



**UNIVERSIDAD DE MEDELLIN**

ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS CONCEPTOS DE ÁREA Y DE VOLUMEN,  
UTILIZANDO COMO MEDIADORES DE APRENDIZAJE EL ORIGAMI Y LAS  
TECNOLOGÍAS DIGITALES

AUTOR: EDWIN FERNANDO HERNÁNDEZ ESCOBAR

TRABAJO DE MAESTRÍA  
PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
MEDELLÍN, DICIEMBRE DE 2016

ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE ÁREA Y DE VOLUMEN,  
UTILIZANDO COMO MEDIADORES DE APRENDIZAJE EL ORIGAMI Y LAS  
TECNOLOGÍAS DIGITALES

AUTOR:

EDWIN FERNANDO HERNÁNDEZ ESCOBAR

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR TÍTULO DE MAGÍSTER EN  
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ASESOR:

JAVIER SANTOS SUÁREZ ALFONZO

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
MEDELLÍN, DICIEMBRE DE 2016

## DEDICATORIA

*Dedico este trabajo a:*

*Dios, por darme la sabiduría y la salud que me guio durante este proceso educativo.*

*A mi esposa Nadia, por brindarme todo su apoyo y amor incondicional y por ser mi principal  
inspiración y  
motivación para superarme cada día.*

*A mis hijos Samuel y Jeremy quienes siempre han estado conmigo para apoyarme y para que no  
me diera por vencido.*

## AGRADECIMIENTOS

Primero darle gracias a Dios quien es nuestro guía en el proceso formativo.

A mi familia por su apoyo incondicional, amor y colaboración en todos los momentos durante el estudio de la maestría.

A mi asesor Javier Santos Suárez Alfonzo por su colaboración constante en sus orientaciones durante todo el trabajo de investigación.

A la Institución Educativa Rural Carlos González y en especial a los estudiantes de grado noveno por apoyarme en la realización de este proceso investigativo.

A la Gobernación de Antioquia por darme la oportunidad de seguir avanzando y trabajando por la comunidad educativa, fortaleciendo mi proyecto de vida.

.

## RESUMEN

Esta investigación abordó, desde el pensamiento geométrico teniendo como punto de partida los lineamientos curriculares del MEN (1998) y el modelo pedagógico de Ausubel (1983), analizando la evolución del aprendizaje en el reconocimiento de las formas geométricas, cuyas fases fueron articuladas a la organización del currículo institucional, con el objeto de activar los conocimientos previos, al hacer significativo los aprendizajes de los conceptos de área y de volumen en los estudiantes, permitiendo que ellos los puedan observar y clasificar en su contexto.

El objetivo central fue implementar una estrategia apoyada en una unidad didáctica, vinculada con la enseñanza del concepto de área y de volumen en el grado noveno, mediadas con el uso de material concreto como fue el origami y con las tecnologías digitales: geogebra y sweet home 3D. La metodología de investigación fue de carácter cualitativo y se desarrolló desde un estudio de casos, se tomó una muestra de estudiantes de la IER Carlos González del Municipio de Belmira, Departamento de Antioquia, Colombia; se indagó inicialmente con una prueba de entrada sobre algunos conocimientos previos de los estudiantes, se evidenció a partir de estas preguntas, el manejo de las representaciones gráficas y el lenguaje natural; posteriormente se diseñaron para otras fases de la investigación otros instrumentos para la recolección de información, como la encuesta; seguidamente se intervino con la unidad didáctica a través del uso del material concreto tendientes a favorecer la apropiación y transición del concepto del espacio bidimensional al tridimensional, por parte de los estudiantes, en los diferentes contextos; finalmente, se aplicó una prueba de salida, y a partir de los resultados observados desde el objeto matemático y de los referentes teóricos, se lograron obtener unos resultados.

Los resultados permitieron identificar desde la prueba de entrada, obstáculos en el caso de las figuras tridimensionales, ya que en su desarrollo los estudiantes mostraron tener falencias en aspectos cognitivos y sociológicos, debido a los bajos desempeños en las pruebas externas, específicamente a lo referido al pensamiento geométrico y en muchas de las preguntas asociadas al concepto de área y de volumen; es importante mencionar las dificultades que presentan los estudiantes para relacionar dichos conceptos con su entorno, teniendo una visión simple de los objetos, dificultad en la capacidad de interpretación y relación de una figura bidimensional en el espacio, por lo tanto esta unidad didáctica, apoyados conjuntamente con la mediación y el uso de

material concreto, así como de las tecnologías digitales, sirvió como material de apoyo encaminado al logro del reconocimiento de la fundamentación pedagógica de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (1983) y por otra parte de la indagación en la geometría, donde la modelación de situaciones problema juega un papel muy importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, avanzando de esta forma en la construcción de la visualización plana y volumétrica de los objetos. Toda esta experiencia significativa apuntó a establecer una estrategia que contribuye de manera alternativa al docente como investigador y al estudiante para ser competente en las diferentes áreas del saber; tal y como lo menciona Jarpers (1946): “El docente que investiga, enseña desde su propia experiencia de conocer, él tiene la práctica originaria y secuencial del desarrollo del saber y orienta la formación del espíritu científico e innovador de sus discípulos” (p.146).

**PALABRAS CLAVES:** Aprendizaje significativo, Ausubel, área, volumen, origami, geogebra, sweet home 3D.

## **Tabla de Contenido**

INTRODUCCIÓN .....	14
CAPÍTULO 1 .....	16
1.1 Planteamiento del problema.....	16
1.2 Antecedentes .....	18
1.3 Justificación .....	21
1.4 Pregunta de investigación .....	23
1.5 Objetivos .....	23
CAPÍTULO 2. Marco Referencial.....	24
2.1 Marco teórico .....	25
2.2 Marco Conceptual.....	28
2.2.1 Objeto de estudio: Área y Volumen.....	29
2.2.2 ¿Qué es el concepto de área?.....	30
2.2.3 ¿Qué es el concepto de volumen? .....	33
2.2.4 Relación en la comprensión de los conceptos de área y de volumen.....	36
2.2.5 Breve Historia del Origami .....	39
2.2.5.1 Aplicaciones del origami en la geometría. ....	41
2.2.5.2 Axiomas de la geometría del doblado de papel.....	41
2.2.6 Breve Historia del geogebra.....	43
2.2.7 Breve Historia del sweet home 3D.....	44
2.3 Marco Contextual.....	45
2.3.1 Principios y fundamentos institucionales. ....	46

2.3.2 Enseñanza de la geometría en la I.E.R Carlos González - Belmira. ....	47
2.3.3 El área y el volumen como saber escolar .....	48
2.4 Marco Metodológico.....	50
2.4.1 Enfoque metodológico .....	51
2.4.2 Aprendizaje Cooperativo.....	53
2.4.3 Población y Muestra.....	55
2.4.4 Etapas del estudio.....	56
<b>CAPÍTULO 3. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS .....</b>	<b>59</b>
3.1 Fase 1 Etapa diagnóstica. ....	59
3.2 Fase 2 de aprendizaje. Definición de conceptos .....	64
3.3 Fase 3 de aprendizaje. Aplicación de la propuesta investigativa .....	76
3.4 Fase 4 de aprendizaje. Mediadores tecnológicos y material concreto .....	80
3.5 Fase 5 Apropriación de los conceptos .....	91
<b>CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES .....</b>	<b>93</b>
4.1 Conclusiones de la prueba de entrada .....	93
4.2 Conclusiones de la unidad didáctica .....	94
4.3 Conclusiones de la prueba de salida.....	94
4.4 Conclusiones generales .....	95
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>97</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>101</b>
<b>ANEXO 1: ENCUESTA.....</b>	<b>102</b>



ANEXO 2: PRUEBA DE ENTRADA .....	104
ANEXO 3: UNIDAD DIDÁCTICA.....	109
Guía 1: Uso del programa geogebra para la apropiación de los conceptos de área y de volumen. .....	110
Guía 2: Uso del origami para la apropiación de los conceptos de área y de volumen.....	115
Guía 3: Uso del programa sweet home 3D para la apropiación de los conceptos de área y de volumen.....	121
ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA.....	126

**ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 1. Adaptación propia de algunos dobleces básicos en origami con geogebra.....	40
Tabla 2. Axiomas de Huzita.....	43
Tabla 3. Caracterización estudiantes grado noveno IERCG.....	56
Tabla 4. Etapas de estudio.....	58
Tabla 5. Análisis de las guías de la unidad didáctica. Aprendizaje de representaciones de Ausubel .....	77
Tabla 6. Análisis de las guías de la unidad didáctica en el Aprendizaje de conceptos del modelo de Ausubel.....	78
Tabla 7. Análisis de las guías de la unidad didáctica en el aprendizaje de proposiciones de Ausubel.....	79

## ÍNDICE DE IMÁGENES

Imagen 1. Modelo pedagógico de Ausubel. Elaboración propia .....	26
Imagen 2. Cubos de Platón .....	29
Imagen 3. Explicación del concepto de área y volumen desde el programa sweet home 3D. Creación por estudiante 1. Grado noveno IERCG.....	29
Imagen 4. Papiro de Ahmes. ....	32
Imagen 5. Áreas y volúmenes.....	35
Imagen 6. Construcción propia. Aplicando el concepto de volumen desde el programa geogebra .....	36
Imagen 7. Relación de los conceptos de área y de volumen desde el geogebra. ....	38
Imagen 8. Paso a paso construcción en origami de un aula de clase a escala. Elaboración propia .....	39
Imagen 9. Elaboración propia de origami con geogebra. ....	41
Imagen 10. Elaboración por la estudiante 1. Grado noveno IERCG. ....	44
Imagen 11. Elaboración Por la estudiante 2. IERCG.....	45
Imagen 12. IER Carlos González.....	46
Imagen 13. Marco referencial del concepto de área y de volumen en la IERCG. Construcción propia. ....	51
Imagen 14. Guía de origami. Apropiación de las formas geométricas .....	55
Imagen 15. Etapas de estudio. Elaboración propia .....	57
Imagen 16. Resultados de la encuesta de la Pregunta 1.....	60
Imagen 17. Resultados de la encuesta de la Pregunta 2.....	60
Imagen 18. Resultados de la encuesta de la Pregunta 3.....	61
Imagen 19. Resultados de la encuesta de la Pregunta 4.....	61
Imagen 20. Resultados de la encuesta de la Pregunta 5.....	62
Imagen 21. Resultados de la encuesta de la Pregunta 6.....	62
Imagen 22. Resultados de la encuesta de la Pregunta 7.....	63
Imagen 23. Resultados de la encuesta de la Pregunta 8.....	63
Imagen 24. Resultados de la encuesta de la Pregunta 9.....	63
Imagen 25. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 1. ....	65

Imagen 26. Respuesta estudiante 1. de la pregunta 1 de la prueba de entrada .....	65
Imagen 27. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 2. ....	66
Imagen 28. Respuesta de la pregunta 2 de la prueba de entrada del estudiante 1. ....	66
Imagen 29. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 3. ....	67
Imagen 30. Respuesta de la pregunta 3 de la prueba de entrada del estudiante 2. ....	67
Imagen 31. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 4. ....	68
Imagen 32. Respuesta de la pregunta 4 de la prueba de entrada del estudiante 3. ....	68
Imagen 33. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 5. ....	69
Imagen 34. Respuesta de la pregunta 5 de la prueba de entrada del estudiante 2. ....	69
Imagen 35. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 6. ....	70
Imagen 36. Respuesta de la pregunta 6 de la prueba de entrada del estudiante 3 .....	70
Imagen 37. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 7. ....	71
Imagen 38. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 8. ....	71
Imagen 39. Respuesta de la pregunta 8 de la prueba de entrada del estudiante 3 .....	72
Imagen 40. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 9. ....	72
Imagen 41. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 10. ....	73
Imagen 42. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 11. ....	73
Imagen 43. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 12. ....	74
Imagen 44. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 13. ....	74
Imagen 45. Respuesta de la pregunta 13 de la prueba de entrada del estudiante 3 .....	75
Imagen 46. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 14. ....	75
Imagen 47. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 1. ....	81
Imagen 48. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 2. ....	82
Imagen 49. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 3. ....	82
Imagen 50. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 4. ....	83
Imagen 51. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 5. ....	84
Imagen 52. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 6. ....	85
Imagen 53. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 7. ....	85
Imagen 54. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 8. ....	86
Imagen 55. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 9. ....	87
Imagen 56. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 10. ....	87

Imagen 57. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 11.....	88
Imagen 58. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 12. ....	89
Imagen 59. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 13. ....	89
Imagen 60. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 14. ....	90

## INTRODUCCIÓN

Este trabajo de investigación está centrado en el diseño de una estrategia para la enseñanza del concepto de área y de volumen, utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las tecnologías digitales, relacionadas con las nociones fundamentales del área de geometría que permiten dinamizar el pensamiento geométrico espacial en la educación básica.

El objetivo principal, es diseñar ambientes de aprendizaje geométricos dinámicos en las distintas dimensiones de la enseñanza del concepto de área y de volumen, ya que desde la práctica pedagógica se evidenció una problemática frente al desarrollo del pensamiento espacial, pues el estudiante carece de las representaciones mentales del lugar y espacio, además de la implementación de una estrategia didáctica que logre el aprendizaje significativo en el área de geometría, puesto que, en las clases se utilizaban actividades de nociones memorísticas, convirtiéndose en clases lineales y ajenas al mundo que los rodea; dadas estas dificultades, surgió la necesidad de iniciar una investigación sobre cómo desarrollar una interacción entre los conocimientos más relevantes del aprendizaje de las representaciones geométricas, por parte de los estudiantes y la capacidad de representar figuras bidimensionales de cuerpos tridimensionales, llevando inmerso el centro de lo que se quiere aclarar “el concepto de área y de volumen”.

Para dar cumplimiento a uno de los objetivos específicos, el cual se fundamenta en la implementación y el uso de material concreto, en mediación con las tecnologías digitales en la enseñanza de los conceptos de área y de volumen, para el desarrollo de éste, se elaboró una unidad didáctica en la cual se pretendió que los estudiantes del grado noveno de la IER Carlos González del Municipio de Belmira (Antioquia), se aproximaran a conocimientos, habilidades y actitudes, que permitieran mejorar el desempeño en el área de la geometría y un acercamiento desde la “experimentación” sobre la teoría, sin utilizar de manera directa el argumento, contribuyendo a superar uno de los obstáculos principales del aprendizaje de la geometría, que en este caso es la relación del concepto de área y el volumen, permitiendo trabajar así la secuencialidad, la instrucción, la clasificación, la transitividad del espacio físico, esto apoyado desde la noción del pensamiento espacial. Lo anterior, tuvo como prioridad, el objeto matemático del aprendizaje de la geometría, que implicó el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Con el objetivo

de lograr un aprendizaje significativo, se hizo necesario la construcción de una interacción entre estos dos componentes “el área y el volumen”, tal como lo propone el Ministerio de Educación Nacional MEN (2006), en los Estándares Básicos de Competencias de matemáticas, “Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible” (p.52).

El diseño de una estrategia de didáctica en el aula, se realiza de acuerdo con el razonamiento en el pensamiento espacial en el reconocimiento de las formas y el aprendizaje significativo de Ausubel. El docente toma importancia en el diseño y aplicación de una estrategia didáctica que busca la apropiación y transición de representaciones bidimensionales a tridimensionales de objetos reales de nuestro contexto, con el apoyo de material concreto como “origami y las tecnologías digitales geogebra y sweet home 3D”. Esto se realizó también mediante el enfoque del estudio de casos, con lo cual se busca indagar sobre la relación entre los conceptos de área y de volumen.

Esta investigación se estructuró en cuatro capítulos. En el primer capítulo se encuentra el planteamiento del problema, antecedentes, justificación que validan la importancia de desarrollar esta investigación; se muestra la pregunta de investigación que sirvió de carta de navegación y que se le dio respuesta con la articulación de un objetivo general y tres objetivos específicos. En el segundo capítulo encontramos el marco referencial que se dividió a su vez en los marcos teórico, conceptual, contextual y metodológico. Con la aplicación de instrumentos que hacen parte de la metodología y su análisis de resultados se logró dar respuesta a los planteamientos de investigación, esto se recoge en el capítulo tres denominado análisis cualitativo de la información. Finalmente, en el capítulo cuatro se encuentran las conclusiones de este trabajo de investigación.

## CAPÍTULO 1

### 1.1 Planteamiento del problema

El área de geometría en nuestro contexto escolar se remite a apariciones fugaces, es decir, se aplica de forma desarticulada, atendiendo a diversas temáticas (figuras planas, prismas y conceptos básicos), desde el currículo institucional los docentes intentan, cubrir algunos temas y competencias geométricas, por lo cual el resultado es superficial, tal como se evidencia en las pruebas saber ICFES (2015); “El 77% de los estudiantes de la I.E.R Carlos González del Municipio de Belmira desde la competencia de razonamiento dice: no argumentan formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos”(p.42).

Los estudiantes presentan dificultades para aprender los conceptos de área y de volumen. Esto se referencia a que no tienen la madurez del pensamiento abstracto necesario para realizar las tareas y situaciones problemas que se requieren, tendientes a la inducción de descubrimientos tales como: diseño, exploración, modelización, argumentación que conllevan a la demostración, según lo he evidenciado mediante la observación de procesos de aprendizaje en el aula. La geometría es enseñada con un enfoque axiomático que produce la evolución de razonamiento geométrico en objetos geométricos en los estudiantes, debido a esta metodología tradicional utilizada por el profesor en la enseñanza, solo se limita a la transmisión de los contenidos geométricos, relegando las experiencias de los estudiantes con su propio entorno.

Al observar esta problemática dentro del área de geometría en la IER Carlos González y querer darle una posible solución, se comenzó por un diagnóstico mediante una encuesta preliminar (ver anexo 1); con los estudiantes de grado noveno eligiendo este grado, porque presentaban los desempeños más bajos en las pruebas saber 2015 y la mayor falta de motivación hacia el área; esta encuesta preliminar tenía como objetivo primordial, el de indagar cuál creían que era la causa del bajo desempeño en las pruebas saber, los estudiantes manifestaron en primera instancia la falta de motivación e interés por el área de geometría, seguidamente al aplicar la prueba de entrada (ver anexo 1); se evidenciaron vacíos conceptuales más específicamente; en la transición de lo bidimensional a lo tridimensional. Debido a esto se hizo indispensable dentro del plan de área; partir del diseño de estrategias, que incluyeran los conceptos de área y de volumen; empezando por aclarar el concepto, llevándolo a la práctica mediante las tecnologías digitales y material



concreto; con el fin de relacionar estos con su realidad, llevándolos hacer competentes y por ende mejorar los desempeños tanto a nivel institucional como en las pruebas externas.

Por lo cual surge la necesidad de diseñar una propuesta de investigación: “ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS CONCEPTOS DE ÁREA Y DE VOLUMEN, UTILIZANDO COMO MEDIADORES DE APRENDIZAJE EL ORIGAMI Y LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES”, desarrollando una unidad didáctica, la cual por medio de la práctica y diversas estrategias permitirá al estudiante resolver diversas situaciones planteadas entorno al concepto de área y de volumen, mejorando el nivel de motivación para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, como lo menciona Barrantes (2003): “se debe conectar a los estudiantes con el mundo en el que se mueven, pues el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana” (p. 26).

Esta propuesta de investigación podrá ser utilizada por los docentes como una herramienta de consulta para el área de geometría y a su vez como una estrategia que permitirá detectar las falencias entorno a los conceptos de área y de volumen que presenten los estudiantes y encontrar una alternativa en mediación con las tecnologías digitales que permita encontrar una solución a estas problemáticas. Lo anterior apoyado en Freudenthal (1983) realiza críticas sobre el modo que se lleva a cabo la enseñanza del concepto de área y el volumen resaltando la extrema pobreza de su instrucción en contraste con su rico contexto en la naturaleza, la cultura y sociedad.

En la enseñanza y aprendizaje de la geometría es necesario encontrar una apropiación correcta de los conceptos de área y de volumen, donde el estudiante debe ser protagonista del proceso de aprendizaje, que exige un rigor de abstracción y de razonamiento; mediante situaciones problemas de los elementos geométricos que incidan en la solución de situaciones matemáticas en el contexto social.

Respecto al estudio del área y volumen según Olmo, Moreno y Gil (2007), la variedad de las situaciones que se presenta en el área es prácticamente ilimitada. Estos autores comentan que el estudiante debería comprender los conceptos de figuras bidimensionales y tridimensionales en nuestro contexto, y que luego llegue a una aproximación al objeto de estudio de la geometría como

significativa en su propio aprendizaje. “Está trata de formalizar el concepto de área y de volumen, en la que proporcione al estudiante la construcción mental que hay subyacente a los conceptos de área y de volumen” (p. 17).

A partir de lo mencionado anteriormente, el concepto de área y de volumen como objetos de enseñanza en el pensamiento geométrico, permiten al estudiante desarrollar un razonamiento deductivo, experimental mediante transformaciones, permita la apropiación de situaciones matemáticas a partir de reflexiones y que conlleven al estudiante a la orientación de conexiones entre el área y volumen, donde se privilegien representaciones dinámicas y estáticas, para que ellos establezcan relaciones y diferencias entre área y volumen.

La presente propuesta se fundamenta desde el referente teórico Ausubel (1983), con respecto al aprendizaje significativo del reconocimiento de formas y sus respectivas fases, a través de la manipulación de material concreto (origami) y la mediación desde las tecnologías digitales: geogebra y sweet home 3D, para el aprendizaje de los conceptos de área y de volumen, favoreciendo estrategias que permitan prácticas de aula de manera dinámica, creativa y práctica, en los estudiantes de grado noveno en el área de geometría.

## **1.2 Antecedentes**

Establecer el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes del grado noveno, en cuanto a la competencia de razonamiento en los conceptos de geometría, en este caso de área y de volumen, ha sido un tema importante y por lo cual el modelo pedagógico de Ausubel (1983) desde la idea anterior de manera precisa y adecuada la evolución del aprendizaje del reconocimiento de las formas, en este proceso de enseñanza.

En esta investigación se consideraron cuatro antecedentes de otros que de alguna manera se relacionan y se aproximan con el objeto matemático o con las técnicas en la que se hizo una mediación a través de la manipulación de material concreto. A continuación se dan detalles de tales investigaciones.

### **Comprensión de los Cuadriláteros con el apoyo del software Geogebra en el Marco del Modelo de Van Hiele en el grado séptimo.**

Lo que propone Caldera-Vera y Vargas-Flórez (2016):

El resultado de un análisis en torno al desarrollo del pensamiento espacial en los lineamientos curriculares y los niveles de la competencia matemática enmarcado dentro del modelo de van Hiele, se realizó una prueba diagnóstica para identificar para 4 estudiantes del grado séptimo que se ubican en el Nivel 0 de razonamiento (Pre descriptivo), con base en estos resultados se elaboraron unos descriptores de nivel para el estudio de cuadriláteros, y así, poder crear la guía de enseñanza que se aplicó a los cuatro casos seleccionados, de tal forma, que ellos mismos pudieran ir concluyendo sobre las propiedades de los distintos cuadriláteros hasta llevarlos al Nivel II de razonamiento (Análisis). (p. 4)

En esa investigación se enfocaron en algunos niveles y las fases de Van Hiele, como por ejemplo: la guía diagnóstica y objeto de estudio. Así mismo, se analizó el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en las aulas escolares y se determina el nivel de razonamiento geométrico y de acuerdo a los resultados de la guía didáctica contribuyeron a un aprendizaje significativo por cuanto la participación por parte de los estudiantes fue activa; y aunque sus inferencias no las expresan con un lenguaje riguroso, dan muestras claras de que comprendían lo que estaban afirmando, esto se evidenció con el uso adecuado del lenguaje, que fue propio para cada nivel hasta ubicarse en el nivel II. (p. 90)

Estos autores realizaron una guía curricular con la mediación de la tecnología digital geogebra, la cual los estudiantes de grado séptimo favorecieron el proceso de enseñanza y aprendizaje en la comprensión del concepto de cuadriláteros, permitiendo así la contextualización del objeto matemático a través de la formación de semejanzas y diferencias de figuras geométricas.

La segunda investigación, se trata de un trabajo de grado de maestría no publicado, titulado:

### **Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café.**

Partiendo de los resultados González (2014), el estudio se enfocó en interpretar y analizar el proceso de los conceptos de perímetro y área, así como la independencia de sus medidas, en estudiantes de grado quinto. Esta investigación se propuso una guía curricular fundamentada en los parámetros de la Enseñanza para la Comprensión como el modelo educativo de Van Hiele y buscó vincular situaciones del contexto con situaciones específicas del aula de clase, relacionadas con los conceptos de área y perímetro; en el contexto de situaciones de la vida cotidiana y la actividad académica, esto apoyado desde los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN), Estándares Básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas (2006).

Por lo anterior, este autor realizó una guía curricular en el contexto de la agricultura del café, los estudiantes comprenden los conceptos de área y el perímetro desde su entorno, permitiendo así la contextualización del objeto matemático a través de la formación de figuras geométricas.

El resultado más importante de esta investigación es el acercamiento del estudiante con los objetos concretos vinculados a las nociones de área y el perímetro a partir de la experimentación de situaciones en contexto.

La tercera investigación, se trata de un trabajo de grado de maestría no publicado, titulado:

### **Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software geogebra.**

Este trabajo permite el análisis de lo planteado en la tesis de Castellanos (2010) en la que presentaron es desarrollar la visualización del alumno a través de la representación plana de sólidos, el cálculo de áreas, perímetros y capacidades, fundamentos teóricos que guiaron la presente propuesta, en la que se consideró, elementos de la geometría, y algunas consideraciones sobre la geometría en el aula de clase, la fundamentación general de esta estrategia fue la resolución de problemas, la visualización, el razonamiento, las construcciones geométricas y el uso de la tecnología con la utilización del software geogebra y sus representaciones en el contexto. Uno de los aportes más significativos de esta investigación, se relaciona con la implementación de una metodología participativa y colaborativa, con la cual, es mejorar las habilidades del estudiante en la visualización y razonamiento utilizando la tecnología digital el geogebra.

La cuarta investigación, se trata de un trabajo de grado de maestría no publicado, titulado:

**Comprensión del concepto de volumen mediante el doblado de papel en el marco de la Enseñanza para la Comprensión.**

En esta propuesta Lopera-Echeverri (2014), se hizo necesario que los estudiantes se desempeñaran, de una forma activa en la interpretación de la información matemática requerida en la toma de decisiones y en la resolución de problemas cotidianos. Es por eso que la unidad curricular que se propuso en el año 2014, aportó a la organización de los programas curriculares en la comprensión de conceptos matemáticos. De esta manera, se generaron actividades que permitieron el enriquecimiento, profundización y el desarrollo de habilidades y destrezas, para la apropiación y comprensión del concepto específico de volumen.

En conclusión, en esta investigación, el pensamiento espacial se centró en el desarrollo cognitivo mediante las representaciones mentales de los objetos en el espacio, con sus características y propiedades, reconociendo que este pensamiento va de la mano con la visualización, la comprensión de los conceptos, logrando que los estudiantes desarrollen el conocimiento intuitivo y un sistema de medidas, donde no sólo identifiquen las diferentes formas, sino también la caracterización de los cuerpos sólidos.

### **1.3 Justificación**

En esta investigación, se buscó implementar prácticas educativas alternativas como el origami con la mediación de las tecnologías digitales (geogebra, sweet home 3D), permitiendo que fueran los instrumentos y punto de partida en la enseñanza de la geometría, más específicamente en los conceptos de área y de volumen en el grado noveno, con el objetivo de ofrecer acciones pedagógicas y didácticas, que podrían conllevar al desarrollo de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes en los estudiantes tendientes a mejorar las competencias en el grado noveno de la I.E.R.C.G. A partir de esta investigación, se logró articular las guías didácticas para la enseñanza de los conceptos de área y de volumen, desde el micro currículo correspondiente en

coherencia con la teoría; Clements Douglas (2015) afirman que:

Muestran cómo las "trayectorias de aprendizaje" ayudan a identificar el nivel de comprensión del niño de las matemáticas y cómo desarrollar actividades didácticas alineadas con estos niveles. Éstas son:

- (1) Precognitivo, cuando perciben las formas pero son incapaces de distinguirlos y clasificarlos,
- (2) Visual, son capaces de identificar las figuras de acuerdo a su apariencia
- (3) Descriptivas, cuando aprenden a reconocer y caracterizar las formas basándose en sus propiedades". (p.13)

La formación del aprendizaje de la geometría permiten ayudar a los docentes a conocer las falencias y fortalezas de sus estudiantes; esto permite crecer integralmente y mejorar las prácticas disponibles en la enseñanza de las matemáticas.

Como lo referencia Gómez y Lupiáñez de Steffe (2004) "deben ser los profesores, al participar directamente en las actividades de construcción de los niños, quienes deben producir sus trayectorias hipotéticas de aprendizaje" (p. 115).

Las diferentes estrategias empleadas por los docentes, en la práctica de la enseñanza, han sido y serán vistas como la manera en que se hace entender a los estudiantes. Por tal motivo, las actuales estrategias, deben ajustarse a las perspectivas de las nuevas generaciones.

MEN (1998), "Los estudiantes para ello deberán desarrollar la capacidad de presentar argumentos matemáticos acerca de relaciones geométricas, además de utilizar la visualización, el razonamiento espacial y la modelación geométrica, para resolver problemas" (p. 9).

Por esto, se deben presentar una gran variedad de temáticas, metodologías y ayudas didácticas que contribuyan a la motivación de los estudiantes para dicha área, permitiendo que la enseñanza sea significativa para el estudiante y que este encuentre una forma diferente de aprender geometría,

por lo cual se propuso en esta investigación el origami<sup>1</sup> en mediación con el uso de las tecnologías digitales (geogebra<sup>2</sup>, sweet home 3D<sup>3</sup>) como una alternativa virtual, está es una propuesta innovadora e interactiva que estimula la creatividad, en los conceptos de área y de volumen en el grado noveno.

#### **1.4 Pregunta de investigación**

¿Qué estrategias desde el aprendizaje significativo se pueden desarrollar con origami y las tecnologías digitales, para que los estudiantes de la IER Carlos González se apropien de los conceptos de área y de volumen en sus diferentes contextos?

Para dar respuesta a esta pregunta de investigación se planteó un objetivo general y tres objetivos específicos.

#### **1.5 Objetivos**

##### **Objetivo General**

Implementar una estrategia desde el aprendizaje significativo que se articule con el origami y la mediación de las tecnologías digitales, relacionadas con el concepto de área y el volumen en el grado noveno.

##### **Objetivos Específicos:**

---

<sup>1</sup>Origami: doblado de papel, recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas, tomado de: [www.iberomat.uji.es/carpeta/posters/jesus\\_flores.doc](http://www.iberomat.uji.es/carpeta/posters/jesus_flores.doc)

<sup>2</sup> Geogebra: geometría dinámica, tomado de: <https://www.geogebra.org/>

<sup>3</sup> Sweet Home 3D aplicación libre en el diseño 2D con vista al 3D, tomado de <http://www.sweethome3d.com/es/>

1. Identificar dificultades de aprendizaje en los conceptos de área y de volumen de un grupo de estudiantes de grado noveno.
2. Establecer, a través del uso del material concreto, la transición del concepto del espacio bidimensional al tridimensional.
3. Implementar el uso de material concreto y la mediación con tecnologías digitales en el aprendizaje significativo de los conceptos de área y volumen.

## **CAPÍTULO 2. Marco Referencial**

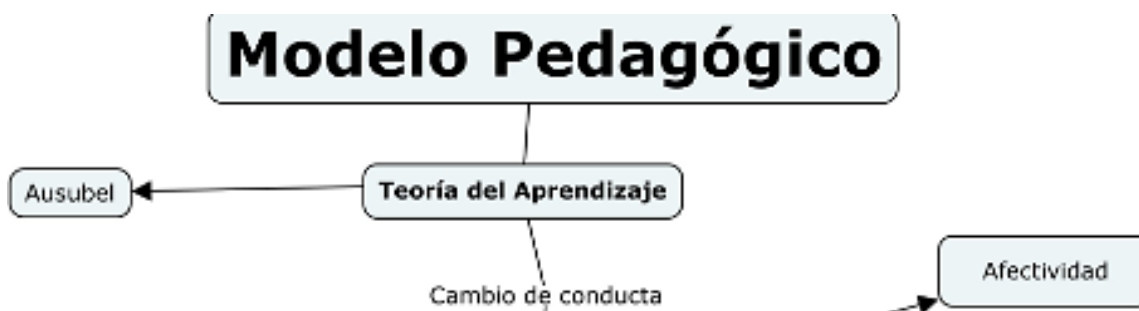


En este capítulo se presenta el marco teórico, el conceptual, contextual y el metodológico, articulado de forma específica para fundamentar esta investigación; también se retomaron los principales postulados pedagógicos, legales, conceptuales y tecnológicos pertinentes al área de geometría del grado noveno y al currículo de la IER Carlos González, necesarios para dar respuesta a los objetivos de esta propuesta.

## 2.1 Marco teórico

La geometría tiene muchas ventajas con respecto a otras ramas de la matemática por su carácter gráfico y visual; gran parte de los estudiantes tienden aún a confundir lo que en realidad es el objeto de estudio de la geometría entre ellos los conceptos de área y de volumen. Logrando únicamente la memorización de algunos elementos, propiedades y de algoritmos para el trazado de figuras, no se contrasta esto con los elementos propios y manipulables de su realidad.

