

**ANÁLISIS DIDÁCTICO FENOMENOLÓGICO COMO INSTRUMENTO PARA LA
PLANIFICACIÓN CURRÍCULAR POR PARTE DE LOS DOCENTES DE
MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA**

FEDERICO MARÍN QUINTERO

LILIANA PATRICIA MACHADO ÁLVAREZ

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

MEDELLÍN

2015

**ANÁLISIS DIDÁCTICO FENOMENOLÓGICO COMO INSTRUMENTO PARA LA
PLANIFICACIÓN CURRÍCULAR POR PARTE DE LOS DOCENTES DE
MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA**

FEDERICO MARÍN QUINTERO

LILIANA PATRICIA MACHADO ÁLVAREZ

Proyecto para optar a título de Magíster en Educación Matemática

Director

EVELIO BEDOYA MORENO PhD

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

MEDELLÍN

2015

*A nuestros docentes y estudiantes
que han dejado huellas y grandes enseñanzas
en nuestras vidas*

*A todos aquellos docentes
que hacen de la enseñanza de las matemáticas
una nueva forma de comprender el mundo*

AGRADECIMIENTOS

A nuestro grupo de maestría por sus palabras de apoyo durante todo este proceso.

A nuestro asesor de tesis Doctor Evelio Bedoya Moreno por su acompañamiento y dedicación

A la coordinadora de maestría Ana Celi Tamayo por su paciencia, dedicación y empeño con nuestro proceso formativo

Al Gobernador de Antioquia, Doctor Sergio Fajardo por contribuir al cumplimiento de este sueño

RESUMEN

La planificación curricular (PC) constituye una de las actividades y competencias más importantes de los docentes en los distintos niveles de la educación escolar en general. Por esta razón en el trabajo de maestría que presentamos nos proponemos reflexionar con los participantes sobre los aportes que puede hacer el Análisis Didáctico Matemático (ADM) en general, y el Análisis Didáctico Fenomenológico (ADF) en particular, al desarrollo de los procesos de PC y de formación profesional relativa a la PC por parte de los docentes de matemáticas de EBP. Para esto nos enmarcamos en la propuesta teórica de los organizadores del currículo (Rico, 1998; Castro, 2001; Rico y Segovia, 2001; Bedoya, 2002) y sobre el ADF (Freudenthal, 1983; Puig, 1997). Desde el punto de vista metodológico se trabajó mediante estrategias de investigación y sistematización de experiencias educativas, que articulan en el diseño procesos de investigación acción y estudio de casos. Se llevaron a cabo talleres de formación docente en los que se propuso la planificación de una unidad didáctica (UD) sobre el CME (Conocimiento Matemático Escolar) de estadística descriptiva para grado quinto, a fin de analizarlas a la luz de las nociones conceptuales y concepciones de los maestros sobre el proceso de PC.

Palabras clave: Organizadores del currículo, Análisis Didáctico, Fenomenología Didáctica, unidad didáctica, planificación curricular.

ABSTRAC

Curriculum planning (PC) is one of the most important activities and competencies of teachers at different levels of school education in general. Therefore in the present work we propose mastery with participants reflect on the contributions they can make the Mathematical Analysis Teaching (ADM) in general, and teaching Phenomenological Analysis (ADF) in particular, the development of processes PC and training on the PC by math teachers EBP. For this, we framed in the theoretical proposal of the curriculum organizers (Rico, 1998; Castro, 2001; Rico and Segovia, 2001; Bedoya, 2002) and the ADF (Freudenthal, 1983; Puig, 1997). From the methodological point of view, we worked through strategies of research and systematization of educational experiences, articulating the design process and action research studies. They held workshops for teacher training in the planning of a teaching unit (UD) on the CME descriptive statistics for fifth grade was proposed in order to analyze them in the light of the conceptual notions and conceptions of teachers about PC process.

Keywords: Organizers of the curriculum, training analysis Phenomenology Teaching, Learning Unit, curriculum planning.

ÍNDICE

	<i>Pág.</i>
INTRODUCCIÓN	1
1. EL PROBLEMA	3
1.1. Planteamiento y formulación del problema	3
1.2. Justificación	6
1.3. Objetivos	10
1.3.1. Objetivo general	10
1.3.2. Objetivos específicos	10
2. MARCO DE REFERENCIA: CONTEXTUALIZACIÓN CURRICULAR	11
2.1. Lineamientos curriculares	12
2.2. Estándares básicos de competencias matemáticas	15
2.3. Instituto colombiano para la evaluación de la educación	17
2.4. Derechos básicos de aprendizaje	18
2.5. Planes de área institucionales	19
2.6. Libros de texto y libro del estudiante	22
3. MARCO CONCEPTUAL	25
3.1. Enfoque funcional de conocimiento matemático en la escuela	25
3.2. Análisis didáctico	28
3.2.1. Análisis didáctico curricular	29
3.2.2. Análisis de Contenido	31
3.2.3. Análisis Cognitivo	43
3.2.4. Análisis de instrucción	43
4. METODOLOGÍA	44
4.1. Marco metodológico	44
4.2. Diseño metodológico	48
4.3. Categorías de análisis	51

4.4. Contexto	52
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS	54
5.1. Conocimiento matemático escolar	55
5.2. Conocimiento del currículo	63
5.3. Enfoque funcional de conocimiento matemático	65
6. CONCLUSIONES, REFLEXIONES FINALES Y RECOMENDACIONES	69
6.1. Conclusiones	69
6.1.1. Conclusiones relativas al objetivo general y al primer objetivo específico	69
6.1.2. Conclusiones relativas al segundo objetivo específico	71
6.2. Reflexiones Finales y recomendaciones	78
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	80
ANEXOS	84

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura n° 1: Estructura conceptual Estadística Descriptiva	34
Figura n° 2. Ejemplo de situación personal	40
Figura n° 3. Ejemplo de situación educativo o laboral	41
Figura n° 4. Ejemplo de pregunta se situación pública	42
Figura n° 5. Ejemplo de situación problema científica.	43
Figura n° 6. Correspondencia entre fases del AD y I-A-P	47
Figura n° 7. Articulación SE, I-A-P y AD en las fases de la investigación	48
Figura n°8. Categorías de análisis	51

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla n° 1 Afirmaciones de aprendizaje para el pensamiento aleatorio	18
Tabla n° 2 Unidad n°5 Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos	21
Tabla n° 3 Unidad n°5 Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos	21
Tabla n° 4. Contextos y fenómenos	39
Tabla n° 5: Respuestas sobre el conocimiento matemático escolar. Conocimiento Conceptual	55
Tabla n° 6. Contenidos conceptuales de las unidades didácticas	57
Tabla n° 7. Respuestas sobre el conocimiento matemático escolar. Conocimiento Procedimental	58
Tabla n° 8. Contenidos procedimentales de las unidades didácticas	59
Tabla n° 9. Respuestas sobre el conocimiento matemático escolar. Sistemas de Representación	60
Tabla n° 10. Sistemas de representación de las unidades didácticas	61
Tabla n° 11 Conocimiento del Currículo. Entrevista docentes y análisis UD	63
Tabla n° 12 Conocimiento Didáctico del Contenido. Contextos de la estadística descriptiva	66
Tabla n° 13 Conocimiento Didáctico del Contenido. Fenómenos de la estadística descriptiva	68

ANEXOS

Anexo 1. Guion taller de formación docente

Anexo 2. Unidad didáctica (Docente 1)

Anexo 3. Unidad didáctica (Docente 2)

GLOSARIO

Organizadores del currículo: Fundamentos conceptuales y metodológicos de los criterios para la selección, secuenciación y organización de los contenidos; criterios para la organización, desarrollo y control del trabajo en el aula; para la decisión de prioridades en el proceso de construcción del conocimiento y en la asignación de significados por parte de los estudiantes; y, finalmente, criterios para valorar los logros en el aprendizaje para el tratamiento adecuado de los errores.

Análisis didáctico: Es un procedimiento fundamentado en la teoría de los organizadores del currículo que le permite al profesor de matemáticas, o cualquier área, diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas. El análisis didáctico, está formado a su vez por diferentes procedimientos según las distintas dimensiones de la noción de currículo

Análisis didáctico fenomenológico: Se refiere a una técnica para mostrar cuales son los sentidos con que se utilizan los conceptos y estructuras; pone el acento en el uso de aplicación de los conceptos, en los medios y en los modos en que, con ellos, se abordan distintas tareas y cuestiones cuando dan respuesta a determinados problemas, en definitiva, cuando contribuyen a la comprensión de ciertos fenómenos

Unidad didáctica: Una unidad didáctica es una estructura pedagógica de trabajo cotidiano en el aula; es la forma de establecer explícitamente las intenciones de enseñanza y aprendizaje que van a desarrollarse en el medio educativo. Es un ejercicio de planificación y concreción curricular y didáctica, realizado explícitamente, con el objeto de conocer el qué, quiénes, dónde, cómo y porqué del proceso educativo, dentro de una planificación estructurada del currículo.

Planificación curricular: Es el proceso de previsión de acciones que deberán realizarse en el aula con el fin de construir experiencias de aprendizaje deseables con los estudiantes. Es un proceso pedagógico que supone la conjugación eficaz de tres saberes distintos: el conocimiento de lo que se tiene que aprender, el de las personas

que van a aprenderlo y el de la pedagogía, en sus enfoques y en sus posibilidades didácticas.

INTRODUCCIÓN

La planificación curricular (PC) constituye una de las actividades y competencias más importantes de los docentes en los distintos niveles de la educación escolar en general. En el caso particular de la enseñanza de las Matemáticas en educación básica primaria (EBP), tanto empíricamente, así como resultado de estudios sobre formación docente, se ha encontrado que la PC y el desarrollo de competencias profesionales asociadas, constituye una de las actividades del profesor más complejas o exigentes y determinantes de los resultados de los procesos de enseñanza, aprendizaje y evaluación de los contenidos matemáticos escolares (CME) correspondientes (Rico, 1997; Bedoya, 2002; Corrales, 2013; Gómez, Lupiáñez y Rico, 2014). Es por esta razón que propusimos reflexionar sobre los aportes que puede hacer el Análisis Didáctico Matemático (ADM) en general, y el Análisis Didáctico Fenomenológico (ADF) en particular, concebidos como estrategia para el desarrollo de los procesos de PC y de formación profesional, a la PC por parte de los docentes de Matemáticas de EBP. Es en este contexto en que situamos las reflexiones y objetivos de nuestro trabajo sobre el papel del ADF concebido como estrategia para la PC y el desarrollo de las competencias profesionales asociadas por parte de los docentes de EBP cuando se proponen trabajar sobre un CME determinado. El ADF, como subproceso del proceso más general de Análisis Didáctico de Contenido (ADC), es concebido como una estrategia de formación conceptual (teórica) y procedimental (práctica) de los docentes de Matemáticas y de innovación y desarrollo curricular (Rico, Lupiáñez y Molina, 2013).

Para dar cumplimiento a los objetivos se llevaron a cabo talleres de formación docente en los que se propuso la planificación de una unidad didáctica (UD) sobre el CME de estadística descriptiva para grado quinto, a fin de analizarlas a la luz de las nociones conceptuales y concepciones de los maestros sobre el proceso de PC.

El trabajo está organizado por capítulos. En el Capítulo 1, se formula, contextualiza y se justifica el problema como estrategia de recuperación descriptiva, narrativa y

reflexiva de la experiencia, igualmente se presentan los propósitos generales y específicos de la investigación.

Los capítulos 2 y 3 se refieren a la fase de análisis y documentación del problema, así: en el capítulo 2 se presenta el marco de referencia curricular de contenido matemático escolar elegido para la realización del trabajo (Estadística descriptiva para grado quinto). El capítulo 3 corresponde al marco conceptual del trabajo. En particular se presentan las propuestas teóricas del “enfoque funcional del conocimiento matemático en la escuela” (Lupiañez, 2009), de los organizadores del currículo (Rico, 1998; Castro, 2001; Rico y Segovia, 2001; Bedoya, 2002) y del análisis didáctico curricular aplicado a nuestro objeto de estudio. Este último componente consta de: un análisis de contenidos que en este trabajo tuvo por finalidad estudiar la estadística descriptiva en sus diversos usos y significados atendiendo principalmente a las dimensiones del significado de un concepto matemático: la estructura conceptual, los sistemas de representación y el análisis fenomenológico. El análisis cognitivo y el análisis de instrucción lo desarrollaron los docentes en el diseño de las unidades didácticas para grado quinto.

El capítulo 4 explica el marco y el diseño metodológico del trabajo donde se articulan las fases la sistematización de experiencias (SE) y la Investigación acción participativa IAP dentro de un procedimiento reflexivo, sistémico, crítico y participativo que se desarrolla a través del análisis didáctico, concebido en esta parte del trabajo como metodología de investigación. Se definen además las categorías para el análisis de la información, así como el contexto y los participantes.

Por último los capítulos 5 y 6 hacen el cierre de este trabajo. En el primero se presentan los resultados y un análisis preliminar de los datos recogidos durante la realización de las actividades atendiendo a la organización por categorías. Y en el Capítulo 6, se exponen las conclusiones, reflexiones finales considerando la misma organización del capítulo anterior para finalizar con las recomendaciones del trabajo.

Finalmente se presentan las referencias bibliográficas que se utilizaron a través de las diferentes fases del trabajo.

CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA

1.1. PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Hablar de la planificación curricular de los docentes de la Básica Primaria en las instituciones educativas de Antioquia, requiere partir de una reflexión sobre la forma como se ha venido organizando en contenido a fin de llevarlo de mejor manera al aula de clase. Para esto, tomamos la definición de currículo como propuesta de actuación educativa que específicamente en el caso de las Matemáticas se concibe como un “... plan de formación en Matemáticas para los niños, jóvenes y adultos que tiene lugar en el sistema educativo de un país” (Rico y Lupiáñez, 2008, p. 34). En nuestro caso, en Colombia, el docente a fin de implementar dicho currículo, con las exigencias, requerimientos estatales y sociales, debe afrontar una serie de dificultades y obstáculos de índole académico, pedagógico, disciplinar y didáctico a la hora de reflexionar acerca de la planeación y desarrollo de sus clases, así como el desarrollo de pensamiento matemático en los estudiantes. Sin embargo, no podemos ignorar, tal como lo expresa Rico (1997) que “los docentes no disponen de herramientas conceptuales adecuadas y suficientes desarrolladas, a partir de las cuales realizar una buena planificación. Estas deficiencias provocan las dificultades señaladas en el uso del concepto de currículo, considerado como un conjunto de objetivos, contenidos, metodología y evaluación (p. 42)”, sumado a esto los documentos como EBC (Estándares Básicos de Competencias) y los Lineamientos Curriculares del área de

Matemáticas no proporcionan información clara para realizar de manera efectiva la integración de los pensamientos y sistemas matemáticos en la planificación de temas y unidades.

Esta situación que se traduce a nivel pedagógico en una dificultad marcada para involucrar de la mejor manera los “contenidos” de las Matemáticas en la planeación curricular, además, de que los docentes poco dominan el conocimiento matemático por lo que la enseñanza de esta área en primaria solo apunta al desarrollo de los conceptos que no pasan de la mera mecanización de ejercicios. Es de esta manera como las Matemáticas han perdido sentido en los estudiantes, puesto que poco de lo que aprenden logran relacionarlo y/o aplicarlo en situaciones reales que se le presentan. Aunque los docentes realizan un esfuerzo por integrar la resolución de problemas en las actividades de enseñanza y aprendizaje, estos se limitan a trasladar los que se presentan en el libro sin mediar por una contextualización que los vuelva significativos para los estudiantes. Así pues, la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas es producto de la planeación de temas aislados, memorísticos y poco aplicables a las situaciones de vida de nuestros niños, por la concepción errónea que los docentes tienen sobre el currículo y la gran dificultad de poder llevar los lineamientos y estándares de competencias al aula, es decir, las falencias pedagógicas y didácticas de los docentes para enfocar las estrategias de enseñanza al aprendizaje por competencias, que se enfatice en la adquisición de habilidades como conocer, aplicar y razonar.

Teniendo en cuenta adelantos teóricos sobre la formación docente y en especial sobre la planificación curricular, nos proponemos reflexionar con los participantes sobre los aportes que puede hacer el Análisis Didáctico Matemático (ADM) en general, y el Análisis Didáctico Fenomenológico (ADF) en particular, concebidos como estrategia para el desarrollo de los procesos de PC y de formación profesional relativa a la PC por parte de los docentes de Matemáticas de EBP.

Es por esta razón que la realización de este trabajo apunta al mejoramiento de la competencia de planificación curricular de los docentes buscando dar respuesta a

interrogantes como: ¿Cuáles son los elementos fundamentales del ADF que son necesarios para el desarrollo de la competencia de planificación curricular en docentes de básica primaria? ¿Cuáles son los principales aportes del ADF a las actividades o procesos de planificación curricular por parte de los docentes de básica primaria cuando se proponen elaborar e implementar una UD? Esto con el fin de generar estructuras conceptuales concretas que tengan relación con fenómenos al interior de las Matemáticas y fuera de ellas, donde el estudiante pueda relacionar los conceptos y procedimientos aprendidos con sus formas de representación, aplicación y utilización en los contextos sociales.

Es así como este trabajo de investigación se orienta en la línea de formación de docentes en ejercicio, al analizar y sistematizar prácticas de enseñanza, además de cuestionar las percepciones de los docentes frente a las Matemáticas y cómo enseñarlas. La problemática subyace entonces en las concepciones erróneas que se han desarrollado alrededor de las Matemáticas y la organización del currículo, considerando las primeras como el estudio de números, operaciones y memorización de los conceptos y la segunda como el desarrollo de los libros de texto comerciales, sin mayor reflexión o impacto para la planeación, trayendo consecuencias en el rendimiento académico y las habilidades de razonamiento matemático, lo que genera modelos limitados de aprendizaje de esta ciencia.

La reflexión conlleva al siguiente interrogante: ¿Cómo aporta el Análisis Didáctico Fenomenológico (ADF) a la competencia de planificación curricular de profesores de Matemáticas de Educación Básica Primaria al elaborar una Unidad Didáctica (UD) sobre los conceptos fundamentales de la estadística descriptiva?

1.2. JUSTIFICACIÓN

Cuando el docente pone en marcha los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias en la planificación y desarrollo de sus clases requiere tomar una serie de decisiones de carácter pedagógico, cognitivo y didáctico, factores que pueden traducirse en criterios para la organización de los temas o contenidos, criterios para relacionar de manera funcional los conocimientos matemáticos, no sólo entre sí, como también al contexto real del estudiante. Es así, como este trabajo de investigación pretende aportar a la búsqueda de alternativas y dar orientaciones para lograr cambios en los procesos curriculares de planificación de unidades didácticas atendiendo a criterios que respondan al enfoque funcional de los contenidos matemáticos escolares a través del análisis didáctico curricular del cual enfatizaremos en la fenomenología de los conceptos matemáticos.

La preocupación por los contenidos de enseñanza y el desarrollo de competencias han sido un aspecto relevante a nivel mundial en los sistemas educativos. La UNESCO (2013), no ha sido ajena al contexto, por lo que ha propuesto en la agenda educativa para el 2015 como ámbito prioritario: “lograr una enseñanza y un aprendizaje pertinentes y de calidad en cuanto a los aportes, contenidos, procesos y entornos de aprendizaje para propiciar el desarrollo integral de todos los niños, jóvenes y adultos” (UNESCO, 2013, p.9). Situación que surge a partir de los resultados de las pruebas internacionales, que muestran las malas condiciones de la calidad de la educación en los países del mundo, por lo cual el proceso de educación es criticado siendo una estrategia de solución trabajar algunos puntos importantes para contribuir al mejoramiento, entre los cuales se destacan: la utilización de métodos pedagógicos participativos, contenidos pertinentes acordes al contexto, entornos de aprendizaje, desarrollo de conocimientos y competencias en los estudiantes, así como las capacidades de innovación y creación (UNESCO, 2013). Así, este trabajo se convierte en un aporte para mediar la situación, en el contexto particular que se desarrolla, puesto que va encaminado al análisis curricular desde la planificación y estructuración

del contenido matemático, que responde a las exigencias sociales y contribuya a la formación integral del individuo a través del desarrollo de habilidades y competencias.

Valverde y Naslund-Hadley (2010) afirman que los jóvenes no están preparados para responder satisfactoriamente a las situaciones cotidianas que demandan el uso de habilidades científicas y Matemáticas, circunstancia que se deriva de lo que ellos han denominado “currículos débiles”, siendo sus principales características la reproducción mecánica de conceptos y la memorización de operaciones computacionales de rutina, además de los métodos y estrategias de enseñanza deficientes, producto de las debilidades que presentan los docentes frente a los conocimientos básicos de las Matemáticas.

Es por esta razón, que la planificación curricular por parte de los profesores de Matemáticas de EBP requiere ajustar los procesos de aprendizaje en un contexto determinado, donde se pueda demostrar la utilidad y aplicabilidad del conocimiento matemático a través de conceptos, procedimientos, sistemas de representación y situaciones problema que requieran de determinados conocimientos. La reflexión que surge es que los docentes deben ir más allá de los conceptos y procedimientos, estableciendo relaciones entre estos y el contexto, dando un giro al currículo que enfatice en una educación por competencias, acordes a las necesidades del medio y en el cual puedan establecerse las relaciones entre conocimiento y aplicación real de lo aprendido; por tal razón es conveniente brindar a los docentes recursos tanto didácticos como pedagógicos, para que puedan reorganizar su práctica y centrarla en la comprensión relacional de lo numérico y sus diferentes formas de representación y relación, para que de esta manera el estudiante pueda resolver problemas, comprender el proceso y aplicarlo en situaciones y contextos diferentes.

En este mismo sentido, Valverde y Naslund-Hadley (2010) en su texto “La condición de la Educación en Matemáticas y Ciencias Naturales en América Latina y del Caribe” proponen cuatro puntos importantes sobre los cuáles se fundamenta el marco de acción para el mejoramiento de la calidad de la educación en las áreas consideradas; de éstos, se destacan dos, los cuales se relacionan directamente con el trabajo: Las

metas educativas y estándares de contenidos; y políticas curriculares y materiales. Se hace referencia a los procesos de significación que se da en los estudiante al tener contacto con el objeto de estudio (contenidos), lo cual no representa una propiedad inherente de las metas de Matemáticas, sino más bien, una característica de su relación con el contexto y la forma como lo determinan en diferentes situaciones (fenómenos), siendo la fenomenología didáctica un recurso indispensable para que los docentes de Matemáticas propicien la significación de los contenidos matemáticos desde la planeación de sus clases. El segundo aspecto propone estructurar el currículo en torno a “módulos” que presenten a los estudiantes conceptos conectados o estructuras conceptuales que permitan la comprensión y desarrollo del pensamiento y procesos científico-matemáticos del medio. Para esto es necesario desarrollar en los docentes competencias profesionales, específicamente en la planificación curricular, en la cual el ADF realiza importantes aportes al convertirse en un recursos para mostrar cuales son los sentidos con que se utilizan los conceptos y estructuras Matemáticas. Además de poner el acento en el uso de aplicación de los conceptos, en los medios y en los modos en que, con ellos, se abordan distintas tareas y cuestiones cuando dan respuesta a determinados problemas, en definitiva, cuando contribuyen a la comprensión de ciertos fenómenos del mundo real.

La visión funcional de las Matemáticas que se pretende mostrar, consiste en enseñar el objeto matemático desde la manera como éste concepto da forma a un fenómeno de índole social, científico o matemático, dotando al docente y al estudiante de las habilidades necesarias para la resolución de problemas, es decir, que lo enseñado en clase sea desde lo práctico en la vida real. Es necesario entonces desarrollar en los docentes de Matemáticas de la básica primaria, destrezas pedagógicas y didácticas a través del ADF en la CPC, puesto que este proceso determinar una nueva forma de organización del conocimiento, entendido como los contenidos y conceptos, en núcleos de aprendizaje o estructuras conceptuales que modelen fenómenos de la realidad.

En esta línea, el docente es el primero a ser llamado sobre la mirada funcional de las Matemáticas escolares, ya que debe ser capaz de analizar y reorganizar los

contenidos implementándolos en situaciones problema donde sea necesario su uso para resolverlas.

