

Las fases del aprendizaje de van Hiele en la manifestación del concepto de convergencia de una serie infinita³⁷

Carlos Mario Jaramillo López
Sandra Milena Zapata
Edison Sucerquia Vega

Universidad de Antioquia

Resumen

El modelo de van Hiele, aunque en sus comienzos se implementó sólo en geometría, en la última década se ha presentado una extensión del modelo, obteniendo valiosos avances en lo referido a la enseñanza de las nociones del análisis matemático. Uno de los resultados se evidencia en la tesis de maestría “Diseño de una entrevista socrática para la construcción del concepto de suma de una serie vía áreas de figuras planas.” Dirigida por el Dr. Carlos Mario Jaramillo López, y desarrollada por los estudiantes: Flor María Jurado Hurtado y René Alejandro Londoño Cano, allí se señala la dificultad en el paso del nivel de razonamiento II al III, por eso la necesidad diseñar módulos de instrucción en el marco de las fases de aprendizaje del citado modelo, para favorecer el progreso en dichos niveles de razonamiento, permitiendo que el alumno construya redes de relaciones referidas al concepto de convergencia de series infinitas, a través de figuras de áreas planas.

Palabras claves: Modelo de van Hiele, Niveles de razonamiento, Fases de aprendizaje, Mapas conceptuales y Módulos de instrucción.

Introducción

En la actualidad, existen pocos estudios sobre las fases de aprendizaje del modelo de van Hiele frente a los conceptos del análisis matemático, que permitan el paso del nivel de razonamiento II al III. De ahí, la necesidad de diseñar experiencias de aprendizaje que permitan la solución a dicha dificultad.

³⁷ Proyecto de Investigación aprobado en el Acta CODI 421 del 7 de diciembre de 2004, Código es el E01106. Se encuentra en ejecución en el marco de la Maestría en Educación con énfasis en docencia de las matemáticas, Facultad de Educación Universidad de Antioquia.

Además, este trabajo de investigación responde a lo planteado por los lineamientos curriculares de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional quien dice: “La moderna investigación sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico indica que éste sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales, aunque los niveles finales corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que los que se dan en la escuela.

El modelo de Van Hiele es la propuesta que parece describir con bastante exactitud esta evolución y que está adquiriendo cada vez mayor aceptación a nivel internacional en lo que se refiere a geometría escolar.”³⁸

Referentes teóricos

El modelo de van Hiele se compone de tres partes: i) La percepción (el insight), ii) los niveles de razonamiento, y iii) las fases de aprendizaje.

Insight

Los van Hiele se interesaron en la forma de encontrar y desarrollar los insight en su estudiantes. Ellos definieron el insight como sigue: Una persona muestra insight si la persona:

- a. Actúa competentemente (correcta y adecuadamente) en los hechos requeridos en una nueva situación.
- b. Aplica intencionalmente (deliberadamente y conscientemente) un método que resuelve la situación. Para tener insight, los estudiantes entienden que están haciendo, porque lo están haciendo y cuando lo hacen. Los estudiantes son capaces de aplicar sus conocimientos para resolver problemas.

Niveles de razonamiento

El modelo hace una estratificación del pensamiento humano en niveles. Los objetos para cada uno de estos niveles son los siguientes:

³⁸ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares: matemáticas. Magisterio. 1998. Pág. 58

Nivel 0. Predescriptivo. Los objetos son los elementos básicos de estudio. En este nivel, los alumnos reconocen los elementos básicos de estudio para el concepto tratado. Estos elementos pueden variar entre distintos conceptos.

Nivel I. De reconocimiento visual. Se identifican los elementos básicos de estudio y sus propiedades, dadas distintas situaciones se aprende el vocabulario relacionado con el concepto y se determinan distintas relaciones entre los elementos básicos.

Nivel II. De análisis. Los objetos son proposiciones que relacionan las propiedades. Se analizan las relaciones entre los elementos básicos de estudio.

Nivel III. De clasificación, de relación. Los objetos son las ordenaciones parciales (sucesiones) de las proposiciones. Se relacionan los elementos básicos de estudio y se analizan sus propiedades llegando a dar definiciones verbales del concepto tratado.

Nivel IV. De deducción formal. Los objetos son las propiedades que analizan las ordenaciones. Se analiza el concepto en distintas situaciones y se llega a construir demostraciones formales.

Fases de aprendizaje

Para promover un estudiante de un nivel de razonamiento al siguiente dentro de una materia (concepto), los van Hiele propusieron una secuencia de cinco fases de aprendizaje, una prescripción para la organización de la instrucción. Estas fases permiten establecer de manera aproximada la forma como las ideas son generadas, refinadas, extendidas y asimiladas por los estudiantes.

Las fases son las siguientes:

1. Inquiry (Información)

El profesor interactúa con los estudiantes (en doble vía) conversando acerca de los objetos de estudio. El profesor comprende cómo los estudiantes interpretan las palabras y da alguna explicación de los tópicos a ser estudiados. Las preguntas se contestan y se hacen observaciones, usando el vocabulario y objetos de estudio relativos al tópico específico.

