

Nuevo método para la división de un segmento en n partes iguales. Aplicación de Cabri Géomètre

*ESCUELA NORMAL SUPERIOR MARÍA ESCOLÁSTICA. SALAMINA, CALDAS, COLOMBIA
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA. UNIVERSIDAD DE CALDAS.

HECTOR CATAÑO TREJOS*
CARLOS BARCO GÓMEZ**
carlosbarco@ucaldas.edu.co

PC : geometría plana, división de un segmento.

KW : plane geometry, segment division.

Resumen

Se presenta un nuevo método para dividir un segmento de recta en cualquier número de partes. El único método conocido desde hace 25 siglos en la geometría plana clásica es el de la secante por un extremo del segmento basado en el teorema de Tales.

Antecedentes

En la Escuela Normal Superior María Escolástica se participa del proyecto del Ministerio de Educación Nacional en la Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica secundaria y Media de Colombia, con las calculadoras graficadoras y algebraicas TI92-PLUS.

Mediante una experiencia de aula y trabajando con CABRI la situación problemática de la división de un cuadrado en regiones que tengan la misma área y el mismo perímetro se vio la necesidad de entrar a dividir un lado en partes iguales (estrategia de aula que permitió llegar a la función lineal, cuadrática, exponencial).

Aprovechando la opción de punto medio de un segmento se pudo dividir en dos, cuatro, ocho... partes iguales el lado. La inquietud se presentó cuando se debía dividir en tres, cinco, siete... partes iguales. Se trabajó el método tradicional que sobre el plano continuo. Luego se practicó la división de un segmento en n partes iguales mediante el proceso de un rectángulo, método encontrado por unos estudiantes en Estados Unidos y suministrado por Hugo Cuellar, asesor del Programa Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas.

Frente a las alternativas, la experiencia gráfica se innovó y se desarrolló con alumnos de grado 11 de la Escuela Normal Superior María Escolástica de Salamina, mediante el software de CABRÍ. Luego se demostró en forma analítica con un proceso igualmente innovador por parte del docente universitario.

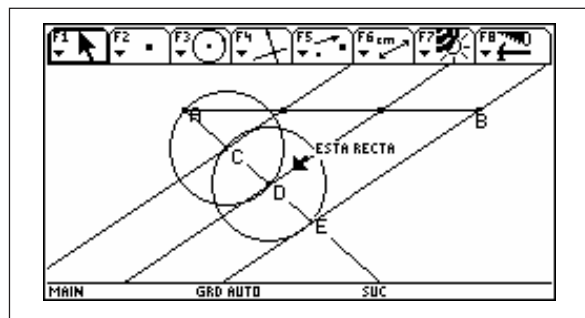
El método clásico

Para dividir un segmento o un lado en n partes iguales, se presenta el siguiente algoritmo para realizar en la calculadora, por ejemplo, para 3 partes:

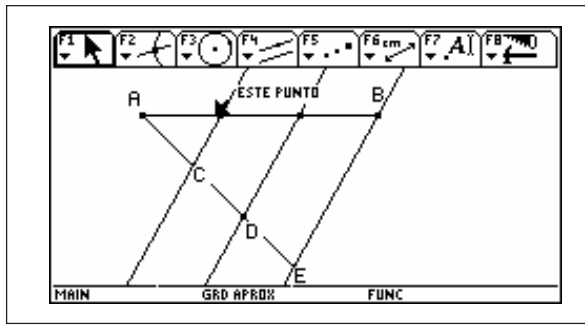
Se traza un segmento AB, cualquiera. Por A se traza una semirrecta en la dirección que se desee, secante al segmento AB en A. Sobre la semirrecta se ubica un punto C, distancia AC arbitraria.

Por C se traza una circunferencia o un arco simplemente con radio CA y se busca el otro punto de intersección D de la circunferencia con la semirrecta.