Gómez y Cañadas (2011) afirman que “el docente debe ser capaz, para un contenido y unos objetivos de aprendizaje, de identificar los contextos más apropiados en los que ese contenido puede desempeñar un papel, a fin de responder a problemas relevantes para los estudiantes” (p. 78), punto clave en el cual cobra relevancia este trabajo, puesto que promueve el desarrollo de estas habilidades en los docentes de Matemáticas, permitiendo la generación de situaciones de enseñanza donde se pongan en juego los conceptos matemáticos de la clase y, a la vez, favorezcan en los estudiantes el desarrollo de competencias necesarias para la resolución de problemas matemáticos en la vida cotidiana. Situación que mejorará los niveles de desempeño en pruebas que midan la calidad de la educación. Gómez y Cañadas (2011) también reconocen, al igual que nosotros, la fenomenología como un eje central de la formación docente, ya que le provee recursos para la planificación y desarrollo curricular en el aula. (p. 79)

Para finalizar, Rico (2005) realiza un gran aporte con los organizadores del currículo, donde plantea que: “Necesitamos un nuevo nivel de reflexión curricular conectado con la programación y, por tanto, nuevas herramientas conceptuales con las que trabajar en este nivel y mediante las que abordar las tareas de diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas en el área de Matemáticas” (p. 15), por lo cual esperamos, al término de este trabajo, haber presentado nuevos conceptos y herramientas junto con los criterios que sirvan de apoyo a la reflexión del docente sobre la planificación de unidades didácticas y el desarrollo de competencias profesionales.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo general

Determinar la manera como el análisis didáctico fenomenológico (ADF) aporta a la competencia de planificación curricular de profesores de matemáticas de educación básica primaria al elaborar una unidad didáctica (UD) sobre estadística descriptiva.

1.3.2. Objetivos específicos

O.1. Identificar y describir los elementos fundamentales del ADF que son necesarios para el desarrollo de la competencia de planificación curricular en docentes de básica primaria.

O.2. Determinar y describir los principales aportes del ADF a las actividades o procesos de planificación curricular por parte de los docentes de básica primaria cuando se proponen elaborar e implementar una UD en torno al CME de estadística descriptiva para grado quinto.

CAPÍTULO 2

MARCO DE REFERENCIA: CONTEXTUALIZACIÓN CURRICULAR

El desarrollo del pensamiento aleatorio se ha convertido en una tendencia actual en los currículos de Matemáticas, puesto que es necesario dotar a los sujetos en formación de herramientas y habilidades que les permitan comprender las diferentes representaciones de datos para poder interpretarlos y analizarlos, para tomar decisiones sobre las situaciones de incertidumbre que se le presentan, específicamente en las habilidades Matemáticas a través del desarrollo del pensamiento aleatorio, esperando fomentar el pensamiento crítico, analítico, valorar el método estadístico, sus formas de razonamiento, potencialidades y limitaciones.

Es así, como la Renovación Curricular en Colombia (trabajo de gran alcance en la Educación Matemática), liderada por el Doctor Carlos Eduardo Vasco (1985) propone el estudio de los datos estadísticos entre las distintas regiones de las Matemáticas (los números, la geometría, las medidas, la lógica y los conjuntos) con un enfoque sistémico que los comprenda como totalidades estructuradas, con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones. Dentro del currículo colombiano se empieza a hablar del Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos, cuyo objetivo es la enseñanza es la estadística descriptiva y la teoría de probabilidad como herramientas y estrategias para entender fenómenos del mundo real, comprender y apreciar el papel de la estadística en la sociedad y sus diferentes campos de aplicación, como tomar

decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar o riesgo por las condiciones de la información.

Para contextualizar el trabajo se hace necesario realizar un recorrido por las concepciones y miradas que se le ha dado al pensamiento aleatorio y sistemas de datos desde los referentes de educación colombianos: Lineamientos Curriculares (LC), Estándares Básicos de Competencias (EBC), el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) y Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), así como también ubicarnos al nivel de las instituciones, analizando el tratamiento que se le ha dado a la representación y análisis de datos desde los planes de área de Matemáticas y los libros de texto utilizados por los docentes en los planeaciones de aula, que en sí, se convierten en el vínculo directo de los docentes con el CME y este con los estudiantes.

2.1. LINEAMIENTOS CURRICULARES

Este documento brinda orientaciones a los establecimientos educativos con el fin de enriquecer el diseño y planificación del currículo, abordando temas como: las diferentes concepciones a cerca de la naturaleza de las Matemáticas, en el cual presenta las diferentes escuelas y las concepciones acerca del conocimiento matemático escolar; elementos que inciden en una reconceptualización de la educación matemática hoy, donde se describen aspectos metodológicos y didácticos sobre la interacción saber, docente y alumno; una nueva visión del conocimiento matemático en la escuela donde se abordan las diferentes formas de conocimiento de esta ciencia. Podríamos considerar como punto central de la obra el apartado sobre la estructura curricular en Matemáticas, pues es allí donde se presentan los puntos centrales de la propuesta:

- Los procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la

modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Todos ellos relacionados con lo que hoy llamamos “ser matemáticamente competente”

- Los conocimientos básicos que tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las Matemáticas. Estos son: el pensamiento numérico y sistemas numéricos; el pensamiento espacial y sistemas geométrico, el pensamiento métrico y sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y sistemas de datos y el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Donde se agrupan las competencias y contenidos en cada plan curricular.
- Los contextos que tienen que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las Matemáticas que aprende, para lo cual se proponen contextos matemáticos, contextos de la vida diaria y contextos de otras ciencias, en un esfuerzo por hacer aplicable el conocimiento adquirido. Es en estos aspectos donde se desarrollan o formulan las situaciones problemáticas con el fin de que el estudiante aplique el conocimiento y produzca su aprendizaje en la resolución de problemas.

Es este, el apartado central del documento donde se explica de manera profunda cada uno de los sistemas y pensamiento, y los procesos de la actividad matemática, dando recomendaciones conceptuales, metodológicas, didácticas y de evaluación del aprendizaje.

El último capítulo habla sobre la formación de maestros en Matemáticas, considerando el conocimiento curricular como elemento del conocimiento profesional del docente, la estructura de los LC y una política de formación de maestros. Es pues esta, una de las mejores herramientas que inician la reflexión frente a la construcción del currículo de Matemáticas, que requiere de lectura y análisis por parte de los profesores. Los lineamientos no pretenden dar fórmulas mágicas para desarrollar el aprendizaje en los estudiantes, sino más bien establecer un marco de referencia para guiar la actividad docente en el aula y de esta manera enriquecer la construcción y puesta en marcha del currículo de Matemáticas.

Sobre el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, los LC hacen una reflexión corta sobre la importancia de este pensamiento en las Matemáticas escolares, donde se da claridad entre los contenidos que comprende la enseñanza de este pensamiento: la probabilidad y la estadística. Es importante destacar como los LC conciben el desarrollo del pensamiento aleatorio como la estrategia para la resolución de problemas matemáticos en contextos sociales e invita al docente a considerar situaciones de aplicación reales para introducir los conceptos básicos de la estadística, preparando y utilizando situaciones de enseñanza abiertas que bien se acomodan con los principios que hemos referido en este trabajo de la EMR y los procedimientos del ADF, los cuales proponen la enseñanza de las Matemáticas escolares, desde contextos y fenómenos reales y acercanos a la cotidianidad de los estudiantes con el fin de dotar al conocimiento matemático de su carácter funcional dentro de la sociedad.

Como bien se presenta en el texto, la probabilidad y la estadística posibilita el acercamiento a diferentes contextos y áreas de conocimiento, amplía y enriquece la forma de enseñarla; así pues:

La búsqueda de respuestas a preguntas que sobre el mundo físico se hacen los niños resulta ser una actividad rica y llena de sentido si se hace a través de recolección y análisis de datos. Decidir la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener respuestas, lleva a nuevas hipótesis y a exploraciones enriquecedoras para los estudiantes. Estas actividades permiten, además encontrar relaciones con otras áreas del currículo, poner en práctica conocimientos sobre los números, las mediciones, la estimación y estrategias de resolución de problemas. (MEN, 1998, p. 69)

Sabiendo entonces, que la esencia de los LC de Matemáticas es dar recomendaciones sobre las formas de enseñanza de los maestros, la propuesta que se presenta concibe la realización de unidades y trabajos estadísticos que resulten interesantes y motivadores para los estudiantes, siendo los más motivadores los que consideran temas externos a las Matemáticas, los que favorecen procesos interdisciplinarios, además de dar un enfoque funcional al conocimiento matemático construido. En este documento, explícitamente no hay estrategias específicas a temas como el que nos

competite: representación e interpretación de datos, por lo que debemos referirnos a los estándares los cuales comprenden una lista de desempeños y competencias mucho más específicos para las planeaciones de los docentes.

2.2. ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Para dar respuesta a la necesidad de los docentes sobre ¿Qué enseñar? En cada área, los EBC proponen una lista de competencias y desempeños para todos los estudiantes del país con el objetivo de lograr el nivel de calidad esperado durante su paso por el sistema educativo. En el mismo enfoque de sistemas, propuesto por la Renovación Curricular y los LC, el manejo y análisis de los sistemas de datos es importante en el pensamiento aleatorio, por lo cual, este se apoya directamente en conceptos y teorías de probabilidad, así como la estadística inferencial; e indirectamente en la estadística descriptiva (esencial en los primeros años de enseñanza) y la combinatoria.

Aunque en el texto se afirma que lo esencial en el desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos no es el aprendizaje de fórmulas y procedimientos, para el cálculo de la mediana, la media o la moda, la varianza o la desviación, se hace necesario la enseñanza y aprendizaje de procedimientos para recoger, estudiar, resumir y organizar datos estadísticos, así como extraer de allí la información necesaria para analizarla, además de desarrollar competencias Matemáticas centradas en la organización y análisis de los datos para estimar probabilidades y tomar decisiones frente a la ocurrencia de los eventos.

Según los EBC se espera que el estudiante esté en capacidad para interpretar, analizar y utilizar los resultados que se publican en periódicos y revistas, o que se presentan en TV, o que aparezcan en cualquier lado, como producto de los distintos programas de análisis de datos. Sin embargo, a la hora de analizar la propuesta de competencias y desempeños para cada grado de grupos, en lo que concierne al pensamiento aleatorio, existe una brecha entre el conocimiento matemático y el campo de aplicación, puesto que se hace mayor énfasis en los procedimientos aritméticos, por lo que no se promueve la comprensión funcional de los conceptos estadísticos del CME. Por lo tanto, se requiere de un docente preparado, conocedor del contexto para llevar al aula las estrategias necesarias para producir este tipo de conocimiento a través de estrategias que permitan la contextualización del CME en situaciones y fenómenos reales que propendan por un enfoque funcional de los conceptos matemáticos enseñados en clase.

Para el trabajo, dentro del pensamiento aleatorio y sistemas de datos, nos centramos en los conceptos y procedimientos de representación e interpretación de datos estadísticos en tablas y gráficos en grado 5°, por lo que retomaremos de los EBC los siguientes enunciados de desempeño: “(1) Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares), (2) Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos y (3) Interpreto información presentada en tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)” (MEN, 2006, p. 83).

Serrano, C., Bonilla, M., Rocha, P. G., & Sarmiento (2006), afirman que los errores más comunes encontrados en la educación matemática estadística se refieren al:

Uso de escalas, escogencia del tipo de gráfico adecuado, al uso indiscriminado de los polígonos de frecuencias, a la imposibilidad de traducir una información de un registro gráfico a un registro verbal o viceversa, a la dificultad de traducir de un gráfico a otro, o de una tabla al gráfico, etc. Es decir a las dificultades que presentan los alumnos, al cambiar de representaciones y de registros. (p.60)

Es de esta forma como se espera con la realización de este trabajo aportar a la competencia de PC de los docentes de Matemáticas de la EBP sabiendo que son los responsables de implementar estrategias y trabajos de enseñanza que propendan por la construcción del conocimiento matemático en contextos significativos y reales para los estudiantes con el fin de hacer funcional el CME.

2.3. INSTITUTO COLOMBIANO PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN

El ICFES adopta una perspectiva integradora de los LC y los EBC respecto a los conocimientos, procesos y los contextos en una estrategia para la evaluación de competencias Matemáticas de los estudiantes.

Con el fin de proporcionar un esquema de calificación útil e integrador del CME, estructura los cinco pensamientos y sistemas del área de Matemáticas en tres componentes: (1) Numérico-variacional, (2) geométrico-métrico y (3) Aleatorio; relacionando en cada uno de ellos los conceptos, procedimientos y habilidades para medirlos de forma balanceada. Vemos entonces que el pensamiento aleatorio queda diferenciado entre los demás componentes, puesto que se considera integrador o donde concluyen los demás pensamientos y sistemas, por la versatilidad de los conceptos, los cuales incluyen habilidades numéricas para la realización de conteos, cálculos y operaciones dentro de un conjunto de datos; variacionales en los valores dados a las variables de estudio y representación pictórica de las mismas; geométricos al considerar representaciones de barras, diagramas circulares y polígono de frecuencias; métricas al considerar magnitudes en la recogida y uso de escalas en la representación de los datos.

Corresponde entonces al componente aleatorio evaluar las siguientes habilidades en los estudiantes Tabla n° 1

COMPETENCIA	AFIRMACIÓN: EL ESTUDIANTE
Comunicación, representación y modelación	<ol style="list-style-type: none"> 1. Clasifica y organiza la presentación de datos. 2. Interpreta cualitativamente datos relativos a situaciones del entorno escolar. 3. Representa un conjunto de datos e interpreta representaciones gráficas de un conjunto de datos. 4. Hace traducciones entre diferentes representaciones. 5. Expresa el grado de probabilidad de un suceso.
Razonamiento y argumentación	<ol style="list-style-type: none"> 1. Compara datos presentados en diferentes representaciones. 2. Hace arreglos condicionados o no condicionados. 3. Hace conjeturas acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
Planteamiento y resolución de problemas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Resuelve problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones. 2. Resuelve problemas que requieren encontrar y/o dar significado al promedio de un conjunto de datos. 3. Resuelve situaciones que requieren calcular la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos

Tabla n° 1 Afirmaciones de aprendizaje para el pensamiento aleatorio (ICFES, 2015)

Es así como las preguntas realizadas en la prueba se centran en la interpretación de gráficos de barras y gráficos circulares, donde el estudiante debe calcular el total o parte de los datos según la información suministrada. Se evalúa también la correspondencia entre datos, tablas de frecuencias y representaciones gráficas, como también, la relación numérica de una representación pictórica de datos.

Puede observarse también (tabla n° 1) que la competencia en la cual se centra la prueba es la de comunicación, representación y modelación, puesto que el pensamiento aleatorio se requiere en mayor medida para que el estudiante interprete y use diferentes tipos de representación en la descripción situaciones o problemas, además de usar lenguaje verbal, escrito, pictórico o gráfico para comunica sus conclusiones.

2.4. DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)

Los DBA son una iniciativa del MEN para especificar los EBC y servir de andamiaje para la reestructuración de planes de estudio y planificaciones de clase de los

docentes. Se presentan grado a grado en las áreas de matemáticas y lenguaje, determinado en cada uno de ellos las competencias mínimas referidas en procesos y desempeños que los estudiantes deben alcanzar grado por grado. En nuestro caso para el grado 5° se presentan tres puntos importantes a considerar sobre el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, específicamente en lo que corresponde a la representación e interpretación de datos estadísticos:

- Interpretar datos que involucran porcentajes, para lo que proponen el uso de diagramas circulares y de barras.
- Hallar medidas de tendencia central en un conjunto de datos para el análisis de los mismos
- Lee e interpreta gráficos de línea, comprendiendo que en ciertas situaciones una gráfica de puntos puede completarse para obtener un gráfico de línea.

Todos ellos coherentes con los contenidos, procedimientos y habilidades que se proponen desde los LC y los EBC, tendiendo por un enfoque funcional del CME.

2.5. PLANES DE ÁREA INSTITUCIONALES

Las instituciones educativas deben tomar como referencia los LC, EBC, los lineamientos del ICFES para la construcción y actualización de sus planes de estudio, por lo que es necesario que incluyan las competencias y habilidades que se refieren al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. Así pues, los establecimientos educativos vinculados al trabajo de investigación integran en sus planes de área de Matemáticas una unidad conceptual sobre estadística la cual analizamos a continuación.

Los dos planes de área comparten la misma estructura, así como la organización de la maya curricular, respondiendo a un “Diseño Curricular por Competencias” liderado por Corpoeducación desde el año 2012, como una estrategia del gobierno departamental para mejorar la calidad educativa de la región. Bajo estos parámetros

se reestructuraron los planes de área de los establecimientos educativos de departamento de Antioquia.

La mayas curriculares donde se presentan los contenidos y las competencias parten de un eje generador y una pregunta problematizadora, sobre la cual se articulan los ámbitos conceptuales (contenidos), seguidos por una lista de competencias desde áreas transversales: comunicativas, ciudadanas, científicas, laborales y Matemáticas. Para terminar con la explicación de las estrategias de enseñanza y aprendizaje, así como las de evaluación.

Extraemos de las mayas curriculares las unidades correspondientes a nuestro tema de estudio: Pensamiento Aleatorio y sistemas de Datos, puesto que en los dos establecimientos se presentan unidades separadas para cada sistema y pensamiento, fragmentando el CME por la clasificación dada en los EBC y LC.

Como se muestra en la tabla n°2, la I.E Monseñor Ivan Cadavid Gutiérrez presenta una última unidad en el área de Matemáticas que corresponde al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, sin embargo, al analizar la lista de contenidos que se consignan y el mismo nombre que le dan a la unidad, hay un énfasis en la proporcionalidad, incluyendo en los últimos temas la estadística descriptiva cuyo únicos contenidos propuestos son las variables discretas y continuas. Puede observarse que no se menciona la organización, representación y análisis de datos como debería hacerse según los referentes curriculares, puesto que son el centro de formación de la estadística para grado 5°. No se evidencia una adecuada relación con los EBC, puesto que las competencias formuladas son poco coherentes con los contenidos mencionados.

EJE GENERADOR	PREGUNTA PROBLEMATIZADA	AMBITO CONCEPTUAL	UNIDAD	COMPETENCIAS					ESTRATEGIAS ENSEÑANZA APRENDIZAJE	ESTRATEGIAS EVALUACION
				COM	CIEN	MAT	CIU	LAB		
Pensamiento Aleatorio y sistemas de Datos	¿Cómo empleo las proporciones en problemas prácticos de la vida?	*Razón simple y compuesta. *Ecuación lineal. *La letra como incógnita y como variable. *Cantidades variables. *Relaciones entre Variables. *Patrones numéricos. *Conceptualización de variables discretas y Continuas.	Proporcionalidad	Formula y resuelve coherentemente problemas de la cotidianidad haciendo uso del concepto de razón y proporción. Reconoce y usa el concepto de proporción para explicar situaciones cotidianas	Reconoce y asume responsablemente las consecuencias de sus acciones.	Resuelve y formula problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas	Participar constructivamente en procesos democráticos en el aula y en la institución que ayuden a una mejor convivencia.	Expresa en forma asertiva sus puntos de vista de tal forma que le permita ser una persona participativa y colaborativa	Explicación, orientación del trabajo. Construcción del conocimiento. Asignación de responsabilidades. Asignación de espacios de lectura. Solución de ejercicios y actividades de clase. Uso de las tics. Realización de actividades lúdicas	Realización de talleres y actividades individuales y en equipo. Solución de problemas. Sustentación. Elaboración de mapas conceptuales. Presentación de actividades de recuperación. Interés, responsabilidad y esfuerzo por el trabajo realizado en clase.

Tabla n° 2 Unidad n°5 Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos (I.E Monseñor Iván Cadavid Gutiérrez, 2015)

INSTITUCION EDUCATIVA LORENZO YALI			ÁREA: MATEMÁTICAS			GRADO: QUINTO					
OBJETIVO: El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos											
ESTRUCTURA CONCEPTUAL				DESEMPEÑOS					ESTRATEGIAS ENSEÑANZA APRENDIZAJE	ESTRATEGIAS DE EVALUACION	
EJE GENERADOR	PREGUNTA PROBLEMATIZADORA	AMBITO CONCEPTUAL	UNIDAD	COMUN	CIENCIAS	MATEMÁT	CIUDADANAS	LABORALES			
ESTADÍSTICA Y VARIACIÓN	¿cómo pueden los datos informarme sobre cierta situación o evento real?	Proceso estadístico	ESTADÍSTICA Y VARIACIÓN	Leo diversos tipos de texto: descriptivo, informativo, narrativo, explicativo y argumentativo	Registro mis observaciones, datos y resultados de manera organizada y rigurosa (sin alteraciones), en forma escrita utilizando esquemas, gráficos y tablas	Represento datos usando tablas y gráficas	Convivencia y Paz Expongo mis posiciones y escucho las posiciones ajenas, en situaciones de conflicto	Trabajo en equipo Desarrollo tareas y acciones con otros	Enseñanza directa	Observación	
		Tablas de frecuencia		Determino algunas estrategias para buscar, seleccionar y almacenar información: resúmenes, cuadros sinópticos, mapas conceptuales y fichas	Busco información en diversas fuentes (libros, internet, experimentos propios y de otros...) y doy el crédito correspondiente	Interpreto información presentada en tablas y gráficas					Participación y responsabilidad democrática Propongo distintas opciones cuando tomamos decisiones en el salón y en la vida escolar
		Gráficas de barras y de líneas		Reconozco y uso códigos no verbales en situaciones comunicativas auténticas	Establezco relaciones entre la información y los datos recopilados	Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican	Tipo Tecnológico Registro datos utilizando tablas, gráficos y los utilizo en proyectos tecnológicos	Aprendizaje colaborativo			Pruebas de aplicación (ABP, estudio de caso)
		Moda, Mediana y Media		Selecciono y clasifico la información emitida por los diferentes medios de comunicación	Selecciono la información que me permite responder a mis preguntas y determino si es suficiente	Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos	Toma de decisiones Reconozco las posibles formas de enfrentar una situación	Trabajo de campo			Talleres de ejercitación
		Cálculo de probabilidades				Describo a interpreto variaciones representadas en gráficas	Toma de decisiones Reconozco las posibles formas de enfrentar una situación	Aprendizaje basado en problemas			Preguntas tipo test
		Gráficas Circulares					Coopero y muestro solidaridad con mis compañeros y compañeras; trabajo constructivamente en equipo				
		Representación de cambio									
		Patrón de Cambio									

Tabla n° 3 Unidad n°5 Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos (I.E Lorenzo Yalí, 2015)

La I.E Lorenzo Yalí (Tabla n°3) incluye también una quinta unidad sobre Estadística y variación en la cual se presenta una serie de temas que se corresponden a las competencias inscritas en los EBC, los cuales además hacen referencia a contenido

conceptuales, pero cuando se mencionan las competencias específicas del área de matemáticas, parecen enmarcarse en un enfoque procedimental. La propuesta de este establecimiento educativo contiene los conceptos básicos de la formación estadística para el grado 5°, los cuales se basan en el proceso estadístico, la recogida de la información (tablas de frecuencias), representación de datos (diagramas de barras, gráficas circulares y de líneas), así como el cálculo y la interpretación de las medidas de tendencia central (media, mediana y moda), además de los fundamentos de la teoría de probabilidad. Hay correspondencia entre los temas y las competencias, así como entre las competencias, puesto que apuntan a los procesos de comunicación y representación que son fundamentales en este pensamiento, así como a la resolución de problemas y el manejo de la información.

Sobre las estrategias de enseñanza y aprendizaje, además de la evaluación, en ambos establecimientos, se mencionan de forma general sin correspondencia específica con las competencias o contenidos presentados. Se destaca el uso de competencias específicas del área de matemáticas donde se menciona la ejercitación y la resolución de problemas; sin embargo, en este caso debería incluirse la modelación, comunicación y razonamiento, las cuales están implícitas de alguna manera en la resolución de problemas. Puede notarse como en las estrategias de evaluación comparten la idea de resolución de problemas y aprendizaje basado en problemas, sin embargo, queda analizar qué tanto de lo que se presenta en estos planes de área se ejecuta en las aulas de clase.

