

# Una experiencia multirepresentacional en cálculo

Carlos Javier Rojas Álvarez

Universidad del Norte  
crojas@uninorte.edu.co

## Resumen

La propuesta de este trabajo fue presentar a los alumnos algunos de los objetos del cálculo (integral definida, derivada parcial, optimización restringida y no restringida y la integral doble) a través de varios sistemas de representación (gráfico, tabular y simbólico) con la ayuda del Winplot. La experiencia está enmarcada en la línea de investigación denominada *uso de tecnologías computacionales en el aula*.

La experiencia se aplicó a un grupo de 21 alumnos en la asignatura Matemáticas III de tercer semestre del programa de administración de empresas. Los resultados muestran que el uso del winplot y de las múltiples representaciones de los objetos matemáticos estudiados fue un factor motivante. En opinión de los alumnos, la metodología empleada permitió una mayor comprensión de los temas estudiados.

**Palabras claves:** winplot, sistemas de representación.

## Introducción

Uno de los factores de la no comprensión de los objetos matemáticos (conceptos, postulados, teoremas) es la preferencia que tradicionalmente tienen los maestros por la representación simbólica cuando le presentan a sus alumnos dichos objetos matemáticos.

Afortunadamente, en los últimos 25 años se está presentado un interés en los niveles conceptuales de los objetos matemáticos, motivado, por una parte por el avance en las tecnologías computacionales, y por el otro, los aportes de la Psicología, la Semiótica, entre otras. Las nuevas tecnologías computacionales facilitan la presentación de los objetos matemáticos a través de la representación gráfica, tabular y simbólica, permitiendo una mayor adquisición conceptual por parte del alumno, si este último tiene interés por aprender.

Es por ello que este trabajo, aprovechando las bondades del software matemático Winplot, se les presentó a los alumnos la oportunidad de articular los distintos sistemas de representación de los objetos matemáticos estudiados en el curso de Matemáticas III.

## Referentes teóricos

La informática y las nuevas tecnologías se han instalado en todos los niveles de la educación, sin embargo, como afirma Ruiz A, la incursión de los computadores en la escuela no garantiza que los procesos educativos se vean favorecidos (1994, ?). El uso de las tecnologías computacionales en la labor docente conlleva un replanteamiento en los objetivos, la metodología y la evaluación.

Pero, ¿qué se entiende por representación matemática?

Radford L., citado por Rico L., afirma que:

“Las representaciones matemáticas son todas aquellas herramientas –signos o gráficos- que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos, y con las cuales los sujetos abordan e interactúan con el conocimiento matemático, es decir, registran y comunican su conocimiento sobre las matemáticas. Mediante el trabajo con las representaciones las personas asignan significados y comprenden las estructuras matemáticas; de ahí su interés didáctico.”(?, 3)

En matemáticas, la visualización y el uso de múltiples representaciones de un objeto matemático son considerados como un fuerte soporte para la formación y comprensión de conceptos (De Faria, 2), de ahí la importancia de las tecnologías computacionales, ya que su potencialidad permite visualizar dichas representaciones. El efecto de la visualización dinámica e interactiva sobre la formación de imágenes conceptuales y la transición de representaciones gráficas - geométricas a simbólicas – algebraicas es innegable (MEN, 1999, 36).

## Metodología

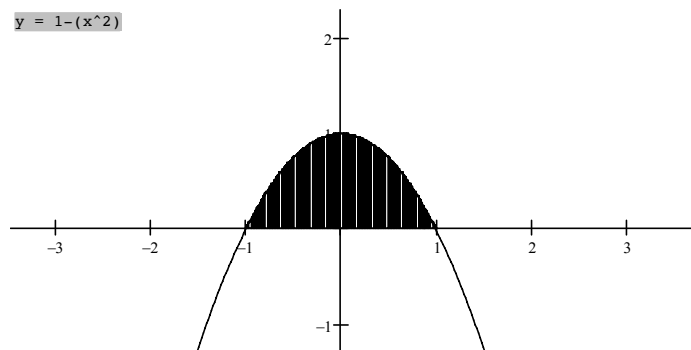
### La integral definida

El estudio de las integrales se le dificulta más a los alumnos que el de las derivadas, tal como lo menciona Turégano en un estudio que realizó sobre cálculo integral: “El trabajo tiene su origen en la reflexión que la investigadora, en un momento determinado de su práctica educativa, hace acerca del fracaso de sus alumnos en la comprensión de los conceptos de *cálculo*, en general, y de la *integral definida*, en particular”. (1998, 233).

Por lo anterior, el estudio de las integrales se inició con la aplicación del método de Simpson para calcular el área de un rectángulo, de un triángulo rectángulo y de una silueta de manzana. Luego se les halló el área a las dos primeras figuras con el Winplot y posteriormente con las fórmulas de integración correspondiente.

Para ejercitar las fórmulas de integración, se les colocó en la web una serie de ejercicios como el siguiente:

Calcule el área de la región sombreada:



Las diversas regiones originaron integrales que se resolvían de manera inmediata, por sustitución o por el método tabular. Este mismo tipo de ejercicios se aplicó para el tema de área entre dos curvas. En cada caso el alumno debía comprobar en su domicilio si el ejercicio estaba correctamente resuelto para poderlo realizar luego en el tablero.