Luego, en D se hace una nueva circunferencia o un arco con radio DC y se busca el otro punto de intersección E con la semirrecta. Desde E y pasando por B se traza una recta. Luego, por D se traza una paralela a EB y después por C otra paralela. Se buscan los puntos de intersección de las paralelas trazadas por C y D y estos puntos sobre el segmento AB determinan las divisiones exactas que se buscan.



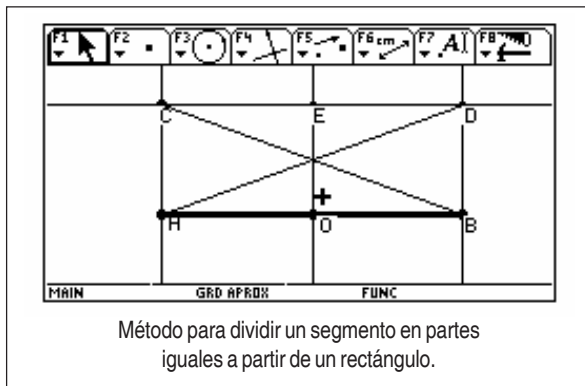
También aprovechando la opción SIMETRÍA se puede realizar ubicando el punto C, arbitrario, sobre la semirrecta que se traza por A. Se busca la imagen de A con respecto a C y da D, y de C con respecto a D para obtener E. Se une E con B y mediante la opción paralela se trazan por D y C paralelas que dan los puntos de corte sobre el segmento (F y G)



Estas paralelas determinan los puntos F y G sobre el segmento de recta AB dado, que en virtud de la semejanza de triángulos se puede escribir :

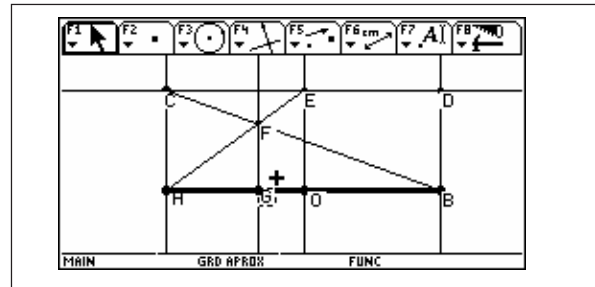
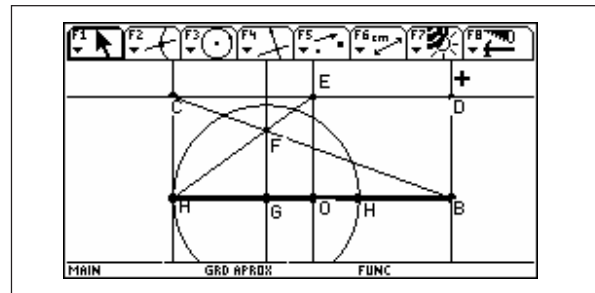
$$AF / AB = 1/3 \text{ y } AG / AB = 2/3.$$

Por lo tanto, los puntos F y G son las divisiones del segmento de recta AB en tres partes iguales. Este método es general. Aquí se ha presentado el ejemplo para la división de un segmento en 3 partes, pero se puede aplicar para cualquier número de partes iguales.

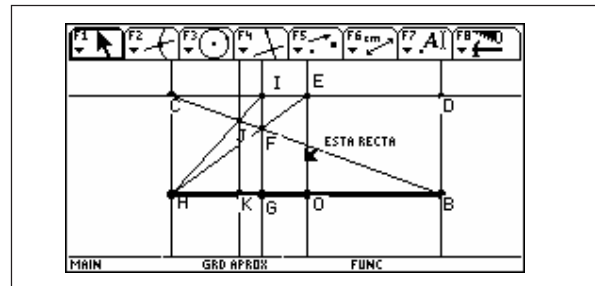


Para dividir un segmento en dos partes iguales: Se traza un segmento AB. Por A y B se trazan perpendiculares al segmento. Se ubica C arbitrariamente. Por C se traza una paralela al segmento AB y se busca el punto D. Se calcula el punto medio de las diagonales AD y BC y por este punto se traza una perpendicular a AB y se etiqueta con O. $AO = OB$