2. Directed orientation (Orientación dirigida)

El profesor diseña cuidadosamente secuencias de actividades para la exploración de tópicos por parte de los estudiantes, y cómo ellos llegan a familiarizarse con las características de las estructuras. Muchas de las actividades en esta fase son tareas paso a paso que producen una respuesta específica.

3. Expliciting (Explicitación)

Los estudiantes construyen el concepto desde sus experiencias previas, refinando el uso de su vocabulario y expresando sus opiniones acerca de la estructura interna del concepto objeto de estudio. Durante esta fase, los estudiantes comienzan a construir relaciones, es esencial que los estudiantes hagan explícitamente las observaciones, más que recibir explicaciones del profesor.

4. Free orientation (Orientación libre)

Los estudiantes encuentran tareas multipaso, o tareas que pueden ser completadas de diferentes maneras. Ellos ganan experiencia encontrando sus propias maneras de resolver las tareas. Dada la orientación brindada, muchas de las relaciones entre los objetos de estudio llegan a ser explícitas para los estudiantes.

5. Integration (Integración)

Los objetos y relaciones son unificados e interiorizados dentro de un nuevo dominio de pensamiento. El profesor media en este proceso, enfatizando en las relaciones significativas que los estudiantes han construido.

Es importante mencionar de nuevo, que el objetivo, al término de estas cinco fases, es que el nuevo nivel de razonamiento sea alcanzado.

Metodología propuesta

El módulo de instrucción diseñado está fundamentado en las diferentes fases de aprendizaje y su objetivo es que el alumno pase del nivel II al nivel III de razonamiento. Para lograr este objetivo, es importante hacer un estudio exhaustivo de los descriptores que corresponden a dichos niveles y de los obstáculos cognitivos, tanto epistemológico como visual y geométrico, que han impedido de alguna forma, la integración del concepto imagen y el concepto definición, asociadas al concepto objeto de estudio.

Se emplea como herramienta significativa, los mapas conceptuales, ya que estos permiten representar relaciones significativas entre conceptos en forma de proposiciones, manifestando así, los conocimientos que posee el estudiante en su estructura cognitiva, frente al concepto específico: convergencia de series infinitas.

Conclusiones

El proceso seguido para el diseño y elaboración del módulo de instrucción referido al concepto de convergencia, que posee una componente visual y geométrica, nos ha permitido comprender más de cerca las fases de aprendizaje que el alumno sigue para lograr un nivel avanzado de razonamiento.

Los mapas conceptuales en este trabajo de investigación son una herramienta clave, ya que permite poner en evidencia la estructura de la red de relaciones, que un alumno adquiere en el proceso de aprendizaje del concepto matemático en cuestión.

Referencias bibliográficas

- Alan Schoenfeld. *Purposes and Methods of Research in Mathematics Education*, Notices American Mathematical Society 47 (2000), p. 643.
- Ana Sierpínska. *Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite*, Recherches en Didactique des Mathématiques, 6 (1), 5 – 67, 1985.
- Andrés de la Torre. *La modelización del espacio y del Tiempo: Su estudio vía el modelo de van Hiele*. Tesis Doctoral Publicada, Universidad Politécnica de Valencia. España, 2003.
- Carlos Mario Jaramillo. *La Noción de Convergencia de una Serie desde la Óptica de los niveles de van Hiele*, Tesis Doctoral Publicada, Universidad Politécnica de Valencia. España, 2003.
- Carlos Mario Jaramillo, Pedro Pérez Carreras: *La noción de una serie desde la óptica de los niveles de van Hiele*. Educación Matemática, 13(1), 2001.
- Edison Vasco Agudelo, Jorge Alberto Bedoya Beltrán. *Diseño de módulos de instrucción para el concepto de aproximación local en el marco de las fases de aprendizaje del modelo de van hiele*. Tesis de Maestría. 2005.
- Flor María Jurado Hurtado, René Alejandro Londoño Cano, "Diseño de una entrevista socrática para la construcción del concepto de suma de una serie vía áreas de figuras planas." Tesis de maestría. 2005.
- María Ángeles Navarro D., Pedro Pérez Carreras: *Hacia un concepto-imagen adecuado de la noción de convergencia vía el asistente matemático*, Matemáticas & Educación, Revista del Departamento de Matemáticas, Universidad Tecnológica de Pereira, Vol. 4. (1), 50 – 70, 2001.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *Lineamientos curriculares: matemáticas*. Magisterio. 1998. Pág. 58
- Pedro Vicente Esteban. *Estudio comparativo del concepto de aproximación local vía el modelo de van Hiele*. Tesis Doctoral Publicada, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España. 2003.
- Pierre M. van Hiele. *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Academic Press. 1986
- Shlomo Vinner. *The role of definitions in the teaching and learning of Mathematics*, en Tall, D. (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer, Boston, 1991.