

# Curso fractales en la licenciatura: una experiencia didáctica

PROFESORES UNIVERSIDAD  
PEDAGÓGICA NACIONAL

JORGE EDGAR PÁEZ ORTEGÓN  
CLAUDIA PATRICIA ORJUELA OSORIO  
CLARA EMILSE ROJAS MORALES

## Abstract

Este documento presenta una propuesta de incorporación de la temática Fractales al currículo de la Licenciatura en Matemáticas en el marco de la formación de profesores, de tal manera que brinda a los estudiantes la posibilidad de introducirse en las matemáticas del siglo XXI ampliando la visión sobre éstas, ofreciendo nuevos ambientes y experiencias de aprendizaje.

## Introducción

Un objetivo en la enseñanza de la geometría es proporcionar una adecuada visión del espacio, sin embargo, muchos de los elementos de la naturaleza no se pueden describir por medio del estudio clásico de la geometría Euclidiana, surgiendo de esta manera un nuevo campo de investigación denominado geometría fractal<sup>1</sup>. Actualmente se encuentran diversos trabajos de investigación sobre la temática de fractales, desde una perspectiva de índole matemático y otros a nivel didáctico.

Los fractales atraen la atención de la sociedad en general, y no sólo la del matemático que encuentra en la geometría fractal un puente entre la geometría clásica y el análisis moderno. El color y la belleza de las formas geométricas despiertan en el artista un interés estético por las matemáticas, para el experto en informática los fractales ofrecen un extraordinario entorno en el que se puede explorar, crear y construir un nuevo mundo visual, a los estudiantes les da la posibilidad de introducirse en las matemáticas del siglo XXI y a los profesores se les presenta una oportunidad para innovar y cambiar la tradicional clase de geometría.

<sup>1</sup> "La Geometría Fractal, llamada también "Geometría de la Naturaleza", es un conjunto de estructuras irregulares y complejas descritas a través de algoritmos matemáticos y computacionales; los cuales reemplazan a los puntos, rectas, circunferencias y demás figuras provenientes de la matemática tradicional.

## Fractales en el currículo de la Licenciatura

Incorporar los fractales en la clase de matemáticas, permite hablar de geometría desde una perspectiva moderna, así mismo, es un elemento motivador para los estudiantes, debido a la estética implícita en las construcciones y a lo sugestivo de sus diseños, además es importante, tener en cuenta la motivación que tiene la utilización del computador.

Con la introducción de los fractales como objeto de estudio en el currículo de la Licenciatura en matemáticas, se manejan muchos conceptos que son propios de los currículos en matemáticas como son la iteración, las transformaciones geométricas lineales y no lineales, la semejanza, la homotecia, la convergencia y el límite, o el determinismo y el azar, permitiendo poner en juego estos conocimientos y a la vez mostrando relaciones entre estos tópicos. Las oportunidades para introducir elementos de geometría fractal en los espacios académicos del proyecto curricular son muchas, ya que se evidencia las conexiones con tópicos clásicos de la matemática.

Su incorporación al currículo de la licenciatura es pertinente porque enriquece los contenidos propuestos en los cursos tradicionales de geometría al aportar nuevos contextos de aprendizaje, familiarizando a los estudiantes con temas científicos recientes, generando en ellos una visión actual y moderna de la matemática. A través del estudio de los fractales, el concepto de dimensión cambia causando impacto en las concepciones que usualmente se conocen.

Parece, por tanto, conveniente ofrecer a los estudiantes del proyecto curricular, la posibilidad de acercarse a las nociones básicas del fractal. Esta aproximación puede hacerse a través de actividades exploratorias en las que juega un papel importante los computadores o las calculadoras gráficas; así mismo, el trabajo manipulativo con papel para la construcción de tarjetas fractales, enfatiza en los proceso de iteración y recursión; actividades de construcción y estudio de curvas fractales que involucran competencias de conteo y generalización, relaciones entre áreas y perímetros. Por otro lado, el impacto que generara la representación gráfica del fractal, produce el estudio analítico del objeto estimulando la formulación de modelos matemáticos o geométricos.

