas por las prácticas de referencia a nivel socio-cultural, normadas por prácticas sociales.

De acuerdo al modelo de anidación de prácticas presentado por (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015), lo que se plantea en este trabajo de investigación sobre la construcción social de los números enteros, está basada en **acciones, actividades, prácticas socialmente compartidas, prácticas de referencia y prácticas sociales** en un escenario histórico, institucional y culturalmente situado, aprovechando los conocimientos previos o pre-saberes que han adquirido

los estudiantes por situaciones vivenciales, experiencias de su vida cotidiana que les ayude a construir el conocimiento matemático respecto a la adición y sustracción de este conjunto numérico.

2.3.2. Dimensiones teóricas de la aproximación Socioepistemológica.

Desde la aproximación Socioepistemológica, la idea que había entorno al aprendizaje individual se tuvo que cambiar por otra centrada en el aprendizaje social. Montiel (2005).

Ahora bien, si se reconoce al individuo como ser cognitivo, también es importante aceptar el carácter situado de tal cognición. Lo anterior constituye, el punto de apoyo donde inicia la explicación del sentido social de la cognición. Pero, la descripción de la construcción del conocimiento matemático al interior de la comunidad científica es sólo uno de los elementos que hacen parte de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en escenarios escolares y sólo hasta la década de los años 2000, se consideran importantes los aspectos sociales de su construcción.

El saber matemático, entendido como la construcción social del conocimiento matemático, tiene dimensiones que interactúan entre sí de modo tal que no pueden analizarse una sin la otra, aunque por cuestiones de método se separen temporal e intencionalmente, Cantoral (2013).

De allí, es que se desliga la naturaleza sistémica de la teoría Socioepistemológica, la cual integra cuatro dimensiones del saber con la intencionalidad de desarrollar el pensamiento matemático en los y las aprendices.

Así mismo, la Socioepistemología permite abordar los fenómenos de construcción social del conocimiento y de su difusión institucional, incorporando las interacciones entre epistemología, su dimensión socio cultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza, Cantoral (2013).



Ilustración 3: Las cuatro dimensiones del saber de la aproximación socio epistemológica. Fuente: Montiel, 2005.

La dimensión social y cultural, en esta investigación está asociada al fenómeno didáctico ligado a los números enteros, toma la postura de **práctica social**. Esto hace que cambie el centro de atención de la dimensión epistemológica, dejando de lado los conceptos u objetos matemáticos preestablecidos a la identificación de prácticas de referencia y actividades ubicándolas en escenarios particulares. La dimensión cognitiva admite al conocimiento como una cantidad de procesos conformados por mecanismos cognitivos que se han desarrollado socialmente y por último la dimensión didáctica se encarga de hacer la difusión explicativa del conocimiento por medio del discurso matemático escolar y evalúa los impactos e implicaciones didácticas.

2.3.3 Componentes para un modelo de anidación de prácticas: actividad, práctica de referencia y práctica socialmente compartidas.

En la tarea de encontrar las circunstancias y escenarios socio-culturales particulares que dieron lugar para entender el enfoque Socioepistemológico, se ha conseguido clasificar tres situaciones de la vida cotidiana. En ellas identificamos a la matematización de la economía familiar, la matematización del cambio climático y la matematización del desplazamiento, como prácticas de referencias, ligadas a lo que hemos denominado **la construcción social de los números enteros**.

En esta investigación se consideró ofrecer la siguiente forma de representar lo que teóricamente (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015), han denominado la anidación de prácticas asociadas

a la construcción social del conocimiento matemático, en particular la adición y sustracción de los números enteros.

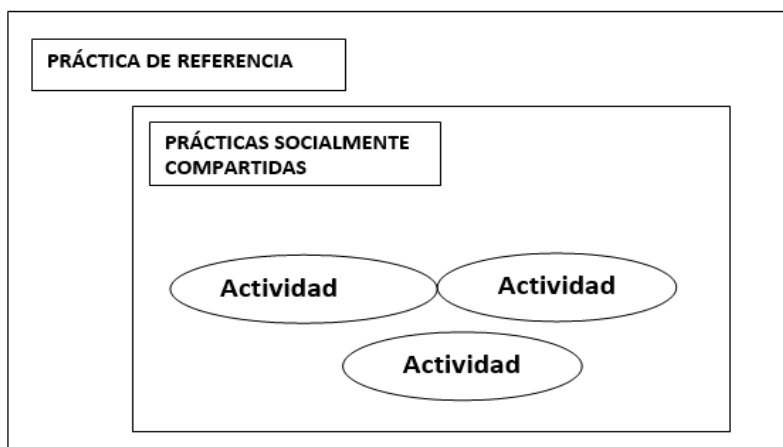


Ilustración 4: anidación progresiva de prácticas. Elaboración propia. Fuente:(Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015).

Cantoral (2013) (citado por Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015), señala que:

De la acción directa del sujeto ante el medio, a su organización como una actividad humana situada socioculturalmente, para perfilar una práctica socialmente compartida, que cae bajo la regulación de una o varias prácticas de referencia -la expresión material e ideológica de un paradigma-que a la vez son normadas por la práctica social. (p. 13)

Ahora bien, con la intención de establecer una construcción social de los números enteros, abordaremos en este modelo, la actividad matemática, la práctica socialmente compartida y la práctica de referencia. La interacción de estos tres componentes del modelo, se puede explicar si asumimos que la práctica de referencia la constituye un conjunto de actividades reguladas por la práctica social.

2.3.4 Los números enteros y su construcción social.

En esta investigación que se ha realizado de corte socioepistemológico, se identificaron tres prácticas de referencia, las cuales denominamos: la matematización de la economía familiar, la matematización del cambio climático y la matematización del desplazamiento. Cada una de ellas reguladas por las prácticas socialmente compartidas de: crédito financiero, pronóstico del tiempo climático y la localización respectivamente. Se ha considerado a estos, los tres componentes de la construcción social de los números enteros.

2.3.4.1 Crédito financiero

Esta práctica socialmente compartida, se ha desarrollado en la sociedad a través de la actividad realizada desde la época en que los matemáticos hindúes encontraron que los números enteros negativos se podían utilizar para representar deudas cuando se quería conocer los estados financieros.

En la actualidad es muy común encontrar familias que recurren a prácticas donde se usa el crédito financiero para vivienda, educación, negocios, entre otros. Todas estas utilidades que están asociadas a dicha práctica socialmente compartida, generan ciertas actividades matemáticas con los números enteros como: representar, ordenar y operar.

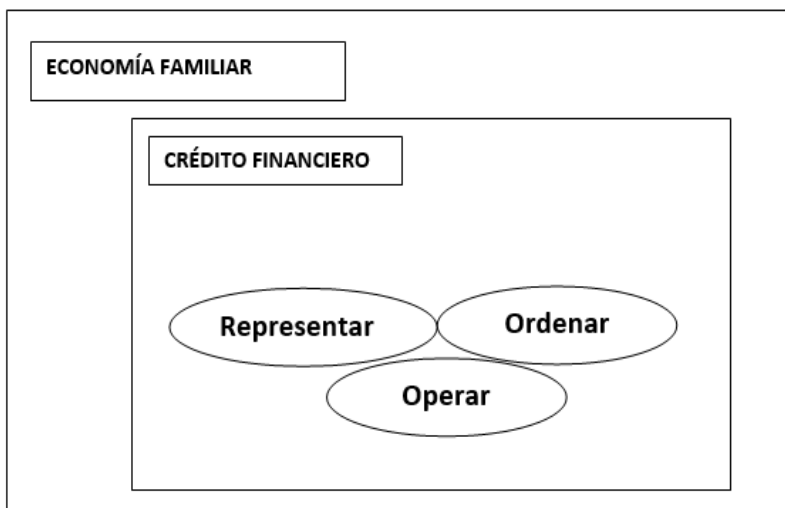


Ilustración 5: Práctica socialmente compartida del crédito financiero. Elaboración propia.

En la ilustración anterior se muestra como el crédito financiero, es una práctica socialmente compartida muy común en la vida cotidiana de los seres humanos, donde esa práctica social está regulada por una práctica de referencia, como lo es la economía familiar y que esta a su vez conlleva a realizar ciertas actividades matemáticas en relación con los números enteros, entre ellas las de: representar, ordenar y operar.

2.3.4.2 Pronóstico del tiempo climático

La historia del pronóstico del tiempo se remonta desde la antigüedad, aunque los paradigmas y técnicas usadas para realizar el pronóstico han cambiado significativamente. Esta práctica socialmente compartida, ha estado inmersa en la sociedad debido a que son muchas las actividades que realizan las personas y que depende de las condiciones climáticas. Así mismo, en el pronóstico del tiempo se dan a conocer distintos indicadores como las temperaturas mínimas y máximas, por ejemplo, para saber si hará frío o calor, para saber si hará un día soleado o pasado por nubes o con lluvias y así estar preparado para la situación que se presente.

De lo anterior, se considera la práctica de referencia del cambio climático, la encargada de regular las actividades matemáticas ligadas a dicha práctica socialmente compartida; entre estas actividades, tenemos: medir, representar y comparar temperaturas. Por otra parte, para dar el pronóstico del tiempo generalmente se usan los números enteros.

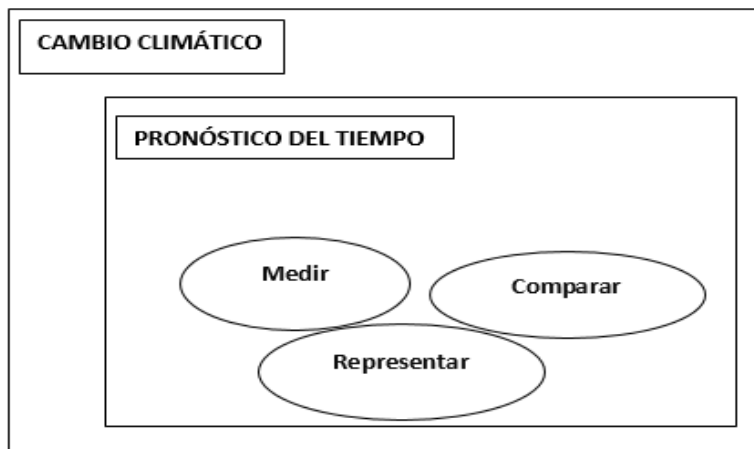


Ilustración 6: Práctica socialmente compartida del pronóstico del tiempo. Elaboración propia.

Precisamente, lo que se ilustra en el anterior diagrama es que el pronóstico del tiempo es una práctica socialmente compartida, que está normado o es regulado por la práctica de referencia del cambio climático. Esto ha llevado a identificar varias actividades humanas asociadas al conocimiento matemático, para nuestro caso están asociadas a la medición, comparación y representación haciendo uso de los números enteros.

2.3.4.3 Localización

Esta práctica socialmente compartida, se ha presentado cotidianamente en las diferentes culturas y civilizaciones, desde el comienzo de la humanidad; porque siempre las personas han necesitado desplazarse, así estén en la misma vereda, pueblo o ciudad, incluso dentro de la misma vivienda o residencia, lugar de trabajo, lugar de estudio entre otras. También escuchamos decir frecuentemente en nuestro entorno, al momento de dar direcciones, suba, baje, aumente o disminuya, a la izquierda de, a la derecha de, encuentra esa dirección.

De ahí, se ha establecido el punto de partida para considerar que de esta práctica socialmente compartida, se desligan ciertas actividades matemáticas asociadas al objeto matemático de los números enteros, tales como: representar simbólica y gráficamente, ubicar coordenadas, medir y operar. Todas ellas generadas por la práctica de referencia de la matematización del desplazamiento.

Así mismo se considera en nuestra investigación que, en esa práctica socialmente compartida de localización, se requiere un punto de referencia u origen que permita orientar y poder establecer como se avanzará hasta un punto final a partir de un punto inicial o de partida.

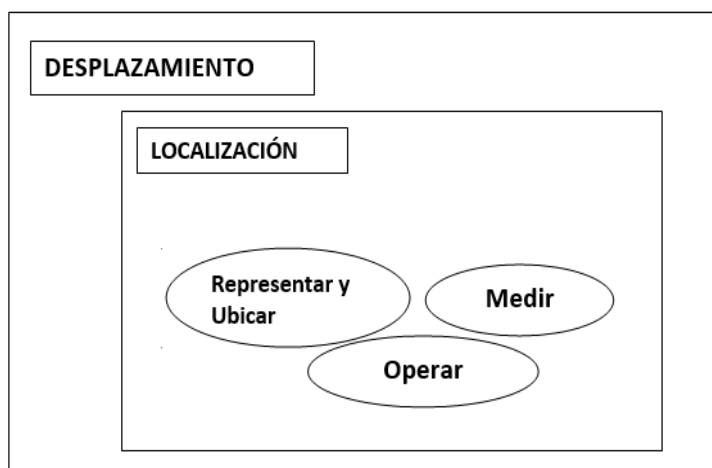


Ilustración 7: Práctica socialmente compartida de la localización. Elaboración propia.

Analizando esta ilustración, que representa la práctica socialmente compartida de la localización, podemos afirmar que las actividades matemáticas que realiza el ser humano como la de representar, ubicar (coordenadas), medir y operar están ligadas a una práctica de referencia denominada en la sociedad como el desplazamiento y esta a su vez, norma o regula de alguna manera a la práctica socialmente compartida de la localización. En todas estas actividades matemáticas está presente el objeto matemático de estudio, abordado en esta investigación (los números enteros).

2.3.5 El discurso matemático escolar de los números enteros

Desde la Teoría Socioepistemológica se concibe al conocimiento matemático como aquel que se produce a partir de las prácticas socialmente situadas. Esto conlleva a que se realice un análisis sistémico del Discurso Matemático Escolar (DME), generando propuestas para su rediseño, tomando como punto de partida la construcción social del conocimiento.

Sobre el término de rediseño del DME, Cantoral (2013) afirma que:

La idea de rediseño tiene una doble acepción que conviene advertir a este momento, por un lado, alude a la elaboración de propuestas exitosas de enseñanzas basadas en una epistemología renovada, digamos que es el rediseño con letra minúscula, el que sirve para que la acción didáctica en el aula tenga lugar. Por otro lado, se habla de rediseño como una forma figurativa que plantea serias rupturas de orden epistemológico que precisan de un nuevo paradigma del saber. (p.165).

De acuerdo a lo planteado por Cantoral (2013), el rediseño en la enseñanza de las matemáticas genera en el campo de la educación matemática, la formulación de nuevas propuestas de enseñanza centradas en acciones didácticas, donde se aborde la epistemología de tal manera que estas actividades puedan desarrollarse en el aula de clase.

Para, Montiel (2005) toda propuesta didáctica basada en un enfoque socioepistemológico, admite una modificación significativa del discurso matemático escolar. De ahí, que se hace necesario darle un giro al DME, particularmente al referido a los números enteros, ya que tradicionalmente se le ha dado un tratamiento estático, sin posibilidad de que se construya o modifique el conocimiento matemático por parte del docente y el estudiantado.

Ahora bien, el discurso matemático escolar tradicionalista, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los números enteros se ha centrado exclusivamente en los conceptos y procesos matemáticos, dejando de lado los aspectos sociales, históricos y culturales que permitan una

construcción social del conocimiento matemático; precisamente en esta investigación se propone integrar y articular el DME de este objeto matemático, dándole funcionalidad al conocimiento de esta disciplina en la vida cotidiana de los estudiantes, involucrando prácticas sociales para dar razón de la transferencia del conocimiento al saber.

2.4 Fundamentos históricos

2.4.1 Reseña sobre los números enteros y su evolución histórica- social.

La necesidad que tuvo el ser humano en la antigüedad, de resolver problemas de índole comercial, de establecer sus ganancias o pérdidas en los negocios, generó la aparición de los números negativos. Al respecto, Stewart (2007) señala:

Los matemáticos hindúes, encontraron en los números negativos la utilidad para representar deudas en cálculos financieros; deber a alguien una suma de dinero era peor, desde el punto de vista financiero que no tener dinero, de modo que una deuda debería ser claramente “menos que cero (p.56).

Sin embargo, los chinos no aceptaron la idea de que un número negativo pudiera ser solución de una ecuación. Corresponde a los hindúes la diferenciación entre números positivos y negativos, que interpretaban como créditos y débitos, respectivamente, distinguiéndolos simbólicamente.

Para Soler y Núñez (citado por Rúa, 2013), *“Los números naturales no resultan suficientes cuando se trata de representar situaciones como una deuda, una temperatura bajo cero, las posiciones bajo el nivel del mar, estados de pérdida, déficit, saldos en rojo, entre otros”*.

De acuerdo con lo anterior, se ha llegado a establecer, que los números enteros negativos han estado muy presentes en nuestras vidas y en múltiples ocasiones pueden ser usados para

solucionar problemáticas sociales; Por ejemplo, si gastas más dinero del que ganas entonces tus finanzas serán negativas.

