

Proporcionalidad directa y teoría de las situaciones didácticas para profesores de la Educación Básica

Diana Lucía Briceño A.
Claudia Liliana Serrano J.
Diego Fernando Pulecio H.

Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”⁸
clalise@gmail.com
albarracinster@gmail.com
fernandopulecio@yahoo.com.
rutaspedagogicas@yahoo.com

Resumen

En este cursillo se presentan tres actividades de una secuencia didáctica para la enseñanza de la proporcionalidad directa en estudiantes de grado séptimo, bajo la propuesta metodológica de la teoría de situaciones didácticas (TSD)⁹, estas, serán implementadas con los asistentes, como muestra de una propuesta innovadora que permita un aprendizaje significativo de la temática propuesta, de la misma manera se presenta los fundamentos teóricos tanto didácticos como conceptuales que fundamenta la secuencia en el taller y que se parte de una propuesta de secuencia didáctica implementada en tres colegios de Bogotá.

Introducción

La primera parte de este escrito esta referida a las visiones cotidianas que tienen los estudiantes sobre la noción de proporcionalidad, en los diferentes contextos y como a través de un trabajo en el aula, se van transformando para concluir en una visión de la proporcionalidad relacionada a la matemática formal. En la segunda parte, se menciona la metodología que se empleo en el aula para la aplicación de las secuencias de actividades rediseñadas dentro del marco de la investigación. Para finalizar, se presentan tres de las

⁸ Profesores de la LEBEM - U. D. , integrantes del grupo de trabajo e investigación SEM (Semillero de Educación Matemática), coordinado por el profesor Orlando Lurduy

⁹ Esta secuencia se implementa en el marco de la investigación “Matemáticas y su aprendizaje en la educación básica en el distrito capital. Caracterización de las rutas de aprendizaje en el aula”, es financiada por el IEIE-UD y la viene desarrollando un grupo de profesores de práctica docente de la U. D

actividades que se implementaron en el Instituto Técnico Industrial Francisco José de Caldas de Bogotá, Federico García Lorca y Rodrigo Lara Bonilla, para construir una conceptualización del objeto matemático proporcionalidad directa en los estudiantes de grado séptimo de dicha institución.

La enseñanza de la proporcionalidad directa puede ser justificada desde una perspectiva de secuencia didáctica de actividades de clase, ya que, por ejemplo, a través de ella y en determinados contextos, pueden interconectarse o relacionarse distintas nociones de la matemática escolar, entrelazada a su vez con las nociones fundamentales como el producto de medidas, el isomorfismo de medidas lo cual permite que el estudiante tenga un primer acercamiento al concepto de función.

Otra de las razones que justifica su tratamiento, es la constitución de las nociones en la cual los estudiantes presentan un mayor número de errores y obstáculos cognitivos relacionados al planteamiento y solución de situaciones donde interviene la proporcionalidad directa, como se ha mostrado en diversas investigaciones.

Carretero en La Adquisición de la noción de proporcionalidad según diferentes tipos de estructuras multiplicativas por el niño de 8 a 11 años (1989), asume dos hipótesis, a saber: (a) “el aspecto más importante en la educación es, probablemente, la utilización de problemas significativos para que el conocimiento, tanto en aspectos teóricos como prácticos, pueda ser recibido por los alumnos como una auténtica ayuda en la resolución de problemas reales.” y (b) “la inteligencia y el conocimiento se desarrollan en un largo periodo de tiempo (Piaget, Vergnaud, 1983) lo que incluye dificultades psicológicas y didácticas” A partir de éstas encuentra que: (1) Existen dificultades considerables, especialmente, en situaciones de proporcionalidad doble y división. (2) La división es más difícil que la multiplicación. (3) Las propiedades de la función bi-lineal son más difíciles que las de función lineal. (4) Las expresiones escalares (v.g., tres veces más que) causan confusión. Más tarde, Llinares y García (1992) en El aprendizaje desde la instrucción: La evolución de las estrategias personales en tareas de proporcionalidad directa encuentran que la evolución de las estrategias empleadas en la resolución de problemas, desde una eficacia local hasta otras más generales, muestra un camino hacia la comprensión.