## Algunas preguntas de investigación

El incorporar los fractales en la licenciatura ha permitido formular y abordar algunas de las siguientes preguntas de investigación.

¿Cuáles son los elementos matemáticos que requiere un estudiante para acceder al concepto fractal? ¿Cómo afecta la incorporación de la tecnología el proceso de aprendizaje del concepto fractal? ¿Qué permanece invariante del objeto fractal en cada una de sus representaciones? ¿Cómo afecta la propuesta a la formación profesional del futuro docente de matemáticas? ¿Cómo se amplía el concepto de dimensión en los estudiantes, luego de estudiar a los fractales?

## A cerca del curso

A continuación se presenta a manera de síntesis algunos aspectos a destacar dentro el desarrollo del curso Fractales en la licenciatura, como temáticas abordadas, concepciones de los estudiantes, impacto en la comunidad académica, interdisciplinariedad, entre otras.

En el transcurso del semestre se abordaron tópicos como el concepto de fractal, construcción y estudio de fractales clásicos, dimensión fractal, iteración, conteo, serie geométrica, fractales estocásticos, L- Sistemas, aplicaciones y software para generarlos.

Una vez aprobado el curso electivo de fractales en la licenciatura, el equipo de estudio se dio a la tarea de indagar en los estudiantes su percepción acerca del curso y caracterizar las concepciones que tenían sobre los fractales.

Est 1 *“En mi formación como licenciado me contribuye que debo tener diversidad de conocimientos de algunos tópicos que algunos espacios académicos no se les da la suficiente importancia”*

Est 2 *“Desde que ingrese a la universidad he escuchado hablar acerca de fractales, lo cual con el correr del tiempo me ha causado cada vez más curiosidad; según lo que tengo entendido acerca de este tema considero que ayuda a mi formación en el campo de la geometría.”*

Est 3 *“Porque en el transcurso de la carrera no se ha tocado este tópico de la matemática y quiero conocer acerca de éste.”*

Las expresiones dadas permiten evidenciar la curiosidad e interés que se genera, la importancia en el fortalecimiento como profesional y futuro docente y además una oportunidad para estimular la formulación de modelos matemáticos o geométricos. Palabras que cobrarían fuerza cuando se culminó el curso.

Por otro lado, salta a la vista en las respuestas, que los estudiantes ven alejado la temática de Fractales con los conocimientos vistos o aprendidos en lo que llevan de la carrera de la licenciatura. Algunos, sin embargo, intuyen y relacionan a los fractales con los conocimientos matemáticos aprendidos hasta ahora. Esto se evidencia en:

Est 1 *“No he relacionado los fractales con algún conocimiento aprendido en los espacios académicos vistos hasta el momento.”*

Est 2 *“De pronto los fractales se pueden relacionar con la física... Calculo, topología, geometría, naturaleza... los relaciono con geometría, funciones, series y sucesiones”*

Al iniciar el curso se indagó sobre las **concepciones de dimensión** que tenían los estudiantes, un tópico que tiene algidez en cuanto a su comprensión.

Est 1: *“Mi idea intuitiva de dimensión es aquel espacio donde las figuras toman una forma mucho más abstracta.”*

Est 2: *“Se refiere al espacio en donde están los objetos”*

Est 3: *“No creo que exista la posibilidad que un objeto este entre 0 y 1, 1 y 2, dimensiones”*

A manera de conclusión, culminado el curso, a los estudiantes se les propuso expresar las competencias matemáticas y didácticas alcanzadas durante el desarrollo de éste.