2.6. LIBROS DE TEXTO: LIBRO DEL ESTUDIANTE

Sabiendo que estos establecimientos educativos se encuentran focalizados por el Programa Todos a Aprender (PTA) han sido dotados de una colección de libros de texto para el trabajo con los estudiantes en las áreas de Matemáticas y lenguaje. En nuestro caso nos interesa remitirnos a la propuesta que se presenta en los libros sobre el Pensamiento Aleatorio y los sistemas de datos, específicamente en la representación y análisis de gráficos. Es de anotar que aparte de los referentes

curriculares y los planes de área, son los libros de texto los medios más cercanos a la PC de los maestros, puesto que estos incluyen las estrategias y actividades que se proponen en el aula de clase, por lo que deben ser analizados en su estructura y en la forma y fondo de su propuesta.

El objetivo del análisis es extraer y organizar la información contenida en el libro de texto del estudiante Proyecto Sé Matemáticas 5° (MEN, 2012) que se refiere a la enseñanza y aprendizaje de los conceptos estadísticos para grado 5°, y de esta manera caracterizar el CME que se presenta, así como las estrategias de aprendizaje que se proponen, aplicando los procedimientos de análisis de contenido (Análisis conceptual, Análisis fenomenológico y sistemas de representación) con el propósito de analizar, describir y establecer los diferentes significados que tienen las nociones involucradas en el CME de estadística sobre la que se presenta la unidad didáctica del libro de texto.

Análisis conceptual: Dentro de las unidades que corresponden a los sistemas y pensamientos propuestos por los LC y EBC, la última unidad se dedica al pensamiento Aleatorio y sistemas de datos, enlistando 17 temas afines el pensamiento los cuales se distribuyen en Estadística descriptiva, teoría de probabilidades y razones y proporciones. Así pues ubicándonos en el ámbito que nos compete, sobre la estadística descriptiva, destacamos los siguientes contenidos: (1) Tabla de frecuencias, (2) Gráficas de barras y de líneas. Construcción e interpretación; y (3) Gráficas; construcción e interpretación.

Sistemas de representación: Uno de los organizadores del currículo que intervienen en el análisis de contenido son los sistemas de representación que presentan el contenido matemático. En nuestro caso, el libro en cuestión atiende a la competencia comunicativa, el cual hace referencia a los siguientes sistemas de representación:

- Simbólico: Que se usa en el desarrollo de las actividades de modelación, comunicación y solución de problemas. Básicamente este sistema de representación es usado a través del desarrollo de todos los temas en la parte

de ejercitación, donde el estudiante debe operar con símbolos matemáticos, nombrar, cuantificar y demás procedimientos que lo requieren.

- **Pictórico:** Se evidencia específicamente en las actividades de tablas de frecuencia, en la cual para organizar los datos, le pide al estudiante asignar una representación (raya) a cada uno con el fin de facilitar el conteo y la organización de los mismos. La representación pictórica se usa como antesala a la construcción de gráficos de barras, líneas o gráficos circulares, facilitando el manejo de la información, una vez se tiene cuantificada.
- **Gráfico:** Específicamente en los temas de estadística, las representaciones gráficas son un sistema fundamental para la organización, interpretación y análisis de datos. Es así como este libro de texto presenta gráficas de barras y de líneas, además de los diagramas circulares como sistemas de representación de datos estadísticos con el fin de interpretar de mejor manera la información que se presenta.

Análisis fenomenológico: El desarrollo de cada tema se de forma aislada, sin embargo, contienen la misma estructura: Se inicia con una situación problema que se enmarca en contextos escolares, sociales y científicos, que no dejan de ser ficticios para los estudiantes. Seguidamente se propone un espacio donde se explican los procedimientos a través de una guía, antes de la conceptualización del contenido el cual es definido de forma sencilla en la mitad del desarrollo del tema. Luego se presenta un taller de aplicación en contextos netamente aritméticos, el cual se divide en tres partes: modelación, comunicación y solución de problemas, donde se espera que el estudiante de cuenta del conocimiento construido y la competencia desarrollada a través de la realización de las actividades. Se observa que cada uno de los temas se desarrolla en dos páginas, uno sin relación al anterior o al siguiente, por lo que no hay un hilo conductor en la propuesta que se presenta. Si analizamos las competencias Matemáticas hay un énfasis en la parte aritmética y procedimental, puesto que por cada tema solo se están trabajando dos situaciones problema (una al iniciar y otra al finalizar) lo que nos aleja del enfoque funcional del CME.

CAPÍTULO 3

MARCO CONCEPTUAL

3.1. ENFOQUE FUNCIONAL DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LA ESCUELA

No cabe duda que los resultados mostrados en las pruebas PISA 2012 (ICFES 2013b) tuvieron una alta repercusión mediática y social por razón de los aparentemente bajos resultados de los estudiantes colombianos. Pero a todas las políticas, normas y resoluciones que apuntan al mejoramiento de la calidad de la educación, a la renovación curricular y a un aprendizaje por competencias, del cual la educación colombiana se ha vestido; poco de esto ha llegado a las prácticas de aula o por así decirlo al nivel de planificación local del currículo, puesto que desde la pobre reflexión generada al construirlo se pone énfasis a la enseñanza y aprendizaje por contenidos.

Es por esta razón que se requiere redireccionar la mirada al currículo concibiendo el conocimiento bajo un enfoque funcional que permita modelizar situaciones reales además de estar orientado a la resolución de situaciones y problemas en diferentes contextos.

Carraher, T; Carraher, D & Schliemann (2000) afirma:

En la escuela, las matemáticas son una ciencia, que enseña en un momento definido alguien de mayor competencia. En la vida, las matemáticas son parte de la actividad de un sujeto que compra, vende, mide y encarga piezas de

madera, que construye paredes y hace cálculo del ángulo. ¿Qué diferencia marcan esas circunstancias para la actividad de los sujetos? En la clase de matemática los niños hacen cuentas para acertar, para ganar buenas calificaciones, para agradar a la profesora, para pasar el año. En la vida cotidiana hacen las mismas cuentas para pagar, dar el cambio, convencer al parroquiano de que su precio es razonable. (p. 19-20)

Ante esta situación que se deriva del enfoque instrumental y estructural dado a las matemáticas a través del currículo se necesita con urgencia mediar sus objetivos y por ende cambiar la mirada hacia la aplicabilidad del conocimiento adquirido, así como la forma de enseñanza y de aprendizaje en las aulas de clase.

Lupiañez (2009) afirma que:

Según el enfoque funcional de las matemáticas escolares, los conceptos y procedimientos matemáticos tienen un para qué, sirven para algo, pues las nociones matemáticas constituyen herramientas mediante las que actuamos para dar respuesta a cuestiones, problemas e interrogantes. En el resto de enfoques (Instrumental, Estructural e integrado) el foco de aplicación es, casi exclusivamente, la propia matemática. Esta perspectiva funcional se concreta más en cómo los escolares pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana, que en controlar qué contenidos del currículo han aprendido. Es obvio que para abordar la resolución de problemas se requiere un conocimiento teórico y un dominio técnico, pero el carácter funcional en las matemáticas propugna que no sean sólo esos los aspectos que se tengan en cuenta en la Educación obligatoria, sino que se persiga, además, que los escolares sean capaces de poner en juego y aplicar ese conocimiento y ese dominio técnico para resolver problemas en una variedad de situaciones. (p. 32)

En este sentido, el enfoque funcional construye el conocimiento centrado en el desarrollo de estrategias cognitivas propias del estudiante, a la vez que permite el uso de distintas representaciones y procedimientos para dar respuesta a una cuestión. Miremos el siguiente ejemplo:

Cuando un vendedor da el cambio en la feria a fin de evitar errores y demostrar que está dando el cambio exacto, por lo general suma los valores de los billetes que entrega al comprador al valor de su compra. Si el total de la compra fue de 270 cruzeiros y el comprador pagó con un billete de 500, el vendedor va entregando los billetes y diciendo: 270, 280, 290, 300, 400, 500 ¿Sería esa estrategia de resolución, en que el cambio es sumado al valor de la compra, equivalente a la representación de problemas de cambio en la aritmética escolar, en que el valor de la compra debe ser restado del valor del billete? (Carraher, T; Carraher , D & Schliemann, 2000, p. 17-18)

Esta situación permite comparar el mejoramiento del pensamiento del sujeto a la vez que lo dota de cierta autonomía para el uso del conocimiento matemático. Se hace evidente entonces que el enfoque funcional de las matemáticas escolares desarrolla en el estudiante habilidades y técnicas de modelización para el planteamiento y resolución de problemas en diferentes contextos y de esta manera desarrolla capacidades para hacerse entender y argumentar el uso de ciertos procedimientos. Aquí hacemos referencia a los procesos de la actividad matemática de la que hablan los lineamientos curriculares: la comunicación, la modelación y la resolución de problemas, siendo los dos primeros lo que menos se trabajan en el aula de clase. Deducimos entonces que es necesario para la elaboración del currículo, conocer las matemáticas inherentes a las actividades de la vida diaria (fenómenos o situaciones) en la cultura de los niños, a fin de construir a partir de ellas, puentes y ligamentos efectivos para unas matemáticas más abstractas que las que la escuela pretende enseñar.

Actualmente este enfoque funcional de las matemáticas escolares ha tenido un fuerte resurgimiento que ha estado influenciado por el proyecto PISA de la OCDE (2005), la

redacción de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y la implementación de los estándares básicos de competencias (MEN, 2006), que son evidencia del esfuerzo por enmarcar la formación matemática bajo una mirada funcional del conocimiento. Es de esta manera como hemos llegado a hablar de competencias en el currículo y de ser matemáticamente competente, pero que al momento no lo hemos conseguido, estando basados únicamente en la enseñanza de contenidos.

Si bien, aquí se ubicamos el desarrollo de nuestro tema, sobre la reflexión que debe realizar todo docente a la hora de estructurar y organizar un currículo, quien teniendo en cuenta las recomendaciones legislativas y pedagógicas sobre su construcción, junto con los aspectos didácticos, metodológicos y de evaluación del aprendizaje, también debe dar un orden propicio a la presentación de los contenidos, con el fin de optimizar los tiempos de enseñanza y la aplicación del conocimiento construido, por esta razón analizaremos a continuación el nivel del análisis didáctico curricular, con el fin de acercarnos al análisis de contenido y al análisis fenomenológico como punto de partida para la planificación local del maestro.

3.2. ANÁLISIS DIDÁCTICO

El término Análisis Didáctico se ubica en uno de los ámbitos de la Educación Matemática, específicamente en el campo de investigación didáctica de las matemáticas. Por tal motivo su definición, al igual que la de currículo, se ve sometida a variados usos e interpretaciones llegando a depender del enfoque o escuela en el que se haya inscrito. Por ejemplo el término ha sido utilizado por investigadores y profesores para justificar sus modos de actuación. Los primeros conciben el Análisis Didáctico como una metodología de investigación matemática que permite concretar problemas sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje al interior del aula. Por otro lado, los docentes, pedagogos y algunos otros científicos, determinan el Análisis Didáctico como una herramienta de análisis curricular que permite profesionalizar los

procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ya que interviene en la planificación y desarrollo curricular del docente.

3.2.1. Análisis didáctico curricular

Para nuestro trabajo de investigación tomaremos la definición de Análisis Didáctico bajo la concepción de herramienta del análisis curricular, por lo cual refiriéndonos al concepto dado por Luis Puig (Citado por Gonzáles & Gallardo 2006), llamaremos Análisis Didáctico Curricular al “análisis de los contenidos de las matemáticas que se realiza al servicio de la organización de su enseñanza en los sistemas educativos” (pág. 1). Esta definición está acorde a nuestra línea de investigación y al problema de estudio que planteamos en nuestro trabajo sobre el currículo, además, siendo fieles al marco teórico propuesto, podemos afirmar que el análisis didáctico curricular se sitúa como uno de los niveles de reflexión del currículo y está relacionado directamente con la actividad del docente puesto que es un procedimiento de planificación local que considera el diseño, desarrollo y evaluación de cualquier tema matemático y se realiza para una unidad didáctica de un tiempo determinado en la enseñanza de dicho tema. Además el análisis didáctico pone en juego otros elementos llamados organizadores del currículo de los cuales hablaremos más adelante. Este análisis está compuesto por cuatro tipos de análisis más a fin de facilitar la reflexión y la descripción del tema de matemáticas para convertirlo en un objeto de enseñanza efectivo. Sabiendo que estos cuatro análisis corresponden a cada una de las dimensiones del currículo (Conceptual, cognitiva, formativa y social) tenemos entonces: el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis de actuación. En este sentido, la propuesta de Gómez (2012) considera el análisis de contenido como un procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto, esto es, sus representaciones, las relaciones que pueden establecerse entre ellos, la forma como organizan los fenómenos y los problemas a los que puede dar respuesta determinado tema matemático. Por otro lado, el análisis cognitivo lleva al profesor a describir sus hipótesis sobre la forma como los estudiantes

pueden adquirir dicho conocimiento, además de las limitaciones que pueden interferir en el aprendizaje, así como la selección de tareas que les dará más oportunidades para aprender. En tercer lugar el análisis de la instrucción consiste en el diseño, análisis y selección de las tareas que constituirán las actividades de enseñanza para lograr las expectativas de aprendizaje que ha concertado. También se toma como punto de este análisis la forma de uso de diferentes materiales y recursos que pueden ayudar a dinamizar el desarrollo de la clase, así como los criterios e instrumentos de evaluación. El análisis de actuación se realiza después del desarrollo de la unidad didáctica. Lupiañez (2009) se refiere a este como la herramienta para que el profesor reflexione sobre: la medida en la que se han logrado las expectativas de aprendizaje establecidas, la funcionalidad y pertinencia de las tareas y actividades asignadas, así como de los materiales y la efectividad de las herramientas de evaluación puestas en juego. Se sabe que este análisis sirve entonces en primera instancia para mejorar la planeación de la unidad didáctica en una próxima aplicación, para reconocer los estilos de aprendizaje de los estudiantes que permitirán mejorar las próximas planeaciones de clase y lo más importante ayudar al profesor a la construcción de lo que llamaremos Conocimiento Didáctico, que en fin se refiere al aprendizaje de su propia enseñanza.

Dado que el inicio del análisis didáctico se da por el análisis de contenido, este será nuestro punto de atención en el trabajo de investigación, puesto que la selección del tema matemático y la forma como lo concibe el maestro determina en gran medida sus prácticas de enseñanza. Como lo dijo Stodolsky (Citado por Bolívar, 2005): “El contenido influye tanto en el diseño como en la práctica de las actividades escolares (...) aquello que se enseña determina profundamente la actividad docente” (pág. 17). Por tal razón, si reflexionamos sobre la forma como el docente se acerca en primera instancia al contenido y podemos mejorar este análisis, ciertamente se verá reflejado en los procesos de enseñanza impartidos, así como en los términos y criterios de la evaluación en los estudiantes.

3.2.2. Análisis del Contenido

Como ya se mencionó, el análisis didáctico inicia con el análisis de contenido, por esta razón el énfasis de nuestro trabajo de investigación será este proceso; puesto que es el primer paso del docente de matemáticas para garantizar una planeación efectiva y pertinente del currículo. El análisis de contenido se ubica en la dimensión conceptual del currículo como proceso de planificación local, lo que lo convierte en una herramienta indispensable para que los docentes analicen los temas de las matemáticas escolares, identifiquen y organicen sus múltiples significados y así poder seleccionar los más importantes para ser objeto de enseñanza en el aula.

Los conceptos matemáticos que hacen parte del conocimiento científico deben ser transformados en conocimiento matemático escolar, esto es, hacerlos entendibles y prácticos para los estudiantes, en especial, si se trata de niños. Es de esta manera como el primer paso de esta transformación consiste en revisar esos contenidos con el fin de reconocer sus diferentes significados, determinar los niveles de complejidad para el grado y relacionarlos con los objetivos de formación y enseñanza; así, de esta manera poder adoptar los más útiles y prácticos, así como las estrategias de enseñanza para llevarlos al aula de la mejor manera posible.

Tener un tema definido es el primer paso para la planificación local del currículo, seguido de las estrategias de enseñanza. Sin embargo, desde el mismo planteamiento funcional de las matemáticas, así como desde los lineamientos curriculares y estándares de competencias, el docente debe preguntarse sobre la manera de relacionar los diferentes pensamientos a fin de convertir un tema o concepto en una estructura o foco de contenido. Esta reflexión guía la planificación del currículo, puesto que los significados, concepciones y relaciones que se establezcan al interior y exterior del contenido determinan la efectividad del conocimiento, así como las estrategias para hacer mucho más efectiva su enseñanza y la aplicación en situaciones del contexto.

- **Definición del objeto de estudio**

La Estadística es una disciplina que se dedica a la recolección, organización, procesamiento, descripción, interpretación y presentación de datos y de información, que sirve para deducir conclusiones y tomar decisiones frente a las situaciones que se estudian. Una división clásica sobre la cual se basan los Lineamientos curriculares y los Estándares Básicos de competencia, distingue dos tipos de estadística: La estadística descriptiva y la Estadística inferencial.

La estadística descriptiva se encarga de la recopilación, presentación, descripción e interpretación de datos; en la que se incluyen temas como: variables estadísticas (discretas y continuas), tablas de contingencia (de distribución de frecuencias) y gráficos estadísticos (Pictogramas, gráficos circulares, gráficos de barras).

Por otro lado la estadística inferencial, a partir de los resultados provenientes de la estadística descriptiva, permite obtener conclusiones y establecer inferencias sobre la probabilidad en la ocurrencia de eventos. En ésta, se inscriben contenidos como: técnicas de conteo, combinatoria, experimentos aleatorios y teoría de la probabilidad.

Si bien, en la realización de este trabajo y siguiendo el énfasis dado desde los referentes de planeación curriculares, el ADF se centrará en la estadística descriptiva, puesto que corresponde al pensamiento aleatorio y sistemas de datos, así como también es un ámbito evaluado en pruebas externas (SABER y PISA), ya que requieren de procesos básicos matemáticos inherentes a la actividad estadística. Específicamente para la primaria, se enfatiza en la organización e interpretación de datos en gráficos estadísticos (Pictogramas, gráficos circulares, gráficos de barra), por lo que delimitamos este contenido para el diseño de la UD.

Para un mejor acercamiento a los conceptos planteados, se propone el uso del ADF como herramienta para la Planificación Curricular (PC) de los docentes de Educación Básica Primaria (EBP) para el desarrollo del Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) que le permita la secuenciación efectiva de actividades en el diseño e implementación de una Unidad Didáctica (UD). Coherentes con referentes curriculares, se propone el uso de situaciones problemáticas donde prime el

conocimiento matemático escolar desde su aspecto funcional y realista, que permita el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de grado 5° en contextos significativos y pertinentes.

El análisis de contenido, se centra en “analizar, describir y establecer los diferentes significados que tienen las nociones involucradas en el tema de matemáticas escolares sobre el que el profesor está realizando la planificación de la unidad didáctica” (Lupiañez, 2013, p. 85), que en nuestro caso toma como objeto de análisis los gráficos estadísticos. Se sabe entonces que este análisis se encuentra en la dimensión conceptual del currículo y en el nivel de concreción de CME. Además, el análisis de contenido se desarrolla a través de tres organizadores del currículo: los sistemas de representación, la fenomenología y la estructura conceptual.

Mediante este análisis se desarrollan las capacidades del profesor de matemáticas para establecer diversos significados sobre los temas involucrados, que son conocimientos necesarios para marcar expectativas en su enseñanza a los estudiantes y además delimitar y diseñar tareas basadas en la concreción de unas demandas cognitivas. Es decir, contribuye al profesor a mejorar la enseñanza desde la competencia de planificación (Rico, Marín, Lupiañez y Gómez, 2008).

El análisis de contenido debe culminar con un buen panorama del contenido matemático objeto de la UD, por lo que se analizará tomando como referencia la estadística descriptiva a través de los tres organizadores del currículo dispuestos para este procedimiento:

- **Estructura Conceptual:** Este considera las relaciones de los conceptos y procedimientos implicados en el contenido estudiado, atendiendo tanto a la estructura matemática de la que forman parte, como a la que configuran tales conceptos y procedimientos. Así pues, entre el contenido conceptual podemos destacar: términos de variables, población y muestra, notaciones y convenciones de los gráficos estadísticos, definiciones de medidas de tendencia central y las propiedades dentro de un conjunto de datos, y dentro del contenido procedimental anotamos las fórmulas de aplicación, modos

representación de datos, análisis de gráficas, estrategias y razonamientos para la interpretación de situaciones y resolución de problemas.

Realizamos la estructura conceptual del tema mediante un diagrama (Figura 1) sobre la estadística descriptiva, de acuerdo con el siguiente procedimiento: primero, se clasificó el contenido matemático en procedimental y conceptual, tal como se explicó en el párrafo anterior, con base a información obtenida de los EBC, LC y libros de texto de matemáticas para grado 5°, luego se establecieron relaciones entre esos elementos.

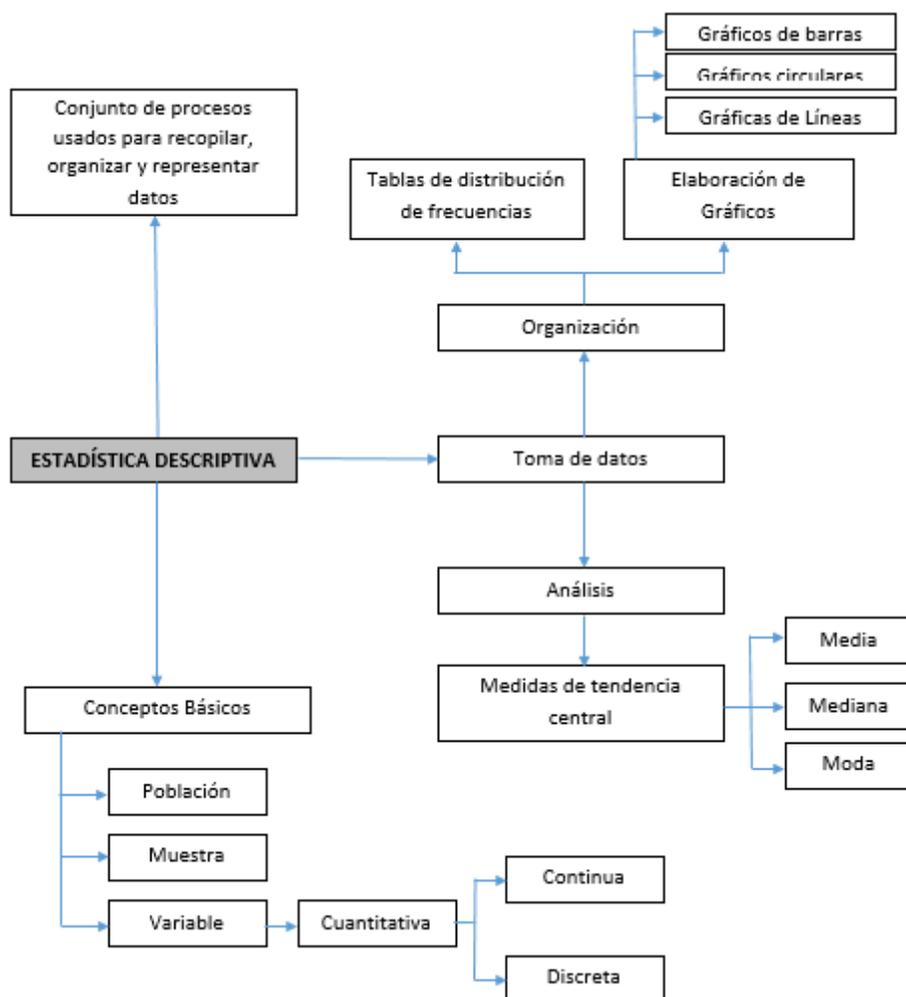


Figura n° 1: Estructura conceptual Estadística Descriptiva

- **Sistemas de representación:** Esta parte del análisis nos ayuda a considerar las diferentes maneras en las que se puede representar el contenido matemático y sus relaciones con otros conceptos y procedimientos. El estudio de los sistemas de representación de un CME tiene como objeto que los profesores de matemáticas desarrollan su capacidad para analizar diferentes formas de representación de los conceptos matemáticos involucrados en ese tema por explorar y mostrar sus diferentes conexiones.