## Derivada parcial

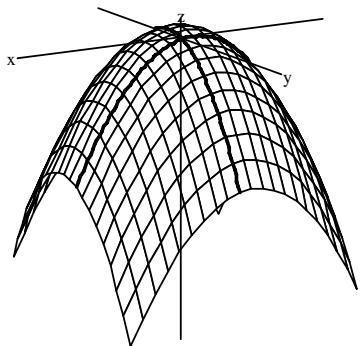
Para la derivada parcial se plantearon ejercicios de la siguiente forma:

Sea  $C$  la curva de intersección del paraboloides  $z = 9 - x^2 - y^2$  con el plano  $x=1$ .

a. Halle las ecuaciones paramétricas de la recta tangente a la curva  $C$  en  $(1, 2, 4)$ .

Obtenga la ecuación de la curva  $C$  e identifíquela en la gráfica.

Dibuje el plano  $x=1$  y la recta tangente.



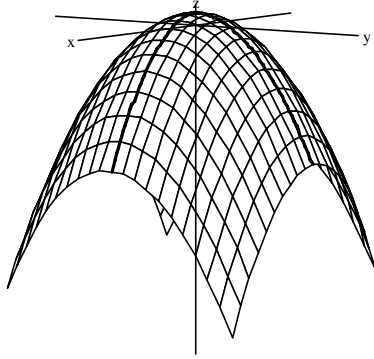
Se observa que para resolver el ejercicio el alumno debe proponer la derivada parcial correspondiente y tener claridad sobre la interpretación gráfica de la misma.

## Optimización

Para este tema se inició con ejercicios de la siguiente forma:

Clasifique el extremo relativo utilizando el análisis de las trazas: halle la ecuación de la curva, identifíquela en la gráfica, especifique el tipo de extremo de la curva y en qué dirección lo tiene. Al final concluya con la clasificación del punto con las tres coordenadas.

$$z = 9 - x^2 - y^2, (0,0)$$



Simultáneamente, cada ejercicio era resuelto tabularmente para la articulación de los dos sistemas de representación y finalmente, con el criterio de las segundas derivadas parciales.

## La integral doble

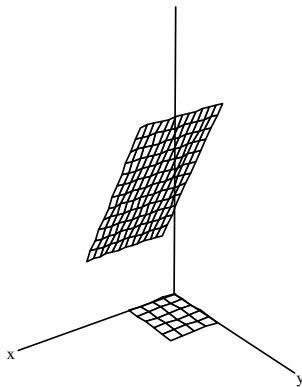
Esta unidad se inició con el siguiente ejercicio:

Plantee una integral doble para calcular el volumen de un prisma rectangular que tiene un volumen de 60 unidades cúbicas.

Posteriormente se plantearon ejercicios del siguiente tipo:

Calcule el volumen del sólido que tiene como base la región y altura dadas:

$$z = 2y$$



En cada unidad se observa que siempre se partió de la interpretación gráfica del objeto matemático para articularla con la representación simbólica o algebraica. En la unidad de optimización se usó también la representación tabular.

## Conclusiones

El uso de más de un sistema de representación permitió a los alumnos articular dichos sistemas, ya que en cada parcial ellos tenían que proponer la representación simbólica a partir de la interpretación gráfica.

La mortandad en este curso (4 de 21 retiraron la asignatura) 19,04%, ha sido la menor de los últimos cursos de matemáticas III a mi cargo, como lo muestra el siguiente cuadro:

Semestre	No. matriculados	Mortandad	% mortandad
I / 2005	39	18	46,15
I / 2005	35	12	34,28
I / 2006	35	15	42,85
I / 2006	37	17	45,94
II / 2006	21	4	19,04

Al final del curso se les realizó una encuesta escrita anónima acerca del uso del winplot. A la pregunta: ¿El uso del winplot en el estudio de los temas permitió una mayor comprensión de los conceptos y propiedades matemáticas de la asignatura? SI ( ) NO ( )

Todos respondieron que sí.

## Referencias bibliográficas

DE FARIA CAMPOS, Edison. *La tecnología y las múltiples representaciones*. P. 2 (Vía Internet).

[http://education.ti.com/downloads/pdf/latinoamerica/La\\_tecnologia\\_y\\_las\\_multiples\\_representaciones.pdf](http://education.ti.com/downloads/pdf/latinoamerica/La_tecnologia_y_las_multiples_representaciones.pdf)

MEN. *Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas*. Bogotá: Magisterio, 1999. (Lineamientos curriculares).

RICO, Luis. *Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática*. P. 3 (Vía Internet).

URL: [http://www.ugr.es/local/seiem/IV\\_Simposio.htm](http://www.ugr.es/local/seiem/IV_Simposio.htm)

RUIZ, Amelia. *Cómo incorporar la informática al quehacer pedagógico* En: II CONGRESO COLOMBIANO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA. (? : 1994 :Cali). Sena, 1994.

TURÉGANO M, P. *Del área a la integral: Un estudio en el contexto educativo*. En: Enseñanza de las ciencias. Vol. 16, No. 2 (1998); p. 233-249