

Los poliminós como un camino para estudiar la divisibilidad

Carlos Roberto Pérez Medina

Estudiante Universidad Pedagógica Nacional
mathperez@gmail.com, dma70_cperez@uni.pedagogica.edu.co

Resumen

Esta propuesta de actividades fue construida y aplicada en el marco del desarrollo de la Práctica en Contextos de la Universidad Pedagógica Nacional en conjunto con el estudiante David Rodríguez, con un grupo de jóvenes estudiantes de instituciones educativas distritales en 8° y 10°, en el grupo Aritmética I. La propuesta consistió en el trabajo con las figuras poliminó y desarrollado en tres momentos a saber: el conocimiento y trabajo con las figuras, el estudio de la divisibilidad en los números naturales a partir del trabajo con las mismas, y finalmente el trabajo sobre el tema de las congruencias.

Presentación/Introducción

Esta propuesta de actividades se hace con base en las figura *poliminó* creadas en 1953 por el matemático norteamericano profesor en la Universidad de Harvard, Sollowmon W. Golomb en su artículo "*Checker Board and Polyominoes*" (Tableros de Damas y Poliminós), actualmente profesor de ingeniería y matemáticas en la Universidad del Sur de California. Estas las definió como conjuntos de cuadrados conectados al menos por uno de los lados de cada uno.

En la literatura se encuentra que el interés de los poliminós radica en que su aparente simplicidad no tiene nada que ver con la potencial fuente de problemas de inteligencia que estos suponen, algunos de los cuales aún no tienen solución. Desde que en 1957, la revista *Scientific American* les dedicó su primer artículo, los poliminós se han convertido en un pasatiempo enormemente popular, del que se han publicado cientos de problemas.

Aunque hay distintos tipos de juegos ya creados con poliminós (y en especial con pentaminós), este trabajo se plantea principalmente desde dos perspectivas, la primera es un conocimiento de las figuras poliminós respecto de sus características y algunas aplicaciones a manera de juego que fueron fruto del trabajo en el Club, y la segunda el estudio de algunos de temas de matemáticas, particularmente de Teoría de Números, relacionados con

la divisibilidad y las congruencias. Este último, cabe resaltar, se hace sobre el conjunto Z^+ de los números enteros positivos por la particularidad de las figuras.

Actividades¹¹

Se plantean tres actividades, una para cada sesión, descritas enseguida.

De los poliminós a la noción de máximo común divisor y al teorema de Dirichlet

Esta primera actividad consiste en hacer notar que nos valemos de los poliminós para construir una noción de división a partir de cubrir figuras y por supuesto del hecho de que todo número natural puede ser representado por poliminós. Luego, definir algunos conceptos de divisibilidad con poliminós que son estudiados con números enteros. Así aparecen cinco ejes para esta actividad:

Definiciones relacionadas con los poliminós, qué son, cuántos son, cómo son, igualdad, equivalencia: Se caracterizan las figuras poliminó como las formas que se obtienen juntando módulos, que es un cuadrado como unidad de área y el lado como unidad de longitud, lado a lado pero de tal manera que uno de los lados de cada cuadrado coincida con uno de los lados de otro, sin que se traslapen o superpongan. Y se clasifican de acuerdo al número de módulos que se usan en su construcción e identifican de acuerdo a su parecido con las letras del alfabeto.

Características de ellos: policatálogos, y juego con el material: Se estudian, por medio de los policatálogos, las propiedades geométricas tales como al perímetro, área, número de posiciones distintas las cuales permiten trabajar con algunos conceptos geométricos como son perímetro, área y rotaciones; y algunas características que son el número de módulos y el número de lados. Respecto del juego, el pentaminó y el hexaminó, particularmente, permiten estudiar dos temas de geometría del espacio que son los desarrollos del cubo y la representación plana de objetos sólidos, encontrando cuáles pentaminó forman una caja sin tapa, y de acuerdo a la observación de estas figuras se estudian las condiciones para que un hexaminó pueda formar cajas con tapa o cubos. También, los pentaminó permiten construir rompecabezas en forma rectangular, en forma de cruz y sobre un tablero de ajedrez de 8×8 que lo recubra en forma parcial.