A partir de un primer momento: etapa diagnóstica (anexo 1), surgió la necesidad de encontrar una estrategia que facilitara la apropiación de conceptos geométricos los que serían enunciados por medio de una segunda fase: definición de conceptos geométricos en la solución de problemas cotidianos, y por medio de una unidad didáctica en la tercera fase: aplicación de la propuesta investigativa, como una estrategia innovadora en el aula de clase, para tal efecto en la cuarta fase: se utilizaron los mediadores tecnológicos y material concreto en articulación al currículo de la IER Carlos González y a su PEI institucional, en donde están definidas las competencias interpretativa y argumentativa. Finalizando con una quinta fase en donde esta propuesta investigativa, para ser significativa en los estudiantes, debía tener en cuenta el contexto rural y las metodologías activas propias de la escuela nueva, en donde el trabajo en equipo es fundamental, motivo por el cual se utilizó el aprendizaje cooperativo basado en esta pedagogía: Modelo Constructivista Teoría del aprendizaje de Ausubel; Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo (1983). Es el eje fundamental en que desarrolló la propuesta metodológicamente, con el fin de evidenciar unos impactos en la apropiación de conceptos geométricos, en lo relacionado a los conceptos de área y de volumen, dando aportes a la Educación Matemática.



**Imagen 1. Modelo pedagógico de Ausubel. Elaboración propia**

Como lo dice Ausubel (1983), quien es uno de los principales representantes de la corriente pedagógica del constructivismo, y formula Novak (2009), en la teoría del aprendizaje significativo:

Surgió como un intento de contrarrestar el aprendizaje repetitivo y el carácter no significativo del aprendizaje y va dirigido a garantizar el establecimiento de las relaciones esenciales y no de un modo arbitrario entre lo que debe aprenderse y lo que es conocido, es decir, lo que se encuentra en las estructuras cognitivas de la persona que aprende. (p. 18)

De lo expuesto por Ausubel (1983), se deriva que para aprender de manera significativa, quien aprende debe querer relacionar el nuevo contenido de manera no-literal y no-arbitraria a su conocimiento previo (p. 37).

Por lo anterior, desde la propuesta que se plantea se logró en primera instancia; indagar sobre los conocimientos previos, que tienen los estudiantes de los conceptos de área y de volumen, cuáles son sus dificultades y fortalezas en este campo, es allí donde el aprendizaje significativo adquiere un papel muy importante para mejorar el nivel de desempeño, por medio de las tecnologías digitales que entrelazan los aprendizajes: por representación, por conceptos y proposiciones, desde una perspectiva que resulta creativa, dinámica para el estudiante, lo que conlleva a una participación activa, siendo competente en su contexto.

Ausubel (1983), desde el punto de vista cognitivo, menciona que aprender de un modo significativo consiste en realizar un proceso de actualización de los esquemas de conocimientos relativos a la situación en consideración, (en nuestro caso, lo relacionado a los conceptos de área y el volumen) es decir, "poder atribuirle un significado al material objeto de estudio" (p. 61). El significado al material objeto de estudio en esta investigación, fueron: las tecnologías digitales geogebra, sweet home 3D, origami. Todo lo anterior se realizara por el aprendizaje: "por descubrimiento y recepción" (p. 36).

Siguiendo a Ausubel (1983), "En este tipo de aprendizaje los esquemas cognitivos del que aprende; no se limitan a asimilar la nueva información sino que él mismo, entraña una constante revisión, modificación y ampliación; produciéndose nuevos vínculos entre ellos" (p. 47). De esta forma, permite una mayor funcionalidad y una memorización comprensiva de los contenidos asimilados de un modo significativo.

Para lograr estos objetivos, se planteó una unidad didáctica que permite al estudiante una construcción de los procesos de orientación del tipo de aprendizaje significativo como: el de representación, de conceptos y de proposiciones, entorno a los conceptos de área y de volumen a partir de una reflexión sobre lo que ya sabía, los nuevos aprendizajes y como relaciona estos con su realidad.

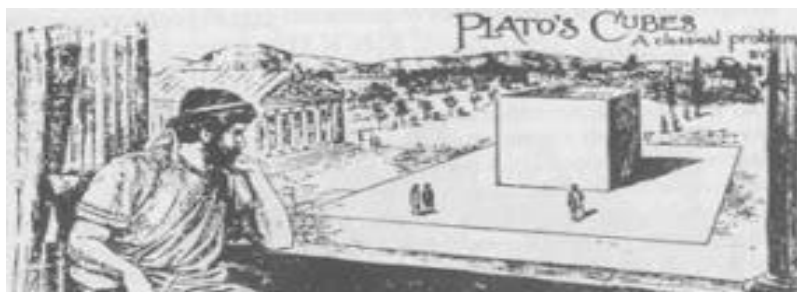
La noción del aprendizaje significativo; lleva a analizar el papel de los contenidos, los cuales juegan un papel fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje, ampliando su significación hasta considerar las estrategias y distintos tipos de procedimientos, tales como: el sistema de preguntas para indagar, explorar y observar con un carácter científico.

Ausubel (1983) plantea que:

El aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por “estructura cognitiva”, al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización”. (p.18).

De esta forma, se hace indispensable en cada uno de los procesos de desarrollo de esta propuesta de intervención, lo cognitivo, metodológico, didáctico, desde lo teórico, desde lo práctico, hasta el análisis de resultados y el impacto en la Educación Matemática.

## 2.2 Marco Conceptual



## Imagen 2. Cubos de Platón

<http://www.acertijosypasatiempos.com/2414/matematicas-recreativas/los-cubos-de-platon>

*“La Geometría existe en todas partes... En el disco del sol, en la forma del datilero, en el arco iris, en el diamante, en la estrella de Mar, en la tela de araña y hasta en un pequeño grano de arena”. Platón.  
Filósofo griego*

En este marco conceptual se realizó una descripción de cada uno de los conceptos geométricos, sobre el objeto de estudio y las tecnologías digitales, necesarias para desarrollar la investigación propuesta.

### 2.2.1 Objeto de estudio: Área y Volumen

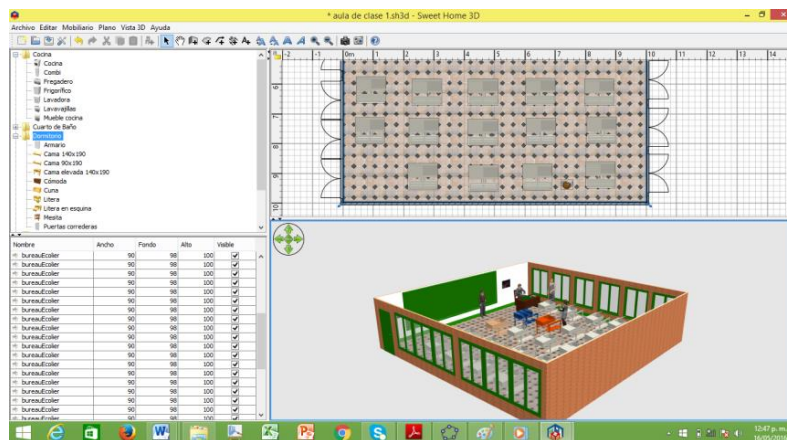


Imagen 3. Explicación del concepto de área y volumen desde el programa sweet home 3D. Creación por estudiante 1. Grado noveno IERCG.

En este trab

la geometría desde una perspectiva didáctica e innovadora.

Se pretende ilustrar al estudiante con el uso de material concreto y la mediación con tecnologías digitales, la apropiación del pensamiento lógico, geométrico y espacial.

Realizando una revisión bibliográfica de la relación del concepto entre área y el volumen, se observó en textos escolares, en los cuales se presentan dichos conceptos, desde una forma clásica y tradicional que no llama la atención. Ya que carecen de una didáctica en donde el estudiante relacione el concepto de área y de volumen de forma dinámica.

Así mismo en otras investigaciones del concepto de área y el volumen se puede destacar lo siguiente, como lo afirma Rico (citando a Radford, 1998):

Mediante el trabajo con las representaciones las personas asignan significados y comprenden las estructuras matemáticas, de ahí su interés didáctico, esta razón ha llevado a que “las representaciones se consideren parte esencial del aparato conceptual necesario para analizar los procesos de aprendizaje y comprensión de las matemáticas”. (p.4)

Uno de los propósitos fundamentales en este trabajo de investigación es analizar el progreso en el aprendizaje significativo, de los estudiantes en lo referente a figuras bidimensionales y tridimensionales con el análisis de sus propiedades y características. Por lo que se lleva una propuesta en el marco de la enseñanza y aprendizaje dentro de los lineamientos MEN (1998): que resalta la importancia de enseñar geometría y en este caso la relación del concepto de área y de volumen en los estudiantes de grado noveno en la que se integre “El desarrollo de la percepción, la intuición, la generación de representaciones, el análisis de sus invariantes, relaciones y propiedades, que se producen bajo ciertas transformaciones” (p. 20).

### **2.2.2 ¿Qué es el concepto de área?**

El concepto de área, resalta el paso de la geometría de saber práctico a disciplinar, según González Molina (citando a Cortés , 2012), el cual asegura que:

La Geometría es tan antigua como la humanidad y ha acompañado al ser humano a lo largo de toda su historia: los babilonios y los egipcios ya la utilizaban tanto en la resolución de problemas aplicados

a la vida diaria como en la creación artística. Fue posteriormente, en Grecia, donde la Geometría se transforma en una ciencia que se estructura con un razonamiento lógico-deductivo [...] (p. 3)

Según hallazgos históricos se evidencia que desde la antigüedad los egipcios, ya conocían y aplicaban propiedades geométricas solucionando problemas de su diario vivir; entre los problemas y soluciones a los que se enfrentaban comúnmente, se encuentran la demarcación de superficies, el cálculo de áreas y volúmenes. (p.11).

Sobre estos conocimientos geométricos de los egipcios, Morales (2002), manifiesta:

La mayoría de los problemas de geometría que aparecen en los papiros hacen referencia a fórmulas de medición necesarias para evaluar el área de figuras planas y de ciertos volúmenes. Los egipcios parecen acostumbrados a transformaciones que comprenden la semejanza de rectángulos con ayuda de triángulos isósceles y trapecios isósceles. Calculan también el volumen de cilindros y prisma. (p. 10)

Según Morales (2012):

El papiro Ahmes<sup>4</sup> vemos que el cálculo de áreas tendía a emplear la conversión de la figura a analizar en "algo parecido a una figura conocida" que permita llegar al área buscada. Un sistema de cálculos parciales cuya suma permita obtener el área de la figura inicial. Veremos este método en el cálculo del área del círculo. Es quizá un primer paso hacia la demostración geométrica y un intento de encontrar las relaciones mutuas entre figuras geométricas, pero que se quedó ahí, en un primer paso, y al que nunca se le ha dado la importancia que tiene. (p. 6)

<sup>4</sup> Tomado de htt



#### **Imagen 4. Papiro de Ahmes.**

Curiosamente Ahmes describe el triángulo como "un pedazo de tierra de una cierta anchura en un extremo y que llega a un punto". Realmente resulta difícil que con una definición así se pueda determinar el área de la figura. Cuando Ahmes habla de altura no emplea más que un término genérico llamado "línea" (p.8).

Por lo anterior se ha indicado que el presente documento podría ser con claras intenciones pedagógicas, un cuaderno de notas de un alumno. En la que representa una guía de las matemáticas del Antiguo Egipto, pues en él se revelan conocimientos matemáticos sobre el cálculo del área, la altura, entre otros. En la que permitieron métodos de cálculo basados en prueba y error, sin formulación en nuestro contexto.

Como lo referencia (Peña, 2000):

La geometría no era una disciplina especial, sino que era tratada igualmente que a cualquier otra forma de relación numérica entre objetos de uso práctico. Entre los resultados geométricos conocidos en Mesopotamia, se encuentran métodos para calcular el área de un círculo, con muy buenas aproximaciones del número  $\pi$ . (Los babilonios podían además calcular el área de un triángulo y de un trapecio). Los volúmenes de prismas rectos y cilindros los calculaban multiplicando el área de la base por la altura. Tenían fórmulas para determinar el volumen de un tronco de cono y pirámides cuadrangulares truncadas. Los geómetras babilónicos tenían conocimientos básicos de trigonometría. Estaban familiarizados con el teorema de Pitágoras, y comprendían su principio general. Conocían también el teorema, atribuido a Tales de Mileto, según el cual el ángulo inscrito en un semicírculo es recto. Además, sabían que "los lados correspondientes. (p 2).



Hoy en día la enseñanza del concepto de medida de superficies en nuestro currículo institucional, se enmarca en la competencia del concepto de la unidad de medida, tomada como una elección arbitraria y relativa. Por lo cual, esto se apoya con la insistencia, de un pasado no muy lejano, de los autores de cursos de geometría elemental por dejar sentado la relatividad de las medidas y el carácter adoptivo de la unidad de medida. Así, en el libro de texto de Castro, Flores, Segovia (2016) “Área es la relación con otra superficie que se toma como unidad(..). Para la determinación de las áreas, se adopta como unidad un cuadrado cuyo lado es la unidad lineal (p. 185-186)”.

Con lo anterior, se puede deducir que al estudiante se le traslada la responsabilidad memorística y el trabajo escolar se va a centrar en la obtención y aplicación de las fórmulas para calcular el área de las figuras planas. Como consecuencia, el estudiante entiende los conceptos de área y de volumen, al relacionarlos con fórmulas, además piensa que estas fórmulas son únicas, en el sentido en que es la única manera que existe de calcular el área de las figuras bidimensionales y el volumen de las tridimensionales.

Para cambiar esta forma de pensar, fue necesario crear diversas metodologías y estrategias, una forma de hacerlo es realizar una guía didáctica apoyada en las tecnologías digitales y material concreto, que conduzcan a la obtención de otras formas de aprender, que si bien no tendrán que memorizarse, sí contribuirían a la relativización de la medida, porque constituyen una mejor forma de entender de lo que es medir una superficie bidimensional y transformarla a tridimensional, y a percibir las implicaciones que tiene la elección de una u otra unidad de medida, no sólo sobre el resultado final, sino de todo el proceso.

### **2.2.3 ¿Qué es el concepto de volumen?**

El concepto de volumen según, Lopera (2014), citando a Sáiz (1999): se recomienda mirar el concepto de volumen a través de la historia del cálculo o del desarrollo de la geometría. Por la parte de la geometría, se han encontrado hallazgos de cálculos hechos por los babilonios, egipcios y los chinos para estimar volúmenes de pirámides truncadas; de hecho, se puede encontrar en el papiro de Rhind, en los problemas 10 y 14, el cálculo del área de superficie y el volumen de un cono truncado.

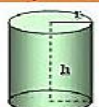



Al respecto, Gillings (citado en Sáiz, 1999), afirma que:

“aquella época, las matemáticas que hoy se conocen son las que se conservan en las tablas babilónicas y los papiros egipcios. Respecto al volumen, en las primeras se encuentran varios problemas prácticos en los que se requiere calcular el volumen de sólidos geométricos sencillos”. (p 21).

Como lo referencia Sáiz (1999):

Lo que se acaba de mencionar resulta de seguir el rastro del concepto de volumen a través de la historia del cálculo. Sin embargo, si el rastreo se hace por la historia de la geometría encontramos que el concepto de volumen está ligado al de los poliedros. Otra es el conocimiento de Demócrito (500 a.C.) de que el volumen de una pirámide es un tercio del área de la base por la altura y la demostración de este hecho realizada por Eudoxo (409-356 a.C.); la tercera se refiere a las discusiones de Euclides acerca del volumen de los prismas y pirámides en el Libro XII de Los Elementos. (p. 6).

Algunos volúmenes<sup>5</sup> trabajados en la unidad didáctica, la prueba de entrada y la prueba de salida:

Figura	Esquema	Área	Volumen
<i>Cilindro</i>		$A_{total} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h + r)$	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
<i>Esfera</i>		$A_{total} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$	$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
<i>Cono</i>		$A_{total} = \pi \cdot r \cdot (r + g)$	$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$
<i>Rectángulo</i>		$A_{total} = 2 \cdot (b \cdot l) + 2 \cdot (l \cdot h) + 2 \cdot (b \cdot h)$	$V = A_{base} \cdot h$

<sup>5</sup> Fuente de: <http://ap>

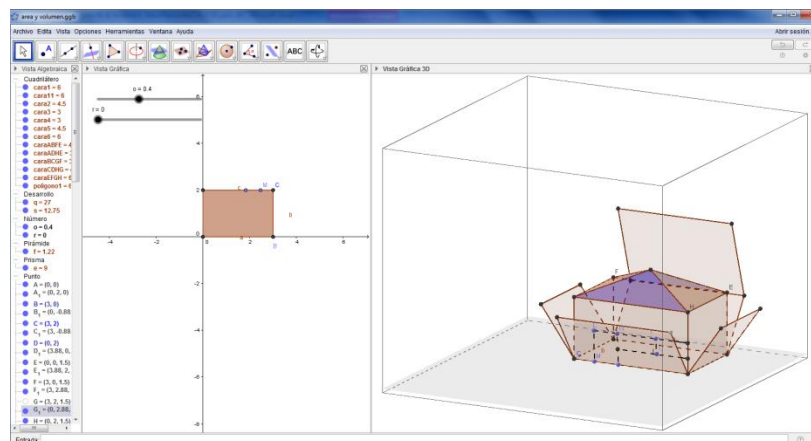
### Imagen 5. Áreas y volúmenes

Otro autor Sáiz Roldan, (2003) consideran importante que se relacionen los significados que los niños le atribuyen al vocablo volumen. Tan diferentes que las edades para las que se logra la conservación de cada uno de ellos es distinta.

Los significados son:

- Volumen interno (la cantidad de unidades de material que conforman un cuerpo)
  - Volumen ocupado (la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo en relación con otros objetos del entorno)
  - Volumen desplazado (el volumen de agua desplazado por un cuerpo que se sumerge en este líquido.
- (p.21).

En esta investigación se consideró el concepto de volumen ocupado, con el objetivo de aproximar al estudiante al aprendizaje del objeto matemático de una figura bidimensional a tridimensional, estableciendo así la relación existente, en consideración con los conceptos de área y el volumen.



**Imagen 6. Construcción propia. Aplicando el concepto de volumen desde el programa geogebra**

Por otro lado, Lopera (argumenta de Jaimes y Romo, 2012):

Propone identificar las habilidades espaciales y de geometría 3D para desarrollar en los estudiantes de dibujo técnico, el aprendizaje del concepto de volumen a través de la construcción de sólidos. Este trabajo, además, corrobora la relación intrínseca que hay entre el dibujo técnico y la geometría, que es potencializar las habilidades espaciales de los estudiantes en la construcción de conceptos geométricos con un sentido y una aplicabilidad. (p. 24).

También apoyado en Del Olmo, Moreno y Gil (2007). “Para el volumen se refiere a cuerpos o regiones geométricas” (p. 101). El concepto de volumen para la enseñanza en la educación, tiene su importancia en la vida cotidiana, al conectar y aproximar a los estudiantes al mundo tridimensional en donde nos movemos.

#### **2.2.4 Relación en la comprensión de los conceptos de área y de volumen**

El Modelo de Van Hiele (1986) es un modelo de enseñanza de la geometría euclidiana, mediante el nivel de reconocimiento de las formas geométricas, nos acerquen a los conceptos de área y de volumen, en donde se convierte en un problema para muchos estudiantes, ya que no comparten el mismo nivel de razonamiento a la hora de abordar este tema al mismo tiempo. El modelo no sólo brinda una descripción del proceso de enseñanza y de aprendizaje de la geometría, sino que también muestra una relación entre ambos procesos. Para dar solución a esta dificultad, partiremos de tres partes fundamentales: la percepción o Insight, el nivel de razonamiento reconocimiento de las formas y las fases de aprendizaje. Santa- Ramirez (2011), afirma:

Este modelo resuelve la situación en la medida que logra la percepción cuando los estudiantes comprenden lo que hacen, por qué lo hacen y cuándo lo hacen; además, pueden aplicar su conocimiento a la resolución de nuevos problemas no rutinarios. (p. 2).

Como lo referencia Santa-Ramírez (2011) de Jaime y Gutiérrez, (1990):

los niveles de razonamiento, es de tipo descriptivo, puesto que identifica una estratificación del razonamiento humano en niveles jerarquizados, a través de los cuales “progresan la capacidad de razonamiento matemático de los individuos desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su máximo grado de desarrollo intelectual en este campo” (p. 2); las fases de aprendizaje, es de tipo prescriptivo, porque da una serie de directrices a los profesores para que puedan ayudarle a sus estudiantes a pasar de un nivel de razonamiento al inmediatamente siguiente.

En relación a esta dificultad, nos apoyamos en lo que señala Matusevich (2009):

La enseñanza de la relación superficie-volumen, al presentar el problema desde una situación concreta y cercana a los estudiantes, como también resolver hipótesis en forma deductiva y finalmente confrontarlas con un entramado de situaciones estructuradas, la interpretación de los resultados experimentales, la construcción de un modelo en el que se relaciona el aumento de la superficie sin el del volumen, se intentaría superar los obstáculos planteados, lograr el aprendizaje autónomo y la formación del modelo mental del fenómeno en el estudiante. Se pueden lograr además, algunos objetivos colaterales como la aplicación de nociones matemáticas supuestamente consolidadas, el cálculo de la superficie y del volumen, la introducción a la idea de error experimental frente al cálculo formal. La relación superficie-volumen como ventaja selectiva. (p. 278)

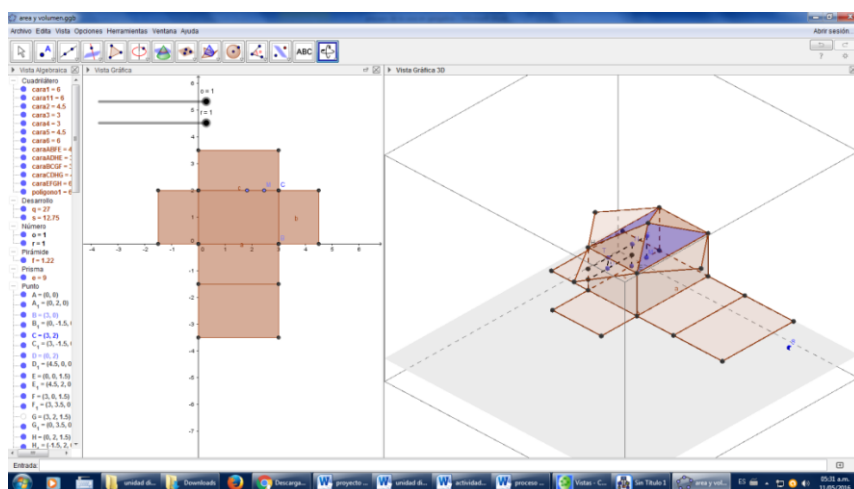
Por otra parte, Piaget (1948) destaca lo siguiente:

En la etapa de las operaciones formales (de los 11 años en adelante) los adolescentes pasan de las experiencias concretas reales a pensar en términos lógicos más abstractos. Son capaces de utilizar la lógica propositiva para la solución de problemas hipotéticos y para derivar conclusiones. Son capaces de emplear el razonamiento inductivo para sistematizar sus ideas y construir teorías sobre ellas; pueden usar el razonamiento deductivo para jugar el papel de

científicos en la construcción y comprobación de teorías. Pueden usar un lenguaje metafórico y símbolos algebraicos como símbolos de símbolos. Estas observaciones llevaron a Piaget a afirmar que la representación mental de una forma geométrica no era un asunto de retener en la memoria una figura que se observaba pasivamente, sino el resultado de acciones coordinadas. (p 112)

Como lo referencia Camargo (2011) “este es un resultado vigente en didáctica, pues probablemente ningún investigador afirmaría lo contrario respecto a los primeros acercamientos de los estudiantes a la discriminación de sólidos geométricos” (p. 4).

A continuación se presenta un ejemplo de la guía de geogebra trabajada con el grupo, elaborado por estudiante 2 del grado noveno de la IERCG.



**Imagen 7. Relación de los conceptos de área y de volumen desde el geogebra.**

En la educación matemática, uno de sus propósitos es la apropiación de los conceptos geométricos por parte de los estudiantes, presentan ciertas dificultades de aprendizaje y mediante estrategias didácticas permitan apropiarse adecuadamente, en este caso, de la relación del concepto de área y de volumen en los estudiantes de grado noveno, ya que ellos en el proceso de resolver una situación problema, no consideran la estructura de una figura bidimensional y no logran aplicar el concepto de área en su contexto, claro está cuando lo relacionamos al concepto de una estructura tridimensional, que es el volumen.

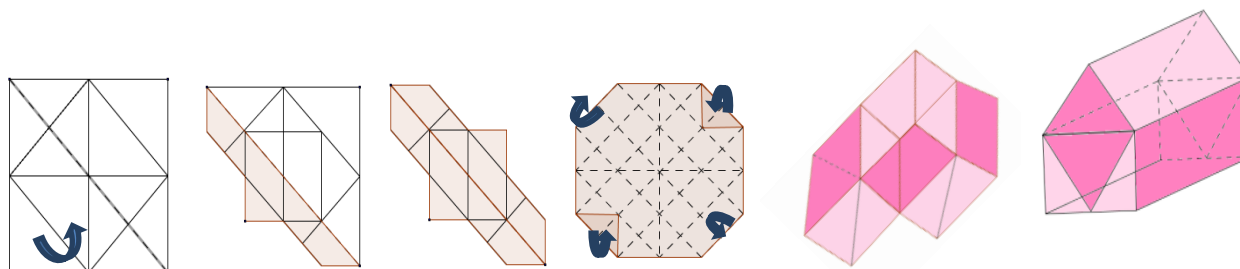
Por lo tanto, este trabajo permitió que se diseñará y evaluará mediante el aprendizaje de la representaciones de las formas geométricas, tanto para el caso bidimensional y tridimensional, así como los tipos de aprendizaje del modelo pedagógico de Ausubel (1983), que permitan una interacción con los conceptos de área y de volumen de una forma lúdica, mediante el doblado de papel y en combinación con la mediación de las tecnologías digitales en los estudiantes de grado noveno, de tal manera que los estudiantes tengan la posibilidad de compartir sus elaboraciones con sus compañeros, fortaleciendo su motricidad fina, además su capacidad de seguir instrucciones, la observación y en consecuencia hacer el aprendizaje más significativo.

### 2.2.5 Breve Historia del Origami

Como lo referencia Lopera (citando a Covadonga 2005 y Royo 2002).

El origami, también conocido como papiroflexia, es un arte que consiste en hacer figuras de papel plegado que sean reconocibles; los dobleces se deben realizar a partir de un trozo único de papel cuadrado y no se permite realizar cortes, ni utilizar pegamento, de acuerdo con posiciones ortodoxas. Los términos origami y papiroflexia son de origen japonés y latino, respectivamente, y significan doblar papel. (p. 28)

La construcción del paso a paso de una casa con el material concreto de origami



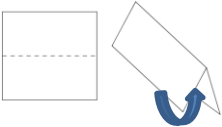

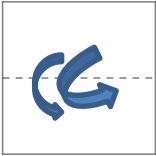
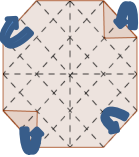
**Imagen 8. Paso a paso construcción en origami de un aula de clase a escala. Elaboración propia**

Por otro lado Lopera (citando a Engel, 1994), tiene la visión sobre este arte del doblado de papel, como por ejemplo: “Establece que el doblado de papel surge en china entre los siglos I y II D.C., ya en épocas más recientes” (p. 29).

Lopera (2014) refiriendo a Akira Yoshizawa:

Por considerarlo, uno de los padres del origami, se ideó un sistema de representación gráfica, diferenciando dobleces en valle y en montaña, que dio a conocer en su libro "Atarashi Origami Geijutsu" ("El nuevo arte del origami"). En este nuevo sistema de representación incluye la diferenciación clásica de líneas de puntos o de rayas para significar pliegues "en valle" (hacia adentro) o "en montaña" (hacia fuera). (p. 31)

Algunos de los términos básicos para realizar los dobleces<sup>6</sup> en origami los cuales se aplicaron algunos de ellos en la unidad didáctica son:

Nombre	Imagen
Dobleces Montaña: este doblez es cuando se dobla hacia adentro	
Dobleces valle: estos dobles se da cuando doblamos hacia adentro para el centro.	
Flecha de línea doble: dobla, pliega y luego desdobla	
Flecha con vuelta: dale la vuelta a tu papel	

**Tabla 1. Adaptación propia de algunos dobleces básicos en origami con geogebra.**

Finalmente, Rodríguez (2006) resalta que:

La lógica del origami se basa en la geometría, cuenta con un sistema de símbolos estandarizados empleados para diagramar los modelos propuestos y es una actividad donde es preciso coordinar la

<sup>6</sup> Origami con geogebra, tomado de: <https://www.geogebra.org/material/show/id/45942>



percepción visual con el ejercicio motor manual, que brinda simulación sensorial a las manos y ojos, induciendo la actividad hemisférica bilateral del cerebro. (p. 24)

### 2.2.5.1 Aplicaciones del origami en la geometría.

Según Santa (2011) el aprendizaje de la geometría se podría facilitar con la aplicación del origami, el cual se constituye en una herramienta funcional de descripción del espacio, que permite la interacción con una hoja de papel, para la posibilidad de avanzar en la conceptualización de dichos lugares geométricos.

En la actualidad, como lo referencia Lopera (2014):

El desarrollo que ha tenido el origami ha llegado a tal punto que existe una gran variedad de publicaciones que enseñan el plegado de papel, algunas de ellas con temas especializados tales como aviones, flores, animales, etc. y otros con una temática general; igualmente se han desarrollado programas informáticos dedicados a la enseñanza del doblado de papel tales como Paper folding 3D, Origami for Windows 8, Origami Master, entre otros (p. 31).

Además, existen otros programas como por ejemplo Tree Marker y OriPa que permiten, a partir de una imagen tridimensional, elaborar el patrón de pliegues para poder crear figuras de origami”.

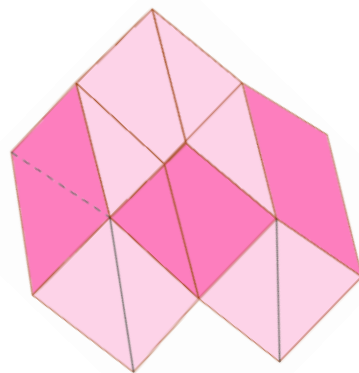


Imagen 9. Elaboración propia de origami con geogebra.

### 2.2.5.2 Axiomas de la geometría del doblado de papel

Como lo referencia Lopera (2014) en su trabajo de investigación: Los axiomas de la geometría del doblado de papel, son guías para construir, comprobar y analizar los objetos geométricos; son axiomas que aún están en construcción y estudio por autores, tanto a nivel nacional, como

internacional. La revisión de la literatura permite observar que sus trabajos se van refinando a medida que avanza el tiempo, porque están convencidos de que es una técnica en construcción que merece tenerse en cuenta por su utilidad y sus cualidades.

Según el trabajo de Santa y Jaramillo (2010), la geometría del doblado de papel, tiene sus raíces en seis axiomas postulados:

**Doblez:** “representa de una manera abstracta una línea recta”. (p. 341).

**Punto:** “se establece una relación directa de manera natural con la intersección de dos dobleces o con las esquinas (ángulos) de la hoja de papel”. (p.341).

**Hoja de papel:** “una cara de la hoja de papel se puede tomar como una porción del plano”. (p. 342).

A continuación, se presentan los axiomas de Huzita – Hatori (Santa, 2010):

**Axioma 1:** “dados dos puntos  $P_1$  y  $P_2$ , se puede hacer un dobléz que pasa a través de ellos” (p. 343).

**Axioma 2:** “dados dos puntos  $P_1$  y  $P_2$  se puede hacer un dobléz que lleva a  $P_1$  sobre  $P_2$ ” (p. 343).

**Axioma 3:** “dadas dos líneas  $L_1$  y  $L_2$ , se puede hacer un dobléz que pone a  $L_1$  sobre  $L_2$ ” (p. 344).

**Axioma 4:** “dado un punto  $P_1$  y una línea  $L_1$ , se puede hacer un dobléz que pone a  $L_1$  sobre sí misma y pasa por  $P_1$ ” (p. 345).

**Axioma 5:** “dados dos puntos  $P_1$  y  $P_2$  y una línea  $L_1$ , se puede hacer un dobléz que pone a  $P_1$  sobre  $L_1$  y pasa por  $P_2$ ” (p. 346).

**Axioma 6:** “dados dos puntos  $P_1$  y  $P_2$  y dos líneas  $L_1$  y  $L_2$  se puede hacer un dobléz que pone a  $P_1$  sobre  $L_1$  y a  $P_2$  sobre  $L_2$ ”. (p. 346).

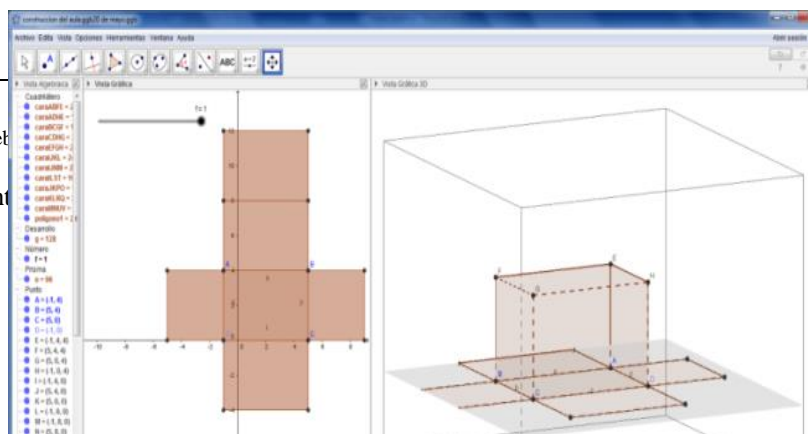
**Axioma 7:** “dados un punto  $P_1$  y dos líneas<sup>7</sup>  $L_1$  y  $L_2$ , se puede hacer un dobléz perpendicular a  $L_2$  que ponga el punto  $P_1$  sobre la línea  $L_1$ ”. (p. 349).