En este sentido, la evolución de las estrategias empleadas viene definida por la existencia o no de una correspondencia entre las características de la tarea y las condiciones de la estrategia. Desde este punto de vista el concepto de razón y proporción se muestra como un de los más elusivos en la comprensión de la teoría de la proporcionalidad. Guacaneme (2003) plantea que en la escuela la razón se muestra como una división indicada, como un cociente o como un operador multiplicativo, ello lleva a que esta sea identificada como un número fraccionario y la proporción sea vista como la igualdad entre fraccionarios perdiendo la naturaleza misma de los conceptos. Freudenthal (citado por Guacaneme), plantea que la naturaleza misma de dichos conceptos genera tal carácter elusivo, él sostiene que el tratamiento de la razón en términos de un cociente un número o una medida desvirtúa y desconoce la naturaleza misma del concepto.

Lo expresado anteriormente nos conduce a reflexionar acerca de los aspectos a tener en cuenta a la hora de la planeación y la gestión de la práctica en el aula de clase, entre los que destacamos: la utilización de diversos contextos, y materiales relacionados a los problemas de tipo multiplicativo, (producto de medidas e isomorfismo de medidas) sus relaciones y aplicaciones a la vida cotidiana de los estudiantes. Como producto de dichas reflexiones orientamos nuestra mirada sobre el objeto de estudio "Proporcionalidad Directa" desde el cual en el contexto habitual relacionado al lenguaje la podemos diferenciar en tres niveles: lenguaje cotidiano, gráfico y formal.

Desde el lenguaje cotidiano encontramos las palabras proporción, desproporción, razón, relación, que son utilizadas con frecuencia en textos escolares de literatura en revistas o periódicos. Los significados dados en este contexto están muy alejados del significado que le damos en las matemáticas, un ejemplo de esto es la sustitución de la palabra "proporción" por palabras como, parte, trozo, de forma, de manera, entre otras. Que las descontextualizan del lenguaje matemático formal; Desde el lenguaje gráfico la proporción está relacionada únicamente al contexto y no se enfatiza en el objeto concreto. Finalmente en la escuela comúnmente se trabaja desde el lenguaje formal de manera estricta y no contextualizada en situaciones de la realidad donde entra en juego el concepto de proporcionalidad.

Una de las pretensiones que se quería al implementar la secuencia didáctica, es que los estudiantes desarrollaran nociones que les permitieran analizar situaciones que se encuentran enmarcadas dentro del campo conceptual multiplicativo, es decir, situaciones que según Vergnaud¹⁰ demandan una multiplicación, una división o una combinación; estas nociones se refieren a conceptos como: proporción simple, proporción múltiple, fracción, razón, número racional, entre otros; es por esto, que se propuso un trabajo que permitiera utilizar como herramientas algunos conceptos involucrados en el pensamiento métrico y variacional, para potenciar el desarrollo del pensamiento numérico, a partir de situaciones problema que involucren temáticas enmarcadas dentro del campo conceptual multiplicativo.

Teniendo en cuenta el propósito de llegar a que el estudiante lleve un proceso de aprendizaje significativo, se re diseñó una secuencia implementada desde la perspectiva teórica de la teoría de situaciones didácticas bajo el supuesto que es a través de la resolución de problemas y el trabajo sobre una situación fundamental donde emergen los conceptos y se desarrolla un aprendizaje que sea significativo para los estudiantes desde un trabajo inicial con problemas de tipo multiplicativo (isomorfismo y producto de medidas) que es necesario para llegar al concepto de proporcionalidad directa.

