Análisis de la adecuación conceptual de la noción de número fraccionario, en dos libros de texto de grado 4to de básica primaria

María Fernanda Quitian Realpe.

Leidy Jhoanna Herrera García.

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.

SANTIAGO DE CALI

2014

Análisis de la adecuación conceptual de la noción de número fraccionario, en dos libros de texto de grado 4to de básica primaria

María Fernanda Quitian Realpe. cód. 0844200

Leidy Jhoanna Herrera García. cód. 0832400

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de Licenciadas en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

Directora de trabajo de grado

Mg. Mónica Andrea Aponte

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.

SANTIAGO DE CALI

2014

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Acta de Evaluación de Trabajo de Grado

Tenga en cuenta: 1. Marque con una **X** la opción escogida.
2. diligencie el formato con una letra legible.

Título del Trabajo:	Análisis de la adecuación conceptual de la noción de número fraccionario, en dos libros de texto de grado 4to. de básica primaria.
Se trata de:	Proyecto [ ] Informe Final [X]
Director:	Mónica Andrea Aponte Marín
1er Evaluador:	Jorge Enrique Galeano
2do Evaluador:	Fernando Angulo
Fecha y Hora	Año: 2014 Mes: Agosto Día: 20 Hora: 7:00 p.m

Estudiantes

Nombres y Apellidos completos	Código	Programa Académico
María Fernanda Quitian Realpe	0844200	3469
Leidy Jhoanna Herrera García	0832400	3469

Evaluación

Aprobado	X	Meritorio		Laureado	
Aprobado con recomendaciones		No Aprobado		Incompleto	

En el caso de ser **Aprobado con recomendaciones** (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo de ____________ (máximo un mes) **ante**:

Director del Trabajo		1er Evaluador		2do Evaluador	

En el caso que el Informe Final se considere **Incompleto**, se da un plazo de máximo de ____________ semestre(s) para realizar una nueva reunión de evaluación el:

Año:		Mes:		Día:		Hora:	

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la **razón del desacuerdo** y las **alternativas** de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).

Firmas:

Mónica Andrea Aponte M.		
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador

VICERRECTORIA ACADÉMICA
División de Bibliotecas
Área de Servicios al Público
Servicios Especiales

AUTORIZACIÓN PARA PUBLICACIÓN DIGITAL DE OBRAS EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE ACUERDO A LA POLITICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL DE LA UNIVERSIDAD DEL VALLE

LOS AUTORES GARANTIZAN QUE SE HA CUMPLIDO CON LOS DERECHOS Y OBLIGACIONES REQUERIDOS POR EL RESPECTIVO CONTRATO O ACUERDO.

PARTE 2. Autorización para publicar y permitir la consulta y uso de obras en el Repositorio Institucional.

Con base en este documento, Usted autoriza la publicación electrónica, consulta y uso de su obra por la UNIVERSIDAD DEL VALLE y sus usuarios de la siguiente manera;

a. Usted otorga **una (1) licencia especial para publicación de obras en el repositorio institucional de la UNIVERSIDAD DEL VALLE** (Parte 1) que forma parte integral del presente documento y de la que ha recibido una (1) copia.

Si autorizo ☑ No autorizo ☐

b. Usted autoriza para que la obra sea puesta a disposición del público en los términos autorizados por Usted en los literales a), y b), con la ***Licencia Creative Commons Reconocimiento - No comercial - Sin obras derivadas 2.5 Colombia*** cuyo texto completo se puede consultar en http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/co/ y que admite conocer.

Si autorizo ☑ No autorizo ☐

Si Usted no autoriza para que la obra sea licenciada en los términos del literal b) y opta por una opción legal diferente descríbala[1]:

En constancia de lo anterior,

Título de la obra: Análisis de la adecuación conceptual de la noción de número fraccionario, en dos libros de texto de grado 4° de basica primaria

Autores:

Nombre: Maria Fernanda Quitian Realpe
Firma: Mª Fda Quitian
C.C. 1144137732

Nombre: Leidy Jhoanna Herrera Garcia
Firma:
C.C. 1144128306

Fecha: Octubre 7 de 2014

[1] Los detalles serán expuestos de ser necesario en documento adjunto

(Si desea una versión digital del formulario, una vez esté diligenciado utilice los programas "pdfcreator" o "Dopdf", los cuales le permitirán convertir el archivo a pdf y así podrá guardarlo)

Tabla de Contenido

Índice de Tablas

Índice de Figuras

RESUMEN

El presente documento corresponde al trabajo de grado “Adecuación conceptual de la noción de número fraccionario, en dos libros de texto de grado 4to de básica primaria” éste se realiza en torno a la presentación de la noción de número fraccionario en dos textos escolares de grado cuarto de básica primaria, titulados Retos Matemáticas y Proyecto Sé, en éstos se busca identificar los constructos que permiten el desarrollo de la noción de número fraccionario, los tipos de discurso, los marcos constitutivos de los discursos y los registros de representación en los que se apoyan los libros de texto seleccionados para presentar la noción.

Para ello se ha tenido como referencia las investigaciones realizadas principalmente por Ohlsson, S. (1988) en cuanto a su propuesta de los constructos e interpretaciones del número fraccionario, la teoría de los registros de Duval, R. (1999), y los trabajos de Pontón, T (2008), Londoño, Y & Cuero, S (2009); además de los trabajos sobre análisis de textos escolares de matemáticas de los profesores Guacaneme, Arbeláez & Arce (1999) y la propuesta de enseñanza de los números racionales desde la relación parte todo de Obando, G (2003).

PALABRAS CLAVE: Registros de representación semiótica, número fraccionario, tipos de discurso, marcos constitutivos de los discursos, constructos, subconstructos.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas es y ha sido una preocupación para el país en las últimas décadas, debido a esto se han desarrollado diversos trabajos e investigaciones en busca de mejoras en los procesos educativos, y en la creación de planes de mejoramiento institucionales, que apunten al desarrollo de habilidades que caractericen a los estudiantes como ciudadanos matemáticamente competentes.

Los Estándares Básicos en competencias en Matemática, se han propuesto dentro de los planes de acción a nivel nacional por medio del Ministerio de Educación Nacional, y la implementación de pruebas, buscar identificar las posibles falencias del sistema educativo colombiano y de las instituciones educativas, especialmente en las áreas de matemáticas, español, ciencias y competencias ciudadanas.

En el análisis de los resultados en pruebas nacionales e internacionales como las pruebas TIMSS 2007, SABER 2009, PISA 2009 y SERCE 2006 sale a relucir las dificultades de los estudiantes en el área de matemáticas en los contenidos numéricos, especialmente los números fraccionarios y sus distintas interpretaciones.

En este trabajo se busca analizar en dos libros de texto, correspondientes al grado cuarto de educación básica primaria, cómo se presenta la noción de número fraccionario, desde qué constructo se desarrolla la noción de número fraccionario, qué interpretaciones del número fraccionario predomina y cuáles son los tipos de registro que apuntan a dichas interpretaciones, sin perder de vista los diferentes marcos constitutivos de los discursos de preferencia de los dos textos seleccionados y los requerimientos establecidos por el MEN a través de los Estándares de competencias en matemáticas (2006).

De manera inicial se partió de la hipótesis de que la noción de número fraccionario es limitada en la escuela ya que el enfoque de su enseñanza se centra generalmente en una de sus interpretaciones o subconstructo y siendo así no se logra extraer todo el potencial de la interpretación, a manera de ejemplo, la relación parte – todo trabaja desde particiones y no sobre medida, lo anterior tiene ciertas implicaciones pedagógicas mencionadas en el presente trabajo, las demás interpretaciones o subconstructos no se abordan, o si se logra, se hace de una manera superficial y sin ningún tipo de conexión entre ellas. Además de lo anterior se considera que los tipos de registro usados en los libros de texto dan prioridad a ciertos tipos de interpretación y no muestra una visión integral de los subconstructos en la noción del número fraccionario.

En consideración a lo anterior Velazco, M & Mejía, F, ponen de manifiesto en su compilación "Las matemáticas su enseñanza y aprendizaje" (2011) la necesidad de trabajar con todas las interpretaciones de número fraccionario de una manera sistemática, de tal manera que se aproveche los puntos de contacto para crear en el alumno un cuerpo de conocimientos integrados entre si y potentes en cuanto a las posibilidades de utilización en otros campos, es así como se considera que para pretender una adecuada conceptualización de la noción de número fraccionario, debe trabajarse buscando la relación entre todas las interpretaciones o en la manera de lo posible las distintas aplicaciones que puede tener la expresión $\frac{a}{b}$ de una manera concienzuda.

Con el presente trabajo se pretende alcanzar los siguientes objetivos:

- Analizar la forma en que es abordada por dos libros de texto en grado 4°, la noción de número fraccionario, a fin de proponer algunas condiciones que hagan viable la comprensión de la noción.

- Construir una rejilla de análisis de textos que involucre las variables constructos y marcos constitutivos de los discursos.

- Reconocer cómo se aborda la noción de número fraccionario, en dos libros de texto de grado 4° de educación básica primaria.

- Identificar las posibles condiciones que permitan la adecuación conceptual de la noción de número fraccionario desde los aportes de R. Duval, (1999), E. Guacaneme, G. Arbeláez & J. Arce, (1999), Ohlsson, S (1988) y Obando, G, (2003).

A fin de alcanzar los objetivos anteriormente planteados se estructura este trabajo de grado de la siguiente manera, un primer capítulo en el que se compila trabajos de grado, de maestría y textos académicos que sirven de soporte para el desarrollo de la teoría que envuelven la noción de número fraccionario y el análisis de textos escolares, los autores más representativos son Olhsson (1988) y su teoría de los constructos, Duval (1999) y los sistemas de representación, Arbeláez, Arce & Guacaneme (1999) con los análisis de textos escolares.

En un segundo capítulo se establecen los criterios de selección de los dos textos escolares a analizar definiéndose así los textos: Retos matemáticas de la editorial Norma y Proyecto Sé de la editorial SM y distribuido por el MEN, además de la selección de los textos, se elabora una descripción general y una más específica de la unidad correspondiente a los números fraccionarios para cada texto.

En el tercer capítulo se plantean los criterios a tener en cuenta en la construcción de la rejilla de análisis que permitirá hacer una lectura concienzuda de los textos seleccionados en cuanto a la unidad correspondiente de números fraccionarios. Para la construcción de la rejilla se reconocen las variables: constructos desde donde se desarrolla la noción de número fraccionario de acuerdo con Ohlsson (1988), los registros de representación más usuales en los textos desde los aportes de Duval (1999), los tipos de discurso y marcos constitutivos de los discursos presentes en los textos desde los aportes de Guacaneme, Arce & Arbeláez (1999).

En este tercer capítulo también se aplicó la rejilla de análisis y observación construida en el segundo capítulo a los dos textos seleccionados, además se hace un análisis preliminar de los constructos y subconstructos identificados donde se desarrolla la noción de número fraccionario, al igual que de los tipos de discurso, marcos constitutivos de los discursos y registros de representación desde donde se apoyan los textos para presentar la noción de número fraccionario.

En el cuarto y último capítulo, se encuentra el análisis específico y comparativo de los resultados obtenidos a través de las rejillas de análisis de los dos textos, el análisis se hace con base a los significados matemáticos y aplicacionales de la noción de número fraccionario, los discursos y marcos constitutivos de los discursos y los planteamientos de los estándares de competencias en matemáticas del MEN (2006) culminando con un apartado de conclusiones finales desde donde se pretende dejar un aporte a la comunidad académica acerca de las maneras en cómo se presenta la noción de número fraccionario en dos textos escolares con la finalidad de presentar algunas condiciones que permitan una adecuada conceptualización del número fraccionario a la luz de autores como Pontón, T (2008) Duval, R (1999), Guacaneme, Arbeláez & Arce; (1999) Obando, G; (2003) Ohlsson, (1988) como también los Estándares en Competencias Matemáticas en Colombia (2006).

PRIMER CAPÍTULO

Problematización y bases teóricas

1. Planteamiento del Problema y Justificación

Una de las problemáticas en la Educación Matemática tiene que ver con las dificultades que se presentan en la enseñanza y en el aprendizaje de los conceptos matemáticos debido a su naturaleza abstracta. Algunas de estas dificultades involucran a diferentes entes encargados de direccionar el proceso de enseñanza, estos serían los docentes, los diseños curriculares, los libros de texto, entre otros. En este sentido en los diferentes conceptos matemáticos enseñados en la educación básica primaria, se encuentra entre otras cosas, que existen notables dificultades en el aprendizaje del número fraccionario.

Resultados de las pruebas realizadas a estudiantes colombianos, a nivel internacional y nacional tales como las TIMSS 2007, las Pruebas Saber 2009, Pruebas SERCE 2006, PISA 2009 en los grados tercero, cuarto, quinto, afirman que hay falencias en los temas concernientes a los números fraccionarios, decimales, proporciones, etc., y este problema persiste en los grados superiores tal como lo evidencian los resultados de los grados octavo y noveno: *"Los promedios colombianos muestran que los estudiantes de octavo grado tienen dificultades para resolver problemas matemáticos de los cuatro dominios evaluados en TIMSS 2007, los cuales comprenden los siguientes tópicos: números enteros y naturales, fracciones y decimales, razones, proporciones y porcentajes…"* MEN (2010 pp. 50). En comparación con lo anterior las pruebas SERCE en el análisis de resultados 2006 sostiene que: *"… las mayores dificultades aparecieron en los ítems que involucran fracciones, ya sea ordenándolas, operando o usando el concepto de la fracción como parte de un todo".* (MEN 2010, pp. 27)

Los resultados de las pruebas PISA no varían mucho de los anteriores, lo cual permite justificar que efectivamente el dominio numérico (como uno de los elementos a evaluar por las diferentes pruebas mencionadas) requiere de atención, debido a las dificultades reveladas por los resultados de los estudiantes, es así como se puede considerar que entre esas dificultades se encuentra el dominio de la noción de número fraccionario.

Las dificultades en el dominio de la noción de número fraccionario muestra en algunos casos durante el proceso del “paso” de la noción de número natural, que es trabajado en los grados anteriores a la noción del número racional, este “paso” requiere de un proceso de reconstrucción conceptual e histórico, que la mayoría de las veces es obviado por los docentes o los libros de texto, siendo un paso relevante para la comprensión, pues los estudiantes mediante situaciones particulares deben aprender a reconocer la necesidad en términos de medida, de recurrir a otro tipo de representación numérica, ya que los números naturales se quedan cortos en el cumplimiento de esta función, como lo menciona la Secuencia Didáctica de Castro, D & Suarez, M (2006) la cual consiste en ser una propuesta de trabajo con números fraccionarios desde un registro unidimensional: la recta numérica.

Caer en la cuenta de la necesidad de recurrir a otro tipo de representación numérica no es un proceso que se dé de manera natural, la escuela debe crear los espacios que conlleven a esta tarea cognitiva, una posible forma de hacerlo es brindar las posibles situaciones desde donde se pueda desarrollar la noción de número fraccionario, es por esto que en este trabajo se definen cuatro constructos o “teorías matemáticas” diferentes desde donde se puede construir o desarrollar la noción de número fraccionario según Ohlsson (1988), éstas son: (1) función cociente; (2) número racional; (3) vectores binarios y (4) función compuesta cada uno de estos constructos se desarrollan alrededor de diferentes subconstructos o interpretaciones, algunas son: parte todo, medida fraccional, fracción decimal, cociente, entre otras, estas interpretaciones se hacen adecuadas dependiendo del significado aplicacional de la noción de número fraccionario, dicho significado aplicacional dependerá o se desarrollará por medio de los registros de representación semiótica como la lengua natural, la representación gráfica, la representación numérica y la representación simbólica.

Según los Estándares de competencias en Matemática, una muestra de aprehensión del conocimiento matemático consiste en que los estudiantes deben *“Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y* *sustentar puntos de vista. Es decir dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos"* MEN (2006, pp. 51)

Como se mencionó anteriormente, son diferentes elementos los que influyen en el proceso de aprendizaje, entre los cuales para este trabajo de grado se considerarán los libros de texto, los cuales tienen a su alcance variados recursos para presentar una determinada noción. Arbeláez, Arce, Guacaneme & Sánchez (1999) exponen que el uso de determinado tipo de discurso, sea expositivo o heurístico, los tipos de marcos empleados como el definicional, ejemplificatorio, de ejercitación, de generalizaciones y de las instancias, promoverá el empleo de ciertos registros de representación en donde cada uno de estos ejercerá una función específica dentro del proceso de construcción de un concepto.

Con base a los planteamientos y posturas de los autores mencionados, se pretende realizar un análisis a dos libros de texto de Matemática de grado 4° de básica primaria, con el fin de identificar los constructos y subconstructos desde su significado matemático y aplicacional donde se aborda la noción de número fraccionario, así como también los tipos de registros más usados en ellos, los tipos de discursos y marcos constitutivos de los discursos e intentar reconocer la intencionalidad de los registros simbólicos y gráficos que son los más frecuentes en este tipo de textos, además de identificar la correspondencia de los textos con los parámetros establecidos por el MEN (2006), todo lo anterior para dar respuesta al siguiente interrogante:

¿De qué formas son abordadas por dos libros de texto en grado 4to, la noción de número fraccionario?

Y como consecuencia de esto, revisar la adecuación conceptual de la noción de número fraccionario, a fin de brindar posibles elementos que hagan viable la comprensión de la noción del número.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General:

- Analizar la forma en que es abordada por dos libros de texto en grado 4°, la noción de número fraccionario, a fin de proponer algunas condiciones que hagan viable la comprensión de la noción.

1.2.2 Objetivos Específicos:

- Construir una rejilla de análisis de textos que involucre las variables, constructos y marcos constitutivos de los discursos.

- Reconocer cómo se aborda la noción de número fraccionario, en dos libros de texto de grado 4° de educación básica primaria.

- Identificar las posibles condiciones que permitan la adecuación conceptual de la noción de número fraccionario a través de los aportes de R. Duval, (1999), E. Guacaneme, G. Arbeláez & J. Arce, (1999), S. Ohlsson, (1988) y G. Obando, (2003).

1.3 Antecedentes de la Problemática del Trabajo

En este segmento del presente trabajo se busca dar cuenta de investigaciones, análisis y propuestas realizadas en torno a la temática de cómo se aborda la noción de número fraccionario en dos libros de texto de Matemática de grado 4 de básica primaria, es así, como realizaremos una pesquisa de diferentes trabajos de investigación y de experiencias de investigación, que aporten al desarrollo y conceptualización de la noción de número fraccionario.