(O1) Dados dos puntos $P_1$ y $P_2$ podemos construir la línea que los une.	
(O2) Dados dos puntos $P_1$ y $P_2$ podemos llevar $P_1$ a $P_2$ (construyendo su mediatriz)	
(O3) Dados dos líneas $L_1$ y $L_2$ podemos llevar $L_1$ a $L_2$ (construyendo su bisectriz)	
(O4) Dados un punto $P_1$ y una línea $L_1$ , podemos construir una perpendicular a la línea $L_1$ pasando por el punto $P_1$ .	
(O5) Dados dos puntos $P_1$ y $P_2$ y una línea $L_1$ podemos llevar $P_1$ a la línea $L_1$ mediante un dobléz que pase por $P_2$ . Dicho dobléz es una línea constructible.	
(O6) Dados dos puntos $P_1$ y $P_2$ y dos líneas $L_1$ y $L_2$ podemos hacer un dobléz que lleve $P_1$ a $L_1$ y $P_2$ a $L_2$ . Dicho dobléz es una línea constructible.	
Recientemente ha sido añadido un 7º axioma por Atori:	
(O7) Dados un punto $P_1$ y dos líneas $L_1$ y $L_2$ podemos hacer un dobléz perpendicular a $L_2$ y que lleve $P_1$ a $L_1$ . Dicho dobléz es una línea constructible.	

2.2.6 Breve His[oria] Tabla 2. Axiomas de Huzita.

<sup>7</sup> Tomado de: <https://www.geogebra.org/m/20Maiz%20Jimenez.pdf>

<sup>8</sup> Tomado de: ht

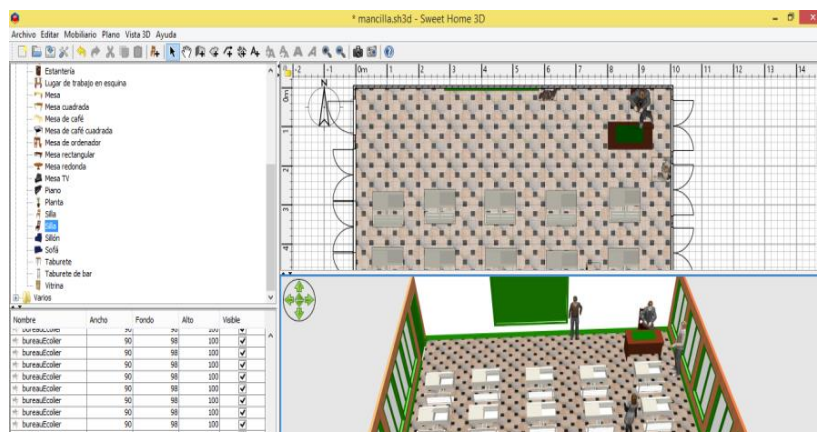


**Imagen 10. Elaboración por la estudiante 1. Grado noveno IERCG.**

Es un programa de matemáticas y específicamente en el desarrollo de la geometría dinámica para la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes de grado noveno. En donde permite de manera dinámica construir visualmente conceptos de geometría, álgebra, estadística, para lo cual se utilizó este programa en la apropiación de los conceptos de área y el volumen. Estas representaciones de objetos geométricos desde el nivel de reconocimientos de las formas geométricas en cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, hacen que el estudiante realice análisis deductivos en las transformaciones de las figuras geométricas y en este caso la construcción del aula de clase.

Es un software de matemáticas, desarrollado por Markus Hohenwarter en el marco de su trabajo de tesis de Maestría, presentada en el año 2002 en la Universidad de Salzburgo, Austria. Permite valorar todos estos recursos para la enseñanza de la matemática, pero notaba que para el común de los docentes, los programas de cálculo simbólico resultaban difíciles de aprender, dada la rigidez de su sintaxis, y que por esta razón evitaban su uso. Por otro lado, observaba que los docentes valoraban de mejor manera los programas de geometría dinámica, ya que su interfaz facilitaba su utilización. Hohenwarter (2002).

### 2.2.7 Breve Historia del sweet home 3D



### **Imagen 11. Elaboración Por la estudiante 2. IERCG**

Es un software de aplicación libre Sweet Home 3D de diseño de interiores que te ayuda a colocar tu mobiliario en un plano 2D de la casa, con una vista previa 3D<sup>9</sup>.

Este programa está dirigido a personas que quieren diseñar interiores con rapidez, si trabajan en ello o si sólo quieren rediseñar su casa. Pero en nuestro caso, lo aplicaremos desde el estudio de la geometría en la apropiación de los conceptos de área y de volumen.

El Sweet Home 3D fue diseñado por Emmanuel Puybaret, este programa nos da la posibilidad desde la geometría dibujar segmentos, rectas, redondeadas o inclinadas con dimensiones exactas en una transformación bidimensional a una vista tridimensional, usando el ratón o el teclado. Añade objetos como muebles en el plano desde un catálogo de búsqueda y extensible, organizado por categorías tales como cocina, sala de estar, dormitorio, baño. Mientras diseñamos la casa en 2D, de forma simultánea la veremos en 3D desde un punto de vista aéreo, o podremos recorrerla desde el punto de vista de un visitante virtual. Sweet Home 3D para ejecutarlo bajo Windows, Mac OS X, Linux y Solaris, o utiliza la versión online desde cualquier navegador que soporte Java. Puybaret (2016).

### **2.3 Marco Contextual**

La IER Carlos González del Municipio de Belmira fue el ámbito educativo en el cual se desarrolló la propuesta de intervención, cuyo objetivo principal es implementar una estrategia relacionadas con el origami a través de material concreto y con mediación de las tecnologías digitales, relacionadas con el concepto de área y el volumen en el grado noveno.

---

<sup>9</sup> <http://www.sweethome3d.com/es/>

A continuación se describe las características específicas de este contexto:

### **Definición caracterización del plantel, y de la comunidad educativa.**

**Nombre:** Institución Educativa Rural Carlos González

**Entidad territorial:** Departamento de Antioquia

**Código DANE:** 205086000092

**Municipio:** Belmira

**Dirección:** Vía San Pedro – Belmira kilómetro 9.

Niveles que ofrece: Preescolar, Básica Primaria y Secundaria y Media Académica.

Es una zona en que la actividad económica predominante es la crianza de ganado lechero y el cultivo de productos agrícolas como papa, frijol, maíz y hortalizas en menor escala, al igual que el cuidado de especie menores.

El nivel educativo de los padres y madres de familia es muy heterogéneo, se encuentran desde profesionales (una baja cantidad), hasta analfabetas, siendo el mayor número el de aquellos que tienen un grado de preparación académica de primaria, bachillerato o algunos años aprobados de éste.



#### **2.3.1 Principios y fundamentos institucionales**

Imagen 12. IER Carlos González

En el PEI, (2016) institucional, los lineamientos curriculares son la fundamentación pedagógica, la didáctica específica, los ejes conceptuales, los procesos generales y la forma de evaluar en cada una de las áreas. Los estándares de competencias agrupan por ciclos y logros que los estudiantes deben alcanzar al finalizar la educación básica y media.

De acuerdo con lo anterior, la Institución Educativa Rural Carlos González, ha construido un currículo unificado que da cuenta de la implementación de los lineamientos curriculares, los estándares de competencias y el contexto institucional, relacionado con el modelo pedagógico holístico transformador que busca la integralidad del ser.

En la institución el macro currículo se estructura desde las orientaciones del PEI; “teniendo como estrategia la interdisciplinariedad para aunar esfuerzos y obtener resultados en términos de competencias reales en los estudiantes” (IERCG, 2016, p. 49).

### **2.3.2 Enseñanza de la geometría en la I.E.R Carlos González - Belmira.**

Una de las orientaciones para la reestructuración del currículo y los planes de estudio en la IER Carlos González, es el diseño de situaciones de aprendizaje como estrategia para que los estudiantes aprendan significativamente, en este caso, se toma como referencia el análisis de resultados de las pruebas saber 2015 en el grado noveno en la competencia de razonamiento y se evidenciaron los siguientes datos:

- Los estudiantes no argumentan formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.
- Los estudiantes no hacen conjeturas ni verifican propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales.

Lo anterior permitirá dinamizar el currículo para desarrollar las competencias ético – morales, espirituales, afectivas, ciudadanas, axiológicas, académicas, laborales, cognitivas, científicas y tecnológicas en los estudiantes.

Para dar solución a las dificultades encontradas, es indispensable partir, del quehacer educativo, anhelando que sea la experiencia y el dominio propio del docente para el área; el que proponga alternativas y estrategias de solución oportunas y eficaces para estas dificultades, pero para dar consecución a estos objetivos se deben tener en consideración los elementos de apoyo al proceso educativo: los docentes, sus metodologías y didácticas, el currículo específico en el área de geometría y el contexto que para este caso se desarrolla en el ámbito rural.

En la institución el PEI, retoma el sentido educativo a partir de la definición de Educación como: “un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y sus deberes” (p.42). Porque la gran misión de educar hoy es formar a los estudiantes en las competencias específicas de cada área, en el contexto laboral, humano y social.

### **2.3.3 El área y el volumen como saber escolar**

“La educación en tecnología es como un campo de naturaleza interdisciplinaria, implica considerar su condición transversal y su presencia en todas las áreas obligatorias y fundamentales de la educación Básica y Media” (MEN, 2008, p.3).

El MEN, Estandares Básicos de competencias en Matemáticas (2006), establece los parámetros y criterios didácticos para la apropiación de los conceptos de área y de volumen, con la articulación de los Lineamientos Curriculares, Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en matemáticas y las orientaciones didácticas en las tecnologías; permiten ampliar el campo de indagación en el estudiante, y a su vez enriquece el currículo en su contexto y lo llevan a evolucionar en su formación integral.

Como lo referencia Aguirre Solange (2011):

El establecimiento de los indicadores y su metodología de investigación está basado en una concepción de integración de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la escuela que va más allá de la presencia de herramientas tecnológicas en el espacio escolar, o de su utilización didáctico-pedagógica por parte del docente. Finalmente, se trata de la existencia de modelos pedagógicos y currículos que ofrezcan un significado educativo al uso de las Tic..... (p.15).

MEN (1998):

En cuanto al impacto de las nuevas tecnologías en los procesos de aprendizaje y de enseñanza de las matemáticas, establece que antes de pensar en la introducción de las calculadoras y de los computadores en el aula, es indispensable pensar primero en el



conocimiento matemático, tanto desde la disciplina misma como desde las transposiciones que éste experimente para devenir en conocimiento enseñable. (p. 17)

Lo anterior mediado por programas informáticos como geogebra y sweet home 3D, permite la vivencia de actividades en el aula y relacionadas con la naturaleza del conocimiento tecnológico en nuestro entorno social.

MEN (2008):

Permite propiciar el reconocimiento de diferentes estrategias de aproximación a la solución de problemas con tecnología, tales como el diseño, la innovación, la detección de fallas y la investigación, todas ellas permiten la identificación, el estudio, la comprensión y la apropiación de conceptos tecnológicos desde una dimensión práctica e interdisciplinaria. (p. 12)

Como por ejemplo en la elaboración de áreas y volúmenes, que permitan el estudio de patrones desde el pensamiento geométrico – espacial, hasta llegar a éste como un objeto matemático que mide la transición del concepto del espacio bidimensional al tridimensional. Y que relacionan magnitudes de fenómenos físicos de nuestro contexto social.

El MEN (2015) En cuanto a los estándares y derechos básicos de aprendizaje plantea como un complemento en la construcción y actualización del currículo:

- Al docente un instrumento de trabajo que fortalecerá y enriquecerá la práctica en el aula.
- A la institución una herramienta que les permitirá diseñar sus planes de estudio.
- Y, finalmente para los estudiantes, les permitirá saber lo que deben aprender en el grado escolar que cursan. (p 13)

La formación Holística en la IER Carlos González, PEI, (2016); se presenta como una posibilidad abierta a una comunidad habitada por niños y jóvenes, hombres y mujeres que interactúan en un contexto social; la actividad mental constructiva y la aplicabilidad del conocimiento deben ser en nuestros estudiantes la posibilidad de crecimiento, deben facilitar las condiciones para que se logre un aprendizaje significativo y que a la vez se vea revertido en los componentes sociales y culturales

de la sociedad y que atienda a los desafíos a que se ve abocada la comunidad, objeto de este modelo y se propone garantizar un aprendizaje significativo en sus estudiantes, por lo que trabaja en aras de asegurar una significatividad lógica y psicológica del material, a la vez que una gran motivación que complemente el quehacer educativo y que lleve a:

- Propiciar la adquisición de nuevos conocimientos relacionados con los que sean aprendido significativamente.
- Incitar a una retención más duradera de la información trabajada
- Responder a aprendizajes activos
- Crecer en un conocimiento personal y colectivo que favorezca una verdadera comunicación.
- Aprender a aprender y enseñar a pensar
- Trasladar el conocimiento a la práctica.
- Hacer que el material sea potencialmente significativo
- Disponer al estudiante para que en realidad el aprendizaje sea significativo. (p. 82)

En conclusión, la IER Carlos González, desde la concepción de una escuela transformadora con una educación integral, basado en el constructivismo, busca formar y educar al niño, niña y joven para que transformen su realidad sociocultural en beneficio propio y de la comunidad.

## **2.4 Marco Metodológico**

La metodología utilizada tomo como referencia el aprendizaje significativo de Ausubel (1983) en la representación de las formas geométricas desde lo bidimensional y tridimensional, en articulación con los tipos de aprendizaje, que permitió al estudiante explorar y descubrir la apropiación de los conceptos de área y de volumen, a través de la manipulación de material concreto, como el origami. Por medio de estas estrategias didácticas; basadas en la construcción de figuras, mediadas con la ayuda de las tecnologías digitales (geogebra, sweet home 3D), se

pretendió mejorar el desempeño de los estudiantes en el área de geometría y la motivación hacia la misma.

**Imagen 13. Marco referencial del concepto de área y de volumen en la IERCG. Construcción propia.**

El trabajo realizado está enmarcado desde el enfoque cualitativo, en una investigación de campo en la IER Carlos González con los estudiantes de grado noveno, el cual se desarrolló desde el método investigativo: estudio de casos, el cual tiene como objetivo dar solución a una problemática de un contexto establecido, en este caso, la falta de motivación, los bajos desempeños de los estudiantes de grado noveno en el área de geometría. Este método se apoya de instrumentos cualitativos, como la encuesta, la prueba de entrada, el diseño de una unidad didáctica y la prueba de salida, apoyada en el modelo pedagógico de Ausubel (1983) y con el uso de material concreto

y las tecnologías digitales. En esta investigación se analizó la posibilidad de apropiarse de los conceptos de área y de volumen, por medio de esta propuesta se pudieron establecer relaciones y diferencias con su realidad, además de identificar de qué manera un concepto lleva inmerso el otro concepto y en qué momento se encuentran separados, retomando los conceptos previos que tengan los estudiantes y afianzados por el docente en el aula.

Esta propuesta de investigación tuvo como eje central lo dispuesto por el Ministerio de Educación Nacional MEN, (1994):

Los lineamientos generales de los procesos curriculares y la educación formal establecerán los indicadores de logros para cada grado de los niveles educativos, tal como lo fija el artículo 148 de la presente ley. Desde las competencias básicas, expresadas por los estudiantes en desempeños que tienen que ver con el saber (conceptuales), el hacer (procedimentales) y el ser (actitudinales). (p.17)

Este criterio de evaluación se convierte en específico ya que depende de la especificidad propia de los objetos de conocimiento de las nuevas áreas académica:

Esta propuesta utilizó las competencias interpretativa, argumentativa y propositiva para el área de geometría. (PEI, IERCG):

### **Competencias**

- **Interpretar situaciones:** Comprende la información contenida en textos, cuadros, tablas y gráficas en relación con el área de geometría y las interacciones con el contexto.
- **Establecer condiciones:** describir el estado y la dinámica de un objeto geométrico. Implica, de manera especial la competencia argumentativa y está relacionada con el conocimiento de él y sus características.
- **Plantear y argumentar hipótesis y regularidades:** plantear y argumentar relaciones en la apropiación de los conceptos en el área de geometría. (p. 167)

### **Sistema Institucional de Evaluación IERCG (SIE)**

La Escala institucional de evaluación, es la base del proceso de educativo. La socialización genera unidad y compromete la voluntad de la comunidad educativa. Las actividades de aprendizaje constituyen el núcleo del proceso. De manera subsiguiente se desarrollan las actividades de evaluación y las complementarias. La evaluación conduce a la promoción y ésta a la graduación al terminar el nivel de educación media (Montenegro Aldana, 2009, p. 76).

Los niveles: básico, medio, avanzado, empleando un grado de complejidad y lo que se buscó como objeto era la apropiación de conceptos de geometría como rectas, figuras bidimensionales, representaciones tridimensionales y que permitieran dar un nivel del reconocimiento de las formas en la prueba de entrada, encuesta, prueba de salida y la unidad didáctica. La descripción de los niveles desde el (SIE) de la IER Carlos González:

- Nivel avanzado: Se le asigna al estudiante cuando cumple integralmente con todos los procesos de desarrollo: cognitivo, sicomotor, comunicativo, efectivo y evolutivo, con el fin de alcanzar en forma excepcional todos los logros esperados e incluso no previstos en los estándares curriculares y en el proyecto educativo curricular y en el Proyecto Educativo Institucional. Este desempeño supera los objetivos y calidad previstos en P.E.I.
- Nivel medio: Corresponde al estudiante que alcanza casi la totalidad de los logros previstos en cada una de las dimensiones de la formación humana, demostrando un buen nivel de desarrollo.
- Nivel básico: Corresponde al estudiante que logra lo mínimo en los procesos de formación y aunque con tal estado puede continuar avanzando, hay necesidad de fortalecer su trabajo para que alcance mayores niveles de logros. (p. 33)

#### **2.4.2 Aprendizaje Cooperativo.**

El aprendizaje cooperativo es un proceso de trabajo en equipo en el cual los estudiantes, en este caso, la comunidad educativa, busca alcanzar una meta propuesta, que además permite construir mediante material concreto y las tecnologías digitales, habilidades cognitivas y desarrollo de la capacidad de expresión verbal, y dar respuesta de experiencias enriquecedoras, de la resolución de los diferentes problemas que enfrentan tanto en el contexto, como del salón de clases y en la vida diaria, de forma conjunta.

Como lo argumenta Johnson y Johnson (1998):

El aprendizaje cooperativo consiste en un sistema de interacciones cuidadosamente diseñado que organiza e induce la influencia recíproca entre los integrantes de un grupo. Es también un proceso donde se va desarrollando gradualmente el concepto de ser mutuamente responsables del aprendizaje de cada uno de los demás”. (p. 1)

Por lo cual el aprendizaje cooperativo constituye la metodología de esta propuesta investigativa, puesto que es la forma de trabajo específica de las pedagogías activas del entorno rural en el que se desarrolla la estrategia pedagógica, cuyo enfoque instruccional es centrado en el estudiante y en la conformación de pequeños grupos seleccionados de forma intencional, que permite a los estudiantes trabajar juntos, respetando sus estilos y ritmos de aprendizaje en la consecución de las tareas y objetivos en el área de geometría.

Como lo referencia Johnson y Johnson (1998):

Las características más comunes del aprendizaje cooperativo en el aula:

- Es una metodología activa y experimental, dentro de un modelo interrelacionista de enseñanza-aprendizaje.
- Mayor riqueza de experiencias educativas que ayuda a los alumnos a examinar de forma más objetiva el entorno.
- Genera habilidades cognitivas de orden superior que capacita al estudiante para dar respuestas creativas a la resolución de los diferentes problemas que enfrentan tanto en el contexto del salón de clases como en la vida diaria.

- Potenciamiento del desarrollo de la capacidad de expresión verbal y que lleva a exponer sus pensamientos, ideas, opiniones y críticas.
- Fuente de dinamización para los alumnos, debido a la necesidad que se les presenta de colaborar a otros compañeros, para lograr la consecución de las tareas designadas.
- El docente es un dinamizador, que controla las destrezas comunicativas, asertiva y con dote de liderazgo. (p. 41)

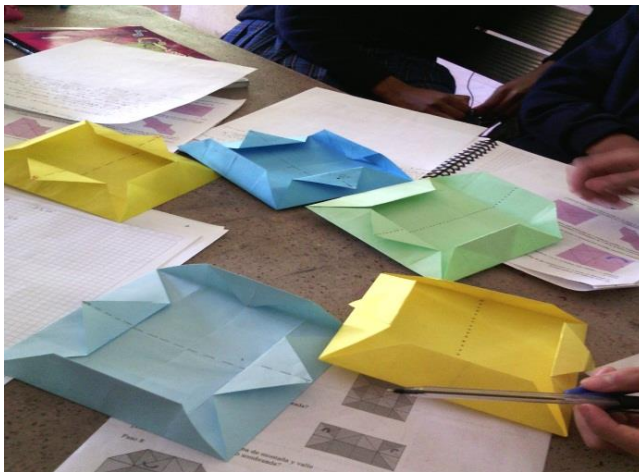


Imagen 14. Guía de origami. Apropiación de las formas geométricas

### 2.4.3 Población y Muestra.

La muestra constó de 22 estudiantes que cursan el grado noveno de la IERCG. Ésta se tomó por conveniencia, quedó constituida por 17 mujeres y 5 hombres, con edades que oscilan entre los 13 y 17 años.

Los estudiantes, a nivel actitudinal, se observaron muy dispuestos y receptivos, poseen en su gran mayoría habilidades artísticas, y se les nota gran capacidad creativa e investigativa, con sentido autocrítico que les lleva a cuestionarse sobre cómo encontrar diversas alternativas a las situaciones que se les presentan en su entorno relacionándolas con el concepto de área y de volumen, aprovechando sus potencialidades. Desde el PEI institucional se plantea el principio de inclusión como una posibilidad abierta a una comunidad habitada por niños y jóvenes, que interactúan en un contexto social, con sus fortalezas y también con sus limitaciones, las cuales constituyen un reto para la labor docente y una inspiración para esta propuesta investigativa.

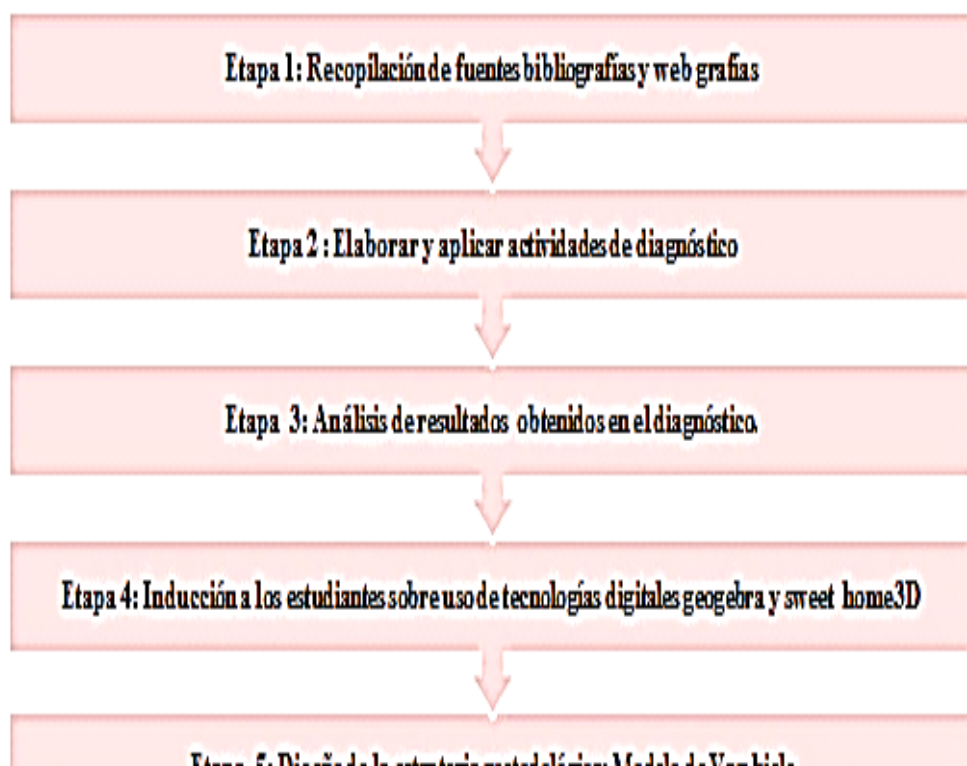
Los estudiantes se encuentran caracterizados como se detalla en el siguiente cuadro:

Total de niños de la muestra	Edad – n° de estudiantes		Grado	Nivel de repitencia	Extraedad
22	13 Años: 4 14 Años: 11 15 Años: 3	16 Años: 3 17 Años: 1	Noveno	1	4

Tabla 3. Caracterización estudiantes grado noveno IERCG

#### 2.4.4 Etapas del estudio

Dentro de la investigación formativa se tendrá como referente el modelo pedagógico de Ausubel (1983) en donde se evidencia la secuencialidad en los tipos de aprendizaje, la especificidad del lenguaje, en este caso la apropiación de los conceptos de área y de volumen, apoyado en material concreto y las tecnologías digitales. El cual tuvo como objetivo principal la instrucción a través de una unidad didáctica, para esta propuesta investigativa desde una metodología descriptiva - explicativa, que se encarga de buscar el porqué de los hechos mediante el establecimiento de relaciones causa-efecto. Mediante las pruebas realizadas a través de encuestas y prueba de entrada y de los avances y adquisición de aprendizajes fortaleciendo los conocimientos de los estudiantes de grado noveno en el área de geometría.





**Imagen 15. Etapas de estudio. Elaboración propia**

En la imagen 15 la flecha que observa en la etapa 6 y etapa 8 se refiere a una realimentación. A continuación en la siguiente tabla se describe detalladamente cada una de las siguientes fases:

<b>Etapas</b>	<b>Observaciones</b>
<b>1. Recopilación de fuentes bibliografías y web grafías</b>	Se buscó en bibliotecas e internet la información necesaria para el desarrollo de esta investigación.
<b>2. Elaborar y aplicar actividades de diagnóstico</b>	Se elaboraron actividades de diagnóstico tales como una prueba de inicio, encuestas y entrevistas; que permitan analizar la situación actual de los estudiantes en el área de geometría. (Ver anexo 2)
<b>3. Análisis de resultados obtenidos en el diagnóstico.</b>	El análisis determinó el aprendizaje de conceptos previos con que cuentan los estudiantes de grado noveno

<p><b>4. Inducción a los estudiantes sobre uso de tecnologías digitales geogebra y sweet home 3D.</b></p>	<p>Tiene como objetivo que el estudiante de grado noveno comprenda la utilidad del uso de tecnologías digitales (geogebra, sweet home 3D) y lo empleamos en el proceso de la apropiación de los conceptos de área y de volumen.</p>
<p><b>5. Diseño de la estrategia metodológica.</b></p>	<p>Teniendo en cuenta los contenidos curriculares para los conceptos de área y volumen de geometría de grado noveno y el desarrollo de las competencias, se elaboraron guías donde se aplicaron los procesos matemáticos. (ver anexo 3)</p>
<p><b>6. Aplicar la estrategia metodológica.</b></p>	<p>Después de diseñarse la estrategia e inducido a los estudiantes en el manejo del software: geogebra y sweet home 3D, se llevó a cabo la aplicación de guías, donde se aplicaron los procesos matemáticos en el grado noveno de la I.E.R Carlos González.</p>
<p><b>7. Recopilación de información obtenida de la aplicación de la estrategia metodológica.</b></p>	<p>Se utilizaron diferentes métodos que permitieran recopilar información en la aplicación de la estrategia metodológica como guías, encuestas, prueba de entrada y prueba de salida, observaciones; lo cual también nos permitió detectar avances y dificultades de la estrategia. (Ver anexo 1 y 4)</p>
<p><b>8. Análisis y tabulación de la información recopilada en el punto 6.</b></p>	<p>Después de haberse recopilado la información se procedió a analizar los resultados.</p>
<p><b>9. Publicación de los resultados de la Aplicación del diseño metodológica.</b></p>	<p>Después de haberse interpretado los datos, se procedió a dar algunas sugerencias y se presentaron los resultados de la aplicación de la estrategia metodológica en el informe final.</p>

**Tabla 4. Etapas de estudio**

## CAPÍTULO 3. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados para cada uno de los instrumentos a lo que se hicieron referencia en el marco metodológico, mostrando así el aprendizaje significativo de las representaciones de las formas geométricas y sus fases de aprendizaje, en cada uno de los momentos con los siguientes instrumentos: una encuesta, la prueba de entrada, la unidad didáctica, la prueba de salida y aportes a la Educación Matemática.

### 3.1 Fase 1 Etapa diagnóstica.

#### Encuesta

Resultados de la encuesta a estudiantes de grado 9°

El docente indica el trabajo a realizar con sus estudiantes el cual se desarrollara por medio de una encuesta, cuyo objetivo es reordenar la información, como lo referencia Ausubel (1983): “integrarla con la estructura cognitiva y reorganizar o transformar la combinación integrada de manera que se produzca el aprendizaje deseado” (p. 36); identificando la conceptualización de algunos elementos geométricos.

Para realizar el análisis cualitativo de la encuesta, se parte de la descripción de una muestra de 22 estudiantes del grado noveno, evidenciado los siguientes resultados:

Se dio la necesidad de conocer más de cerca las dificultades presentadas por los estudiantes con los conceptos previos de geometría y buscar como pregunta de opinión otras herramientas de mediación para la enseñanza

Se distribuyó de acuerdo a tres niveles información: básico, medio, avanzado

- Preguntas de la 1, 2: Por medio de una indagación previa de conceptos geométricos y de tecnologías digitales, quedan descritos en un nivel básico.
- Preguntas 4, 5, 8: Reconocimiento de representaciones bidimensionales descritas. Nivel medio.

- Preguntas 3, 6, 7, 9: Busca definir conceptos geométricos y planteados como nivel alto.

### Análisis de las preguntas:

- Pregunta 1: se evidencia que el estudiante en esta pregunta tiene conocimiento de la mayoría de las herramientas de tecnologías digitales propuestas y en relación a estos, entiende la aplicación que ofrece en cada una de ellas las diversas representaciones de objetos geométricos para la enseñanza de la geometría

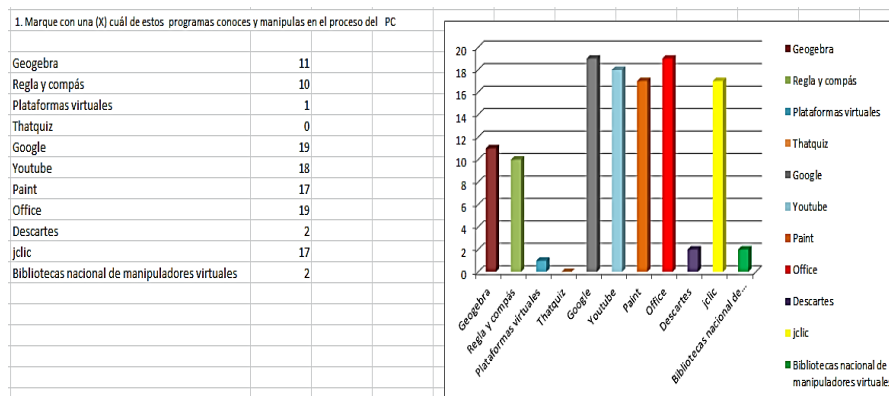


Imagen 16. Resultados de la encuesta de la Pregunta 1.

- Pregunta 2: con la formulación de esta pregunta se busca diagnosticar, de tal manera que se pueda encontrar una estrategia de enseñanza que permita fortalecer el aprendizaje de la geometría en el estudiante y esto mediante la manipulación de objetos virtuales, la cual se evidencia que un alto índice de aceptación por parte de los estudiantes en querer aprender conceptos geométricos; tales herramientas tecnológicas comprenden los software geogebra, programas asistidos por computador y el uso de material concreto como el origami.

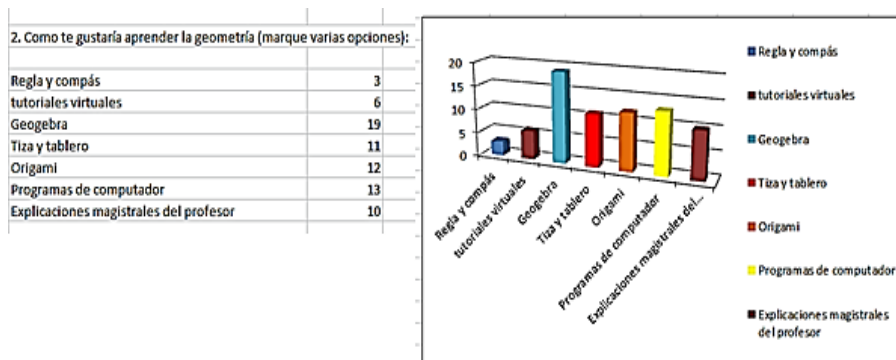


Imagen 17. Resultados de la encuesta de la Pregunta 2.