Es así, como a partir del estudio y análisis de la historia de los números enteros, llegamos a considerar a ciertas prácticas frecuentes en la vida social de la humanidad, relacionadas con el estado financiero, el pronóstico del tiempo climático y la localización como prácticas sociales. Estas como lo señala Cantoral (2013), se encargan de la normativa de la actividad matemática.

Ahora bien, la necesidad que se presentó en los seres humanos, para resolver ecuaciones tales como: $x + 1 = 0$, donde la solución no se puede representar con números naturales y así como otras situaciones: de deudas, expresar posiciones bajo el nivel del mar, temperaturas bajo cero, pérdidas en las actividades comerciales entre otras; que es imposible representarlas con números naturales, surge entonces la expansión del conjunto de números naturales al conjunto de números denominado enteros (Z).

2.4.2 Obstáculos en la enseñanza y aprendizaje de los números enteros negativos.

Sobre la noción de obstáculo epistemológico, afirma Cid (2000) que en Bachelard (1938) es donde aparece por primera vez la noción de obstáculo epistemológico, en el ámbito de la epistemología de las ciencias experimentales y luego varias décadas más tarde fue retomada por Brousseau en 1976, redefinida en términos de la teoría de situaciones didácticas. En dicha teoría se postula que un alumno adquiere un conocimiento cuando, enfrentado a una situación-problema cuya solución exige ese conocimiento, es capaz de generarlo en forma de estrategia de resolución de la situación.

Son varios los autores que han realizado trabajos de investigación relacionados con la epistemología de los números negativos. Entre los cuales, Gallardo y Hernández (2016) resaltan los siguientes:

Glaeser (1981), Sesiano (1985), Schubring (1988), Paradis (1989), Lizcano (1993) y Gallardo (2002) entre otros, han contribuido al análisis histórico epistemológico de los números negativos. Estos investigadores han evidenciado que el proceso de reconocimiento de los números negativos, en tanto concepto matemático legítimo no ha evolucionado de manera continua, sino que ha variado cultura a cultura, mostrando incluso rupturas y retrocesos. (p.1).

De acuerdo a lo anterior, es importante en esta propuesta didáctica, establecer los obstáculos epistemológicos y didácticos, donde los primeros están estrechamente ligados al saber matemático y los segundos están relacionados con la enseñanza.

Por otro lado, Brousseau (citado por Borjas, 2009), califica de:

“epistemológicos” a los obstáculos encontrados en la enseñanza de las matemáticas si se constata que en alguna época histórica la comunidad matemática tuvo que franquear ese mismo obstáculo y las huellas de ese hecho pueden encontrarse en el discurso matemático actual. (p.43).

Así mismo, Brousseau (1976) (citado por Andrade, 2011), *“propone una clasificación de los obstáculos, donde plantea los diversos orígenes según el desarrollo del sujeto y la incursión en modelos culturales específicos. Estos obstáculos pueden ser de tres tipos, según de dónde provengan: ontogénicos, epistemológicos y didácticos”*.

• **Obstáculos ontogénicos:** tienen que ver con todo lo relacionado con las limitaciones del sujeto en algún momento de su desarrollo. Así mismo, Andrade (2011) afirma que: “Los obstáculos ontogénicos provienen de condiciones genéticas específicas de los estudiantes, por lo tanto, no se pueden evitar mediante la formación de docentes”.

• **Obstáculos epistemológicos**, son los obstáculos que ciertos conceptos tienen para ser aprendidos, es propio del concepto. Por ejemplo, la dificultad del concepto de conceptualizar el cero, los números relativos, etc. Todos estos han sido problemas históricos en cuanto a su desarrollo conceptual; son obstáculos que también se pueden presentar en la enseñanza de la matemática.

• **Obstáculos de tipo didáctico**: son todos los obstáculos que se adquieren o aparecen por el modo de enseñar o por la escogencia de un tema o una axiomática en particular. Para Andrade (2011), *“los obstáculos didácticos provienen de la enseñanza, y se deben evitar porque impiden superar los obstáculos epistemológicos, es decir, impiden ver las cosas de una nueva manera”*.

Por esta razón, se hace necesario no dejar de lado la reflexión sobre estos obstáculos, porque estudiándolos se pueden tratar o evitar.

Ahora bien, parafraseando a Andrade, los obstáculos didácticos se presentan por errores metodológicos en la enseñanza, debido a la formación del docente o por el diseño curricular que evita los saltos conceptuales que son necesarios para avanzar en el conocimiento y, en consecuencia, se enseñan nociones que distorsionan los conceptos. (Andrade, 2011).

Es de anotar que, el interés de esta investigación fue identificar a partir de los obstáculos epistemológicos que se oponen a la comprensión y aprendizaje de los números negativos, establecidos por Glaeser (1981) citado por Cid (2000), y en los cuáles se evidenció la presencia de estos obstáculos en la muestra de estudiantes que hicieron parte importante de esta investigación.

A continuación, se nombran y describirán los obstáculos epistemológicos que señaló Cid (2000):

- Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.
- Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.
- Dificultad para unificar la recta real.
- La ambigüedad de los dos ceros.
- El estancamiento en el estadio de las operaciones concretas.

Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas: Indica con esto el hecho, observable en la obra de Diofanto, de que la necesidad de efectuar cálculos algebraicos con diferencias y, en particular, la necesidad de multiplicar dos diferencias, le lleva a enunciar la regla de los signos y, sin embargo, no acepta la existencia de números negativos aislados.

Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas: En la obra de algunos matemáticos Stevin, D'Alembert, Carnot y, posiblemente, Descartes (citados por Cid, 2000), se constata que conciben la existencia de soluciones negativas de las ecuaciones, las “ven” y las tienen en cuenta, pero no pueden aceptarlas como cantidades reales y las justifican diciendo, por ejemplo, que son cantidades ficticias que expresan un defecto en el enunciado del problema.

Dificultad para unificar la recta real: En el intento de sobrepasar el obstáculo anterior interpretando las cantidades negativas como cantidades reales, se observa que algunos matemáticos, McLaurin, D'Alembert, Carnot y Cauchy (citados por Cid, 2000), concebían los negativos y los positivos en términos antinómicos: “lo negativo” neutralizaba, se oponía a “lo positivo”, pero era de naturaleza distinta. Es decir, la cantidad negativa era tan real como la positiva, pero estaba tomada en un sentido opuesto. Esta heterogeneidad que se establecía entre negativos y positivos no facilitaba su unificación en una única recta numérica y, en cambio, favorecía el modelo de dos semirrectas opuestas funcionando separadamente.

La ambigüedad de los dos ceros: Glaeser (1981)(citado por Cid, 2000), se refiere con esto a las dificultades que hubo entre los matemáticos (Stevin, McLaurin, D'Alembert, Carnot, Cauchy y, quizá, Euler y Laplace) para pasar de un cero absoluto, un cero que significaba la ausencia de cantidad de magnitud, a un cero origen elegido arbitrariamente. Uno de los razonamientos más extendidos entre los matemáticos que se oponían a la consideración de las cantidades negativas como cantidades reales y no como meros artificios del cálculo, era que no se podía admitir la existencia de cantidades que fueran “menos que nada”.

El estancamiento en el estadio de las operaciones concretas: La superación de los obstáculos anteriores permite aceptar los números negativos como cantidades reales y justificar su estructura aditiva, pero no así la estructura multiplicativa. El problema de justificar la regla de los signos lo resolvió definitivamente Hankel en 1867, cuando propuso prolongar la multiplicación de \mathbb{R}^+ a \mathbb{R} respetando un principio de permanencia que conservará determinadas “buenas propiedades” de la estructura algebraica de los reales positivos. Esto, a juicio de Glaeser, supone un cambio total de perspectiva en la resolución del problema:

Ya no se trata de descubrir en la Naturaleza ejemplos prácticos que “expliquen” los números enteros de un modo metafórico. Estos números ya no son descubiertos, sino inventados, imaginados, Glaeser (1981)

Se trata, por el contrario, de una justificación puramente formal basada en necesidades internas de las matemáticas. Al hecho de creer que una noción matemática debe tener un referente en el mundo físico que le dé sentido y a partir del cual se puedan justificar sus propiedades, es a lo que Glaeser parece llamar “estadio de las operaciones concretas”. Esta creencia se relaciona, según el autor, con una corriente ideológica muy amplia que se inicia en los Elementos de Euclides e impregna todo el pensamiento matemático hasta fines del siglo XIX.

Capítulo 3: Aspectos metodológicos

En este capítulo se dará a conocer los diferentes aspectos de la metodología utilizada en la realización de este trabajo investigativo, desde el tipo de investigación, la población y muestra, las

diferentes fases en que se desarrolló la propuesta, hasta los diferentes instrumentos aplicados para la recolección de información en la investigación.

3.1 Tipo de investigación

Este trabajo de investigación se desarrolló en un proyecto de intervención, empleando una metodología cualitativa de tipo exploratoria, utilizando como método un estudio de caso, ya que nos permitirá acercarnos de una forma más efectiva al proceso de enseñanza - aprendizaje que experimentan los estudiantes, durante la implementación de esta estrategia metodológica.

3.2. Población

Para los fines de este trabajo investigativo, la población estuvo conformada por todos los estudiantes del grado séptimo, año 2015 de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe del Municipio de Valparaíso, Suroeste Antioqueño. Este grado está conformado por dos grupos, cada grupo con 30 estudiantes.

3.3. Muestra

Una vez determinada la población para este estudio, se seleccionó una muestra, ya que para fines prácticos resulta más provechoso hacer la secuencia didáctica que se tenía provista y que se articulaba con los objetivos específicos de la investigación.

Luego se procedió utilizando el método no probabilístico, de muestreo por conveniencia para conformar la muestra, nueve (9) estudiantes que voluntariamente se ofrecieron a participar en este estudio investigativo, una vez que fue de su conocimiento cual era el objetivo central de la investigación.

3.4. Diseño del plan de datos

3.4.1. Gestión del dato

Para empezar a realizar las intervenciones diagnósticas, los distintos momentos y fases propias de la investigación, se gestionó la autorización correspondiente ante la rectora de la I.E R.U. U (ver anexos A y B).

Así mismo, se gestionó con los padres de familia el consentimiento para tomar las evidencias fotográficas de las actividades realizadas con los estudiantes participantes, en las diferentes intervenciones (ver anexo C).

3.4.2. Obtención del dato

En esta investigación se diseñaron varios instrumentos y formatos, con el propósito de obtener la información que respondiera a los objetivos y pregunta problematizadora planteados en la misma. Para estos fines en un primer momento se elaboró: un cuestionario para recoger los datos de la prueba diagnóstica (ver anexo D), para obtener los datos necesarios que permitieran el diseño de

una estrategia didáctica pensada desde la manipulación de material concreto, para este fin se aplicó dos formatos y un cuestionario (ver anexo E y F respectivamente) y en un segundo momento, luego de recoger los datos de la prueba diagnóstica, se realizó una mediación con un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), que durante la realización de las actividades a través de una ficha de observación docente (ver anexo G), se recogió los datos acerca del desempeño observado en cada estudiante participante, posteriormente, con el propósito de conocer la opinión de los estudiantes en relación a esta propuesta didáctica, de utilizar material concreto y un OVA, se aplicó una encuesta a la muestra (ver anexo H).

3.4.3 Fases del proyecto de investigación

Las actividades a desarrollarse para el logro de los objetivos propuestos se realizaron en tres grandes momentos, que a su vez dieron lugar a unas fases que mostraremos y describiremos a continuación:

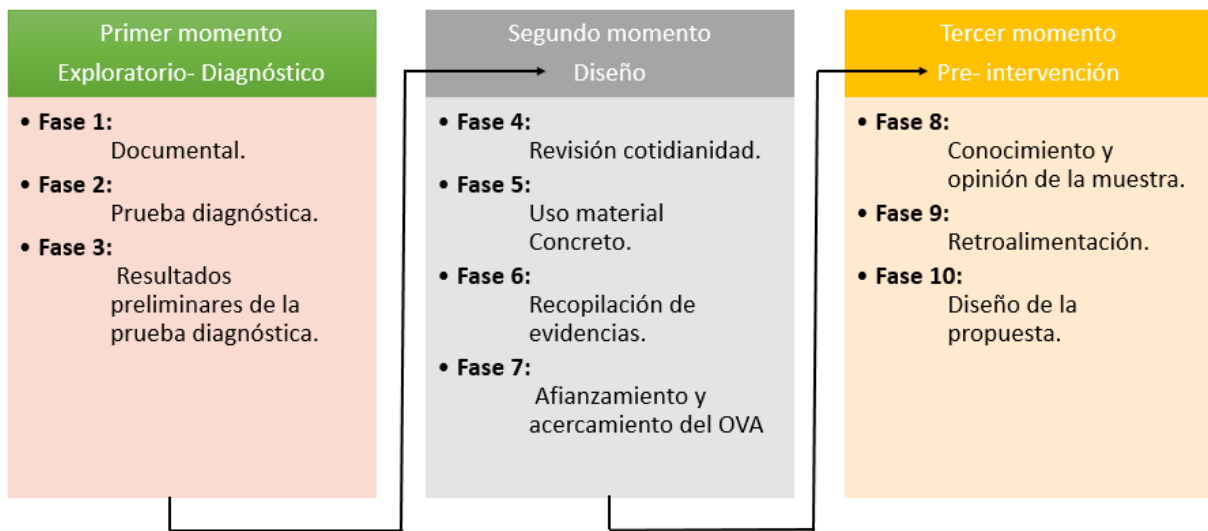


Ilustración 8: Esquema de las diferentes fases de la investigación. Elaboración propia.

PRIMER MOMENTO: Exploratorio – Diagnóstico.

Este primer momento lo componen tres fases: inicia desde la búsqueda de información, continuando con la indagación de los conocimientos o saberes previos, hasta el análisis preliminar de los resultados que arroje la prueba diagnóstica.

FASE 1: Búsqueda de la información: Para llevar a cabo la búsqueda de información y revisión bibliográfica, se realiza una recopilación documental, que permita buscar dicha información en los repositorios y bases de datos que estén disponibles en la web, relacionados a la temática de interés.

FASE 2: Prueba diagnóstica: Esta fase se inicia realizando una indagación de los conocimientos previos que poseen los estudiantes, relacionados con el objeto matemático de estudio, es decir, los números enteros. Esta indagación de saberes previos se hará por medio de una prueba diagnóstica (ver anexo D), la cual tuvo una intencionalidad y objetivo, articulada con un obstáculo epistemológico.

FASE 3: Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica: En esta fase se realiza el análisis de los resultados, relacionados con los conocimientos previos de los estudiantes participantes en el estudio y que aprendizajes se pueden evidenciar en ellos, asociados a los números enteros y su utilidad en la vida cotidiana. Los resultados de esta prueba permiten una retro alimentación, para el diseño de la estrategia lúdica, en una fase posterior.

SEGUNDO MOMENTO: Diseño – Pre Intervención.

Este segundo momento está compuesto por cuatro fases: Inicia con una revisión del contexto y entorno donde interactúan a diario los estudiantes que hacen parte de la muestra, luego se procede

con el diseño de una estrategia lúdica que involucre el uso de material concreto, continuando con una fase donde se recopile evidencias de las actividades matemáticas realizadas por los estudiantes y posteriormente se diseña una estrategia didáctica, que permita un acercamiento y afianzamiento al uso de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA).

FASE 4: Revisión de la cotidianidad: Consiste en realizar un análisis de las actividades sociales más frecuentes que se realizan en el entorno de la vida cotidiana de los estudiantes, con el propósito de seleccionar algunas de esas prácticas sociales, donde puedan de alguna manera desarrollar actividades matemáticas, particularmente, donde se evidencie la utilidad de los números enteros.

FASE 5: Uso del material concreto: Después de hacer la revisión de las prácticas socialmente compartida más comunes en el entorno cotidiano de los discentes y utilizando los resultados de la prueba diagnóstica se procede con el diseño de la estrategia lúdica, que en este caso fue denominada “El Banco de tapas”; con esta estrategia didáctica se pretende identificar los obstáculos epistemológicos, a partir de lo establecido por Glaeser (1981) (citado por Cid, 2000), cuando los estudiantes hacen uso de los números enteros, en prácticas cotidianas.

FASE 6: Recopilación de evidencias: En esta fase, se les propone a los estudiantes varias actividades matemáticas a través del registro de los eventos obtenidos en la estrategia lúdica. Para este fin se diseña varios instrumentos, dos (2) formatos, uno para el registro de la actividad matemática de los estudiantes con el rol de gerentes y el otro para registrar la actividad matemática, de los estudiantes con roles de jugadores (ver anexo E) y además se diseña un cuestionario de reflexión para los jugadores (ver anexo F).

