

Explorar e Investigar em Matemática: Desafio para Alunos e Professores

João Pedro da Ponte

Universidade de Lisboa
jponte@fc.ul.pt

Resumo

Esta conferência analisa as relações entre pesquisar, ensinar e aprender no ensino-aprendizagem da Matemática e na actividade profissional do professor. Atenção especial é dada ao conceito de tarefa, considerando o papel dos exercícios, problemas, investigações e explorações no ensino desta disciplina. Recorrendo a exemplos de actividades realizadas por professores de Matemática portugueses, analiso a actividade de aprendizagem suscitada por tarefas de exploração/investigação e discuto as respectivas potencialidades. Finalmente, refiro as condições respeitantes à cultura profissional dos professores que podem favorecer uma actividade de pesquisa sobre a sua própria profissional, com relevo para a colaboração e a dimensão associativa.

Palavras-chave: Investigações matemáticas, Explorações, Exercícios, Problemas, Tarefas, Currículo de Matemática.

Tradicionalmente, ensinar e investigar ou pesquisar são vistos como actividades distintas. O que o “pesquisador” descobre ou inventa, o professor, noutro tempo e noutro contexto, ensina aos seus alunos. Esta separação entre pesquisar e ensinar tem vindo a ser questionada, do mesmo modo que se tem vindo a pôr em causa a existência de uma separação total entre pesquisar e aprender. Afinal, quem pesquisa está a procurar aprender e quem aprende tem muitas vezes interesse em pesquisar. Deste modo, proponho-me visitar os conceitos de pesquisar, ensinar e aprender, analisando como se podem interligar no processo de ensino-aprendizagem da Matemática e na actividade profissional do professor desta disciplina e ilustrando com exemplos de actividades e projectos da educação matemática portuguesa.

Pesquisar, ensinar e aprender

Pesquisar. Existem muitas perspectivas sobre o que é pesquisar ou investigar. Tal como acontece com muitas outras palavras, “pesquisar” pode assumir múltiplos significados. Em muitas áreas do saber, constituíram-se poderosas comunidades académicas que reivindicam para si um estatuto especial e que de algum modo se apropriaram deste termo como se tivessem o seu exclusivo. Geram-se então diversos mitos:

Pesquisar é uma actividade transcendente, que envolve o uso de metodologias sofisticadas, requer recursos especiais e uma longa preparação prévia.

Pesquisar é uma actividade reservada a um grupo especial de pessoas, os “pesquisadores profissionais”.

Ensinar e pesquisar são duas actividades contraditórias, que não se conseguem fazer em simultâneo sem comprometer a qualidade de uma, de outra, ou das duas.

Existe certamente a “grande pesquisa”, que se realiza nas universidades, empresas e laboratórios. No entanto, é redutor afirmar que, pelo simples facto dessa pesquisa existir, ser legítima e ser útil, mais nenhuma pode existir. Ao lado dessa “grande pesquisa” podem e devem existir outras formas de indagação, feitas pelos mais diversos actores sociais. Na verdade, “pesquisar” não é mais do que procurar compreender de modo aprofundado, procurar encontrar soluções adequadas para os problemas com que nos deparamos. Trata-se de uma capacidade de primeira importância para todos os cidadãos, que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores como dos alunos.

As actividades de pesquisar e ensinar não são necessariamente contraditórias. Eu próprio tenho retirado muitos benefícios para a minha actividade de pesquisa do contacto com os meus alunos, pelo desafio que eles colocam às minhas ideias e argumentos e pelas perguntas pertinentes que frequentemente obrigam a repensar os problemas. De modo semelhante, penso que a minha actividade como docente tem beneficiado fortemente do que tenho aprendido como pesquisador. Aliás, existem exemplos clássicos na história da ciência de influências mútuas entre os papéis de professor e pesquisador. Um deles, por exemplo, diz respeito a Lobachevsky. Foi o seu trabalho como professor de Geometria que o levou a olhar de modo mais atento para o V Postulado de Euclides e a procurar formas sugestivas de o explicar aos seus alunos. Esse postulado desde há muito incomodava os matemáticos, por diversas razões, e muitos deles interrogavam-se se não seria possível deduzi-lo dos restantes. Foi também isso que tentou fazer Lobachevsky e, quando se convenceu da impossibilidade dessa dedução, resolveu experimentar as consequências de assumir um postulado alternativo, concluindo pela possibilidade da existência de Geometrias não euclidianas. Algo de semelhante aconteceu com o químico Mendeliev, que teve a ideia da construir uma tabela para melhor explicar as propriedades dos elementos então conhecidos aos seus alunos. A tabela periódica viria a ser um dos pilares fundamentais da Química moderna, levando à descoberta de novos elementos e novas propriedades e sugerindo muitas pistas para a compreensão da estrutura da matéria.