Sabemos que los conceptos matemáticos son construcciones mentales, por lo que se requiere del uso de sistemas de representación para reconocerlos, aprenderlos y comunicarlos. Además, el uso de diferentes sistemas de representación de un mismo concepto pone en evidencia sus propiedades, cualidades y relaciones con otros conceptos, por lo que las representaciones se convierten en factor determinante a la hora de hablar de la funcionalidad del conocimiento. Al respecto se dice que “Cuando los niños ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender la potencia de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y a utilidad de las matemáticas” (NTCM, 1989, pág., 25)

Al hablar de representaciones en temas como la estadística descriptiva, la mayoría de textos escolares analizados, así como los referentes nacionales de planeación curricular, nos remiten a los gráficos de barras, histogramas, gráficos de líneas y gráficos circulares como formas de organización y representación de los datos. Sin embargo, hablando en términos del análisis didáctico consideraremos los siguientes sistemas de representación: verbal, gráfico, pictórico y numérico.

Sistema de representación verbal: Este sistema considera las representaciones de conceptos y procedimientos de forma oral o escrita, mediante palabras, expresiones y oraciones cortas.

Sistema de representación Gráfico: Es el sistema base de representación de la estadística descriptiva para la organización y comparación de los datos, puesto que a través de este se dibujan o grafican los datos recogidos para poder analizarlos. Dentro de este sistema encontramos los gráficos de barras, los gráficos de líneas, gráficos circulares y otros.

Sistema de representación Pictórico: Este sistema consiste en un conjunto de símbolos, grafismos, dibujos, entre otros que se usan para representar conceptos, en nuestro caso, usualmente se dan valores a símbolos o dibujos que representan las variables durante el coteo de datos

Sistema de representación numérico: En este se incluyen los números y operaciones sobre los conceptos matemáticos en consideración. En la estadística descriptiva podemos encontrar el uso de número natural para medir, contar, operar, identificar y ordenar datos estadísticos.

Los sistemas de representación juegan un papel fundamental, al ayudar a los estudiantes a construir vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas. Es importante entonces que los docentes y estudiantes puedan establecer relaciones y traducciones entre los diferentes sistemas de representación de un concepto matemático, que le permita en determinado momento la realización de conversiones de un sistema a otro según lo requiera la situación a la que se enfrenta.

- **Análisis Fenomenológico:** El Análisis Fenomenológico considera los fenómenos (contextos, situaciones y problemas) que pueden dar sentido al contenido considerado. Específicamente Freudenthal (1986) habla de la fenomenología Didáctica cuando los fenómenos que se toman en consideración son los que están presentes en el mundo en el que viven los alumnos a los que se pretende enseñar en los sistemas escolares. Por esta razón, uno de los objetivos principales de este tipo de análisis es poner en evidencia las relaciones que se establecen entre el CME y las situaciones auténticas donde

es aplicable. Así pues, se espera que el ADF forme parte del conocimiento del profesor de matemáticas a fin de mejorar la PC facilitando la programación de UD, la elección de prácticas variadas y eficaces para que los alumnos construyan objetos mentales de los conceptos matemáticos a partir de las situaciones en las cuales es utilizado.

Sobre la estadística Descriptiva Puig (1997) expresa:

Los conceptos de la estadística descriptiva se han desarrollado con el fin de organizar la información que proporcionan datos numéricos. Esos datos provienen de una gran diversidad de fenómenos de la vida social, política y económica, cuya enumeración sería interminable. Ahora bien, todos esos fenómenos no son más que los contextos en los que se usan los conceptos de la estadística, y que tiene interés didáctico tomarlos en consideración como contextos de uso, ya que constituyen un campo de experimentación de los sujetos en la constitución de los objetos mensajes de la estadísticas. Los fenómenos de los que éstos realmente tratan tienen que ver con la información cuantitativa que hay en los datos y lo que los conceptos organizan es esa información cuantitativa resumiéndola, caracterizándola, tipificándola, disponiéndola de forma que pueda ser comparada con otras informaciones provenientes de datos masivos. (p. 78)

Es de esta manera como el ADF sobre la estadística descriptiva, inicia con la identificación de los contextos en que tiene sentido y es funcional; los fenómenos donde surge o para el cual el contenido matemático es un organizador y las situaciones donde tienen uso los conceptos matemáticos.

Contextos: Rico y sus colaboradores utilizan la noción de contexto matemático para referirse “al modo en que se usan los conceptos en una o varias situaciones” (Rico et al., 2008, p. 11). En este sentido para identificar los contextos fenomenológicos en los que tiene sentido el tema es útil abordar las siguientes cuestiones: (1) ¿Para qué se usa el tema matemático? y (2) ¿a qué problemas da respuesta el tema?

Si damos respuesta a estas preguntas desde la estadística descriptiva lograremos identificar los contextos en los cuales este concepto adquiere sentido y es funcional para la resolución de determinadas situaciones.

Chaverra & Sosa (2008) determinan en su libro “Matemática con Sentido, una propuesta que replantea el modo de enseñar la matemática desde edades tempranas”, los contextos fenomenológicos para la estadística descriptiva a través del planteamiento de situaciones didácticas para este contenido matemático. Es de esta manera como las autoras describen este CME desde la necesidad de (1) recolectar datos, (2) registrar, (3) presentar, (4) organizar e (5) interpretar la información.

Sin embargo, a través del análisis de contenido realizado a los libros de texto podemos añadir a ésta otros contextos como lo son: expresar cantidades que se relaciona con la recolección de datos, registro y representación de la información; así como también comparar, que tiene que ver con la organización y la interpretación de los datos presentados.

Fenómenos: Ahora bien, luego de identificar los contextos que están inmersos en fenómenos que dotan de sentido y funcionalidad el CME, debemos nombrar o determinar esta clase de fenómenos y las situaciones en las que se presentan. Es así como “el análisis fenomenológico implica entonces identificar el listado de fenómenos que se asocia al tema de las matemáticas escolares que estamos trabajando y establecer cómo el tema organiza ese listado” (Cañadas & Gómez 2013, p. 42).

Siguiendo con el modelo propuesto de Cañadas & Gómez (2013), tomaremos como punto de partida los contextos para establecer los fenómenos a los que pertenecen en la siguiente gráfica (Tabla n° 4).

CONTEXTO	FENÓMENO
Recolectar datos	Aplicación de encuestas y cuestionarios. Censos, crecimiento y densidad poblacional.
Registrar información	Cuantificar los datos. Establecer valores máximos y mínimos. Determinar variables y representación.
Organizar y presentar la información	Determinar promedios y tendencias. Geometría (Círculos, ángulos, área, línea recta)
Interpretar la información	Interpretación de gráficos y cuadros para la comprensión de los fenómenos naturales, sociales, culturas y políticos. Comparación de la información

Tabla n° 4. Contextos y fenómenos

Situaciones: Las situaciones hacen referencia al “medio en el cual se enmarcan problemas y cuestiones matemáticas que pueden encontrar los ciudadanos, que se proponen a los estudiantes y que centran su trabajo” (Lupiañez, 2013, p. 87). A la hora de diseñar las actividades de una UD, los docentes deben tener en cuenta que el CME se hace más valioso cuando se encuadra en situaciones cercanas a los o a su entorno. Como también, se puede buscar proponer tareas que relacionen las matemáticas con otras áreas científicas. Para estos propósitos, resulta indispensable analizar el tipo de situaciones en las cuales se hace uso del concepto matemático.

Los LC del área de matemáticas, proponen dentro de su modelo curricular, el planteamiento de situaciones problemáticas de las *mismas matemáticas, de la vida diaria y de otras ciencias*; situaciones a las que denomina “contextos”, que para nuestro estudio seguiremos llamando situaciones. Los EBC refuerzan la propuesta de los LC al afirmar que:

El contexto del aprendizaje de las matemáticas es el lugar –no sólo físico, sino ante todo sociocultural– desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, y por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades de la institución educativa y, en particular, con las

demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas. (MEN, 2006, p. 70)

Por otro lado, en el marco del proyecto PISA, que sirve como referencia para la reestructuración curricular de nuestro país, y reconocido en todo el mundo; se proponen cuatro tipos de situaciones como criterio para la formulación y resolución de problemas: *personales, ocupacionales, sociales y científicas* (OECD, 2010; p 21-22).

Las situaciones personales son las relacionadas con las actividades diarias de los alumnos. En ella se consideran las formas de actuar del individuo frente a una situación en el contexto que le afecta directamente. Un ejemplo

6. Los niños de quinto grado votaron por Rosa, Julio, Sara, Francisco, Diego y Ana, que querían ser elegidos como representantes del curso. Los resultados de la votación fueron:

Rosa, Julio, Sara, Sara, Rosa, Francisco, Julio, Diego, Sara,
Sara, Julio, Francisco, Rosa, Sara, Sara, Sara, Julio, Rosa.

¿En cuál de las siguientes tablas aparecen los resultados de la votación?

A.

Estudiantes	Número de votos
Rosa	
Julio	
Sara	
Francisco	
Diego	
Ana	

B.

Estudiantes	Número de votos
Rosa	
Julio	
Sara	
Francisco	
Diego	
Ana	

C.

Estudiantes	Número de votos
Rosa	
Julio	
Sara	
Francisco	
Diego	
Ana	

D.

Estudiantes	Número de votos
Rosa	
Julio	
Sara	
Francisco	
Diego	
Ana	

Figura n° 2. Ejemplo de situación personal (ICFES, 2015, p. 8)

Las situaciones ocupacionales, que pueden ser educativas o laborales, son las que encuentra el alumno en el centro escolar o en su entorno de trabajo. Aquí se consideran aquellas situaciones que suceden dentro de la escuela y que necesitan de ciertas competencias matemáticas para resolverlas. Como ejemplo podríamos tomar:

16. En la clase de inglés, el profesor organizó un concurso. Cada vez que un estudiante traducía una palabra correctamente, el profesor dibujaba una rayita frente al nombre del estudiante.

En la tabla se presentan los resultados:

Nombre del estudiante	Número de palabras traducidas correctamente
Carlos	
Juana	
José	
Constanza	
Maricela	
Víctor	
Amanda	
Reinaldo	
Viviana	
Daniela	

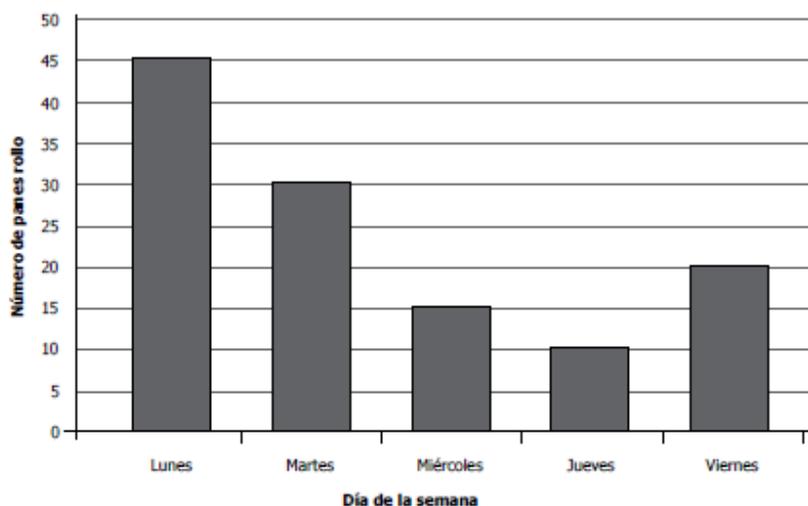
Tabla

¿Quiénes fueron los tres estudiantes que tradujeron, correctamente, más palabras?

Figura n° 3. Ejemplo de situación educativo o laboral (ICFES, 2015 p. 13)

Las situaciones públicas o sociales se refieren a la comunidad local o a otra más amplia, en la cual los estudiantes observan determinados aspectos sociales de su entorno o que aparezca en los medios de comunicación. En este tipo de análisis suelen presentarse los gráficos de barras y circulares para la organización e interpretación de datos en situaciones determinadas, así:

10. La gráfica muestra el número de panes rollo y la tabla, el número de panes blanditos vendidos en una panadería entre el lunes y el viernes de la semana pasada.



Gráfica

Día	Número de panes blanditos
Lunes	26
Martes	32
Miércoles	15
Jueves	11
Viernes	13

Tabla

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A. El Lunes se vendieron menos panes rollo que cualquier otro día.
- B. El Jueves se vendieron más panes blanditos que cualquier otro día.
- C. El Viernes se vendieron 13 panes rollo y 20 panes blanditos.
- D. El Martes se vendieron 30 panes rollo y 32 panes blanditos.

Figura n° 4. Ejemplo de pregunta se situación pública (ICFES, 2015, p. 10)

Por último, las situaciones científicas pueden presentar problemas más abstractos que implican la comprensión de otros contextos y de una interpretación matemática del problema. Así podemos considerar situaciones como:

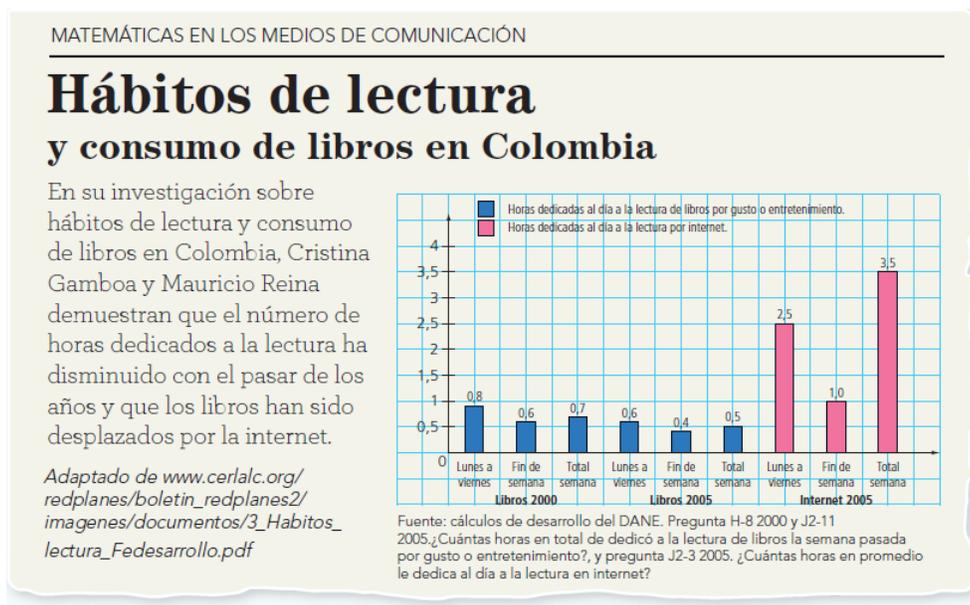


Figura n° 5. Ejemplo de situación problema científica. (MEN, 2012, p.172)

3.2.3. ANÁLISIS COGNITIVO

En el análisis cognitivo se enuncian y organizan los objetivos que deben alcanzar los estudiantes en torno al CME, describiéndolos en términos de competencia matemática.

3.2.4. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN

En esta parte del AD el docente propone y secuencia actividades de enseñanza y aprendizaje (tareas) que conformarán la UD, identificando los materiales a utilizar y las estrategias e instrumentos de evaluación para valorar los logros de los estudiantes.

CAPÍTULO 4

METODOLOGÍA

4.1. MARCO METODOLÓGICO

Al hablar de investigación en el campo de la Educación Matemática (EM), son muchos los enfoques y perspectivas teóricas y metodológicas que durante las últimas décadas se han aplicado en diferentes estudios sobre la enseñanza de las matemáticas escolares. En este sentido y tomando en cuenta que este Trabajo de Grado de Maestría pretende indagar y reflexionar sobre los aportes del Análisis Didáctico Fenomenológico (ADF) como estrategia de planificación curricular para los docentes de matemáticas de la Educación Básica Primaria (EBP), y siendo éste un proceso inherente a la práctica profesional del día a día; se optó por implementar la Sistematización de Experiencias (SE) (Jara, 2011) como estrategia que unida a los principios y fases de la Investigación Acción Participativa (IAP) (Jara, 2012), permitirá enriquecer la interpretación de las prácticas de aula, desde el proceso de planeación aportando al diálogo de saberes (concepciones y creencias) con elementos conceptuales y teóricos para la transformación de la PC de los docentes.

Verger (2002) basándose en varios autores (Jara, 1994; Francke y Morgan, M., 1995) define la SE como el proceso de reconstrucción y reflexión analítica sobre una experiencia de acción o de intervención para interpretarla, comprenderla e introducir mejoras en futuras prácticas, esto es, transformarla. Además, Jara (2011) afirma que este proceso se lleva a cabo “sobre la práctica y desde la práctica” basada en la reconstrucción de ordenamientos de los significados y conceptos que intervienen en la experiencia con el fin de generar aprendizajes, que en nuestro caso aportarán el

desarrollo de la competencia en PC y conocimiento didáctico de CME de los docentes en la EBP.

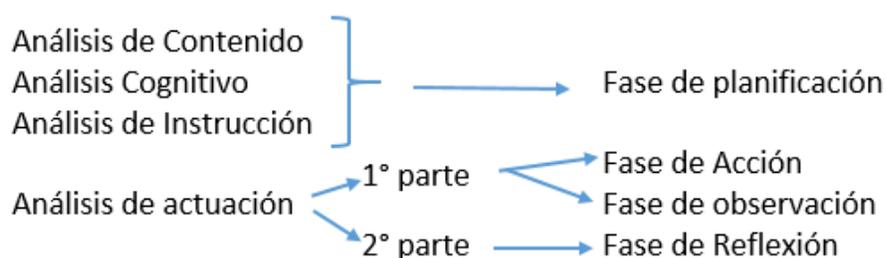
Para dar un orden a este proceso Verger (2002), además de otros autores (Capó, W., Arteaga, B., Capó, M., Capó, S., García, E., Montenegro, E., & Alcalá, P., 2010) disponen de unas fases para llevar a cabo la implementación de la SE:

- **Diseño del proyecto de Sistematización de experiencias**, cuyo objetivo es debatir sobre el proceso de sistematización, definiendo una serie de aspectos básicos que darán sustento y direccionalidad al resto de proceso.
- **Recuperación y reconstrucción del proceso**, la cual consiste en la recuperación y documentación de forma ordenada de las fases o momento que se relacionan con el conjunto de actividades que forman parte de la experiencia a sistematizar, así como los contextos donde se desarrolla y los actores involucrados en la misma.
- **Análisis e interpretación crítica del proceso**, donde se confronta teoría y práctica con el fin de hacer una interpretación crítica de la práctica con base en la teoría y generar aprendizajes significativos que permitan transformar esta experiencia. En esta fase se espera poder descomponer el proceso en los elementos que lo constituyen para descubrir su lógica interna y comprender las relaciones que se establecen entre la teoría y la práctica puestas en consideración
- **Interpretación, conclusiones y propuesta transformadora**, donde se espera explicar el proceso vivido, sacando a la luz los nuevos conocimientos obtenidos durante la experiencia, además de comprender las causas y las consecuencias de lo que ha sucedido. Se trata de la fase más compleja y significativa del proceso, en la cual las conclusiones de sistematización se deberían expresar en forma de aprendizajes. Además se consolida una propuesta transformadora para optimizar resultados en una nueva aplicación de la experiencia

Si bien, la mayoría de autores (Jara, 2012; Verger 2002; Capó, W., Arteaga, B., Capó, M., Capó, S., García, E., Montenegro, E., & Alcalá, P., 2010) concuerdan en que esta

interpretación crítica de la experiencia se produce en primer lugar por la participación activa y protagónica de quienes forman parte de la experiencia misma. En este sentido, se recurre a la IAP como metodología de investigación orientada hacia el cambio y la transformación de la realidad educativa, con los recursos y la participación de quienes están involucrados en este proceso (docentes y estudiantes), generando un conocimiento a partir del propio conocimiento para dar lugar a un proceso de transformación y empoderamiento (Jara, 2012). Así mismo Kemmis y Mactaggar (1998, Citados por Bausela, 2004) caracterizan la IAP como un proceso de construcción desde y para la práctica, así como el mejoramiento de la práctica a través de su transformación, comprensión y análisis crítico de las situaciones a través de un proceso de planificación (en la que se desarrolla la comprensión de un problema y se hacen los planes de algún tipo de estrategia de intervención), acción (en la que la intervención se lleva a cabo), observación (que se refiere a la recogida de las observaciones pertinentes de diversas formas, durante el tiempo de la intervención) y reflexión (en la que se rememora la acción para dotar de sentido a los procesos que se han manifestado en la acción y se toman decisiones de cara a una nueva intervención en el ciclo siguiente), los cuales llamaremos fases de la IAP.

Es de esta manera como el diseño y desarrollo metódico de este trabajo consiste en la articulación de las fases la SE y la IAP dentro de un procedimiento reflexivo, sistémico, crítico y participativo que permitirá el estudio del aporte del ADF a los procesos de PC de los docentes de EBP. Para lo cual Bedoya (2013) propone complementariamente apoyarse de un diseño basado en el estudio de casos (Rojas, 2010) y de investigación evaluativa (Bedoya, 2002). Ahora, teniendo en cuenta esto y el hecho de que este proyecto de sistematización se propone en el campo de formación de profesores de matemáticas y desarrollo curricular, se incluirá el modelo metodológico de Análisis Didáctico (AD) y sus cuatro dimensiones dentro de las fases de implementación de la I-A-P como se ilustra en el siguiente esquema.



*Figura n° 6. Correspondencia entre fases del análisis didáctico y de la investigación acción
(García & Romero, 2013)*

Así pues, el AD como metodología de la investigación resulta ser un procedimiento transversal y de gran utilidad a la hora de articular la I-A-P en cada una de las fases mencionadas (figura n°6). Así, mediante el análisis de contenido, cognitivo y de instrucción, y especialmente dentro del análisis de contenido el análisis ADF; se espera diseñar una secuencia didáctica sobre análisis, organización y representación de datos estadísticos que se llevara al aula y será puesta en consideración en el análisis de actuación el cual comprenderá la fase de acción, observación y reflexión del proceso con el fin de determinar los aportes del ADF a la planificación curricular de los docentes. En esta investigación utilizamos el análisis de contenido tanto para el diseño de la unidad didáctica, así como para obtener categorías de análisis de las producciones de los docentes a la hora de realizar la PC. El ADF considerado dentro del Análisis de Contenido del AD propuesto como estrategia metodológico permitirá dar un marco de referencia y conceptual para el desarrollo del Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) por parte de los investigadores y de los docentes con el fin de desarrollar competencias en la PC docente específicamente en lo concerniente a la organización, representación y análisis de datos estadísticos.

4.2. DISEÑO METODOLÓGICO

Atendiendo a las características sistémicas y estructurales, así como a sus objetivos comunes, de los procesos metodológicos de Sistematización de Experiencias y de I-A-P, se propone organizar y temporizar el desarrollo de este trabajo en cinco fases, las cuales a su vez recogen las distintas etapas de la SE, de la I-A-P y del AD que se ilustra de manera esquemática en la figura n°7.