Inicialmente se tomó como fuente de apoyo a Raymond Duval (1999) quien realiza un estudio acerca de las operaciones cognitivas que se involucran en el análisis de las representaciones, la interpretación de éstas, la conceptualización, entre otras, sus observaciones se realizan en torno a la psicología cognitiva. En sus aportes se resalta que es necesario el empleo de diversos registros de representación semiótica para que las operaciones cognitivas se lleven a cabo, pero la coordinación entre estos registros implica que se presenten importantes dificultades que no deben pasar desapercibidas.

Las relaciones entre la lengua natural y otros registros de representación semiótica son en particular de gran interés para el presente trabajo, el aprendizaje requiere que se logre una movilización entre varios registros por ende, aquellos actores que intervienen directa e indirectamente en el aprendizaje del fraccionario deben propiciar la comprensión y la realización de transformaciones con diversos registros de representación.

Otra fuente de apoyo es la tesis de maestría de la PhD. Teresa Pontón Ladino (2008) *"Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones"* quien hace una propuesta didáctica multirregistro para la introducción de la representación numérica fraccionaria desde una perspectiva semiótica. Aquí se presentan *situaciones de aula* que permitan el aprendizaje de tratamientos en el registro numérico fraccionario y figural que son mediados por la lengua natural, la intención de esta propuesta es que se contemple su implementación en el currículo colombiano para favorecer la comprensión de la expresión fraccionaria basándose en la comprensión y empleo de los registros de representación.

El análisis didáctico-semántico de la expresión fraccionaria presentado en este trabajo permite acceder a otras investigaciones realizadas sobre la construcción de los números racionales y las relaciones fraccionarias, resaltan que *no es suficiente solo el manejo de la estructura matemática para la aprehensión de estas cantidades* (Pontón, 2008), estos estudios aportan elementos de análisis (didácticos) que permiten hacer frente a las dificultades visibles en la enseñanza de los racionales:

- Los números racionales que se pueden interpretar desde diferentes significados: medida, parte-todo, cociente, razón, entre otros.
- Los registros de representación que permiten establecer relaciones y equivalencias entre representaciones semióticas.

Referente a los significados que puede tener el número racional en diversas situaciones, se encuentra la investigación hecha por Ohlsson en 1988, quien realizó una caracterización semántica de las fracciones basándose en dos significados: un significado matemático dado por la teoría, axiomas y teoremas, y un significado aplicacional donde se abordan las situaciones entre el constructo y las situaciones del mundo real. De estos aportes se infiere que el aprendizaje del concepto del número racional implica un trabajo desde diferentes frentes (constructos) los cuales se pueden interpretar diferentes significados aplicacionales, los cuales varían de acuerdo a la situación en la que se empleen.

Se tuvo también a consideración el trabajo de grado de Londoño, Y. & Cuero, S. (2009) titulado *"Las variaciones de la redacción: un papel importante para la comprensión de enunciados de problemas que introducen expresiones fraccionarias en grado cuarto de la básica primaria"*, este trabajo de grado se centra en el análisis de la actividad cognitiva de la comprensión de textos escolares de matemática de grado 4°, más específicamente, en el análisis de los enunciados de problemas que se relacionan directamente con expresiones fraccionarias. Los resultados de este trabajo muestran que hay dificultad por parte de los estudiantes observados en la comprensión de enunciados de problemas matemáticos relacionados con expresiones fraccionarias.

Esta tesis aporta elementos importantes respecto a la selección de los libros de texto seleccionados, la elaboración de una rejilla de análisis basada en los aportes semiótico-cognitivos de Duval, (1999), la teoría de los constructos de Ohlsson, (1988) y los análisis de textos escolares de Arbeláez, Arce & Guacaneme, (1999).

Además del trabajo de grado de Londoño, Y. & Cuero, S. (2009), se tuvo en cuenta en la caracterización de los textos elegidos y la elaboración de la rejilla de análisis, los aportes de Arbeláez, Arce & Guacaneme (1999) específicamente el apartado que hace referencia a las temáticas, análisis del discurso escolar matemático, análisis de los contenidos, en general este documento tiene como objetivo poner al lector en contacto con algunas reflexiones sobre el tema del texto escolar, a fin de contribuir a una comprensión más acertada del mismo.

Algunos elementos que se presentan en los textos escolares de matemáticas de acuerdo con Arbeláez, Arce & Guacaneme (1999) y que influyen en la presentación de conceptos, son los discursos expositivos y heurísticos, además de los marcos constitutivos de los discursos empleados como el definicional, ejemplificatorio, de ejercitación, de generalización y de las instancias que promueven ciertos procesos cognitivos que privilegian determinados usos de registros de representación en los procesos de comprensión de las nociones matemáticas.

Los anteriores trabajos y textos serán de gran ayuda para orientar el presente trabajo de grado, siendo soporte para las posibles interpretaciones, análisis y conclusiones finales.

1.4 Marco Teórico

El concepto de número racional implica la construcción de toda una red conceptual que lo conforma y dentro de esa red, las nociones de división, partición, acortamientos, relación parte todo, medidas fraccionarias, razones, proporciones, entre otras. La comprensión de cada una de esas nociones y de las relaciones entre ellas proporcionará los espacios propicios para efectuar procesos de tratamiento y conversión, procesos que dan muestra de la adecuada comprensión de cada uno de los aspectos que conformarán la noción o concepto de número racional.

Aprender matemáticas requiere la movilización de todas estas redes conceptuales a través de actividades cognitivas que permita acceder a los registros de representación empleados en esta área. Raymond Duval (1999) se refiere a ellos como registros de representación semiótica que permiten la comprensión y manipulación de los objetos matemáticos que se caracterizan por no ser accequibles mediante la percepción, sino que debido a su naturaleza abstracta demandan la vinculación a representaciones mentales, y éstas a su vez tienen relación directa con el lenguaje.

Registro de representación Semiótica

Hay una necesidad de trabajar con sistemas de representación, o registros de representación como los denomina Duval (1999)[1], entre los cuales se identifica al lenguaje natural, las lenguas simbólicas, los gráficos, y las figuras geométricas. "*el aprendizaje de las matemáticas consiste en una ganancia de habilidades y competencias en los distintos registros de representación y su funcionamiento que en el conocimiento y reproducción de los contenidos propuestos.* (Citado por Pontón, 2008)

Al enfocar estos aportes teóricos en el aprendizaje del número fraccionario se pueden identificar diferentes registros de representación como la lengua natural, la representación gráfica, la representación numérica donde la interpretación de las fracciones en un contexto dado depende de las transformaciones que sean desarrolladas sobre ellas. "Las representaciones semióticas son representaciones cuya producción no puede hacerse sin la movilización de un sistema semiótico: así, las representaciones semióticas pueden ser producciones discursivas (en lengua natural, en lengua formal) o no discursivas (figuras, gráficos, esquemas" (Duval, 1996)

Actividades cognitivas en los procesos de Representación

---

[1] Para Duval, no todo sistema de representación semiótica es un registro de representación semiótica. El registro, tiene como requerimiento la posibilidad de efectuar transformaciones entre representaciones semióticas. De esta manera, el sistema de señales de tránsito se constituye como un sistema de representación semiótica pero no podría considerarse como un registro de representación semiótica (una señal de tránsito no puede verse como equivalente o "descomponerse" en otras señales del sistema).

Se hace necesario resaltar que para comprender la producción de las representaciones semióticas, se consideran (Duval 1996) tres actividades cognitivas fundamentales en el proceso de representación, las cuales son la formación, el tratamiento y la conversión.

La formación se centra en un contexto de representación semiótica particular en la cual es necesario representar un objeto real o mental por medio de diferentes caracteres que permitan de alguna manera comunicar a una comunidad específica dicho objeto, la formación se constituye en una tarea tanto de producción como de comprensión.

En cuanto al tratamiento, este se puede considerar como una transformación que sufre la representación inicial de un objeto dentro de un mismo registro, dichas transformaciones corresponden o se ven ligadas a un conjunto de patrones, reglas o normas que permiten de alguna manera efectuarlas, siguiendo una estructura, la cual promueve hacer los cambios a la representación inicial sin modificar o tergiversar su esencia. La actividad cognitiva de los tratamientos implica que exista una exploración de los objetos de tal forma que se pueda reconocer las características y propiedades de los mismos, si dichos formalismos, reglas o normas no se conocen será imposible efectuar los tratamientos pertinentes al objeto indicado.

La conversión, es una actividad cognitiva que implica la transformación externa de un objeto en un registro de representación inicial, el proceso de conversión se logra siempre y cuando se pueda establecer la diferencia entre el contenido de una representación y lo que ésta representa, para efectuar la actividad cognitiva de la conversión es necesario no perder de vista y reconocer en todas sus formas al objeto, puesto que lo que se hace a través de la conversión es un cambio de registro o un cambio de “vestido” del él mismo, pero el objeto siempre es él mismo. La riqueza de la conversión es que en cada registro de representación, podemos encontrar diferentes características y propiedades del objeto, y aún más, se favorece la actividad cognitiva del tratamiento, porque en cada registro de representación es posible, con base en las diferentes reglas de cada registro efectuar diferentes tratamientos.

Desarrollar estas tres actividades cognitivas implican la exploración de los objetos matemáticos, su reconocimiento permite establecer un concepto claro del objeto sin percibirlo in
móvil, más bien, en sus diversas representaciones, características, diferencias en los cambios de registro, propiedades entre otras. La producción y comprensión matemática, está ligada al desarrollo de estas tres actividades cognitivas.

1.4.1 Caracterización del Modelo Teórico de los Constructos de Ohlsson

En la formación de los registros semióticos del número fraccionario se encuentra la notación fraccionaria $\frac{a}{b}$, la expresión decimal, el discurso en lengua natural, los cuales asignan sentido a las representaciones semióticas de relaciones fraccionarias (Pontón, 2008). Es importante que se dé una comprensión significativa de las relaciones existentes entre estos registros y desde los cuales se asigna un sentido numérico a la fracción, pues en palabras de Vergnaud (citado por Pontón 2008*):“Las representaciones simbólicas ofrecen una ayuda importante para resolver un problema, sin embargo no es esta su única utilidad, también son medios para identificar más claramente objetos matemáticos decisivos para la conceptualización”*

Se puede pensar que en la enseñanza de las matemáticas es fundamental establecer las posibles relaciones entre los registros de representación mencionados, siendo central el problema de la coordinación entre la lengua natural y los registros semióticos matemáticos. Específicamente hablando de los números fraccionarios Pontón (2008) muestra que se puede acceder al dominio de estos objetos matemáticos (realizando los tratamientos y operaciones necesarias) mediante los constructos identificados en los trabajos de Ohlsson (1988), el cual se constituyó como base de muchos trabajos de investigación posteriores como los de Obando, Pontón, Kieren, Vasco, entre otros.

Ohlsson (1988) elabora una propuesta en la que realiza un análisis sistemático acerca de las posibles interpretaciones que puede tener el número fraccionario, es así como elabora un modelo teórico sobre los significados asociados al número racional, dicho modelo teórico gira en torno al concepto de constructo.

> Se entiende el constructo (traducción literal del término en inglés construct) matemático como una entidad conceptual (en este caso matemática) que está compuesta no sólo de un conjunto de definiciones, axiomas y teoremas (teoría matemática), sino que también incluye todas aquellas situaciones problema y registros simbólicos que estén relacionados con dicha teoría. Cuando esta entidad se hace objeto de aprendizaje, éste se da a través de un proceso en el cual entran en juego las representaciones simbólicas (formales y no formales) y cognitivas de quien aprende, las situaciones problemas desde las cuales se dota de sentido a la entidad conceptual, las leyes y propiedades matemáticas que dan sentido matemático al constructo y los procedimientos (tanto formales como no formales) bajo los cuales se puedan resolver las situaciones problema que se planteen. (Obando. G, 2003)

El desarrollo de un constructo matemático implica cuatro aspectos: el primero una entidad matemática, segundo una situación del mundo real, tercero un lenguaje natural conceptual que especifica el sentido del constructo dentro de una situación particular y cuatro una función que hace referencia al constructo y la situación particular (Ohlsson, pp. 58, 1988). Cada constructo posee un significado matemático y uno aplicacional que tiene que ver con la relación matemática y las situaciones del mundo real. A continuación se mencionan los cuatro constructos propuestos en la teoría de Ohlsson (1988) y algunas de sus aplicaciones.

1. **El constructo de la función cociente**: En este constructo el símbolo $\frac{x}{y}$ es interpretado como cociente con resultado entero y tienen su significado aplicacional en:

- Particiones (parte – todo): El cociente representa el tamaño de las partes.
- Extracciones $\left(\frac{x}{y}\right)$: Corresponde a cuántas veces se extrajo y de x. hace referencia a la operación división.

- Cociente cartesiano: Hace referencia al cociente entre cantidades multidimensionales y una cantidad de unidimensional, como en el caso del área de un rectángulo y la longitud de uno de sus lados.

2. **El constructo de número racional:** En el caso de que el símbolo $\frac{x}{y}$ representa un cociente cuyo resultado no es un número entero entonces se llega al constructo del número racional, el cual tiene sus aplicaciones en:

- Parte todo: Donde *S* es cualquier cantidad
- Medida fraccional: Donde *S* es un submúltiplo de una unidad patrón
- Recta numérica: Donde *S* se representa en función de cualquier cantidad o longitud de un segmento.
- Fracción decimal: *S* representa el $\frac{1}{100}$ de la unidad.

En las anteriores aplicaciones existe una cantidad *A* que debe ser cuantificada con relación a otra cantidad de referencia *B*, para establecer dicha cuantificación debe existir una cantidad *S* que esté contenida un número entero de veces en *A*, es decir (*m*) y un número entero de veces en *B* es decir (*n*) puede suceder que *S* sea igual a *A* o *B*.

De tal manera la expresión $\frac{m}{n}$ se puede interpretar dentro de este constructo desde la perspectiva de medición y no de partición, donde m representa la cantidad de partes de tamaño (*s*) que hay en la cantidad *A* y *n* representa la cantidad de partes de tamaño (*s*) que hay en la cantidad *B*.

3. **El constructo de vectores binarios**: Bajo este constructo, el símbolo $\frac{m}{n}$ ya no es tratado como un cociente sino como un par ordenado (vectores binarios) ya que cumplen las mismas reglas de operación que ellas. Su campo de aplicación se da en:

- Razón: La comparación cuantitativa entre una cantidad *A* con respecto a otra cantidad *B* en la que el valor de la razón expresa cuántas unidades de *A* hay por cada unidad de *B*.
- Proporción: definida como la igualdad entre dos razones. Para estos casos, *m* representa la primera cantidad, *n* representa la segunda cantidad y la razón se refiere a valor numérico de la comparación.
- Cantidades intensivas: Tal es el caso de la densidad, donde al comparar dos cantidades surge una totalmente nueva con propiedades físicas propias.

4. **Constructo de la función compuesta:** en este constructo solo se tiene como significado aplicacional al operador fraccionario, pues sus reglas de operación son isomorfas con las de la función compuesta. Su significado matemático proviene de la composición de funciones

Ejemplo $\left(\frac{a}{b}\right).x = \left(a.\frac{1}{b}\right).(x)$ o $\left(\frac{1}{b}.a\right).(x)$. Se puede entender desde dos significados:
Incremento en la cantidad sobre la cual se aplicó el operador.
Disminución en la cantidad sobre la cual se aplicó el operador.

A continuación se retoman algunas interpretaciones ya mencionadas dentro de los constructos, a las cuales se puede aludir a la situación problema de cantidades fraccionarias. Entre ellas se tienen:

La fracción como medida fraccional: Surge cuando se desea medir una determinada magnitud en la cual la unidad patrón no está contenida un número entero de veces en la magnitud que se quiere medir.

Fracción decimal: Son aquellas fracciones que tienen como denominador una potencia de *10*, la fracción decimal son representaciones simbólicas de los números fraccionarios, son cocientes indicados, son fracciones donde la unidad puede partirse en *10, 100 o 1000* y aún más que eso contienen un sistema notacional con reglas y lógica bien definidas.

La recta numérica: Permite interpretar el número fraccionario como puntos sobre la recta cuando expresa una relación cuantitativa entre la distancia de ese punto a cero con respecto a la distancia del punto unidad hasta el cero. Seguidamente como segmento cuando expresa la relación cuantitativa entre la longitud de dicho segmento y la longitud del segmento unidad. Es necesario evidenciar la comprensión de ambos conceptos de manera conjunta, la recta numérica en la forma más intuitiva permite comprender la densidad de los números racionales.

Otras interpretaciones: Parte – todo:

1. La fracción $\frac{n}{m}$ representa *n* partes de cada de las cuales miden $\frac{1}{m}$ de la unidad correspondiente (composición aditiva de la fracción)
2. La fracción $\frac{n}{m}$ representa *n* partes iguales de las *m* partes en que se ha dividido la unidad. (una forma de establecer la fracción es a través de una interpretación geométrica o proceso de medición en la que *m* es el todo y *n* es la parte del todo, ambas tanto *m* como *n* deben ser medibles con una unidad geométrica conmensurable. De esta manera se puede componer también aditivamente la cantidad de veces que la unidad geométrica es contenida en la parte.
3. La expresión $\frac{n}{m}$ representa la razón de la cantidad *n* a la cantidad *m*

Para el caso de las interpretaciones de la noción de número fraccionario y el posible acercamiento a la significación de los racionales, Pontón (2008) considera que lo que se ha determinado en este trabajo como interpretaciones, son aproximaciones que describen una estructura matemática que facilita que el sujeto tenga acceso a los número fraccionarios en diferentes registros de representación; entiéndase la significación de los racionales *"como un proceso de aprendizaje en términos de los cambios de perspectivas sucesivas del significado* *anudado a la evolución concomitante de la representación ligada al tipo de discurso que contribuye a la construcción del sentido de dicho conjunto numérico"* (Pontón 2008, pp. 36)

1.4.3 *Referentes Educativos del Número Fraccionario*

Referente al aprendizaje del número fraccionario, el Ministerio de Educación Nacional MEN (2006), en Colombia interpreta como una problemática en la escuela el paso de la noción de número natural a número fraccionario, considerándolo no como un paso que se da de manera natural sino que requiere de todo un proceso de reconceptualización de la unidad

> El paso del concepto de número natural al concepto de número racional necesita una reconceptualización de la unidad y del proceso mismo de medir, así como una extensión del concepto de número. El paso del número natural al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes.
> Las primeras situaciones llevan al número racional como medidor o como operador ampliador o reductor (algunos de estos últimos considerados a veces también como "partidores" o "fraccionadores" de la unidad en partes iguales), representado usualmente por una fracción como "¾", o por un decimal como "0,75", o por un porcentaje como "el 75%". Las otras situaciones llevan al número racional como razón, expresado a veces por frases como "3 de 4", o "3 por cada 4", o "la relación de 3 a 4", o por la abreviatura "3:4". (MEN 2006, pp. 59)

Debido a que un número fraccionario $\frac{a}{b}$ tiene muchas interpretaciones, se determina como objetivo de enseñanza que los alumnos lleguen a dotar de significado a las diferentes interpretaciones, pero también establecer relaciones entre ellas, siguiendo con las expectativas del MEN (2006) respecto a la enseñanza de las matemáticas, los Estándares plantean, en la dimensión de pensamiento numérico y registros numéricos para los grados cuarto y quinto de primaria que los estudiantes deben:

1. Interpretar las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
2. Utilizar la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relacionar estas dos notaciones con la de los porcentajes.
3. Justificar el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.