Para dividir en tres partes iguales el segmento: sobre la gráfica anterior se busca E. Se une A con E y se busca el punto F de intersección con la diagonal CE. Por F se traza una perpendicular al segmento AB y se busca G que es la tercera parte del segmento. Para buscar el otro punto se traza una circunferencia con centro en G y radio GA y se etiqueta H.

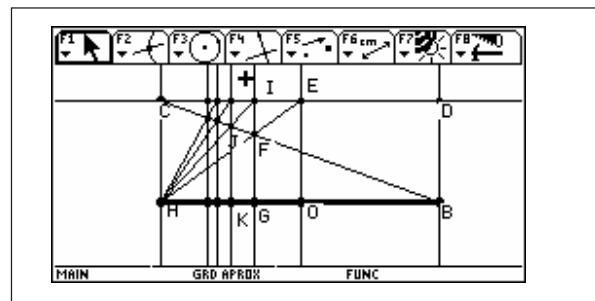


Para dividir en cuatro partes iguales, se realiza lo siguiente: Sobre la perpendicular trazada por F se busca el punto de intersección I que está en la recta paralela CD. Uno A con I y se ubica punto de intersección con la diagonal CB en J. Por J se traza una perpendicular a AB y se busca el punto K que está ubicado en la cuarta parte de AB desde A.



Al medir AK se hace igual a KO ya que O es el punto medio del segmento AB.

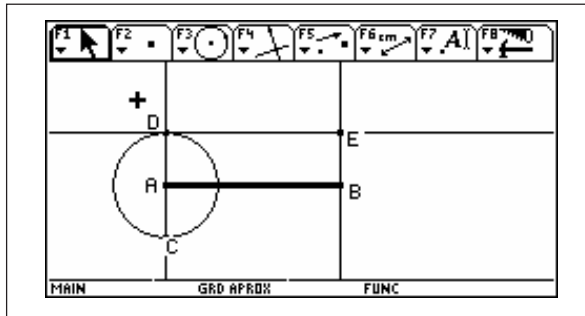
La construcción para seguir dividiendo un segmento en cinco, seis... partes iguales, se procede en forma secuencial a partir de la forma inmediatamente anterior, buscando las intersecciones con la diagonal CB como se muestra en la gráfica siguiente:



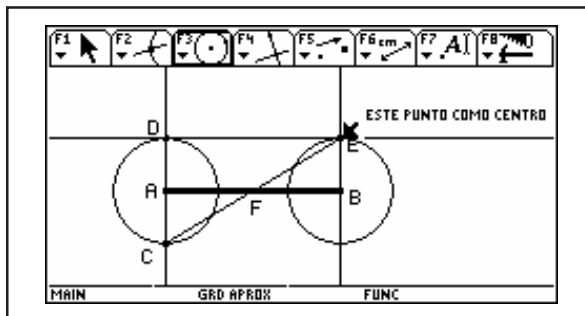
Presentación de la creación o nuevo diseño gráfico para dividir el segmento en n partes iguales

Para dos divisiones:

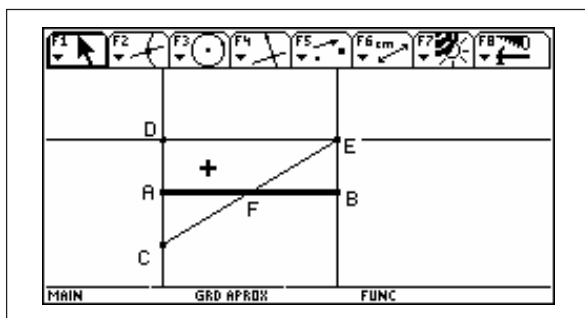
Se traza segmento AB. por "A" se traza perpendicular a AB y se ubica C arbitrariamente. Por B, se traza paralela a la recta AC. por "A" se traza circunferencia con radio igual a AC y se busca "D". por "D" se traza paralela al segmento AB y se busca punto de intersección E.