Est 1: *“El concepto de dimensión cambio luego de haber estudiado la dimensión fractal y este espacio me permitió ampliarlo”.*

Est 2: *“A pesar que el curso fractales aparece como electiva en la licenciatura; el apoyo que nosotros le podemos dar al espacio académico es muy importante ya que con el tiempo podría ser parte del currículo al igual que lo son Geometría, Cálculo, Algoritmos, algebra lineal, entre otros, dejando de ser una electiva y a futuro dicha temática sea estudiada por los estudiantes de la básica”.*

Est 3: “El haber tomado esta electiva creó en mí el interés de seguir promoviendo el hecho de cada día más personas conozcan sobre esta área, al igual fractales paso de ser sólo una palabra a ser un conjunto de conceptos y modelos que aparte de pertenecer a una rama de las Matemáticas también hace su aporte a otras como por ejemplo sucesiones y series, números Irracionales entre otros”

Tendiendo en cuenta lo planeado y desarrollado con los estudiantes se continuó con el curso electivo ya que generó gran impacto en ellos ampliando su visión acerca de la matemática y su aplicabilidad en

otros campos. Hasta el momento se ha realizado este proceso por tres semestres, en los cuales los estudiantes se han apropiado de la temática al punto de producir unidades didácticas, experiencias de aula, trabajos de grado; con un alcance tal que hasta en eventos, seminarios, congresos se ha mostrado el producto de ésta experiencia.

## Referencias bibliográficas

Moreno, J. (2002). “Experiencia Didáctica en matemáticas: construir y estudiar fractales”. En: Revista Suma. No. 40. Junio. pp. 91-104.

Otto, H & Jurgens, H. (1991). Fractals for the class room, strategic activities. Vol. 1 y 2. New York: Springer Verlag.

## La evaluación de la competencia curricular en el contexto de la educación por competencias y los procesos de inclusión

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

JORGE ELIÉCER VILLARREAL FERNÁNDEZ  
Jorgevf2003@yahoo.es

Los procesos de inclusión educativa se han venido desarrollando en nuestro país a partir del desaparecimiento de las escuelas especiales y la integración de los niños con necesidades educativas especiales a las aulas regulares. Los conflictos más grandes que se han presentado en estas aulas inclusivas tiene que ver con el cómo desarrollar los procesos cognitivos en niños con discapacidad cognitiva, sobre todo con la posibilidad de promoverse a los grados siguientes sin tener que aparecer la leyenda tan conocida últimamente “promovido al grado siguiente sin logros por decreto 0230 de 2002”.

Para incluir a estos niños se han venido planteando algunos instrumentos que intentan medir sus potencialidades para, a partir de allí, implementar adaptaciones curriculares en el ámbito grupal e individual. Uno de estos instrumentos, el esencial, es la evaluación psicopedagógica que tiene como objetivo ubicar al niño frente a los procesos de pensamiento que maneja, a las dimensiones del desarro-

llo humano, los tipos de inteligencias que ha desarrollado, los estilos y ritmos de aprendizaje y la **evaluación de la competencia curricular**, la cual alude a la manera como el estudiante se desempeña dentro del currículo, esto es, directamente a los aprendizajes con relación a los conocimientos del área contemplados en el plan de estudios del grado escolar en el que se encuentra ubicado. Esta evaluación debe ser realizada por los maestros de grado y aula con el apoyo de las docentes de apoyo de las instituciones y, además, de las Unidades de Atención Integral interdisciplinarias.

El siguiente cuadro muestra los puntos a evaluar en la competencia curricular:

COMPETENCIAS	DIMENSIÓN	DOMINIOS	NIVELES	CRITERIOS
Pensamiento matemático	Pensamientos numérico, geométrico, medicinal, aleatorio, variacional	Resolución y planteamiento de problemas, razonamiento, modelación, comunicación, procedimientos.	Adquisición	Comprensión e interpretación
			Uso	Aplicación de diversas estrategias
			Explicación	Justificación y generalización de soluciones
			Control	Verificación e interpretación

El objeto del aprendizaje es la competencia, definida como “la capacidad con la que un sujeto cuenta para constituir, fundamentalmente unos referentes que permitan visualizar y anticipar énfasis en las propuestas curriculares ya sea alrededor de proyectos pedagógicos o de trabajos a nivel de talleres dentro del área de las matemáticas”. La competencia de pensamiento matemático está constituida por las subcompetencias de: pensamiento numérico, espacial, medicinal, aleatorio y variacional, tal