Pregunta 3: Se prioriza en los estudiantes que marquen algunos conceptos de la geometría y darle su argumentación, se analiza los resultados y observamos que los conceptos de perímetro, área, volumen y apotemas, donde el estudiante no reconocen de forma explícita sus propiedades y detectamos que no hay lenguaje geométrico.

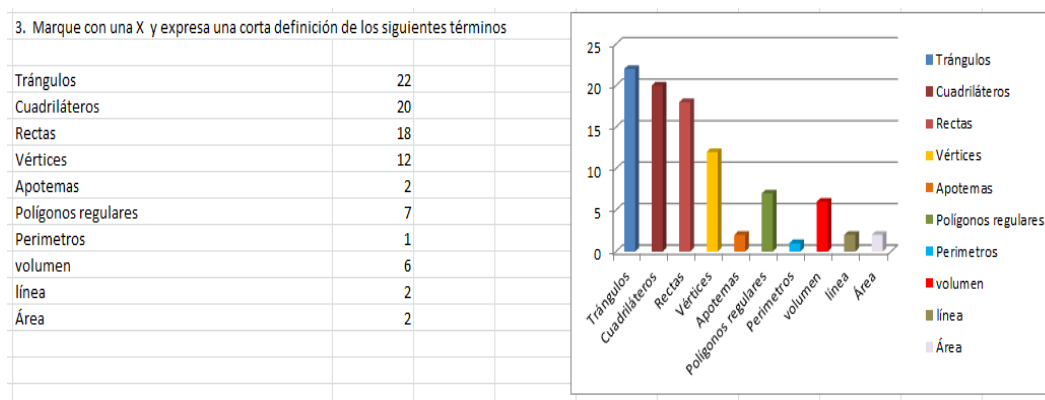


Imagen 18. Resultados de la encuesta de la Pregunta 3.

- Pregunta 4: Se indagó como conceptualmente el estudiante comprende desde la competencia argumentativa, el razonamiento del concepto de rectas perpendiculares, mediante la representación gráfica de un objeto bidimensional, se observó que los estudiantes no establecen semejanzas y diferencias en la apropiación de los conceptos de rectas, por lo cual, surgió la necesidad de encontrar una herramienta o mecanismo de construcción que facilite su aplicación en la solución de problemas cotidianos.

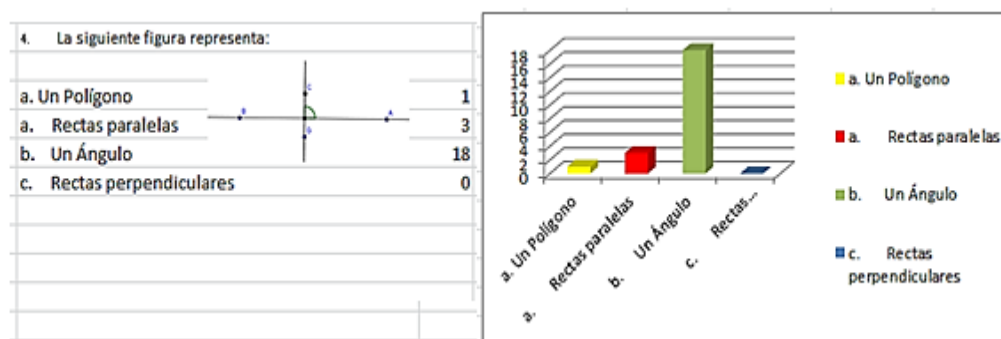


Imagen 19. Resultados de la encuesta de la Pregunta 4.

- Pregunta 5: Se evidencia mediante la imagen explícita de un contexto el concepto de área, y permitió observar que la mayoría de los estudiantes de manera significativa comprendieron la representación de una figura bidimensional.

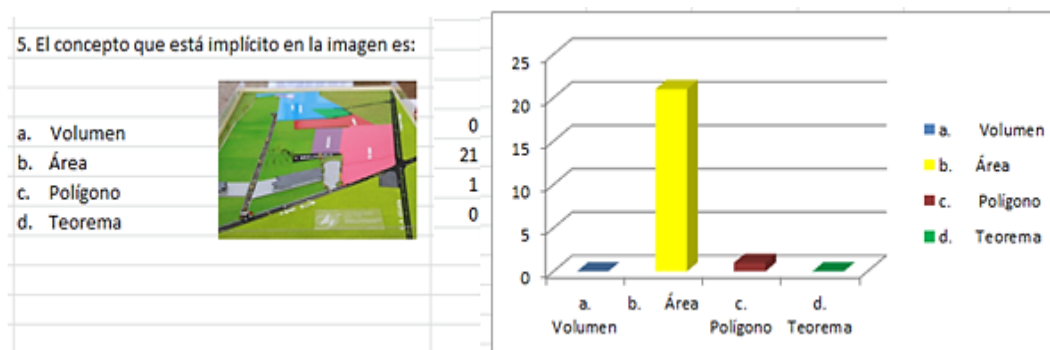


Imagen 20. Resultados de la encuesta de la Pregunta 5.

- Pregunta 6: se observa en la formulación de la pregunta qué tanto está familiarizado el estudiante con el concepto de geometría en nuestro contexto y se concluye que el estudiante solamente reconoce el término de geometría dentro del aula mediante fórmulas, actividades en el tablero de manera lineal y que por lo tanto se enseña solamente de una forma descriptiva y no mediante objetos concretos.

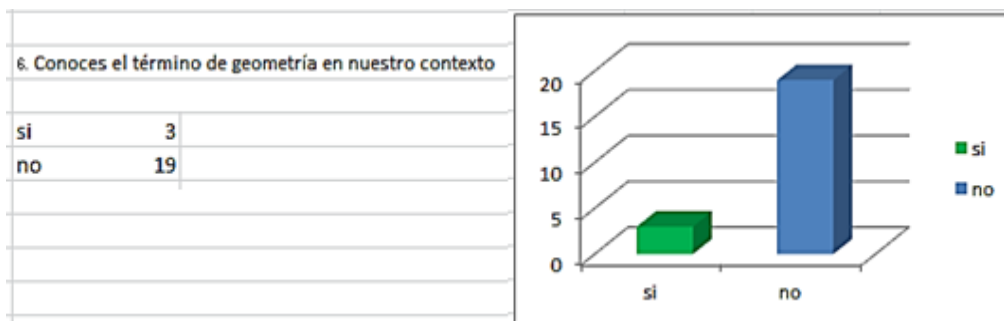


Imagen 21. Resultados de la encuesta de la Pregunta 6.

- Pregunta 7: se evidencia que los estudiantes se les dificulta, el concepto de origami, ya que inicialmente este material concreto no se utilizaba, en la apropiación de conceptos en las matemáticas, esta problemática nos llevó a realizar una guía didáctica que permita reconocer, aprender y explicar a los estudiantes una serie de experiencias y conocimientos que ayuden a fortalecer su aprendizaje en su vida cotidiana.

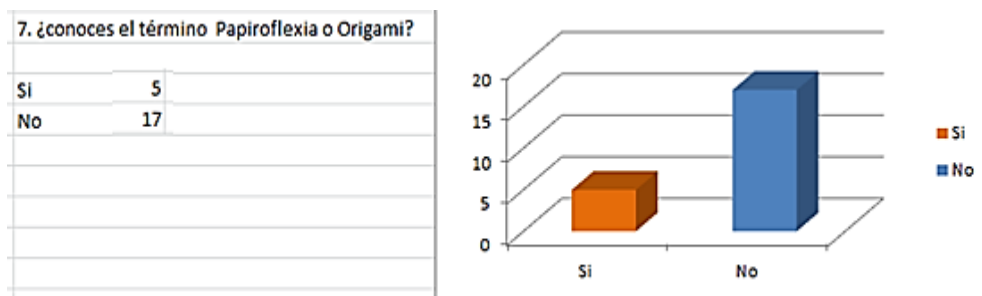


Imagen 22. Resultados de la encuesta de la Pregunta 7.

- Pregunta 8: En esta pregunta se observa que algunos estudiantes no identifican en su entorno objetos que representan lo relacionado a la apropiación de los conceptos de área y de volumen, específicamente a las representaciones geométricas y la organización de éste en el espacio.

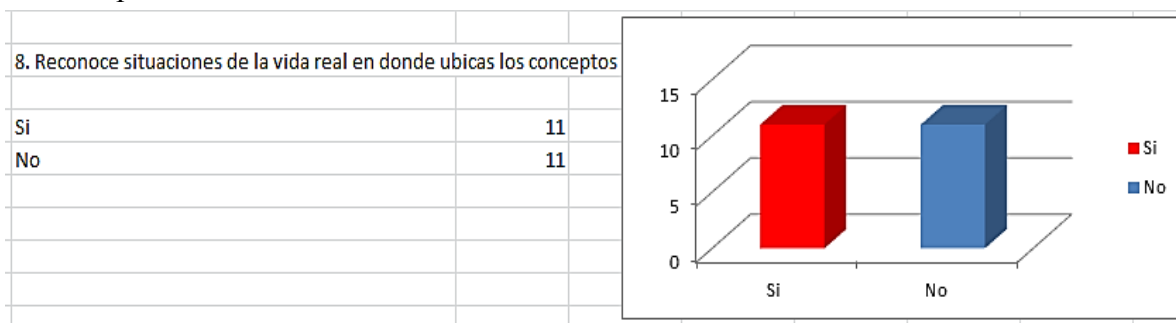


Imagen 23. Resultados de la encuesta de la Pregunta 8

- Pregunta 9: Permite entender que los estudiantes no reconocen inicialmente el concepto de origami, en objetos que se perciben alrededor de su contexto social de forma explícita. Y a su vez no puede describir mediante éste material concreto la construcción de un lenguaje geométrico básico.

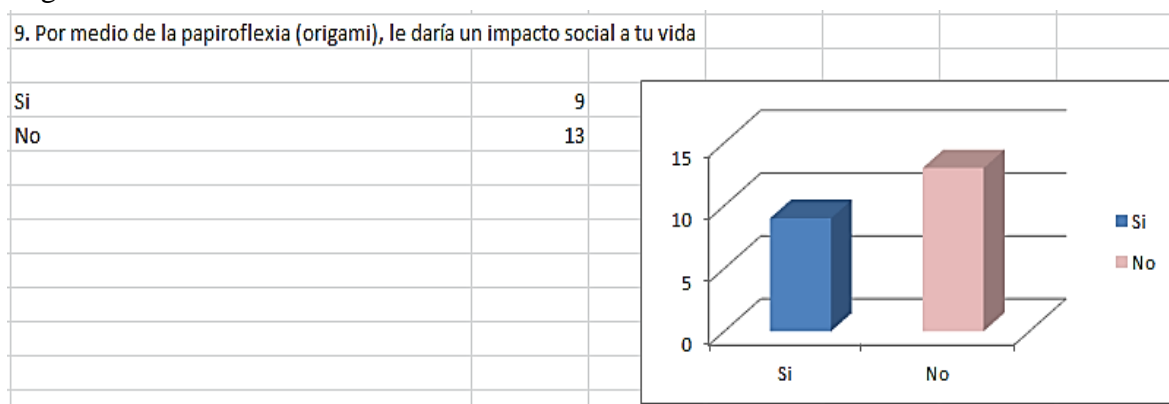


Imagen 24. Resultados de la encuesta de la Pregunta 9.

### 3.2 Fase 2 de aprendizaje. Definición de conceptos

#### Aplicación de la prueba de entrada

Análisis de resultados de la prueba de entrada por preguntas grado 9°

Los Estudiantes comienzan a explorar y a escribir sus respuestas en la guía de la prueba de entrada, cuyas preguntas están relacionadas con conceptos previos de geometría; articuladas al currículo de la IER Carlos González con las competencias interpretativa y argumentativa, definidas en el PEI institucional.

Consta de dos partes de acuerdo a las competencias del área de geometría:

- Competencia Interpretativa nivel básico: Por medio de una indagación previa de conceptos geométricos quedan descritos en las preguntas 1, 2, 4, 5, 7,12.
- Competencia Interpretativa nivel medio: Reconocimiento de representaciones tridimensionales descritas en las preguntas 3, 6.
- Competencia Argumentativa nivel básico: Por medio de preguntas cerradas en relación con los conceptos de rectas y área; están planteadas en las preguntas 8-10.
- Competencia Argumentativa nivel medio: Indaga sobre los conceptos de figuras bidimensionales, planteadas en las preguntas 11 y 14.
- Competencia Argumentativa nivel alto: Busca definir conceptos geométricos planteados en la pregunta 13.

Para realizar el análisis cualitativo está orientado a encontrar cuales son las características de la prueba entrada en la que los estudiantes presentan dificultades en algunos de los conceptos geométricos, para lo cual, se parte de una muestra de 22 estudiantes del grado noveno, evidenciado los siguientes resultados:



## Análisis de resultados

- Pregunta 1: Escribe el nombre correspondiente a cada gráfico:

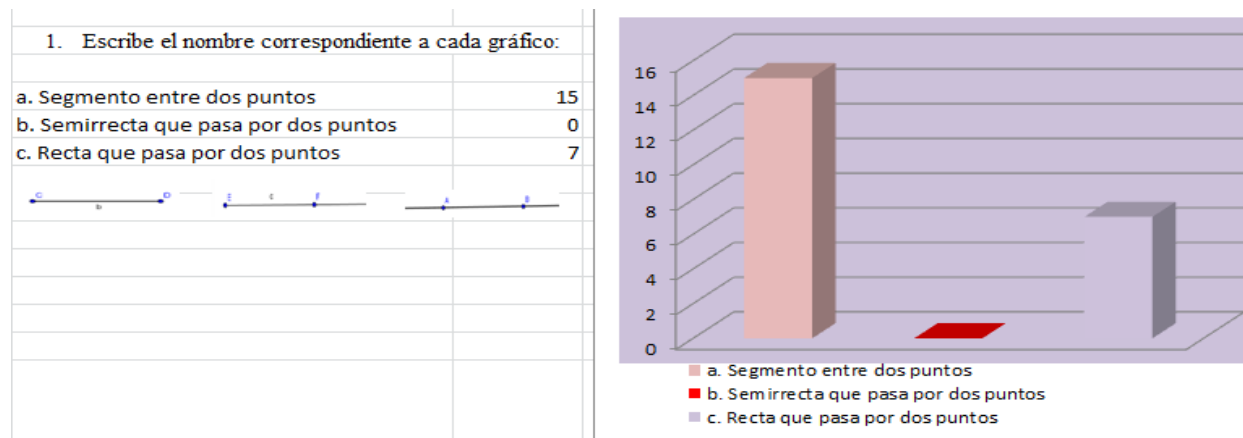


Imagen 25. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 1.

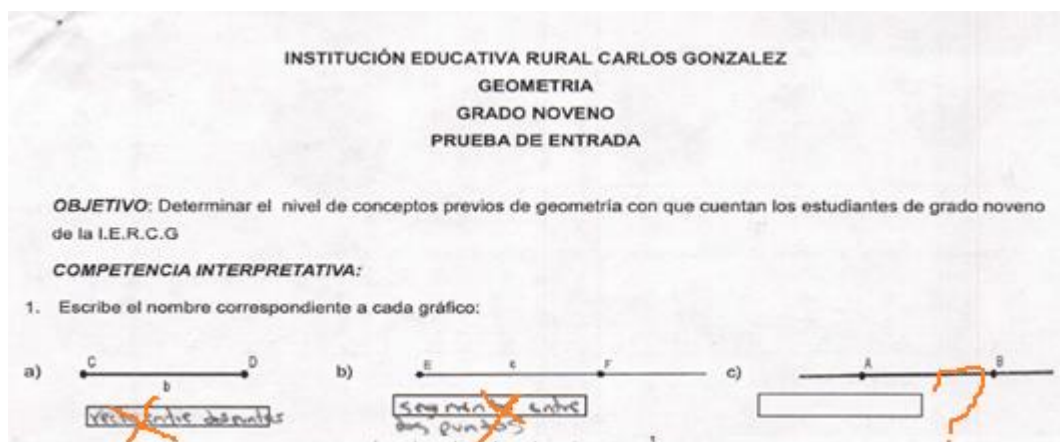
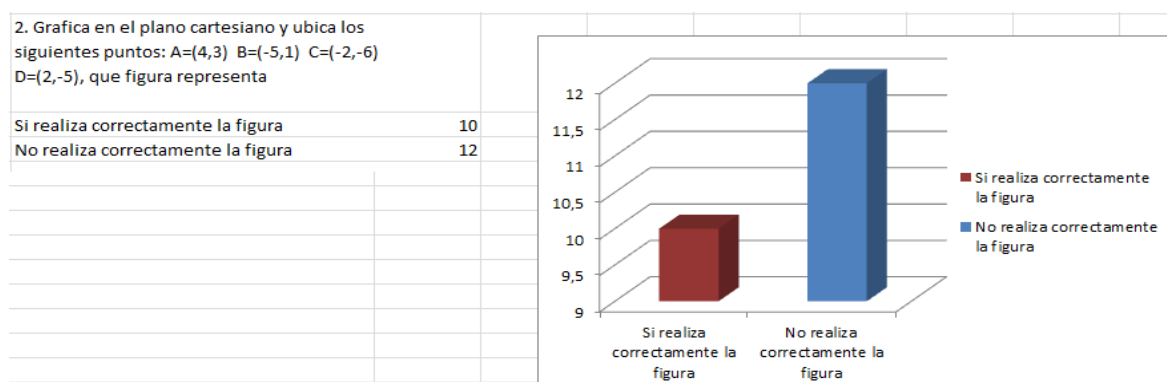


Imagen 26. Respuesta estudiante 1. de la pregunta 1 de la prueba de entrada

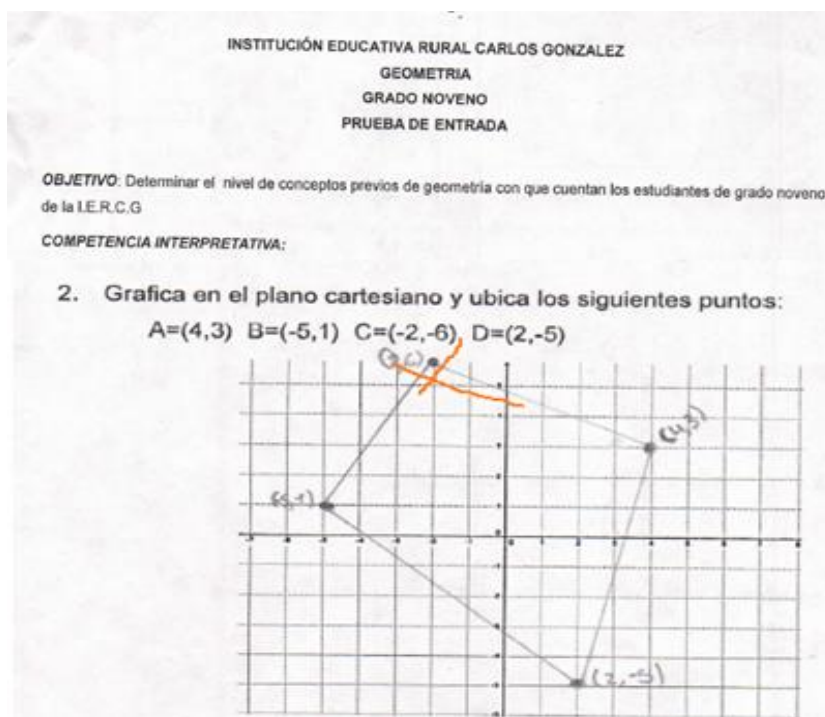
Con respecto a los conceptos previos, se evidencia una dificultad en los estudiantes, del manejo conceptual de ciertas representaciones como rectas, semirrectas y segmentos (imagen 16) se evidencia una concepción errónea de los conceptos, como lo muestra en los resultados que solo el 68,1% reconoce el concepto de segmento entre dos puntos, en el ítem b sucede que en el concepto de semirrecta que pasa por dos puntos, los estudiantes aún no identifican este concepto, y en el ítem c, ocurre que en la descripción del concepto “recta que pasa por dos puntos” el 31,8% de los estudiantes tienen clara esta definición, por lo cual, se hizo necesario tener una relación de la forma sustancial de la información y es importante destacar en términos Ausubel (1983) el aprendizaje significativo no es la "simple conexión" de la información nueva con la ya existente en la estructura

cognoscitiva del que aprende. En el diseño de esta pregunta se buscó mediante conocimientos previos establecer el concepto de rectas que con lleven a la definición del contexto, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición.

- Pregunta 2: Grafica en el plano cartesiano y ubica los siguientes puntos:  
 $A=(4, 3)$   $B=(-5, 1)$   $C=(-2, -6)$   $D=(2, -5)$ , que figura representa:



**Imagen 27. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 2.**



**Imagen 28. Respuesta de la pregunta 2 de la prueba de entrada del estudiante 1.**

En el análisis de esta pregunta se buscó que el estudiante representara en el plano cartesiano la ubicación de pares ordenados en lo que respecta con la abscisa y ordenada, de una forma sencilla

de ubicación, organización en el plano cartesiano, que consistió en estructurar un concepto geométrico, que permite luego llegar a una relación en la representación bidimensional y además como lo referencia Ausubel (1983), los conceptos son adquiridos a través de la formación y la asimilación del simple reconocimiento de figuras geométricas, mediante la experiencia directa, cuyo objetivo es la construcción de sus propiedades básicas, explicando la naturaleza del aprendizaje de la geometría. Por lo cual se evidencia que un alto índice de los estudiantes confundió la ubicación de pares ordenados en el plano cartesiano.

- Pregunta 3. ¿Encuentre los ángulos de la figura geométrica?

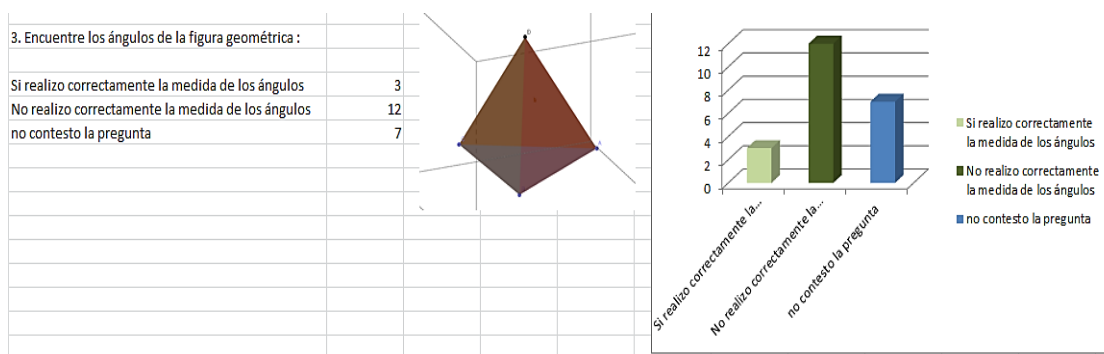


Imagen 29. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 3.

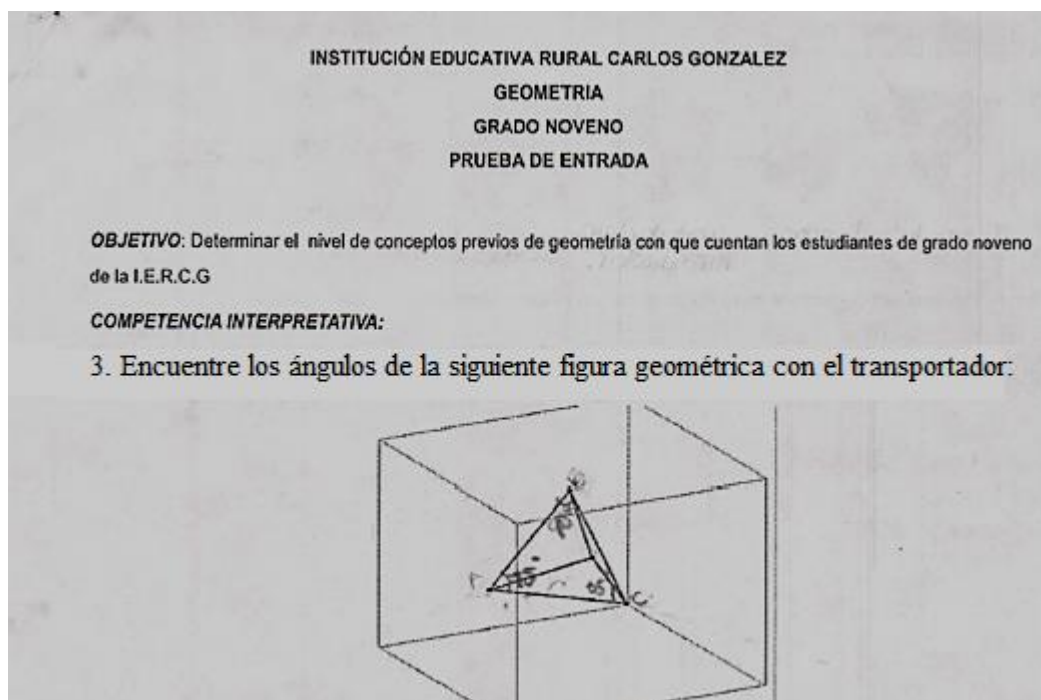


Imagen 30. Respuesta de la pregunta 3 de la prueba de entrada del estudiante 2.

Se evidenció que los estudiantes tienen dificultades al no identificar claramente el concepto de ángulo, lo cual permite tener una confusión de las relaciones mentales geométricas, esto se debe a que los objetos se reúnen por semejanzas y se separan por diferencias, en consecuencia se presenta una dificultad para la representación de lo bidimensional a tridimensional, ya que en la solución de la pregunta los estudiantes no argumentan formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos, en este caso lo referente a la medida de ángulos.

- Pregunta 4. ¿En las siguientes figuras darle el nombre de volumen que conoces?

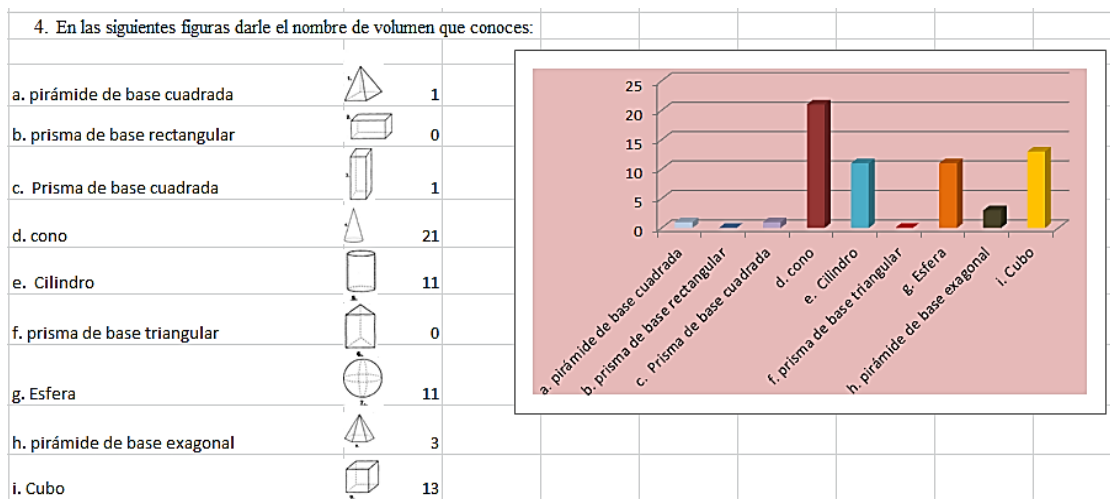


Imagen 31. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 4.

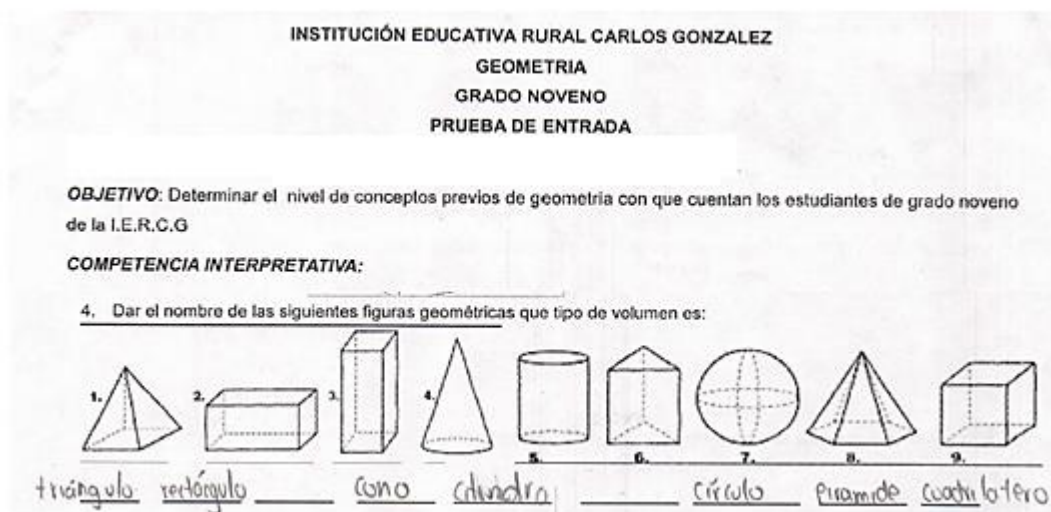


Imagen 32. Respuesta de la pregunta 4 de la prueba de entrada del estudiante 3.

Se presenta una clasificación de figuras tridimensionales en la que el estudiante debe dar el

nombre de cada una de ellas y el objetivo de está es mencionar lo relacionado a las representaciones del volumen de figuras geométricas, en lo que se evidenció en la mayoría de los estudiantes tienden a remitirse de forma conceptual a la figura bidimensional y no corresponde a lo que refería, en este caso a la figura tridimensional, por no tener claridad al establecer la diferencia y semejanza del reconocimiento de figuras geométricas y en este caso el concepto de volumen. Además observamos que un alto índice por parte de los estudiantes acertó el concepto del volumen del cono, ya que lo relacionan con su cotidianidad como los helados, tal vez esto se deba a la correspondencia de esta figura tridimensional con su entorno.

- Pregunta 5. ¿ En las figuras siguientes según sus ángulos los triángulos se clasifican en:

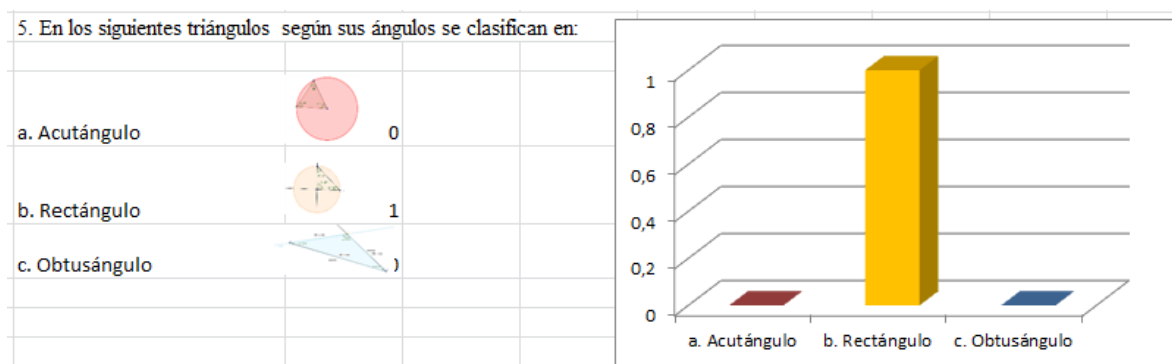


Imagen 33. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 5.

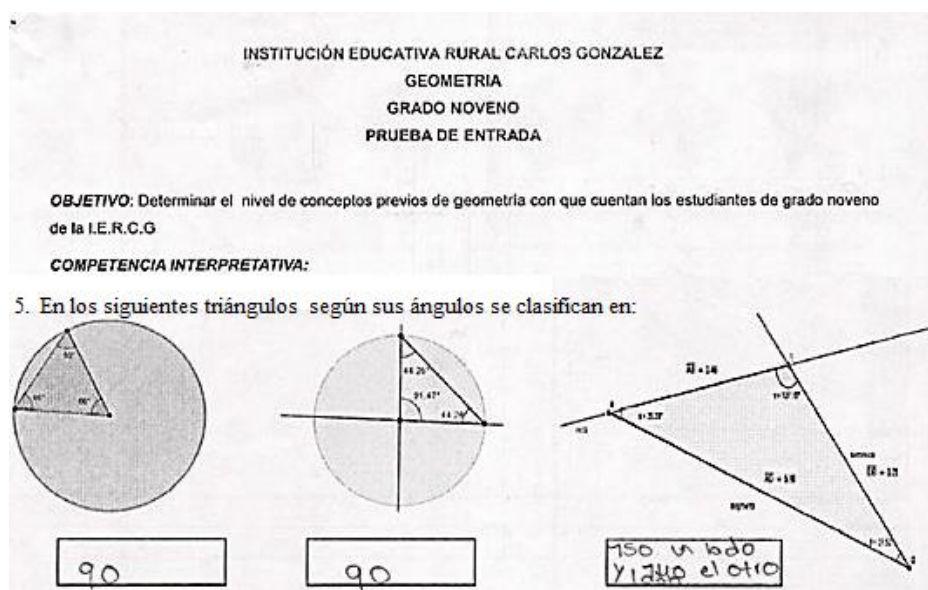


Imagen 34. Respuesta de la pregunta 5 de la prueba de entrada del estudiante 2.