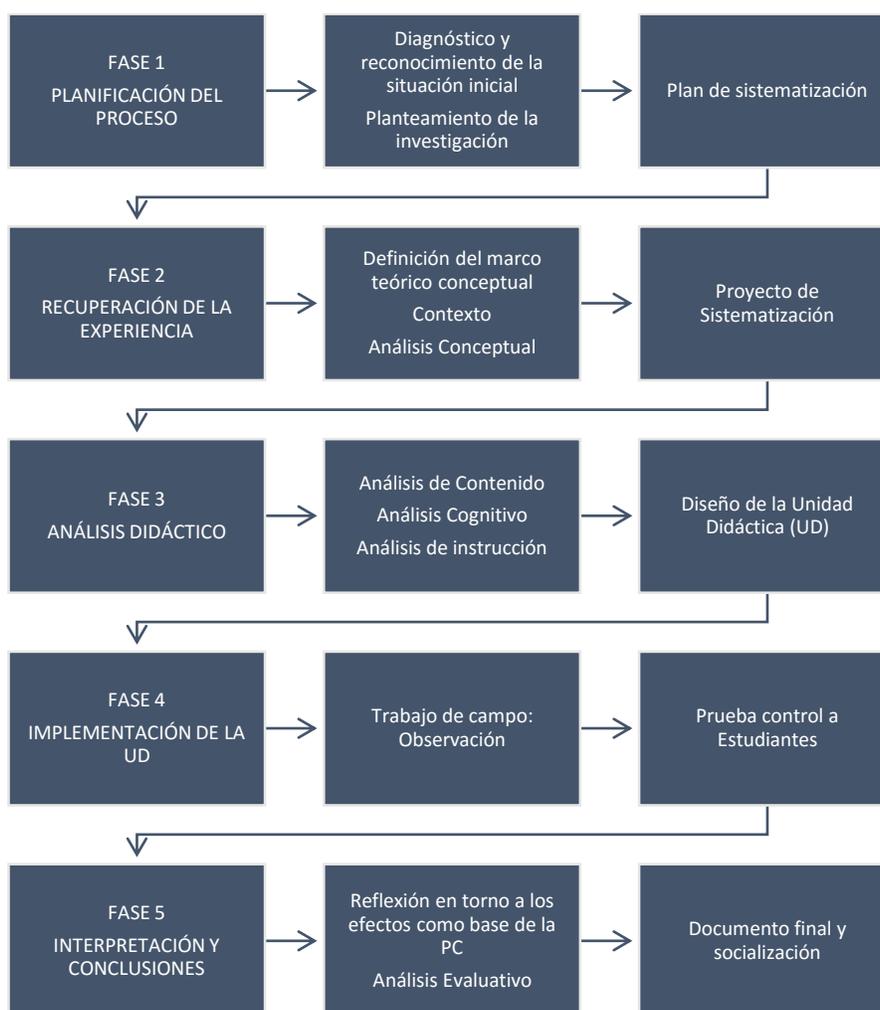


Figura n° 7. Articulación SE, I-A-P y AD en las fases del proceso de investigación

El proceso de SE, se inicia con la primera fase que se ha denominado **Planificación del proceso**, la cual por tratarse de una etapa de formulación, se abordan cuestiones como ¿para qué sistematizar? ¿Qué se quiere sistematizar? y ¿cómo realizar la sistematización?, además de establecer un diagnóstico y reconocimiento de la situación inicial, esto es, las concepciones de los docentes sobre la planificación curricular, así como el CDC de los conceptos estadísticos puestos en consideración para la unidad didáctica, puesto que dará una línea base sobre la cual marcar un horizonte frente al trabajo de investigación a realizar, que en nuestro caso se centra en la competencia de la planificación curricular de los maestros de matemáticas. Seguidamente en la fase de **Recuperación de la Experiencia**, se espera poder validar la situación de la experiencia a sistematizar, frente a los objetivos que se esperan alcanzar, así como al análisis documental del marco teórico y conceptual a utilizar para la sistematización de la experiencia. Cabe en esta fase preguntarse sobre el contexto, la población y la muestra que participarán del resto del proceso, indagando sobre las características de las instituciones y su cultura académica; así como las formas de planificación de los docentes y de organización de los contenidos en los planes de área, pudiendo generar una primera visión sobre las formas de enseñanza y aprendizaje que intervienen en las prácticas de aula. Como último proceso de esta fase se propone iniciar el AD con el Análisis Conceptual de CME a trabajar, esto es su contextualización curricular; definiciones, conceptos y términos básicos, además de una aproximación histórico-crítica. Esta parte del AD incluye entonces el análisis de contenido, análisis conceptual y análisis fenomenológico preliminar, cuyo producto es una guía de formación para docentes que será desarrollada en la siguiente fase.

Para la tercera fase que se ha llamado **Análisis Didáctico**, se espera implementar el taller de formación, dirigido a los docentes de matemáticas de la EBP, el Análisis de Contenido, específicamente haciendo un uso primordial del ADF, el cual servirá de referente para el análisis cognitivo y el análisis de instrucción. Como producto se obtendrá una Unidad Didáctica que será analizada bajo la mirada de las categorías correspondientes a ésta, centrándose en el uso de contextos y procesos de matematización en el aula, bajo los referentes de la Educación Matemática Realista y

la Fenomenología Didáctica. Para dar continuidad al análisis didáctico e iniciar un trabajo de observación, se procederá en la fase cuatro con la **implementación de la UD**, para realizar el análisis de la actuación a través del registro en un formato de observación centrado en la gestión de aula, uso de la planificación, evidencias de aprendizaje y desarrollo de competencia matemática. Para finalizar, en la quinta fase Interpretación y Conclusiones se realizará una reflexión en torno a los efectos y alcances de la PC comparados las planeaciones comunes de los docentes, así como un análisis evaluativo que se centrará en el rendimiento, resultados e interpretación de los mismos a la luz del AFD logrando así deducir los aportes que realizó a la PC de los docentes de matemáticas y a la vez al desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes.

Se debe anotar que las cinco fases del diseño metodológico están en correspondencia con lo que Kemmis y Mactaggar (1998, Citados por Bausela, 2004) han definido como las fases de la I-A-P así: (i) Diagnóstico y reconocimiento de la situación inicial, en las fases uno y dos. (ii) Desarrollo de un plan de acción críticamente informado, para mejorar aquello que está ocurriendo, evidenciado en la fase tres (iii) Actuación para poner el plan en práctica y la observación de sus efectos en el contexto que tiene lugar, el cual se lleva a cabo en la fase cuatro; y por último en la fase cinco, (iv) la reflexión en torno a los efectos como base para una nueva planificación.

4.3. CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

El análisis de la información en cada una de las fases de la investigación estará determinado por una red conceptual donde se han considerado las categorías de análisis y subcategorías más importantes para la realización de este trabajo. La figura 3 ilustra las relaciones que se establecen entre éstas, los procedimientos, los objetivos y las fases del proceso de investigación.

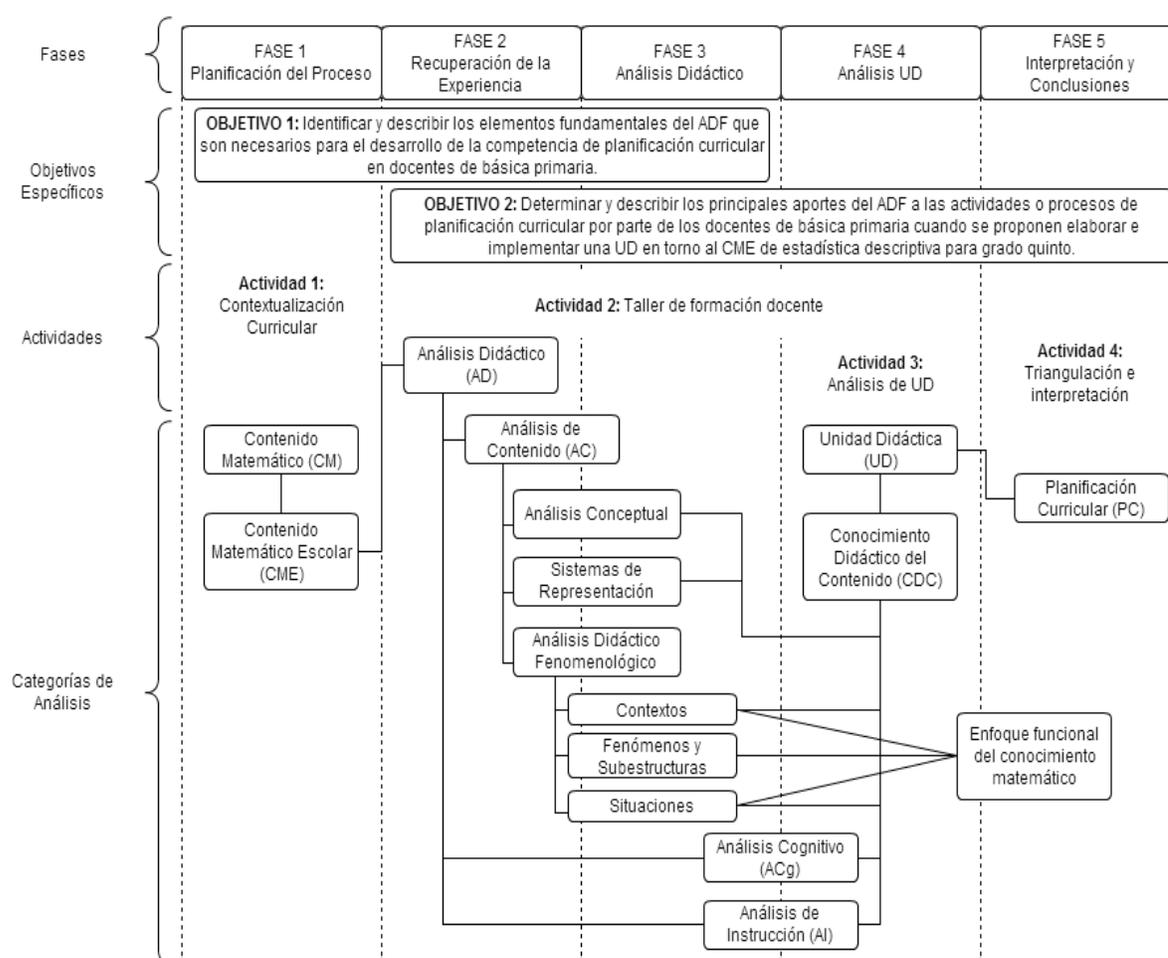


Figura n°8. Categorías de análisis

4.4. CONTEXTO

Teniendo en cuenta nuestra experiencia como tutores y formadores de docentes de EBP en las áreas de matemáticas y lenguaje a través del Programa Todos a Aprender (PTA) del MEN, esperamos desarrollar el proyecto de investigación en los establecimientos educativos que acompañamos puesto es más factible la realización de entrevistas, observaciones de clase, planeaciones, análisis de planes de área; que si bien son actividades comunes PTA del cual hacen parte, servirán como instrumentos de recolección de información del trabajo de investigación. La Institución Educativa Lorenzo Yalí, Institución Educativa Presbítero Abraham Jaramillo y la Institución Educativa Monseñor Juan Iván Cadavid Gutiérrez, sede Elena Benítez Vélez, de los municipios de Yalí, San Roque y Urrao respectivamente, son instituciones focalizadas en el departamento de Antioquia por su bajo rendimiento en pruebas SABER, esperando con este proyecto pueda aportar al mejoramiento de la calidad educativa y por ende de los las formas de enseñanza de los docentes.

Estas instituciones comparten características comunes a nivel social, económico, académico y curricular. Entidades de carácter público que sirven educación formal en los ciclos de preescolar, básica primaria y secundaria; y media vocacional a estudiantes de todos los estratos sociales de los municipios. Sus finalidades incluyen la formación integral de los estudiantes apuntando a un ciudadano participativo, comprometido, ético, con visión de futuro y que aporte al desarrollo social de su comunidad. Cada PEI de los establecimientos cumple con los requisitos mínimos legales para su funcionamiento, dando cumplimiento a lo que exige la constitución colombiana.

Los planes de estudio del área de matemáticas, si bien son coherentes en la inclusión de los estándares, la relación de contenidos responde al orden dado por los libros de texto de las editoriales comerciales del maestro de turno, por lo que su actualización corresponde únicamente a los cambios de formato requeridos por políticas educativas, sin mediar la presentación de contenidos y las planeaciones de aula de los maestros.

En términos de las dimensiones del currículo (Rico, 1998) estos planes de estudio hacen un énfasis importante en los contenidos, más que en la evaluación, objetivos y metodología, siendo estos el único punto de referencia para la PC de los maestros, acompañados de sus libros de textos sobre los cuales trabajan estrategias y actividades que se incluyen como metodología en la práctica escolar del día a día, pero que poco corresponde al modelo pedagógico de cada establecimiento. Los objetivos e indicadores de logro son tenidos en cuenta únicamente a la hora de calificar, para pasar reporte de notas de los estudiantes, alejándose del verdadero sentido y utilidad de estos en la planificación curricular. Sobre evaluación, estos planes incluyen una lista más de actividades que de estrategias consideradas como criterios de evaluación, que poco se relacionan con el desarrollo de competencias, los contenidos o la misma práctica del conocimiento.

Para dar cumplimiento al objetivo propuesto se delimitó una muestra no probabilística de la población en la cual se incluyen 2 docentes de matemáticas de 5° (uno por cada institución) Los maestros cuentan con títulos profesionales de: Licenciatura en educación básica con énfasis en ciencias naturales, licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas y licenciatura en educación básica con énfasis en ciencias sociales.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para la realización de este proyecto, tomamos el AD como metodología de investigación, tal y como se planteó en el capítulo anterior. Así pues, durante la fase de recuperación de la experiencia en la revisión documental, pudimos identificar y describir los elementos fundamentales del ADF que son necesarios para la competencia de PC; enunciado que se refiere a nuestro primer objetivo específico (O.1.). Así pues, se pudieron determinar las categorías del proyecto en las que se enmarcó el análisis de la información de todo el proceso.

Al hablar entonces de los aportes del ADF a la competencia de PC de los docentes de EPB debemos referirnos a los siguientes puntos:

- **Conocimiento Matemático Escolar (CME):** Esta categoría se centra en el dominio disciplinar que tienen los docentes de matemáticas, puesto que el conocimiento del contenido matemático a enseñar es un requisito indispensable a la hora de llevar a cabo la planificación curricular. Es de esta manera como el análisis de contenido desde la estructura conceptual y los sistemas de presentación, nos permite reconocer el nivel de conocimiento y apropiación que tienen los docentes de los contenidos que enseñan al poder establecer relaciones entre lo conceptual, lo procedimental y las formas de representación del objeto de estudio.
- **Conocimiento del Currículo (CC):** El cual alude al conocimiento de los objetivos, fines, contenidos, orientaciones curriculares, materiales y recursos

disponibles para la planificación curricular. En nuestro caso consideramos la apropiación de los EBCM, LC, DBA y lineamientos de evaluación del ICFES, los cuales tuvimos en cuenta para la contextualización curricular de nuestro objeto de estudio. (Ver capítulo 2)

- **Enfoque funcional del conocimiento matemático (EFCM):** Se refiere al conocimiento que permite modelizar situaciones reales y está orientado a la resolución de cuestiones y problemas diferentes. Tiene una relación directa con el ADF que comprende en análisis de los contextos, los fenómenos y las situaciones. Así pues considerado de gran importancia esta categoría dentro de nuestro proyecto

A continuación presentamos entonces los resultados y un análisis preliminar de cada una de las categorías

5.1. CONOCIMIENTO MATEMÁTICO ESCOLAR

Durante el desarrollo del taller de formación docente, se preguntó a los asistentes sobre los contenidos conceptuales y procedimentales, así como también sobre los sistemas de representación usados en la enseñanza de la estadística descriptiva, obteniendo las siguientes respuestas:

PREGUNTA	RESPUESTA DOCENTE 1	RESPUESTA DOCENTE 2
¿Qué es la estadística descriptiva?	<i>Es el estudio de datos a partir de su recopilación. Es una ciencia que sirve para la organización, análisis y representación de datos a fin de estudiar situaciones y dar soluciones</i>	<i>Representación gráfica de determinada información para su análisis posterior</i>
¿Cuáles son los conceptos que caracterizan el tema?	<i>Medidas de tendencia central Gráfico de barras Tabla de frecuencias Encuestas Población Muestra</i>	<i>Media, Mediana y Moda Organización de datos por medio de tablas y gráficas</i>
¿Cómo se relacionan esos conceptos entre sí?	<i>Cada uno requiere al otro para entenderlo</i>	<i>Se relacionan en la medida que todos hacen referencia a la información central de los datos que se dan</i>

Tabla n° 5: Respuestas sobre el conocimiento matemático escolar. Conocimiento Conceptual

Cada docente respondió desde su experiencia, además de poder utilizar, para dar respuesta la información presentada en los libros de texto que usan en la planeación y desarrollo de las clases.

Sobre la definición de la estadística descriptiva, hay claridad en el concepto. Cada uno es elaborado desde la experiencia en las prácticas de enseñanza de educación matemática. Los docentes concuerdan en la organización y presentación gráfica de la información para describir situaciones, evidenciando una idea básica sobre lo que es estadística descriptiva. Sin embargo, las definiciones son demasiado simples, desprovistas de un contexto y de elementos fundamentales para lo que implica hacer estadística en la escuela.

La segunda pregunta, donde se presentan los listados de conceptos que caracterizan el tema, las docentes toman como referencia los planes de área y los libros de texto que usan en la planeación de sus clases respondiendo con los subtemas que se presentan en la unidad de pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Las listas son concisas sobre lo que se enseña en quinto grado de la EBP. Se reiteran conceptos como las medidas de tendencia central y la organización de datos por medio de tablas y gráficas, lo que nos da indicios de una concepción procedimental de la enseñanza de estadística en la escuela. Solo una docente tiene en cuenta las definiciones de población, muestra y encuesta que son fundamentales en el estudio estadístico de las situaciones. Y consideramos como ausencias el concepto de variable como descriptor de los casos de estudio, además de los pictogramas, diagramas de líneas y diagramas circulares, los cuales se proponen desde los EBCM y DBA, así como también, se evalúan como competencias en las diferentes pruebas nacionales.

Por otro lado, la relación que establecen los docentes entre los conceptos presentados, se centra en explicaciones sencillas generales sobre la estadística descriptiva, llegando a la conclusión de que cada concepto necesita del otro para poder entenderse, así como también referirse al mismo aspecto de la estadística descriptiva en el caso de las medidas tendencia central.

Si nos remitimos a la práctica, en la planeación de la unidad didáctica y analizamos los conceptos planteados en ella tanto de forma explícita como implícita, podemos relacionar algunas conclusiones con la tabla n° 6, que presenta estos resultados.

	UNIDAD DIDÁCTICA 1	UNIDAD DIDÁCTICA 2
CONCEPTOS EXPLÍCITOS	<i>Población, muestra, tabla de frecuencia, moda, tablas de frecuencia, gráficos de barras</i>	<i>Medidas de tendencia central: moda, media y mediana</i>
CONCEPTOS IMPLÍCITOS	<i>Encuesta, estadística</i>	<i>Tablas de frecuencia, gráficas de barras</i>
RELACIONES ENTRE LOS CONCEPTOS	<i>Cada uno está presentado como prerrequisito para el próximo, así se explica la población y poder entender la muestra. La encuesta como instrumento de recogida de la información para poder hacer las tablas de frecuencia y la moda como conclusión</i>	<i>De forma implícita no se ve la relación entre los conceptos , esto se evidencia en la manera como se deben ordenar los datos para ser usados en la construcción de los conceptos y tablas (actividad 2)</i>

Tabla n° 6. Contenidos conceptuales de las unidades didácticas

Se observa como hay una coherencia con la información de la tabla n° 5 *Respuestas sobre el conocimiento matemático escolar. Conocimiento Conceptual*, donde los docentes plantean en las unidades didácticas diseñadas el desarrollo de los conceptos fundamentales de la estadística descriptiva. Así pues si el docente considero como elementos básicos de aprendizaje la enseñanza de los gráficos de barras, población, muestra y encuesta, estos se hacen evidentes en la planeación presentada. De la misma forma la relación encontrada en los conceptos presentados subyace a una red de dependencia conceptual, donde en un caso un concepto se usa al otro para su comprensión así estos no estén formulados explícitamente, por lo que el docente los incluye en para poder desarrollar los procedimientos y mejorar la comprensión de los mismos.

Ahora bien, en el análisis conceptual presentado por parte de los docentes, donde se les pide nombrar los contenidos procedimentales de la estadística descriptiva; hay una dificultad marcada en la clasificación del conocimiento, puesto que aunque se hace implícito en las expresiones de los docentes sobre los contenidos de enseñanza de este tópico, fue necesaria una explicación de la diferencia entre contenido conceptual y contenido procedimental, para poder enlistar los segundos. Así, la tabla n° 7

Respuestas sobre el conocimiento matemático escolar. Conocimiento Procedimental, presenta la información dada por los docentes al respecto:

PREGUNTA	RESPUESTA DOCENTE 1	RESPUESTA DOCENTE 2
¿Qué procedimiento están implicados en el tema?	<i>Calcular medidas de tendencia central Realizar gráficos de barras</i>	<i>Procesos de conteo Organización de datos</i>
¿Cómo se relacionan esos conceptos y esos procedimientos?	<i>Los conceptos son necesarios para llevar a cabo los procedimientos</i>	<i>Al organizar los datos (procedimientos) nos brinda la información de los datos centrales (media, mediana y moda)</i>

Tabla n° 7. Respuestas sobre el conocimiento matemático escolar. Conocimiento Procedimental

Las dos listas son reducidas, donde se reconocen tres procedimientos como tal: calcular medidas de tendencia central, organización de datos, el cual no es preciso en la forma que se espera la organización si a través de gráficas o tablas; y la realización de gráficos de barras. Aunque estos se consideran contenidos procedimentales de la estadística descriptiva, se quedan cortos frente a la cantidad de procedimientos que se llevan en los procesos estadísticos en los cuales se ponen en juego los conceptos adquiridos. Consideramos en este caso omisiones sobre: interpretar y analizar gráficos estadísticos sobre situaciones cotidianas, sacar conclusiones e inferencias de la lectura de datos, recoger información sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares, usar técnicas elementales para recoger información, entre otros conocimientos procedimentales propios del proceso estadístico que se describen en los EBCM, LC, DBA, así como por Batanero & Godino (2004).

Además, los EBCM sugieren que lo esencial en el desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos ya no es el aprendizaje de fórmulas y procedimientos para el cálculo de la mediana, la media o la moda, la varianza o la desviación, sino más bien que el desarrollo de las competencias matemáticas se centre en la organización y análisis de los datos para estimar probabilidades y así tomar decisiones frente a la ocurrencia de los eventos. Se hace necesario entonces la enseñanza y aprendizaje de procedimientos para recoger, estudiar, resumir y organizar sistemas estadísticos,

así como extraer de allí la información necesaria para analizarla, los cuales se consideran poco para efectos de planeación curricular.

Es frecuente además, que los docentes asocien los conceptos con los procedimientos. Esto se observa en la información de la tabla n°5 comparada con la tabla n° 7. Por ejemplo, asocian en el concepto de medidas de tendencia central y el procedimiento de calcular la media, la mediana y la moda; lo mismo que sucede con los gráficos de barras y organización de los datos. La relación que expresan los docentes sobre los conceptos y procedimientos presentados se basa en que los conceptos son necesarios para llevar a cabo los procedimientos.

Ahora, al referirnos a los contenidos procedimentales considerados en el diseño de la unidad didáctica (tabla n° 8), encontramos mayor variedad en estos y un nivel de concreción mucho mayor, que en los expresados por los docentes, lo que nos indica la dificultad para diferenciar los contenidos conceptuales de los procedimentales, puesto que aunque no se mencionen en la entrevista, se desarrollan en la unidad didáctica propuesta. La relación que establecen los docentes entre los contenidos procedimentales, tienen que ver con las fases de implementación del proceso estadístico, donde es evidente en las unidades didáctica propuestas que se requiere recolectar información, organizarla, representarla y de allí sacar las conclusiones para resolver las situaciones planteadas. Sin embargo, los docentes no son conscientes de riqueza de contenidos procedimentales, y aunque los incluyan implícitamente y los relacionen con los conceptos, se mantiene un enfoque conceptual tanto en la concepción, como en la planificación de la enseñanza.

	UNIDAD DIDÁCTICA 1	UNIDAD DIDÁCTICA 2
PROCEDIMIENTOS Y TÉCNICAS ENSEÑADAS EN LA UD	Conteo de los datos y tablas de frecuencia. Elaboración de encuestas Construcción y análisis de gráficos de barra	Se organizan datos de menor a mayor (actividad 2), Se organiza la información recolectada por medio de gráficas y tablas (actividad 1 y 2)

RELACIÓN QUE SE ESTABLECE ENTRE LOS PROCEDIMIENTOS	Cada uno presenta una fase del proceso estadístico para la resolución de la situación planteada	El proceso que tiene en cuenta es partir de la recolección de información o datos, se organizan y representan para socializarlos finalmente.(actividad 1 y 2)
---	---	--

Tabla n° 8. Contenidos procedimentales de las unidades didácticas

Ahora bien, al considerar que hay múltiples sistemas de representación en el campo de la educación matemática, y de forma específica los que hemos considerado para realizar el AD de la estadística descriptiva (verbal, numérica, pictórica y numérica). Según la tabla n° 9, los docentes coinciden en que lo gráfico, lo pictórico y lo numérico son los sistemas de representación las más importantes que sirven como medios para visualizar los conceptos matemáticos referidos a la estadística descriptiva. Puede observarse en la tabla, que aunque las respuestas no son idénticas, se relacionan. Por ejemplo, las gráficas de barras, líneas y circulares con el sistema de representación gráfica; las tablas de frecuencia con la realización de conteos que den valores numéricos a los datos y los pictogramas para la representación de las variables.