Cubrimientos, tipos de cubrimientos, noción de división: Se propone el ejercicio de cubrir con las figuras poliminós, que no es más que la noción de dividir en los números enteros; para el cual se establecen reglas para que una figura pueda cubrir a otra, y se determinan los tipos de cubrimiento que se generan y la clasificación de las figuras según estos tipos.

¹¹ No se incluye aquí el material necesario para el desarrollo de las actividades por lo extenso del documento.

Formas, teorema de división: Como consecuencia de *cubrir*, se escriben expresiones del tipo $A = k \times n + r$ a las que se llaman formas, que expresan el área A de la figura que es cubierta respecto del cubrimiento con otra k -minó y la cantidad r de módulos que hacen falta por cubrir, para lo cual se explicita la condición que naturalmente se deduce sobre este último y es que $0 \leq r < k$. Esto lleva al estudio de las condiciones necesarias para que una figura esté clasificada en un tipo particular de cubrimiento por otra figura y la forma correspondiente, para llegar a conjeturar y generalizar el Algoritmo de la división.

Definición de primos, compuestos, divisores, m.c.d. y teorema de Dirichlet: Se consideran no más el tipo de cubrimiento Total y el especial como Total, para trabajar solo con los grupos, y así determinar cuáles poliminó pueden ser cubiertos totalmente por un k -minó dado, caracterizándolos en tres grupos que resultan: el monominó, los poliminó primos y los poliminó compuestos. Luego, es inmediato pensar establecer la relación de “ser divisor de” entre poliminós, el primer paso se da al definir lo que es un poliminó divisor de otro y a partir de allí, estudiar relaciones que establecen en Teoría de Números como es el M.C.D, los primos relativos y el Teorema de Dirichlet.

Una aplicación de los poliminós

Esta segunda actividad consiste en estudiar lo que se ha querido llamar una aplicación de los poliminós, bastante enriquecedora para el trabajo en la escuela con polinomios, que es ubicar las figuras poliminó sobre algunas tablas de operaciones entre naturales como la suma, la multiplicación, la suma de pares y el producto de impares. Respecto de la primera, el propósito es calcular la suma de los números que quedan en los módulos, sin realizarla; puesto que se llegan a expresiones algebraicas bastante sencillas y con un grado tal de generalidad que sorprende, porque relacionan teoremas importantes, nuevamente de Teoría de Números, particularmente sobre criterios de divisibilidad. Esta tiene cinco ejes que son *Trabajo con poliminós sobrepuestos, Formas generales obtenidas, Conjetura sobre división de la suma de un número impar de términos, Formula de suma de números consecutivos y Prueba de la conjetura.*

De los poliminós a la solución de algunas ecuaciones diofánticas vía congruencias

Esta tercera actividad consiste en introducir el tema de las congruencias a partir de todo el trabajo realizado anteriormente, fundamentalmente sobre el algoritmo de la división y tres teoremas sobre divisibilidad necesarios. Inicialmente se propone un taller en el que fundamentalmente se introduce la noción de congruencia con base en la determinación de la forma $A = k \times n + r$ para algunos números, y la divisibilidad de estos, así como de la suma

de dos o la resta de los mismos. Posteriormente, ya con la definición de congruencia, se define lo que son las clases residuales y se construye la tabla de suma y producto de clases, estudiando la aritmética en el conjunto Z_p para finalizar en el estudio de las soluciones de ecuaciones diofánticas.

Referencias Bibliográficas

Blanco A, Miguel., Corchete G, Abilio., Ruiz, Andrés. TALLER DE MATEMÁTICAS. Junta De Extremadura Consejería de Educación y Juventud Dirección General de Promoción Educativa Mérida. 1998.

Campos, Onofre., Shine, Carlos. Poliminós e o Tabuleiro de Xadrez. En: <http://www.obm.org.br/semana/poliminos2.doc>

POLIMINÓS Y POLIAMANTES. En: <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/4eso/geometria/poliedros/poliedros.htm>

POLIMINÓS. En: <http://w3.cnice.mec.es/eos/MaterialesEducativos/mem2001/descartespuzzle/puzzledescartes/puzzlematicas/poliminos/menu.html>