¹⁰ Vergnaud desarrolla la teoría de los campos conceptuales, y allí las nociones de estructura multiplicativa, esquemas, etc

Fundamento teórico

Vergnaud (1991) distingue dos categorías relaciones multiplicativas (relaciones que comportan una multiplicación o una división): el isomorfismo de las medidas, y el producto de medidas. El primero es Isomorfismo de Medidas la cual se utiliza y considera la mas importante para la introducción de la multiplicación en la primaria, es una relación cuaternaria entre cuatro cantidades; dos cantidades son medidas de un cierto tipo y las otras dos son medidas de otro.

Vergnaud plantea dos tipos de análisis de esta categoría que son el vertical (escalar) y horizontal (función) que permiten observar las nociones presentes para resolver un problema multiplicativo característico del isomorfismo de las medidas.

La segunda categoría consiste en una relación ternaria entre tres cantidades, de las cuales, una es producto de las otras dos, tanto en el plano numérico como en el plano dimensional llamada el producto de medidas. Esta relación multiplicativa, permite distinguir dos clases de problemas: 1. multiplicación, encontrar la medida-producto cuando se conocen las medidas elementales. 2. división encontrar una de las medidas elementales cuando se conoce la otra, y la medida producto.

En relación a las diferentes dificultades que se presentan en el aula con respecto a la enseñanza de la proporcionalidad directa, Vergnaud menciona en su artículo “Estructuras multiplicativas” lo siguiente:

“Los resultados empíricos muestran que el aprendizaje y la comprensión de las estructuras multiplicativas se extienden a lo largo de un gran período de tiempo de experiencias escolares, desde los 7 hasta los 18 años por lo menos. Los estudiantes ya lo hacen bastante bien para el final de la escuela elemental en problemas que involucran estructuras simples y fraseologías simples. Algunos estudiantes ya lo hacen bien con problemas más complejos de multiplicación y división. Los problemas de regla de tres son manejados progresivamente, esencialmente durante la temprana escuela secundaria. La doble proporción es manejada en este tiempo cuando están involucradas diversas divisiones”

Desde esta perspectiva, se muestra que el proceso de desarrollo de un estudiante, relacionado a estas estructuras, es un proceso complejo que abarca un proceso de desarrollo y maduración mental, que es el que la va a permitir abarcar más adelante situaciones donde se involucra la proporcionalidad inversa.

De acuerdo a esto se rediseñaron actividades para la aplicación de estudiantes en grado séptimo, de acuerdo a la metodología de la teoría de situaciones didácticas, Brosseau (1986), emplea una situación fundamental de la cual se desglosan una serie de situaciones didácticas que están organizadas en cuatro fases.

Las actividades de acción son las que ponen al participante ante un problema, donde las condiciones propuestas son el conocimiento que se quiere enseñar, en este caso las representaciones y la construcción de la noción de función lineal. El mensaje que se les enviará inicialmente será la situación problema y a partir de esta los participantes se irán enviando mensajes así mismos atravesando situaciones de ensayo y error que contribuirá a la construcción de una estrategia inicial de solución al problema.

Posteriormente vienen las actividades de formulación las cuales buscan facilitarle a los participantes el proceso para explicar por ellos mismos el modelo de solución o estrategia que construyeron, de tal manera que intercambien con sus demás compañeros (incluyendo el profesor) información sobre la situación, lo que favorece la adquisición de modelos y lenguajes.

En un tercer momento vienen las actividades de validación las cuales hacen que los participantes construyan una demostración o validación de su propuesta de solución a la situación, la cual lógicamente debe tener sentido para él.

Este taller se ha diseñado de la siguiente manera: La primera fase de Acción, en la cual los estudiantes se enfrentarán a la situación fundamental buscando diferentes estrategias de solución, para posteriormente hacer el tránsito a la fase de formulación donde las estrategias son expuestas en las socializaciones que se realizan en la clase en donde se desarrolla el proceso de validación de estas, en relación a las normas socio matemáticas establecidas en el aula, para luego en la última sesión ser reconocidas como estrategias validas en la matemática formal lo que se denomina fase de institucionalización.