En la pregunta anterior se pretendió que los estudiantes puedan describir con sus palabras y dar claridad el significado de los triángulos según sus ángulos de una manera explícita. Evidenciando una gran dificultad para comprender estos conceptos previos de geometría. Por tal motivo se evidencia la confusión al interpretar la relación que hay entre ángulos según su medida o su posición.

- Pregunta 6. Escriba el nombre correspondiente a cada sólido geométrico:

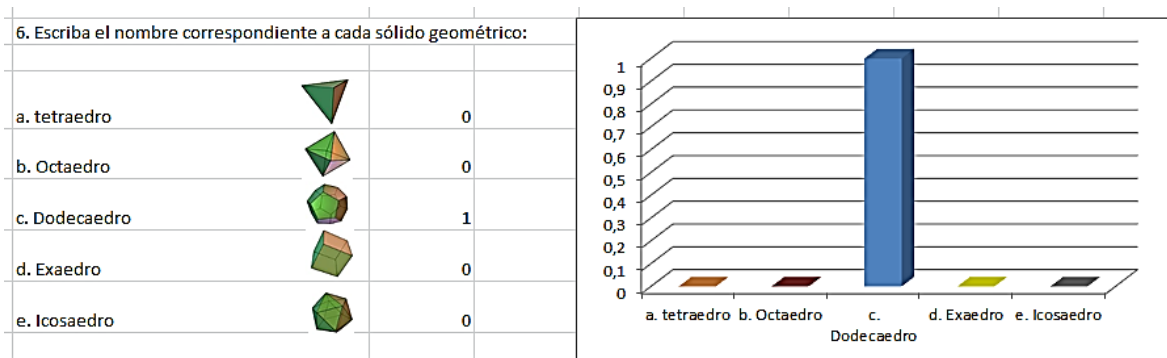


Imagen 35. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 6.

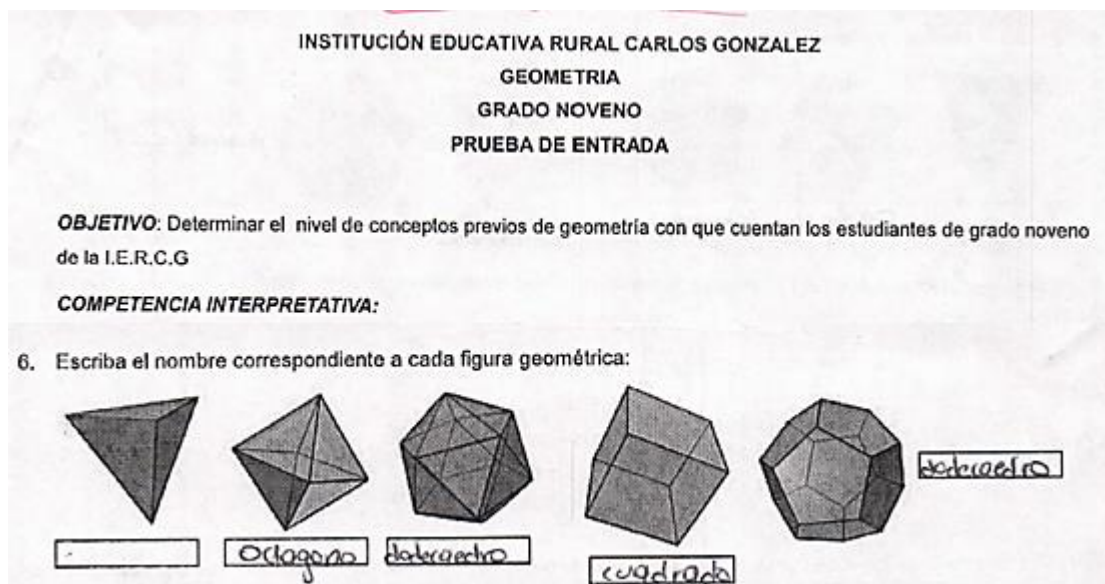


Imagen 36. Respuesta de la pregunta 6 de la prueba de entrada del estudiante 3

Esta pregunta partió de la apropiación del concepto de volumen, y mediante el reconocimiento de figuras tridimensionales, el estudiante le permitiera deducir cada una de las propiedades de las figuras geométricas mediante el razonamiento espacial; por lo que evidenció claramente las

dificultades al no relacionar y clasificar las distintas propiedades de las figuras geométricas y esto ocurre a las nuevas informaciones, que son debidas a la existencia de obstáculos en la comparación de conceptos geométricos mediante la especificidad del lenguaje que interpreta el estudiante.

- Pregunta 7. Relacione la aplicación de menú geogebra con su ícono correspondiente.

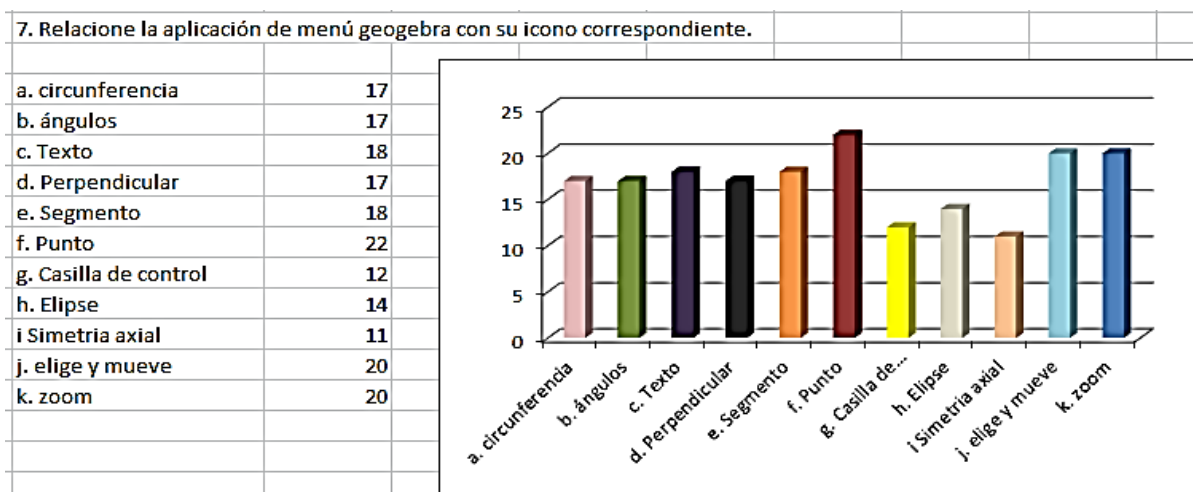


Imagen 37. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 7.

En esta pregunta es importante destacar que desde el inicio del programa curricular se activaron diversos conceptos previos de geometría y su aplicabilidad del uso con las Tic en el contexto, para lo cual, se indagó sobre la relación práctica teórica de dichos conceptos. Se evidenció que la mayoría de los estudiantes reconocen las herramientas virtuales del programa geogebra.

- Pregunta 8. La siguiente figura representa:

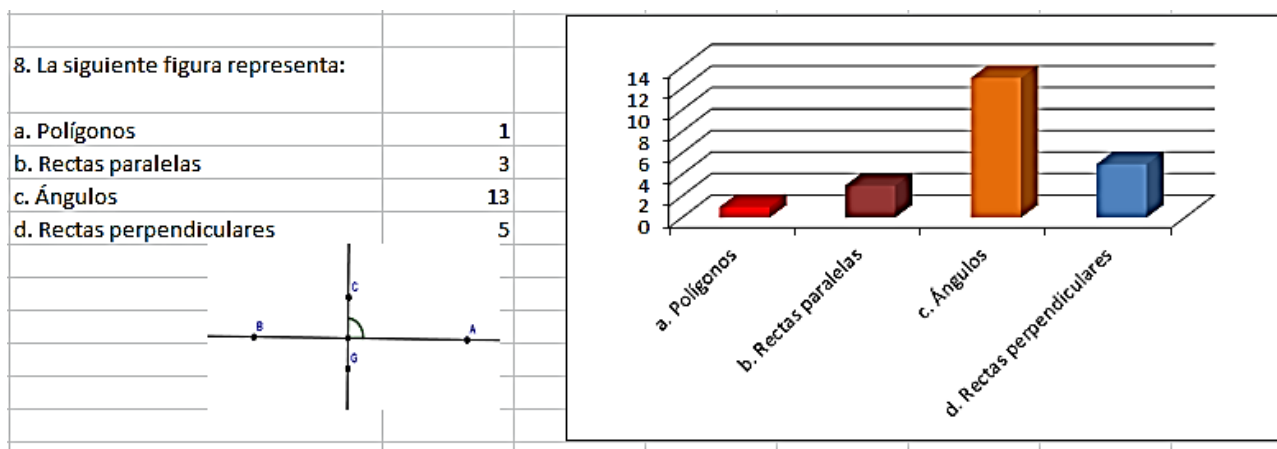


Imagen 38. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 8.

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL CARLOS GONZALEZ**  
**GEOMETRIA**  
**GRADO NOVENO**  
**PRUEBA DE ENTRADA**

**COMPETENCIA ARGUMENTATIVA:**

8. La siguiente figura representa:

a. Polígonos  
b. Rectas paralelas  
 c. Ángulos  
d. Rectas perpendiculares

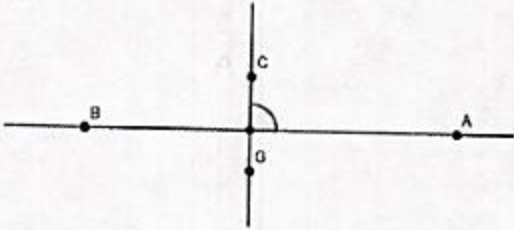


Imagen 39. Respuesta de la pregunta 8 de la prueba de entrada del estudiante 3

A partir de la pregunta se pretendió responder al concepto de rectas perpendiculares y por medio de la visualización de una gráfica bidimensional, se evidenció en la confusión con el concepto de ángulos y de reconocer el concepto antes mencionado de forma explícita.

- Pregunta 9. De acuerdo a los conceptos previos de geometría, se podría decir que una definición para esta figura es:

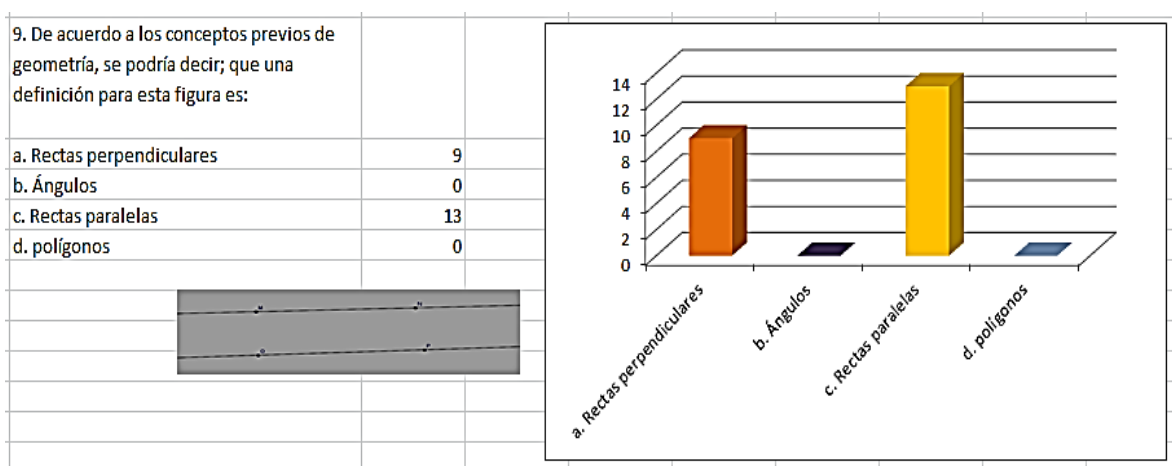


Imagen 40. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 9.

En esta pregunta indago por la transitividad de establecer deductivamente la relación existente



entre dos elementos, como el concepto de dos rectas paralelas, y que no han sido comparadas efectivamente por medio del estudiante, por lo cual la percepción y conceptualización de éste, permitió observar una confusión del 40,9% en la definición argumentativa del razonamiento de este concepto.

- Pregunta 10. Una de las características de un polígono dado es:

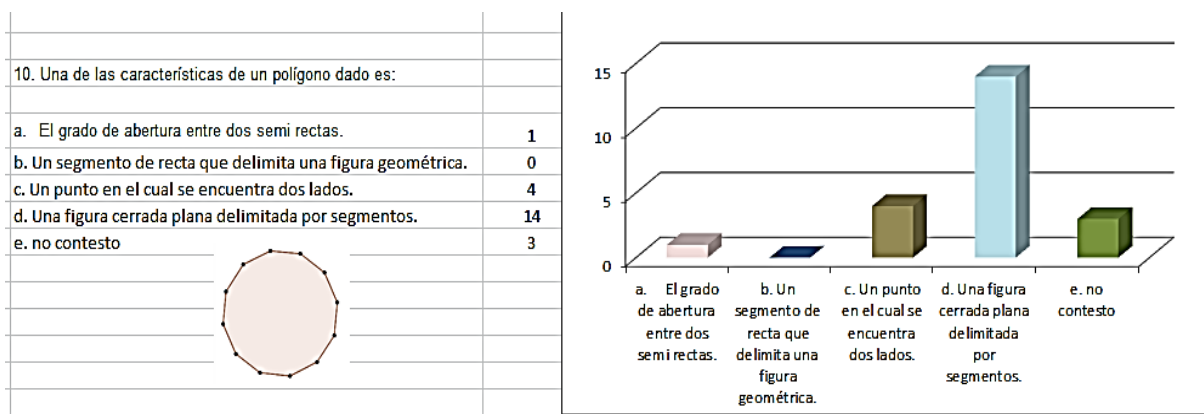


Imagen 41. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 10.

Esta pregunta buscó de acuerdo a la secuencia en el aprendizaje de la competencia argumentativa la apropiación y adquisición de la noción del espacio geométrico con la ayuda del programa geogebra, evidenciando una mayor asimilación de las figuras bidimensionales, estableciendo claramente su conceptualización.

- Pregunta 11. Este triángulo según sus lados es:

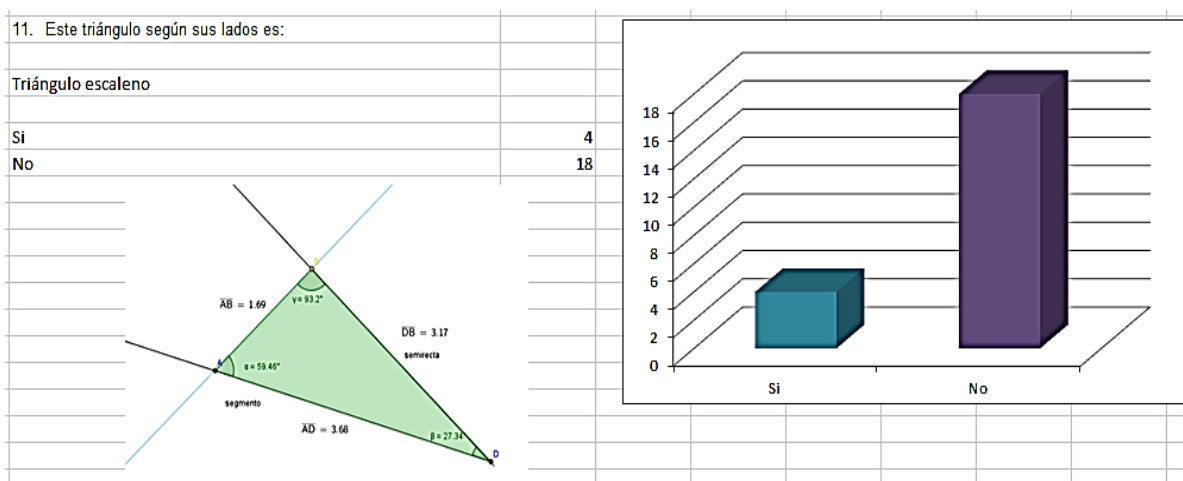


Imagen 42. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 11.

Se indagó en esta pregunta por la apropiación del concepto de un polígono según sus lados, buscando que el estudiante visualizara en la gráfica la información necesaria para dar respuesta asertiva, con respecto a esta conceptualización. Por lo que se evidenció una dificultad al leer la pregunta, sin analizar lo que realmente era importante de acuerdo a lo que pretendía.

- Pregunta 12. Marque cuál de estos programas conoces y manipulas en el proceso del PC

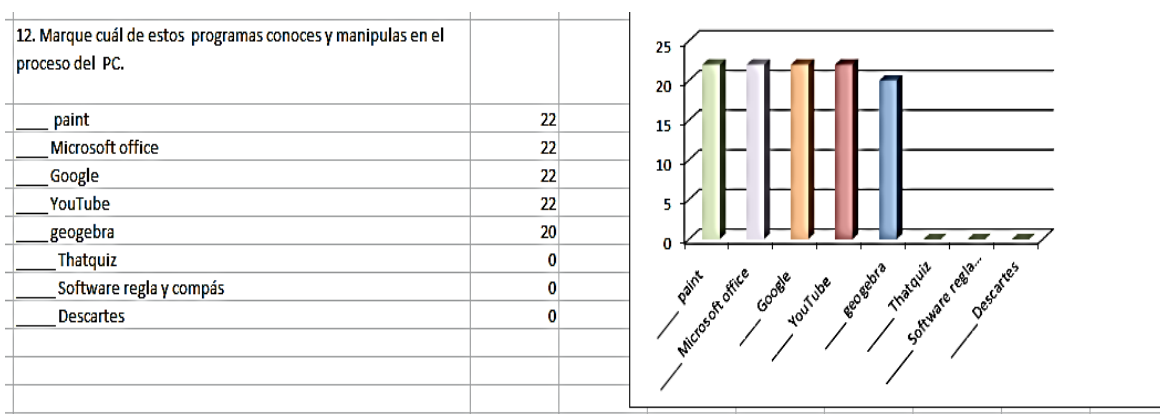


Imagen 43. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 12.

En el análisis de recopilación de la información en mediación con las tecnologías digitales, se buscó desde la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que los estudiantes de grado noveno desde la geometría utilizaran plataformas y programas que ofrecieran soluciones a problemas que permitieron realizar diversas representaciones de objetos geométricos, desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas y que hacen que el estudiante realice mediante análisis deductivos como la observación en las transformaciones de las figuras geométricas. Se observó que la mayoría de ellos manipula algunos programas descritos mediante la interpretación del uso de ciertas herramientas de aplicación.

- Pregunta 13. ¿Qué significan los siguientes términos?

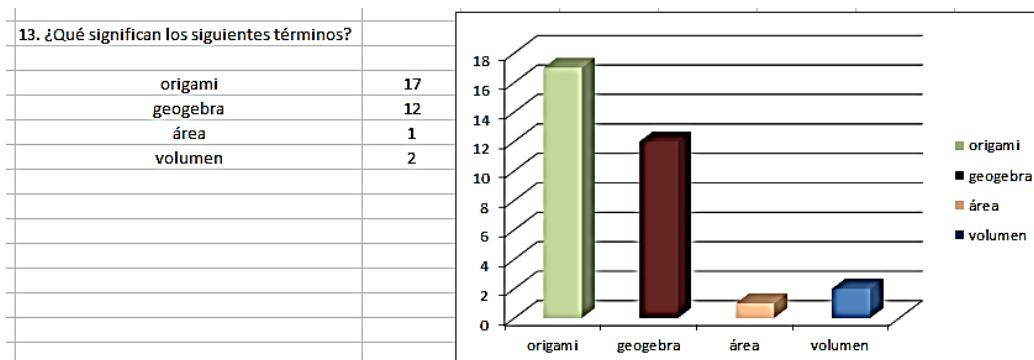


Imagen 44. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 13.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL CARLOS GONZALEZ  
GEOMETRIA  
GRADO NOVENO  
PRUEBA DE ENTRADA

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos previos de geometría con que cuentan los estudiantes de grado noveno de la I.E.R.C.G

**COMPETENCIA ARGUMENTATIVA:**

13. ¿Que significan los siguientes términos?

a. Origami:  
papeles hechos de papel doblados  
para hacer figuras geométricas

b. Geogebra:  
un programa que utilizamos para  
aprender más en matemáticas

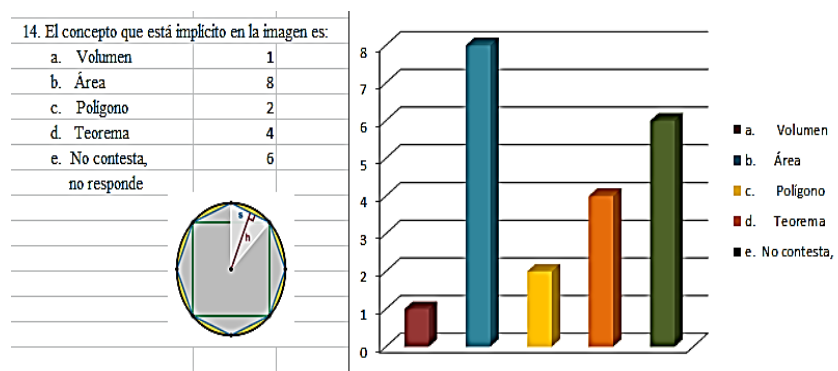
c. Área:  
es la parte de algo de una  
figura geométrica

d. Volumen:  
es cuando uno mide la altura de  
un polígono

**Imagen 45. Respuesta de la pregunta 13 de la prueba de entrada del estudiante 3**

En este proceso de análisis se observó que los estudiantes describen el concepto de origami y geogebra de forma generalizada, es decir, conocen lo básico de su funcionalidad y sobre los conceptos de área y de volumen presentan una dificultad para definir estos conceptos, ya que sus respuestas son ambivalentes e incongruentes en relación con la pregunta realizada.

Pregunta 14. El concepto que está implícito en la imagen es:



**Imagen 46. Resultados de la prueba de entrada de la Pregunta 14.**

En esta pregunta se evidenció que el estudiante no establece la relación implícita de la figura y el concepto de área, por el cual se indaga; puesto que a la mayoría de ellos se les dificulta la noción y representación de imágenes bidimensionales, por lo que se deduce, no tienen una claridad conceptual de esta temática.

### **3.3 Fase 3 de aprendizaje. Aplicación de la propuesta investigativa**

#### **Análisis de la unidad didáctica**

Se plantea una unidad didáctica, con el objetivo de identificar la apropiación formal del objeto de estudio, en relación con el aprendizaje significativo: por representaciones, conceptos y proposiciones, en este caso, preguntas articuladas con los conceptos de área y de volumen, en mediación con las tecnologías digitales y el material concreto origami.

- 

Los estudiantes intercambian sus respuestas con su grupo de trabajo, escribiendo sus aportes en la guía didáctica de acuerdo a la sesión trabajada. El docente en su rol de orientador, guía al estudiante a descubrir las diversas alternativas de aprendizaje, que lo aproximan a la relación de los conceptos de área y de volumen con su entorno.

Este instrumento se constituyó en 3 guías, las cuales indagaban por el concepto de área y de volumen; distribuidas en el programa geogebra, material concreto “origami” y el programa sweet home 3D.

Es importante aclarar que en este análisis de resultados se categorizaron las preguntas de los instrumentos antes mencionados, con una intencionalidad relacionada con los conceptos de área y volumen y la transición en el proceso de aprendizaje de los estudiantes al apoyarse en las tecnologías digitales. Se tomó una muestra de 7 estudiantes, porque se evidenció en los resultados de la prueba de entrada, que estudiantes presentan dificultades como la concentración y la motivación hacia el área de geometría, razón por la cual fueron seleccionados para la muestra significativa estudiante 1, estudiante 2, estudiante 3, estudiante 4, estudiante 5, estudiante 6, estudiante 7 y fueron seleccionadas algunas preguntas en contribución a la caracterización del modelo pedagógico de Ausubel (1983).

Muestra: tamaño 7				
Descriptores de Ausubel	Guía	Análisis de ítem	inicial	final
Aprendizaje de Representaciones  Competencia interpretativa	Geogebra	4. ¿Qué elementos geométricos encuentra en la construcción en relación a la vista gráfica 2D y la vista gráfica 3D?	Al analizar las respuestas de los estudiantes: 1,2,3,7 podemos observar que al realizar las preguntas seleccionadas, se puede deducir una dificultad para diferenciar entre las caras de un cuerpo tridimensional y los lados de una figura geométrica plana, debido a una falta de orientación y visualización espacial, que da como resultado respuestas al tópico específico tratado	Al utilizar diversas estrategias con una intención pedagógica, observamos que las estudiantes 4,5 y 6 lograron hacer representaciones en el plano bidimensional de formas tridimensionales, apoyándose en las tecnologías digitales, las cuales facilitan el aprendizaje de los conceptos geométricos de forma teórico - práctica.
	Origami	1. ¿Qué tipo de figuras encuentras cuando realizas el doblado?		
	Sweet home 3D	1. ¿Qué figura geométrica se forma?		
<p><b>Transición epistemológica:</b> En el aprendizaje de la representación de las formas, la orientación espacial, la percepción y la visualización que tienen los estudiantes les permite identificar, nombrar, comparar sobre figuras geométricas de acuerdo con su apariencia global, diferenciando correctamente las figuras bidimensionales de las tridimensionales. Tomando cada figura geométrica considerándola como un objeto, independiente de otras figuras de la misma clase.</p>				

Tabla 5. Análisis de las guías de la unidad didáctica. Aprendizaje de representaciones de Ausubel

Muestra: tamaño 7				
Descriptores de Ausubel	Guía	Análisis de ítem	inicial	final
Aprendizaje de conceptos	Geogebra	6. ¿Qué sucede si se compara la figura de vista gráfica en 2D y la vista gráfica en 3D?	Al analizar las repuestas de los estudiantes: 2,4,7 observaron algunas dificultades en la relación, la comparación y la conceptualización en las figuras bidimensionales y tridimensionales, ya que su ubicación espacial y su relación con el entorno no les permitió argumentarlas y definir las a partir de sus propiedades.	Los estudiantes 1, 3, 5,6 construyeron de acuerdo a sus experiencias previas relaciones entre las figuras bidimensionales y tridimensionales, producto de la interacción con el espacio; es decir, compararon y establecieron las transformaciones de las figuras geométricas de una forma asertiva propiciada por el uso del material concreto, origami, el programa geogebra y sweet home 3D.
	Origami	10. ¿Describa lo que visualiza cuando desdoble la hoja?		
Competencia Argumentativa	Sweet home 3D	13. Argumente formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos encontradas en el aula de clase		
<p><b>Transición epistemológica:</b> tomando como referencia el aprendizaje de Ausubel: el reconocimiento de las formas y la descripción de las figuras por semejanza con otros objetos que no necesariamente son figuras geométricas, en este caso, los conceptos de área y de volumen, relacionándolo con las repuestas de los estudiantes a las preguntadas seleccionadas de las guías de la unidad didáctica centradas en el contexto tridimensional, se puede diferenciar tres grandes aspectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ubicación del sujeto y de los objetos</li> <li>- Interpretación de perspectiva bidimensional y tridimensional</li> <li>- Contexto del sujeto en espacios reales</li> </ul>				

Tabla 6. Análisis de las guías de la unidad didáctica en el Aprendizaje de conceptos del modelo de Ausubel

Muestra: tamaño 7				
Descriptores de Ausubel	Guía	Análisis de ítem	inicial	final
Aprendizaje de proposiciones  Competencia propositiva	Geogebra	5. ¿Después de haber realizado el paso a paso de las actividades propuestas según sus observaciones puede diferenciar el concepto de área y el volumen?	Los estudiantes 1,2,4,5,7 evidenciaron diversas confusiones como por ejemplo al momento de diferenciar el concepto de área y de volumen en las figuras desde diversas perspectivas, no logrando relacionar y comparar las preguntas de las guías, para hallar respuestas aproximadas de acuerdo a sus conocimientos previos y a la relación con el entorno	Los estudiantes 3 y 6 pueden relacionar y diferenciar los conceptos de área y de volumen a partir de la relación lógica de una figura y sus propiedades entre sí; es decir, es capaz de comprender la existencia de diferentes representaciones, partiendo de su contexto, de esta forma los estudiantes realizan clasificaciones inclusivas para los conceptos de área y el volumen
	Origami	18. Halle el volumen del prisma de base cuadrada.		
	Sweet home 3D	12. ¿A partir de las diferentes representaciones construidas se pueden modelar situaciones de nuestro contexto? ¿Por qué?		
<p><b>Transición epistemológica:</b> Retomando a Ausubel con respecto a la combinación y relación lógica entre las formas, en lo referente al concepto de área y de volumen, se observaron dificultades para reconocer, diferenciar, representar las diferentes posiciones de una figura bidimensional con respecto a la figura tridimensional, para modelar diferentes situaciones partiendo del contexto.</p>				

Tabla 7. Análisis de las guías de la unidad didáctica en el aprendizaje de proposiciones de Ausubel

### 3.4 Fase 4 de aprendizaje. Mediadores tecnológicos y material concreto

#### Aplicación de la prueba de salida

Análisis de resultados de la prueba de salida por preguntas grado 9°

Los estudiantes aplican los conceptos de área y de volumen, en mediación con las tecnologías digitales y el material concreto origami para resolver las preguntas propuestas de la prueba de salida.

Esta prueba de salida al igual que la prueba de entrada, está articulada al currículo de la IER Carlos González y a su PEI institucional, en donde están definidas las competencias interpretativa y argumentativa.

Allí se abordaron conceptos previos de geometría que se articulan al micro currículo

Consta de dos partes de acuerdo a las competencias del área de geometría:

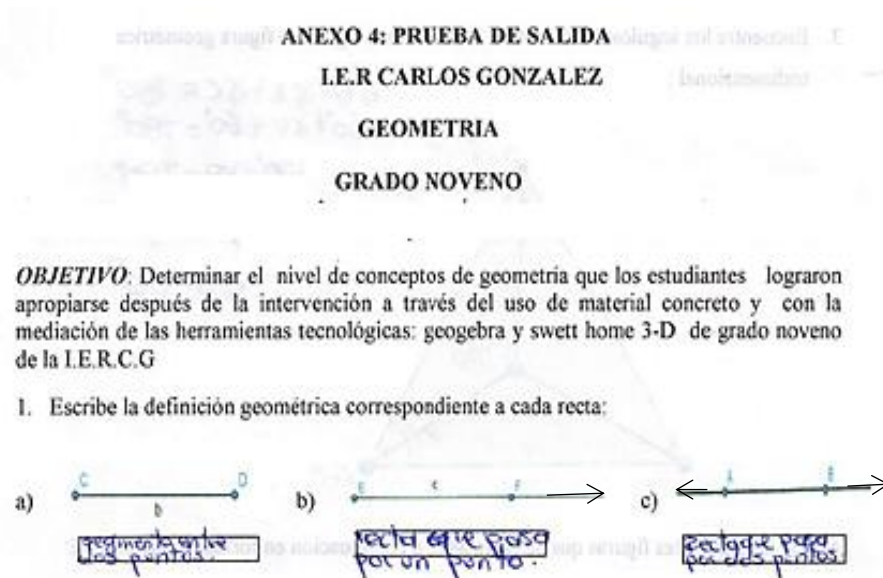
- Competencia Interpretativa nivel básico: Por medio de una indagación previa de conceptos geométricos; quedan descritos en las preguntas de la 1, 2, 4, 5, 7,12.
- Competencia Interpretativa nivel medio: Reconocimiento de representaciones tridimensionales descritas en las preguntas 3, 6.
- Competencia Argumentativa nivel básico: Por medio de preguntas cerradas en relación con los conceptos de rectas y área están planteadas en las preguntas 8-10.
- Competencia Argumentativa nivel medio: Indaga sobre los conceptos de figuras bidimensionales, planteadas en las preguntas 11 y 14.
- Competencia Argumentativa nivel alto: Busca definir conceptos geométricos planteados en la pregunta 13.

Para realizar el análisis cualitativo de la prueba de salida, se parte de la descripción de la muestra de 22 estudiantes del grado noveno, para constatar que efectivamente la aplicación de la unidad



didáctica en mediación con las tecnologías digitales y el material concreto origami, evidenciando los siguientes resultados:

- Pregunta 1. Escribe la definición geométrica correspondiente a cada recta:

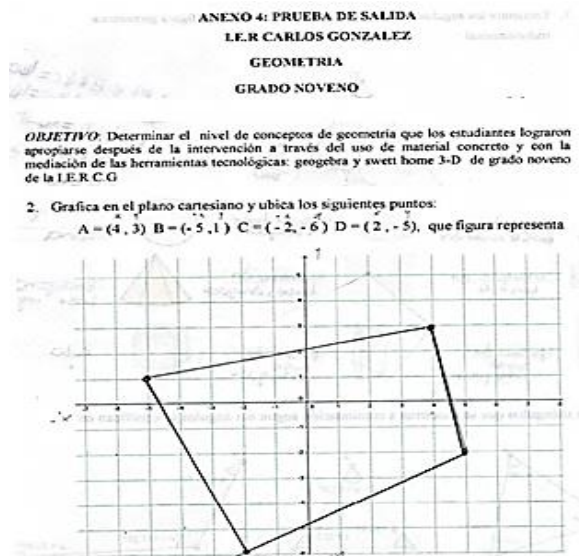


**Imagen 47. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 1.**

En la aplicación de conceptos previos, se evidenció que de los 22 estudiantes, acertaron en la definición del segmento entre dos puntos un 90,9% (imagen 47) y no sucede lo mismo con la semirrecta que pasa por dos puntos, ya que solo 36,6% mostró elementos que permiten afirmar la evidencia de una concepción errónea y no apropiada del concepto, y la definición de recta que pasa por dos puntos los estudiantes identificaron este concepto, esta pregunta se desarrolló con la ayuda de la tecnología digital geogebra, por lo cual, se observó un avance significativo en la relación de los conceptos, de forma sustancial de la información nueva con la que el estudiante fortalece su aprendizaje en el área de geometría.