FASE 7: Afianzamiento y Acercamiento del OVA: En esta última fase del segundo momento de la propuesta didáctica, se diseñan actividades que tienen su punto de partida en el uso del OVA, abordando la temática de los números enteros. Esto con la finalidad de aprovechar lo favorable que es el uso de herramientas tecnológicas y virtuales en el proceso de enseñanza – aprendizaje en los estudiantes. Para recoger los datos en esta intervención, se emplea una ficha de observación docente (ver anexo G) durante las actividades y al final se aplica una encuesta a los estudiantes (ver anexo H), para conocer la opinión sobre el uso de esta herramienta tecnológica virtual.

TERCER MOMENTO: Consolidación.

Este es el último momento de la investigación, en él se plantearon tres fases; donde se inicia con una fase de conocimiento de la opinión y percepción de los alumnos y alumnas participantes en la muestra, luego se hace una retroalimentación de todas las fases y finalmente se diseña la propuesta de intervención.

FASE 8: Conocimiento y opinión de la muestra: En esta fase se conoce la opinión y percepción de los estudiantes, sobre las actividades que realizaron utilizando el objeto virtual de aprendizaje. Esta información se obtendrá, utilizando como instrumentos un formato de observación del docente (ver anexo G) y un cuestionario de encuesta, para conocer la opinión y percepción de los participantes en esta intervención con el uso del OVA (ver anexo H).

FASE 9: Retroalimentación: Esta retroalimentación consiste en revisar minuciosamente el desarrollo de cada una de las fases, considerando las recomendaciones y sugerencias que puedan surgir en cada una de estas, para luego proceder con el diseño de la propuesta didáctica.

FASE 10: Diseño de la propuesta de Intervención: Finalmente, en esta fase se diseña la propuesta de intervención que posteriormente será implementada en la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe del municipio de Valparaíso – Antioquia.

3.5. Recolección de datos

El plan que se desarrolló para recoger la información, partió de una prueba diagnóstica, luego se diseñó y aplicó una estrategia lúdica y por último se diseñó y aplicó una actividad haciendo uso de herramientas tecnológicas, como lo es un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA).

3.5.1 Prueba diagnóstica

El objetivo de esta prueba, es el de indagar los conocimientos previos que poseen los estudiantes acerca del concepto, representación y operatividad de adición y sustracción de los números enteros, al momento de enfrentarse a problemas de contexto real.

La prueba diagnóstica consistió en siete (7) preguntas que abordaban a través de un cuestionario la conceptualización, representación y operatividad de sumas y restas de números enteros.

Por otro lado, el propósito de estas preguntas es el de evaluar los conocimientos, habilidades y destrezas de los estudiantes participantes en el estudio, en relación con ciertas variables del objeto matemático abordado, como concepto de número entero, representación y operatividad.

Cada una de las preguntas se planteó con una intencionalidad de alcanzar un objetivo en particular, de acuerdo a las variables anteriormente descritas, a continuación, se mostrará el objetivo y obstáculo epistemológico de cada pregunta:

Pregunta N°1: Su objetivo era determinar la representación que los estudiantes podrían realizar de los números enteros con respecto a un punto, teniendo como referente la recta numérica en posición vertical.

Obstáculo epistemológico: **Dificultad para unificar la recta real numérica.**

Pregunta N°2: Indagar que conceptualización y representación numérica realizan los estudiantes, cuando se presentan situaciones reales de la vida diaria.

Obstáculo epistemológico: **Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.**

Pregunta N°3: Averiguar la capacidad de los estudiantes para ubicar, comparar y establecer un orden en los números enteros, utilizando la recta numérica.

Obstáculo epistemológico: **La ambigüedad de los dos ceros.**

Preguntas N°4, 5 y 7: Conocer como interpretan y que estrategias utilizan los estudiantes, para resolver problemas que involucren operaciones de adición y sustracción de números enteros.

Obstáculo epistemológico para la pregunta N°4: **Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.**

Obstáculo epistemológico para las preguntas N°5 y 7: **Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.**

Pregunta N°6: Identificar como los estudiantes resuelven adiciones y sustracciones, utilizando la recta numérica.

Obstáculo epistemológico para la pregunta N°6: **Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.**

3.5.2. Estrategia didáctica “el banco de tapas”

Es una estrategia didáctica que busca propiciar en los estudiantes a través de la lúdica, la construcción de conceptos matemáticos tales como la representación numérica de cantidades negativas y positivas, comprender el concepto de número entero, relación de orden, realizar adición y sustracción en este conjunto de números.

Elementos o materiales por equipo

1/8 de pliego de cartulina

1 lápiz

1 regla

1 marcador

2 dados de color rojo (representan las cantidades positivas), estos dados tienen valores numéricos en las respectivas caras, así: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

2 dados de color negro (representan las cantidades negativas), estos dados tienen valores numéricos en las respectivas caras, así: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

X cantidad de tapas (mínimo 60 tapas).

1 bolsa negra mediana o pequeña.

Roles de los integrantes en el juego: Se conforman equipos de un mínimo de tres (3) integrantes, conformados libremente con los siguientes roles:

Para el caso de esta propuesta el equipo se conformó con tres estudiantes, tenemos: Jugador 1, Jugador 2 y Gerente del banco de tapas.

Rol de los jugadores: lanzan los dados, ubican las tapas en el tablero de acuerdo a los resultados de los dados y registran los valores en el formato.

Rol del Gerente: administrar el banco de tapas, registrar los préstamos y consignaciones que realiza cada jugador y al final establece el saldo a cada jugador.

Instrucciones

1. Elaboración del tablero.

Cada equipo debe construir un rectángulo de 25 cm x 15 cm, luego debe dividirlo a la mitad, trazando una línea vertical. Debe marcar el lado derecho del tablero con el nombre de POSITIVA y el lado izquierdo con el nombre de NEGATIVA.

NEGATIVA	POSITIVA
-----------------	-----------------

2. Distribución y verificación de elementos.

Cada equipo recibe el conjunto de elementos necesarios para el juego y verifica que esté completo.

Para iniciar el juego cada equipo debe tener 1 tablero, 1 bolsa negra pequeña, 4 dados (dos rojos y dos verdes) y x cantidad de tapas (mínimo 60 tapas).

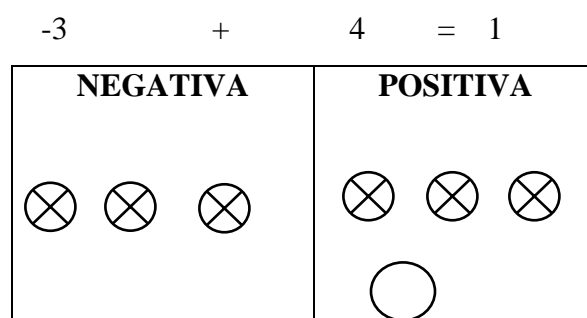
3. Reglas de juego:

- ✓ El número de lanzamiento de los dados por jugador, lo establecen los jugadores antes de comenzar el juego.
- ✓ Las cantidades arrojadas en los dados, serán representadas en el tablero con las tapas y registrarse en el formato, representando dichas cantidades numéricamente.
- ✓ Los dados de color rojo representan la cantidad de tapas que se colocan en la zona negativa.
- ✓ Los dados de color verde, representan la cantidad de tapas que se colocan en la zona positiva.



Ilustración 9: Representación de dados utilizados en la estrategia didáctica.

- ✓ Cancelación de tapas: se puede cancelar tapas del lado positivo con las del lado negativo, una a una. De este modo puede resultar al final tapas en un solo lado, o se presente ausencia de tapas en el tablero. Ejemplo: si en un dado de color verde sale 4 y en un dado de color rojo sale 3.



- ✓ El banco es solidario con los jugadores y tiene como condición regalar la cantidad de tapas que represente los valores en los dados, siempre y cuando obtenga un saldo positivo en cada lanzamiento, el gerente le consigna el valor a dicho jugador. Pero, si el jugador obtiene un saldo negativo en el lanzamiento, el banco le asigna un préstamo.

4. Procedimiento del juego:

Para los jugadores 1 y 2:

1. Sacan dos dados, al azar de la bolsa y los lanzan.

2. Representan las cantidades obtenidas en el lanzamiento del par de dados, con tapas en el tablero.
3. Realizan las cancelaciones de tapas en el tablero, si es necesario.
4. Registran en el formato las cantidades que indiquen los dados.
5. Determinan el resultado de la cantidad de tapas que quedan en el tablero, en cada lanzamiento.

Para el Gerente:

1. El gerente es el responsable de administrar las tapas, se las presta a los jugadores para que representen en el tablero, los valores sacados en los dados en cada lanzamiento.
2. Registra en el instrumento (ver anexo E) los resultados de cada lanzamiento de los jugadores, así: en préstamo (si el resultado que indique el tablero es negativo) o en consignación (si el resultado que indique el tablero es positivo).
3. De acuerdo a los resultados de cada jugador, le registra un préstamo o una consignación y determina el saldo en cada lanzamiento.
4. Determina el saldo final a cada jugador con la colaboración de los 2 jugadores.

Ahora bien, es importante resaltar los aspectos del enfoque socioepistemológico que se articulan a esta estrategia didáctica, por ejemplo, el haber usado los dados para representar las cantidades positivas y negativas en la actividad lúdica, esta práctica del juego de dados se considera como una práctica socialmente compartida, ya que guarda en los estudiantes un significativo conocimiento popular de carácter socio-cultural, donde construyen conocimiento matemático, a partir de actividades como: representar, contar y operar.

Otro ejemplo, que resulta en esta estrategia lúdica sobre práctica socialmente compartida, es el crédito financiero, donde los estudiantes construyen el conocimiento matemático a través de las actividades de: representar, ordenar y operar.

Es así como ese conocimiento adquirido por el estudiante a través de las prácticas socialmente compartida, permite construir el saber disciplinar, relacionado con el objeto matemático abordado en esta estrategia didáctica.

3.5.3. Uso del Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA)

El uso del OVA “JUGANDO Y APRENDIENDO” en esta investigación, tuvo como objetivo acercar a los estudiantes a las herramientas tecnológicas virtuales, permitiéndoles sentirse motivados para abordar las actividades de aprendizaje propuestas por el docente, relacionadas con los números enteros y la utilidad de estos en la vida cotidiana.

Ahora bien, para realizar la selección adecuada de un OVA, como recurso didáctico en la enseñanza de esta disciplina, Cubides (citado por Triana y Ceballos, 2016), recomienda varias características que estos recursos tecnológicos deben cumplir. Al respecto del uso de estos objetos virtuales de aprendizaje en la enseñanza – aprendizaje de la matemática, Triana y Ceballos (2016) afirman que:

“Los OVA ofrecen recursos y estrategias metodológicas que, al ser usadas en el aula, los estudiantes pueden contemplar los aspectos conceptuales y didácticos que permitan mejorar el aprendizaje, además, posibilitan que el acercamiento a los diferentes objetos matemáticos se dé significativamente”. (p 25).

En esta intervención, participaron siete (7) estudiantes de la muestra; ya que dos de ellos faltaron a clases en el día que se llevó a cabo dicha intervención pedagógica, por motivos personales de fuerza mayor. Para la realización de esta actividad se seleccionó el blog de Luisa María Arias¹, porque es de fácil acceso y manejo, se utiliza varias veces en diferentes contextos,

¹ El blog denominado “JUGANDO Y APRENDIENDO” de la profesora española, es un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA). Se puede acceder a este recurso didáctico en: <https://luisamariaarias.wordpress.com/>

todas estas características lo convierten en una herramienta tecnológica didáctica, además cuenta con una gran variedad de actividades propuestas para los estudiantes, de diferentes contenidos y objetos matemáticos que permiten afianzar el aprendizaje, en este caso particular los números enteros.

De acuerdo a lo anterior, cabe señalar que para seleccionar el OVA que se utilizó en esta investigación, nos apoyamos en los criterios y características recomendadas por Cubides (citado por Triana y Ceballos, 2016).

Las actividades que se les propuso a los estudiantes participantes, fueron las siguientes:

3.5.3.1. ACTIVIDAD N° 1: El ascensor y los números enteros.

En esta actividad los estudiantes participantes, ponen a prueba sus conocimientos sobre la representación de números enteros, apoyándose en la recta numérica como referencia. De ahí que precisamente el propósito de esta actividad fue observar como los estudiantes responden a situaciones en contexto real sobre el reconocimiento y la ubicación en la recta numérica. La situación estuvo motivada por el desplazamiento que realiza un ascensor por los diferentes pisos o niveles de un edificio.

El procedimiento de la actividad, consistió en que los alumnos primero hicieron click sobre un personaje en la columna de la izquierda, en cualquiera y luego hicieron click en su correspondiente al frente, en la columna de la derecha.



Ilustración 10: El ascensor y los números enteros. Fuente: Blog de Luisa Maria Arias.

3.5.3.2. ACTIVIDAD N° 2: Los números enteros y las coordenadas

Esta actividad tuvo como propósito familiarizar a los estudiantes con la ubicación de puntos en el plano. Además, les permitió a los discentes, continuar reconociendo la recta numérica; ya que este es un concepto muy importante, para comprender sobre el objeto matemático de los números enteros.

NÚMEROS ENTEROS Y COORDENADAS

María y Elena quieren colocar unos barcos sobre una cuadrícula y han dibujado dos ejes perpendiculares de color verde.
Fíjate en que estos dos ejes dividen la cuadrícula en cuatro partes llamadas cuadrantes.

Pincha y observa cómo colocamos los barcos en las coordenadas que se indican.

Este barco lo vamos a colocar en el primer cuadrante en el punto $(+2, +1)$ **PULSA**

Este barco lo vamos a colocar en el segundo cuadrante en el punto $(-2, +1)$ **PULSA**

Este barco lo vamos a colocar en el tercer cuadrante en el punto $(-1, -2)$ **PULSA**

Este barco lo vamos a colocar en el cuarto cuadrante en el punto $(+3, -1)$ **PULSA**



RECUERDA En cada par de coordenadas, por ejemplo $(+2, -1)$, el primer número $(+2)$ está en el eje horizontal (X) y el segundo (-1) en el eje vertical (Y).

CONTINÚA 

Ilustración 11: Los números enteros y las coordenadas. Fuente: blog de Luisa María Arias.

3.5.3.3. ACTIVIDAD N° 3: Suma de números enteros

Esta actividad se les propuso a los estudiantes, con aras de observar como ellos se desempeñan realizando sumas de números enteros, apoyándose en la recta numérica. Los alumnos participantes, primero representaron cada suma en la recta numérica y luego escribían el resultado en la suma correspondiente.

SUMA DE UN ENTERO NEGATIVO CERRAR

-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 +9 +10

INICIAR (cada vez que quieras iniciar una nueva suma, pulsa este botón)

Para sumar un número entero negativo en la recta entera, se parte del primer sumando y se retrocede, hacia la izquierda, tantas unidades como indica el segundo sumando.

Vamos a hacer este ejemplo, $(0) + (-5)$. Pincha sobre la recta en 0 , que es el primer sumando, luego retrocede 5 lugares (*pulsa de uno en uno*). Hemos llegado a -5 . Entonces $(0) + (-5) = (-5)$.

Posición inicial 0
Has retrocedido 0
Ahora estás en la posición 0

OPERACIÓN $\rightarrow (0) + (0) = 0$

Haz los siguientes sumas ayudándote de la recta entera.
(Los resultados tienen que hacer coincidiendo el signo con el resultado. $+$ = $+$.)

$(+10) + (-3) =$ <input type="text" value="+7"/>	$(+9) + (-7) =$ <input type="text" value="+2"/>	$(+1) + (-8) =$ <input type="text" value="-7"/>	$(-7) + (-3) =$ <input type="text" value="-10"/>
$(+8) + (-4) =$ <input type="text" value="+4"/>	$(+10) + (-10) =$ <input type="text" value="0"/>	$(-4) + (-3) =$ <input type="text" value="-7"/>	$(+4) + (-3) =$ <input type="text" value="+1"/>
$(+5) + (-6) =$ <input type="text" value="-1"/>	$(+1) + (-3) =$ <input type="text" value="-2"/>	$(-2) + (-5) =$ <input type="text" value="-7"/>	$(-2) + (-2) =$ <input type="text" value="-4"/>

¡¡¡¡¡ COMPROBADO **Muy Bien** **COMPROBADO**

Ilustración 12: Suma de números enteros. Fuente: blog de Luisa María Arias.

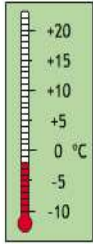
3.5.3.4. ACTIVIDAD N° 4: El termómetro y los números enteros

Los estudiantes en esta actividad, tienen la oportunidad de observar la temperatura que marca cada termómetro y escoger la respuesta que ellos consideran correcta. Así mismo como en otras de las actividades anteriores realizadas en esta intervención de uso del OVA, el propósito es ahora, observar que interpretación hacen los estudiantes a la recta numérica con respecto al cero como punto de referencia.