PREGUNTA	RESPUESTA DOCENTE 1	RESPUESTA DOCENTE 2
¿Cuáles son los sistemas de representación más relevantes para el tema?	<i>Gráficos de barras Tabla de frecuencia Pictogramas</i>	<i>Numérico Pictórico Gráfica</i>
¿Cuál es la relación entre los sistemas de representación usados en la estadística descriptiva?	<i>Cada forma de representación se usa dependiendo de la situación que se estudia, por ejemplo las gráficas circulares se usa más para presentar porcentajes, una gráfica de barras nos permite comparar datos, un gráfico de líneas describe situaciones de cambio y evolución de situaciones</i>	<i>Se relacionan entre sí porque todas las representaciones nos brindan información que podemos analizar y realizar diferentes procesos para obtener los datos requerido</i>

Tabla n° 9. Respuestas sobre el conocimiento matemático escolar. Sistemas de Representación

Si bien, el estudio de los sistemas de representación tiene como objetivo que los docentes desarrollen capacidades para analizar diferentes formas de visualización de los conceptos para su uso en los procedimientos matemáticos durante la planificación

y práctica de la enseñanza; la concepción de los mismos está ligada a los conceptos matemáticos objetos de enseñanza considerados por los docentes. Esta relación se hace evidente cuando analizamos las respuestas sobre los contenidos conceptuales (Tablas n° 5 y 6) y los sistemas de representación más importantes en el desarrollo del tema (tabla n° 9).

Por otro lado, al analizar la propuesta de planificación curricular, como ha sido tendencia durante todo el análisis, hay una mayor variedad de estos sistemas de representación, manteniendo los descriptos en la entrevista como los más importantes (representaciones numéricas y gráficas) y anexando ahora las representaciones verbales que no habían sido consideradas hasta el momento. La tabla n° 10 *Sistemas de representación de las unidades didácticas*, muestra el uso de cada una de ellas en el diseño de la unidad didáctica, destacando las representaciones verbales como formas de expresión para la socialización de las conclusiones a raíz del análisis de los datos recogidos y graficados. Esto nos indica que los docentes de matemáticas de nuestro estudio de caso, aunque usan diferentes sistemas de representación, no son conscientes de ellos, por lo que no pueden agotar las relaciones que se establecen entre estos.

	UNIDAD DIDÁCTICA 1	UNIDAD DIDÁCTICA 2
TIPOS DE REPRESENTACIONES USADAS EN LA UD (NUMÉRICAS, PICTÓRICAS, VERBALES Y/O GRÁFICAS)	<p>Numéricas, al expresar y comparar cantidades, especialmente cuando se habla de la moda, así como los conteos en las tablas de frecuencia.</p> <p>Pictóricas en la organización de la información</p> <p>Verbales durante las socializaciones de la conclusiones</p> <p>Gráficas de barras para presentar la información y analizarla.</p>	<p>Se usan representaciones gráficas (de barras)</p> <p>Tablas de frecuencia, numéricas donde deben organizar datos y verbales mediante la socialización de la información por parte de los estudiantes (actividad 2)</p>
RELACIÓN QUE SE ESTABLECE ENTRE LOS SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN, LOS	<p>Cada uno se usa en una fase de la investigación diferente, así se realizan los conteos de los datos para hacer las tablas de frecuencia y de allí se</p>	<p>Relaciona los datos numéricos y la representación en las gráficas y</p>

CONCEPTOS Y LOS PROCEDIMIENTOS	<i>organiza la información en gráficos de barras. Se usa cada representación como descripción de una situación para sacar conclusiones y poder resolverla</i>	
---------------------------------------	---	--

Tabla n° 10. Sistemas de representación de las unidades didácticas

Si nos referimos a los EBCM identificamos como desempeños relacionados a los sistemas de representación los siguientes enunciados: “(1) Represento datos usando tablas y gráficos (pictogramas, gráficos de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares), (2) Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos e (3) Interpreto información presentada en tablas y gráficos (pictogramas, gráficos de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)” (MEN, 2006, p. 83). En este sentido consideramos, como se observó en el análisis conceptual, que hay ausencias significativas de sistemas de representación gráfica como lo son gráficos de líneas y gráficos circulares, lo que implica disminuir las posibilidades de relación entre las representaciones estadísticas y los datos, así como dificultar la organización, presentación y posterior análisis de los datos al usar los gráficos que poco se adecuan a la resolución del problema. Serrano, C., Bonilla, M., Rocha, P. G., & Sarmiento (2006), afirman que estos los errores, encontrados en la educación matemática estadística se refieren al:

Uso de escalas, escogencia del tipo de gráfico adecuado, al uso indiscriminado de los polígonos de frecuencias, a la imposibilidad de traducir una información de un registro gráfico a un registro verbal o viceversa, a la dificultad de traducir de un gráfico a otro, o de una tabla al gráfico, etc. Es decir a las dificultades que presentan los alumnos, al cambiar de representaciones y de registros. (p.60)

Es evidente al relacionar la información sobre los procedimientos (tabla n° 8) y los sistemas de representación (Tabla n° 9), una dificultad marcada en los docentes para considerar en la planificación curricular la correspondencia entre datos, tablas de frecuencias y representaciones gráficas, así como la relación numérica de una

representación pictórica de los datos; que son aspectos considerados dentro de la evaluación en pruebas SABER

5.2. CONOCIMIENTO DEL CURRÍCULO

El CC, comprende en nuestro caso el uso de los EBCM, LC, DBA y planes de área institucionales, así como los libros de texto usados por los docentes. De igual manera, como se ha venido desarrollando todo el proceso de investigación, se indagó con los docentes sobre estos aspectos en una entrevista semiestructurada durante los talleres de formación, como también se analizaron estos datos en la elaboración de las unidades didácticas presentadas. La tabla n° 11 resume la información recogida en estos aspectos.

DIMENSIÓN	RESPUESTA DOCENTES	UNIDAD DIDÁCTICA
ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS	<i>Sirven para formular logros y competencias de las UD</i>	<i>Tanto los logros, como los contenidos son coherentes con los propuestos por los ECBM correspondiendo al pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Las actividades además se relacionan con las especificaciones de este pensamiento, aunque carecen de algunos elementos.</i>
LINEAMIENTOS CURRICULARES	<i>No se tienen en cuenta</i>	<i>Se aprecian actividades correspondientes a las características de la competencia matemática referidas a la modelación, comunicación, planteamiento y resolución de problemas, así como la ejercitación. Hay ausencias sobre el razonamiento y en ocasiones carentes de sentido para los estudiantes.</i>
PLAN DE ÁREA	<i>Sirven para mirar en las unidades los temas y el tiempo del que se dispone para dictarlos</i>	<i>Corresponden a los contenidos presentados a la última unidad del plan de área</i>
LIBROS DE TEXTO	<i>Se usan para sacar y adaptar actividades de enseñanza y aprendizaje. Así como la definición de los conceptos a trabajar.</i>	<i>Hay diferentes actividades que se inscriben en los libros de texto utilizados, así como otras propias de los docentes</i>
OTROS REFERENTES DE PLANEACIÓN	<i>Cuadernillos pruebas SABER, pruebas PTA. Internet</i>	<i>Se evidencia el uso de elementos diferentes a los libros de texto como cuadernos pruebas SABER, pruebas PTA.</i>

Tabla n° 11 Conocimiento del Currículo. Entrevista docentes y análisis UD

Para dar respuesta a la necesidad de los docentes sobre ¿Qué enseñar? En cada área, los EBC proponen una lista de competencias y desempeños para todos los estudiantes del país con el objetivo de lograr el nivel de calidad esperado durante su paso por el sistema educativo. Es de esta manera como al analizar las respuestas de los docentes y compararlas con el diseño de las UD (Primera fila tabla n 7) se evidencia una relación directa con los EBCM, puesto que los logros están formulados en correspondencia con los estándares, así como las actividades que se presentan. De igual forma devolviéndonos sobre las tablas 1, 2 3 y 4, los contenidos que están enlistados tanto conceptuales como procedimentales son los sugeridos por este documento. Se evidencia entonces una apropiación y uso adecuado de los EBCM para el diseño de las UD, puesto que los docentes los usan como referentes conceptuales a la hora de determinar contenidos o logros para las actividades de clase.

Sabiendo que de los EBCM son un insumo para la construcción de los planes de área en las instituciones educativas, y partiendo del análisis anterior donde hay una apropiación evidente de estos referentes. La correspondencia planes de área y contenidos (tablas n° 11, 5, 6, 7 y 8) resulta ser más que obvia, puesto que todos se relacionan de la misma manera. Destacando las ausencias de algunos temas como gráfico circular o de líneas que se consideran en los ECBM.

Ahora, aunque los LC anteceden los EBCM, los docentes expresan no tenerlos como referente para la planeación curricular (Tabla n° 11, línea 2). Recordemos que la función de este documento es dar recomendaciones sobre las formas de enseñanza de los maestros, además de proponer la realización de unidades y proyectos estadísticos que resulten interesantes y motivadores para los estudiantes, siendo los más motivadores los que consideran temas externos a las matemáticas, los que favorecen procesos interdisciplinarios, además de dar un enfoque funcional al conocimiento matemático construido. Así pues, aunque los docentes consideren en sus planeaciones actividades de modelación, comunicación, resolución de problemas y otros, éstos se desprenden más por recomendación de los libros (tabla n° 11, fila 4),

que por conocimiento de los LC, generando un aislamiento del contexto y de las mismas actividades, lo que impide dar a los conceptos matemáticos el enfoque funcional y realista que se espera para el desarrollo de competencias. Esta es una deficiencia identificada en nuestro estudio de caso, puesto que la mayoría de clases se desarrollan aislando los contenidos tanto dentro de la misma red conceptual, como de otras disciplinas en los que tienen uso, observable en la dificultad para relacionar los contenidos conceptuales entre sí y con los contenidos procedimentales, así como sucede con los sistemas de representación (tabla n° 5, 7 y 9) Consideramos que esta es una causa del enfoque conceptual de la enseñanza de las matemáticas que bien ha sido una tendencia durante todo el proceso de análisis de los datos recogidos. Los docentes se concentran más en los conceptos, que en la funcionalidad de los mismos. Además aunque reconocen la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas, las situaciones que proponen no se relacionan unas con las otras, además no hay una contextualización que haga funcional los contenidos matemáticos en el entorno inmediato de los estudiantes.

5.3. ENFOQUE FUNCIONAL DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Si nos ubicamos en el objetivo de la investigación sobre los elementos fundamentales del ADF y los aportes que estos realizan al desarrollo de la competencia de planificación curricular de los docentes de matemáticas de EBP, consideramos dentro del CDC el AD como estrategia principal para la formación de docentes y el diseño e implementación de UD. Es así como nos centramos en analizar cada uno de los aspectos considerados en el ADF que aportan de manera directa al CDC de los docentes de matemáticas. Para esto se realizaron talleres de formación que nos permitieran indagar las concepciones y conocimientos de los docentes sobre algunos aspectos que consideramos fundamentales y luego poder comparar esta información con el diseño de las UD sobre estadística descriptiva.

En este sentido, para poner de manifiesto los contextos que otorgan a la estadística descriptiva los maestros de matemáticas de EBP, se les preguntó sobre los usos de la estadística descriptiva; con el fin de poner en manifiesto las interpretaciones que los maestros utilizan y conocen.

CONTEXTOS	DOCENTE 1	DOCENTE 2	UNIDAD 1	UNIDAD 2
Recolectar datos	X	X	X	X
Registrar información			X	
Organizar y presentar información	X	X	X	X
Interpretar la información		X	X	

Tabla n° 12 Conocimiento Didáctico del Contenido. Contextos de la estadística descriptiva

Según los datos obtenidos (tabla n° 12), la idea de la estadística descriptiva está asociada principalmente a recopilar y representar datos por medio de gráficos; seguido del análisis de la información y sin indicios de uso de la estadística para el registro de información. Para analizar esta información, usamos los contextos fenomenológicos propuestos por Chaverra & Sosa (2008) quienes determinan la estadística descriptiva desde la necesidad de (1) recolectar datos, (2) registrar, (3) presentar, (4) organizar e (5) interpretar la información. A la hora de analizar las UD propuestas por los docentes la información es correspondiente con las concepciones de los mismos, lo que establece una relación directa de coherencia entre lo que piensa el docente y aquello que enseña, enmarcando situaciones de recolección y organización de la información, principalmente; la interpretación de la información se forma secundaria y una sola unidad cuenta con procesos de registro de información, lo que evidencia vacíos conceptuales y procedimentales de los docentes de matemáticas. Regresando sobre los primeros datos (tabla n 1), aún hay una tendencia marcada por simplificar la estadística como mero proceso para recoger, organizar y representar datos, desconociendo otras funciones generales como la descripción de situaciones para la toma de decisiones, así como el análisis y razonamiento que va más allá de los datos que se recogen y del cálculo mecánico de las medidas de tendencia central.

De forma particular, al comparar los datos de las tablas (tabla n° 7 y 12) de los contenidos procedimentales encontramos evidencias de registro de datos en tablas de

frecuencia, por lo que nos parece peculiar que aunque los docentes conozcan este uso, pocos lo incluyan dentro de los contextos y problemas planteados en la unidad.

Seguidamente para detectar que tipo de fenómenos de la estadística descriptiva usan los docentes en la planificación de sus clases. Se les planteó la pregunta ¿Qué fenómenos dotan de sentido y funcionalidad a la estadística descriptiva? Las respuestas dadas por los docentes en conjunto y las encontradas en las unidades didácticas se resumen en la tabla n° 13.

CONTEXTOS	DOCENTE 1	DOCENTE 2	UNIDAD 1	UNIDAD 2
Recolectar datos	<i>Realización de encuestas sobre preferencia de poblaciones.</i>	<i>Encuestas de satisfacción y opinión.</i>	<i>Se realizan encuestas sobre el deporte favorito, elección de representante de grupo</i>	<i>Se recolecta información sobre el color a través de una encuesta</i>
Registrar información			<i>Se organizan los datos recogidos en las encuestas los datos en tablas de frecuencia</i>	
Organizar y presentar información	<i>Presentar información sobre el crecimiento demográfico o desarrollo económico.</i>	<i>Registro de evoluciones a través del tiempo.</i>	<i>Se presenta la información en graficas de barras.</i>	<i>Se presenta la información en gráficas y tablas.</i>
Interpretar la información	<i>Analizar información para la venta de productos.</i>	<i>Elecciones políticas Determinar tendencias sobre los productos.</i>	<i>Se analiza la información para obtener la solución al problema planteado.</i>	

Tabla n° 13 Conocimiento Didáctico del Contenido. Fenómenos de la estadística descriptiva

Observamos en la tabla 9, como a diferencia de la tabla 8 donde analizamos los contextos, los fenómenos expresados por los docentes corresponden a la mayoría de contextos identificados, además se observarse una ampliación en estos últimos, por lo que podemos deducir que aunque los docentes no sean conscientes de los contextos de aplicación de la estadística descriptiva los incluyen no sólo en sus concepciones, sino también en la planificación de las UD. En sus respuestas (tabla n 9) los maestros de manera casi unánime se refieren a la realización de encuestas para

conocer tendencias en elecciones política y/o ventas de productos, encuestas de satisfacción y opinión, registro de evoluciones a través del tiempo (crecimiento poblacional, demográfico o desarrollo económico de una sociedad).

Frente a estos fenómenos expresados por los docentes fueron de forma general, puesto que la pregunta no tenía ninguna condición al respecto, mientras que los planteados en las UD son fenómenos reales correspondientes al contexto de los estudiantes lo que nos indica una motivación al enfoque funcional del conocimiento matemático. Priman los fenómenos que conciernen recoger datos y los de representación gráfica, así como continuar la falencia en la organización tabular y análisis de los gráficos. Es interesante ver en una de las unidades el hilo conductor que se establece proponiendo un fenómenos general sobre un campeonato deportivo sobre el cual se desarrolla el resto de la secuencia, relacionando cada una de las actividades y tareas con la producción del conocimiento matemático, a la vez que se incluyen otro fenómenos para el desarrollo de cada uno de los conceptos implicados.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES, REFLEXIONES FINALES Y RECOMENDACIONES

En este último capítulo se presentan las consideraciones finales del Proyecto de Trabajo de Grado de Maestría, a modo de conclusiones, reflexiones finales y recomendaciones para trabajos posteriores, relacionados con la formación inicial y permanente de profesores de matemáticas de educación básica, en relación con la competencia de planificación curricular o instruccional.

6.1. CONCLUSIONES

6.1.1. Conclusiones relativas al objetivo general y al primer objetivo específico

En términos generales pueden plantearse las siguientes conclusiones inferidas al final de todo el proceso de desarrollo de este trabajo, que articula el proceso de la sistematización de prácticas docentes referidas a la planificación curricular, concretada en el diseño, implementación y evaluación de una unidad didáctica (UD) para grado quinto, en torno al contenido matemático escolar de la estadística descriptiva, por parte de dos profesoras de matemáticas con las cuales, mediante el método de estudio de casos, se desarrolló todo el Proyecto de Trabajo de Grado en el marco del programa académico de Maestría en Educación Matemática, Modalidad Profundización, de la Universidad de Medellín.

Este trabajo se articuló, además, con el acompañamiento que hemos venido realizando como Docentes Tutores del programa Todos a Aprender del Ministerio de Educación Nacional, cuyo objetivo general es mejorar las prácticas educativas de los docentes de Educación Básica Primaria, en las áreas de matemáticas y lenguaje, a través de la cualificación y desarrollo de competencias profesionales (conocimiento, habilidades, saberes y actitudes), a partir de talleres de formación docente centrados, en este caso, en la competencia de planificación curricular (CPC) en torno al conocimiento didáctico del contenido (CDC) en las áreas de conocimiento mencionadas anteriormente.

Tomando en este trabajo el Análisis Didáctico (AD) no sólo como propuesta y proceso de formación teórico-práctica de los docentes de matemáticas, sino también como estrategia metodológica de investigación y sistematización de experiencias, a través de una amplia revisión documental requerida, de carácter curricular y didáctico, se pudo identificar y describir algunos elementos fundamentales del Análisis Didáctico Fenomenológico (ADF) que son constitutivos de la competencia de planificación curricular (CPC) (Lupiañez, 2009). De esta forma, se considera que se ha dado cuenta de los propósitos planteados en el primer objetivo específico (O.1.) del Trabajo. Así se pudieron determinar y describir las categorías fundamentales del Proyecto, en las que se enmarcó el análisis de la información, los argumentos y reflexiones durante todo el proceso.

De acuerdo con esto, al referirnos a los aportes del ADF (Análisis Didáctico Fenomenológico) a la CPC (Competencia de Planificación Curricular) de los docentes de educación básica primaria, a través del análisis didáctico conceptual y documental (de las dimensiones contextuales del currículo y del contenido) llegamos a la conclusión que tanto para efectos de éste análisis, así como para fundamentar la formación y competencia profesional de estos docentes, es necesario considerar las siguientes categorías conceptuales y procedimentales básicas:

- **Conocimiento Matemático Escolar –CME–**
- **Conocimiento del Currículo –CC–**

- **Enfoque funcional del conocimiento matemático –EFCM–.**

Estas categorías que permitieron fundamentar (describir e interpretar), estructurar (organizar) y analizar conocimientos base de la formación y competencia profesional del docente de matemáticas de educación básica, nos permiten también reflexionar y dar cuenta de los resultados planteados y previstos en el segundo objetivo específico (O.2.) de nuestro trabajo, los cuales se presenta a continuación.

6.1.2. Conclusiones relativas al segundo objetivo específico

Una vez identificados los aportes del ADF a la CPC de los docentes de educación básica primaria, y realizados los demás procesos complementarios del modelo local de Análisis Didáctico diseñado para el desarrollo de éste Trabajo, el cual incluye: (i) un Análisis Didáctico inicial de carácter curricular y con el cual se pretende contextualizar y localizar, tanto temáticamente (contenidos) como institucional y subjetivamente (estudio de casos) el problema que nos ocupa; (ii) otros aspectos complementarios (al ADF) del Análisis Didáctico de Contenido como el semiótico, referido a las diferentes representaciones, visualizaciones y modelizaciones semióticas puestas en juego durante todo el proceso; y (iii) la concreción de los resultados de estos procesos de análisis en el Análisis Didáctico de Instrucción en los contextos del contenido matemático escolar –estadística descriptiva–, de unas instituciones educativas determinadas –I.E. Monseñor Ivan Cadavid Gutiérrez, e I.E. Lorenzo Yalí–; y un nivel educativo determinado –Grado Quinto–; se procede al diseño, implementación, realización, análisis y evaluación de una Unidad Didáctica Guía, concebida como instrumento y resultado del proceso de investigación y sistematización de la experiencia nuestra, y de un Taller de Formación Docente que se le ofreció los profesores de matemáticas que participaron del proceso incluyendo a los dos profesores comprometidos en el estudio de casos, y cuyo compromiso consistió en la elaboración o desarrollo de una (su respectiva) Unidad Didáctica (UD), la cual debía contemplar los elementos propuestos en el Taller sobre el ADC en

general, así como del ADF en particular, y obviamente en relación con el CME (Contenido Matemático Escolar) en cuestión.

Tanto las UD desarrolladas por los dos profesores del estudio, como los registros de sus intervenciones y otras producciones realizadas durante el desarrollo del Taller de Formación, y los resultados de las respectivas entrevistas aplicadas a estos dos profesores, constituyeron las principales fuentes documentales y de información que nos permitieron a los autores de este Trabajo realizar los correspondientes análisis investigativos, obtener los resultados que se presentan en esta memoria, e inferir las conclusiones que presentamos a continuación, estructuradas de acuerdo con las tres categorías básicas propuestas anteriormente, a saber: (a) Conocimiento Matemático Escolar –CME–; (b) Conocimiento del Currículo –CC–; y (c) Enfoque funcional del Conocimiento Matemático –EFCM–.

(a) Sobre el Conocimiento Matemático Escolar –CME–

A partir de las consideraciones teóricas propuestas por Bedoya (2002, 2015), Lupiáñez (2009) y Rico (2012) sobre los Organizadores del Currículo, los Modelos Locales de Organizadores del Currículo, el Conocimiento Didáctico, el Análisis Didáctico (AD) en general, y sobre los Modelos Locales de Análisis Didáctico, el Análisis Didáctico de Contenido (ADC) y el Análisis Didáctico Fenomenológico (ADF) en particular, los cuales pueden permitir a los docentes de matemáticas y a los investigadores en Educación Matemática, dar cuenta de elementos fundamentales del Conocimiento Didáctico de los Contenidos Matemáticos (CDCM) involucrados, tales como los sistemas de representación, los procesos de visualización y de modelización, los aspectos y procesos fenomenológicos asociados o relacionados con el desarrollo y construcción tanto de los objetos y contenidos matemáticos como con sus procesos didácticos y curriculares, y del sistema o estructura conceptual (con sus dimensiones conceptual y procedimental) que se propone y concreta en las respectivas propuesta instruccional y de unidades didácticas desarrolladas para tal fin, durante el desarrollo de este Trabajo de Grado se ha podido constatar empíricamente que efectivamente,

los contenidos propuestos a los docentes durante el desarrollo del Taller de Formación les puede permitir tener una visión más amplia y profunda de lo que hemos venido denominando como **Conocimiento Matemático Escolar –CME–**, o sea, aquel conocimiento matemático objeto de enseñanza en la escuela y propuesto en los respectivos currículos institucionales. Así mismo, se pudo observar y concluir que estos conocimientos pueden ser clave y fundamentales a la hora de realizar una planificación curricular, ya que amplía, profundiza y mejora el dominio que tienen los docentes de matemáticas sobre los contenidos curriculares a enseñar. De acuerdo con esto, se pudo observar y concluir, tanto por parte de los autores como de los profesores participantes, que este dominio de los contenidos y efectiva planificación curricular es condición necesaria para una mayor eficacia de las actividades de enseñanza.