- Pregunta 2. Grafica en el plano cartesiano y ubica los siguientes puntos:

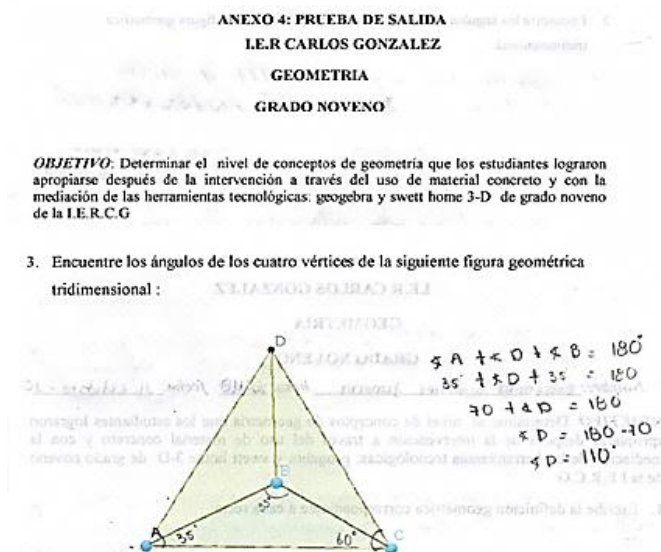
$A = (4, 3)$   $B = (-5, 1)$   $C = (-2, -6)$   $D = (2, -5)$ , que figura representa.



**Imagen 48. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 2.**

En el análisis de esta pregunta se encontró con la ayuda del programa geogebra, una percepción de la ubicación del espacio, en la que el estudiante representó en el plano cartesiano la ubicación de pares ordenados en lo que respecta con la abscisa y la ordenada, y su clara organización en el plano cartesiano, con una asertividad del 72.7%, se observó que un alto índice de los estudiantes reconocieron en el concepto geométrico una relación en la representación bidimensional y apoyado en Ausubel (1983), a la asimilación en el reconocimiento de figuras geométricas y del razonamiento lógico.

Pregunta 3. Encuentre los ángulos de los cuatro vértices de la siguiente figura geométrica tridimensional:



**Imagen 49. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 3.**

Se evidenció que con la ayuda de la unidad didáctica y del programa geogebra, se logró que el estudiante hiciera, una serie de relaciones mentales geométricas en el análisis y clasificación del concepto de ángulos, esto en función a objetos que se reúnen por semejanzas y se separan por diferencias, a la representación de lo bidimensional a lo tridimensional, ya que en la solución de la pregunta, los resultados fueron satisfactorios en comparación con la prueba de entrada, con 63,3% de acierto en los estudiantes, ya que les permitió argumentar formal e informalmente el objeto, reconociendo todas sus vistas y en diferentes circunstancias las propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos, en este caso lo referente a la medida de ángulos.

- Pregunta 4. De las siguientes figuras que se representa a continuación en forma tridimensional:

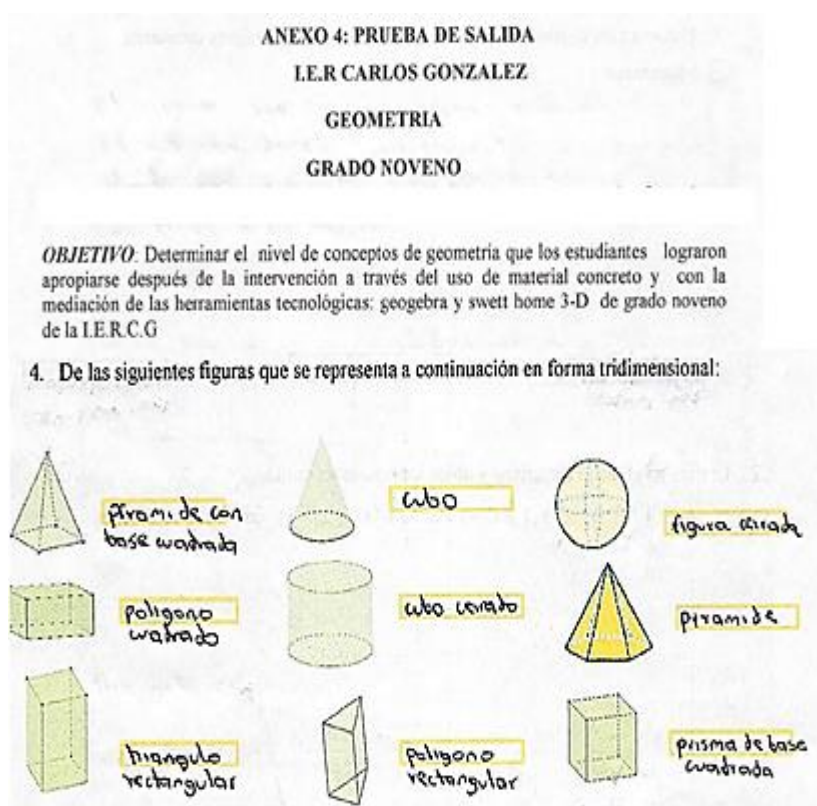


Imagen 50. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 4.

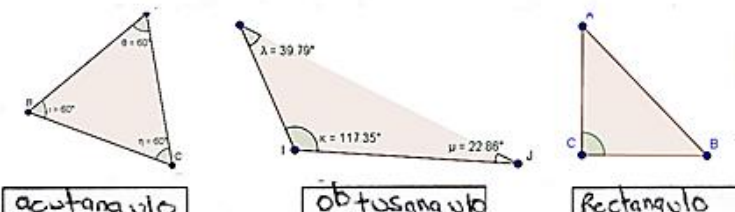
Se observó que los estudiantes fortalecieron su proceso de aprendizaje con estrategias y pudieron clasificar figuras tridimensionales mediante la argumentación deductiva, en lo relacionado a representaciones y conceptos, lo que evidencio que la mayoría de los estudiantes tienden a mejorar con estas nuevas herramientas de la enseñanza, en este caso, el material concreto origami y el programa geogebra, de forma conceptual a la figura bidimensional y a la comparación de su explicación a lo tridimensional, ya que lo relacionan con su cotidianidad, permitiendo tener claridad en el reconocimiento de figuras y en este caso, los conceptos de área y de volumen.

- Pregunta 5. Los triángulos que se muestran a continuación según sus ángulos se clasifican en:

**ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA**  
**I.E.R CARLOS GONZALEZ**  
**GEOMETRIA**  
**GRADO NOVENO**

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y swett home 3-D de grado noveno de la I.E.R.C.G

5. Los triángulos que se muestran a continuación según sus ángulos se clasifican en:



The image shows three triangles with their angles labeled and handwritten classifications below them:

- Triangle 1 (Left):** An acute triangle with angles  $a = 60^\circ$ ,  $b = 60^\circ$ , and  $c = 60^\circ$ . It is classified as **acutángulo**.
- Triangle 2 (Middle):** An obtuse triangle with angles  $\lambda = 39.79^\circ$ ,  $\mu = 22.86^\circ$ , and  $\kappa = 117.35^\circ$ . It is classified as **obtusángulo**.
- Triangle 3 (Right):** A right-angled triangle with a right angle at vertex C. It is classified as **Rectángulo**.

**Imagen 51. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 5.**

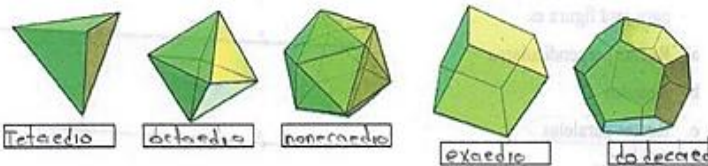
En la pregunta anterior se logró dar claridad a los significados de triángulos según sus ángulos de una manera informal y con las estrategias planteadas desde el programa geogebra y sweet home 3D en la unidad didáctica; los estudiantes realizaron una serie de relaciones mentales, que les permitieron describir sus propiedades en lo relacionado a las figuras representadas en la imagen 51; evidenciando una gran fortaleza en la apropiación de estos conceptos previos de geometría.

- Pregunta 6. Escriba el nombre correspondiente a cada sólido geométrico:

**ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA**  
**I.E.R CARLOS GONZALEZ**  
**GEOMETRIA**  
**GRADO NOVENO**

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y swett home 3-D de grado noveno de la I.E.R.C.G

6. Escriba el nombre correspondiente a cada SÓLIDO geométrico:



The image shows five 3D geometric solids. From left to right, they are: a tetrahedron (labeled 'Tetraedro'), a cube (labeled 'octaedro'), a dodecahedron (labeled 'nonaedro'), a rectangular prism (labeled 'hexaedro'), and a complex polyhedron (labeled 'do decaedro').

Imagen 52. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 6.


En esta pregunta se encontró que el estudiante partiendo de la apropiación de los conceptos de volumen, mediante el proceso cognitivo de las representaciones mentales y la relación lógica de las figuras tridimensionales, permitió identificar en cada figura su concepto, por lo que evidenció claramente que con ayuda del programa geogebra, aproximó al estudiante a comprender las propiedades de forma asertiva de cada uno de los sólidos de la imagen 52.

- Pregunta 7. Relacione la aplicación del menú geogebra con su icono correspondiente mediante flechas.

**ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA**  
**I.E.R CARLOS GONZALEZ**  
**GEOMETRIA**  
**GRADO NOVENO**

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y swett home 3-D de grado noveno de la I.E.R.C.G

7. Relacione la aplicación del menú geogebra con su icono correspondiente mediante flechas



The image shows a matching exercise. On the right, there is a list of Geogebra menu items: 'Ángulo', 'Desplazador', 'Segmento', 'Circunferencia', 'Elipse', 'Línea y Plano', 'Texto', 'Casilla de control', 'Punto', 'Zoom de Acercamiento', 'Perpendicular', and 'Circunferencia'. On the left, there is a vertical toolbar with various icons. Lines connect each menu item to its corresponding icon in the toolbar.

Imagen 53. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 7.

En esta pregunta es importante resaltar que se encuentra en la prueba de entrada; el objetivo es verificar si los estudiantes mejoraron con las herramientas del programa geogebra y con la utilización de la unidad didáctica para la apropiación de conceptos previos de geometría y su aplicabilidad en el contexto, por lo cual, se evidenció el fortalecimiento de esta aplicación llevándola a la práctica teórica y a la profundización en la guía, además la mayoría de los estudiantes mejoraron el aprendizaje de las matemáticas con esta herramienta.


- Pregunta 8. La siguiente figura geométrica define el concepto de:

**ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA**  
**L.E.R CARLOS GONZALEZ**  
**GEOMETRIA**  
**GRADO NOVENO**

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y swett home 3-D de grado noveno de la L.E.R.C.G

8. La siguiente figura geométrica define el concepto de:

- Poligonos
- Rectas paralelas
- Ángulos
- Rectas perpendiculares



**Imagen 54. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 8.**

A partir de la pregunta se pretendió dar claridad en la que el estudiante identificó la conceptualización del aprendizaje de rectas perpendiculares y por medio de la visualización de una gráfica bidimensional, respondieron a la situación planteada y se evidenció una concepción clara en un alto índice de aciertos con el 81,8% y debido a esto Ausubel (1983) facilitó la apropiación de nuevos conocimientos relacionados a la figura, de su propiedad básica, en el que se comienzan a establecer y diferenciar relaciones con otras figuras.

- Pregunta 9. De acuerdo a los conceptos previos de geometría, se podría decir; que una definición para esta figura es:

ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA  
I.E.R CARLOS GONZALEZ  
GEOMETRIA  
GRADO NOVENO

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y swett home 3-D de grado noveno de la I.E.R.C.G

9. De acuerdo a los conceptos previos de geometría, se podría decir; que una definición para esta figura es:
- Rectas perpendiculares
  - Ángulos
  - Rectas paralelas
  - poligonos



Imagen 55. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 9.

En esta pregunta el estudiante indagó al establecer deductivamente la relación entre dos elementos, como el concepto de dos rectas paralelas, y que han sido comparadas efectivamente por medio del estudiante, lo cual la percepción y conceptualización de éste, esto permitió observar y con el desarrollo de la unidad didáctica, por lo cual se obtuvo una mejor claridad en la identificación de este concepto.

- Pregunta 10. Una de las características de un polígono dado es:

ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA  
I.E.R CARLOS GONZALEZ  
GEOMETRIA  
GRADO NOVENO

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y swett home 3-D de grado noveno de la I.E.R.C.G

10. Una de las características de un polígono dado es:
- El grado de abertura entre dos semi rectas.
  - Un segmento de recta que delimita una figura geométrica.
  - Un punto en el cual se encuentra dos lados.
  - Una figura cerrada plana delimitada por segmentos.



Imagen 56. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 10.

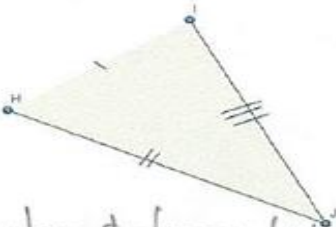
En esta pregunta le permitió al estudiante mediante la competencia argumentativa, la apropiación y adquisición de la noción del espacio geométrico, evidenciando una mayor asimilación con un resultado del 63,3% de acierto de la figura bidimensional, estableciendo claramente su conceptualización.

- Pregunta 11. El concepto de este triángulo según sus lados es:

**ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA**  
**L.E.R CARLOS GONZALEZ**  
**GEOMETRIA**  
**GRADO NOVENO**

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y swett home 3-D de grado noveno de la I.E.R.C.G

11. El concepto de este triángulo según sus lados es:



*escaleno: todas sus lados son diferentes.*

Imagen 57. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 11.

En esta pregunta se indagó por la definición del concepto del triángulo según sus lados, logrando en el estudiante mediante la visualización gráfica y aproximarse a la información necesaria para dar respuesta asertiva. Por lo que evidencio una fortaleza en los resultados obtenidos y con la ayuda de las tecnologías digitales acercarse a la interpretación de la pregunta, además de analizarla, la claridad de lo que realmente se pretendió.

- Pregunta 12. Marque cuál de estos programas y tecnologías virtuales conoces y manipulas en el proceso del PC.



ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA  
I.E.R CARLOS GONZALEZ  
GEOMETRIA  
GRADO NOVENO

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y swett home 3-D de grado noveno de la I.E.R.C.G

12. Marque cuál de estos programas y tecnologías virtuales conoces y manipulas en el proceso del PC.

- |  |  |
|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> paint            | <input checked="" type="checkbox"/> geogebra     |
| <input checked="" type="checkbox"/> Microsoft office | <input type="checkbox"/> Thatquiz                |
| <input checked="" type="checkbox"/> Google           | <input type="checkbox"/> Software regla y compás |
| <input checked="" type="checkbox"/> YouTube          | <input type="checkbox"/> Descartes               |

Imagen 58. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 12.

En el análisis de recopilación de la información de las tecnologías digitales, desde la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, permitió verificar a los estudiantes de grado noveno desde la geometría, seguir en el aprendizaje del uso de plataformas y programas, y a su vez que le permitan realizar representaciones diversas de los objetos geométricos, desde cada una de sus posibles perspectivas; vistas gráficas. Por lo que se observó que la mayoría de ellos reconocen programas y el uso estas herramientas para su aplicación en el uso diario.

- Pregunta 13. ¿Qué significan los siguientes términos?

ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA  
I.E.R CARLOS GONZALEZ  
GEOMETRIA  
GRADO NOVENO

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y swett home 3-D de grado noveno de la I.E.R.C.G

13. ¿Qué significan los siguientes términos?

a. Origami:  
El origami es una técnica de doblar papel formando alguna figura ya sea una figura geométrica o cualquier otra, formando un vértice, uniendo dos puntos o dos rectas.

b. Geogebra:  
Geogebra es un programa que se trabaja en el computador en el cual se puede trabajar con figuras geométricas, tiene varias aplicaciones las cuales nos ayudan a determinar el área y volumen de algunas figuras.

c. Área:  
El área es el valor o la cantidad de la superficie que ocupa un objeto.

d. Volumen:  
El volumen es todo el espacio que tiene o que forma un objeto, por ejemplo el interior de un balón o el de una casa.

Imagen 59. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 13.

Como lo referencia Ausubel (1983), el aprendizaje de conceptos permitió que los estudiantes percibieran, razonaran y aplicaran las figuras geométricas como objetos en su vida cotidiana, sin abstraer sus propiedades al relacionarla con otras figuras del mismo tipo, no obstante en el proceso de análisis se observó que al describir el concepto de origami y geogebra, reconocieron la semejanza y diferencia entre el concepto de área y de volumen.


- Pregunta 14. El concepto que está implícito en la imagen sombreada que tiene forma de triángulo es:

**ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA**  
**I.E.R CARLOS GONZALEZ**  
**GEOMETRIA**  
**GRADO NOVENO**

**OBJETIVO:** Determinar el nivel de conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y swett home 3-D de grado noveno de la I.E.R.C.G

14. El concepto que está implícito en la imagen sombreada que tiene forma de triángulo es:

- a. Volumen
- b. Área
- c. Polígono
- d. Teorema



El diagrama muestra un círculo con líneas radiantes que se extienden desde el centro hacia la periferia. Una de estas líneas está sombreada y forma parte de un triángulo que también tiene un vértice en el centro del círculo. Este triángulo sombreado ilustra el concepto de área.

**Imagen 60. Resultados de la prueba de salida de la Pregunta 14.**

En esta pregunta evidenció que el estudiante pudo establecer, la manera de comprender la relación implícita del concepto de área, en este proceso se valoró la importancia en el aprendizaje significativo de los conceptos previos de geometría, lo cual permitió observar que la mayoría de ellos acertaron en el razonamiento deductivo de la representación de figuras bidimensionales.

### 3.5 Fase 5 Apropiación de los conceptos

#### Impactos esperados y los aportes a la Educación Matemática

Según Cortes Závala y Guerrero Magaña (2011) afirman que:

Según la tecnología, el trabajo colaborativo y la evaluación cotidiana son mediadores del aprendizaje en los alumnos. Al trabajar en equipo con la tecnología y las actividades, las interacciones que se suscitan y las negociaciones que se dan entre los estudiantes, al analizar e interpretar los resultados, ayudan a lograr un aprendizaje sólido y significativo de los conceptos que trabajan. (p. 53)

En consideración con los anteriores autores el trabajo desarrollado con la unidad didáctica y en mediación con las tecnologías digitales, permitió que los estudiantes se aproximaran a los conceptos de geometría, en este caso, lo relacionado con los conceptos de área y de volumen, de una manera participativa y significativa, aplicando lo aprendido en su entorno.

Ya no es posible concebir la enseñanza de la geometría como la aplicación de una serie de algoritmos y procedimientos rutinarios sin reflexión. Tampoco se trata de un proceso donde el docente es el actor principal, mientras el estudiante se “limita” a ser un receptor de información. El docente debe ser consciente de que su función es ser un medio para que el estudiante adquiera conocimientos, los reconstruya y puede utilizarlos. Por lo tanto, debe basarse en distintas herramientas, metodologías y teorías que le permitan orientar el proceso educativo para el logro de un aprendizaje significativo en sus estudiantes. (Vargas Vargas y Gamboa Araya, 2013, p. 74)

Al iniciar esta propuesta de investigación, se tenía como objetivo, mejorar los desempeños de los estudiantes en el área de geometría, y a su vez mejorar su nivel de motivación en esta área. Mediante el desarrollo de la estrategia propuesta: ENSEÑANZA DE LOS CONCEPTOS DE ÁREA Y DE VOLUMEN, UTILIZANDO COMO MEDIADORES DE APRENDIZAJE EL ORIGAMI Y LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES, se pudo observar los siguientes resultados:

- Los estudiantes integraron los conocimientos previos, en relación a los conceptos de área y de volumen, con los nuevos conocimientos adquiridos, en mediación con las tecnologías digitales, mejorando su desempeño en el área de geometría, evidenciándose en los resultados de la unidad didáctica y las evaluaciones internas, observándose en ellos mayor asertividad y motivación a dicha área.
- Lo que los estudiantes evidenciaron por medio de esta propuesta investigativa fue: El reconocimiento de las figuras geométricas; diferenciando los conceptos de área y de volumen, percepción de las figuras geométricas como objetos individuales, ya sean bidimensionales o tridimensionales, este proceso reflexivo de su propio aprendizaje, se logró mediante el uso de las tecnologías digitales, material concreto y las preguntas orientadoras de la unidad didáctica, las cuales fueron guía en sus procesos formativos para el área de geometría.

## CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES

A continuación se mostrarán las conclusiones que se obtuvieron para los instrumentos:

### 4.1 Conclusiones de la prueba de entrada

- Al aplicar el instrumento de la prueba de entrada, en relación a los conceptos previos de geometría, permitió observar en los estudiantes dificultades en la apropiación de conceptos geométricos y conceptos relacionados a las tecnologías digitales, al realizar el análisis de esta prueba se pudo comprobar el bajo desempeño de los estudiantes, motivo por el cual se hace pertinente el diseño de una unidad didáctica con los conceptos de área y de volumen, en mediación con las tecnologías digitales y material concreto, que se constituirán en una experiencia de aprendizaje y presentará a los estudiantes, la geometría de una manera más dinámica, llamativa y contextualizada.
- El proceso de orientación de la prueba de entrada, le puede permitir al docente desde la enseñanza y aprendizaje, la vital importancia de conocer la estructura cognitiva del estudiante; no sólo tratar de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son las estrategias innovadoras y tecnológicas, que con llevan a la apropiación de los conceptos de área y de volumen, mediante sus relaciones y diferencias, que le permitirán una mejor orientación en sus experiencias dentro del contexto y que estas puedan ser aprovechados para la Educación Matemática.
- Los estudiantes reafirmaron que no se disponen a la escucha y a la observación dentro del aula de clase, por lo que la aprehensión de los conceptos geométricos se aprendían de forma memorística, no logrando a cabalidad los propósitos trazados como objetivo en el plan de estudios, por lo tanto esta propuesta investigativa, se plantea como una metodología innovadora y dinámica en el área de geometría, en donde el estudiante hará significativo su aprendizaje relacionando la geometría con su contexto.

#### **4.2 Conclusiones de la unidad didáctica**

- Se generaron espacios de aprendizaje colaborativo en el aula de clase para promover una enseñanza y aprendizaje en los conceptos de área y de volumen, que brindó la posibilidad de identificar las formas de razonamiento geométrico, en relación al modelo pedagógico de Ausubel, con la participación de los estudiantes y logrando una mejoría en sus desempeños. Lo anterior se realizó en mediación con las tecnologías digitales y material concreto como el origami, como herramienta didáctica en el aula de clase, que favoreció la motivación del estudiante en un ambiente de aprendizaje, en donde los conceptos aprendidos, no se quedaron únicamente en el proceso memorístico, sino que trascendieron a su realidad inmediata.
- Este trabajo de investigación permitió analizar los conceptos de área y de volumen mediante el desarrollo de la unidad didáctica, en mediación con las tecnologías digitales y el uso de material concreto, que permitió al estudiante ser parte activa de su proceso de aprendizaje apropiándose de la información, enriqueciendo así, sus conocimientos.

#### **4.3 Conclusiones de la prueba de salida**

- El aprendizaje por parte de los estudiantes es significativo, de acuerdo a la especificidad de su lenguaje y lo evidenciado en los resultados de la prueba de salida, esto ayudó para que el proceso de la formación integral llevara al estudiante a establecer una relación entre los conceptos de área y de volumen. Este proceso dio como resultado la interacción de los nuevos conocimientos, aplicándolos a situaciones de su cotidianidad.
- Se evidenció mayor asertividad de los estudiantes, dando respuestas aproximadas a las preguntas planteadas en la prueba de salida, generando diversas soluciones a los diferentes problemas que enfrentan los estudiantes tanto en su contexto inmediato, como en el salón de clases; desarrollando una mejor expresión verbal en un ambiente que le permita aprender de sus errores y mejorar el uso del lenguaje matemático mediante sus ideas, opiniones y críticas en su diario quehacer demostrando un mayor interés por el área de geometría.

#### 4.4 Conclusiones generales

- Se desarrolló esta propuesta de investigación dentro de un marco psicoeducativo que trato de explicar la naturaleza del aprendizaje de los estudiantes en el aula de clase, y estos fundamentos psicológicos proporcionaran a los docentes el descubrimiento a diversos métodos de enseñanza relacionados con la geometría y en mediación con las tecnologías digitales, estrategias innovadoras que forman parte vital de los procesos de enseñanza y aprendizaje en la Educación Matemática.
- El aprendizaje significativo en el modelo pedagógico de Ausubel fue un proceso de orientación del aprendizaje, que permitió alcanzar en el estudiante la apropiación de las formas geométricas en los conceptos de área y de volumen, aproximándose en cada una de sus fases, en mediación con las tecnologías digitales y material concreto aplicados en la unidad didáctica, esta estrategia permitió fortalecer el plan de estudios del área de geometría de la IER Carlos González.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguirre Solange, P. M. (2011). *La integración de las TIC en la escuela. Indicadores cualitativos y metodología de investigación*. Madrid-España: Editorial OEI Fundación Telefónica.
- Ausubel, D. (1983). Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo. *Psicología Educativa*, 46.
- Barrantes, M. (2003). Caracterización de la enseñanza aprendizaje de la geometría en primaria y secundaria. *revista investigación ciencias sociales*, pp. 15-36.
- Boltianski V, G. (1981). *Figuras equivalentes y equicompuestas. Lecciones populares de matemáticas*. Moscú: Ed. Mir.
- Camargo Uribe, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *revista colombiana*, pp. 42.
- Castellanos, I. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software geogebra*. tesis de maestría, Tegucigalpa.
- Castro Martínez, E. F. (s.f.). *Relatividad de las fórmulas de cálculo de superficie de figuras planas*. (Recuperado el junio de 2016), de [https://www.academia.edu/26760316/Relatividad\\_de\\_las\\_f%C3%B3rmulas\\_de\\_c%C3%A1lculo\\_de\\_superficie\\_de\\_figuras\\_planas](https://www.academia.edu/26760316/Relatividad_de_las_f%C3%B3rmulas_de_c%C3%A1lculo_de_superficie_de_figuras_planas)
- Clements Douglas, S. J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de Las Matemáticas a Temprana Edad: El Enfoque de Las Trayectorias de Aprendizaje*. Learning Tools LLC.
- Cortes Závala, J. C., y Guerrero Magaña, M. (Mayo de 2011). *Uso de Tecnología en Educación Matemática*. Recuperado el 29 de Noviembre de 2016, de [http://www.amiutem.edu.mx/pdfs/UTEM\\_INV\\_PROP\\_2011\\_Ver\\_II.pdf](http://www.amiutem.edu.mx/pdfs/UTEM_INV_PROP_2011_Ver_II.pdf)
- Cortés, R. (2012). *Historia de la Geometría Euclidiana y sus aplicaciones para la enseñanza*. Tesis Maestría, Universidad de Valladolid. Escuela Universitaria de Educación (Palencia).
- Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. En I. puig, *análisis*

*fenomenologico*. Valencia, pp. 25.

González Molina, J. D. (2014). *Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café*. Tesis Maestría.

Hohenwarter, M. (2002). Obtenido de <http://www.sweethome3d.com/es/userGuide.jsp>

ICFES, M. D. (2015). *Prueba Saber 9° IER Carlos Gonzalez*. Informe de análisis resultados al aula.

Jaimes, E. y Romo, A. (2012). *Propuesta didáctica para el aprendizaje y aplicación del concepto de volumen a través de la construcción de sólidos en el plano y en 3D*. Tesis, Santander.

Jarpers, K. (1946). *La idea de la universidad. Traducción Agustina Schroeder. En: La idea de la universidad en Alemania*. Buenos Aires.: Editorial Sudamericana.

Johnson, D. (1998). *"La cooperación en el Aula"*. Interacción Book Company , séptima edición.

Lastra Torres, S. (2005). *"propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas"*. Tesis Maestría, Santiago-Chile, pp. 24.

Lopera Echeverri, R. (2014). *Comprensión del concepto de volumen mediante el doblado de papel en el marco de la Enseñanza para la Comprensión*. Tesis Maestría, Medellín.

Matusevich, M. A. (2009). la relación superficie-volumen como ventaja selectiva. secuencia de actividades didácticas. Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales - Universidad de Morón, Argentina. *Rev. Eureka Enseñ. Divul. Cien.*, pp. 278.

MEN. (s.f.). Obtenido de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)

MEN. (1994). Ley 115 de 1994, Artículo 78. Regulación del Currículo. Bogotá.

MEN. (7 de Junio de 1998). *Lineamientos curriculares*. Recuperado el 13 de julio de 2016, de [http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)

MEN. (2006). *Estandares Básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Santafé de Bogotá D.C.: Imprenta Nacional.

- MEN. (2008). *El marco de la educación técnica y tecnológica en Colombia*. Guía 32, Bogotá.
- MEN. (2008). *Ser competente en tecnología. ¡Una necesidad para el desarrollo!* Guía 30.
- MEN. (2015). *Colombia Aprende*. Obtenido de [http://www.colombiaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446\\_genera\\_dba.pdf](http://www.colombiaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf)
- MEN. *Ley 115 de 1994*. (Recuperado el 3 de septiembre de 2016), de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)
- MEN. *Prueba Saber 9º IER Carlos Gonzalez. 2015*. Informe de análisis resultados al aula.
- Montenegro Aldana, I. A. (2009). *Cómo evaluar el aprendizaje Escolar: Orientaciones para la aplicación del Decreto 1290*. Bogotá, Colombia: Magisterio.
- Morales Chavez, C. Y Majé Florian, R. (2011). *Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros*. Tesis Maestría.
- Morales, L. (2002). Las matemáticas en el antiguo Egipto. Apuntes de historia de las.
- Novak, J. Ausubel D., y Hanesian, H. (2009). *Psicología Educativa, un punto de vista cognoscitivo*. México: Trilla, segunda edición.
- Olmo, R., Moreno, C., y Gil, C. (2007). Superficie y Volumen. ¿algo más que fórmulas? En M. C. Olmo Romero, *Superficie y Volumen. ¿algo más que fórmulas?* (p. 17). Madrid-España: Síntesis.
- PEI. (2016). *IER Carlos González*. Belmira - Antioquia.
- Peña, M. (2000). Historia de la Geometría Euclidiana. *Revista Candidus*, p.2.
- Piaget, J. (1948). Teoría Psicogenética de Piaget.
- Piaget, J. y Inhelder B. (1967). *The child's conception of space*. New York.: Norton y Co.
- Puybaret, E. (2016). *sweet home 3D*. Recuperado el 23 de marzo de 2016, de

<http://www.sweethome3d.com/es/>.

Rodríguez, J. (2010). *Colección de juegos: Papiroflexia*. Obtenido de Recuperado [http://museodeljuego.org/wp-content/uploads/contenidos\\_0000000843\\_docu1.pdf](http://museodeljuego.org/wp-content/uploads/contenidos_0000000843_docu1.pdf)

Royo, J. (2002). Matemática y papiroflexia. *Sigma: Revista de matemáticas*, (21), 175 – 192.

Sáiz Roldan, M. (1999). *EL volumen. ¿Por dónde empezar?* Recuperado el 4 de abril de 2016, de <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig4/ConfMagist.pdf>

Sáiz Roldan, M. (2003). Algunos objetos mentales relacionados con el concepto volumen de maestros de primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, pp. 447-478.

Santa Ramirez, Z. M. (2011). *La elipse como lugar geometrico a través de la geometría del doblado de papel en el contexto de van Hiele*. Tesis Maestría, Medellín.

Santa, Z. y. Jaramillo C. (2010). Aplicaciones de la geometría del doblado de papel a las secciones cónicas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (31), 341 - 350.

Shaughnessy, J. M. (1985). En *Spadework Prior to Deduction in Geometry. Mathematics Teacher*, pp. 420-426.

Van Hiele, P. (1986). *Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education*. Londres: Academic Press.

Vargas Vargas, G., & Gamboa Araya, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *UNICIENCIA*, 74-94.