El termómetro y los números enteros

6 / 6

i Observa la temperatura que marca cada termómetro y elige la opción correcta.

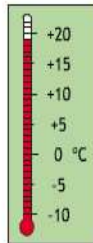


→

El termómetro marca una temperatura por debajo de 0 °C.

El número de grados es un número entero negativo .

La temperatura es de dos grados bajo cero .



→

El termómetro marca una temperatura por encima de 0 °C.

El número de grados es un número entero positivo .

La temperatura es de diecinueve grados .

SOLUCIÓN

© Santillana

↶
✓✗
↷

Ilustración 13: El termómetro y los números enteros. Fuente: blog de Luisa María Arias.

Ahora bien, es importante resaltar que este blog de Luisa María Arias “jugando y aprendiendo” cuenta con otros aspectos didácticos que no se muestran en este documento y que están disponibles y en los que se trabajó con los estudiantes, a través de los talleres independiente que permitiera un fortalecimiento de las actividades realizadas y de manera articulada con las prácticas sociales de referencia a las que se hizo mención en el capítulo dos (2).

Capítulo 4: Análisis y discusión de resultados

En este capítulo se muestra y se discuten los principales resultados que se obtuvieron en esta investigación. Iniciamos con el análisis epistemológico de los resultados de la prueba diagnóstica, posteriormente presentamos el análisis de los resultados de la estrategia didáctica del uso de material concreto y por último el análisis de los datos obtenidos en la intervención del uso del OVA.

4.1 Prueba diagnóstica

Para analizar los resultados de la prueba diagnóstica, que se les aplicó a los estudiantes participantes en la propuesta, en primer lugar presentamos los resultados de acuerdo a las preguntas que se formularon en el cuestionario de la prueba, clasificadas por las variables del objeto matemático de estudio y los obstáculos epistemológicos que se pueden presentar y en segundo lugar, se analizó las respuestas de cada estudiante, considerando la presencia o no de los obstáculos epistemológicos establecidos por Glaeser (1981) (citado por Cid, 2000), según las respuestas de los participantes.

4.1.1 Resultados de la prueba diagnóstica

En las siguientes tablas se muestran los resultados a las respuestas de las preguntas de la prueba diagnóstica aplicada a la muestra, en ella se puede evidenciar los conocimientos y habilidades que tienen los estudiantes participantes en la investigación. Además, se detalla las respuestas correctas e incorrectas con respecto a las variables de análisis del objeto matemático y los obstáculos epistemológicos establecidos por Glaeser (1981) (citado por Cid, 2000).

Variables	Preguntas	Correctas	Incorrectas	No responde	Obstáculos epistemológicos
Representación de número entero con referente a la recta numérica vertical.	1.1 avión	6	3	0	Dificultad para unificar la recta real numérica.
	1.2 barco	4	5	0	
	1.3 submarino	3	6	0	

Análisis:

Podemos observar que, dado el número de respuestas correctas e incorrectas, no existe una correspondencia entre la unificación de la recta real numérica y darles sentido a las cantidades negativas aisladas. En algunas de las respuestas se evidencia, el no manejo de las relaciones de orden como menor que, mayor que y dificultades de la ubicación posicional unidimensional a partir de un referente como lo era el dato 25, que correspondía a la posición del globo.

1. Con el número 25 indicamos, la posición del globo con respecto al nivel del mar. ¿qué número le asignarías al avión, al barco y al submarino?



1. Con el número 25 indicamos, la posición del globo con respecto al nivel del mar. ¿qué número le asignarías al avión, al barco y al submarino?

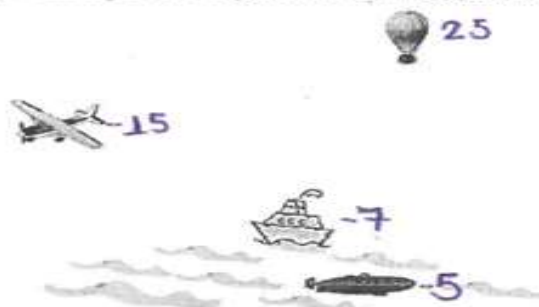


Tabla 4: Resultados de la pregunta 1, en la prueba diagnóstica.

Variables	Preguntas	Correctas	Incorrectas	No responde	Obstáculos epistemológicos
Concepto y representación de número entero.	2.1	3	0	6	Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.
	2.2	2	2	5	
	2.3	1	3	5	
	2.4	4	2	3	

Análisis:

En esta pregunta, era necesario que el estudiante asociara termino como: sobre el nivel del mar, tener una deuda, temperatura bajo cero, ganar un premio en dinero en correspondencia con la representación de número entero y contextualizándolos con situaciones referidas a su entorno, sin embargo, dado el alto número de preguntas no respondidas, se evidencia que en el supuesto de que el estudiante no tenga dificultades en el manejo de las distintas representaciones de números enteros, él no logra hacer extensible y significativo este conocimiento en otro contexto. Ilustramos con dos ejemplos de las pocas respuestas obtenidas que fueron más cercanas a lo que se pretendía.

2. Expresa con números enteros las siguientes situaciones:

- a) 12 metros sobre el nivel del mar. 12mts
- b) Deber a un amigo 500 pesos. \$500
- c) 5°C de temperatura bajo cero. -50C
- d) Ganarse en una rifa 6500 pesos. \$6.500

2. Expresa con números enteros las siguientes situaciones:

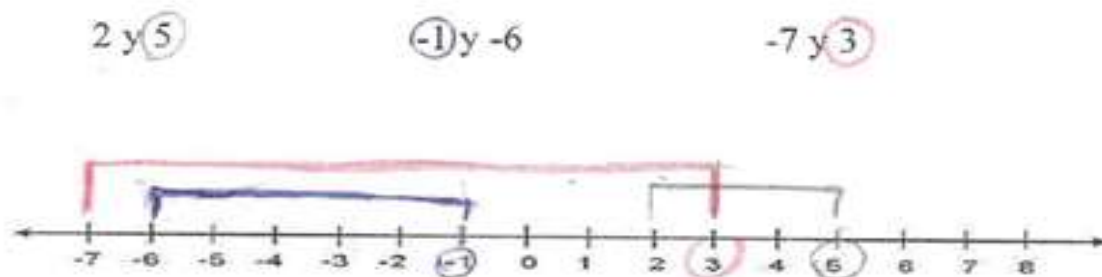
- a) 12 metros sobre el nivel del mar. a) 12 m
- b) Deber a un amigo 500 pesos. b) -500 \$
- c) 5°C de temperatura bajo cero. c) 50°C
- d) Ganarse en una rifa 6500 pesos. d) + 6500

Tabla 5: Resultados de la pregunta 2, en la prueba diagnóstica.

Variables	Preguntas	Correctas	Incorrectas	No responde	Obstáculos epistemológicos
Concepto y representación de número entero.	3.1	7	1	1	Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.
	3.2	6	2	1	
	3.3	7	1	1	
Relación de orden en los números enteros.	3.1	4	2	3	Dificultad para unificar la recta real numérica.
	3.2	2	4	3	
	3.3	3	3	3	

Análisis:

En esta pregunta, se les proporcionó la recta real numérica con los números enteros representados y ordenados sobre esta. Por el número de respuestas correctas, podemos afirmar que fue de gran ayuda para ellos tener esta recta y poder ubicar las tres parejas de números en ella, sin mayor inconveniente. La dificultad la tuvieron en lo correspondiente con establecer el número mayor de cada pareja, esto deja en evidencia por una parte el obstáculo correspondiente a la dificultad para unificar en la recta real numérica y por otra la no apropiación de la relación de orden en los números enteros.

Respuestas correctas:**Respuestas incorrectas:**

3. Representa en la recta numérica cada pareja de números y encierra en un círculo el número mayor de cada pareja.

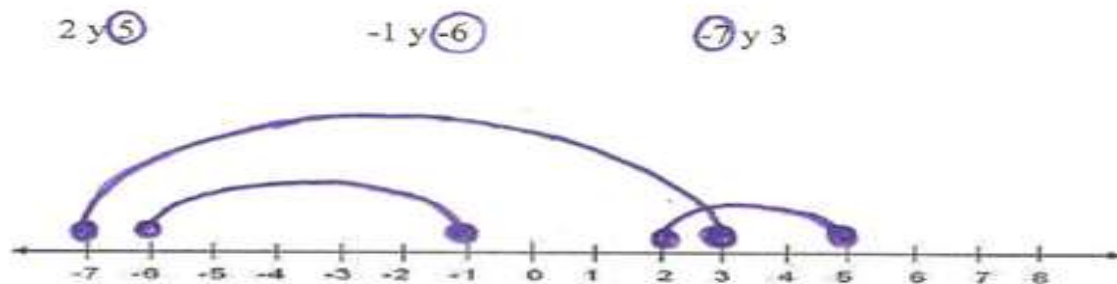


Tabla 6: Resultados de la pregunta 3, en la prueba diagnóstica.

Variables	Preguntas	Correctas	Incorrectas	No responde	Obstáculos epistemológicos
Representación de número entero y operatividad.	4.1	0	6	3	Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas. Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas. Dificultad para unificar la recta real numérica.
	4.2	0	6	3	
	5.1	4	5	0	

Análisis:

Para las preguntas 4 y 5 se analizaron de forma conjunta, ya que ambas tenían como alternativa para la solución, dos formas; una era haber utilizado la representación en la recta real numérica y la otra utilizando operaciones aritméticas básicas con números enteros. De acuerdo, al elevado número de respuestas incorrectas para la pregunta 4, se evidencia una consistencia entre los tres obstáculos epistemológicos, asociados a estas dos preguntas, pero se observó entre las pocas respuestas correctas para la pregunta 5, tal parece que se realizó una analogía con la recta real numérica en vertical, para llegar a la solución a la pregunta.

Respuestas a la pregunta 4:

$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \quad 4^{\circ}\text{C} \\ \quad 18^{\circ}\text{C} \\ \hline \quad 22 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 - \\ \quad 4 \\ \hline 14 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{R/ Soporta } 22^{\circ}\text{C} \\ \text{R/ Subina } 14^{\circ}\text{C} \end{array}$$

4. ¿Qué diferencia de temperatura soporta una persona que pasa de la cámara de conservación de las verduras, que se encuentra a 4°C , a la del pescado congelado, que está a -18°C ? *Se encuentran a 22°C de diferencia*

Respuestas a la pregunta 5:

$$\begin{array}{r} \textcircled{5} \quad 210 \text{ m} \\ \quad 70 \text{ m} \\ \quad 90 \text{ m} \\ \hline \quad 370 \text{ m} \end{array} \quad \begin{array}{r} 210 \\ \quad 70 \\ \quad 90 \\ \hline 370 \text{ m} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{R/ esta a } 370 \text{ m} \end{array}$$

5. Un submarino está a 210 metros bajo el nivel del mar, debido a las fuertes corrientes marinas, tuvo que descender 70 metros. Más tarde decide subir 90 metros. ¿A qué profundidad está el submarino? *A 190 mts bajo el nivel del mar*

Tabla 7: Resultados de la pregunta 4 y 5 en la prueba diagnóstica.

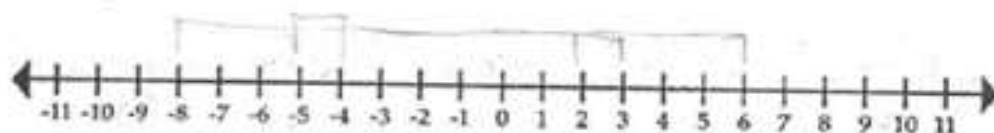
Variables	Preguntas	Correctas	Incorrectas	No responde	Obstáculos epistemológicos
Representación gráfica en la recta numérica y operatividad.	6.1	7	0	2	Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.
	6.2	5	2	2	
	6.3	7	0	2	

Análisis:

En esta pregunta, se les suministró como referente de ayuda la recta real numérica, según el número de respuestas correctas, podríamos inferir que un alto número de los estudiantes de la muestra, les sirvió el haber tenido esa ayuda. Así mismo, se puede señalar que la recta real les ayudo a manipular cantidades negativas aisladas, mostrando así un buen manejo a las operaciones de adición y sustracción de números enteros, teniendo una apropiación correcta de la tabla de signos.

6. Utilizando la recta numérica, encuentra el resultado de:

- a) $3 + (-8) = -5$
 b) $-5 + (-4) = -9$
 c) $2 + 6 = 8$



6. Utilizando la recta numérica, encuentra el resultado de:

- a) $3 + (-8) = -5$
 b) $-5 + (-4) = -9$
 c) $2 + 6 = 8$

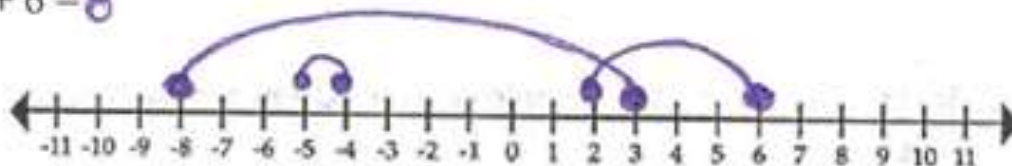


Tabla 8: Resultados de la pregunta 6, en la prueba diagnóstica.

Variables	Preguntas	Correctas	Incorrectas	No responde	Obstáculos epistemológicos
Representación de número entero y operatividad.	7.1	5	4	0	Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas. Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas. Dificultad para unificar la recta real numérica.

Análisis:

Para esta última pregunta, al igual que en las preguntas 4 y 5 los estudiantes tenían dos alternativas para responder correctamente a la misma, una de ellas sería haberse apoyado en la recta real numérica y la otra pudo ser operando aritméticamente con adición y sustracción de números enteros. Observando el número de respuestas correctas en esta pregunta, se puede asegurar que es consecuente la relación de los tres obstáculos epistemológicos con las respuestas, no así con las cuatro respuestas incorrectas. Aunque prevalece fuertemente en las respuestas correctas, una buena actitud para manipular las cantidades negativas aisladas.

7. Ayer en horas de la tarde, la temperatura en la ciudad de Bogotá registró 9 grados centígrados y a las 12 de la noche había descendido 11 grados. ¿Cuál era entonces la temperatura a esa hora en Bogotá?

La temperatura en Bogotá a las 12 de la noche estaba a 32°C

$$\begin{array}{r} 12 \\ 11 \\ \hline 32 \end{array}$$

7. Ayer en horas de la tarde, la temperatura en la ciudad de Bogotá registró 9 grados centígrados y a las 12 de la noche había descendido 11 grados. ¿Cuál era entonces la temperatura a esa hora en Bogotá?

La temperatura era de -2°C .

Tabla 9: Resultados de la pregunta 7, en la prueba diagnóstica.

4.1.2. Descripción de las preguntas de la prueba diagnóstica en relación con la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.

A continuación se da una breve descripción a las preguntas de indagación de saberes previos, en relación con los aspectos de la Socioepistemología, abordados en esta investigación sobre las prácticas socialmente compartida como: crédito financiero, pronóstico del tiempo y la localización, donde intervienen los números enteros en la vida cotidiana de los estudiantes, podemos resaltar lo siguiente: por ejemplo, en las preguntas 1 y 3, se hizo referencia, a la actividad matemática de los estudiantes, asociadas a la práctica socialmente compartida, de la localización.

Por otro lado, en la pregunta 2, se pretendió conocer las respuestas a las tres prácticas socialmente compartidas, a las que se hace referencia en el capítulo dos (2) y que forman parte del diseño de la propuesta de intervención didáctica. Por ejemplo, el hecho de representar matemáticamente una deuda o una ganancia, de representar una temperatura bajo cero y una distancia sobre el nivel del mar.

Para las preguntas 4, 5 y 7, se indagó sobre los conocimientos que tenían los estudiantes, en relación a la práctica de referencia de la operatividad, que regula las prácticas sociales de la localización y el pronóstico de tiempo climático.

En la pregunta 6, se pretendió averiguar sobre los conocimientos adquiridos por los estudiantes participantes en la prueba, relacionados a la práctica de referencia de la operatividad que regula las prácticas sociales establecidas en esta investigación.

Según el número de respuestas correctas e incorrectas dadas por los estudiantes en cada una de las preguntas del cuestionario de la prueba diagnóstica, podemos afirmar que sí, es posible llegar a la construcción del conocimiento matemático, particularmente el de las operaciones de adición y sustracción de números enteros, a partir de las prácticas sociales de la vida cotidiana de los estudiantes.

4.1.3. Análisis del cuestionario que se aplicó en la prueba diagnóstica.

A continuación, se presenta el análisis de los resultados del cuestionario (ver anexo D) que se aplicó en la prueba diagnóstica, realizada por los estudiantes participantes en la propuesta didáctica. Cabe resaltar que, en este análisis, se identificó según las respuestas de los estudiantes, la clase de obstáculos epistemológicos de los números enteros.