Continuando con la pesquisa de lo que plantea los Estándares de competencias en Matemática en términos de reconocimiento y aplicación de la noción de número fraccionario, en el pensamiento métrico y sistemas de medida plantea que un estudiante en el rango de los grados cuarto y quinto debe:

1. Diferenciar y ordenar, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).

Es posible considerar que para alcanzar este estándar se requiere en términos de medición reconocer números mayores y/o menores que la unidad, así como establecer criterios de orden entre ellos.

En cuanto al pensamiento aleatorio y sistemas de datos los estudiantes deben:

1. Representar datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)
2. Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)

También se puede considerar que en el alcance de estos estándares es importante la noción de número fraccionario bajo la interpretación de porcentaje y su semejanza a través de los procesos de tratamiento en las representaciones parte todo y decimal.

Aunque el MEN (2006) expresa que el número fraccionario debe ser aprendido desde diferentes contextos y haciendo empleo de diferentes representaciones, vemos que el sistema escolar colombiano atribuye a la enseñanza de los fraccionarios una significación mediada por el registro figural, donde se suele exponer estos elementos para que visualmente se acceda a ellos a través de la relación parte-todo, operador o cociente, los cuales según estudios realizados por Pontón (2008), son los tres subconstructos más utilizados por los maestros y por los textos escolares.

1.4.4 *Elementos Constitutivos de los Discursos en los Textos Escolares de Matemáticas*

Los libros de texto son el recurso al que con mayor facilidad pueden acceder los maestros, éstos se convierten en una parte vital de la actividad en el aula y en la planeación curricular. Por esta razón, es necesario analizar las formas en cómo los libros de texto presentan los conceptos de los objetos matemáticos, puesto que, en la mayoría de las situaciones, los autores de los libros de texto, pseudo-personalizan el conocimiento matemático a fin de otorgarle las herramientas necesarias a los docentes, para explicar en sus clases y planear ejercicios a sus estudiantes, dicha despersonalización implica el uso de términos auxiliares, que nos son ahondados en los libros de texto y lo cual puede interferir en la interpretación y comprensión de los planteamientos que se dan en los textos escolares por parte de los estudiantes (Arbeláez Arce, & Guacaneme, 1999)

Entre los fenómenos que se presentan cuando se da la pseudo-personalización de los textos, se pueden identificar: el cambio metacognitivo y la residencia formal, el primero se puede considerar como un esfuerzo didáctico realizado por el docente a fin de presentar el conocimiento matemático por medio de sus propias estrategias; (citado por Arbeláez Arce,

& Guacaneme, (1999)), y el segundo se considera como una presentación lógica del conocimiento.

Otro fenómeno que se puede presentar es el efecto Topaze, que se presenta cuando el docente, o en este caso el libro de texto, vacía la situación de aprendizaje de todo contenido cognitivo, un ejemplo de ello es cuando el libro de texto induce al uso de la calculadora.

Y por último el efecto Jourdain, que consiste, en el reconocimiento por parte del docente como conocimiento científico las respuestas triviales de los estudiantes. Estos cuatro fenómenos, se presentan debido a las trasposiciones didácticas que se muestran en los libros de texto e influencian los procesos de enseñanza que se dan en la escuela.

En el caso de los textos escolares de matemáticas, sus autores tienen como propósito central la intención de enseñar, para lo cual introducen recomendaciones, valoraciones, observaciones, ayudas y comentarios tendientes a facilitar un camino que deben seguir los alumnos. Al analizar el discurso matemático empleado en los libros de texto se pueden identificar varios factores que influyen en el de tipo conceptual, referentes a la forma en la que se presenta y se organiza el conocimiento, los tipos de discurso más empleados en las aulas, los elementos que constituyen estos discursos. (Arbeláez Arce, & Guacaneme, (1999)) advierten que los libros de texto pueden en algunas ocasiones presentar conceptos pseudo-personalizados por sus autores, lo cual puede influir en lo que los estudiantes aprenden, ya que el libro de texto se convierte en una fuente de consulta y de trabajo mediante la realización de ejercicios que éstos proponen.

Entre los tipos de discurso frecuentemente empleados en los libros de texto de matemáticas Guacaneme, Arce, & Arbeláez (1999) identifican dos:

1. **Discurso expositivo**

Esta característica se reconoce en un texto escolar de matemáticas cuando después de iniciar una temática dada, se introduce en muy corto tiempo algún elemento como axioma, postulado, definición, teorema, lema, corolario. Como consecuencia de esto la nomenclatura se introduce tempranamente y requiere que el lector conozca previamente el significado de cada concepto que interviene en la definición introducida. Aquí es importante saber reconocer que papel desempeñan los conectores e implicaciones contenidas en la definición.

2. **Discurso heurístico**

A diferencia del anterior, el discurso heurístico se reconoce cuando después de ser iniciado un tema se introduce un caso particular que el lector debe abordar desde la teoría matemática de ser necesario, se introducen más casos para lograr que el lector identifique las diferencias y semejanzas entre ellos, a fin de poder mantener las semejanzas a pesar de las diferencias y poder llegar así a una "conclusión". En ésta se introduce la nomenclatura.

En la estructura de los discursos expositivos, heurísticos o la combinación de ellos intervienen ciertos elementos que son fundamentales, los cuales se han clasificado en diferentes marcos:

- **El marco definicional:** De acuerdo a lo señalado por Alexandra Guétmanova (citada por Guacaneme, Arce, & Arbeláez 1999, pp108) la definición es una operación lógica que revela el contenido del concepto o establece la significación del término. Las definiciones se pueden configurar a través de diferentes arreglos del lenguaje. Los siguientes son los arreglos más frecuentes en los libros de texto escolar:

  Definición Nominal: Cuando se define un término que designa el concepto, se dice que la definición es nominal. Ejemplo: El cono se llama CIRCULAR si tiene un círculo por base. El término que designa el concepto es la palabra que está en mayúscula

  Definición con estructura:

- si *p* entonces *q*: "Si *p* implica *q* es verdadero entonces *p* es una condición suficiente para *q*". Ejemplo: Si un rectángulo posee un par de lados contiguos congruentes entonces es un cuadrado.
- *p* sólo si *q*: "si *p* implica *q* es verdadero, entonces *q* es una condición necesaria para *p*". Ejemplo: Un rectángulo es un CUADRADO sólo si posee un par de lados contiguos congruentes.
- *p* si y sólo si *q*: aquí se ven simultáneamente las estructuras de condición suficiente y de condición necesaria anteriores. Ejemplo: Un triángulo es isósceles si y sólo si tiene dos lados de igual longitud.

- **El marco de ejemplificación**: está ligado a los marcos definicionales, a través de la ejemplificación se muestran los objetos que satisfacen lo ilustrado en la definición.
  Ejemplo:
  Def: Si un número es divisible por dos, entonces es un número par.
  Ejemplos: *4, 6, 8, 1624, 1500*

En el marco de la ejemplificación se pueden hacer referencia también a los No ejemplos y contraejemplos:

- **El marco de ejercitación:** Los ejercicios son solucionados directamente por el lector del texto escolar. Ejemplos:
  Ejercicio 1: Dos números enteros consecutivos, suman 5. ¿Cuáles son los números?
  Ejercicio 2: Dos números enteros consecutivos, suman *S*. ¿Cuáles son los números?

Los ejercicios a diferencia de los problemas se mantienen en contexto, esto permite organizar secuencias de ejercicios, a fin de facilitar un acercamiento a los requerimientos de las estructuras definicionales.

El problema no está en contexto y es el lector el que lo crea basándose en sus conocimientos. Es poco frecuente encontrar problemas en los textos escolares de matemáticas y, muy a menudo, se confunden con los ejercicios.

- **El marco de las generalizaciones:** Es frecuente encontrar en los textos escolares de matemáticas Teoremas, Lemas y Corolarios.

  Teoremas: son los prototipos de las generalizaciones. Deben ser demostrados en el marco de la teoría.
  Lemas: son generalizaciones que se demuestran en el sistema axiomático correspondiente y cumplen con el rol de herramienta, para la demostración de un nuevo teorema.
  Corolarios: son generalizaciones derivadas de la demostración de un teorema, el cual se llama principal.

  Los arreglos de lenguaje de las generalizaciones es más restringido que en el caso de las definiciones. La mayoría de ellas vienen expresadas en los siguientes arreglos:

  - Si *p* entonces *q*.
  - *p* sólo si *q*.
  - *p* si y sólo si *q*.

- **El marco de las instancias**: Una instancia de una generalización es semejante a lo que son las ejemplificaciones a las definiciones. La instancia, a diferencia de la ejemplificación muestra las relaciones explícitas e implícitas de la generalización.
  Ejemplo:
  Teorema: En un triángulo rectángulo el cuadrado construido sobre la hipotenusa es equivalente a la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos.
  Instancia: El triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5.

En el análisis de libros de textos escolares se debe tener en cuenta que el uso de determinado tipo de discurso, sea expositivo o heurístico, los tipos de marcos empleados como el definicional, ejemplificatorio, entre otros, los cuales van a promover o privilegiar el empleo de ciertos registros de representación en donde cada uno de estos ejercerá una función específica dentro del proceso de construcción de un concepto. Guacaneme, Arce, & Arbeláez (1999, pp. 119) mencionan que:

> "(…) al mirar con detenimiento el lenguaje gráfico de un texto escolar de matemáticas, en muchos casos, se puede verificar que su utilización es meramente ornamental y no se constituye en un verdadero lenguaje que acompaña al texto escrito y comunica ideas complementarias o de ratificación de los conceptos que el autor ha decidido poner en juego en la formulación del texto. En resumen, el lenguaje gráfico aparece como mero maquillador estético del texto y no como una posibilidad de cualificación conceptual de las ideas matemáticas puestas en consideración"

Al presentarse esta situación con frecuencia en los libros de textos, los docentes deben estar en la capacidad de replantear el uso del registro gráfico, de manera que sea significativo en el proceso de aprendizaje, de acuerdo a los estudios de Raymond Duval, la habilidad de pasar de un registro a otro, puede facilitar la comprensión y el acercamiento de los conceptos matemáticos puestos en juego.

En este sentido Duval (1999, pp. 35) sostiene que:

> "(…), hay al menos dos características de la actividad cognitiva implicada en las estrategias Matemáticas. Por una parte se recurre a varios registros de representación semiótica, algunos de los cuales han sido específicamente desarrollados para efectuar tratamientos Matemáticos; y por otra, los objetos matemáticos no son accesibles mediante la precepción; como ocurre con la mayoría de los objetos de otras disciplinas. (…)"

Es así como Duval (1999) se plantea dos interrogantes claves en la relación con el aprendizaje *¿Cómo aprender a cambiar de registro?* y *¿Cómo aprender a no confundir un objeto con la representación que se hace de él?*

De los aportes de Arbeláez Arce, & Guacaneme, (1999) se reconoce que el lenguaje natural permite formas de expresión que da lugar a varias alternativas de significación, pero debido a su naturaleza, puede generar problemas de comprensión de los conceptos matemáticos, de los cuales se espera se presenten de tal manera que no estén sujetos a dobles interpretaciones.

En el caso del lenguaje simbólico, Arbeláez Arce, & Guacaneme, (1999), afirma que es utilizado frecuentemente en los textos escolares de matemáticas. La importancia de este registro simbólico radica en que cada símbolo permite materializar un concepto cuya naturaleza es abstracta y que por sus características intrínsecamente brindan un cierto grado de permanencia en el tiempo y un grado considerable de discreción en el espacio, de aquí se puede ver la necesidad de procurar el empleo de los diferentes registros, de manera que se pueda expresar mediante cada uno de ellos, determinadas características de un concepto, donde se les pueda establecer una relación entre sí para promover la construcción de una idea en particular.

Todos los aportes teóricos mencionados en este capítulo servirán de apoyo para el desarrollo del presente trabajo de grado, los aportes de Guacaneme, Arce & Arbeláez (1999) serán de gran ayuda para el capítulo dos en cuanto a la selección y descripción de los textos, de igual forma para la construcción de la rejilla de análisis de los textos seleccionados en el capítulo tres, en compañía de la teoría de los constructos de Ohlsson (1988) y la teoría de Duval, R (1999) de los registros de representación, por último, los autores ya mencionados unidos al MEN por medio de los Estándares en competencias en Matemáticas, (2006), Obando, G. (2003), Pontón, T. (2008), Velasco M. C., Mejía M. F., (2011) servirán de soporte para los análisis y conclusiones finales del capítulo cuatro.

1.5 Marco Metodológico

En este apartado se presenta la metodología que permitió desarrollar el presente Trabajo de grado. A continuación se muestran aspectos como el tipo de análisis, las técnicas y procedimientos que fueron utilizados para llevar a cabo dicho análisis.

1.5.1 Descripción del tipo de análisis

El presente trabajo corresponde a un análisis semántico y curricular de dos libros de texto escolares del área de Matemática del grado 4°. El análisis se considera semántico en cuanto a que trata los aspectos de significado, sentido e interpretación de la noción de número fraccionario, por otro lado, se considera curricular en cuanto a que busca analizar en los textos seleccionados aspectos curriculares como las competencias básicas que se pretenden desarrollar, los contenidos, objetivos, criterios metodológicos y evaluación que los estudiantes deben alcanzar en el grado cuarto de escolaridad, referente al tema de Número fraccionario y que se desarrolla a través del libro de texto como apoyo metodológico para el docente en el aula escolar.

1.5.2 Instrumentos de recolección de la información

Para el desarrollo de este trabajo de grado fue necesario utilizar una herramienta que permitió recolectar la información necesaria, con el fin de obtener un conocimiento más amplio de la problemática expuesta. En este sentido se diseñó una rejilla de análisis de textos, donde se consideraron como elementos aspectos de la teoría de los constructos de Ohlsson (1988) y los marcos constitutivos del discurso según Guacaneme, Arce & Arbeláez (1999), esta herramienta condensa la información necesaria para interrogar los textos en relación a las variables denominadas para este trabajo de análisis *constructos y marcos constitutivos de los discursos*.

1.5.3. Población y muestra

La población que sirvió de objeto de estudio para el presente trabajo de grado, fueron los libros de texto de Matemática de grado 4°de básica primaria. La muestra fueron dos textos los cuales titulan Proyecto Sé 4° (2012) de la editorial S.M y distribuido por el MEN, y un segundo texto titulado Retos Matemáticas 4° (2011) de la editorial Norma.

1.5.4 Fases metodológicas

El presente trabajo de grado, se planeó para ser desarrollado en cuatro fases:

- La primera fase corresponde a la búsqueda de elementos teóricos concernientes a la problemática planteada, dicha información se encuentra consignada en libros académicos, revistas académicas, trabajos de grado, entre otros, que brindaron la información necesaria para desarrollar y responder a la pregunta problematizadora del trabajo de grado.
- Segunda fase: En esta fase se dio lugar a la selección de los textos que se analizan en este trabajo, entre los criterios de selección de estos textos se encuentran la pertinencia de las unidades temáticas referentes al objeto matemático a analizar, y el grado de escolaridad (4° de básica primaria), uno de los textos fue escogido bajo el criterio de ser el de más ventas en diferentes librerías para el sector privado, este es, Retos matemáticas 4° (2011) de la editorial Norma, el segundo texto fué seleccionado por ser promovido por el MEN, este es Proyecto Sé 4° (2012) de la editorial SM.
- Tercera fase: Para esta fase se elaboró la rejilla de análisis con base a los aspectos teóricos a identificar en los libros de texto, constructos y marcos constitutivos del discurso. De manera simultánea se realizó la observación de los textos escogidos por medio de la implementación de la rejilla ya construida.
- Cuarta fase: Posterior a los procedimientos anteriores, se realizó el análisis de las observaciones realizadas y de los resultados arrojados por la rejilla, además se presentó las conclusiones correspondientes a los procesos de estos análisis.

Las fases mencionadas serán desarrolladas a los largo del presente trabajo de grado en vía de la identificación de las posibles situaciones que harán adecuada la presentación de la noción de número fraccionario en los libros de texto escolares correspondientes al grado cuarto, la primera fase ya fue desarrollada en el presente capítulo, con base a los aportes teóricos mencionados se construye el siguiente capítulo que corresponde a la selección de los textos y sus respectivas descripciones.

SEGUNDO CAPÍTULO

Caracterización de los textos

5. Presentación de los Textos Seleccionados

> *"Mirar la manera como se introduce la enseñanza de un determinado concepto a través de los textos escolares es de suma importancia, pues son estos los que guían al maestro en la implementación del curriculum escolar. A través de los textos se pueden rastrear concepciones de orden filosófico–epistemológico, psicológico didáctico y matemático, sobre la enseñanza e y el aprendizaje, que determinan, consciente o inconscientemente, las estrategias que intervención del maestro en el aula de clase"* (Velazco, M & Mejía, F., 2011)

En este capítulo se muestran los textos a analizar en el desarrollo del presente trabajo de grado. Los textos seleccionados fueron dos, uno de la editorial Norma y otro más de Ediciones S.M, ambos corresponden al cuarto grado de escolaridad de básica primaria.

La escogencia del grado de escolaridad, se enmarca en el contexto de los Estándares en Competencias Matemáticas (2006) estipulados por el MEN, teniendo en cuenta que la noción de número fraccionario o una aproximación a la misma, se viene trabajando en los años escolares iniciales y aún en la cotidianidad de cada estudiante, (en cuanto se hace referencia a medidas de tiempo, masa o capacidad) se da escogencia al grado cuarto por el nivel de profundización en los aspectos cognitivos concernientes a la noción de número fraccionario.