Aprender. Do mesmo modo, existem muitos significados para o termo “aprender” e muitas visões sobre como se aprende. Na visão dos saudosistas da escola do passado, aprender é sobretudo adquirir conhecimentos, quer factuais – a tabuada, as definições, o enunciado das regras e dos teoremas, etc., – quer processuais – por exemplo, como efectuar um cálculo numérico ou algébrico, como determinar uma derivada ou um integral. Para outros, a aprendizagem é um fenómeno natural, que acontece constantemente no nosso dia-a-dia, uma vez que todos aprendemos a falar, todos aprendemos as regras básicas do comportamento social, etc. Não faltam as visões limitadas, que salientam um ou outro aspecto desse processo multifacetado e complexo que é aprender, apresentando uma perspectiva parcial e limitada. Na verdade, o que está em causa na aprendizagem escolar da Matemática é o desenvolvimento integrado e harmonioso de um conjunto de competências e capacidades, que envolvem conhecimento de factos específicos, domínio de processos, mas também capacidade de raciocinar e de usar esses conhecimentos e processos em situações concretas, resolvendo problemas, empregando ideias e conceitos matemáticos para lidar com situações muito diversas, de modo crítico e reflexivo.

Ensinar. Finalmente, existem muitas acepções do que é ensinar e do que é ser professor. Para muitos, será sobretudo apresentar a matéria, em frente do quadro ou, de modo mais sofisticado, com retroprojector ou PowerPoint. Nesta perspectiva, ensinar e aprender são independentes – o professor pode ensinar sem que os alunos aprendam. Mas também se pode assumir a perspectiva oposta – se os alunos não aprenderam, é porque o professor não ensinou. Falou, gesticulou, escreveu no quadro, possivelmente esforçou-se, mas falhou na sua função. Se partirmos do princípio que o professor existe para que os alunos aprendam e se estes não aprenderam, então ele não ensinou. Nesta perspectiva, ensinar é algo bastante mais complexo do que apenas transmitir conhecimentos e a função fundamental do professor, por onde é preciso avaliar os resultados do seu trabalho, é a promoção da aprendizagem dos seus alunos.

Diferentes tipos de tarefas

O ensino-aprendizagem da Matemática assenta na actividade que os alunos levam a cabo na sala de aula e esta, por sua vez, depende muito das tarefas apresentadas pelo professor. A disciplina de Matemática tem as suas tarefas características, sendo o exercício¹ a mais conhecida de todas. No entanto, há outros tipos de tarefa, como os problemas e as pesquisas. Por vezes também se fala em tarefas de modelação e projectos. É de notar que as características de uma tarefa não são absolutas mas relativas à pessoa que a realiza. Assim, uma mesma questão pode constituir para uma pessoa um problema e para outra um exercício, etc.

Uma tarefa tem quatro dimensões fundamentais: O grau de complexidade, a estrutura, o contexto referencial e o tempo requerido para a sua resolução. Conjugando as duas primeiras dimensões, obtemos quatro tipos básicos de tarefa, como mostra a Figura 1.

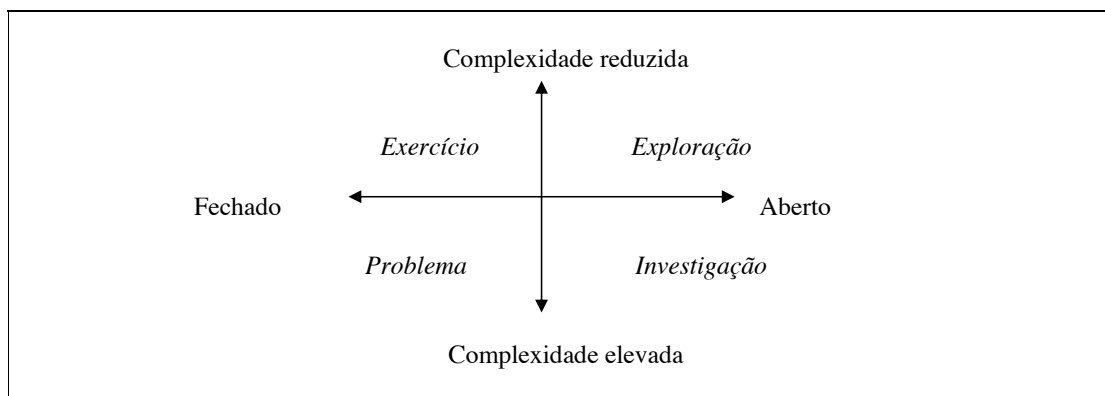


Figura 1 – Diversos tipos de tarefas, segundo a complexidade e a abertura.