Luego se traza el segmento CE que divide al segmento AB en dos partes iguales. Inicialmente lo hicimos con una circunferencia con centro e "B" y radio CE.

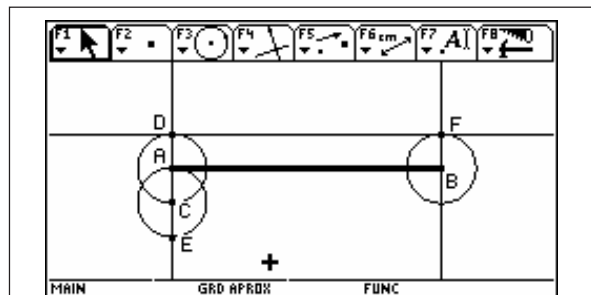


A partir de la opción simetría del software CABRĪ, se trabajó así: Segmento AB; perpendicular por A; ubicar arbitrariamente C y buscar simetría de C con respecto a A para encontrar D; paralela a AB por D para buscar E. Unir C y D para encontrar F. Se determina por medidas que $AF = FB$.

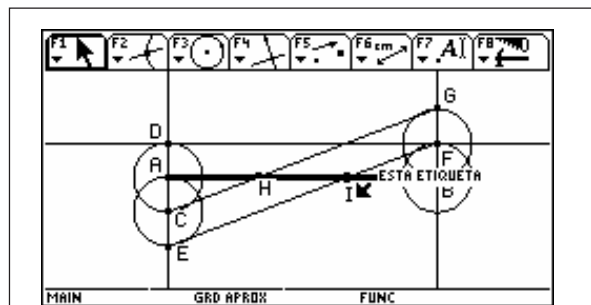


¿Cómo dividir un segmento en tres partes iguales, de una forma más simplificada?

Veamos la manera del proceso para dividir un segmento en el número deseado de partes iguales.



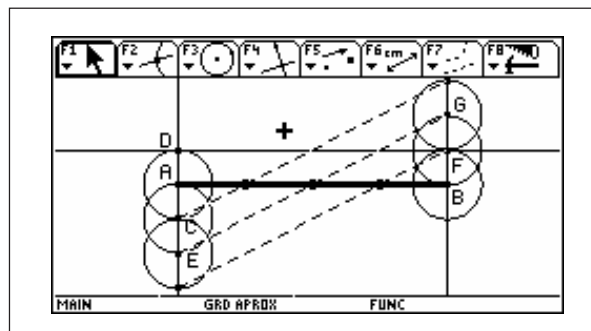
Se traza segmento AB. En A perpendicular al segmento AB. Por B se traza paralela a la perpendicular. Se ubica C arbitrario. Se traza circunferencia en A con radio AC y se buscan punto de intersección D. En C se traza circunferencia con radio CA para buscar E. Por D se traza paralela a AB y se busca F.



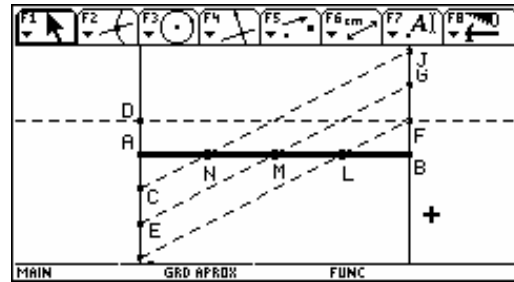
Luego en F se traza circunferencia con radio FB y se busca punto de intersección G. Unimos G con C y se obtiene H. Unimos F con E y se obtiene I.

