

Un enfoque didáctico al estudio de los lugares geométricos en Cabri

Edinsson Fernández M.

Área de Educación Matemática, Instituto de Educación y Pedagogía,
Universidad del Valle, edinfer@univalle.edu.co

Resumen

Este taller consiste en estudiar en primera instancia, de qué manera la noción de lugar geométrico permite abordar problemas de construcción geométrica desde un punto de vista instrumental, en el sentido que dicha noción entra a jugar un papel como herramienta mediadora en algunas estrategias en el enfoque de la resolución de problemas. En una segunda fase del taller, se abordará una aproximación del estudio de los lugares geométricos desde un enfoque cognitivo para la comprensión de los lugares geométricos desde una caracterización puntual (o local) hacia una caracterización global de las propiedades intrínsecas de las figuras geométricas resultantes.

1. Fundamentación Didáctica del Taller.

1.1. Diversas Definiciones de la Noción Lugar Geométrico.

En este taller se presentaran diversas definiciones de la noción de lugar geométrico que aparecen en diversos textos escolares y textos universitarios, así como el método general y clásico para determinar y demostrar que una figura o puntos del plano cumplen con la definición de lugar geométrico.

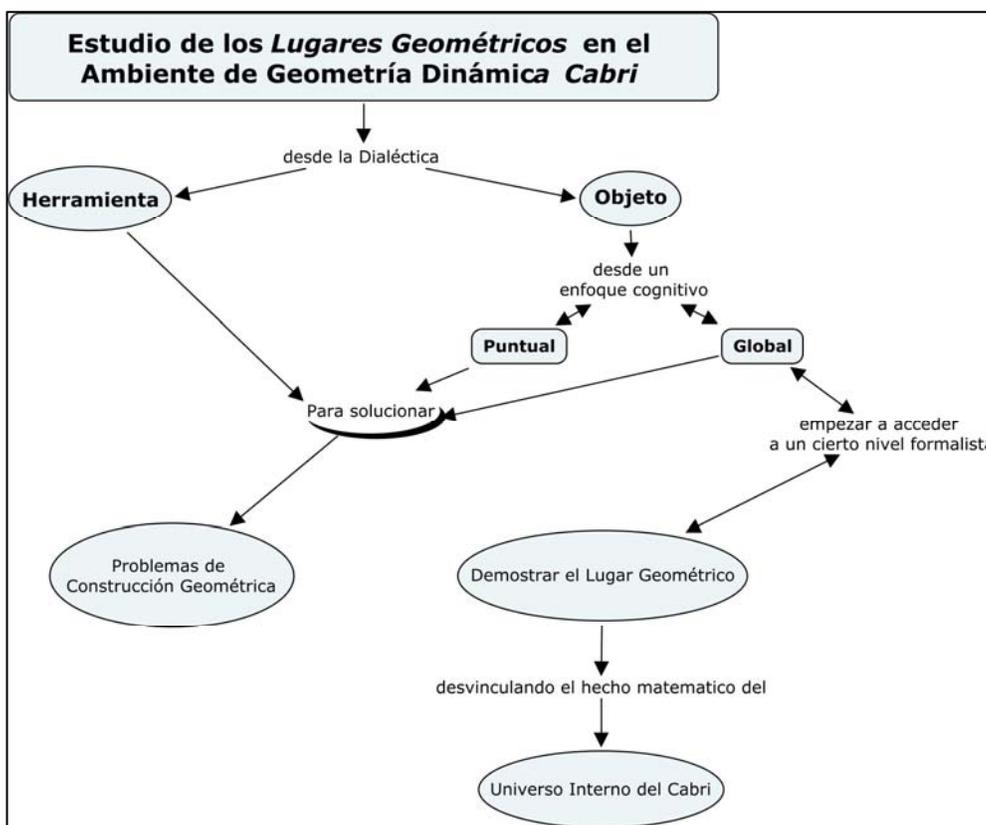
1.2. Los Lugares Geométricos vistos a través de la dialéctica *Herramienta-Objeto* y desde una caracterización *Puntual y Global*.

Se presentará, a modo de resumen, el enfoque didáctico de Douady (1995), según la cual los objetos matemáticos se presentan desde dos aspectos, como herramientas y como objetos de estudio, a tal enfoque, se le denomina la dialéctica herramienta – objeto. En particular, se presentará de qué manera aparecen en el ámbito escolar la noción de lugar geométrico, de acuerdo a esta dialéctica.