Los criterios de selección fueron: el uso regular de los textos por los docentes en dos contextos sociales y educativos diferentes, el primero corresponde a la editorial Norma, el cual es considerado según la información que se obtuvo de diferentes librerías de la ciudad de Cali, como uno de los más económicos y de uso frecuente en el sector privado, el segundo texto corresponde a ediciones SM, escogida por el Ministerio de Educación para el sector oficial. Ediciones SM es uno de los principales grupos editoriales de Iberoamérica, con presencia en Argentina, Brasil, Chile, Colombia, España, México, Perú, Puerto Rico, República Dominicana, su antigüedad es de 60 años, y se reconoce por su filosofía basada en, ayudar a construir mejores personas.

Otro criterio de selección corresponde a la pertinencia de los textos frente a las temáticas a desarrollar en el presente trabajo de grado, es decir a los contenidos relacionados a la noción de número fraccionario. Los dos textos de matemáticas seleccionados son:

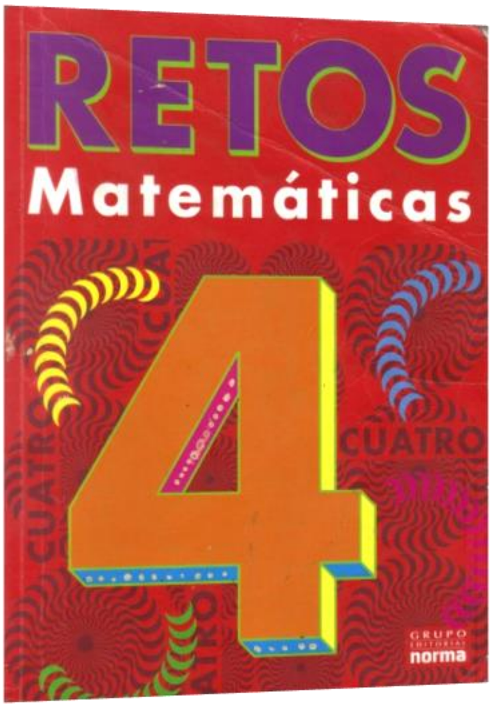


Figura 1 Portada de los Textos

Título: Retos Matemáticas 4	**Título:** Proyecto Sé Matemáticas 4
Autores: Carmen Lucia Fajardo Núñez, Claudia Salazar Amaya, Luz Constanza Garzón Cortes, José Torres Duarte.	**Autores:** Mario Cañón G, Liliana Rozo G, Ana Granados P, Ricardo Gómez G, Rafael Valbuena P.
Editorial: Grupo Editorial Norma	**Editorial:** Ediciones S.M
Ciudad: Bogotá	**Ciudad:** Bogotá
Edición: Primera	**Edición:** Primera
Año: 2011	**Año:** 2012

Tabla 1 Presentación textos de análisis

2.1 *Contenido General del Texto: Proyecto Sé*

A continuación se presenta la estructura en cuanto a contenidos del texto, es decir la manera en cómo se organizan cada uno de los temas correspondientes para el grado cuarto y en especial, lo cual es de interés los números fraccionarios.

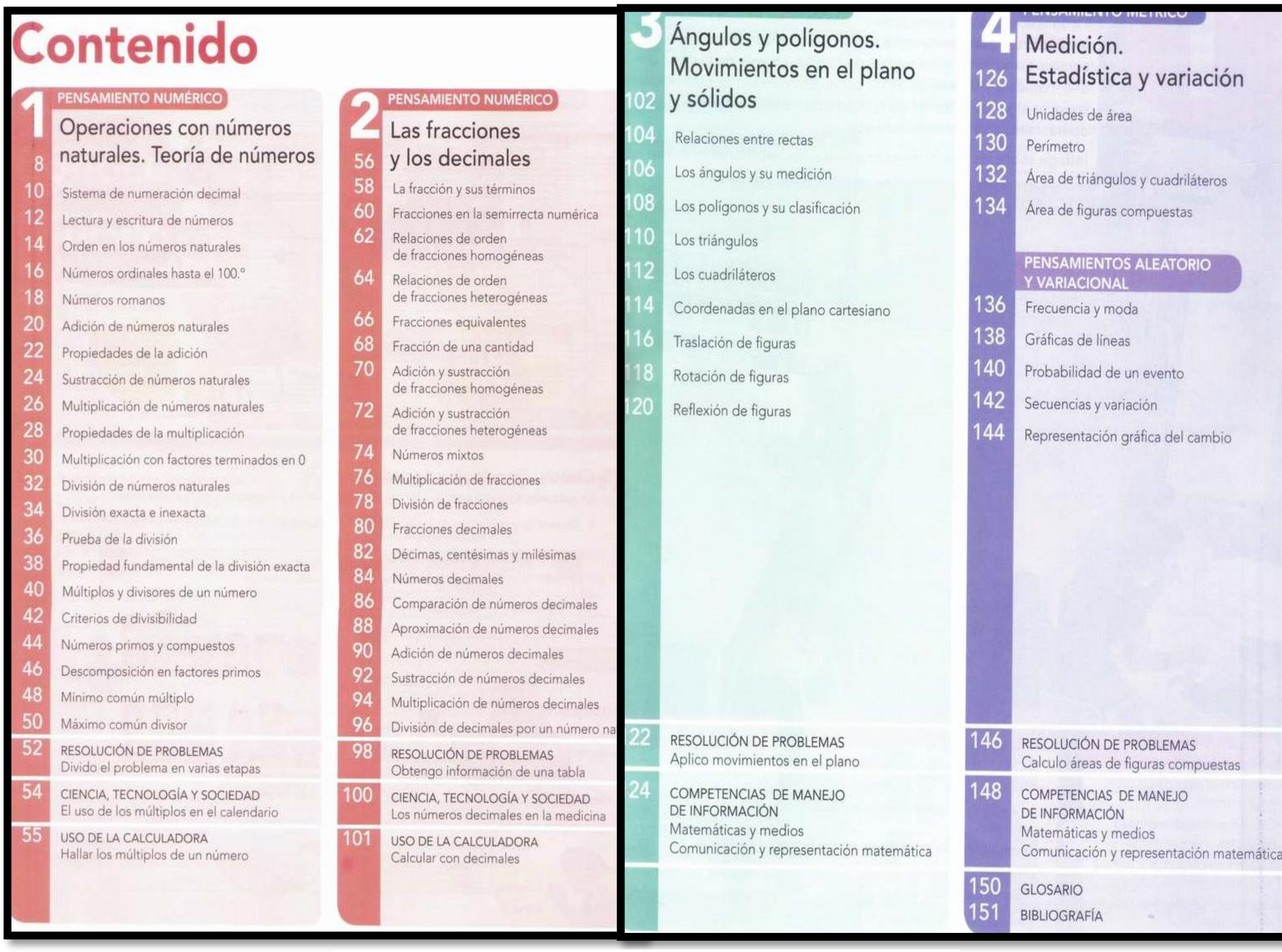

Contenido

Figura 2 Contenido General del Texto Proyecto Sé

2.1.1 Descripción del Texto: Proyecto Sé 4°

El texto Proyecto Sé, consta de cuatro unidades, la unidad uno y dos corresponden al pensamiento numérico, la unidad tres al pensamiento espacial y la unidad cuatro a los pensamientos métrico y aleatorio variacional.

- La unidad uno y dos correspondientes al pensamiento numérico contienen cuatro subdivisiones, la primera subdivisión hace referencia a los ***contenidos temáticos*** alusivos al pensamiento y al grado escolar conforme a los Estándares en Competencias en Matemáticas, la segunda subdivisión se titula ***Resolución de Problemas,*** en ésta se presenta una serie de enunciados de situaciones problema que hacen referencia a los contenidos vistos en la unidad, la tercera subdivisión titula ***Ciencia, tecnología y sociedad***, en ésta se presenta un artículo relacionado a la ciencia o la tecnología, finalizando con una serie de preguntas que se dejan a consideración del lector después de haber generado cierta expectativa frente al tema, además se presentan algunos links donde se puede ampliar la información, la última subdivisión corresponde al título ***Uso de la calculadora,*** en ésta se presenta de manera sugestiva actividades en las que se requiere el uso de la calculadora, no como una herramienta de cálculo sino generadora de espacios de análisis y reflexión.

- En las unidades tres y cuatro a diferencia de las anteriores no contiene cuatro sub – divisiones sino tres, obviando la parte que corresponde a Ciencia, Tecnología y Sociedad, y Uso de la calculadora por la subdivisión ***competencias de manejo de información***, en esta subdivisión se busca desarrollar competencias de lectura e interpretación de información en un artículo con contenidos matemáticos.

Con la finalidad de ilustrar la información anterior se recomienda observar el anexo 1 correspondientes al texto Proyecto Sé.

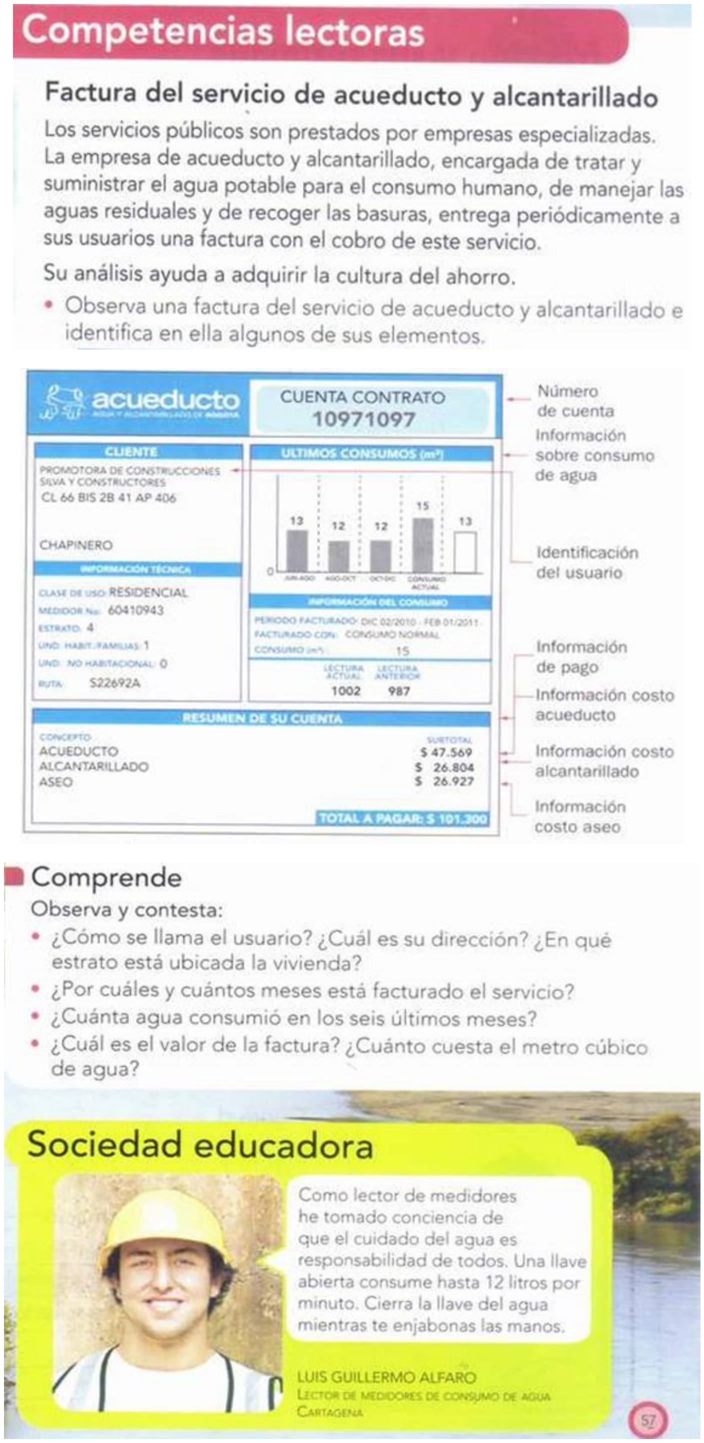
2.1.2 Descripción de la unidad referente a la noción de número fraccionario del texto: *Proyecto Sé 4°*

Al inicio de la unidad correspondiente a la noción de número fraccionario del texto ***Proyecto Sé,*** se presenta una breve información referente al tema a tratar en la unidad, acompañado de un link donde se puede ampliar la información y al final tres recuadros que responden a las preguntas ¿Qué debes hacer?, ¿Qué vas a aprender? Y ¿ Para que sirve?

Figura3 Lectura introductoria de la unidad las fracciones y los decimales, texto Proyecto Sé

Figura 4 Objetivos de la unidad las fracciones y los decimales, texto Proyecto Sé

Seguidamente se presenta una lectura alusiva al tema de la unidad, pero de fácil comprensión acompañada de una serie de preguntas en busca de desarrollar competencias lectoras.



Competencias lectoras

Factura del servicio de acueducto y alcantarillado

Los servicios públicos son prestados por empresas especializadas. La empresa de acueducto y alcantarillado, encargada de tratar y suministrar el agua potable para el consumo humano, de manejar las aguas residuales y de recoger las basuras, entrega periódicamente a sus usuarios una factura con el cobro de este servicio.

Su análisis ayuda a adquirir la cultura del ahorro.

- Observa una factura del servicio de acueducto y alcantarillado e identifica en ella algunos de sus elementos.

acueducto

CUENTA CONTRATO
10971097

CLIENTE
PROMOTORA DE CONSTRUCCIONES SILVA Y CONSTRUCTORES
CL 66 BIS 2B 41 AP 406
CHAPINERO

INFORMACIÓN TÉCNICA
CLASE DE USO: RESIDENCIAL
MEDIDOR No: 60410943
ESTRATO: 4
UND. HABIT./FAMILIAS: 1
UND. NO HABITACIONAL: 0
RUTA: S22692A

ULTIMOS CONSUMOS (m³)
13 12 12 15 13
0
JUN-AGO AGO-OCT OCT-DIC CONSUMO ACTUAL

INFORMACIÓN DEL CONSUMO
PERIODO FACTURADO: DIC 02/2010 - FEB 01/2011
FACTURADO CON: CONSUMO NORMAL
CONSUMO (m³): 15

LECTURA ACTUAL	LECTURA ANTERIOR
1002	987

RESUMEN DE SU CUENTA

CONCEPTO	SUBTOTAL
ACUEDUCTO	$ 47.569
ALCANTARILLADO	$ 26.804
ASEO	$ 26.927

TOTAL A PAGAR: $ 101.300

Número de cuenta
Información sobre consumo de agua
Identificación del usuario
Información de pago
Información costo acueducto
Información costo alcantarillado
Información costo aseo

Comprende

Observa y contesta:

- ¿Cómo se llama el usuario? ¿Cuál es su dirección? ¿En qué estrato está ubicada la vivienda?
- ¿Por cuáles y cuántos meses está facturado el servicio?
- ¿Cuánta agua consumió en los seis últimos meses?
- ¿Cuál es el valor de la factura? ¿Cuánto cuesta el metro cúbico de agua?

Sociedad educadora

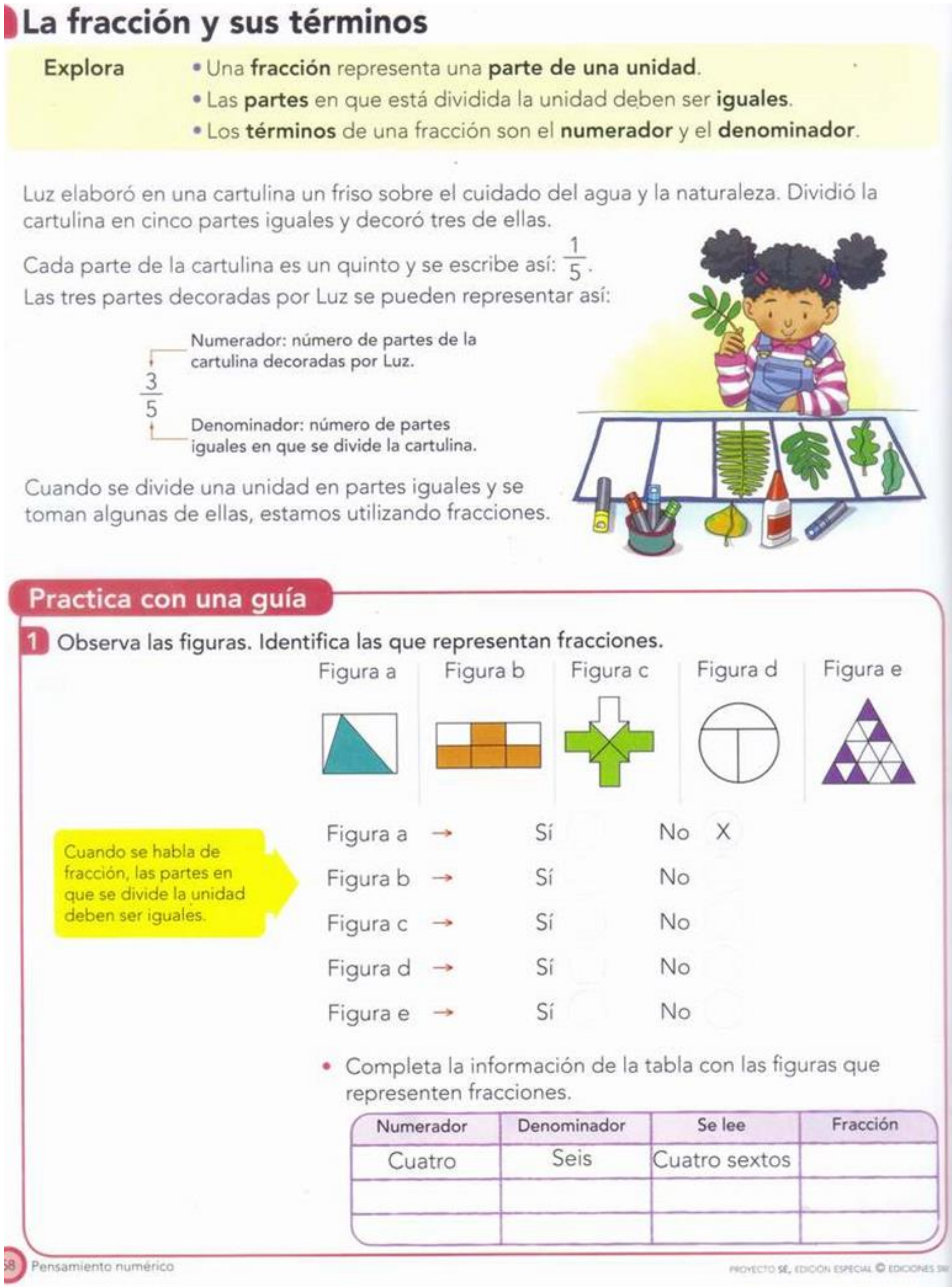
Como lector de medidores he tomado conciencia de que el cuidado del agua es responsabilidad de todos. Una llave abierta consume hasta 12 litros por minuto. Cierra la llave del agua mientras te enjabonas las manos.