<p>Estudiante 1</p>	<p>Pregunta N°1:</p> <p>No presenta dificultad para unificar la recta real, dado que representa cantidades referenciado por un origen.</p>	<p>Pregunta N°2:</p> <p>No responde la pregunta.</p>	<p>Pregunta N°3:</p> <p>Se evidencia dificultad en la ubicación de números en la recta numérica, presentándose el obstáculo de unificación de la recta real.</p>
<p>Pregunta N°4:</p> <p>En esta respuesta se observa dificultades con la unificación de la recta real, en este caso bastaba con que unificara dos semi-rectas negativas y al sumar las magnitudes y apoyándose en la regla de los signos obtenía el resultado.</p>	<p>Pregunta N°5:</p> <p>No tuvo dificultad en dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°6:</p> <p>Se evidencia dificultad en el manejo de cantidades negativas y de ubicación de números en la recta numérica.</p>	<p>Pregunta N°7:</p> <p>Se evidencia que hubo falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas ya que, no tomo en cuenta que un descenso en la temperatura se asocia cantidades negativas y que en un ascenso con positiva.</p>

Tabla 10: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 1.

<p>Estudiante 2</p>	<p>Pregunta N°1:</p> <p>Se evidencia una dificultad en la unificación de la recta numérica.</p>	<p>Pregunta N°2:</p> <p>En la respuesta se evidencia una dificultad en la unificación de la recta numérica.</p>	<p>Pregunta N°3:</p> <p>Se evidencia dificultad en la ubicación de números en la recta, presentándose el obstáculo de unificación de la recta real.</p>
<p>Pregunta N°4:</p> <p>Según la respuesta, se evidencia dificultad en la ubicación de números en la recta numérica, presentándose el obstáculo de unificación de la recta real.</p>	<p>Pregunta N°5:</p> <p>No tuvo dificultad en dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°6:</p> <p>Se evidencia manejo de cantidades negativas y coherente con la tabla de los signos.</p>	<p>Pregunta N°7:</p> <p>Se observa manejo de los términos descenso y ascenso y su relación con los signos positivos y negativos, logra la unificación de la recta numérica.</p>

Tabla 11: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 2.

<p>Estudiante 3</p>	<p>Pregunta N°1:</p> <p>Se presenta la dificultad para unificar la recta real, en particular no tiene considerado en su razonamiento una ubicación referida a un origen.</p>	<p>Pregunta N°2:</p> <p>Se le dificulta la ubicación de números en la recta numérica, presentándose el obstáculo de unificación de la recta real.</p>	<p>Pregunta N°3:</p> <p>Se le dificulta la ubicación de números en la recta numérica, presentándose el obstáculo de unificación de la recta real.</p>
<p>Pregunta N°4:</p> <p>En esta respuesta, se observa dificultades con la unificación de la recta real, en este caso bastaba con que unificara dos semi-rectas negativas y al sumar las magnitudes, apoyándose en la regla de los signos, obtenía el resultado; la ejecución realizada fue una multiplicación, sin ninguna relación con el problema a resolver.</p>	<p>Pregunta N°5:</p> <p>En esta respuesta se observa que la escala original era en metros y erróneamente cambio a una escala de temperatura, sin embargo, dio con la respuesta correcta, no tuvo dificultad en dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°6:</p> <p>En esta respuesta se observa la falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas, ya que no es consistente en el manejo de la tabla de multiplicación de signos.</p>	<p>Pregunta N°7:</p> <p>Se evidencia que hubo falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas ya que no tomo en cuenta que un descenso en la temperatura se asocia cantidades negativas y que en un ascenso con positiva.</p>

Tabla 12: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica, estudiante 3.

Estudiante 4	Pregunta N°1: No presenta dificultad para unificar la recta real.	Pregunta N°2: Hace buen uso de la unificación de la recta.	Pregunta N°3: Se evidencia un buen manejo en la ubicación de números en la recta numérica y en establecer una relación de orden.
Pregunta N°4: Se le dificulta la ubicación de números en la recta numérica, presentándose el obstáculo de unificación de la recta real.	Pregunta N°5: En esta respuesta se observa que, se le dificulta dar sentido a las cantidades negativas aisladas.	Pregunta N°6: No le es significativo el signo para efectos de las operaciones, se evidencia una dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.	Pregunta N°7: Se evidencia manejo de los términos descenso y ascenso y su relación con los signos positivos y negativos; logra la unificación de la recta numérica.

Tabla 13: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica, estudiante 4.

<p>Estudiante 5</p>	<p>Pregunta N°1:</p> <p>Se evidencia una dificultad en la unificación de la recta numérica.</p>	<p>Pregunta N°2:</p> <p>La falta de respuestas en esta pregunta, evidencia una dificultad en la unificación de la recta numérica.</p>	<p>Pregunta N°3:</p> <p>Se evidencia un buen manejo en la ubicación de números en la recta numérica y en establecer una relación de orden.</p>
<p>Pregunta N°4:</p> <p>Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°5:</p> <p>En esta respuesta se observa que, se le dificulta dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°6:</p> <p>Se evidencia manejo de cantidades negativas y coherente con la tabla de los signos.</p>	<p>Pregunta N°7:</p> <p>Se evidencia manejo de los términos descenso y ascenso y su relación con los signos positivos y negativos, logra la unificación de la recta numérica.</p>

Tabla 14: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 5.

<p>Estudiante 6</p>	<p>Pregunta N°1:</p> <p>Presenta dificultad para unificar la recta real, particularmente los números negativos.</p>	<p>Pregunta N°2:</p> <p>La falta de respuestas en esta pregunta, evidencia una dificultad en la unificación de la recta numérica.</p>	<p>Pregunta N°3:</p> <p>Se evidencia que hace buen manejo en la ubicación de números en la recta numérica, pero se le dificulta establecer una relación de orden.</p>
<p>Pregunta N°4:</p> <p>Según la respuesta, se evidencia dificultad en la ubicación de números en la recta numérica, presentándose el obstáculo de unificación de la recta real.</p>	<p>Pregunta N°5:</p> <p>Se evidencia dificultad, en dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°6:</p> <p>Se evidencia manejo de cantidades negativas y coherente con la tabla de los signos.</p>	<p>Pregunta N°7:</p> <p>Se evidencia manejo de los términos descenso y ascenso y su relación con los signos positivos y negativos, logra la unificación de la recta real.</p>

Tabla 15: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 6.

<p>Estudiante 7</p>	<p>Pregunta N°1:</p> <p>Se presenta la dificultad para unificar la recta real, en particular no tiene considerado en su razonamiento una ubicación referida a un origen.</p>	<p>Pregunta N°2:</p> <p>Hace uso de la unificación de la recta.</p>	<p>Pregunta N°3:</p> <p>Se evidencia que hace uso de la recta numérica para la ubicación de números, pero se le dificulta establecer la relación de orden.</p>
<p>Pregunta N°4:</p> <p>Se evidencia una dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°5</p> <p>Se evidencia dificultades para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°6:</p> <p>Se evidencia manejo de cantidades negativas y coherente con la tabla de los signos.</p>	<p>Pregunta N°7:</p> <p>Se evidencia que hubo falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas ya que, no tomo en cuenta que un descenso en la temperatura se asocia cantidades negativas y que en un ascenso con positiva.</p>

Tabla 16: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 7.

<p>Estudiante 8</p>	<p>Pregunta N°1:</p> <p>Se presenta la dificultad para unificar la recta real, en particular no tiene considerado en su razonamiento una ubicación referida a un origen.</p>	<p>Pregunta N°2:</p> <p>La falta de respuestas en esta pregunta, evidencia una dificultad en la unificación de la recta numérica.</p>	<p>Pregunta N°3:</p> <p>Se evidencia dificultad, en la ubicación de números en la recta numérica y en la relación de orden.</p>
<p>Pregunta N°4:</p> <p>La falta de respuesta en esta pregunta, evidencia una dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°5:</p> <p>Se evidencia dificultad en la unificación de la recta numérica.</p>	<p>Pregunta N°6:</p> <p>La falta de respuestas en esta pregunta, evidencia la dificultad de aptitud, para manipular cantidades negativas y coherente con la tabla de los signos.</p>	<p>Pregunta N°7:</p> <p>Se evidencia que hubo falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas ya que no tomo en cuenta que un descenso en la temperatura se asocia cantidades negativas y que en un ascenso con positiva.</p>

Tabla 17: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica del estudiante 8.

<p>Estudiante 9</p>	<p>Pregunta N°1:</p> <p>Se presenta la dificultad para unificar la recta real, en particular no tiene considerado en su razonamiento una ubicación referida a un origen.</p>	<p>Pregunta N°2:</p> <p>Se le dificulta la ubicación de números en la recta, presentándose el obstáculo de unificación de la recta real.</p>	<p>Pregunta N°3:</p> <p>se observa manejo de la recta numérica y de las relaciones de orden.</p>
<p>Pregunta N°4:</p> <p>Dificultades para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°5:</p> <p>Hace uso de la unificación de la recta real.</p>	<p>Pregunta N°6:</p> <p>Se evidencia manejo de cantidades negativas y coherente con la tabla de los signos.</p>	<p>Pregunta N°7:</p> <p>Se evidencia manejo de los términos descenso y ascenso y su relación con los signos positivos y negativos, logra la unificación de la recta real.</p>

Tabla 18: Análisis epistemológico de la prueba diagnóstica en el estudiante 9.

4.2. Estrategia didáctica “El banco de tapas”

En esta estrategia lúdica, el análisis de los resultados se realizó de la siguiente manera:

Primero, se analizaron los formatos (ver anexo E) donde cada equipo registró la actividad matemática y luego se analizó el cuestionario de reflexión (ver anexo F) por cada estudiante con el rol de jugador, que participó en la estrategia.

4.2.1 Análisis del instrumento correspondiente al registro de la Actividad Matemática.

La actividad matemática que realizaron los estudiantes a través de esta estrategia lúdica, estuvo centrada en el trabajo colaborativo y cooperativo entre los alumnos y alumnas participantes en la intervención didáctica. Para registrar esa actividad, se utilizaron dos formatos (ver anexo E) donde se puede evidenciar los registros de cada integrante del equipo, según el rol de gerente y jugadores.

Las tablas siguientes se dividen en dos partes, en la parte superior, se muestra la actividad matemática realizada por los estudiantes que tuvieron el rol de gerente del “Banco de tapas” y en la parte inferior de la tabla se observa los registros de los alumnos con el rol de jugadores; por ser una actividad realizada en equipo, se puede notar que, a través del trabajo colaborativo y cooperativo de los integrantes y con la manipulación de material concreto, se facilitó realizar los registros en los formatos por parte de los alumnos con el rol de gerente, al igual que los que tenían el rol de jugadores.

REGISTRO DEL GERENTE						
NOMBRE GERENTE: <i>Luzia Fernanda Ramirez Valencia</i>						
LANZAMIENTOS	JUGADOR 1: <i>Ximena Ramirez</i>			JUGADOR 2: <i>Agustin Ojeda</i>		
	Préstamos	Consignación	saldo	Préstamos	Consignación	saldo
LANZAMIENTO 1	0	0	0	-8	0	-8
LANZAMIENTO 2	3	0	-3	0	0	-8
LANZAMIENTO 3	-2	0	-8	0	7	-1

REGISTRO DE LOS JUGADORES				
NOMBRE JUGADOR	NÚMEROS DE LANZAMIENTOS	REPRESENTAR LAS CANTIDADES MARCADAS EN LOS DADOS POSITIVOS	REPRESENTAR LAS CANTIDADES MARCADAS EN LOS DADOS NEGATIVOS	RESULTADO EN EL TABLERO
<i>Ximena S.</i>	1	6	-6	0
<i>Agustin O.</i>	1		-3 + 5	-8
<i>Ximena S.</i>	2		-4 - 2	-6
<i>Agustin O.</i>	2	6	-6	0
<i>Ximena S.</i>	3	2	-4	-2
<i>Agustin O.</i>	3	3 - 4		-1

Tabla 19: Registro de la actividad matemática del equipo 1.

En la tabla 19, se observa los registros realizados por los estudiantes en cada rol, se puede observar que, el haber orientado la actividad para que ellos tuvieran la necesidad de efectuar cálculos aritméticos utilizando material concreto y el trabajo en equipo, permitió por una parte la utilización de la regla de los signos, aceptando así la existencia de números negativos aislados y por otro, minimizar las falencias correspondientes a los obstáculos de cantidades negativas aisladas y la operatividad de números enteros, particularmente la adición y sustracción.

REGISTRO DEL GERENTE						
NOMBRE GERENTE: <i>Dahlana Escalante Montes.</i>						
LANZAMIENTOS	JUGADOR 1: <i>Carlos Daniel</i>			JUGADOR 2: <i>Ximena Scénz</i>		
	Préstamos	Consignación	saldo	Préstamos	Consignación	saldo
LANZAMIENTO 1	-2	0	-2	-1	0	-1
LANZAMIENTO 2	-2	0	-4	-11	0	-12
LANZAMIENTO 3	-6	0	-10	-2	0	-12

REGISTRO DE LOS JUGADORES				
NOMBRE JUGADOR	NÚMEROS DE LANZAMIENTOS	REPRESENTAR LAS CANTIDADES MARCADAS EN LOS DADOS POSITIVOS	REPRESENTAR LAS CANTIDADES MARCADAS EN LOS DADOS NEGATIVOS	RESULTADO EN EL TABLERO
<i>Carlos Daniel</i>	1	3	-5	-2
<i>Ximena Scénz</i>	1	1	-2	-1
<i>Carlos Daniel</i>	2	3	-5	-2
<i>Ximena Scénz</i>	2	0	-11	-11
<i>Carlos Daniel</i>	3	0	-6	-6
<i>Ximena Scénz</i>	3	1	-3	-2

Tabla 20: Registro de la actividad matemática del equipo 2.

En la tabla 20 se evidencia según los registros, un cambio en la aptitud para manipular cantidades negativas aisladas, así mismo, la necesidad de realizar los cálculos correspondientes les permite, familiarizarse de manera más efectiva con el manejo de las reglas de los signos.

REGISTRO DEL GERENTE						
NOMBRE GERENTE: <i>Winton Ortiz</i>						
LANZAMIENTOS	JUGADOR 1: <i>Juan Carlos</i>			JUGADOR 2: <i>Luisa F. Bustamante</i>		
	Préstamos	Consignación	saldo	Préstamos	Consignación	saldo
LANZAMIENTO 1	-2		-2	-7		-7
LANZAMIENTO 2	-2		-4	-1		-8
LANZAMIENTO 3	-7		-11	-5		-13

REGISTRO DE LOS JUGADORES				
NOMBRE JUGADOR	NÚMEROS DE LANZAMIENTOS	REPRESENTAR LAS CANTIDADES MARCADAS EN LOS DADOS POSITIVOS	REPRESENTAR LAS CANTIDADES MARCADAS EN LOS DADOS NEGATIVOS	RESULTADO EN EL TABLERO
<i>Juan Carlos O.</i>	1	3	5	-2
<i>Luisa Fdo Bte.</i>	1		5 y 2	-7
<i>Juan C. Quintana</i>	2	1	3	-2
<i>Luisa Fdo Bte</i>	2	4	5	-1
<i>Juan C. Quintana</i>	3		4 y 3	-7
<i>Luisa Fdo Bte A.</i>	3	1	6	-5

Tabla 21: Registro de la actividad matemática del equipo 3.

En la tabla 21, en la columna 4 se observa 5 y 2, lo que significa que en ese lanzamiento la estudiante obtuvo como resultados en los dos dados de color rojo, en un dado 5 y en el otro 2. De la misma manera sucedió con 4 y 3, en un dado de color rojo obtuvo 4 y en el otro del mismo color obtuvo 3.

Ahora bien, si analizamos los registros realizados por los estudiantes participantes en ambos roles, se puede evidenciar, al igual que en los dos casos anteriores, un cambio favorable en cuanto a la aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.

4.2.2. Análisis del instrumento cuestionario de reflexión del estudiante

Este cuestionario (ver anexo F) fue aplicado solo a los estudiantes participantes en la investigación con el rol de jugadores (seis (6) estudiantes), ya que algunas de las preguntas permiten comparar los saldos entre los jugadores contrincantes, no siendo este el caso para los del rol de gerente, además las preguntas estaban orientadas a identificar la dificultad o no de los obstáculos epistemológicos ya antes mencionados y de conocer la opinión de los participantes en la intervención, sobre el uso y manipulación de material concreto para realizar operaciones de adición y sustracción de números enteros.

A continuación, presentamos el análisis de las respuestas dadas al cuestionario de reflexión, para cada uno de los estudiantes que participaron en la estrategia lúdica con el rol de jugadores:

Estudiante 3:

1. ¿Cómo justificas la ausencia de tapas en el tablero y qué número puede representar esa situación?