Observando este esquema, concluímos que: os *exercícios* são tarefas sem grande complexidade e estrutura fechada; os *problemas* são tarefas também fechadas e com elevada complexidade; as

¹ Note-se que não é só em Matemática que se fazem exercícios. Há exercícios em todas as disciplinas, das línguas à Educação Física, passando pelas ciências como a Física e a Química, e até nas artes como a Música, a Dança e o Teatro.

investigações têm um grau de complexidade elevado e uma estrutura aberta; e, finalmente, as *tarefas de exploração* são também abertas mas relativamente pouco complexas.

Muitas vezes não se distingue entre tarefas de pesquisa e de exploração, chamando-se “investigações” ou “pesquisas” a todas elas. Isso acontece, muito provavelmente, porque é difícil saber à partida qual o grau de complexidade que uma tarefa aberta terá para um certo grupo de alunos. No entanto, dada a importância desta característica das tarefas, é preferível termos uma designação para as tarefas abertas menos complexas (explorações) e outra designação para as mais complexas (investigações).

Um *projecto*, no fundo, não é mais do que uma tarefa de investigação com um carácter relativamente prolongado. De facto, uma pesquisa chama-se muitas vezes “projecto de investigação” e pode demorar anos a concluir. Outras pesquisas demoram um tempo relativamente curto, podendo realizar-se numa aula ou numa curta sequência de aulas. Tanto o projecto como a pesquisa comportam um carácter aberto – uma vez definida a ideia central, a concretização do objectivo requer ainda muito trabalho – e têm um grau de dificuldade considerável na procura da metodologia de trabalho, na superação das dificuldades, na organização do material recolhido, em tirar conclusões, etc. O projecto, de resto, é um excelente exemplo de uma tarefa de longa duração enquanto que as actividades de natureza estruturada, por via de regra, são para resolver num prazo relativamente curto. Deste modo, a dimensão tempo assume também um papel chave na caracterização das tarefas.

A outra dimensão das tarefas diz respeito ao contexto referencial: a tarefa pode ser contextualizada numa *situação da realidade* ou formulada em termos *puramente matemáticos*. Skovsmose (2000) indica ainda um terceiro tipo de situações, a que chama de “*semi-realidade*”, que à primeira vista parecem reais mas que, na prática, são abstractas, pois nelas não há que atender às propriedades dos objectos excepto aquelas que o contrato didáctico indica serem relevantes para a respectiva resolução. As tarefas formuladas em termos de realidade ou semi-realidade que aparecem no ensino da Matemática constituem exercícios, problemas, explorações e pesquisas, dependendo do seu grau de complexidade e da sua abertura.

Muitos trabalhos têm sido feitos em Portugal dando atenção ao processo de pesquisa em Matemática. Temos hoje já uma noção bastante clara do papel dos problemas, das diversas fases de um processo típico de pesquisa, da formulação de questões até à produção, teste e refinamento de conjecturas, e daí às tentativas de prova e ao processo de divulgação de resultados (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003). Temos também uma boa noção do papel dos aspectos conscientes e inconscientes desse processo e da sensibilidade estética e sabemos que existem diferentes estilos cognitivos, ou seja diferentes modos de pensar e de criar em Matemática (Burton, 2001; Davis & Hersh, 1995; Hadamard, 1945; Oliveira, 2002; Poincaré, 1996).

É de notar que as tarefas, embora sejam importantes, não determinam por si só o que acontece na sala de aula. Uma mesma tarefa pode dar origem a situações de aprendizagem muito diversas, dependendo do modo como é apresentada aos alunos, do modo como estes aceitam o desafio que lhes é proposto e do modo como evolui a situação de trabalho na sala de aula. Trata-se de questões que vamos analisar a partir de exemplos.

A concluir

Procurando defender a ideia que pode haver uma ligação estreita entre ensinar, aprender e pesquisar, apresentei diversas situações em que os alunos fizeram explorações e investigações matemáticas na sala

de aula. Referi, também, diversas experiências em que os professores pesquisaram a sua própria prática e sublinhei a importância da dimensão colaborativa. Indiquei, finalmente, o papel da dimensão institucional e associativa para o desenvolvimento de uma nova cultura profissional, onde a teoria e a prática surjam ligadas de modo mais estreito. Baseei a minha argumentação numa perspectiva dessacralizada da pesquisa, como uma actividade onde todos podem participar, em contraponto com uma perspectiva elitista e restritiva, que reserva esta actividade para os “pesquisadores profissionais”.