# **ANEXOS**

**ANEXO 1: ENCUESTA**  
**I.E.R CARLOS GONZALEZ**  
**GEOMETRIA**  
**GRADO NOVENO**

**Objetivo:** Reunir información necesaria que determine el impacto de la geometría con el uso de tecnologías digitales

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **grado:** \_\_\_\_\_

1. Marque con una (X) cuál de estos programas conoces y manipulas en el proceso del PC.

\_\_\_ geogebra \_\_\_ regla y compás \_\_\_ Plataformas Virtuales \_\_\_ that quiz \_\_\_ Google \_\_\_ YouTube  
 \_\_\_ Paint \_\_\_ Microsoft office \_\_\_ Descartes \_\_\_ JClíc \_\_\_ Biblioteca Nacional de manipuladores virtuales

2. Como te gustaría aprender la geometría (marque varias opciones):

\_\_\_ geogebra \_\_\_ Tiza y tablero \_\_\_ figuras hechas con material reciclaje  
 \_\_\_ Regla y compás \_\_\_ Tutoriales virtuales  
 \_\_\_ Programas de Computador \_\_\_ Explicaciones magistrales del educador  
 (Origami)

3. Marque con una X y expresa una corta definición de los siguientes términos:

\_\_\_ Triángulos \_\_\_ Cuadriláteros \_\_\_ Rectas \_\_\_ Vértices \_\_\_ Apotemas  
 \_\_\_ Perímetros \_\_\_ Volumen \_\_\_ Línea \_\_\_ Área \_\_\_ polígonos regulares

---



---



---



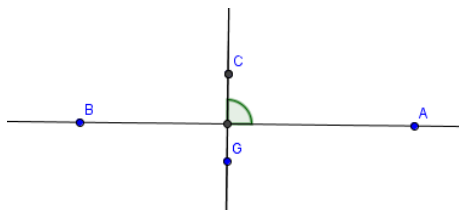
---



---

4. La siguiente figura representa:

- Un polígono
- Rectas paralelas
- Un ángulo
- Rectas perpendiculares



5. El concepto que está implícito en la imagen es:

- a. Volumen
- b. Área
- c. Polígono
- d. Teorema



6. Conoces el término de geometría en nuestro contexto

Si \_\_\_\_\_, Cuales \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

No \_\_\_\_\_

7. ¿Qué entiendes por Origami?:

Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Porque \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

8. Describe situaciones de la vida real donde necesitas los conceptos de “área y volumen”

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

9. Por medio del origami, le daría un impacto social a tu vida

Si \_\_\_\_\_, No \_\_\_\_\_, Porque \_\_\_\_\_

**ANEXO 2: PRUEBA DE ENTRADA**

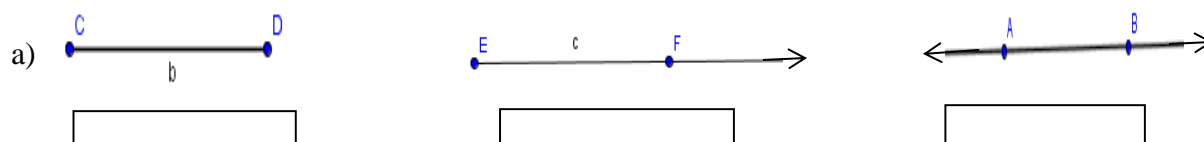
**I.E.R CARLOS GONZÁLEZ**

**GEOMETRÍA**

**GRADO NOVENO**

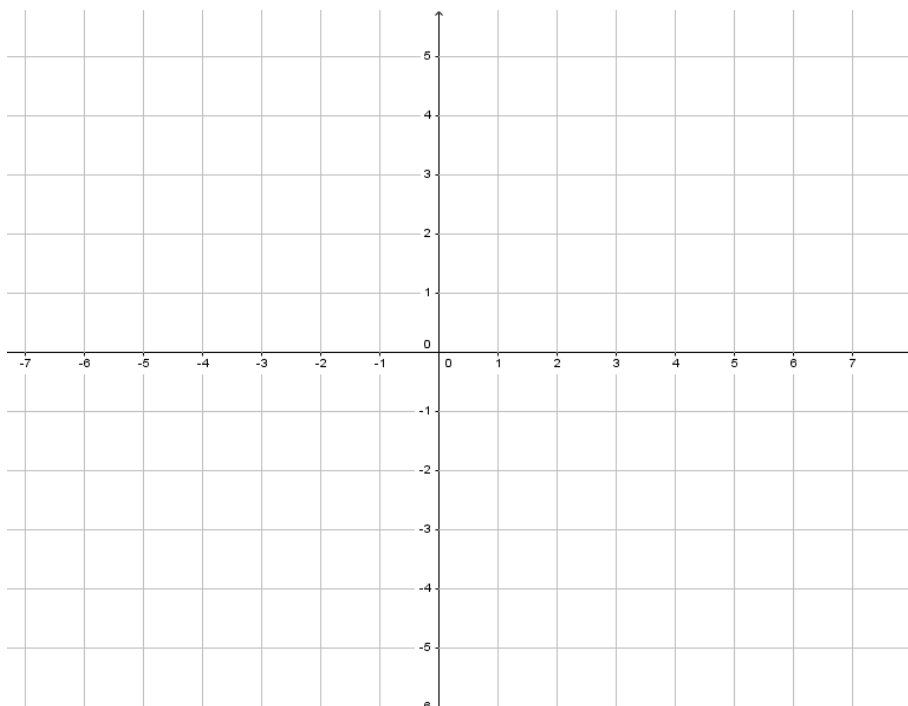
**OBJETIVO:** Determinar el nivel de apropiación de conceptos previos de geometría con que cuentan los estudiantes de grado noveno de la I.E.R.C.G

1. Escribe el nombre correspondiente a cada gráfico:



2. Grafica en el plano cartesiano y ubica los siguientes puntos:

$A=(4,3)$   $B=(-5,1)$   $C=(-2,-6)$   $D=(2,-5)$ , que figura representa





3. Encuentre los ángulos de la figura geométrica :

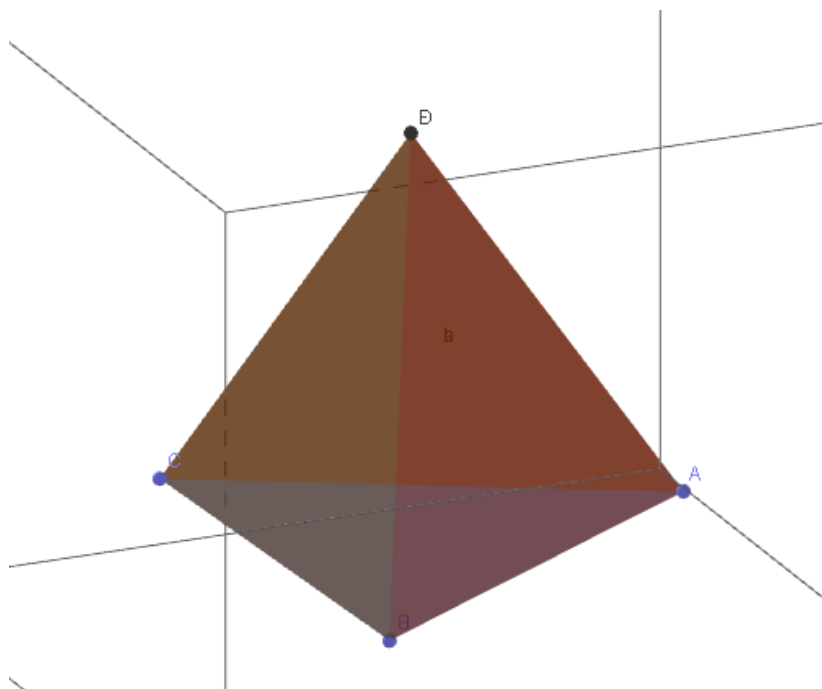
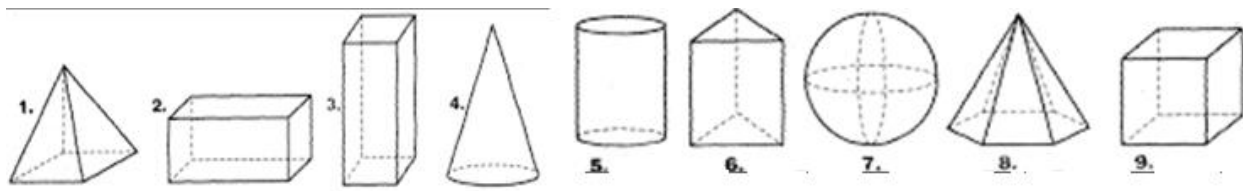


Figura 1. Tetraedro

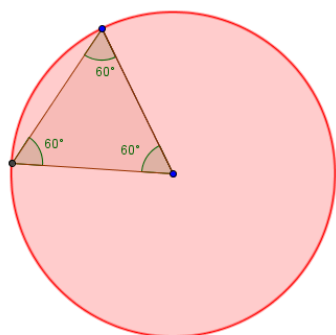
4. En las siguientes figuras darle el nombre de volumen que conoces:



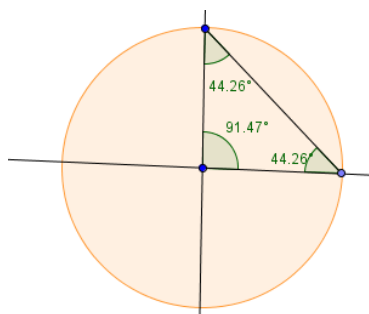
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

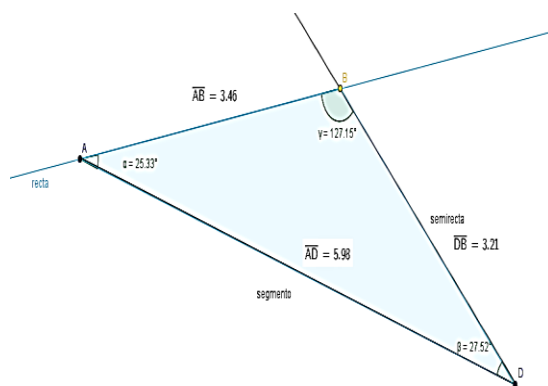
5. En las figuras siguientes según sus ángulos los triángulos se clasifican en:



\_\_\_\_\_

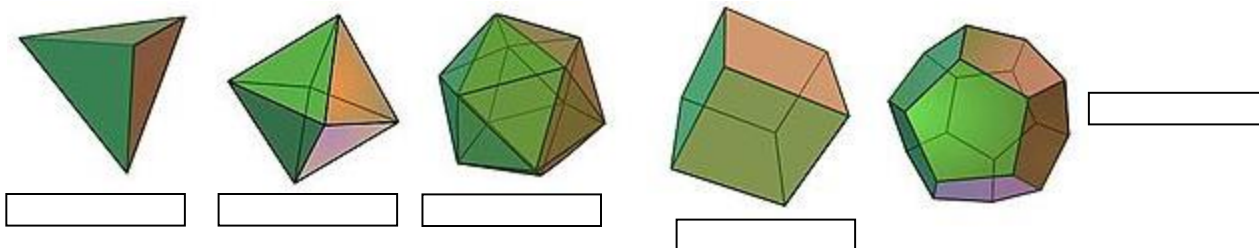


\_\_\_\_\_






\_\_\_\_\_

6. Escriba el nombre correspondiente a cada figura geométrica:

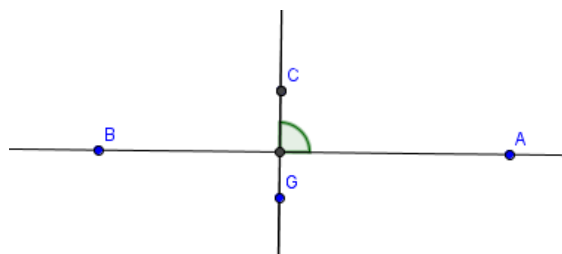


7. Relacione la aplicación del menú geogebra con su icono correspondiente mediante flechas.

	Ángulo
	Deslizador
	Simetría Axial
	Segmento
	Elipse
	Elige y Mueve
	Texto
	Polígono
	Punto
	Zoom de Acercamiento
	Perpendicular
	Circunferencia

8. La siguiente figura representa:

- Polígonos
- Rectas paralelas
- Ángulos
- Rectas perpendiculares



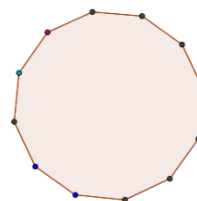
9. De acuerdo a los conceptos previos de geometría, se podría decir; que una definición para esta figura es:

- Rectas perpendiculares
- Ángulos
- Rectas paralelas
- polígonos

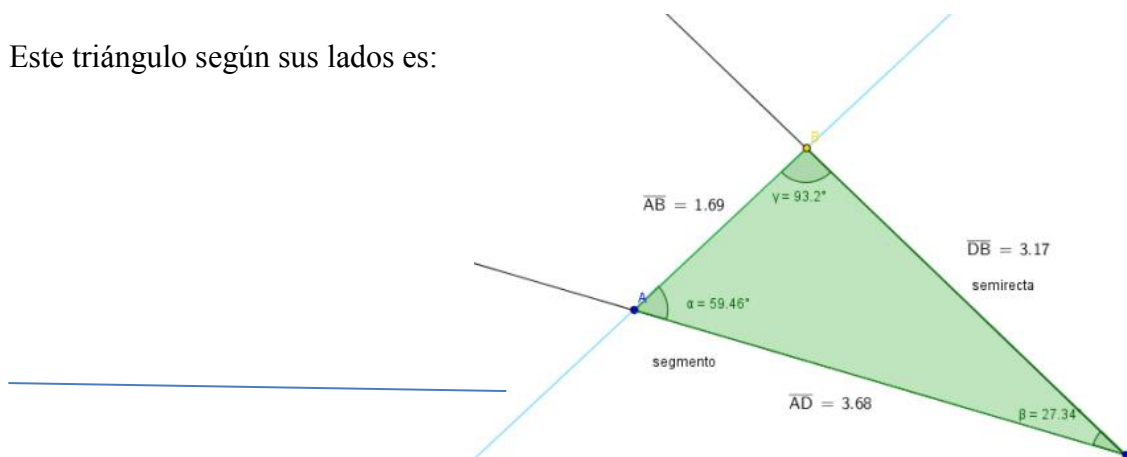


10. Una de las características de un polígono dado es:

- El grado de abertura entre dos semi rectas.
- Un segmento de recta que delimita una figura geométrica.
- Un punto en el cual se encuentra dos lados.
- Una figura cerrada plana delimitada por segmentos.



11. Este triángulo según sus lados es:



12. Marque cuál de estos programas y tecnologías virtuales conoces y manipulas en el proceso del PC.

\_\_\_ paint

\_\_\_ geogebra

\_\_\_ Microsoft office

\_\_\_ Thatquiz

\_\_\_ Google

\_\_\_ Software regla y compás

\_\_\_ YouTube

\_\_\_ Descartes

13. ¿Qué significan los siguientes términos?

a. Origami:

---

---

---

---

b. Geogebra:

---

---

---

---

c. Área:

---

---

---

---

d. Volumen:

---

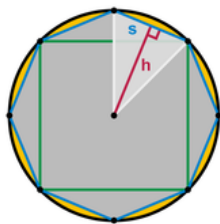
---

---

---

14. El concepto que está implícito en la imagen es:

- a. Volumen
- b. Área
- c. Polígono
- d. Teorema



**ANEXO 3: UNIDAD DIDÁCTICA**

**LA ENSEÑANZA DE LOS CONCEPTOS DE ÁREA Y DE VOLUMEN, UTILIZANDO  
COMO MEDIADORES DE APRENDIZAJE: EL ORIGAMI Y EL USO DE  
TECNOLOGÍAS DIGITALES**

**EDWIN FERNANDO HERNANDEZ ESCOBAR**

**COHORTE 5**

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**

**UDEM**

**2016**

## **Guía 1: Uso del programa geogebra para la apropiación de los conceptos de área y de volumen.**

### **GRADO: NOVENO**

**OBJETIVO:** Implementar el uso de material concreto y la mediación de tecnologías digitales, que permitan contextualizar el aprendizaje del concepto de área y el volumen en el grado noveno.

**ESTANDAR:** Generalizar procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.

### **ACTIVIDADES Y PREGUNTAS**

¿Qué estrategia se pueden desarrollar con el origami y las tecnologías digitales (geogebra y sweet home 3D), para indagar el nivel de aprendizaje de la relación de los conceptos de área y volumen, en diferentes contextos, que tienen los estudiantes de grado noveno de la I.E.R Carlos González?

#### **1. Indagación:**

- a. ¿Dónde se utiliza el concepto de área?
- b. ¿Dónde se utiliza el concepto de volumen?
- c. ¿Si se quisiera hallar el área y el volumen del aula de clase, qué procedimiento utilizaría?
- d. ¿Cómo encontrar el área y el volumen sin patrones matemáticos?

#### **2. Exploro y construyo**

Escriba la fórmula matemática que le permite hallar el área y el volumen del aula de clase.

#### **3. Diseño y comparo**

A partir del programa geogebra diseñar el espacio bidimensional y tridimensional del aula de clase, especificando el área y volumen encontrados.

Se realizará un paralelo de la siguiente forma:

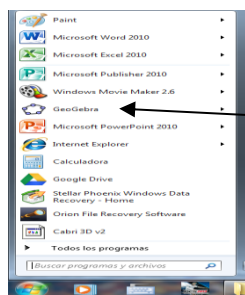
Los estudiantes realizarán un sólido geométrico (prisma) con las medidas establecidas para el aula

de clase, en donde se identifique el área y volumen del mismo. Lo realizarán en su portátil a través del software geogebra.

Luego de terminada la actividad, se hará una lluvia de ideas para establecer las conclusiones de las diversas apreciaciones de los estudiantes.

## Desarrollo de la guía en geogebra

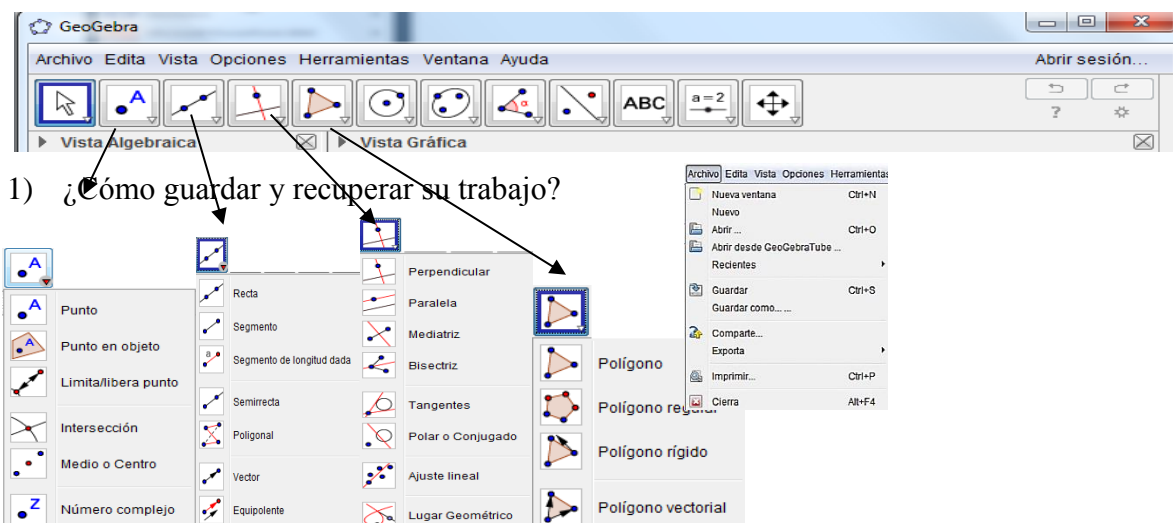
Construcción del ejercicio.



Para iniciar con el programa *geogebra*, se da doble clic sobre el ícono que está en el botón de *inicio*

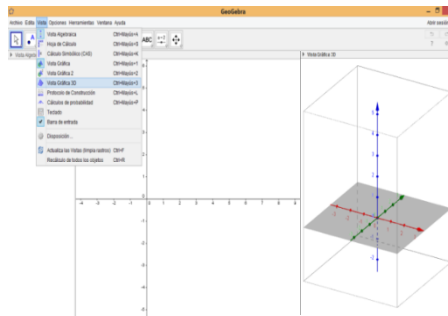
Ilustración 1. Introducción al geogebra

La parte superior de la pantalla tiene la barra de herramientas que permite realizar construcciones geométricas:

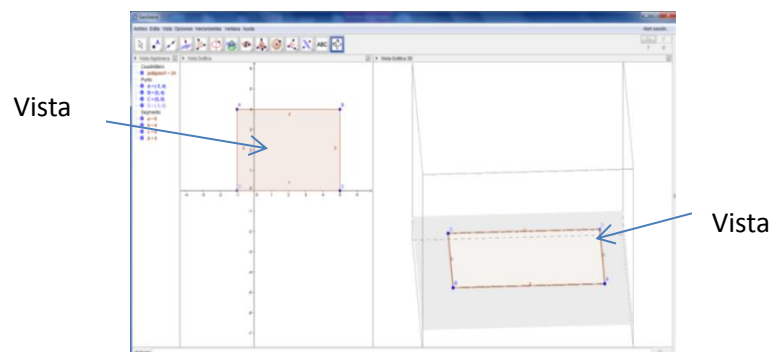


La ventana geométrica expone gráficamente la representación de puntos, vectores, segmentos, polígonos, funciones, rectas y secciones cónicas. Cuando el mouse se desplaza sobre un objeto, se ilumina y exhibe su descripción.

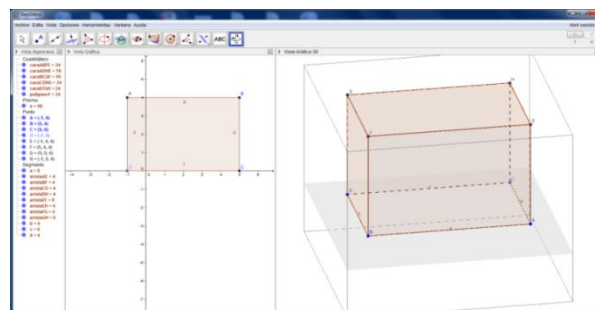
En la parte de arriba se encuentran los botones, en los que aparece una línea de comandos (*Archivo, Edita, vista, opciones, herramientas...*), al estilo de muchos otros programas conocidos con menús para gestionar las figuras y los archivos que genere con este programa.



2) Nos vamos al botón de vista y damos clic vista Gráfica 3D



3) Construya paso a paso el salón del aula de clase en vista gráfica 3D y luego analicela con la vista grafica en 2D. ¿Qué elementos geométricos encuentra en la construcción en relación a la vista gráfica 2D y la vista gráfica 3D? Escríbalo junto a ella utilizando la herramienta **Insertar texto** y escriba en términos geométricos lo que visualiza. Para ello haga *click* en el penúltimo botón-menú, luego sobre la zona gráfica, escriba el texto y pulse el botón **Aplica**.





4) ¿Después de haber realizado el paso a paso de las actividades propuestas según sus observaciones puede diferenciar el concepto de área y el volumen? Explique.

---



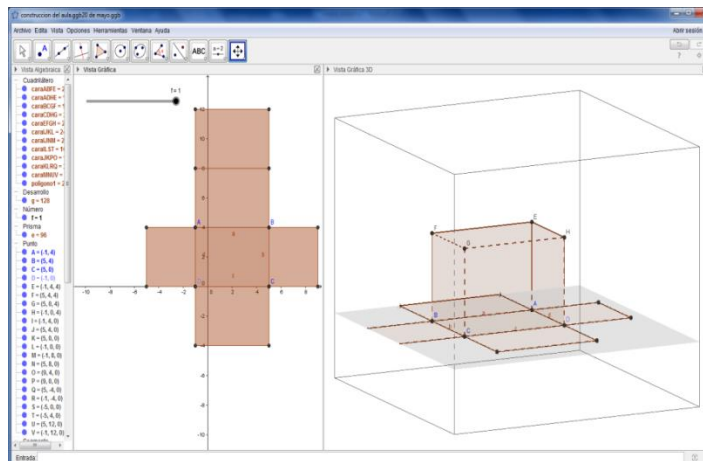
---



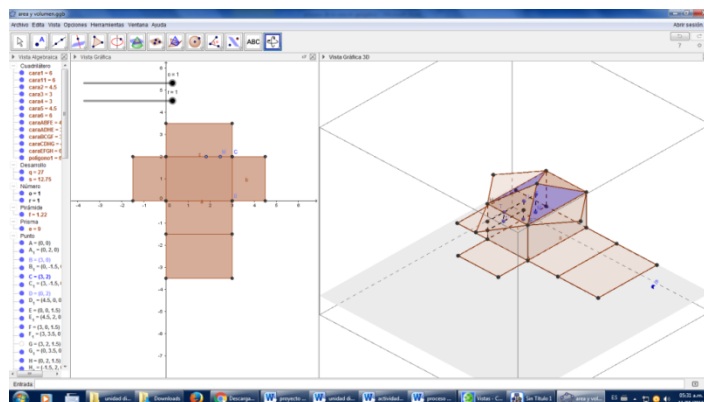
---



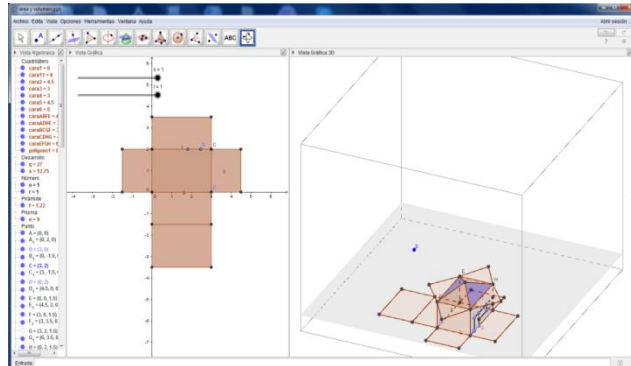
---



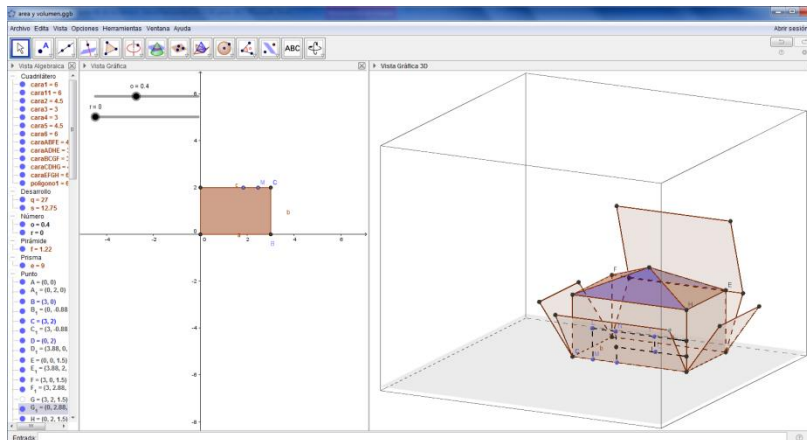
5) En la figura 2D se aprecian las caras de una construcción en proceso de un prisma y comparándolo con la construcción de la gráfica en 3D, se puede analizar: ¿cuál es el área de la base de la 3D con respecto a la 2D?



6) ¿Qué sucede si se compara la figura de vista gráfica en 2D y la vista gráfica en 3D? Escríbalo junto a la figura utilizando la herramienta **Insertar texto**. Para ello, haga *clic* en el penúltimo botón-menú, luego, sobre la zona gráfica, escriba el texto y pulse el botón **Aplica**.



7) Al comparar, responda: ¿Qué relación hay entre las medidas de sus lados? ¿Y entre sus áreas? ¿Caras laterales? Escríbalo junto a la figura utilizando la herramienta **Insertar texto**. Para ello haga *clic* en el penúltimo botón-menú, luego, sobre la zona gráfica, escriba el texto y pulse el botón **Aplica**.



## Guía 2: Uso del origami para la apropiación de los conceptos de área y de volumen.

### GRADO: NOVENO

**OBJETIVO:** Implementar el uso de material concreto y la mediación de tecnologías digitales, que permitan contextualizar el aprendizaje del concepto de área y el volumen en el grado noveno.

**ESTANDAR:** Generalizar procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.

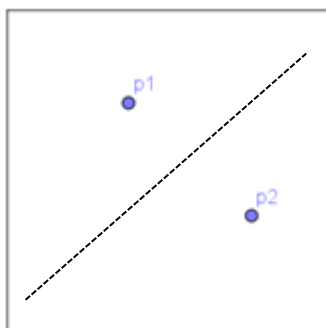
### ACTIVIDADES Y PREGUNTAS

¿Qué estrategias se pueden desarrollar con el origami y las tecnologías digitales (geogebra y sweet home 3D), para indagar el nivel de aprendizaje de la relación de los conceptos de área y volumen, en diferentes contextos, que tienen los estudiantes de grado noveno de la I.E.R Carlos González?

### DESARROLLO DE LA GUÍA EN ORIGAMI

#### Paso 1:

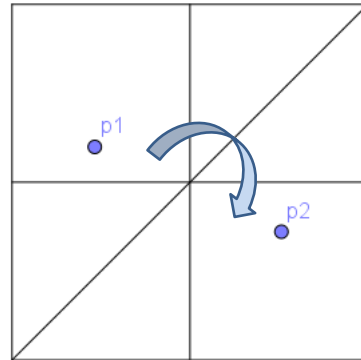
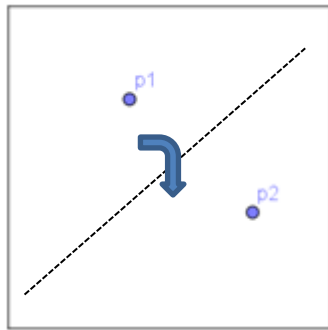
A partir de una hoja de papel realizaremos los dobleces para construir el área del aula de clase para luego construir su volumen por medio del origami; utilizando los axiomas 1 y 2 de Huzita - Hatori (1989) “Dados dos puntos P1 y P2, se puede hacer un doblez que pasa a través de ellos” (p. 143).



- 1) ¿Qué tipo de figuras encuentras cuando realizas el doblez?
- 2) ¿Cuál es la medida de longitud y área de la figura doblada?

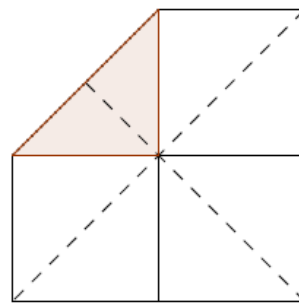
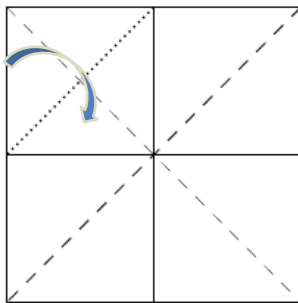
**Paso 2:** “Dados dos puntos  $p_1$  y  $p_2$  se puede realizar un único pliegue que sitúa a  $p_1$  sobre  $p_2$ ”  
(p. 143).

Doblar y desdoblar la otra diagonal faltante, y además trace una perpendicular por el punto del cuadrado central como lo muestra en el paso siguiente:



3) ¿Calcule el lado del cuadrado del sector  $p_1$ ?

**Paso 3:**

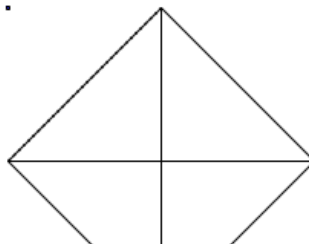


Voltear la hoja y cada vértice lo llevamos al centro de la hoja formando triángulos isósceles

4) ¿Calcular el área del nuevo triángulo?

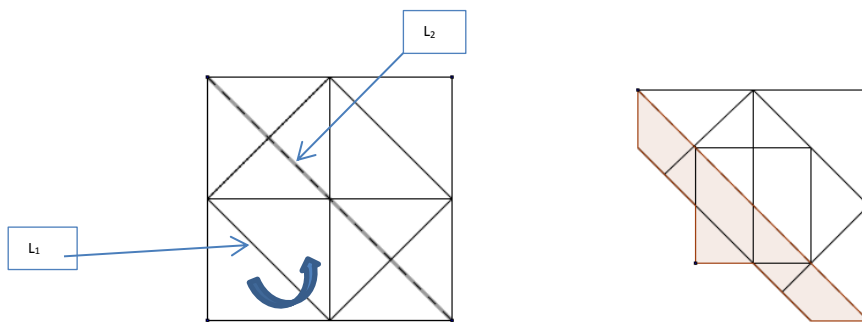
5) ¿Al doblar un vértice al centro del cuadrado, se forma un triángulo ¿según sus lados es isósceles?

**Paso 4:**



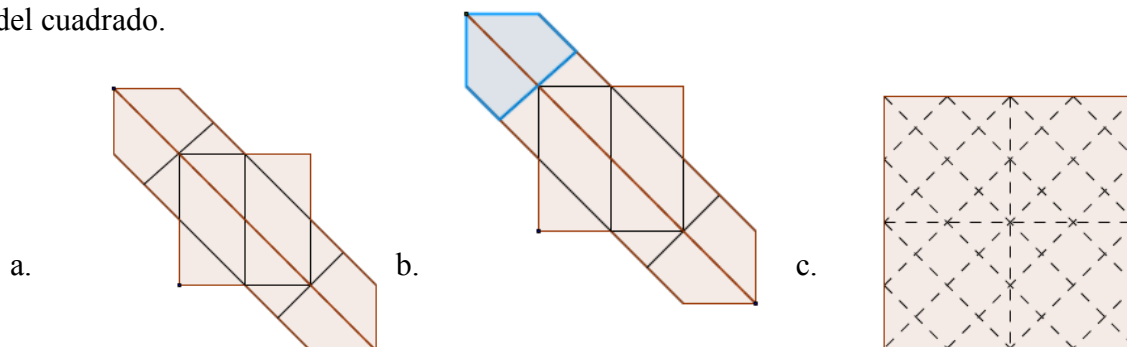
- 6) ¿Qué polígono se forma? ¿Por qué?  
 7) ¿Calcular el área y el perímetro de la figura construida hasta el momento?

**Paso 5:**



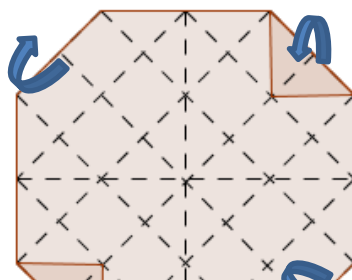
- 9) Halle el perímetro y el área de la figura sombreada

Luego, desdoble la figura, rótelas  $180^\circ$  y tome un vértice como referencia, doble a la mitad en forma de valle, así como lo muestra la figura anterior y repita esta acción para los demás vértices del cuadrado.