LUIS GUILLERMO ALFARO
LECTOR DE MEDIDORES DE CONSUMO DE AGUA
CARTAGENA

57

Figura 5 Competencia lectora de la unidad las fracciones y los decimales, texto Proyecto Sé

A continuacion se presenta la definición del concepto a abordar y la de los elementos pertinentes, acompañada de una sección titulada ***práctica con una guía*** donde se expone una actividad que pretende aplicar o practicar la definición de los conceptos siguiendo un ejemplo.



La fracción y sus términos

Explora

- Una **fracción** representa una **parte de una unidad**.
- Las **partes** en que está dividida la unidad deben ser **iguales**.
- Los **términos** de una fracción son el **numerador** y el **denominador**.

Luz elaboró en una cartulina un friso sobre el cuidado del agua y la naturaleza. Dividió la cartulina en cinco partes iguales y decoró tres de ellas.

Cada parte de la cartulina es un quinto y se escribe así: $\frac{1}{5}$.

Las tres partes decoradas por Luz se pueden representar así:

$\frac{3}{5}$

Numerador: número de partes de la cartulina decoradas por Luz.

Denominador: número de partes iguales en que se divide la cartulina.

Cuando se divide una unidad en partes iguales y se toman algunas de ellas, estamos utilizando fracciones.

Practica con una guía

1 Observa las figuras. Identifica las que representan fracciones.

Figura a Figura b Figura c Figura d Figura e

Cuando se habla de fracción, las partes en que se divide la unidad deben ser iguales.

Figura a → Sí No X

Figura b → Sí No

Figura c → Sí No

Figura d → Sí No

Figura e → Sí No

- Completa la información de la tabla con las figuras que representen fracciones.

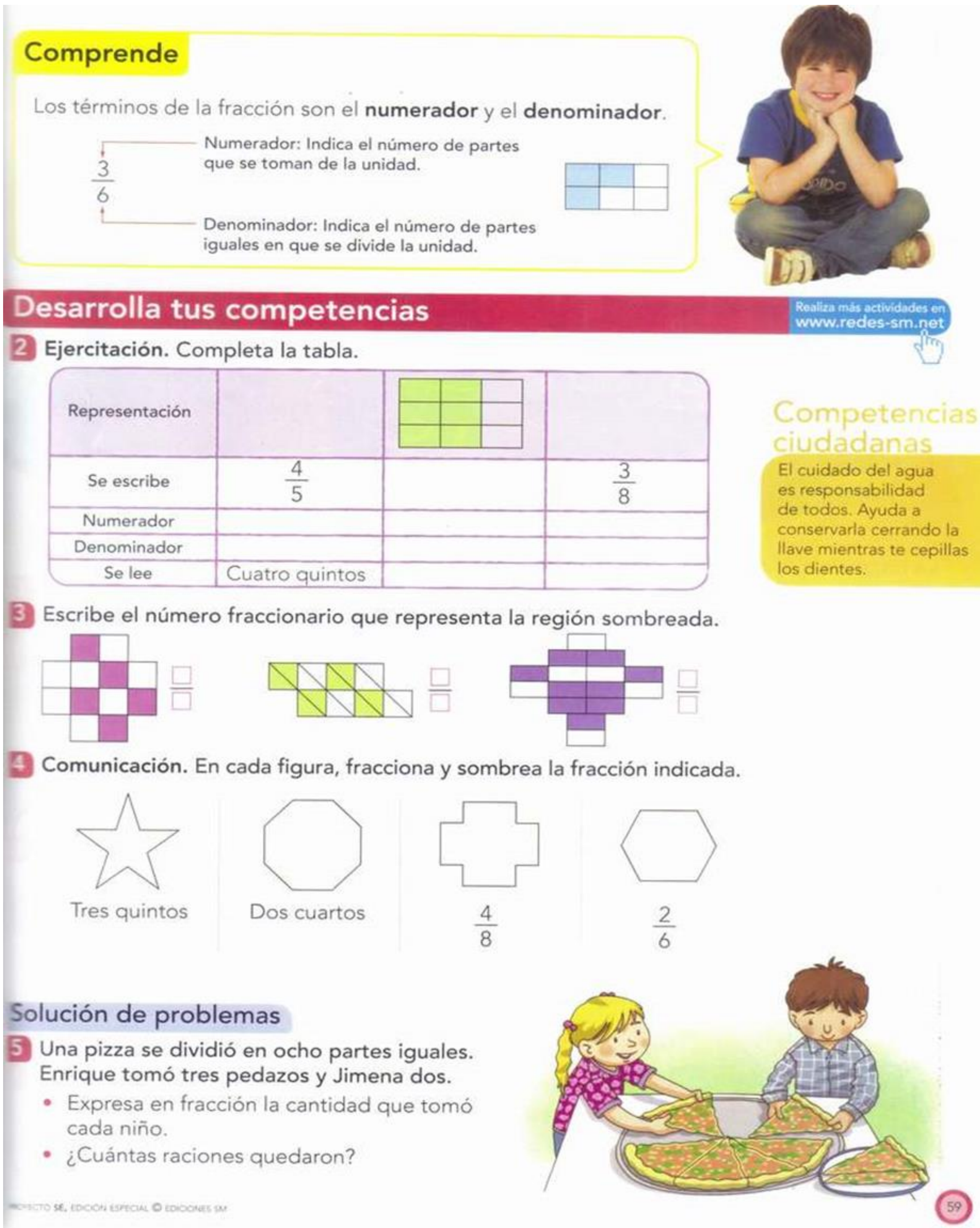
Numerador	Denominador	Se lee	Fracción
Cuatro	Seis	Cuatro sextos	

58 Pensamiento numérico

PROYECTO SE, EDICIÓN ESPECIAL © EDICIONES SM

Figura 6 Presentación del tema la fracción y sus términos de la unidad las fracciones y los decimales, texto Proyecto Sé

Para cerrar la finalización del tema se presenta una nueva sección titulada ***Desarrolla tus competencias*** donde se aplican una serie de ejercicios alusivos al tema trabajado.



Comprende

Los términos de la fracción son el **numerador** y el **denominador**.

$\frac{3}{6}$

Numerador: Indica el número de partes que se toman de la unidad.

Denominador: Indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.

Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

2 Ejercitación. Completa la tabla.

Representación			
Se escribe	$\frac{4}{5}$		$\frac{3}{8}$
Numerador			
Denominador			
Se lee	Cuatro quintos		

Competencias ciudadanas

El cuidado del agua es responsabilidad de todos. Ayuda a conservarla cerrando la llave mientras te cepillas los dientes.

3 Escribe el número fraccionario que representa la región sombreada.

4 Comunicación. En cada figura, fracciona y sombrea la fracción indicada.

Tres quintos

Dos cuartos

$\frac{4}{8}$

$\frac{2}{6}$

Solución de problemas

5 Una pizza se dividió en ocho partes iguales. Enrique tomó tres pedazos y Jimena dos.

- Expresa en fracción la cantidad que tomó cada niño.
- ¿Cuántas raciones quedaron?

PROYECTO SÉ, EDICIÓN ESPECIAL © EDICIONES SM

59

Figura 7 Taller del tema las fracciones y sus términos de la unidad las fracciones y los decimales, texto Proyecto Sé.

2.2 *Contenido General del Texto: Retos Matemáticas 4°*

Seguidamente se presenta la estructura en cuanto a contenidos del texto, es decir la manera en cómo se organizan cada uno de los temas correspondientes para el grado cuarto y en especial, lo cual es de nuestro interés los números fraccionarios.

Tabla de contenido

Figura 8 Tabla de contedido texto Retos Matemáticos

2.2.1 Descripción del texto:Retos Matematicas 4°

El texto Retos matemáticas 4° consta de 7 unidades, cada una titulada según el contenido a tratar, a continuación el nombre de cada unidad en orden ascendente: **Conjuntos y sistemas de numeración, Teoría de números, Números fraccionarios, Números decimales, Medición, Geometría, Estadistica y probabilidad.**

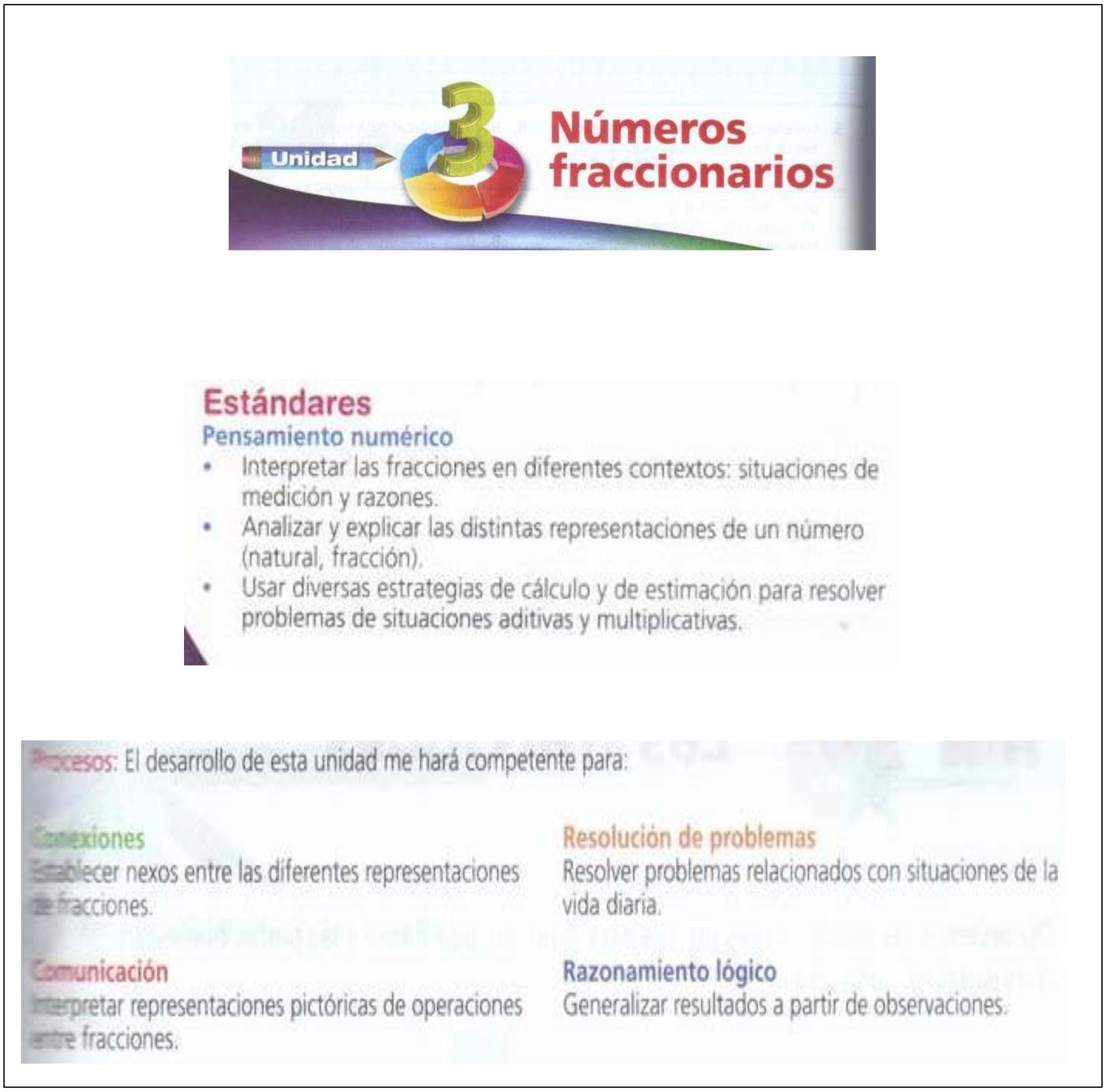
A su vez cada unidad se encuentra dividida en cuatro partes, la primera parte corresponde a los ***contenidos*** cognitivos de cada unidad, la segunda parte se titula ***matemáticas recreativas***, ésta contiene en la extensión de una página una actividad que promueve el pensamiento matemático a través de un juego, una construcción, pintura, entre otras, la tercera se titula ***evalúo mis competencias,*** la extensión de esta parte es de dos páginas en las que se propone un taller que resume la unidad con preguntas abiertas y de selección múltiple, la cuarta y última se titula ***pruebas saber***, como su nombre lo indica corresponde a dos páginas destinadas a preguntas de selección múltiple preparatorias para las pruebas saber. Para mayor ilustración de la anterior descripción se recomienda ver el Anexo 2 correspondientes al texto Retos Matemáticas 4°.

2.2.2 Descripción de la unidad referente a la noción de número fraccionario del texto: Retos Matematicas 4°

Al inicio de cada unidad se presenta en dos página el título de una unidad y el número de la misma, en el literal izquierdo se presenta el pensamiento matemático al cual apunta el desarrollo de la unidad, en la parte inferior derecha se encuentra un subtítulo denominado ***estándares*** seguido del pensamiento matemático que se busca desarrollar, lo anterior tomado de los Estándares de Competencias en Matemáticas estipulados por el MEN (2006), todo lo anterior se desarrolla en una extensión de una página.

En la siguiente imagen se muestran los procesos a desarrollar en el trabajo con la unidad, éstos se delimitan a manera de desempeños en la parte superior izquierda, los procesos son ***conexiones, comunicación, resolución de problemas y razonamiento lógico***.

Además de lo anterior se presenta una corta lectura introductoria al contenido de la unidad denominada competencia lectora. Por último se encuentran tres preguntas de la lectura anterior que invitan a reflexionar y argumentar, esta parte se titula ***Reflexiono y respondo.***



Estándares

Pensamiento numérico

- Interpretar las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición y razones.
- Analizar y explicar las distintas representaciones de un número (natural, fracción).
- Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas de situaciones aditivas y multiplicativas.

Procesos: El desarrollo de esta unidad me hará competente para:

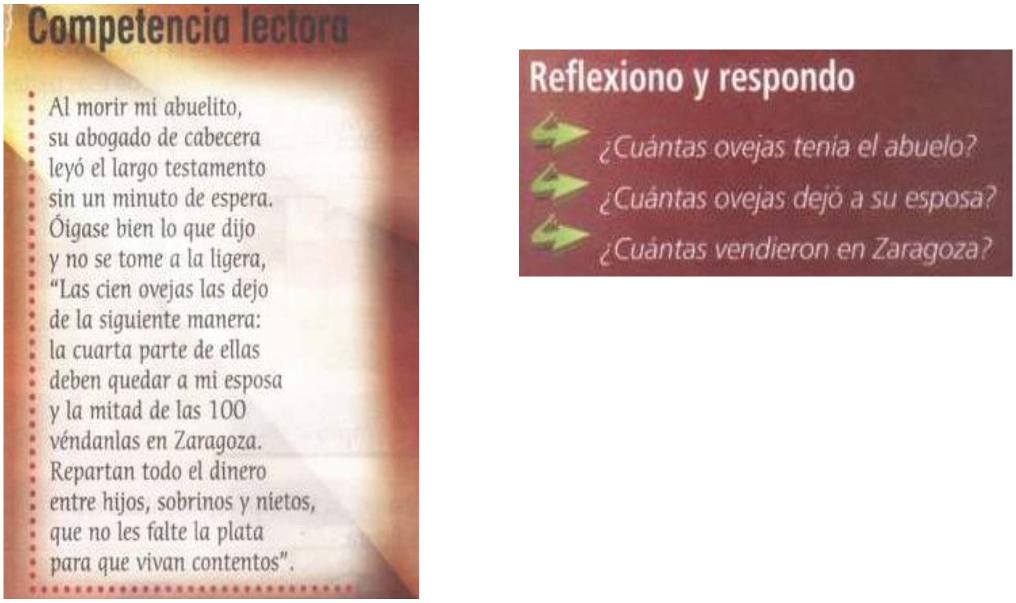
Conexiones
Establecer nexos entre las diferentes representaciones de fracciones.

Comunicación
Interpretar representaciones pictóricas de operaciones entre fracciones.

Resolución de problemas
Resolver problemas relacionados con situaciones de la vida diaria.

Razonamiento lógico
Generalizar resultados a partir de observaciones.

Figura 9 Estándares unidad Números fraccionarios, Texto Retos Matemáticas 4



Competencia lectora

Al morir mi abuelito,
su abogado de cabecera
leyó el largo testamento
sin un minuto de espera.
Óigase bien lo que dijo
y no se tome a la ligera,
"Las cien ovejas las dejo
de la siguiente manera:
la cuarta parte de ellas
deben quedar a mi esposa
y la mitad de las 100
véndanlas en Zaragoza.
Repartan todo el dinero
entre hijos, sobrinos y nietos,
que no les falte la plata
para que vivan contentos".

Reflexiono y respondo

¿Cuántas ovejas tenía el abuelo?
¿Cuántas ovejas dejó a su esposa?
¿Cuántas vendieron en Zaragoza?

Figura 10 Texto introductorio de la unidad Números fraccionario, texto Retos Matemáticas 4

La presentación de un tema inicia con la numeración del tema y el título de la misma, seguida de una introducción dada a través de un ejemplo y la posterior definición de un concepto y un ejemplo que consta de un ejercicio son su respectiva respuesta.