2. Escribe tu saldo final y el de tu contrincante, luego compáralos. ¿Tu saldo es mayor o menor que el de tu adversario?

Adversario = 11
Mios = 13 Mi adversario saca menor saldo q' yo.

3. ¿Qué sucede si salen los 2 dados del mismo color, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero? ¿Qué operación matemática, se realiza con los valores obtenidos en los dos dados?

si salen los dados rojos si tienes en negativas sacas los q' debes y si son de pronto negativas se suman en las negativas

4. ¿Qué operación matemática se realiza, si salen los 2 dados de diferentes colores, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero?

si la cantidad mayor cae en positiva y menor en la negativa se resta si 7 es mayor en negativa y se suma con la positiva.

5. ¿Quién ganó el juego y por qué?

Gano mi adversario porque tenia menor cantidad negativa.

6. Utilizando el tablero y las tapas, representar cada una de las siguientes expresiones y hallar el resultado: (representa gráficamente el tablero y las tapas en cada expresión).

a. $5 + (-6) =$

b. $-3 + (-2) =$



7. ¿Consideras que el uso del tablero y las tapas, te sirvió para comprender las operaciones que realizaste?

Sí X No _____ ¿por qué? porque gane solo 1 pero es algo de experiencia cuando tenga gastos y ganancias. para saber manejarlos.

<p>Estudiante 3</p>	<p>Pregunta N°1: La estudiante, no respondió esta pregunta.</p>	<p>Pregunta N°2: Se evidencia que la estudiante, no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas, porque representó correctamente las situaciones con números negativos.</p>	<p>Pregunta N°3: Tiene claro, que las cantidades negativas representan deudas y que, si dos números son negativos, se suman y el resultado es también negativo. Es decir, que la estudiante, no tiene dificultad en dar sentido a las cantidades negativas.</p>
	<p>Pregunta N°4: Se evidencia que le falta aptitud para manipular cantidades negativas, dado que se le dificultó realizar las operaciones de adición y sustracción de números enteros.</p>	<p>Pregunta N°5: A la estudiante se le dificulta unificar la recta real numérica y se evidencia la falta de aptitud para manipular las cantidades negativas aisladas, dado que se le dificultó establecer el orden de mayor que o menor que entre cantidades negativas.</p>	<p>Pregunta N°6: Se observa que, representó bien las cantidades en el tablero y realizó bien el procedimiento de cancelación; pero, se le dificulta manipular las cantidades negativas aisladas, dado que no realizó correctamente las operaciones propuestas.</p>

Tabla 22: Análisis del cuestionario de reflexión de la estrategia didáctica “El banco de tapas” estudiante 3.

Estudiante 4:

1. ¿Cómo justificas la ausencia de tapas en el tablero y qué número puede representar esa situación? *No se*

2. Escribe tu saldo final y el de tu contrincante, luego compáralos. ¿Tu saldo es mayor o menor que el de tu adversario?

*adversario = -15 mi saldo es menor que el de mi adversario
 MiO = -11*

3. ¿Qué sucede si salen los 2 dados del mismo color, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero? ¿Qué operación matemática, se realiza con los valores obtenidos en los dos dados?

si salen los dos rojos se suman y si tienes en negativo seiras los que debes y si son negativos se suman en los negativos.

4. ¿Qué operación matemática se realiza, si salen los 2 dados de diferentes colores, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero?

si sale la cantidad mayor en la positiva y menor en la negativa se resta y si es mayor en negativa se suma con la positiva

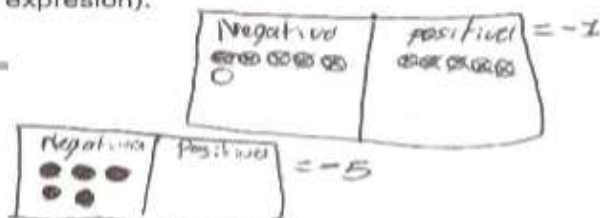
5. ¿Quién ganó el juego y por qué?

el juego lo gané yo por que saqué menor resultado negativo

6. Utilizando el tablero y las tapas, representar cada una de las siguientes expresiones y hallar el resultado: (representa gráficamente el tablero y las tapas en cada expresión).

a. $5 + (-6) =$

b. $-3 + (-2) =$



7. ¿Consideras que el uso del tablero y las tapas, te sirvió para comprender las operaciones que realizaste?

Sí No ¿por qué? Por que puedo Copiarlos con la vida en casos reales en el banco primero: etc.

<p>Estudiante 4</p>	<p>Pregunta N°1: El estudiante, no respondió la pregunta.</p>	<p>Pregunta N°2: Se evidencia que, el estudiante no tiene dificultad, para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, porque representó correctamente las situaciones con números negativos.</p>	<p>Pregunta N°3: Se observa que el estudiante, comprende que, dos cantidades con igual signos se suman. Es decir, tiene aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.</p>
<p>Pregunta N°4: Según la respuesta del estudiante, no tiene claridad en la aptitud para manipular cantidades negativas aisladas, dado que se le dificultó realizar</p>	<p>Pregunta N°5: Se evidencia que, el estudiante no tiene dificultad, para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, dado que establece el orden de mayor que o menor</p>	<p>Pregunta N°6: El estudiante no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, ni dificultad para unificar la recta real numérica, dado que</p>	<p>Pregunta N°7: El estudiante, consideró que haber utilizado material concreto, le sirvió para comprender las operaciones de adición y</p>

las operaciones de adición y sustracción de números enteros.	que entre cantidades negativas.	representó cantidades negativas y positivas con respecto a una referencia y realizó correctamente las adición y sustracción de números enteros.	sustracción de números enteros.
--	---------------------------------	---	---------------------------------

Tabla 23: Análisis del cuestionario de reflexión de la estrategia didáctica “El banco de tapas” estudiante 4.

Estudiante 5:

1. ¿Cómo justificas la ausencia de tapas en el tablero y qué número puede representar esa situación?
2. Escribe tu saldo final y el de tu contrincante, luego compáralos. ¿Tu saldo es mayor o menor que el de tu adversario?

XIMORA = -8 MAYOR
AGUSTIA = -1 MENOR

3. ¿Qué sucede si salen los 2 dados del mismo color, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero? ¿Qué operación matemática, se realiza con los valores obtenidos en los dos dados?

Se suman para que de el resultado específico de acuerdo si es negativa/positiva.

4. ¿Qué operación matemática se realiza, si salen los 2 dados de diferentes colores, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero?

Se resta para dar el resultado.

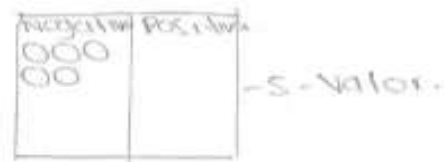
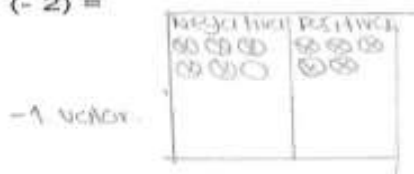
5. ¿Quién ganó el juego y por qué?

Agustín ganó ya que tiene una menor deuda.

6. Utilizando el tablero y las tapas, representar cada una de las siguientes expresiones y hallar el resultado: (representa gráficamente el tablero y las tapas en cada expresión).

a. $5 + (-6) =$

b. $-3 + (-2) =$



7. ¿Consideras que el uso del tablero y las tapas, te sirvió para comprender las operaciones que realizaste?

Sí X No _____ ¿por qué? porque me parece que es una forma más sencilla para entender lo tema

Estudiante 5	<p>Pregunta N°1: La estudiante, no respondió la pregunta.</p>	<p>Pregunta N°2: De acuerdo a la respuesta, se evidencia, que la estudiante no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, porque representó correctamente las situaciones con números negativos.</p>	<p>Pregunta N°3: Se observa, que la estudiante maneja adecuadamente los signos y no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>
---------------------	--	---	---

<p>Pregunta N°4: Se evidencia, que la estudiante hace un manejo adecuado al momento de manipular cantidades negativas aisladas, dado que se le dificultó realizar las operaciones de adición y sustracción de números enteros.</p>	<p>Pregunta N°5: Con la respuesta de la estudiante, se evidencia que no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, ya que establece el orden de mayor que o menor que entre cantidades negativas.</p>	<p>Pregunta N°6: Se observa que, hace buen uso, es decir tiene aptitud para manipular las cantidades negativas aisladas y además no tiene dificultad para unificar la recta real numérica, porque representó cantidades negativas y positivas con respecto a una referencia y realizó correctamente las adición y sustracción de números enteros.</p>	<p>Pregunta N°7: De acuerdo a la respuesta de la estudiante, el uso del material concreto le sirvió, para comprender de una manera más sencilla las operaciones de adición y sustracción de números enteros.</p>
---	--	--	---

Tabla 24: Análisis del cuestionario de reflexión de la estrategia didáctica “El banco de tapas” estudiante 5.

Estudiante 6:

1. ¿Cómo justificas la ausencia de tapas en el tablero y qué número puede representar esa situación?

2. Escribe tu saldo final y el de tu contrincante, luego compáralos. ¿Tu saldo es mayor o menor que el de tu adversario?

$$A = -1 \text{ Menor}$$

$$X = -8 \text{ Mayor}$$

3. ¿Qué sucede si salen los 2 dados del mismo color, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero? ¿Qué operación matemática, se realiza con los valores obtenidos en los dos dados?

Ocurre que si son dos se suman

4. ¿Qué operación matemática se realiza, si salen los 2 dados de diferentes colores, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero?

Se resta la cantidad entre el negativo y el positivo

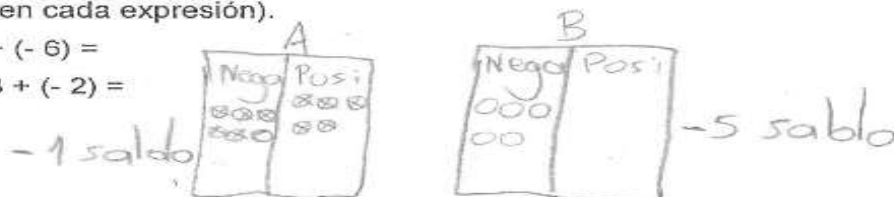
5. ¿Quién ganó el juego y por qué?

Ganó yo por que tube una menor deuda

6. Utilizando el tablero y las tapas, representar cada una de las siguientes expresiones y hallar el resultado: (representa gráficamente el tablero y las tapas en cada expresión).

a. $5 + (-6) =$

b. $-3 + (-2) =$



7. ¿Consideras que el uso del tablero y las tapas, te sirvió para comprender las operaciones que realizaste?

Sí X No _____ ¿por qué? Porque es una forma didáctica de entender los números enteros.

<p>Estudiante 6</p>	<p>Pregunta N°1: El estudiante, no respondió la pregunta.</p>	<p>Pregunta N°2: Se observa, que el estudiante no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, porque representó correctamente las situaciones con números negativos.</p>	<p>Pregunta N°3: El estudiante, tiene claro que, dos cantidades con igual signos se suman. Es decir, no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>
<p>Pregunta N°4: Se evidencia, que el estudiante tiene aptitud para manipular cantidades negativas; tiene claro que dos cantidades de diferentes signos se restan.</p>	<p>Pregunta N°5: El estudiante, no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, dado que establece el orden de mayor que o menor que entre cantidades negativas.</p>	<p>Pregunta N°6: No tiene dificultad para manipular cantidades negativas aisladas y tampoco tiene dificultad para unificar la recta real numérica, dado que realizó correctamente las operaciones de adición y sustracción de números enteros.</p>	<p>Pregunta N°7: El estudiante, consideró que haber utilizado material concreto, le ayudó a comprender las operaciones de adición y sustracción de números enteros y aclara que le pareció una forma didáctica.</p>

Tabla 25: Análisis del cuestionario de reflexión de la estrategia didáctica “El banco de tapas” estudiante 6.

Estudiante 8:

1. ¿Cómo justificas la ausencia de tapas en el tablero y qué número puede representar esa situación?

no se

2. Escribe tu saldo final y el de tu contrincante, luego compáralos. ¿Tu saldo es mayor o menor que el de tu adversario?

no se

3. ¿Qué sucede si salen los 2 dados del mismo color, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero? ¿Qué operación matemática, se realiza con los valores obtenidos en los dos dados?

no se

4. ¿Qué operación matemática se realiza, si salen los 2 dados de diferentes colores, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero?

no se

5. ¿Quién ganó el juego y por qué?

no se

6. Utilizando el tablero y las tapas, representar cada una de las siguientes expresiones y hallar el resultado: (representa gráficamente el tablero y las tapas en cada expresión).

a. $5 + (-6) =$

b. $-3 + (-2) =$

no se


7. ¿Consideras que el uso del tablero y las tapas, te sirvió para comprender las operaciones que realizaste?

Si _____ No _____ ¿por qué? _____

no se

Como se puede observar, las respuestas que dio el estudiante al cuestionario de reflexión se evidencia un desinterés y desmotivación por esta actividad.

Estudiante 9:

- ¿Cómo justificas la ausencia de tapas en el tablero y qué número puede representar esa situación? *Esto sucede cuando sale el mismo número en los dados, pero uno es positivo y el otro es negativo, pues lo que debe se paga en el mismo instante, ya que tiene lo justo para pagar.*
- Escribe tu saldo final y el de tu contrincante, luego compáralos. ¿Tu saldo es mayor o menor que el de tu adversario?
*Jugador 1: -8 / El que tiene más saldo es el Jugador 2, ya que debe menos que el Jugador 1.
 Jugador 2: -1*
- ¿Qué sucede si salen los 2 dados del mismo color, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero? ¿Qué operación matemática se realiza con los valores obtenidos en los dos dados?
Si salen 2 dados del mismo color, el valor de cada uno se debe sumar y poner si es positivo o negativo dependiendo del color.
- ¿Qué operación matemática se realiza, si salen los 2 dados de diferentes colores, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero?
Se debe mirar el número que tiene cada dado y restarle a el positivo el valor de negativo.
- ¿Quién ganó el juego y por qué?
El jugador 2 porque debía menos.
- Utilizando el tablero y las tapas, representar cada una de las siguientes expresiones y hallar el resultado: (representa gráficamente el tablero y las tapas en cada expresión).
 a. $5 + (-6) = -1$
 b. $-3 + (-2) = -5$

- ¿Consideras que el uso del tablero y las tapas, te sirvió para comprender las operaciones que realizaste?
 Sí ✓ No _____ ¿por qué? Es más divertida y fácil comprender las operaciones.

<p>Estudiante 9</p>	<p>Pregunta N°1: La estudiante, tiene aptitud para manipular cantidades negativas aisladas y no se le dificulta unificar la recta real numérica, dado que representó correctamente la situación con cantidades negativas y positivas.</p>	<p>Pregunta N°2: La estudiante no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, porque representó correctamente las situaciones con números negativos.</p>	<p>Pregunta N°3: Se observa que, la estudiante tiene claro que, dos cantidades con igual signos se suman. Es decir, no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.</p>
<p>Pregunta N°4: La estudiante, hace uso de los signos, cuando dos cantidades tienen diferentes signos, es decir, cuenta con aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.</p>	<p>Pregunta N°5: Según la respuesta de la estudiante, hace uso de las cantidades negativas y no tiene dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, dado que establece el orden de mayor que o menor que entre cantidades negativas.</p>	<p>Pregunta N°6: No tiene dificultad para manipular cantidades negativas aisladas y unificar la recta real numérica, porque representó cantidades negativas y positivas con respecto a una referencia y realizó correctamente las adición y sustracción de números enteros.</p>	<p>Pregunta N°7: El uso de material concreto le favoreció, para comprender las operaciones de adición y sustracción de números enteros y además le pareció divertido y fácil de entender.</p>

Tabla 26: Análisis del cuestionario de reflexión de la estrategia didáctica “El banco de tapas” estudiante 9.

4.3 Análisis de los resultados en el uso del OVA

Para realizar el análisis de estos resultados, se partió del análisis de los datos obtenidos en la observación de las aptitudes, habilidades y motivación del desempeño (ver anexo G) con que los estudiantes realizaron las actividades propuestas en el uso del OVA y luego se analizó las respuestas de la encuesta sobre la opinión y percepción (ver anexo H) de los estudiantes participantes en esta intervención.

4.3.1. Análisis de la ficha de observación docente

En la siguiente tabla, se presenta los resultados obtenidos de la observación que se hizo de las aptitudes, habilidades y motivación, observada en los estudiantes durante el desarrollo de las actividades mediante el uso del OVA. Es importante señalar que, para esta intervención, el tamaño de la muestra fue de siete (7) estudiantes, como ya se había explicado anteriormente.

Apropiación de los contenidos matemáticos (ACM) abordados.

Manejo de la herramienta tecnológica (OVA), por parte de los estudiantes.

Dedicación y concentración (DC) de los estudiantes en las actividades.