- 10) Describa lo que visualiza cuando desdoble la hoja.  
 11) Halle el perímetro de la figura b. y su respectiva área

**Paso 6:**

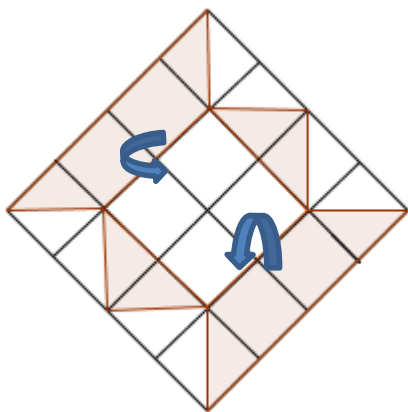


Realizar dos dobleces en valle indicados y dos en forma de montaña hacia el centro

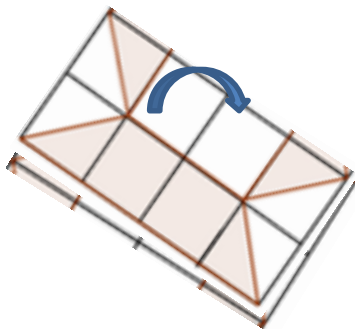
12) ¿Qué polígono se forma al doblar los extremos de la figura anterior? ¿Por qué?

13) Halle el área del polígono encontrado.

**Paso 7:** Al hacer los dobleces de los valles los doblamos hacia el centro de la hoja y lo mismo con dobleces de las montañas.



14) Encuentre el área del trapecio de la figura sombreada.

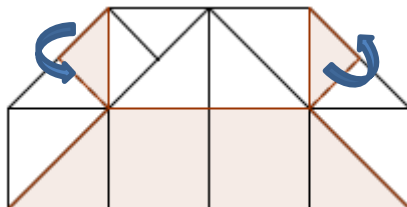


Doblamos y desdoblamos en forma de montaña y valle

15) Encuentre el área de la figura doblada.

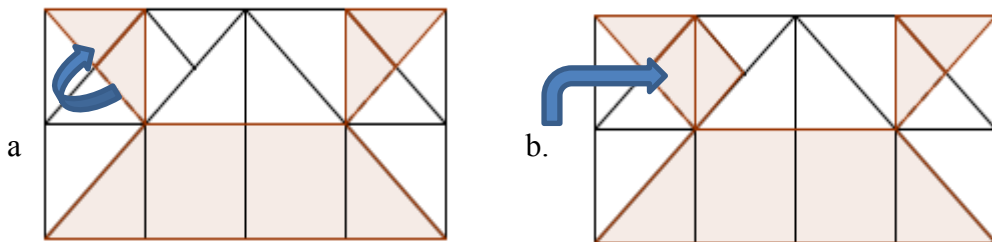
**Paso 8:** luego doblamos los vértices de los triángulos visualizados uno hacia adentro y el otro en

sentido contrario como la muestra la figura siguiente



16) Halle el área del triángulo mayor y compare el área de lo sombreado con lo no sombreado de ese triángulo visualizado

Luego nuevamente abrimos la puntas anteriormente dobladas y abrimos el triángulo que se observa y se nos forma un cuadrado como lo muestra en la figura b.



17) Identifique y describa los segmentos y puntos notables del triángulo mayor

**Paso 9:**

Luego, se abre en forma de montaña y doble hacia adentro; se puede visualizar que se forma una figura tridimensional, con un volumen determinado.

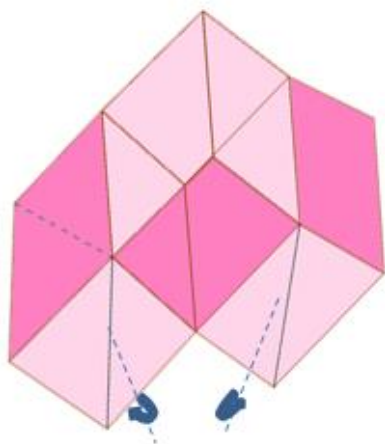


Figura a.

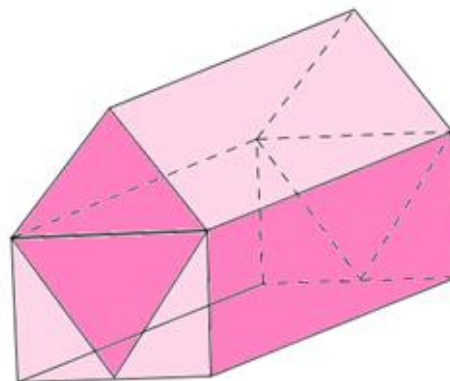


Figura b.

- 18) Halle el volumen del prisma de base cuadrada. Suponga que esta figura representa su aula de clase de la figura b.
- 19) Halle el área lateral del aula de clase de la figura b.
- 20) Halle el perímetro del frente del aula de la figura b.
- 21) Halle el volumen del aula de clase de la figura b.



### Guía 3: Uso del programa sweet home 3D para la apropiación de los conceptos de área y de volumen.

#### GRADO: NOVENO

**OBJETIVO:** Implementar el uso de material concreto y la mediación de tecnologías digitales, que permitan contextualizar el aprendizaje del concepto de área y el volumen en el grado noveno.

**ESTANDAR:** Generalizar procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.

#### ACTIVIDADES Y PREGUNTAS

¿Qué estrategia se pueden desarrollar con el origami y las tecnologías digitales y sweet home 3D, para indagar el nivel de aprendizaje de la relación de los conceptos de área y volumen, en diferentes contextos, que tienen los estudiantes de grado noveno de la I.E.R Carlos González?

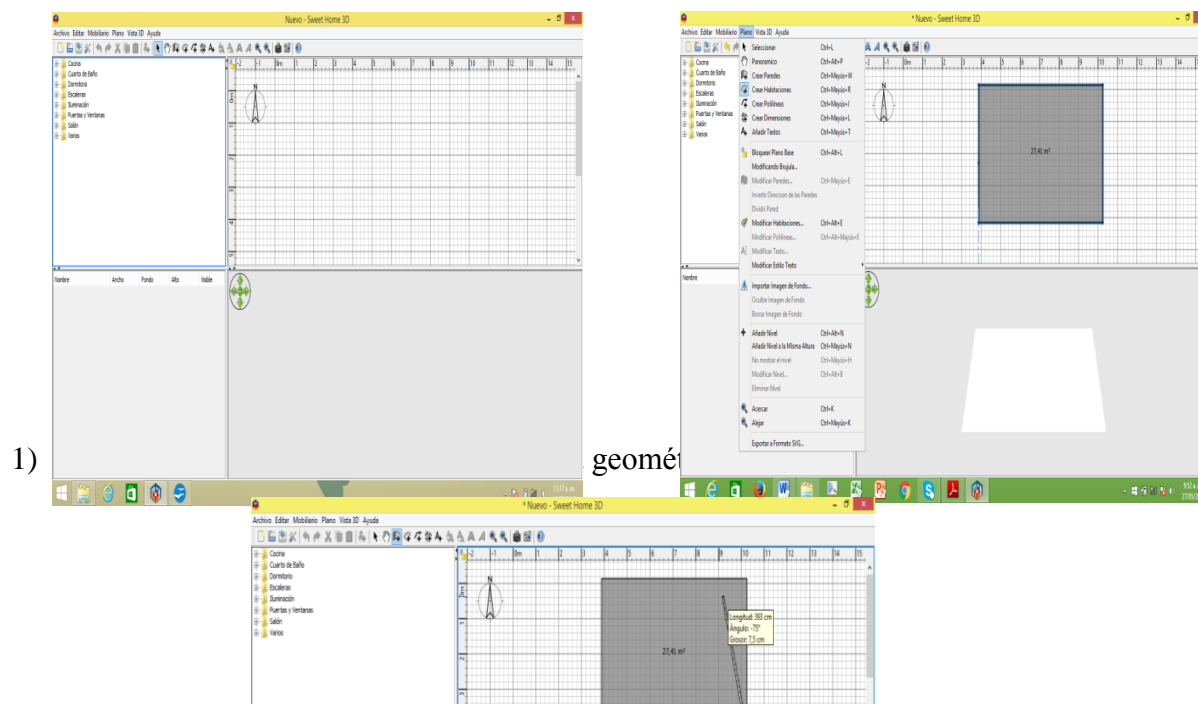
Luego de terminada la actividad, se hará una lluvia de ideas para establecer las conclusiones de las diversas apreciaciones de los estudiantes.

#### DESARROLLO DE LA GUÍA EN SWEET HOME 3D

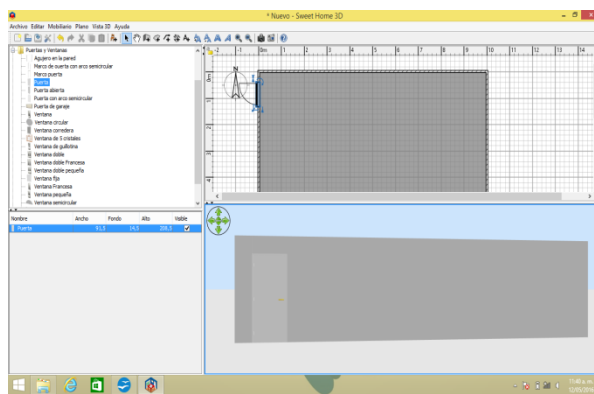
Verificación con las medidas del área y el volumen del aula de clase por medio del programa sweet home 3D.

Abrir el programa sweet home 3D

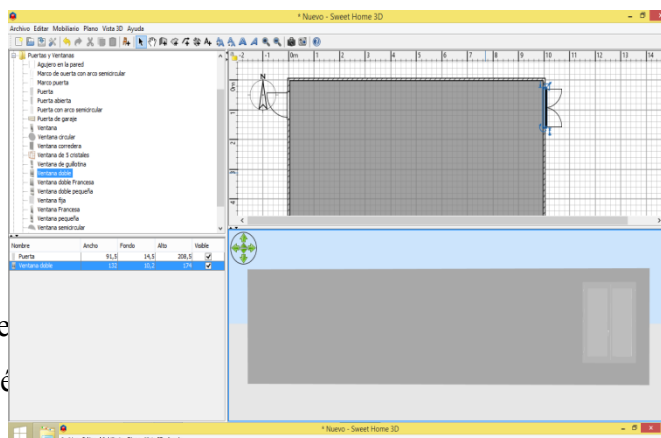
Botón de crear habitaciones



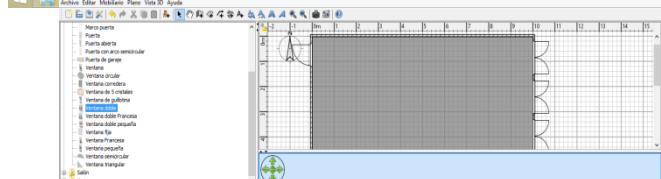
2) Crear paredes. ¿Qué observa en el proceso de construcción?



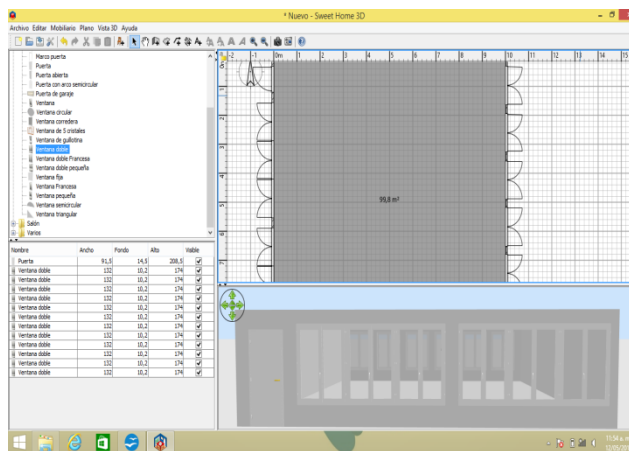
3) ¿Al construir la puerta se puede ver qué figura geométrica se forma y se puede analizar las medidas? ¿Por qué?



4) Dar clic y en el menú de propiedades se puede encontrar el área de la ventana? ¿De qué?

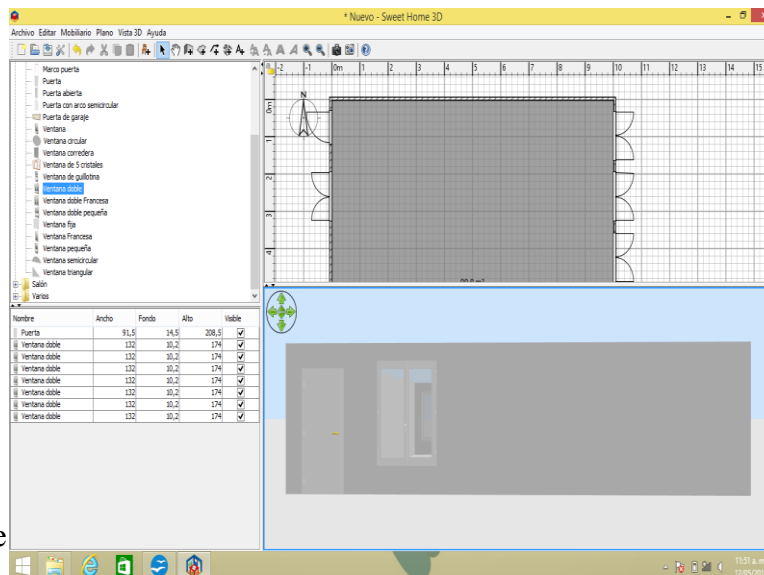


5) Al diseñar todas las ventanas del aula de clase ¿se puede determinar el total de área utilizada?



¿Por qué?

Se colocan las ventanas de acuerdo a la observación del aula de clase.

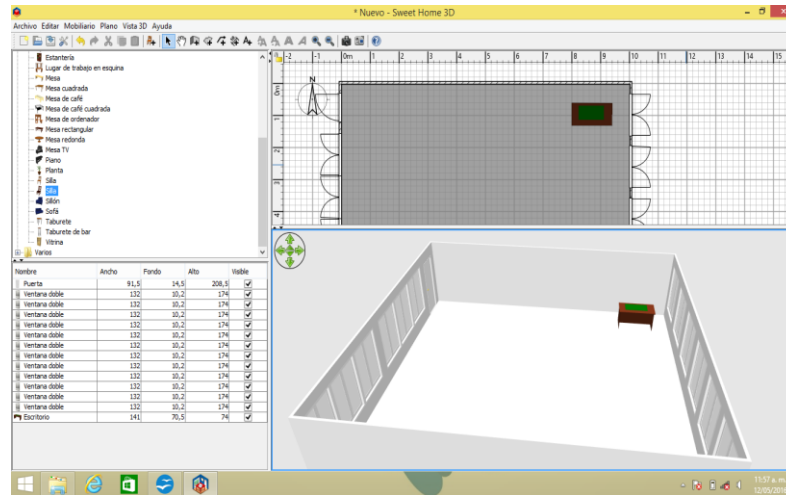


6) ¿Determine

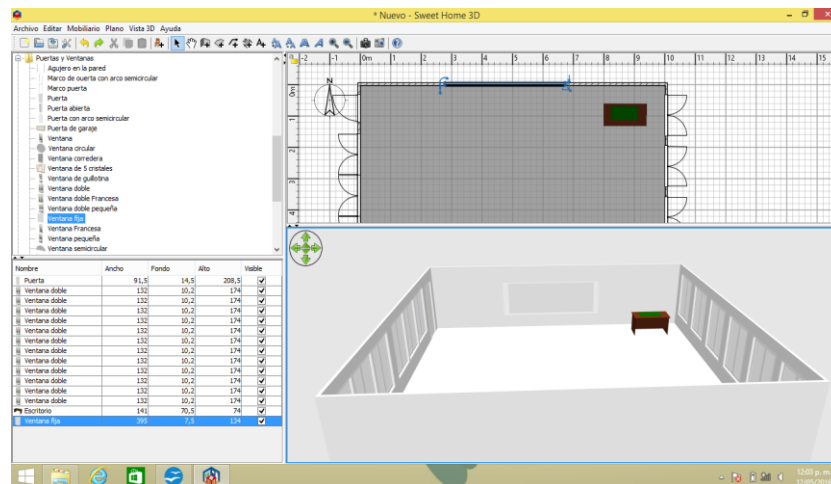
Se ponen ventanas al lado opuesto.

7) Halle el área de la pared sin considerar las ventanas y la puerta

Queda lista la parte posterior del aula de clase, ahora se inserta del escritorio del aula de clase



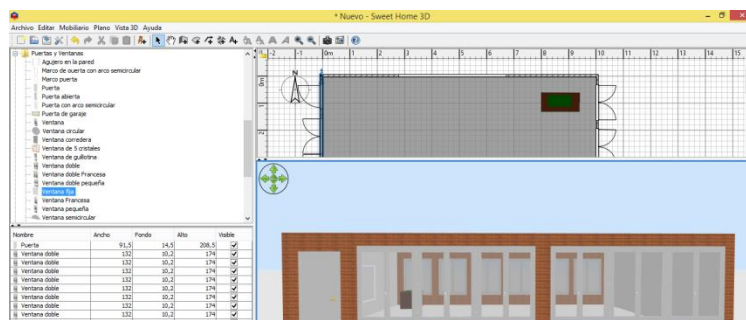
8) ¿Se puede hallar el volumen del escritorio? ¿De qué manera?



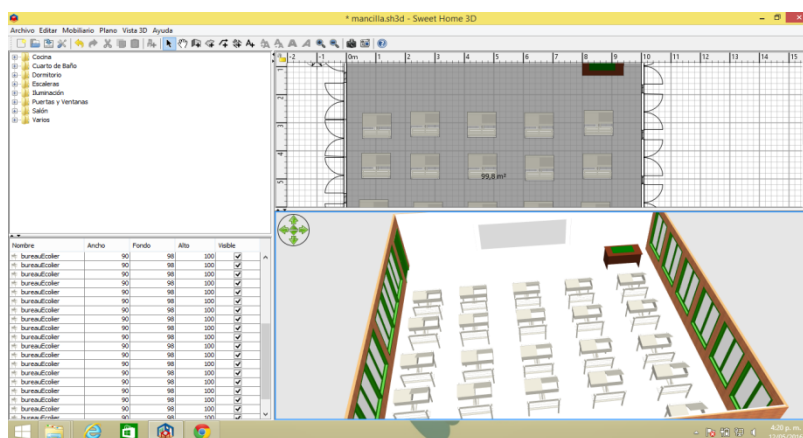
Se inserta el tablero en el aula de clase.

9) Determine el área del tablero. ¿Cómo lo hizo?

Dé clic en la pared deseada y se escoge el color o textura

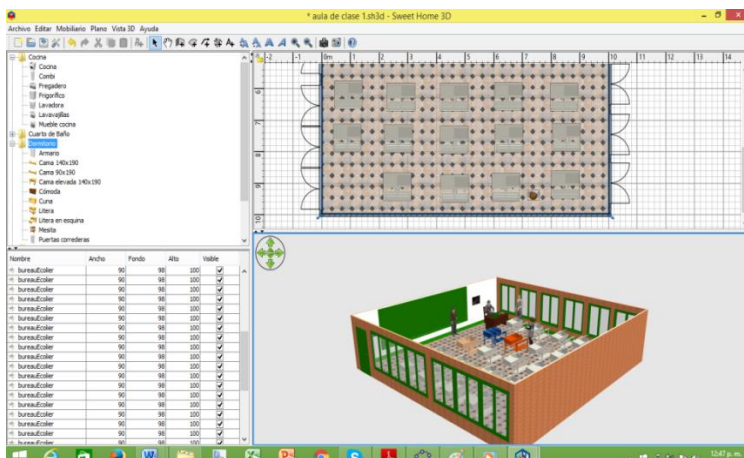


Vaya a inmobiliario y busque escritorio de aula de clase

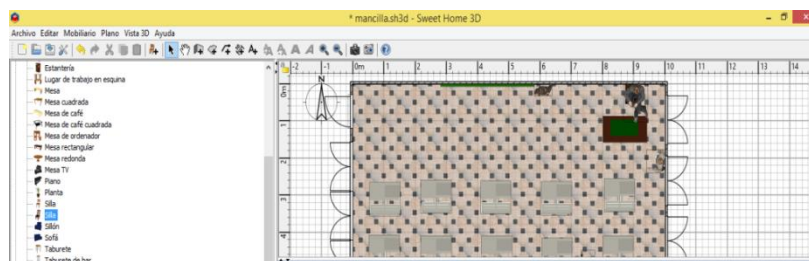


10) Determine el área del piso del aula de clase. ¿Cómo lo hizo?

Vaya a mobiliario e importe mobiliario; diríjase a la página de sweet home 3D, dé el nombre de la herramienta que necesita (personas) y luego descargue de google, envíe a la carpeta de la dirección del archivo y arrástrelo al documento.



Dé click a la base, en este caso al piso, y deie superficies y modifique a su gusto.



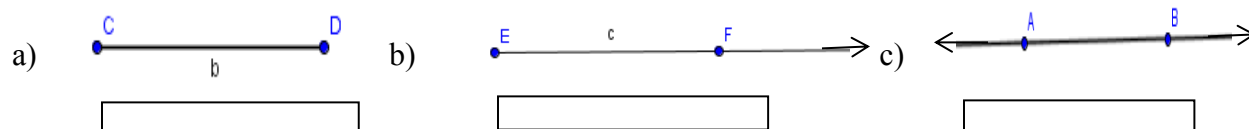
- 11) ¿Identifica las relaciones entre las distintas unidades utilizadas en el aula de clase?
- 12) ¿A partir de las diferentes representaciones construidas se puede modelar situaciones de nuestro contexto? ¿Por qué?
- 13) Argumente formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos encontradas en el aula de clase
- 14) Explique los conceptos geométricos comprendidos durante la experiencia, a través de un mapa conceptual.

**ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA**  
**I.E.R CARLOS GONZÁLEZ**  
**GEOMETRÍA**  
**GRADO NOVENO**

Nombre: \_\_\_\_\_ hora: \_\_\_\_\_ fecha: \_\_\_\_\_

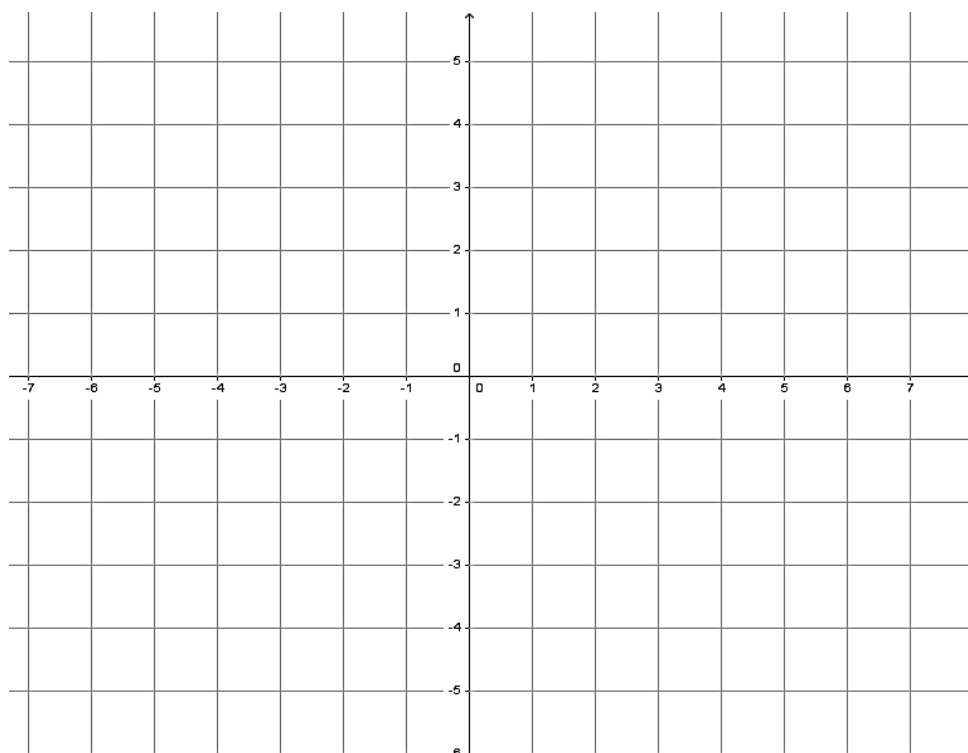
**OBJETIVO:** Determinar el nivel de apropiación de los conceptos de geometría que los estudiantes lograron apropiarse después de la intervención a través del uso de material concreto y con la mediación de las herramientas tecnológicas: geogebra y sweet home 3-D de grado noveno de la I.E.R.C.G

1. Escribe la definición geométrica correspondiente a cada recta:

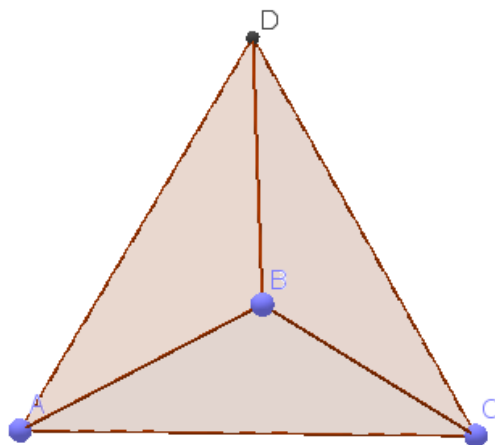


2. Grafica en el plano cartesiano y ubica los siguientes puntos:

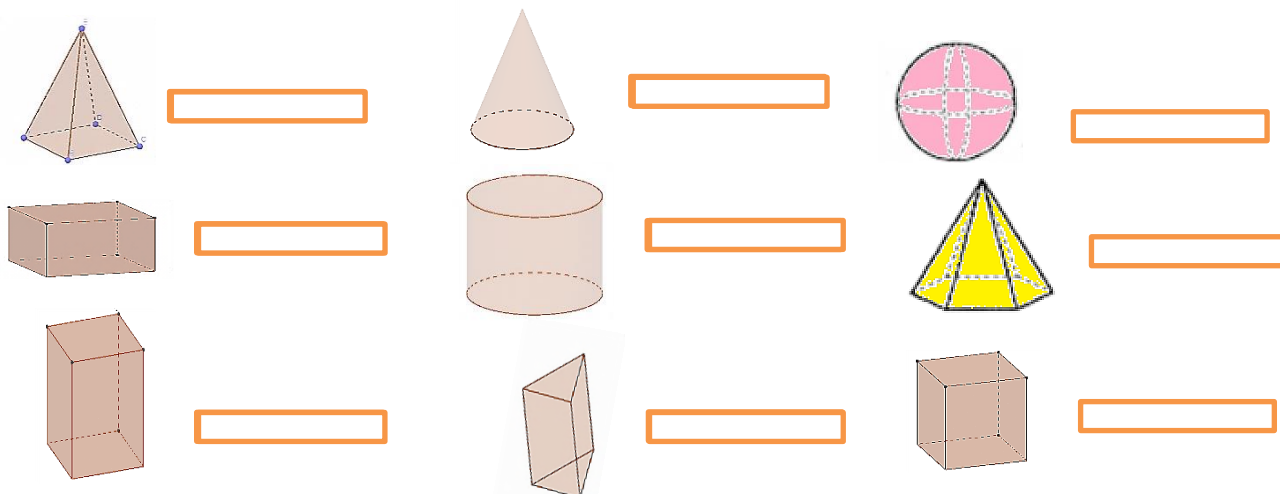
$A = (4, 3)$   $B = (-5, 1)$   $C = (-2, -6)$   $D = (2, -5)$ , que figura representa



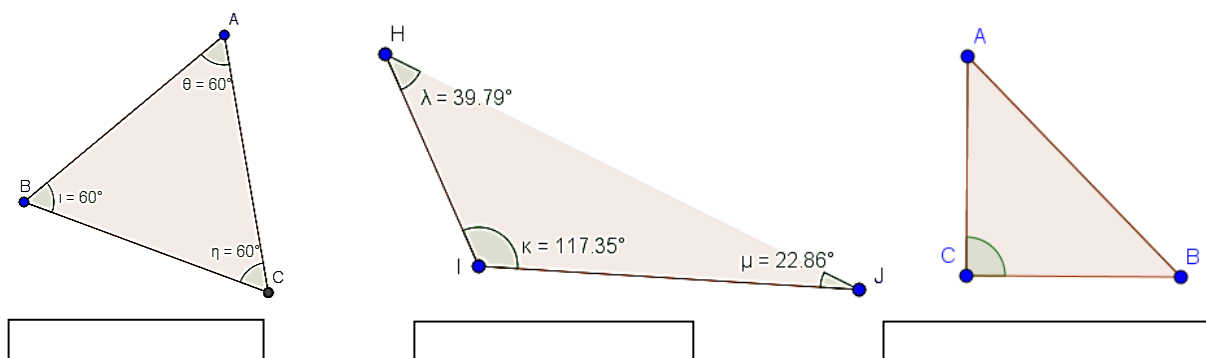
3. Encuentre los ángulos de los cuatro vértices de la siguiente figura geométrica tridimensional :



4. De las siguientes figuras que se representa a continuación en forma tridimensional:

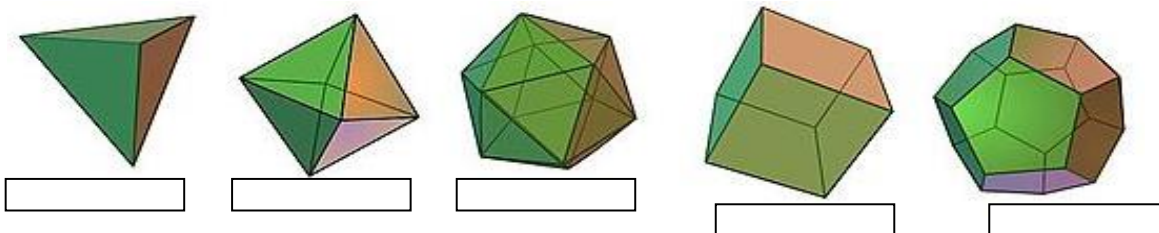


5. Los triángulos que se muestran a continuación según sus ángulos se clasifican en:





6. Escriba el nombre correspondiente a cada sólido geométrico:

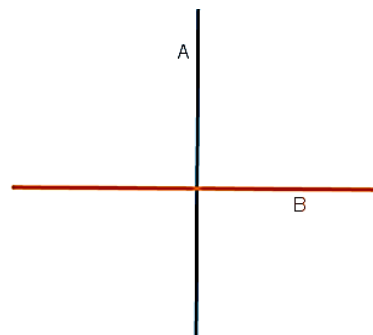


7. Relacione la aplicación del menú geogebra con su icono correspondiente mediante flechas.

	Ángulo
	Deslizador
	Simetría Axial
	Segmento
	Elipse
	Elige y Mueve
	Texto
	Casilla de control
	Punto
	Zoom de Acercamiento
	Perpendicular
	Circunferencia

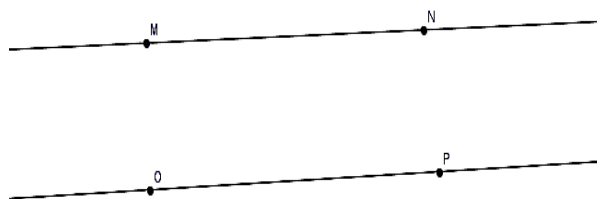
La siguiente figura geométrica define el concepto de:

- Polígonos
- Rectas paralelas
- Ángulos
- Rectas perpendiculares



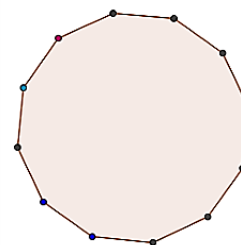
8. De acuerdo a los conceptos previos de geometría, se podría decir; que una definición para esta figura es:

- Rectas perpendiculares
- Ángulos
- Rectas paralelas
- polígonos

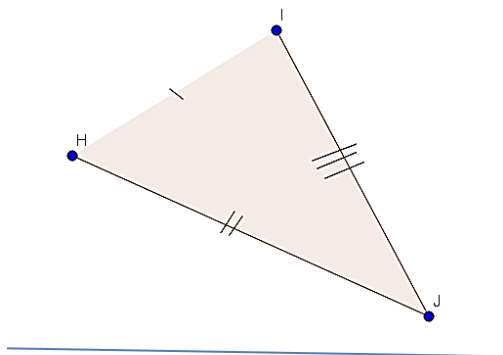


9. Una de las características de un polígono dado es:

- El grado de abertura entre dos semi rectas.
- Un segmento de recta que delimita una figura geométrica.
- Un punto en el cual se encuentra dos lados.
- Una figura cerrada plana delimitada por segmentos.



10. El concepto de este triángulo según sus lados es:



11. Marque cuál de estos programas y tecnologías virtuales conoces y manipulas en el proceso del PC.

\_\_\_ Paint

\_\_\_ Geogebra

\_\_\_ Microsoft office

\_\_\_ Thatquiz

\_\_\_ Google

\_\_\_ Software regla y compás

\_\_\_ YouTube

\_\_\_ Descartes

12. ¿Qué significan los siguientes términos?

a. Origami:

---

---

---

---

b. Geogebra:

---

---

---

---

c. Área:

---

---

---

---

d. Volumen:

---

---

---

---

13. El concepto que está implícito en la imagen sombreada que tiene forma de triángulo es:

- a. Volumen
- b. Área
- c. Polígono
- d. Teorema