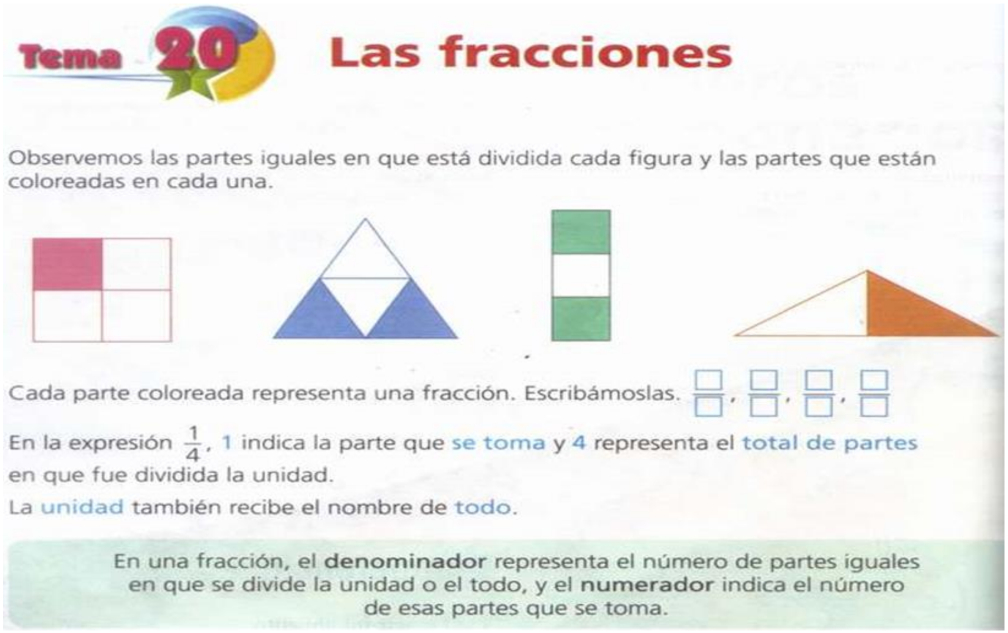


Figura 11 Presentación del tema las fracciones, texto Retos Matemáticas 4

Después de la presentación de cada tema se muestra un taller de competencias que contiene ejercicios de preguntas abiertas y de selección múltiple, en la parte inferior izquierda se presenta un subtitulo denominado desempeños que cosnta de tres desempeños que se buscan desarrollar a través de la resolución del taller.

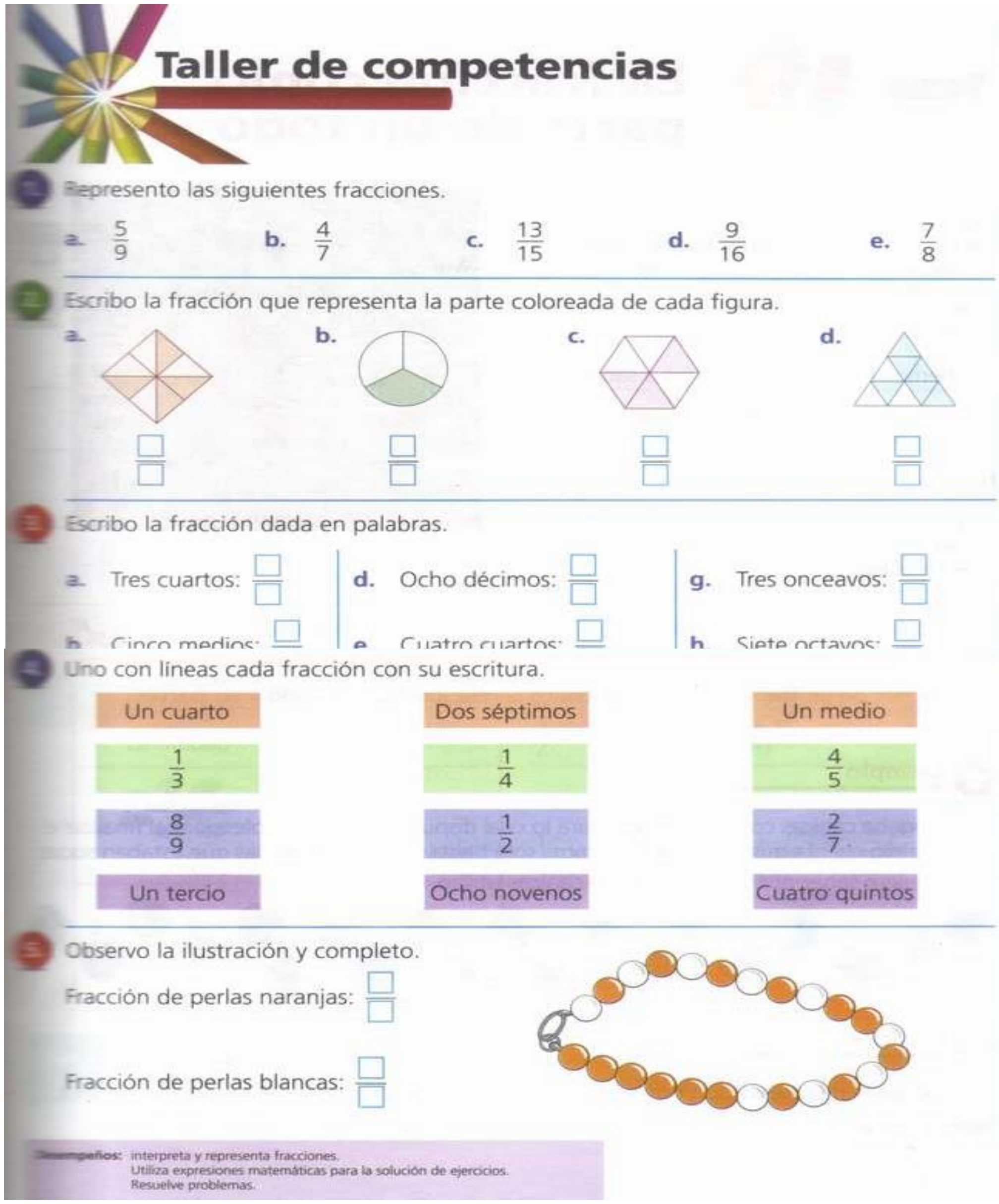


Figura 12 Taller de la fracción y sus términos de la unidad las fracciones, texto Retos Matematicas 4.

Al final de cada unidad se encuentra en una extensión de una página una actividad denominada ***matemáticas recreativas***, éstas son muy variadas y no tienen una relación directa con los contenidos de la unidad.

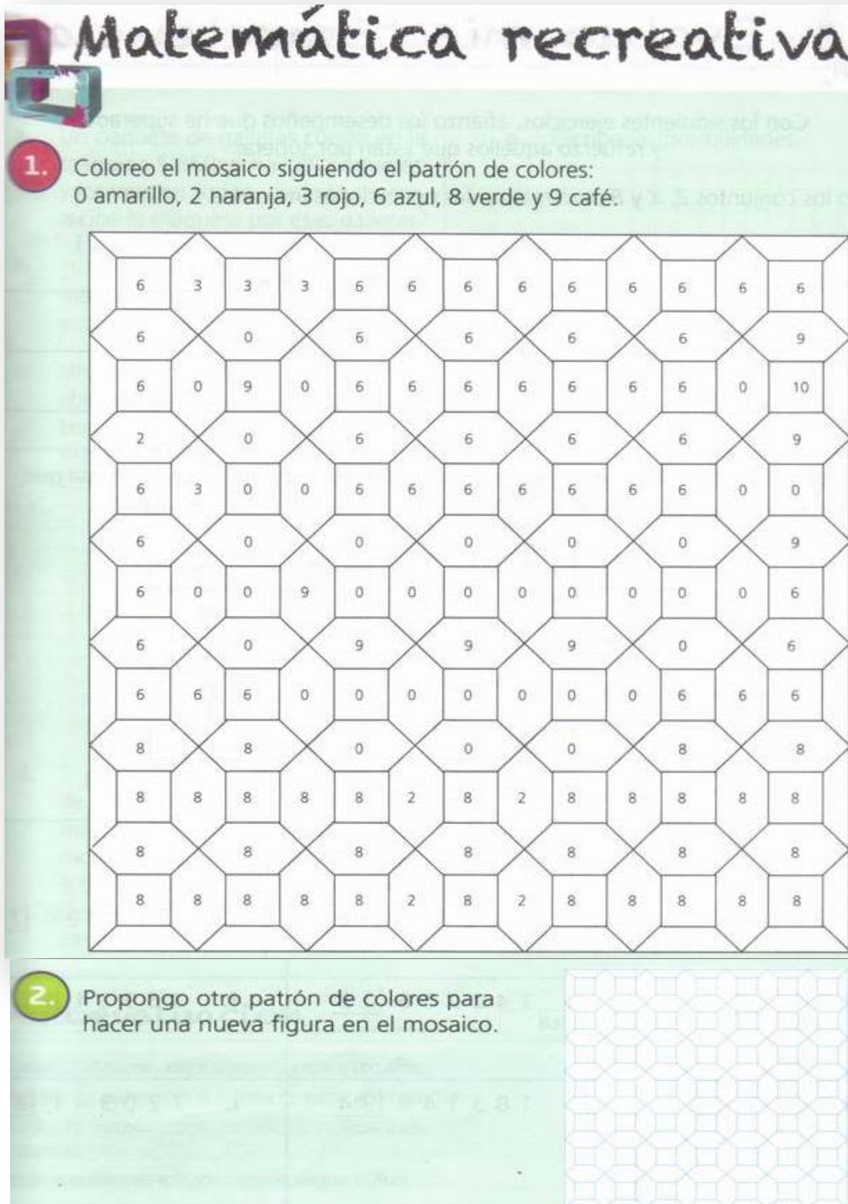
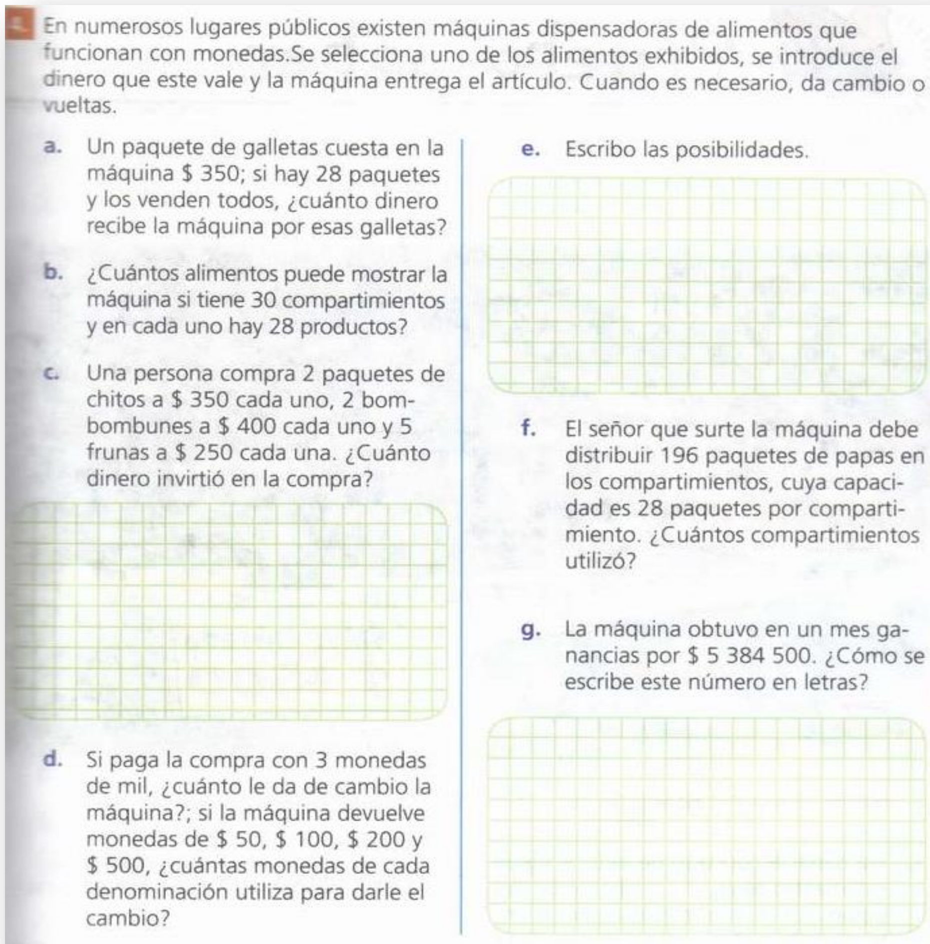


Figura N°13: Actividad cierre de unidad los números fraccionarios, texto Retos Matemáticas 4.

Seguidamente de lo anterior se encuentra en una extensión de dos páginas un taller titulado evalúo mis competencias donde se encuentra una serie de preguntas abiertas y de selección múltiple que resume los contenidos trabajados en la unidad, al final del taller se encuentra un recuadro denominado autoevaluación dividido en las categorías bajo, básico, alto y superior, la finalidad del recuadro es que el estudiante se autoevalúe en función de lo que él considera aprendió en la unidad respectiva.



En numerosos lugares públicos existen máquinas dispensadoras de alimentos que funcionan con monedas.Se selecciona uno de los alimentos exhibidos, se introduce el dinero que este vale y la máquina entrega el artículo. Cuando es necesario, da cambio o vueltas.

a. Un paquete de galletas cuesta en la máquina $ 350; si hay 28 paquetes y los venden todos, ¿cuánto dinero recibe la máquina por esas galletas?

b. ¿Cuántos alimentos puede mostrar la máquina si tiene 30 compartimientos y en cada uno hay 28 productos?

c. Una persona compra 2 paquetes de chitos a $ 350 cada uno, 2 bombombunes a $ 400 cada uno y 5 frunas a $ 250 cada una. ¿Cuánto dinero invirtió en la compra?

d. Si paga la compra con 3 monedas de mil, ¿cuánto le da de cambio la máquina?; si la máquina devuelve monedas de $ 50, $ 100, $ 200 y $ 500, ¿cuántas monedas de cada denominación utiliza para darle el cambio?

e. Escribo las posibilidades.

f. El señor que surte la máquina debe distribuir 196 paquetes de papas en los compartimientos, cuya capacidad es 28 paquetes por compartimiento. ¿Cuántos compartimientos utilizó?

g. La máquina obtuvo en un mes ganancias por $ 5 384 500. ¿Cómo se escribe este número en letras?

Figura N°14: Taller de cierre de la unidad los números fraccionarios, texto Retos Matemáticas 4.

Después del taller de competencias y al final de cada unidad se encuentra en una extensión de dos páginas las pruebas Saber, en esta parte del texto y en correspondencia a los contenidos trabajados en la unidad se presentan preguntas de selección múltiple, en la parte inferior se encuentra la hoja de respuestas.

Prueba Saber

Encuentra la respuesta correcta entre las opciones A, B, C y D, y márcala en la hoja de respuestas, rellenando completamente el círculo correspondiente.

1. Por ganar el concurso de lectura, los 38 estudiantes de cuarto grado fueron de paseo a un centro recreativo. Por la entrada de los niños en la piscina se pagó $ 171 000. Dos estudiantes no tenían dinero para pagar su entrada, entonces los demás decidieron aportar para que ellos entraran. ¿Cuánto tuvo que pagar cada estudiante?

A. $ 5000, porque esa cantidad se paga, generalmente, por usar una piscina.

B. $ 4500, porque sólo aportaron 36 de los 38 estudiantes de cuarto grado.

C. $ 4100, porque 4100 × 36 es una cantidad muy próxima a 145 800.

D. $ 4750, porque éste es el cociente que se obtiene al dividir 171 000 entre *36*.

El director de curso pagó $ 4800 por cada uno de los dos peajes que hay de ida y regreso, $ 4500 de entrada a piscina y $ 13 950 de almuerzo y algunos refrescos. Se puede afirmar que:

A. Lo gastado por el director asciende a $ 40 000 porque los peajes costaron cerca de $ 20 000.

B. El director gastó $ 50 000 porque pagó varias cosas.

C. Lo gastado por el director fue $ 27 050.

D. El director pagó menos de $ 50 000, porque por piscina, almuerzo y refrescos invirtió sólo $ 18 450.

Si del colegio salieron a las 6:45 de la mañana y regresaron a las 5:30 de la tarde, el tiempo, en minutos, que el grupo estuvo fuera del colegio fue:

A. 615 minutos

B. 660 minutos

C. 630 minutos

D. 645 minutos

4. Si el almuerzo tenía un costo de $ 5750 y los 38 estudiantes que fueron lo pagaron, el dinero que recibió el centro recreativo por ese concepto fue:

A. Menos de $ 220 000, porque se pagó menos de $ 5800 por un almuerzo.

B. Más de $ 235 000, porque el costo de un almuerzo está muy cerca de $ 6000.

C. $ 230 000, porque 230 000 = 5750 × 40.

D. Más de $ 230 000, porque 5750 × 40 > 230 000.

5. ¿Le alcanzan $ 10 000 a un estudiante para pagar su almuerzo y la entrada en la piscina?

A. No, porque la entrada en la piscina cuesta más de $ 4000.

B. Sí, y le sobran $200, porque el almuerzo y la entrada en la piscina le cuestan $ 9800.

C. No, porque las dos cosas cuestan $ 10 250.

D. Sí y le sobran $ 500.

Formato de respuestas

1.	A	B	C	D
2.	A	B	C	D
3.	A	B	C	D
4.	A	B	C	D
5.	A	B	C	D

Figura N° 15: Prueba saber unidad los números fraccionarios. Texto Retos Matemáticas 4.

2.2.3. Descripción de la unidad referente a la noción de número decimal del texto: Retos Matematicas 4°

Para el texto Retos Matemáticas 4°, el desarrollo de la noción de número fraccionario se da en dos unidades aparte, las cuales son: la descrita anteriormente referente a número fraccionario y una más denominada números decimales. La presentacion de la unidad números decimales mantiene la misma estructura de la correspondiente a números fracionario es decir consta de la presentación de la unidad apoyada en una corta lectura introductoria y el soporte de algunos estándares tomados del MEN (2006), esta unidad solo contiene tres temas los cuales son: Décimas, centésimas y melésimas, Decimales equivalentes y Orden en los números decimales, cada tema se desarrolla igual a los de la unidad anterior, es decir definición de conceptos, ejemplos y actividades, al final de la unidad se encuentra el taller que resume los temas propuestos, una actividad recreativa y taller de pruebas saber. Para mejor ilustracion de la anterior informacion se recomienda observar el Anexo 3

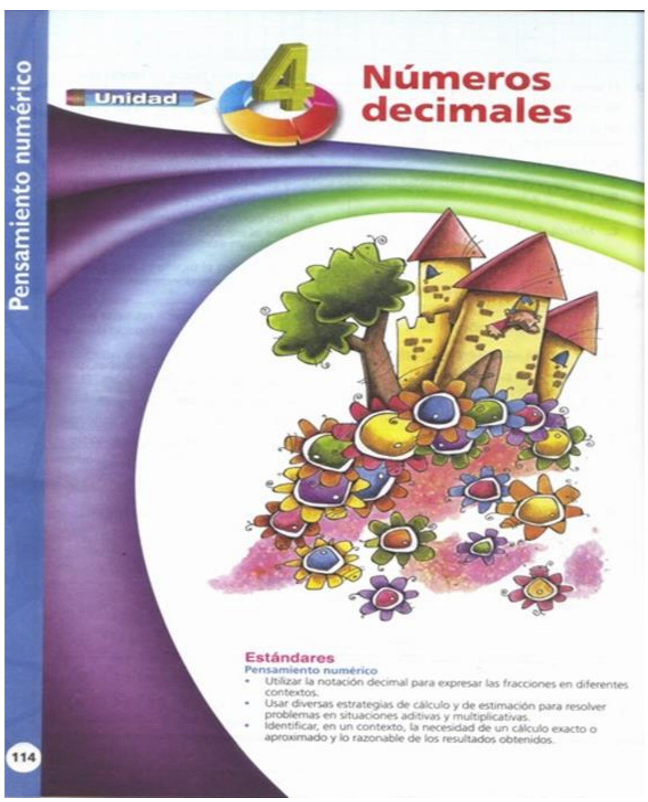


Figura N° 16: Presentación de la unidad Números decimales. Texto Retos Matemáticas 4.