Ahora bien, en el diseño de las situaciones problema que se presentan en la parte posterior de este taller, se plasmará esta perspectiva didáctica, al plantear tres problemas

geométricos desde el enfoque de la resolución de problemas, recurriendo a la noción de lugar geométrico como *herramienta*, y luego se presentarán tres situaciones problema donde prevalece el estudio de los lugares geométricos como *objetos* propios de la geometría que son susceptibles de ser caracterizados desde una caracterización *puntual* (estudiando y caracterizando las propiedades de puntos individuales ó por lo menos a que encuentren puntos particulares que cumplen con la condición geométrica pedida) del lugar geométrico a encontrar, para luego pasar a una caracterización *global* (donde se entra a estudiar las relaciones entre los elementos constitutivos del lugar geométrico pero vista como una sola y continua figura geométrica).

Para ilustrar esta perspectiva didáctica que subyacente a las situaciones problema propuesta para este taller se presenta a continuación el siguiente mapa conceptual 1.



Mapa Conceptual 1,
en el cual se aprecia el enfoque didáctico de cómo aparece la noción de
lugar geométrico en el ámbito escolar

1.3. Los Lugares Geométricos en el Cabri

La dificultad de materializar la graficación a partir de la descripción sintética del lugar geométrico correspondiente, hace que no se haya aprovechado la oportunidad de articular dicha descripción sintética con su representación visual. Una forma de aprovechar el dinamismo para enseñar geometría es a partir de la construcción de curvas como lugares geométricos en Cabri.

Consideremos que estos acercamientos constituyen no sólo una actividad de gran atractivo geométrico sino que además pueden hacer ver a los estudiantes las relaciones existentes entre objetos geométricos que, generalmente, se estudian de manera aislada.

Algunas construcciones geométricas pueden visualizarse en Cabri, como lugar geométrico. Para tal efecto, seremos consecuentes con involucrar construcciones exactas utilizando la regla y el compás virtual del Cabri, para determinar punto por punto (un enfoque puntual) las partes constitutivas de dicho lugar geométrico. También se empleará el uso de la herramienta “Lugar Geométrico” del Cabri para hallar la figura geométrica que forma el Lugar Geométrico pedido en un enfoque global.

Por ejemplo, si se pide construir la parábola como un lugar de puntos de una manera puntual, tales que cumplen con la siguiente condición:

La parábola como el lugar geométrico de puntos que equidistan de un punto fijo denominado O y de una recta fija denominada bisectriz.

Entonces para construirla puntualmente (en este ambiente informático) sería muy dispendioso y repetitivo las construcciones para cada punto que satisface las condiciones, debido a que para todo punto de la parábola, tendríamos que considerar una nueva construcción geométrica que considere las propiedades de perpendicularidad y congruencia; sin embargo, la parábola, como todo el conjunto de puntos que cumple con la propiedad de ser una parábola, no puede ser construida con regla y compás porque sería un proceso iterativo infinito. Para tal efecto, entonces se recurrirá al uso adecuado de la herramienta “Lugar Geométrico” o de “Traza” que podría dar cuenta de la figura pedida desde un punto de vista global.

3. Metodología del taller

El taller se desarrollará mediante una metodología de seminario taller; en los primeros 15 minutos de cada sesión se dará una breve presentación de los elementos teóricos que fundamentan el enfoque didáctico para abordar las situaciones problema propuestas durante todo el taller. Luego cada participante abordará las situaciones problema propuesta para cada sesión. En la última sesión se realizará una plenaria donde los participantes presentarán y comentarán sus reflexiones acerca de las construcciones geométricas realizadas.

Primera Sesión.

Con el fin de ilustrar la estrategia heurística que es objeto de estudio, se partirá de analizar un ejemplo concreto planteado por Polya (1965. p 41-42), el cual después será recreado en el ambiente Cabri.

Inscribir un cuadrado en un triángulo dado (acutángulo), tal que dos vértices del cuadrado deben hallarse sobre la base del triángulo y los otros dos vértices del cuadrado sobre cada uno de los otros dos lados del triángulo respectivamente.