No entanto, antes de concluir, parece-me ser necessário sublinhar que, apesar de defender uma perspectiva alargada da pesquisa, isso não significa que subscreva a banalização deste conceito. A pesquisa requer uma racionalidade muito diferente da simples opinião. Pressupõe, da parte de quem a realiza, um esforço de clareza nos conceitos, nos raciocínios e nos procedimentos. Exige reflexão, debate e crítica aprofundada pela comunidade dos pares. Isso requer, naturalmente, que as ideias sejam apresentadas de forma suficientemente detalhada e rigorosa para poderem ser compreendidas e debatidas. Requer uma racionalidade argumentativa mais sólida do que a simples justificação *ad hoc* e exige que se saiba qual o paradigma ou enquadramento teórico geral por onde essa racionalidade pode ser aferida.

Pesquisar não resulta de se conhecer e aplicar umas tantas técnicas de recolha de dados, sejam questionários ou entrevistas, e de fazer uma análise estatística ou de conteúdo. Pelo contrário, pressupõe sobretudo uma atitude, uma vontade de perceber, uma capacidade para interrogar, uma disponibilidade para ver as coisas de outro modo e para pôr em causa aquilo que parecia certo. Pesquisar envolve três actividades complementares: estudar, conversar e escrever. Estudar – autores clássicos e autores modernos, autores da nossa área e autores que nos são exteriores, é fundamental para nos abirmos para o mundo, para acompanharmos o movimento intelectual contemporâneo, ao mesmo tempo que preservamos a essencial da nossa herança cultural. Conversar – com colegas, com outros actores educativos, com os nossos alunos, trocando impressões, ouvindo – é essencial para compreender os seus pontos de vista e formular a nossa perspectiva cada vez com mais clareza. Escrever – pondo preto no branco as nossas experiências, as nossas práticas, os nossos desejos e frustrações – permite que as nossas ideias sejam conhecidas e discutidas dentro e fora da comunidade profissional. Só desse modo podemos chegar ao fundo das coisas, só desse modo podemos construir uma cultura marcada pelo profissionalismo, pela capacidade crítica e pelo rigor. Enfim, a pesquisa não é certamente a solução que vai resolver em definitivo todos os problemas da educação. Sabemos bem que tal solução não existe. A pesquisa tem as suas potencialidades mas também tem os seus limites. Mesmo no ensino, é útil para atingir certos objectivos, mas não o será para outros. Nem tudo se pode aprender através da pesquisa. No entanto, isso não invalida a ideia que se trata de uma poderosa forma de construção do conhecimento tanto para o aluno como para o professor, que importa, por isso, promover no ensino da Matemática e na cultura profissional dos professores.

Referências

Almiro, J. P. (2005). *Materiais manipuláveis e tecnologias na aula de Matemática*. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 275-316). Lisboa: APM.

Boavida, A. M., & Ponte, J. P. (2002). *Pesquisa colaborativa: Potencialidades e problemas*. In GTI (Ed.), *Reflectir e pesquisar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.

Burton, L. (1984). *Thinking things through: Problem solving in mathematics*. London: Simon & Schuster.

Burton, L. (2001). *Research mathematicians as learners – and what mathematics education can learn from them*. *British Educational Research Journal*, 27(5), 589-599.

Davis, P., & Hersh, R. (1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva.

GTI (Ed.). (2002). *Reflectir e pesquisar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM.

GTI (Ed.). (2005). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM.

Hadamard, J. (1945). *Psychology of invention in the mathematical field*. Princeton: Princeton University Press.

Oliveira, P. (2002). *A investigação do professor, do matemático e do aluno: Uma discussão epistemológica* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa, disponível em <http://ia.fc.ul.pt/>).

Paula, I. (2005). *Utilização de portefólios como processo integrador da aprendizagem e da avaliação em Matemática*. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 191-216). Lisboa: APM.

Poincaré, H. (1996). *A invenção matemática*. In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte (Eds.), *Pesquisar para aprender Matemática* (pp. 7-14). Lisboa: Projecto MPT e APM.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.

Rocha, A., & Fonseca, C. N. (2005). *Discutir Matemática: Um contributo para a aprendizagem*. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 317-353). Lisboa: APM.

Skovsmose, O. (2000). *Cenários para pesquisa*. *Bolema*, 14, 66-91.