Al medir los segmentos AH, HI, IB nos da la misma medida de los tres.

Si se quiere dividir en cuatro partes el segmento AB, se hace la siguiente construcción:



Aprovechando la opción SIMETRÍA del software CABRÍ para dividir en cuatro partes iguales el segmento AB. El punto D es simétrico de C sobre A. E es simétrico de A sobre C. H es simétrico de C sobre E. G es simétrico de B sobre F. J es simétrico de F sobre G.



Resumen

PARA DIVIDIR UN SEGMENTO EN ... PARTES	SE TRAZAN ... PUNTOS SOBRE LAS SEMIRRECTAS
2	1
3	2
4	3
5	4
6	5
...	...

Demostración:

Dado el segmento AB :

Supuestos : AC II BD

Triángulo CAE semejante triángulo DBE

$$\text{luego : } \frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BE}$$

intercambiando extremos se obtiene :

$$\frac{BE}{AE} = \frac{BD}{AC}$$

sumando a cada antecedente su consecuente :

$$\frac{BE + AE}{AE} = \frac{BD + AC}{AC}$$

reemplazando se obtiene :

$$\frac{AB}{AE} = \frac{(n-1)a + a}{a}$$

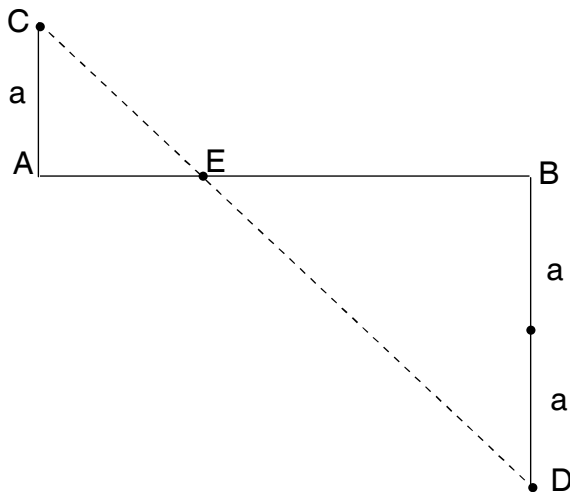
Por lo tanto: $\frac{AB}{AE} = n$ l.q.q.d.

La figura muestra el caso particular para n=3 (para n=2 y sus potencias se resuelve con la mediatriz), sin embargo este método es general.

El nuevo método. Demostración analítica

Para resolver el problema de la división de un segmento en **n** partes ($n \in \mathbb{N}$) se ha ideado el siguiente nuevo método:

Por el extremo A de un segmento de recta AB de longitud **l**, se levanta una perpendicular, sobre la cual se traza una medida de longitud **a** desde A hasta (dígase) C. Por el extremo B se traza otra perpendicular, pero de sentido contrario a la primera. Sobre esta perpendicular se toman **n-1** medidas de longitud **a**, desde B hasta (dígase) D. Por último, se une C con D. El punto E es la intersección de CD con AB que determina la **n**ésima parte del segmento AB. Es decir, $AE = AB/n$.



Referencias Bibliográficas

BRUÑO, G.M. *Geometría Curso Superior*. 14 Edición. Editorial Bedout. Medellín, Colombia. 1965.

CARMONA, RAFAEL E. (s.a) *Geometría Racional*. Editorial Edilibro. Bogotá, Colombia.

LANDAVERDE, F.J. (s.a). *Curso de Geometría*. 1 Edición. Editorial Retina. Bogotá, Colombia.

MEN (2003). *Tecnología computacional en el currículo de matemáticas*. Enlace editores. Bogotá D.C., Colombia.

MOISE, EDWIN E.; DOWNS, FLOYD L. JR. (1972). *Geometría*. Serie Matemática Moderna. Vol IV. Editorial Norma. Cali, Colombia.

POLYA, G. (1978). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas, México.