2.3 *Cuadro Comparativo de los Textos*

A continuación se plantea una tabla comparativa entre los textos a analizar en el presente trabajo de grado, es decir los textos Proyecto Sé 4 (2012) y Retos Matemáticas del grado 4° (2011), dicha comparación se hace partiendo de las descripciones generales tanto del texto como de las unidades correspondientes a los temas de Números Fraccionarios y Números Decimales, por medio de la presente tabla se pretende rescatar diferencias y comparaciones muy generales de las formas de presentación y organización de los textos.

PROYECTO SÉ 4°	***RETOS MATEMÁTICAS 4°***
De la descripción general del texto: 1. Los contenidos temáticos se distribuyen en cuatro unidades. 2. La unidad 1 y 2 corresponden al pensamiento Numérico, la unidad 3 al pensamiento Geométrico y la 4 a los pensamientos Variacional y Métrico. 3. Las unidades 1 y 2 se subdivide en cuatro secciones: contenidos, resolución de problemas, ciencia tecnología y sociedad, y uso de la calculadora. La unidad 3 y 4 se subdivide en tres secciones: contenidos, resolución de problemas y competencias de manejo de información. 4. Los contenidos de Números Fracciones y Decimales se ubican en la unidad dos. 5. Por títulos en el texto se encuentran 54 contenidos temáticos. ***De la descripción de la unidad Números Fraccionarios y decimales:***	***De la descripción general del texto:*** 1. Los contenidos temáticos se distribuyen en 7 unidades 2. Las unidades no se subdividen en pensamientos. 3. Todas las unidades tienen cuatro secciones: contenidos, matemática recreativa, evalúo mis competencias y pruebas saber. 4. El contenido de Números Fraccionarios se ubica en la unidad tres y el contenido de Números Decimales en la unidad cuatro. 5. Por títulos en el texto se encuentran 51 contenidos temáticos. ***De la descripción de las unidades Números Fraccionarios y Números Decimales:*** 6. En la unidad correspondiente a Número Fraccionarios se encuentran 12 temas, y en la unidad correspondiente a Números

6. La unidad correspondiente al tema de Números Fraccionarios contiene 20 temas 7. Los objetivos a desarrollar en la unidad se plantean por medio de las preguntas ¿Qué debes saber? ¿Qué vas a aprender? ¿Para qué te sirve? 8. La unidad inicia con un texto introductorio con relación al tema, se ayuda de gráficos y la lectura está contextualizada a temáticas de interés. 9. El discurso del texto es totalmente Expositivo ya que guarda la estructura de uno, inicia presentando una definición, se ayuda de un ejemplo y plante ejercicios. 10. La unidad se ayuda de muchos gráficos, la estructura para cada tema siempre es la misma, en la parte de ejercicios siempre se cuenta con un planteamiento de un problema. 11. Dentro del desarrollo de cada tema se encuentran algunos apartes a manera de comentarios que invitan a reflexionar frente a temas de valores y competencias ciudadanas.	Decimales se hallan 6 temas, para un total de 18 temas. 7. Los objetivos a alcanzar en el desarrollo de las unidades se presentan por medio de estándares y competencias. 8. La unidad inicia con un texto introductorio corto de poca visibilidad, no se ayuda de gráficos y aparentemente es una lectura muy trivial. 9. El texto maneja dos tipos de discursos, el Expositivo y el Heurístico aunque con mayor frecuencia el Expositivo, generalmente inicia con un ejemplo, una definición y ejercitación 10. Las unidades se ayudan de muchos gráficos, la estructura no siempre es la misma, en ocasiones se inicia con definiciones, en otras con ejemplos y no siempre se encuentran planteamientos de problemas en la propuesta de ejercicios de cada tema. 11. La unidad cuenta con una actividad recreativa que tiene como fin desarrollar el razonamiento lógico matemático aunque no se relaciona directamente con la temática de las Fracciones. 12. Al final de la unidad se recogen todas las temáticas y se evalúan a través de una prueba de selección múltiple preparatoria a las Pruebas Saber.

Tabla 2 Comparación de los texto Proyecto Sé 4 y Retos Matemáticas 4

En este capítulo se han descrito de manera muy general la forma en cómo se presenta un concepto en los dos libros de texto seleccionados Proyecto Sé 4 y Retos Matemáticas 4, se observa que son muy similares conservando el discurso expositivo, el apoyo en gráficos como es usual en los textos escolares, las definiciones poco generalizadas y los repetitivos enunciados de ejercitación apoyados en particularidades de las nociones por medio de ejemplos, la descripción de los textos que se dan en este capítulo permitirán ya conociendo la estructura del texto, la identificación de las variables constructos y marcos constitutivos del discurso a trabajar, mediante la rejilla de análisis construida en el capítulo tres para el desarrollo de este trabajo de grado.

TERCER CAPÍTULO

Observaciones Generales a través de la rejilla de análisis

3. Criterios de construcción de la rejilla de análisis

Teniendo como punto de partida que el presente trabajo hace alusión a la manera en cómo dos libros de texto de grado 4° de básica primaria abordan la noción de número fraccionario, el siguiente apartado se centra, como se ha dicho anteriormente en las unidades correspondientes a la temática expuesta, dentro de estas unidades no se tendrá en consideración la operabilidad de los números fraccionarios, si no, la forma en cómo se presenta sus distintas interpretaciones.

Alrededor de esta idea se seleccionan de cada una de las unidades correspondientes al número fraccionario 10 temas titulados para el texto Proyecto Sé 4 (2012), de la siguiente manera:

UNIDAD 2: LAS FRACCIONES Y LOS DECIMALES

CONTENIDOS ……………………………………………………………………PÁG

Para el texto Retos Matemáticas 4 (2011), los temas seleccionados fueron tomados de dos unidades consecutivas correspondientes a los números fraccionarios y decimales. Los temas seleccionados son los siguientes.

UNIDAD 3: NÚMEROS FRACCIONARIOS

UNIDAD 4: NÚMEROS DECIMALES

Con el fin de analizar las unidades correspondientes al tema de número fraccionario se elabora la siguiente rejilla de análisis que relaciona diferentes variables ubicadas de manera horizontal que son los marcos constitutivos del discurso y de manera vertical los constructos, variables (definidas en el capítulo I), cabe resaltar que estas variables no son las únicas a tener en consideración ya que en sí mismas cada una involucra otras variables también pertinentes para nuestro trabajo de observación, identificación y análisis, como son: los subconstructos, los tipos de discurso y los registros de representación.

A continuación se presenta la rejilla propuesta para el análisis de los textos seleccionados:

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente					
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 3 Rejilla de análisis

La columna corresponde a los constructos propuestos por Ohlsson (1988), esta variable nos permite observar en los temas seleccionados de los dos libros de texto, el modelo teórico que gira en torno a los significados asociados al número fraccionario, su aplicación a un campo particular y las representaciones simbólicas que permiten la interacción entre lo real, a través del planteamiento de situaciones problema y la "teoría matemática" que se pretende desarrollar.

"Un constructo matemático puede tener múltiples significados aplicacionales si se le asignan diferentes correspondencias referenciales en diferentes aplicaciones" (Godino, Font, Konic & Wilhelmi, 2007, pp. 59). Los múltiples significados que puede adquirir la noción de fraccionario dentro de un constructo matemático es lo que se pretende identificar a lo largo del rastreo de las unidades correspondientes a este tema, dentro de esta variable será de gran ayuda la teoría de Duval. R, (1999) referente a los registros de representación como facilitador en la identificación de la intención matemática y en la manera en cómo se presenta cada una de las interpretaciones o subconstructos.

Para comprender un poco acerca de la propuesta de Olhsson (1988) correspondiente a los constructos, se propone la siguiente rejilla que se diseñó relacionando cada constructo con las posibles interpretaciones o subconstructos que se tienen dentro de sí.

	Parte todo	Extracción	Cociente cartesiano	Medida Fraccional	Recta Numérica	Fracción decimal	Razón	Proporción	Cantidad Intesiva
Función Cociente	Representa cada una de las partes resultantes de la partición.	Representa la cantidad de veces que está contenida una cantidad A en una cantidad B.	Se refiere a cantidades multi dimensionales		Hace referencia a puntos sobre la recta				
Número Racional	Se refiere a una cantidad cualquiera			Cuando la unidad patrón no está contenida un número entero de veces en la magnitud que se quiere medir	Se refiere a una cantidad o una magnitud	Hace referencia al cociente			
Vectores Binarios							Comparación de dos cantidades	Igualdad entre razones	Cociente independiente de la cantidades que se comparan
Función Compuesta				Hace referencia a la fracción como operador					

Tabla 4 Rejilla construida que resume la teoría de Olhsson

Tomar como referencia la teoría de los constructos conlleva a buscar no una, sino las posibles interpretaciones del objeto matemático "los fraccionarios" quienes inmersos en diferentes situaciones comportan a una aplicación precisa de la significación de sí mismos a través de las representaciones simbólicas que permiten la contextualización y posterior aplicación de la noción bajo el subconstructo correspondiente.

> Para explicar lo que significa un término como "fracción" es necesario (a) identificar el constructo matemático subyacente y la teoría en que está inmerso, y (b) especificar cómo se aplica, o sea, especificar la clase de situaciones a la que se aplica y la correspondencia referencial entre el constructo y la clase de situaciones." (Godino, Font, Konic & Wilhelmi, 2007, pp. 4)

Relacionando la rejilla de análisis de los textos con la rejilla basada en la teoría de los constructos de Ohlsson (1988) se espera ubicar en la fila correspondiente a:

- Función cociente: Los enunciados, ejemplos, ejercicios y definiciones que apuntan al desarrollo de la interpretación de número fraccionario como un cociente resultante de la expresión $\frac{x}{y}$ mayores que la unidad y que está contenido en el conjunto de los enteros y cuya interpretación se aplica para particiones.

- Número racional: Los enunciados, ejemplificaciones, definiciones que apuntan al desarrollo de la interpretación de número fraccionario como un cociente resultante de la expresión $\frac{x}{y}$ mayor o menor que la unidad y que está contenido en el conjunto de los racionales y cuya interpretación se aplica para cocientes.

- Vectores binarios: Este constructo hace alusión a la expresión $\frac{x}{y}$ como una pareja ordenada, y sus interpretaciones recaen sobre los significados de razón, proporción y cantidades intensivas.

- Función compuesta: Para esta fila se tendrá en cuenta sólo la interpretación del número fraccionario como operador.

En la columna de la rejilla (tabla N° 3) se encuentran cinco marcos constitutivos de los discursos, los cuales permitirán identificar la manera discursiva en que los textos abordan la presentación de la noción de número fraccionario.

Con lo que se espera encontrar en los dos libros de texto escolares seleccionados, son el empleo de ejemplos y prácticas de ejercicios seguidos de la presentación conceptual de un objeto matemático dado, siguiendo el orden en el que se presentan las temáticas, estos ejercicios y ejemplos se presentan en contexto con el contenido del texto. En palabras de

Guacaneme, Arce & Arbeláez (1999, pp. 106), a diferencia de los textos de matemática escolares.

> Los textos matemáticos, en cambio, son entendidos contemporáneamente como el producto del desarrollo de un sistema axiomático. Los términos no definidos de la teoría, los axiomas, y las reglas de juego de carácter deductivo se erigen como los elementos centrales del texto matemático. Al poner en acción el sistema axiomático se logran consolidar los teoremas, los corolarios y, más ampliamente, el marco de las generalizaciones de la teoría.

Es así como Guacaneme, Arce & Arbeláez (1999), afirman que, los textos matemáticos carecen de los marcos de ejemplificación y ejercitación. No obstante los textos escolares corren el riesgo de tener una pseudo personalización del conocimiento por parte de los autores dándose así una noción sesgada, a manera de ejemplo la noción de número fraccionario y sus interpretaciones.

En el análisis de los elementos que intervienen en los discursos empleados por los textos seleccionados, se espera encontrar una gran parte de su contenido haciendo empleo del discurso expositivo, y en el caso de presentarse el discurso heurístico se ha de observar la forma como se realizan las conclusiones basadas en los casos particulares que presentan, ya que aquí se puede presentar la noción desde ciertos tipos de interpretaciones dándose lugar a generalizaciones indebidas. Según Guacaneme, Arce & Arbeláez (1999) se debe tener presente que las matemáticas están basadas en un sistema axiomático, pero que en el caso de las matemáticas escolares la pertinencia recae sobre el discurso heurístico.

El análisis de las variables identificadas en la rejilla tendrá como referentes los registros de representación empleados por los libros de texto, se espera encontrar los registros simbólico, gráfico, numérico y el de lengua natural. Respecto a este último registro, se debe prestar especial atención a las formas de expresión empleadas, ya que estas darán lugar a varias alternativas de significación, así mismo puede generar dificultad en el planteamiento de una idea y posteriormente a varias formas de interpretarlas.

Se sabe que el registro gráfico también es empleado en estos textos escolares, de aquí se tendrá en cuenta que su empleo sea significativo, ya que puede presentarse que no se le dé un adecuado empleo a este lenguaje, causando falta de sentido o dando lugar a confusiones en la interpretación.

3.1 Identificación y observación a través de la rejilla de la Unidad 2: Las fracciones y los decimales. Texto: PROYECTO SÉ 4

A continuación se presentan por medio de la rejilla construida, las observaciones relacionadas a los constructos y marcos constitutivos del discurso por temas, cada tema hace alusión a la presentación de la noción de número fraccionario mas no a su operabilidad, los 10 temas escogidos bajo este criterio corresponden a la unidad 2 del texto Proyecto Sé 4 (2012).

Cabe aclarar, por otro lado, que no se tomaron todos los ejercicios propuestos por los textos Retos Matemáticas (2011) y Proyecto Sé del grado 4°(2012) de básica primaria, ya que en muchos de ellos la intención matemática y estructura escritural eran muy similares, es así como dentro de la presentación de la noción del número fraccionario se tomaron solo ejercicios que claramente se logran diferenciar entre sí, esta escogencia se hace a criterio propio de quienes elaboran el trabajo de grado y después de una revisión detallada de cada uno de los ejercicios propuestos por los libros de texto dentro de cada unidad.

3.1.1 TEMA N° 1: La fracción y sus términos

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*Una fracción representa una parte de una unidad. *Las partes en que está dividida la unidad deben ser iguales. *Los términos de una fracción son el numerador y el denominador. *Numerador: Indica el número de partes que se toman de una unidad. *Denominador: Indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.	Luz elaboró en una cartulina un friso sobre el cuidado del agua y la naturaleza. Dividió la cartulina en cinco partes iguales y decoró tres de ellas. Cada parte de la cartulina es un quinto y se escribe así $\frac{1}{5}$	*Observa las figuras. Identifica las que representan fracciones. pp. 58. N°1 *Escribe el número fraccionario que representa la región sombreada. pp. 59 N°3 *En cada figura, fracciona y sombrea la región sombreada. pp. 59 N° 4. *Una piza se dividió en ocho partes iguales. Enrique tomó tres pedazos y Ximena dos. Expresa en fracción la cantidad que tomó cada niña. ¿Cuántas fracciones quedaron? pp. 59 N° 5.		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 5 Rejilla de análisis de la fracción y sus términos

3.1.2 TEMA N° 2: Fracciones en la semirrecta numérica

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*La semirrecta es una porción de recta que inicia en un punto y no tiene fin. *Para representar una fracción en la semirrecta numérica, se divide cada unidad en tantas partes iguales como indica el denominador y se toman las partes que indica el numerador.	*Camilo participó en la Media Maratón de Bogotá, como le dieron algunos calambres solo pudo recorrer $\frac{3}{5}$ del trayecto.	*Escribe la fracción representada en cada semirrecta. pp. 60. N°1 *Subraya la fracción representada en cada semirrecta numérica. pp. 60. N°2 *Representa en cada semirrecta la fracción correspondiente. pp. 61 N° 3. *Observa la semirrecta numérica escribe (v) o (f) según corresponda. pp. 61 N° 5. *Armando consume ½ de una botella durante una competencia. ¿Cuántos doceavosle faltan para terminar la botella de agua? Representa la situación en una semirrecta numérica. pp. 61 N° 6		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 6 Rejilla de análisis de las fracciones en la semirrecta numérica

3.1.3 TEMA N°3: Relaciones de orden de fracciones homogéneas:

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*Las fracciones homogéneas tienen el mismo denominador *Si dos fracciones son homogéneas es mayor la que tiene el mayor numerador. Además se ubica más a la derecha en la semirrecta numérica.	*Ayer por la tarde, Mónica y Mateo prepararon una torta cada uno. Observa la cubeta de huevos que empleo cada uno para hacer su torta. pp. 62.	*Escribe las fracciones que representan las partes coloreadas de cada figura. Ordénalas de mayor a menor . pp. 63. N°3 *Ubica las fracciones en una semirrecta numérica y ordénalas de mayor a menor pp. 63 N° 4. *Escribe tres fracciones que tengan el 4 como denominador y que sean menores que $\frac{7}{4}$ pp. 63 N° 5. *Pedro puso fotos de carros en $\frac{5}{10}$ partes del corcho de su habitación, fotos de paisajes en $\frac{3}{10}$ y fotos suyas en $\frac{1}{10}$ ¿Cuáles fotos ocupan mas espacio en su corcho? ¿Cuáles menos? .pp. 63 N° 7		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 7 Rejilla de análisis de las relaciones de orden de las fracciones homogénea