Primera Situación Problema.

Se plantea el problema de construir un triángulo equilátero inscrito en un cuadrado dado, de tal forma que tengan un vértice en común.

Segunda Situación Problema.

Dadas tres circunferencias concéntricas C_1 , C_2 y C_3 , trazar una recta que las intersecte respectivamente en los puntos A , B y C de tal forma que $AB = BC$

Tercera Situación Problema.

Se plantea el problema de construir un triángulo equilátero a partir de tres circunferencias concéntricas dadas, de tal forma que cada vértice del triángulo esté sobre una de las circunferencias.

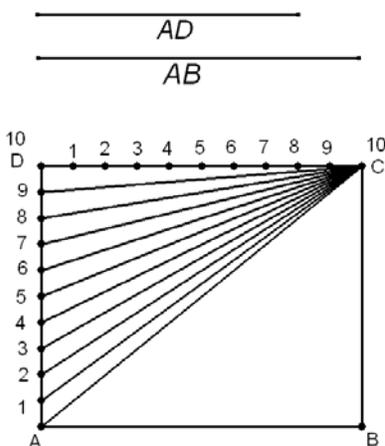
Segunda Sesión.

Primera Situación Problema.

Dados dos puntos A y B , hallar el lugar geométrico de los puntos P tales que $\frac{m\overline{AP}}{m\overline{PB}}$ es una constante k

Segunda Situación Problema.

Dados dos de sus lados, \overline{AB} y \overline{AD} , construya un rectángulo. Luego divídalos en igual número de partes iguales. Por los puntos divisorios de la altura del rectángulo, nómbrelos de abajo hacia arriba en orden numérico. Luego cada uno de los puntos de la altura, únalos por medio de segmentos con el vértice C .



Ahora, por cada uno de los puntos de la base superior, nombrados de izquierda a derecha en orden numérico, trace rectas perpendiculares a dicha base.

- a.) Conjeture cuál es el **lugar de puntos** que se forman con las intersecciones de las rectas correspondientes a puntos igualmente numerados. Es decir, la intersección del segmento que pasa por 1 con la recta que pasa por 1, la intersección del segmento que pasa por 2 con la recta que pasa por 2, y así sucesivamente.
- b.) Muestre cual ha sido su proceso de validación acerca del lugar geométrico que cree que es.

Tercera Situación Problema.

Dados una recta m cualquiera, un punto exterior a m denominado A y un punto B cualesquiera que pertenece m , encontrar el lugar geométrico de todos los centros de todas las circunferencias que pasan por A y que son tangentes a la recta m en el punto B . Posteriormente téngase en cuenta la propiedad de la circunferencia con su centro y halle el lugar geométrico que genera el centro.

Tercera y Última Sesión.

Se espera que en la última sesión, los participantes terminen de realizar sus trabajos prácticos con el Ambiente de Geometría Dinámica Cabri y presenten en plenaria, sus aprendizajes alrededor de esta temática así como sus heurísticas, sus construcciones geométricas de las seis situaciones problemas planteadas y se de al interior del taller, un pequeño debate y se saquen unas conclusiones.

Referencias bibliográficas

- ANFOSSI, A.** (1961). *Curso de Geometría Analítica*. Editorial Progreso S.A. México. Pág. 66.
- DOUADY, R. et al.** (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica. Pedro Gómez (editor).
- FERNÁNDEZ E. y GARZÓN D.** (2006). *Modulo 3: Pensamiento Geométrico y Pensamiento Métrico, del Programa de Formación Docente en Educación Matemática para el Valle del Cauca, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle*. Cali, Colombia.
- JAHN, A. P.** (2002): "Locus" and "Trace" in CABRI-GÉOMÈTRE: relationships between geometric and functional aspects in a study of transformations. En *International Reviews on Mathematical Education, ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Volume 34 (June 2002) Number 3, Págs. 78-84. Alemania.
- HEMMERLING, E.** (2002). *Geometría Elemental*. Limusa, Noriega Editores, México, Pág. 498.

***MEN COLOMBIA** (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Enlace Editores, Santafé de Bogotá.*

***MEN COLOMBIA** (2003). Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas. Enlace Editores, Santafé de Bogotá.*

***POLYA, G.** (1965). Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas, México. Págs. 41-42.*