Producto de este proceso de re-estructuración de cada una de las secuencias de actividades, se pretende exponer en este cursillo algunas actividades seleccionadas desde las dos propuestas anteriormente mencionadas que consideramos permiten el aprendizaje del concepto de proporcionalidad directa en estudiantes de grado séptimo; el cursillo tendrá la siguiente estructura:

Taller 1 (acción - formulación)

El equipo naranja comienza la prueba

Intención: presentar una situación fundamental relacionada a los problemas de tipo multiplicativo necesarios para la construcción del concepto de proporcionalidad directa

Temática: producto de medidas e isomorfismo de medidas

Propósitos de la actividad:

- Potenciar el desarrollo de estrategias que permita al estudiante abordar problemas de Razón y proporción
- Reconocer el tipo de estrategias iniciales que utilizan los estudiantes cuando abordan problemas donde se involucra el isomorfismo y el producto de medidas.
- Fomentar el reconocimiento de relaciones cualitativas entre magnitudes involucradas en problemas de isomorfismo de medidas

Descripción de la actividad:

Se presentara a los participantes una guía donde se plantea una situación que involucra problemas de isomorfismo de medida y producto de medida. Estos se organizaran por parejas, para la primera parte de la situación en donde se involucra el producto de medidas los estudiantes por medio de la grafica deberán establecer cada una de las posibles combinaciones que se pueden hacer y deberán responder las preguntas planteadas en la guía. Seguido de esto se llevar un proceso de socialización de la actividad donde se expondrán los diferentes tipos de soluciones dadas.

Taller 2 (formulación - validación)

El empaque de los quesos

Intención: presentar una actividad referida a la situación fundamental que se esta trabajando, donde se formularan y validaran estrategias de solución

Temática: Isomorfismo de medidas

Propósitos de la actividad

- Fomentar la discusión sobre estrategias que puedan ser o no pertinentes para la solución de los problemas propuestas sobre isomorfismo y producto de medidas.
- Fomentar un intercambio de estrategias propiciando la necesidad de justificar y probar la utilización de procedimientos para resolver problemas de producto de medidas.
- Favorecer la adquisición de modelos (tablas de correspondencia y de análisis dimensional) y lenguajes explícitos (operador escalar, operador funcional..) que permitan abordar problemas de isomorfismo de medida.

Descripción de la actividad: Se continuara la sesión con una actividad que del mismo modo aborda problemas de tipo multiplicativo, pero en este taller se llevara el proceso de

formulación y validación de las estrategias utilizadas para dar solución a este tipo de problemas

Taller 3 (Institucionalización)

Quien es el mejor cazador

Intención: Se socializaran y validaran las estrategias de solución de la sesión anterior y como estas permiten la solución de problemas de proporcionalidad directa en otro tipo de actividades

Realizar una socialización de la secuencia de actividades abordadas durante curso discutiendo la pertinencia de esta en el aprendizaje de la proporcionalidad directa

Temática: Proporcionalidad directa

Propósitos de la actividad

- Estructurar relaciones multiplicativas que se involucran en la solución de problemas de proporción directa.
- Establecer las relaciones implitas dentro de los problemas de proporción directa.
- Dar cuenta de las diferentes relaciones multiplicativas que se involucran en la solución de problemas de proporcionalidad directa.

Descripción de la actividad: En esta sesión se desarrollara un taller referido a problemas de proporcionalidad directa el cual será socializado. Seguido de esto fomentara una discusión entorno a la pertinencia de las actividades propuestas en cuanto permite un aprendizaje significativo del concepto de proporcionalidad directa.

Bibliografía

VERNAUD Gerard. *ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS* (artículo sin referencia).

García G., Serrano C. (1999) *La comprensión de la Proporcionalidad, una Perspectiva Social y Cultural*. UPN, ASOCOLME

Vergnaud, G., (1991) *El Niño, las Matemáticas y la Realidad*. Editorial Trillas

Guacaneme Edgar, *La enseñanza de la proporcionalidad un hueso duro de roer*. (2003)