Hay que reconocer que la relativamente corta duración o intensidad de las actividades desarrolladas en el Taller de Formación, no fueron suficientes para superar dificultades y vacíos conceptuales, procedimentales e incluso actitudinales de los docentes en relación con el dominio del llamado CME. Sin embargo, tal como se pone de manifiesto y se documenta en las reflexiones del capítulo anterior sobre análisis de resultados, estas deficiencias no sólo son reconocidas por los propios docentes (y esto lo consideramos muy importante), sino que se intenta atenuar o superar mediante el uso de libros de textos y de la UDG (Unidad Didáctica Guía) diseñada previamente por los autores del Trabajo con el propósito de orientar y apoyar el Taller y el desarrollo de las respectivas UD por parte de los docentes. Pero, insistimos en reconocer que a pesar del esfuerzo que hacen los profesores para clarificar y profundizar en la comprensión y buen uso de los contenidos matemáticos y didácticos, el tiempo de duración del Taller y la formación deficiente de los docentes no garantiza una eficacia esperada o deseada de las actividades desarrolladas en el Taller y propuestas por parte de los docentes en sus respectivas UD. Más bien, lo que se observa en algunas de estas actividades es una tendencia a la reproducción mecánica y desarticulada (no sistemática) de ejercicios y actividades copiadas de los materiales propuestos y libros utilizados.

Es importante señalar también, que existe entre los docentes, una confusión entre la dimensión conceptual y la dimensión procedimental del contenido matemático escolar tratado –conceptos fundamentales de la estadística descriptiva–; esto lleva en su práctica a una tendencia marcada hacia privilegiar la enseñanza de los aspectos conceptuales, dejando en un plano secundario la enseñanza y el aprendizaje de los aspectos procedimentales. Todo esto a pesar que en el diseño de la UDG como durante el desarrollo del Taller se insistió en ello. En los casos en que se incluye alguna referencia sobre estas dos dimensiones del conocimiento en sus propias UD, parece que los docentes no lo hacen de manera consciente.

Ahora bien, en este sentido, cuando se propiciaron reflexiones sobre el Enfoque Funcional del Conocimiento Matemático –EFCM–, se logró diferenciar los aspectos conceptuales de los procedimentales referidos a los conceptos fundamentales de la estadística descriptiva de grado quinto, por lo que a la hora de planear se presenta cierta compensación en las propuestas sobre estos dos aspectos. Es de destacar que en las propuestas nacionales e internacionales sobre educación por competencias, los contenidos conceptuales y procedimentales han ganado una gran importancia en los currículos y la enseñanza.

Por otra parte, se encontró también que el uso de sistemas de representación se limita por el poco conocimiento que los docentes tienen sobre el contenido matemático. Es de esta manera como a través del ADF se lograron identificar diferentes formas de representación de un mismo contenido matemático, lo que permitió profundizar en los contenidos procedimentales, que al momento no se había hecho clara.

Es entonces de esta manera como se ha constatado que cierta concepción o aproximación fenomenológica (en el sentido de la fenomenología didáctica de Freudenthal) del o al CME y del Conocimiento Didáctico de Contenido –CDC– asociado, se constituyen en aportes significativos del Análisis Didáctico Fenomenológico –ADF– a la Competencia de Planificación Curricular –CPC– de los docentes de educación básica primaria participantes del estudio. Estos aportes permitieron a los profesores identificar, seleccionar y organizar diferentes contenidos

conceptuales y especialmente procedimentales (más relacionados con los fenómenos que organizan o estructuran), así como tener en cuenta los múltiples sistemas de representación a la hora de seleccionar y planificar las distintas actividades para el diseño o elaboración de las UD que proponen implementar posteriormente en sus aulas de matemáticas.

(b) Sobre el Conocimiento del Currículo –CC–

Antes de referirnos a esta otra categoría de análisis, el **Conocimiento del Currículo –CC–**, en relación con el segundo objetivo específico del Trabajo, consideramos importante recordar que éste se ha realizado en un contexto que de alguna manera se articula con el Programa Todos a Aprender –PTA–, del Ministerio de Educación Nacional –MEN–, en el cual los autores de éste Trabajo participamos como Tutores en el proceso de formación docente; y los profesores que participaron en el Taller de Formación Docente que realizamos en el Trabajo son beneficiarios del PTA.

Algunos de los objetivos principales del PTA consisten precisamente en la “apropiación” por parte de los docentes de los contenidos del currículo Nacional, propuestos en documentos como los Lineamientos Curriculares para el Área de Matemáticas, en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y en los Derechos Básicos de Aprendizaje. Otro de los propósitos consiste complementariamente en la reestructuración de los planes de área de matemáticas de las respectivas instituciones educativas, tomando como referencia estos contenidos del currículo.

Gracias a esta experiencia en el PTA, los profesores que participaron en el Taller y en el estudio mostraron que tienen el dominio básico del **Conocimiento de Currículo –CC–**, que articulados con los planteamientos y orientaciones del Taller sobre ADF (Análisis Didáctico Fenomenológico) en la perspectiva del desarrollo de la CPC (Competencia de Planificación Curricular), resultan necesarias para gestionar o realizar una efectiva planificación curricular, y concretarla en la propuesta de

contenidos conceptuales y procedimentales, y de actividades de enseñanza basada en estos resultados, contenidos y actividades, y que plantea luego en su respectiva UD.

De acuerdo con esto, se puede concluir que, efectivamente, la propuesta de **ADF** se constituye en un recurso indispensable y efectivo a la hora de facilitar y propiciar la apropiación y articulación de los contenidos del currículo (Lineamientos y Estándares) y el desarrollo de los **CC** por parte de los docentes, necesarios para una adecuada planificación curricular que tenga en cuenta el CME, su dimensión fenomenológica didáctica y otros aspectos del CDC referidos precisamente a éste contenido matemático –nociones fundamentales de estadística descriptiva–.

(c) Sobre el Enfoque Funcional del Conocimiento Matemático –EFCM–

La necesaria revisión inicial de los documentos y contenidos del currículo requerida por el modelo local de Análisis Didáctico que se ha adoptado e implementado, y el cual incluye como componente o categoría fundamental la propuesta de ADF, al facilitar la apropiación y articulación sistémica de estos contenidos (Lineamientos, Estándares, etc.), nos permitió y facilitó a los autores del trabajo, el reconocimiento y una mejor aproximación a otros componentes o dimensiones de las competencias matemáticas escolares y procesos, como son el razonamiento lógico-matemático, la modelación, la resolución de problemas y la comunicación, que también fueron tenidos en cuenta durante el proceso de planificación curricular y planeación de las clases; y que, desde nuestra experiencia como tutores en el PTA, reconocemos que estas competencias y procesos no eran tenido en cuenta anteriormente, al menos no sistemática ni articuladamente, por parte de los docentes vinculados a dicho Programa.

Esta posibilidad de reconocimiento, contextualización, apropiación y articulación de contenidos curriculares, en relación con el CME y el CC referidos a las nociones o conceptos fundamentales de la estadística descriptiva, permitió a los docentes reconocer y relacionar el conocimiento asociado y la competencia matemática en

relación con el denominado Enfoque Funcional del Conocimiento Matemático Escolar –EFCME–. Recuérdese que, tal y como se planteó en el Marco Teórico de este trabajo, éste Enfoque plantea que la actividad matemática escolar, su enseñanza y su aprendizaje, deben ir más allá de la simple memorización y mecanización de conceptos, procedimientos, algoritmos y resolución de problemas. Los docentes que participaron en el Taller, se interesaron por involucrar los procesos y competencias de resolución de problemas y comunicación en un modelo didáctico de enseñanza de las matemáticas, que intentaron plasmar en sus propuestas de UD.

Se podría considerar estos resultados, como uno de los más importantes aportes del proceso de ADF al desarrollo de la CPC por parte de los docentes, ya que el Enfoque Funcional del Conocimiento Matemático Escolar asociado con estos procesos y con el CDC (Conocimiento Didáctico de Contenido), puede permitir concebir o considerar el CME relacionado y situado en contextos, fenómenos y situaciones reales o “realistas”, en sentido de Freudenthal y la Educación Matemática Realista, en las cuales se construye el objeto matemático y su sentido. Según el enfoque funcional los conceptos y procedimientos matemáticos tienen un para qué y deben servir para algo, pues las nociones matemáticas escolares, constituyen herramientas mediante las que pensamos y actuamos para dar respuesta a cuestiones, problemas e interrogantes de la realidad (Lupiáñez, 2009). Fue de esta manera como los docentes reconocieron el uso y aplicación de los contenidos de la estadística descriptiva a través de las situaciones, contextos y fenómenos para los cuales este objeto de estudio se convierte en un medio de organización.

No obstante, los resultados del estudio también mostraron que la idea generalizada sobre la estadística descriptiva es que ésta está asociada principalmente con recopilar, organizar y representar datos por medio de diferentes tipos de gráficos, y en el mejor de los casos, seguidos de un análisis de la información. Buena parte de los contenidos propuestos en las UD por parte de los docentes, corresponden con estas concepciones. Se establece así una relación directa de coherencia entre lo que piensa el docente y aquello que enseña. Hay una tendencia marcada por simplificar la estadística como mero proceso para recoger, organizar y representar datos,

desconociendo otras funciones generales como la descripción de situaciones para la toma de decisiones y de inferencia, así como el análisis y razonamiento que va más allá de los datos que se recogen y del cálculo mecánico de las medidas de tendencia central.

Las situaciones propuestas por los docentes se enmarcaron principalmente en el campo de las matemáticas y otras que intentaban ser problemas reales se alejaban bastante de la cotidianidad de los estudiantes, puesto que como referencia para formularlas se tomaban las que se presentaban en los libros de texto. Este es un punto importante para la formación docente, puesto que dentro de sus competencias profesionales, específicamente en la CPC, los docentes son los responsables de la formulación y/o contextualización de las situaciones que se presentan a los estudiantes con el fin de hacer más aplicable el conocimiento aprendido.

Como resultado del procedimiento de formación del ADF con los docentes logran identificar los contextos, situaciones y fenómenos que dotan de sentido el estudio de la estadística descriptiva en la escuela, por lo que las actividades de enseñanza se pudieron enmarcar en problemas reales de los estudiantes para toma de decisiones dentro de las situaciones que cotidianamente se le presentan.

6.2. REFLEXIONES FINALES Y RECOMENDACIONES

La fenomenología didáctica como organizador del currículo de matemáticas (Puig, 1997) y procedimiento específico del análisis de contenido dentro del ADC, se ha mostrado útil desde el primer momento en la CPC de los docentes de educación básica primaria. Hemos destacado la forma como la práctica del ADF aporta a la formación de los docentes en ejercicio mejorando y cualificando competencias profesionales entre las que se destaca el conocimiento didáctico del contenido y la planificación curricular. Por esta razón este proyecto constituye una fundamentación y una justificación para estudios posteriores sobre desarrollo curricular, formación docente y planificación escolar, puesto que puede enriquecerse con la aplicación de la UD diseñada a fin de concluir el proceso del análisis didáctico en las fases de instrucción

y Sistematización de la Experiencia, determinando los aportes de este procedimiento no solo a la planificación escolar de los docentes, sino también a las prácticas de enseñanza y de evaluación dentro del aula, a través de este proceso de Sistematización de Experiencias.

Además, este trabajo puede ampliar su intervención a todos los grados de la básica primaria o a otros contenidos del currículo, puesto que, su principal objetivo va de la mano con los objetivos que se tienen en educación en cuanto a la necesidad de generar transformaciones en las prácticas de aula, iniciando por la planificación curricular y la formación docente, para que de esta manera se puedan mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

De igual manera, se recomienda fortalecer los procesos de formación y actualización docente directamente en las instituciones educativas, concibiendo la formación de profesores de matemáticas en ejercicio como un plan de desarrollo profesional y curricular de manera continuada y permanente. Estas propuestas deben estar basadas y fundamentadas en sistemas de conocimiento que se estructuran en modelos locales de organizadores del currículo y de análisis didáctico, los cuales se concretan en conocimientos (conceptuales, procedimentales y actitudinales) sobre los contenidos matemáticos escolares, sobre el currículo de matemáticas respectivo, conocimientos didácticos del contenido, así como conocimientos, habilidades, capacidades y saberes (competencias) para el desarrollo de los procesos de instrucción correspondientes (Corrales, 2013).

Desde esta perspectiva se hace necesario que las instituciones educativas propicien espacios que orientan la formación permanente de los docente, de manera que ésta se conciba como una filosofía dentro de la cultura de los docentes y que favorezca la investigación, en donde el docente se convierta en un agente reflexivo de su quehacer, que conozca a profundidad su disciplina, la didáctica específica, las concepciones epistemológicas que guían su trabajo y que además se generen espacios para el debate de ideas y las críticas constructivas entre colegas para investigar sobre su propia experiencia.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bausela, E. (2004). La docencia a través de la investigación-acción. *Revista Iberoamericana de Educación*, 33.
- Bedoya, E. (2002). Formación inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras gráficas. Tesis Doctoral. Granada: Universidad de Granada. España
- Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. *Profesorado*, 9, 2.
- Capó, W., Arteaga, B., Capó, M., Capó, S., García, E., Montenegro, E., & Alcalá, P. (2010). *La Sistematización de Experiencias: un método para impulsar procesos emancipadores*. Colección Paulo Freire. CEPEP. Apuntes de la Cooperativa. Fundación Editorial el perro y la rana. Caracas. Serie Leander, (1).
- Corrales, M. J. (2013). Análisis didáctico de una propuesta instruccional en torno a los números racionales en el grado séptimo en la Institución Educativa San Vicente. Trabajo de Grado de Maestría. Cali: Área de Educación Matemática, Universidad del Valle.
- García, M., & Lucas, I. M. R. (2013). Uso del análisis didáctico en una investigación-acción en secundaria: un avance sobre el análisis de actuación. En *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 253-270). Comares.
- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática de la universidad de Granada.

- Gómez, Pedro. (2012). Apuntes sobre la noción de currículo. Módulo 1 de MAD. Documento no publicado (Documentación). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/2044/>
- Ibáñez Martín, J. A. (1987). El problema del contenido del currículo: un primer acercamiento desde la Filosofía de la Educación. En J. Sarramón (Ed.), *Currículo y Educación* (pp. 11-24) Barcelona, España: Autores
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) (2013). Resultados pruebas SABER 2013 Grados 3°, 5° y 9°. Recuperado de <http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEntidadTerritorial.aspx>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) (2013a). Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2013. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co/resultados/pruebas-saber-resultados>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) (2013b). Colombia en PISA 2012. Informe Nacional de Resultados. Resumen Ejecutivo. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co/investigacion/evaluaciones-internacionales/pisa>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). (2015) Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2015. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional
- Jara, O. (2011). La sistematización de experiencias: aspectos teóricos y metodológicos. *Revista Decísio*. Pátzcuaro, (28), 67-74.
- Jara, O. (2012). Sistematización de experiencias, investigación y evaluación: aproximaciones desde tres ángulos. *Educación Global Research*, (1), 56-70.
- Lupiañez, José Luis (2009) Expectativas de Aprendizaje y Planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de Matemáticas de secundaria. (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España
- Maldonado Rojas, M., Vásquez Rojas, M., & Toro Opazo, C. (2010). Desarrollo metodológico de "análisis de casos" como estrategia de enseñanza. *Educación Médica Superior*, 24(1), 85-94.

Marí, J. L. G., & Romero, J. G. (2006). Análisis didáctico curricular un procedimiento para fundamentar y completar el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas de matemáticas. Disponible en : http://www.gonzalezmari.es/AD_CURRICULAR.pdf

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1994). Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de Educación. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1994). Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de Educación. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1996) Decreto 1860 de 1994 por el cual se reglamente parcialmente la Ley 115 de 1994 en los aspectos pedagógicos y organizativos generales (Vol. Ley 115) Bogotá: MEN

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1996a) Resolución 2343 de 1996 por la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2002) Decreto 0230 de 2002 por el cual se dictan normal en materia de currículo, evaluación y promoción de los educandos y evaluación institucional. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, ciencias y ciudadanas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2012). Proyecto Sé. Matemáticas 5°. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

OCDE (2005). Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana. Madrid: Editorial Santillana

- Rico, L. & Lupiañez, J. L. (2008). *Competencias Matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial
- Rico, L. (1998b). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1 (1), 22-39.
- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En Rico, L.; Castro, E.; Castro, E.; Coriat, M.; Marín, A.; Puig, L.; Sierra, M.; Socas, M. M. (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Madrid: ice - Horsori.
- Rico, L. (1998). Concepto de Currículo desde la Educación Matemática. *Estudios de Curriculum*. (Vol 1 n°4) 7-42
- Rojas, N., Martínez, P. F., & Ramos, E. (2013). El análisis didáctico como herramienta para identificar conocimiento matemático para la enseñanza en la práctica. In *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 191-210). Comares.
- Serrano, C., Bonilla, M., Rocha, P. G., & Sarmiento, H. (2012) Pensamiento aleatorio y estadísticas, Reflexiones sobre los estándares en la componente. En *Estándares Curriculares de Matemáticas, aportes para el análisis*. (pp. 58 – 69) Gaia.
- Stenhouse, L. (1991). *Investigación y desarrollo del currículum*. Madrid: Ediciones Morata.
- Vasco, C. E. (1985). El enfoque de sistemas en el nuevo programa de matemáticas. *Revista de la Universidad Nacional Segunda*, 45-51.
- Verger, A. (2002). *Sistematización de Experiencias en América Latina. Una Propuesta Para el análisis y la recreación de la acción colectiva desde los movimientos sociales*

ANEXOS

ANEXO 1. GUION TALLER DE FORMACIÓN DOCENTE

Acciones	Actividades Tutor	Materiales	Producto/Registro
Saludo y presentación del taller (10 min)	Se da la bienvenida y se presentan los objetivos y tiempos del taller.	Guía del taller	
Contextualización curricular y explicación del CM y explicación del ADC (20 min)	Inicialmente se le pide a los docentes que piensen sobre los procedimientos que cada uno lleva a cabo para la planificación de una UD de un tema determinado. Adicionalmente se realizaran preguntas como ¿Para qué se enseña matemática en la escuela? ¿Qué se requiere para enseñar matemáticas?	Guía del taller	
Implementación de Análisis de contenido: Estructura conceptual (30 min)	<p>Para el análisis de contenido partiremos de los conocimientos previos de los docentes sobre lo que es estadística descriptiva y los contenidos que deben enseñarse en grado 5°. Se tomará nota en el tablero con el fin de construir un mapa conceptual donde se especifiquen los contenidos conceptuales y los procedimentales referentes al CME.</p> <p>Se trata de realizar una primera aproximación al tema matemático, identificando la estructura conceptual de la estadística descriptiva. Los docentes deben ubicar el tema dentro de la estructura matemática a la que pertenece e identificar los conceptos más importantes y establecer las relaciones entre esos conceptos. Para ello, es especialmente útil que revisen los libros de texto que usan como referencia para la planeación.</p> <p>Atendiendo a la organización cognitiva de los contenidos matemáticos, los docentes deben elaborar un listado que incluya elementos del conocimiento conceptual y del conocimiento procedimental que se presentan en el mapa conceptual para lo cual responderá las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué es la estadística descriptiva? • ¿Cuáles son los conceptos que caracterizan el tema? • ¿Qué procedimientos están implicados en el tema? • ¿Cómo se relacionan esos conceptos entre sí? • ¿Cómo se relacionan esos procedimientos entre sí? • ¿Cómo se relacionan esos conceptos y esos procedimientos? 	Paleógrafo Marcadores	Mapa conceptual Hojas de respuesta de los docentes
Implementación de Análisis de contenido:	Se presentará en diapositivas, diferentes formas de representación de la estadística descriptiva; para que los docentes formulen situaciones o den	Proyector PC	Hojas de trabajo de los docentes

Acciones	Actividades Tutor	Materiales	Producto/Registro
<p>Sistemas de Representación (30 min)</p>	<p>explicaciones sobre el uso de estos sistemas de representación en los contextos donde es funcional este contenido matemático. Durante las socializaciones de las percepciones de los docentes sobre estos sistemas de representación es explicarán los diferentes sistemas de referencia que usaremos para la planificación de la UD (Verbal, Gráfico, numérico y pictórico), relacionándolo con situaciones problemas de las pruebas SABER para grado 5°.</p> <p>Esta actividad está compuesta por dos partes en las que se aborda el trabajo con los sistemas de representación del tema.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sistemas de representación más relevantes para el tema. • Relaciones entre los sistemas de representación del tema. <p>En la primera parte, se le pedirá a los docentes identificar los sistemas de representación más relevantes para el tema. Deben presentar ejemplos de cada uno de ellos específicos al tema. Luego, los docentes deben establecer las relaciones entre los sistemas de representación que hayan identificado en la primera parte. Es importante que identifique las transformaciones dentro de cada uno de los sistemas de representación y las traducciones entre sistemas de representación.</p>	<p>Presentación de diapositivas</p>	
<p>Implementación de Análisis de contenido: Análisis Didáctico Fenomenológico (60 min)</p>	<p>Partiendo de las explicaciones dadas sobre los sistemas de representación se hablará de los contextos de uso de la estadística descriptiva y los fenómenos donde este CM es funcional.</p> <p>En este sentido para identificar los contextos fenomenológicos en los que tiene sentido el tema se preguntará a los docentes: (1) ¿Para qué se usa el tema matemático? y (2) ¿a qué problemas a respuesta el tema? Las respuestas dadas serán escritas en el tablero, tratando de llegar a los contextos citados en la guía del taller ((1) recolectar datos, (2) registrar, (3) presentar, (4) organizar e (5) interpretar la información)</p> <p>Seguidamente, relacionaremos fenómenos o situaciones específicas a estos contextos, así como las subestructuras del contenido necesario para resolverlos.</p> <p>Por último clasificaremos las situaciones formuladas según los criterios dados por PISA en: personales, ocupacionales, sociales y científicas (OECD, 2010; p 21-22). Donde se tendrá la oportunidad de explicar cada uno.</p> <p>En esta actividad el docente debe identificar diferentes fenómenos que dan sentido al tema. Es importante que explique cómo los ha identificado, y especifique si ha recurrido a los usos del tema o a los problemas que da respuesta el tema.</p>	<p>Libros de texto</p>	<p>Hojas de trabajo de los docentes Cuadro de relación de fenómenos, contextos y subestructuras.</p>

Acciones	Actividades Tutor	Materiales	Producto/Registro
	<ul style="list-style-type: none"> • Analiza en los libros de texto que se usan para la planificación de clase las condiciones en las que se enmarcan las actividades de aprendizaje en términos de contextos, fenómenos y situaciones. • Explica las relaciones que se establecen entre los sistemas de representación y las situaciones que resuelven. • Determina los fenómenos que dan sentido a la estadística descriptiva como CME. 		
Implementación de Análisis Cognitivo (20 minutos)	<p>En el análisis cognitivo se enuncian y organizan los objetivos que deben alcanzar los estudiantes en torno al CME, describiéndolos en términos de competencia matemática.</p> <p>Determinar según los referentes de planeación curricular (EBC, LC y Plan de área de matemáticas) los logros y competencias que se esperan desarrollar en los estudiantes con la implementación de la UD</p>	ECBM LC Libros de texto	Unidad Didáctica
Implementación de Análisis de Instrucción (Trabajo independiente)	<p>En esta parte del AD el docente propone y secuencia actividades de enseñanza y aprendizaje (tareas) que conformarán la UD, identificando los materiales a utilizar y las estrategias e instrumentos de evaluación para valorar los logros de los estudiantes.</p> <p>Diseñar una UD para tres secciones de clase con la información obtenida del análisis de contenido a fin de desarrollar en los estudiantes las competencias identificadas en el análisis cognitivo. La UD debe responder a puntos específicos de Contenido, metodología, material didáctico y evaluación</p>	Libros de Texto Memorias de los análisis anteriores	Unidad Didáctica

ANEXO 2. UNIDAD DIDÁCTICA (DOCENTE 1)

1. IDENTIFICACIÓN

FECHA:	NOVIEMBRE 11 2015	GRADO:	5	DURACIÓN:	6 horas	ÁREA:	MATEMÁTICAS
TEMA CENTRAL: La competencia deportiva				CONTENIDOS: Población, muestra, tabla de frecuencia, moda construcción y análisis de gráficos de barras.			
LOGRO GENERAL: Determinar el deporte favorito de los estudiantes de la escuela para la realización de un campeonato deportivo a través del uso de la estadística (recolección, organización, representación e interpretación de datos estadísticos).				ESTÁNDARES: <ul style="list-style-type: none">• Representar datos usando tablas y gráficos de barras• Interpretar información presentada en tablas y gráficos de barras• Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas y experimentos			
INDICADORES DE LOGROS: <ul style="list-style-type: none">• Diseña encuestas para recolectar información sobre el deporte favorito de los estudiantes de la escuela• Organiza datos en tablas de frecuencia• Utiliza tablas de frecuencia para construir gráficos de barras• Analiza un gráfico de barras para sacar conclusiones sobre la información que se presenta							

2. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DE APRENDIZAJE

ACTIVIDAD 1: PLANTEAMIENTO DE LA SITUACIÓN PROBLEMA

Se presentará a los estudiantes una situación problema, la cual debe ser resuelta para el final de la unidad didáctica. Se espera dar los elementos necesarios para que descubran de manera agradable la conexión entre lo que se aprende en matemáticas, la institución educativa y su uso en la vida cotidiana.