Escala de observación: B: Bueno R: Regular D: Deficiente

ESTUDIANTES	ACTIVIDADES MATEMÁTICAS											
	El ascensor y los números enteros. (Concepto y representación)			Los números enteros y coordenadas (Ubicación en la recta numérica)			operatividad (Sumas y restas de números enteros)			El termómetro y los números enteros. (Concepto y representación)		
	ACM	OVA	DC	ACM	OVA	DC	ACM	OVA	DC	ACM	OVA	DC
Estudiante 1	R	B	B	R	B	B	D	B	B	R	B	B
Estudiante 2	B	B	B	B	B	B	R	B	B	R	B	B
Estudiante 4	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
Estudiante 5	B	B	B	B	B	B	R	B	B	B	B	B
Estudiante 6	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
Estudiante 8	R	B	B	R	B	B	D	B	B	R	B	B
Estudiante 9	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B

Tabla 27: Registro de aptitudes, habilidades y motivación de los estudiantes con el uso del OVA.

De acuerdo a los resultados obtenidos en la ficha de observación docente, podemos resaltar que, en todos los estudiantes participantes en la intervención, se evidenció un manejo adecuado al OVA, destacándose con una valoración de Bueno (B) en cada una de las actividades matemáticas propuestas.

Ahora bien, observando los resultados en la apropiación de los contenidos matemáticos, se puede evidenciar que los desempeños fueron alternados, presentándose valoraciones de Bueno (B) y Regular (R) en una proporción similar, teniendo una estrecha relación con la dificultad de unificar la recta real numérica, la falta de aptitud para manipular cantidades negativas y la dificultad de dar sentido a las cantidades negativas aisladas.

En la variable de dedicación y concentración, se evidencia que todos los estudiantes fueron valorados en su desempeño con Bueno (B), lo que permite afirmar que aparte de las dificultades conceptuales, procedimentales y uso del OVA, vemos que se notó un nivel de compromiso bastante aceptable y un grado de motivación significativo, que permitió un desarrollo de la intervención en un ambiente de cooperación, orientación y motivación, que de alguna manera favorece el interés por parte del estudiante por mejorar y apropiarse de manera efectiva y articulada con el contenido matemático abordado en las actividades.

Dado que el uso de las herramientas tecnológicas, están ganando espacios relevantes en la labor diaria de nuestra sociedad, es de importancia una articulación bien fundamentada de este tipo de herramientas, que permitan una mediación en el proceso de enseñanza – aprendizaje, más aún si hay una motivación y tendencia por parte de los estudiantes y de los docentes de incorporarlas en el proceso educativo, es así como se dan los primeros pasos, para la construcción social de esos conocimientos que van a jugar un papel preponderante para llegar a la construcción del saber matemático necesario para enfrentarse a diferentes situaciones de su entorno que así lo requiera.

4.3.2 Análisis de los resultados de la encuesta a los estudiantes sobre el uso del OVA

A continuación, se realiza el análisis de las respuestas dadas por los siete (7) estudiantes participantes en la intervención con el uso del OVA. Cabe señalar que la encuesta tuvo como propósito conocer la opinión y percepción de los estudiantes, respecto a la estrategia didáctica “El banco de tapas” y el uso del OVA. Al respecto del análisis, en las siguientes tablas, solo se analizarán para cada estudiante, las preguntas 2 y 4 del instrumento, relacionadas con el uso del OVA.

Estudiante 1:

2. ¿Consideras que haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA), te sirvió para comprender la aplicabilidad de los números enteros en la vida cotidiana?

Mucho () Poco () Nada ()

¿Por qué?

Porque fue una forma muy efectiva de entender bien y desarrollar los ejercicios.

4. ¿Te agradó haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA)?

Mucho () Poco () Nada ()

¿Por qué?

Es una forma recreativa y a la vez tenía temas en los cuales uno aprende poco a poco.

Estudiante 1	<p>Pregunta N°2:</p> <p>Según las respuestas de la estudiante, el uso del OVA, le sirvió para comprender y desarrollar las actividades propuestas sobre la aplicabilidad de los números enteros en la vida diaria.</p>	<p>Pregunta N°4:</p> <p>La estudiante, expresa que el uso del OVA le agradó mucho, porque es una forma recreada y divertida. Además, le generó aprendizaje sobre la temática abordada en las actividades.</p>
---------------------	---	--

Tabla 28: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 1.

Estudiante 2:

2. ¿Consideras que haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA), te sirvió para comprender la aplicabilidad de los números enteros en la vida cotidiana?

Mucho (X) Poco () Nada ()

¿Por qué?

me facilita comprender los números enteros por medio de ejercicios de la vida cotidiana.

4. ¿Te agradó haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA)?

Mucho (X) Poco () Nada ()

¿Por qué?

si porque es lo que necesitamos.

Estudiante 2	<p>Pregunta N°2:</p> <p>Según la opinión y percepción del estudiante respecto al uso del OVA, en las actividades propuestas, señala que esta herramienta le ayudó a entender en gran medida de una manera fácil, la aplicabilidad de los números enteros en la vida cotidiana.</p>	<p>Pregunta N°4:</p> <p>Al estudiante le agradó mucho el uso del OVA, para realizar actividades que involucren la temática de los números enteros. Así mismo, consideró que este OVA, le suministró toda la información requerida para el desarrollo de las actividades.</p>
---------------------	---	---

Tabla 29: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 2.

Estudiante 4:

2. ¿Consideras que haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA), te sirvió para comprender la aplicabilidad de los números enteros en la vida cotidiana?

Mucho (X) Poco () Nada ()

¿Por qué?

Te da una forma muy fácil de comprender los números y esta reflejada con la tecnología

4. ¿Te agradó haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA)?

Mucho (X) Poco () Nada ()

¿Por qué?

Me ayudo a entender la matemática y puedo ir avanzando poco a poco.

Estudiante 4	<p>Pregunta N°2:</p> <p>Se evidencia, que el uso del OVA le sirvió al estudiante, para facilitar la comprensión de las actividades propuestas con los números enteros y además reconoce que la facilidad en comprender las actividades, se debió al uso de la tecnología.</p>	<p>Pregunta N°4:</p> <p>Es evidente que al estudiante le agrado mucho haber usado el OVA, para entender la temática abordada en las actividades propuestas y reconoce además que, con el uso del OVA, puede seguir avanzando en su aprendizaje.</p>
---------------------	--	--

Tabla 30: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 4.

Estudiante 5:

2. ¿Consideras que haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA), te sirvió para comprender la aplicabilidad de los números enteros en la vida cotidiana?

Mucho (X) Poco () Nada ()

¿Por qué?

Porque como se divierten se aprenden por medio de estas.

4. ¿Te agradó haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA)?

Mucho (X) Poco () Nada ()

¿Por qué?

Porque por medio de las dinámicas se comprendo mejor el tema.

Estudiante 5	<p>Pregunta N°2:</p> <p>Se evidencia que a la estudiante le sirvió, haber usado el OVA, para realizar las actividades propuestas; porque le permitió aprender de una manera divertida la aplicabilidad de los números enteros en la vida cotidiana.</p>	<p>Pregunta N°4:</p> <p>Según la respuesta de la estudiante, le agradó mucho el uso del OVA, para realizar las actividades; ya que, por las características de interactividad del OVA, le permitió comprender mejor la temática de los números enteros.</p>
---------------------	--	--

Tabla 31: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 5.

Estudiante 6:

2. ¿Consideras que haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA), te sirvió para comprender la aplicabilidad de los números enteros en la vida cotidiana?

Mucho (X) Poco () Nada ()

¿Por qué?

Porque los jóvenes se entretienen más y aprenden mejor.

4. ¿Te agradó haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA)?

Mucho (X) Poco () Nada ()

¿Por qué?

Por que la dinamica explica el tema muy bien.

Estudiante 6	<p>Pregunta N°2:</p> <p>Según la respuesta del estudiante, el uso del OVA, le ayudó a comprender la aplicabilidad de los números enteros en las actividades propuestas. Así mismo, considera que, el uso del OVA, es entretenedor, obteniendo una mayor concentración y un mejor aprendizaje.</p>	<p>Pregunta N°4:</p> <p>El estudiante manifiesta que le agradó mucho el uso del OVA, ya que, por las características interactivas y la dinámica de este recurso virtual, entendió las actividades propuestas.</p>
---------------------	--	--

Tabla 32: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 6.

Estudiante 8:

2. ¿Consideras que haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA), te sirvió para comprender la aplicabilidad de los números enteros en la vida cotidiana?

Mucho (X) Poco () Nada ()

¿Por qué?

por que no podia entender no sabia como
utilizarlos y la si

4. ¿Te agradó haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA)?

Mucho (X) Poco () Nada ()

¿Por qué?

por que mejore mi aprendizaje

<p>Estudiante 8</p>	<p>Pregunta N°2: El estudiante manifiesta, que el uso del OVA le sirvió para la comprensión de las actividades propuestas relacionadas con los números enteros; ya que, inicialmente tenía muchas dificultades con la representación, adición y sustracción de estos números y ahora con el uso del OVA, mejoró su comprensión.</p>	<p>Pregunta N°4: Según el estudiante, el uso del OVA en la realización de las actividades propuestas le agradó, porque logró mejorar su aprendizaje con respecto a la temática abordada sobre los números enteros.</p>
----------------------------	---	--

Tabla 33: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 8.

Estudiante 9:

2. ¿Consideras que haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA), te sirvió para comprender la aplicabilidad de los números enteros en la vida cotidiana?

Mucho (x) Poco () Nada ()

¿Por qué?

Porque nos dió ejemplos de donde se encuentran e utilizan los números enteros.

4. ¿Te agradó haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA)?

Mucho (x) Poco () Nada ()

¿Por qué?

Porque fue una nueva forma de aprender, con actividades de la vida cotidiana.

<p>Estudiante 9</p>	<p>Pregunta N°2: Se evidencia que, a la estudiante, le sirvió mucho el haber usado el OVA, para realizar las actividades propuestas; ya que, el OVA es dinámico y le suministró situaciones de la vida cotidiana donde se puede aplicar los números enteros.</p>	<p>Pregunta N°4: Es evidente que, a la estudiante le agradó haber realizado las actividades propuestas haciendo uso del OVA, porque consideró que es una forma diferente a lo usual.</p>
----------------------------	---	---

Tabla 34: Análisis de la opinión y percepción sobre uso del OVA. Estudiante 9.

Capítulo 5: Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones.

La investigación que se llevó a cabo, podemos decir en términos generales que fueron satisfactorios los resultados obtenidos y guardan cierta coherencia con los objetivos planteados y el enfoque de la teoría expuesta en esta propuesta didáctica.

A continuación, se presentan las conclusiones para cada una de las intervenciones aplicadas a lo largo del desarrollo de esta propuesta de intervención didáctica, articuladas al alcance de los objetivos planteados:

Prueba diagnóstica:

1. De acuerdo a los resultados obtenidos en el instrumento, se evidencia que los estudiantes tienen dificultad en el manejo y uso de la recta real numérica, les cuesta establecer un origen o punto de referencia.
2. Los estudiantes no manejan adecuadamente o desconocen las relaciones de orden y los símbolos de menor que, mayor que, menor o igual que y mayor o igual que.
3. Los resultados de la prueba de indagación de saberes previos, muestran que los estudiantes tienen mayor facilidad para operar la adición y sustracción de números enteros, cuando tienen algún referente pictórico o la recta real numérica, que de alguna manera les ayuda a ubicarse dentro de un contexto.
4. Se evidenciaron dificultades sobre la operatividad de la adición y sustracción de números enteros, asociadas al desconocimiento que tienen los estudiantes para comprender la tabla de los signos (dos cantidades de signos iguales se suman y al resultado se le coloca el signo común o si tenemos dos cantidades de diferentes signos,

se restan, de la que tenga mayor valor absoluto se resta la de menor valor absoluto y al resultado se le coloca el signo de la que tenga mayor valor absoluto).

Estrategia didáctica “El Banco de Tapas”

1. Se evidenció que en 7 de 9 estudiantes, el uso y manipulación de material concreto a través de la lúdica, favorecieron el reconocimiento y la representación de la división de la recta numérica en una situación concreta (tablero que mostraba una zona positiva y otra negativa), adicionalmente con la estrategia, lograron mejorar sus respuestas asociadas al obstáculo epistemológico de unificación de la recta real numérica y en consecuencia el poder reconocer el punto de referencia u origen en la recta numérica, así como diferenciar y comprender los símbolos de mayor que, menor que, mayor o igual que y menor o igual que.
2. Con el registro realizado en el formato utilizado en la estrategia, se pudo evidenciar que 6 de 9 estudiantes, lograron reconocer, representar y aceptar cantidades negativas como situaciones asociadas a su entorno, haciendo parte de una práctica socialmente compartida, como: el crédito financiero y las actividades de representar una deuda, préstamo o recibir una cantidad a favor, es decir, se logró que concibieran la existencia de cantidades negativas, superando así el obstáculo epistemológico de dar sentido a las cantidades negativas aisladas.
3. El uso y manipulación de material concreto, sirvió para que los estudiantes le dieran sentido y significado en un contexto particular a la tabla de los signos usada en la adición de números enteros, superando así, el obstáculo epistemológico de la falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.
4. Los estudiantes manifestaron que, a través de esta estrategia de enseñanza, donde se manipuló material concreto, les ayudó en la comprensión de las operaciones de adición

y sustracción de números enteros, considerándola una actividad atractiva que rompe con el esquema tradicional que se usa para la enseñanza de esta temática.

Uso del Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA)

1. El uso del OVA en esta propuesta didáctica, ofreció a los estudiantes una alternativa diferente de abordar el contenido matemático de los números enteros en el aula de clases y facilitó la interacción entre los conceptos y procedimientos, articulados con su aplicación en varios contextos cotidianos.
2. De acuerdo a los resultados de la encuesta sobre la opinión y percepción de los estudiantes con relación al uso del OVA en las actividades realizadas, se puede evidenciar que esta herramienta virtual ayuda en la comprensión de los números enteros y su aplicabilidad en la vida real, así mismo despierta el interés y entusiasmo de los alumnos y alumnas por abordar el conocimiento por medio de este tipo de recursos didácticos.
3. Los estudiantes demostraron tener buenas habilidades y conocimiento para el manejo de la herramienta virtual y el computador, facilitando así el buen desarrollo de las actividades propuestas.

5.2 Conclusiones generales

A continuación, se establecen conclusiones generales, que se derivan de todo el proceso investigativo, articulando los aspectos tratados en los capítulos anteriores en relación con las diferentes fases por la cual pasó la propuesta de intervención didáctica:

1. Se pudo evidenciar un cambio positivo en la actitud por parte de los estudiantes, en las diferentes intervenciones al momento de realizar las actividades con estos recursos didácticos (uso de material concreto y un OVA) expuestos en esta propuesta de intervención, observándolos más participativos e interesados por dichas actividades.
2. La intervención de la estrategia didáctica “El Banco de Tapas”, articulada con prácticas socialmente compartida del entorno de los estudiantes, como es el crédito financiero y el uso de dados como actividad rectora, les permite desarrollar ciertas habilidades y aptitudes para el trabajo en equipo de manera cooperativa y colaborativa, que de alguna forma favorece al proceso de enseñanza – aprendizaje del objeto matemático de estudio o cualquier otro.
3. La influencia del uso de material concreto y la interacción con el OVA, permitió que los estudiantes participen activamente en su propio aprendizaje, en el caso de esta propuesta de intervención didáctica, se pudo evidenciar que ellos, superaron las dificultades de apropiación del contenido matemático asociadas a los obstáculos epistemológicos establecidos por Glaeser (citado por Cid, 2000), no es el caso para una metodología tradicional, donde solo se dedican a seguir las instrucciones de un libro texto o a escuchar y observar las explicaciones del docente.
4. La articulación en el diseño de una estrategia didáctica donde intervengan el uso y manipulación de material concreto y una herramienta virtual como un OVA, debe ser bien estructurada y fundamentada desde los aspectos conceptuales y referentes teóricos que logren impactar en la actitud de los estudiantes, notándose el agrado por abordar la

construcción social del conocimiento matemático, particularmente la adición y sustracción de los números enteros.

5. La articulación y mediación del uso de material concreto y del OVA, favorece significativamente la construcción social de su conocimiento matemático de la adición y sustracción de números enteros, en relación con situaciones concretas de su entorno, logrando que cobre mayor significancia en su formación integral.

5.3 Recomendaciones

1. Después de haber recorrido las diferentes fases de esta propuesta de intervención y realizado los respectivos análisis, se recomienda a los docentes hacer un cambio a la metodología tradicional de enseñar los números enteros y las operaciones de adición y sustracción, dicho cambio consiste en combinar esa metodología con el uso de material concreto y herramientas virtuales, en este caso un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), articuladas a situaciones del contexto social del estudiante, que cobre significado en ellos; esto generaría una mejora notable en el aprendizaje de estos contenidos matemáticos y en la percepción que tienen los alumnos y alumnas del área.
2. Para la incorporación de herramientas tecnológicas virtuales en futuros proyectos de investigación en educación matemática, se recomienda realizar una estructuración fundamentada en la selección, planeación, y diseño de las actividades, con el propósito de aprovechar al máximo las ventajas que generan las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza – aprendizaje de los contenidos matemáticos, para no quedarse en el uso instrumental de ellas, sino que alcancen un objetivo pedagógico.
3. Sin desconocer que esta propuesta de intervención se diseñó para ser implementada en la I. E. R.U.U del Municipio de Valparaíso – Antioquia, se recomienda a los docentes de otras Instituciones Educativas, reunirse en comunidades de aprendizaje o mesas de trabajo del área de matemáticas en conjunto con otras disciplinas, para analizar y estudiar esta propuesta de intervención, ya que les servirá de apoyo aplicarla en el aula de clases cuando

estén abordando la enseñanza de números enteros, las operaciones de adición y sustracción, y otros contenidos transversales en otras áreas del conocimiento, debido a que resultará más interesante y motivadora para que los estudiantes tengan un rol participativo en la adquisición de sus conocimientos.

5.3 Impacto de la investigación

En el contexto de la comunidad educativa de la I. E R.U.U del Municipio de Valparaíso – Antioquia, se logró sentar las bases para futuros trabajos investigativos, donde se posibilite una intervención didáctica coherente con el P.E.I institucional en relación con un referente teórico que se adecue al modelo pedagógico social desarrollista, como es el caso de la Teoría Socioepistemología de la Matemática Educativa.

La participación activa a través del trabajo cooperativo y colaborativo por parte de los estudiantes, generan los espacios de aprendizajes de discusión, que dan respuesta al uso de la matemática dentro de contextos que hacen parte de la realidad y vivencias propias al estudiante, en coherencia con la sociedad de la cual forman parte activa y que requiere de seres pensantes y críticos capaces de construir ese conocimiento social que les permitirá desenvolverse en diferentes ámbitos de la vida como parte de su formación integral.

Se alcanzó la reflexión sobre el papel que juega la matemática en diferentes contextos y la necesidad de articularla con otras disciplinas y no como un saber, parcelado, aislado, descontextualizado que no cobra mayor significancia con situaciones de la vida cotidiana.

ANEXOS

ANEXO A

Autorización de la rectora de la I.E R.U.U, para realizar las diferentes intervenciones en la institución.

Valparaíso, 27 de octubre de 2015.

Licenciada
GENNY VARELA GAVIRÍA
Rectora I. E Rafael Uribe Uribe
Municipio de Valparaíso

Cordial saludo.

ASUNTO: autorización de recolección de datos de investigación.

Me permito solicitarle su autorización, para llevar a cabo el desarrollo de varias actividades dentro de la institución, con varios (12) estudiantes del grado 7^o-1, con el propósito de recolectar la información necesaria, para realizar el estudio de investigación para el trabajo de grado de Maestría en educación matemática, que titula: "implementación de una estrategia metodológica para la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros desde el enfoque histórico cultural". Las actividades que realizarán los estudiantes son fundamentales para la investigación,

La información registrada será confidencial y de uso exclusivo del grupo de investigación.

Atentamente,



JESUS ALEXIS PINILLA MENA
Estudiante de Maestría en Ed. Matemática
Universidad de Medellín.



GENNY VARELA GAVIRÍA
Rectora I. E Rafael Uribe Uribe

ANEXO B

Carta de la coordinadora del programa de maestría a la rectora, solicitando el espacio para adelantar la investigación en dicha Institución.



Medellín, 28 de octubre de 2015

Doctora
Genny Varela Gaviria
Rectora
Institución Educativa: Rafael Uribe Uribe
Municipio de Valparaiso, Antioquia

Cordial saludo.

Dentro de la formación de los magister en Educación Matemática, de la Universidad de Medellín, la investigación se considera fundamental en la formación profesional. Debido a que el profesor y estudiante Jesus Alexis Pinilla, por estar matriculadas en el programa, vienen desarrollando su trabajo de grado titulado: *Implementación de una estrategia metodológica para la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros desde el enfoque histórico cultural*, cuyo asesor es el Dr. Javier Santos Suarez, vinculado como profesor investigador a nuestra universidad y a la Universidad de Antioquia.

En el desarrollo del trabajo de investigación en mención, quisiéramos contar con el apoyo que Usted como rectora de la institución Rafael Uribe Uribe, nos pueda brindar, en el sentido de permitimos que el trabajo de campo se pueda realizar con los estudiantes del grado séptimo de su Institución Educativa. Es importante señalar que esta actividad no conlleva ningún gasto para la institución y que se tomaran medidas necesarias para no interferir con el normal funcionamiento de las actividades escolares.

De igual manera, se entregará a los participantes un consentimiento para la publicación de sus aportes con un seudónimo, respetando los derechos de autor.

Agradeciéndole de antemano la atención y el apoyo que nos pueda brindar.

Cordialmente,

Ana Celi Tamayo Acevedo
Coordinadora
Maestría en Educación Matemática
Departamento de Ciencias Básicas
Universidad de Medellín.

ANEXO C


Consentimiento de los padres de familia y/o acudiente, para el registro fotográfico de sus hijos durante la investigación.

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA TOMA DE FOTOS Y VIDEOS

Fecha: 03-11-2015

Yo Lilian Andrea Valencia V identificado(a) con C.C. N° 43182403 de Itagüí, en condición de padre o madre de familia y/o acudiente del o la alumno(a): Luisa Fernanda Romero Valencia del grupo 7-1 de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe del Municipio de Valparaiso, he sido informado por el docente Estudiante de Maestría en Educación Matemática de la Universidad de Medellín, Jesús Alexis Pinilla Mena de la toma de material fotográfico o video gráfico, que su propuesta de investigación requiere implementar una estrategia metodológica para la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros desde el enfoque histórico cultural. Por lo tanto, en forma consciente y voluntaria doy mi consentimiento para la toma de material fotográfico y video gráfico, que apoye la labor de registro de las actividades realizadas durante los encuentros, para que sean usados solo con fines académicos relacionados en la investigación.

Para constancia firman,


Firma del padre o madre y/o acudiente
Del estudiante.


Jesús Alexis Pinilla Mena
Estudiante de Maestría UdeM


Javier Santos Suárez Alfonzo
Asesor del Estudiante de Maestría UdeM.

ANEXO D

Instrumento prueba diagnóstica.

PRUEBA DIAGNÓSTICA

Estudiante: _____ Fecha: _____

Tiempo de duración: 1 hora

Estimado estudiante, agradecemos tu disposición y colaboración en responder a las siguientes preguntas relacionadas con los números enteros, las cuales algunas de ellas pueden referirse a situaciones de un contexto real. Los resultados de esta prueba hacen parte de un trabajo de investigación, que adelanto en el marco de mi trabajo de grado de maestría y espero que sirvan para reorientar de manera alternativa la enseñanza de los números enteros.

1. Con el número 25 indicamos, la posición del globo con respecto al nivel del mar. ¿qué número le asignarías al avión, al barco y al submarino?



2. Expresa con números enteros las siguientes situaciones:
 - a) 12 metros sobre el nivel del mar.
 - b) Deber a un amigo 500 pesos.
 - c) 5°C de temperatura bajo cero.
 - d) Ganarse en una rifa 6500 pesos.
3. Representa en la recta numérica cada pareja de números y encierra en un círculo el número mayor de cada pareja.

2 y 5

-1 y -6

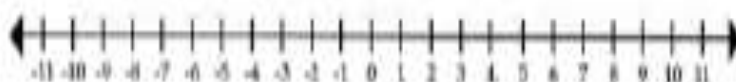
-7 y 3



4. ¿Qué diferencia de temperatura soporta una persona que pasa de la cámara de conservación de las verduras, que se encuentra a 4°C , a la del pescado congelado, que está a -18°C ?

¿Y si pasara de la cámara del pescado a la de la verdura?

5. Un submarino está a 210 metros bajo el nivel del mar, debido a las fuertes corrientes marinas, tuvo que descender 70 metros. Más tarde decide subir 90 metros. ¿A qué profundidad está el submarino?
6. Utilizando la recta numérica, encuentra el resultado de:
- $3 + (-8) =$
 - $-5 + (-4) =$
 - $2 + 6 =$



7. Ayer en horas de la tarde, la temperatura en la ciudad de Bogotá registró 9 grados centígrados y a las 12 de la noche había descendido 11 grados. ¿Cuál era entonces la temperatura a esa hora en Bogotá?

ANEXO E

Instrumento para el registro de datos en la estrategia didáctica “El Banco de Tapas”.

Instrumento para registro de la actividad matemática en la estrategia didáctica “El Banco de tapas”

Formatos:

REGISTRO DEL GERENTE						
NOMBRE GERENTE:						
LANZAMIENTOS	JUGADOR 1:			JUGADOR 2:		
	Préstamos	Consignación	saldo	Préstamos	Consignación	saldo
LANZAMIENTO 1						
LANZAMIENTO 2						
LANZAMIENTO 3						

REGISTRO DE LOS JUGADORES				
NOMBRE JUGADOR	NÚMEROS DE LANZAMIENTOS	REPRESENTAR LAS CANTIDADES MARCADAS EN LOS DADOS POSITIVOS	REPRESENTAR LAS CANTIDADES MARCADAS EN LOS DADOS NEGATIVOS	RESULTADO EN EL TABLERO
	1			
	1			
	2			
	2			
	3			
	3			

ANEXO F

Instrumento cuestionario de reflexión en la estrategia didáctica “El Banco de Tapas”.

CUESTIONARIO DE REFLEXIÓN Estrategia didáctica “El Banco de tapas”

Estudiante: _____ Fecha: _____

Tiempo de duración: 1 hora

Estimado estudiante, agradezco tu disposición y colaboración en responder a las siguientes preguntas relacionadas con la actividad que realizaste en el juego “el banco de tapas”, las cuales algunas de ellas pueden referirse a situaciones de tu vida cotidiana. Los resultados de esta prueba hacen parte de un trabajo de investigación, que adelanto en el marco de mi trabajo de grado de maestría y espero que sirvan para reorientar de manera alternativa la enseñanza de los números enteros.

1. ¿Cómo justificas la ausencia de tapas en el tablero y qué número puede representar esa situación?
2. Escribe tu saldo final y el de tu contrincante, luego compáralos. ¿Tu saldo es mayor o menor que el de tu adversario?
3. ¿Qué sucede si salen los 2 dados del mismo color, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero? ¿Qué operación matemática, se realiza con los valores obtenidos en los dos dados?
4. ¿Qué operación matemática se realiza, si salen los 2 dados de diferentes colores, al momento de realizar la cancelación de tapas en el tablero?
5. ¿Quién ganó el juego y por qué?

6. Utilizando el tablero y las tapas, representar cada una de las siguientes expresiones y hallar el resultado: (representa gráficamente el tablero y las tapas en cada expresión).
- a. $5 + (-6) =$
- b. $-3 + (-2) =$

7. ¿Consideras que el uso del tablero y las tapas, te sirvió para comprender las operaciones que realizaste?
- Si _____ No _____ ¿por qué? _____
-

ANEXO H

Instrumento encuesta de opinión y percepción de los estudiantes, sobre las intervenciones con el uso de material concreto y el uso del OVA.

ENCUESTA A LOS ESTUDIANTES
Intervención uso del OVA

Estudiante: _____ Fecha: _____

Apreciado estudiante, agradezco tu disposición y colaboración en responder a las siguientes preguntas relacionadas con las actividades que realizaste utilizando el tablero de cartulina, las tapas y los dados y las actividades con el uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA). Los resultados de esta encuesta hacen parte de un trabajo de investigación, que adelanto en el marco de mi trabajo de grado de maestría y espero que sirvan para reorientar de manera alternativa la enseñanza de los números enteros.

Marca con una X, la opción que consideres se ajuste a tu percepción:

1. ¿Crees que el uso del tablero de cartulina, las tapas y los dados, te ayudó a comprender los temas relacionados con los números enteros?

Mucho () Poco () Nada ()

¿Por que?

2. ¿Consideras que haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA), te sirvió para comprender la aplicabilidad de los números enteros en la vida cotidiana?

Mucho () Poco () Nada ()

¿Por que?

3. ¿Te gustó haber utilizado, la manipulación de las tapas y el lanzamiento de los dados para abordar la temática de los números enteros?

Mucho () Poco () Nada ()

¿Por que?

4. ¿Te agradó haber realizado las actividades del ascensor, termómetro, coordenadas y operatividad de sumas y restas de números enteros por medio del uso del computador y el objeto virtual de aprendizaje (OVA)?

Mucho () Poco () Nada ()

¿Por que?

¡MUCHAS GRACIAS!

Bibliografía

- Andrade, C. (2011).
<http://funes.uniandes.edu.co/5056/1/EscobarObst%C3%A1culosALME2011.pdf>.
 Recuperado el 24 de 05 de 2016, de
<http://funes.uniandes.edu.co/5056/1/EscobarObst%C3%A1culosALME2011.pdf>
- Borjas, D. (2009). Aprendizaje de los números enteros “experiencia significativa” en estudiantes de séptimo grado de la Escuela Nacional de música. Trabajo de Maestría. Tegucigalpa, Honduras.
- Bruno, A., & Martínón, A. (1994). La recta en el aprendizaje de los números negativos. Suma.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socio epistemológica de la Matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Mexico: Gedisa.
- Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8,9 - 28.
- Castillo, C. (2014). Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos. *Trabajo de Maestría*. Palmira, Colombia.
- Cid, A. (2000). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*. España.
 Recuperado el 22 de 05 de 2016, de
<http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>
- Cid, A. (2003). La investigación didáctica sobre los números negativos: estado de la cuestión. *seminario matemático #25. García de Galdeano. Universidad de Zaragoza*.
- Collazos, O. (2015). Estrategia de enseñanza para la suma y la resta de números enteros mediada por la metodología inmersa en la matemática articulada en la escuela secundaria. Trabajo de Maestría. *Universidad ICESI*. Cali, Colombia.
- Educación, M. d. (1998). Lineamientos curriculares.

- Gallardo, A., & Hernández A. (2016). Recuperado el 23 de 05 de 2016, de <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/gallardo.pdf>
- Gómez Guijarro, I., & Santa, M. (2012). *Método Singapur*. Recuperado el 20 de Abril de 2016, de sites.cardenalcisneros.es/.../2012/12/.../metodo-singapur-isabel-gomez-y-m°-jesus-sant. Recuperado 20/04/2016
- Ley 115. (1994). *Ley general de educación de Colombia*, Recuperado el 16/10/2016 http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf.
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. *Recuperado el 05/05/2016 en* http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf.
- Montiel , G. (2005). *Estudio Socio epistemológico de la función trigonométrica. Tesis de Doctorado*. Mexico.
- Nieto, J., & Jaramillo , G. (2014). Descripción de la apropiación de las operaciones aritméticas suma y resta en el conjunto de los números naturales en los grados sextos. Trabajo de Maestría. Medellín, Antioquia, Colombia.
- Prieto, B. (2014). Materiales manipulativos en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas. Trabajo de Maestría. Valladolid, España. Recuperado el 22 de Julio de 2016, de <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/7619/G-G%20840.pdf>
- Rico, C. (s.f.). Diseño y aplicación de ambiente virtual de aprendizaje de enseñanza-aprendizaje de la física en el grado décimo de la Institución Educativa Alfonso López Pumarejo de Palmira. Palmira, Valle, Colombia. Recuperado el 24 de Julio de 2016, de <http://www.bdigital.edu.co/5737/1/7810039.2011.pdf>
- Rodríguez, S. V. (2011). El método de enseñanza de matemática de Singapur "pensar sin límites". *Pandora Brasil*, 1-3. Recuperado el 20 de junio de 2016, de http://www.revistapandorabrasil.com/revista_pandora/matematica/selva.pdf.
- Rúa. (2013). Implementación de una estrategia de enseñanza mediada por la plataforma Moodle para el aprendizaje significativo de la suma de números enteros en el grado sexto de la Institución Educativa Cisneros. Trabajo de Maestría. Medellín, Antioquia, Colombia.

- Soto, D., & Cantoral, R. (2014). Discurso matemático escolar y exclusión. Una visión socioepistemológica. *Bolema*. Recuperado el 22 de Mayo de 2016, de http://www.scielo.br/scielo.php?scrip=sci_arttextpid=S0103636X2014000301525
- Stewart, I. (2007). *Notaciones y números. Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años*. Madrid: Crítica.
- Triana, M., & Ceballos, J. (2016). *Valoración de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) para la enseñanza de las matemáticas. Un instrumento para profesores. Trabajo de Maestría*. Medellín, Antioquia, Colombia.