Se presenta un cartel promocionando un campeonato deportivo y la formulación de la situación problema:

Los estudiantes de 5° en su último año, liderados por el profesor de educación física, quieren realizar durante los descansos de la jornada escolar un campeonato deportivo donde participen todos los niños desde primero hasta quinto. El profesor de educación física les pide que debe seleccionar solo un deporte que les guste a la mayoría de estudiantes de la institución con el fin de que puedan participar bastantes equipos en el campeonato.

ACTIVIDAD 2: REALICEMOS ENCUESTAS

Se explicará a los estudiantes que la estadística descriptiva es un conjunto de procedimientos que nos sirven para obtener datos numéricos Y conocer una información en diferentes investigaciones. Para esto se deben tener en cuenta los siguientes pasos:

Se define el tema y los objetivos

Se elige la población y la muestra

Se preparan y elaboran los medios para recolectar los datos

Se recogen, organizan e interpretan los datos.

EXPLORACIÓN

En este sentido se realizarán las siguientes preguntas a los estudiantes:

¿Cuál es el objetivo de nuestro reto? ¿Cuál será el tema del que tratará la encuesta? ¿Dónde realizaremos la investigación? ¿Participarán todos los estudiantes en ella? ¿Por qué? ¿Cómo obtendremos la información? ¿A quién se le realizarán las encuestas?

CONCEPTUALIZACIÓN

Las respuestas dadas por los estudiantes se anotarán en el tablero con el fin de entrar a diferenciar los siguientes conceptos:

Población: Grupo de personas que participarán en la investigación.

Muestra: Una parte de la población.

Encuesta: Instrumento para recolectar información.

Para esto se realizará un organizador gráfico acompañado de ejemplos con el fin de que el estudiante comprenda y diferencie muy bien estos conceptos

EJERCITACIÓN

De forma individual resolverán el siguiente ejercicio

1. Elige uno de los siguientes temas de investigación
 - Color preferido
 - Número de hermanos
 - Edad
2. Elige la población y la muestra
 - Familia (primos y hermanos)
 - Compañeros (niños de una fila del salón)
 - Vecinos
3. Realiza una pregunta asociada con el tema que elegiste y anota las respuestas en tu cuaderno
4. Determina cuál es la población y cuál es la muestra en tu caso
5. Escribe una conclusión a partir de las respuestas

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En parejas resolverán la siguiente situación

La cafetería de la escuela quiere vender los dulces que más le gusta comer a los niños en el descanso. Ayúdales proponiendo una población, la muestra u el medio para recolectar los datos que necesitan. Completa la tabla con tus respuestas

Tema de investigación	
Población	
Muestra	
Medio para recolección de los datos	

Terminado el trabajo se socializarán todos los trabajos en una plenaria donde se presenten los resultados obtenidos así como las conclusiones de aprendizaje de la sección

ACTIVIDAD 3: ORGANICEMOS LA INFORMACIÓN

Para iniciar la clase se realiza un recordatorio de la clase anterior identificando los conceptos aprendidos hasta el momento en la clase, así como los procedimientos de la estadística descriptiva y su funcionalidad en la vida diaria.

EXPLORACIÓN Y CONCEPTUALIZACIÓN

En esta parte de la clase, se conversará con los estudiantes sobre ¿Cómo podemos registrar las respuestas de las encuestas? ¿Cuál es la mejor opción que tenemos para hacerlo?

Sus respuestas se anotarán en el tablero y servirán para entrar a definir el concepto:

Tabla de Frecuencia: Sirven para clasificar u organizar la información obtenida al final de un proceso estadístico.

Se dará un ejemplo propuesto por los mismos estudiantes donde quede claro esta parte.

EJERCITACIÓN

Se pegarán en el salón diferentes problemas con ejercicios para realizar en la clase. Los estudiantes en equipos de tres personas pasarán por cada uno de los carteles resolviendo el ejercicio y argumentando la validez de cada una de las opciones de respuestas planteadas en estos. Al finalizar se presentarán los resultados construyendo una tabla de frecuencias con los aciertos de cada uno de los equipos que nos ayude a analizar esta información y asignar las notas a los estudiantes.

Los niños de quinto grado votaron por Rosa, Julio, Sara, Francisco, Diego y Ana, que querían ser elegidos como representantes del curso. Los resultados de la votación fueron:

Rosa, Julio, Sara, Sara, Rosa, Francisco, Julio, Diego, Sara,
Sara, Julio, Francisco, Rosa, Sara, Sara, Sara, Julio, Rosa.

¿En cuál de las siguientes tablas aparecen los resultados de la votación?

A.

Estudiantes	Número de votos
Rosa	
Julio	
Sara	
Francisco	
Diego	
Ana	

B.

Estudiantes	Número de votos
Rosa	
Julio	
Sara	
Francisco	
Diego	
Ana	

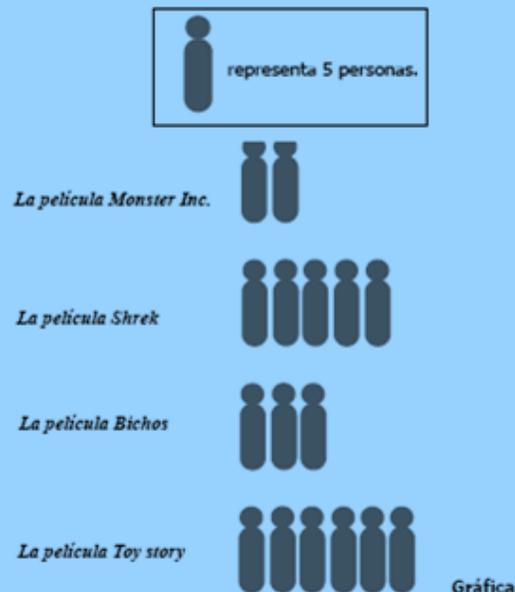
C.

Estudiantes	Número de votos
Rosa	
Julio	
Sara	
Francisco	
Diego	
Ana	

D.

Estudiantes	Número de votos
Rosa	
Julio	
Sara	
Francisco	
Diego	
Ana	

En una encuesta se le preguntó a un grupo de niños por su película favorita. En la gráfica se muestran los resultados.



¿Cuántos niños, en total, respondieron la pregunta?

- A. 80
- B. 20
- C. 5
- D. 4

En la clase de inglés, el profesor organizó un concurso. Cada vez que un estudiante traducía una palabra correctamente, el profesor dibujaba una rayita frente al nombre del estudiante.

En la tabla se presentan los resultados:

Nombre del estudiante	Número de palabras traducidas correctamente
Carlos	
Juana	
José	
Constanza	
Maricela	
Víctor	
Amanda	
Reinaldo	
Viviana	
Daniela	

Tabla

¿Quiénes fueron los tres estudiantes que tradujeron, correctamente, más palabras?

- A. Carlos, Juana y José.
- B. José, Daniela y Maricela.
- C. Daniela, Viviana y Reinaldo.
- D. Constanza, Víctor y Amanda.

Los estudiantes de un curso votaron para escoger el día de la semana en que realizarán una salida pedagógica. Estos fueron los resultados:

viernes, viernes, viernes, miércoles, martes, miércoles, lunes, martes, martes, lunes, jueves, miércoles, viernes, miércoles, martes, miércoles, viernes, miércoles, martes, miércoles.

¿En cuál tabla se presentan correctamente los resultados de la votación?

A.

Día	Número de votos
Lunes	2
Martes	5
Miércoles	7
Jueves	1
Viernes	5

B.

Día	Número de votos
Lunes	2
Martes	3
Miércoles	2
Jueves	1
Viernes	6

C.

Día	Número de votos
Lunes	7
Martes	5
Miércoles	2
Jueves	1
Viernes	5

D.

Día	Número de votos
Lunes	1
Martes	2
Miércoles	3
Jueves	4
Viernes	5

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Se entregará el siguiente problema a cada estudiante para que lo resuelva de forma individual

Lee la información y completa la tabla de frecuencias

Se preguntó a algunos estudiantes: ¿Cuántos minutos diarios dedican a la lectura?

Las respuestas fueron

15 15 30 45 30 45 45 15 30 60
 45 60 30 15 45 30 45 30 45 30
 60 15 15 30 15 30 15 30 15 30

Tiempo diario dedicado a la lectura

Número de minutos	Conteo	Número de estudiantes
15		
30		
45		
60		

Luego, responde las preguntas de acuerdo con la información de la tabla anterior

- ¿Cuántos estudiantes respondieron la pregunta?
- ¿Cuál es el menos tiempo que se dedica a la lectura diaria?
- ¿Cuántos estudiantes leen durante 60 minutos diarios?
- ¿Qué conclusión puedes obtener de esta información?

Para finalizar se pedirá que se reúnan con un compañero a compartir sus respuesta y definir los aprendizajes de la sección de clase

ACTIVIDAD 4: REPRESENTEMOS Y ANALICEMOS LA INFORMACIÓN

EXPLORACIÓN

Esta sección partirá de recordar los conceptos aprendidos hasta el momento: Población, muestra, encuesta y tabla de frecuencia, así como la relación que se establece entre ellos. Partiendo de este último concepto, se les pedirá que piensen sobre una forma gráfica para presentar los datos. ¿De qué forma podemos presentar los datos de la tabla de frecuencia para un análisis más rápido?

Para ayudar a los estudiantes en este proceso, se distribuirá entre el grupo cuadrados de diferentes colores, los cuales representarán la respuesta a la pregunta ¿Cuál es tu color favorito? Se formulará esta pregunta a cada estudiante, cuya respuesta debe ser el color del cuadrado que le corresponde y se anotarán con ayuda de un estudiante las respuestas en una tabla de frecuencia en el tablero. Volveremos en este momento sobre las preguntas iniciales: ¿De qué forma podemos presentar los datos de la tabla de frecuencia para un análisis más rápido? Seguidamente se le pedirá a cada niño que salga al tablero y ubique el cuadrado en el espacio destinado para ello (Al finalizar tendremos construido un gráfico de barras).

CONCEPTUALIZACIÓN

Gráfico de Barras: Muestra la frecuencia de cada categoría de datos por medio de la altura de los rectángulos

Una vez construido este gráfico se realizarán preguntas como

- ¿Qué podemos observar?
- ¿Cuál es la información que se presenta?
- ¿Dónde se muestran las respuestas dadas por los estudiantes?
- ¿Dónde aparece el número de estudiantes que respondieron determinada pregunta?
- ¿Cómo podemos calcular el total de estudiantes que participaron en el estudio?
- ¿Qué conclusiones podemos sacar de la información presentada?
- ¿Cuál es de dato que más se repite? ¿Cómo sabemos esto?

A partir de la última pregunta pasaremos a explicar el concepto de moda

CONCEPTUALIZACIÓN

Moda: El dato que más se repite, es decir, el que tiene mayor valor dentro del conjunto

Se realizarán varios ejemplos con los ejercicios propuestos en los carteles de la clase anterior

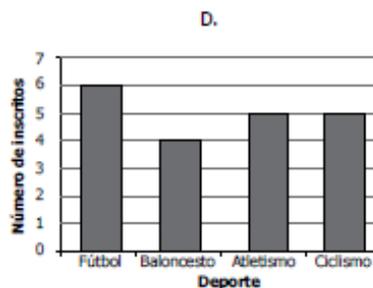
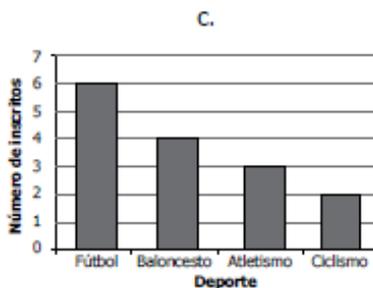
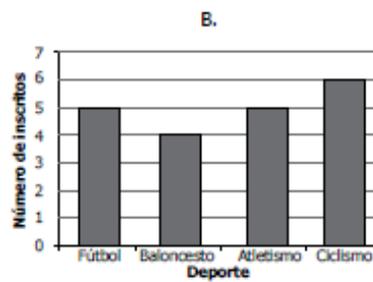
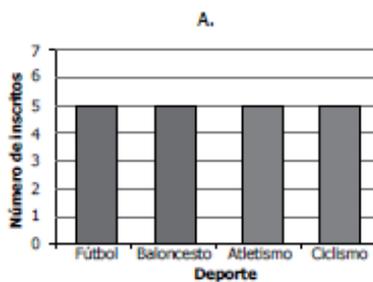
EJERCITACIÓN

De forma individual cada estudiante resolverá los siguientes ejercicios:

En la lista aparece el deporte que escogió cada uno de los niños de un grupo para participar en las olimpiadas.

atletismo, fútbol, ciclismo, atletismo, baloncesto, fútbol, baloncesto, atletismo, ciclismo, fútbol, baloncesto, ciclismo, atletismo, fútbol, ciclismo, baloncesto, fútbol, ciclismo, fútbol, atletismo

¿Cuál de las siguientes gráficas representa la información que aparece en la lista?



Una vez halles la respuesta correcta, observa el gráfico y responde:

- ¿Cuántos niños participaron del estudio?
- ¿Cuál es la moda en los resultados?
- ¿Cuál fue el deporte menos elegido?
- ¿Cuál era la pregunta que se les hizo a los niños?
- ¿Cuáles fueron las respuestas dadas por los estudiantes?
- ¿Qué conclusiones puede sacar del gráfico?
- Describe como sería el procedimiento para construir un gráfico de barras y realizado en tu cuaderno

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Los estudiantes se organizarán en equipos de tres personas para dar solución a la siguiente situación

Los estudiantes de 5° necesitan elegir un representante de grupo. De todo el grupo se han postulado María, Valentina, Julian u Huao. Ayúdales a realizar el proceso para elegir el representante de grupo. Plantea la solución que mejor te parezca y usa para mostrar los resultados un gráfico de barras.

Terminado el tiempo cada grupo saldrá al tablero a exponer sus soluciones y presentar los gráficos realizados. Se pedirá a los equipos que formulen preguntas a sus compañeros sobre la información de los gráficos.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Con todos los elementos dados durante el desarrollo de la unidad didáctica se espera que por equipos de cuatro estudiantes puedan dar solución al problema planteado al iniciar el proceso siguiendo los siguientes pasos:

1. Realiza una encuesta sobre el deporte favorito a 20 estudiantes de un grado de la institución (A cada grupo se le asigna un grado diferente)
2. Organiza los datos en una tabla de frecuencia y construye un gráfico de barras donde se muestre la información. Presenta tu trabajo en un papelógrafo

Observa el gráfico y responde:

- ¿Sobre qué población se hizo el estudio?
- ¿Cuál fue la muestra elegida para la encuesta?
- ¿Cuántos estudiantes participaron de la encuesta? ¿Cómo hiciste para saberlo?
- ¿Es lo mismo hablar de población y de muestra? ¿Cuál es la diferencia?
- Determina con un número la preferencia en cada uno de los deportes presentados
- ¿Cuál es el deporte que menos le gusta a los estudiantes de la escuela? ¿Cómo puedes saber esto?

- ¿Cuál es el deporte que más le gusta a los estudiantes de la escuela? ¿Cómo puedes saber esto?

Observa los gráficos de los demás grupos del salón y responde

- ¿De qué será el campeonato en la escuela? ¿Por qué? ¿Cómo hiciste para saberlo?
- Escribe tu opinión respecto de cada una de las preguntas.
- ¿Qué aprendiste en todo este proceso?

6. PLAN DE APOYO Y EVALUACIÓN

ACTIVIDADES EXTRAESCOLARES:

Para que los niños realicen en sus casas con ayuda de sus padres entre las secciones de clase se propondrán ejercicios de los libros de texto usados por la docente. Las actividades serán elegidas de acuerdo al tema donde se finalice la clase.

ESTRATEGIAS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN:

La observación será la forma cualitativa de realizar la evaluación de procesos en el aula, con el fin de realizar una retroalimentación oportuna y eficaz que nos permita corregir los errores encontrados

La participación de los estudiantes se registrará en la lista de asistencia valorando las intervenciones en la socialización de trabajos

La resolución del problema planteado en la clase nos permitirá determinar el nivel de competencia de los estudiantes a través del cumplimiento de cada uno de los indicadores de logro analizados en una rúbrica para tal fin

RECURSOS DE CLASE:

Papelógrafo, hojas de block, marcadores, cinta, libreta de notas, institución, cuadernos.

ANEXO 3. UNIDAD DIDÁCTICA (DOCENTE 2)

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Conceptos a trabajar: medidas de tendencia central (moda, media y mediana) donde se recolectaran, organización y representación datos en diferentes por medio de gráficas.

Objetivo:

- Identificar las medidas de tendencia central y su aplicación en situaciones de la vida cotidiana.

Estándar asociado:

- Represento datos usando tablas y gráficas (diagramas de línea, de barras y circulares)
- Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos..
- Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).

Actividades

1. Se presentan las siguiente tabla en un cartel, para que los estudiantes establezcan el color favorito, luego analizan la información y contesten las preguntas:

ESTUDIANTES	COLOR FAVORITO
ANDRES	ROJO
BIBIANA	AZUL
CARLOS	ROJO
DANIEL	ROJO
SANDRA	AZUL
MATIAS	ROJO
TATIANA	ROSADO
SANTIAGO	VERDE

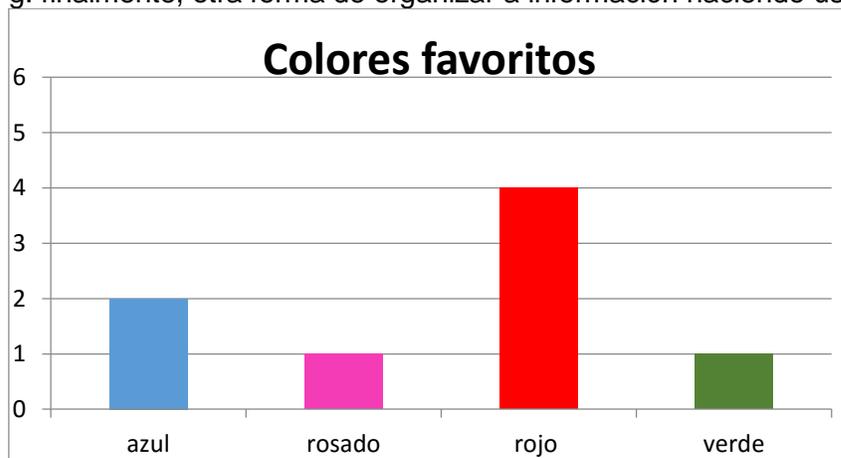
- a. ¿Qué color es el preferido por los estudiantes?
- b. ¿Qué cantidad de estudiantes prefieren el color rojo?
- c. ¿Cuáles personas prefieren el color azul?
- d. ¿Cuántas personas fueron entrevistadas?
- e. ¿Cuántos colores prefieren los estudiantes?
- f. Luego se organiza la información en una tabla, la cual llamaremos tabla de frecuencia así:

Color	Cantidad de alumnos
AZUL	2

ROSADO	1
ROJO	4
VERDE	1

Con ello podemos observar que el color favorito es el rojo

g. finalmente, otra forma de organizar a información haciendo uso de gráficas:



2. Los estudiantes con orientación del docente van a los diferentes grados y preguntan la edad de cada estudiantes, lo deben hacer en grupos de a tres integrantes seleccionando un grado específico de escuela. Luego cada grupo deberá :

- La información recolectada deberán organizarla en una tabla de frecuencia
- Contar cuantos estudiantes respondieron la encuesta.
- Ordenar los números de las edades de menor a mayor:
 - Mirar el dato o número que más se repite (acá la docentes explica que a esto lo llamamos moda).
- Sumar todos las edades y dividir el resultado entre la cantidad de estudiantes que respondieron la encuesta.(acá la docente explica que a esto se le llama media)
- Se retoma las edades ordenadas de menor a mayor, se explica que cada número representa un dato. Luego se les solicita que ubiquen el dato que se encuentra en posición central o de la mitad (si la cantidad de datos es impar selecciono el que hay en la posición central, en caso que sea par selecciono los dos, los sumo y el resultado se divide entre dos. A este ejercicio se le llama mediana)
- Elaborar un gráfico de barras donde se representen los datos obtenidos y socializar ante los compañeros.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL.

Son valores que se ubican al centro de un conjunto de datos ordenados según su magnitud. Tienen como objetivo resumir los datos en un valor típico o representativo del conjunto de valores.

En estos podemos encontrar:

MODA: es el valor con mayor frecuencia en la distribución de datos. Se pueden encontrar de forma cualitativa ejemplo: f+ f+ f+ m+ m+ m+ m= m es la moda Y en forma cuantitativa ejemplo: 12+ 13+ 14+ 12+ 12+ 13= 12 es la moda.

MEDIANA: es el valor que ocupa el lugar central de todos los datos cuando estos están ordenados de mayor a menor. Solo se pueden hallar en variables cuantitativas. Ejemplo: 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6= la mediana es 5. Cuando la serie tiene un número impar de medidas, la mediana es el número que hay en el centro. Cuando la serie tiene un número par de medidas se realiza el siguiente proceso. 7, 8, 9, 10, 11, 12= $9 + 10 = 19 / 2 = 9.5$

MEDIA: es el valor obtenido al sumar todos los datos y dividir el resultado entre el número total de datos ejemplo:
El peso de seis amigos son: 84, 91, 72, 68,87 y 78. Hallar el peso medio.
 $84 + 91 + 72 + 68 + 87 + 78 = 480 / 6 = 80$ la media del peso es 80 kg.

3. Los estudiantes resuelven las siguientes situaciones, demostrando la apropiación de las medidas de tendencia central que se trabajaron:

- El precio de la bolsa de un litro de leche en diferentes supermercados fue: \$1.300, \$1.350, \$1.250, \$1.400 y \$1.325. El valor promedio o media aritmética es entonces:
- Un agricultor vende la cosecha de papas, para esto se acercó a diferentes tiendas, las ofertas recibidas fueron: tienda uno \$256.000, tienda dos \$264.000 y tienda tres \$261.500. ¿Cuál es el precio promedio que ofrecieron por la cosecha en las tiendas?
- En la noche de Halloween, Carlitos recolecto por casa la siguiente cantidad de dulces: 19, 15, 23, 28, 14, 26, 18, 20, 15. Teniendo en cuenta las diferentes cantidades de dulces que recibió Carlitos:
 - a). Ordena de menor a mayor las cantidades.
 - b). Hallar la moda, la media y la mediana.

5. Llena el siguiente cuadro de comparación con la información obtenida durante el desarrollo de la sesión de aprendizaje.

Medida de tendencia central	¿Qué tan comunes?	¿Existe siempre?	¿Toma en cuenta cada valor?	¿Requiere que los datos estén ordenados?	Ventajas y desventajas
Media					
Mediana					
Moda					

Estrategia de aprendizaje: el trabajo que llevara a cabo en esta sesión de aprendizaje se hará por medio de situaciones de la vida cotidiana donde los estudiantes deben identificar las medidas de tendencia central, haciendo uso de diferentes representaciones gráficas como tablas de frecuencia y gráficas de barras. También los estudiantes deben recolectar información para luego organizarla, esto lo deben realizar en equipos de a tres lo que fomenta el trabajo cooperativo en el aula.