3.1.4. TEMA N°4: Relaciones de orden de fracciones heterogéneas

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*Las fracciones heterogéneas tienen diferente denominador *Entre dos fracciones heterogéneas con el mismo numerador, es mayor la que tiene el denominador menor. Para comparar dos fracciones heterogéneas se representan en la misma unidad y se comparan sus dibujos.	*Alejandro y Laura fueron con su abuelo a una pizzería ro y Laura. El abuelo pidió dos porciones de pizza de anchoas para Alejandro y dos de pizza de jamón para Laura. pp. 64.	*Cuál fracción es menor. ¿$\frac{3}{2}$ o $\frac{5}{4}$? pp. 64. N°1 *Escribe los denominadores de las fracciones de manera que se cumplan las siguientes expresiones. pp. 65. N°2 *Escribe $>$ o $<$ según corresponda, ayudate de un dibujo. pp. 65 N° 3. *Escribe las fracciones que representan los siguientes dibujos y ordenalos de mayor a menor. pp. 65 N° 4. *Antonio vendió en un día $\frac{2}{4}$ partes de la revista de un kiosco. Al día siguiente vendió $\frac{1}{3}$ ¿Qué día vendió mas revistas? pp. 65 N° 6		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 8 Rejilla de analisis de las relaciones de orden de fracciones heterogéneas

3.1.5 TEMA N° 5: Fracciones equivalentes

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*Dos o más fracciones son equivalentes cuando representan la misma cantidad. *Se amplifica una fracción cuando se multiplica por un mismo número el denominador y numerador. *Se simplifica una fracción cuando se divide por un mismo número el denominador y el numerador. *Dos fracciones son equivalentes si representan la misma cantidad. *Para saber rápidamente si dos fracciones son equivalentes se multiplica en cruz. *Para obtener fracciones equivalentes se puede amplificar o simplificar.	*Luis y Alfonso limpian las ventanas de un edificio. Ambos limpian la misma cantidad de superficie. pp. 66.	*Observa la fracción y representa una equivalente. Comprueba que si es equivalente. pp. 66. N°1 *Comprueba con un dibujo si cada par de fracciones son equivalentes. Multiplica sus términos en cruz. pp. 67. N°2 *Busca fracciones equivalentes a cada una de las fracciones dadas. Utiliza la amplificacion o la simplificacion. pp. 67 N° 3. *Completa las fracciones para que sean equivalentes. pp. 67 N° 4. *Observde la sala de artes y música. Identifica cual tiene mayor superficie. a los planos pp. *67 N° 5*		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 9 Rejilla de análisis de las fracciones equivalentes

3.1.6 TEMA N° 6: Fracción de una cantidad

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente					
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta	*Para hallar la mitad de una cantidad se divide por dos. La mitad de 90 es 45 porque $90 \div 2 = 45$ *Para hallar la tercera parte de una cantidad se divide por tres. La tercera parte de 120 es 40 porque $120 \div 3 = 40$ *Para calcular la fracción de una cantidad, se divide la cantidad entre el denominador y el resultado se multiplica por el numerador.	*Nicolás debe organizar en el mostrador las manzanas de un pedido de fruta. Si en el pedido llegaron 160 frutas y $\frac{3}{4}$ de las frutas son manzanas, ¿Cuántas manzanas hay?	*En la bodega de educación física de un colegio hay 720 balones. $\frac{2}{8}$ Son de baloncesto, $\frac{2}{12}$ son de voleibol, cuatro novenos son de futbol y el resto son de microfútbol. Calcula la cantidad de cada uno de los balones. pp. 68 N°1 *Para descansar bien se recomienda dormir la tercera parte del día ¿Cuántas horas se debe dormir diariamente? pp. 69 N°5 *Jaime cortó $\frac{3}{6}$ de una cuerda de 420 cm de longitud. ¿Cuánto mide ahora cada parte?		

Tabla 10 Rejilla de análisis de la fracción de una cantidad

3.1.7 TEMA N°7: Fracciones decimales

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	.				
Número Racional	*Una fracción decimal es aquella que tiene como denominador los números 10, 100, 1000, etc. *$\frac{1}{10}$ representa la décima parte la unidad, se lee una décima. *$\frac{1}{100}$ Representa la centésima parte de la unidad, se lee una centésima. *$\frac{1}{1000}$ representa la milésima parte de la unidad y se lee una milésima.	*Todos los días, al finalizar cada uno de los turnos de trabajo, se hace un reporte de los vehículos que pasan por un peaje y de los servicios de asistencia que se ofrecen en las vías. El reporte presentado el viernes por el peaje de Mondoñedo dice que tres de los diez vehículos que solicitaron grúa eran buses intermunicipales y ciento treinta y cinco de los mil vehículos de la categoría I eran camperos.	*Para el proyecto de cultivo en el colegio se asignaron cuatro décimos del terreno para el cilantro, $\frac{15}{100}$ para el perejil y el resto para la zanahoria. Sombrea en la gráfica la parte que le corresponde a cada producto. Determina la cantidad de terreno asignado a la siembra de zanahoria. pp. 80 N° 1 *Escribe como se llama cada fracción. pp. 81 N°3 *Lee las fracciones decimales y determina cuántas unidades y cuántas decimas están representadas en cada caso. pp. 81 N° 5 *Tatiana y sus amigos armaron ochenta de las 100 fichas que trae su rompecabezas. Expresa esta cantidad como fracción decimal. Determina la cantidad de fichas que le hace falta para terminar el rompecabezas. ¿Cuántos décimos del rompecabezas armó Tatiana? pp. 81 N° 6		
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 11 Rejilla de análisis de las fracciones decimales

3.1.8 TEMA N°8: Décimas, centésimas y milésimas

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	.				
Número Racional	*Las décimas, centésimas y milésimas representan partes de la unidad. *Si se divide una unidad en 10 partes iguales cada una de ellas es una décima. *Si se divide una unidad en 100 partes iguales cada una de ellas es una centésima. *Si se divide una unidad en 1000 partes iguales cada una de ellas es una milésima.	*David organizó las piezas de su juego mecano en un cubo de 1.000 fichas porque quiere armar con ellas un cohete con su plataforma de lanzamiento. pp. 82	*Observa el diseño del tapete y completa. El dibujo del diseño ocupa $\frac{2}{10}$ de la superficie del tapete. Elabora un diseño que ocupe $\frac{50}{100}$ de la superficie del tapete. pp. 82 N° 1 * Completa la tabla. Escribe la fracción decimal y la representación numérica de cada región sombreada. pp. 83 N° 2 *Une cada dibujo con el número decimal que indica la parte coloreada. pp. 83 N° 3 *Utiliza un dibujo para determinar si cincuenta centésimas son iguales a cinco décimas. pp. 83 N° 4 *De un grupo de 100 estudiantes, 45 son mujeres y el resto hombres. ¿Qué fracción decimal representa a las mujeres? ¿Ya los hombres? pp. 83 N° 5		
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 12 Rejilla de observación las décimas, centésimas y milésimas

3.1.9 TEMA N°9: Número decimal

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	.				
Número Racional	*En el sistema de numeración decimal el valor de una cifra depende de la posición que ocupa. *Un número decimal sirve para expresar cantidades no enteras. En él se identifica una parte entera y una parte decimal. *Los números decimales se pueden representar en la recta numérica.	*Los científicos estudian un gran meteorito en el laboratorio astronómico, el número 412, 145 que registra la balanza digital es un número decimal, tiene dos partes separadas por una coma. Parte entera y parte decimal. pp. 84	*Rodrigo midió a su papá con una cinta métrica. El resultado de la medida fue 1,87 metros. Identifica la parte entera y decimal del número. Representa el número en la recta numérica pp. 84 N° 1 * Completa la tabla, lee los números. pp. 85 N° 2 *Halla la fracción o el número decimal en cada caso. pp. 85 N° 3 *Identifica el valor que tiene la cifra 5 en cada una de las siguientes cantidades. pp. 85 N° 4 *La diferencia de tiempo de tres atletas respecto al primer puesto es de 7 décimas, 30 centésimas y 10 milésimas de segundo, respectivamente. Escribe cada diferencia en forma de número decimal y de fracción. Si el primer puesto tuvo un tiempo de 12,6 s ¿Cuál fue el tiempo de los tres corredores?		
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 13 Rejilla de análisis de los números decimales

3.1.10 TEMA N°10: Comparación de números decimales

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	.				
Número Racional	*Al comparar números decimales es necesario tener en cuenta la parte entera y la parte decimal. *Para comparar números decimales se sigue el mismo ´procedimiento que con los números naturales. Se empieza por la cifra de mayor valor posicional. Cuando sea necesario ser igual a la cantidad de cifras decimales agregando cero. $7{,}56 < 7{,}65$ O también $7{,}65 > 7{,}56$.	*Los jugadores del equipo de baloncesto del colegio desfilarán en la inauguración de un torneo y lo harán por orden de estatura de menor a mayor. Las estaturas están expresadas con números decimales. pp. 86	*La maleta de Manuel pesa más que la de José, pero menos que la de Ángela. Si en el número que indica el peso de su maleta las cifras de las unidades y las centésimas coinciden. ¿Cuál es la maleta de Manuel? Has una lista las maletas que pesan más que las de José. Has una lista con las maletas que pesan menos que la de Ángela. pp. 86 N° 1 * Escribe los signos $>, <, o =$.según corresponda. pp. 87 N°2 *Adivina el número, tiene tres cifras, es mayor que 1,87 y menor que 2. La suma de sus dígitos es 18. La cifra de las decimas es 9. pp. 87 N° 6 *Hernán entrena para las competencias de ciclismo. Observa las distancias que recorrió durante cinco días. Ordénalas de menor a mayor e indica el día que realizó el recorrido más largo. pp. 87 N°7		
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 14 Rejilla de análisis de la comparación de los números decimales.

Los siguientes puntos 3.2 y 3.3 corresponden a la aplicación de la rejilla elaborada (tabla 3) a los 10 temas correspondientes al número fraccionario del texto Retos Matemáticas 4, que como se mencionó anteriormente se encuentran ubicados en dos unidades consecutivas: La Unidad 3 *Números Fraccionarios* y la unidad 4 *Números decimales.*

3.2 Identificación y observación a través de la rejilla de la Unidad 3: Números Fraccionarios. Texto: RETOS MATEMÁTICAS 4

3.2.1 TEMA N° 1: Las fracciones

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*En una fracción, el denominador representa el número de partes iguales en que se divide la unidad o el todo, y el numerador indica el número de esas partes que se toma. *La unidad recibe el nombre de todo	*En la expresión 1/4, 1 indica la parte que se toma y 4 representa el total de partes en que fue dividida la unidad. *Escribamos la fracción representada en cada figura (pp. 78)	*Represento las siguientes fracciones: $\frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{13}{15}, \frac{9}{16}, \frac{7}{8}$ *Escribo la fracción que representa cada figura (pp. 79, punto 2) *Escribo la fracción dada en palabras: tres cuartos, cinco medios, dos tercios, ocho decimos, cuatro cuartos, diez quintos, tres onceavos, siete octavos, quince doceavos) *Uno con líneas cada fracción con su escritura (pp. 89, punto 4) *Observo la ilustración y completo: Fracción de perlas naranjas, fracción de perlas blancas (pp. 79 punto 5)		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 15 Rejilla de analisis de las fracciones

3.2.2 TEMA N° 2: La Fracción como parte de un todo

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*Con las fracciones representamos la relación entre el todo y las partes. *Es posible tomar como unidad un conjunto de objetos y establecer relaciones entre partes de este conjunto y la unidad o el todo.	*En la casa de Juan, sus padres deciden reparar algunas baldosas deterioradas del área social; para hacerlo deben determinar el número de baldosas en mal estado. Observemos el piso del área social de la casa y la parte que se halla en mal estado. ¿Cuántas baldosas ha en total? 64 ¿Cuantas baldosas están en mal estado? 20 ¿Con que fracción podemos representar la parte total de baldosas que se encuentra en mal estado? 20/64 *Pablo jugaba con sus amigos, para lo cual dispuso de toda su colección; al finalizar el juego se dio cuenta que el total de canicas solo había usado algunas, las que estaban sucias, Pablo quiere saber qué parte de las 20 canicas utilizo. R// *Al observar la representación* podemos ver que 16 de las 20 canicas están sucias, es decir, Pablo uso 16/20 del total de canicas.	*Teniendo en cuenta cada una de las unidades, represento la fracción indicada (pp. 81 punto 2) *Dibujo la unidad que corresponde teniendo en cuenta la fracción que se presenta (pp. 82 punto 4) *El profesor deja como tarea traer un octavo de pliego de cartulina. Juan decide comprar un pliego y compartirlo con algunos de sus compañeros. ¿Si Juan corta la cartulina en octavos y toma el suyo, para cuantos compañeros alcanza la cartulina que le sobro? Si en el salón son 36 estudiantes cuantos pliegos se necesitan para que cada niño tenga un octavo de cartulina? (pp. 82, punto 5)		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 16 Rejilla de analisis de la fraccion como parte de un todo

3.2.3 TEMA N° 3: La Fracción como parte de un número

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente					
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta	*Para calcular la fracción de un número dividimos el número entre el denominador de la fracción y el resultado lo multiplicamos por el numerador	*Pilar tiene en su biblioteca 48 libros. ¾ del total son rojos. ¿Cuántos libros rojos tiene? Para responder la pregunta, Pilar hace lo siguiente: Forma 4 grupos con igual número de libros. (Ver anexo 2) *El tiempo que necesitan las diferentes especies de animales para dormir varía. Las ardillas duermen 5/8 del día, los perros duermen 5/12 del día, los cerdos duermen 1/3 del día y los elefantes duermen 1/6 del día. ¿Cuantas horas duerme cada uno?	*Completo cada tabla, represento las situaciones con fichas o granos de frijol: De 10 fichas, ½ de 10= De 12 fichas ¾ de 12 = De 18 fichas 1/9 de 18 = *Maria está leyendo un libro de 148 páginas. Si ya ha leído ¾ del total de páginas del libro, ¿cuantas páginas le faltan por leer? *Claudia tiene 28 años y Samy tiene los ¾ de la edad de Claudia. ¿Cuál es la edad de Samy? *Resuelvo las operaciones y completo el gusano (pp. 85, punto 4)		

Tabla 17 Rejilla de analisis de la fraccion como parte de un número

3.2.4 TEMA N° 4: Clases de Fracciones

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*Las fracciones menores que la unidad se llaman propias. *Las fracciones mayores que la unidad se llaman impropias *Las fracciones cuyo numerador es igual al denominador representan la unidad. Estas fracciones son iguales a 1. *Las fracciones que representamos con un número entero y una fracción propia se llaman números mixtos.	*Clasifiquemos las siguientes fracciones en propias, impropias o iguales a la unidad: 3/7, ¼, 3/2… * Expresemos 17/6 como número mixto: Realizamos la división del numerador entre el denominador. Escribimos el número mixto $2\frac{5}{6}$ en donde 2 es el cociente, 5 el residuo y 6 el divisor. *Expresemos $4\frac{1}{3}$ como una fracción impropia (ver anexo3)	*Completo la tabla marcando X en la columna correspondiente (pp. 88, punto 1) *Escribo en el espacio > ó < según corresponda. Justifico mis respuestas 6/6____1 18/6 ____1(pp. 88 punto 2) *Coloreo la figura de acuerdo con la clave (pp. 88, punto 3) *Escribo como fracción y como número mixto la fracción representada en cada caso. (pp. 88, punto 4)		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 18 Rejilla de analisis de Clases de fracciones

3.2.5 TEMA N° 5: Fracciones equivalentes

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*Las fracciones que representan la misma parte de un todo se llaman equivalentes. *Para obtener fracciones equivalentes a una fracción dada, multiplicamos o dividimos el numerador y el denominador por el mismo número. *Si al multiplicar en cruz dos fracciones los productos son iguales, las fracciones son equivalentes.	*Diana se comió 6/8 de chocolatina. Juan compro una chocolatina de las mismas y se comió ¾ de la chocolatina. Ellos afirman que comieron la misma cantidad de chocolatina. ¾ y 6/8 son fracciones equivalentes. Si queremos obtener la fracción 6/8 a partir de la fracción ¾ multiplicamos el numerador y el denominador de ¾ por 2 Si queremos obtener la fracción ¾ a partir de la fracción 6/8 dividimos el numerado y el denominador de 6/8 por 2	*Coloreo las fracciones equivalentes a la fracción dada en la parte superior de cada figura (pp. 90, punto 1) *En cada grupo marco con X la fracción que no es equivalente con las demás y justifico (pp. 90, punto 2) *Observo el ejemplo y verifico las igualdades (pp. 90 punto 3) *Determino cuales parejas de fracciones son equivalentes. Las encierro. (pp. 90, punto 4) *Escribo en cada caso, el número que hace verdadera la igualdad. (pp. 91, punto 5) *Escribo la fracción que representa la parte coloreada de cada unidad y determino cuales fracciones son equivalentes (pp. 91, punto 6)		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 19 Rejilla de analisis de Fracciones equivalentes

3.2.6 TEMA N°6: Simplificación y complificación

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*El proceso de multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural se conoce como complificación. *El proceso de dividir el numerador y el denominador de una fracción por un divisor común a ellos, se conoce como simplificación.	*El profesor dos grupos de niños para conformar el equipo de baloncesto. Se presentaron 8 niñas y 16 niños. De las niñas escogió 4 y de los niños 8. Daniela le pregunto al profesor porque selecciono más niños, el profesor explico que había seleccionado la misma parte de cada grupo y le explico: del primer grupo selecciono 4/8 y del segundo 8/16 Estas fracciones son equivalentes. *Ahora el profesor decide formar tres grupos con los estudiantes que se presentaron, uno de 4 estudiantes, otro de 8 estudiantes y el último de 12. Para jugar los partidos realiza la siguiente selección: del primer grupo escoge 3 estudiantes, del segundo 6 y del tercero 9. Las fracciones que representan la selección del profesor son: ¾, 6/8, y 9/12 Estas fracciones son equivalentes.	*Escribo el término que falta para que las fracciones sean equivalentes. (pp. 94, punto 1) *Completo los diagramas escribiendo el operador empleador en las complificaciones y simplificaciones (pp. 94, puntos 2 y 3) *Simplifico hasta obtener fracciones irreducibles (pp. 94, punto 4) *Para cada grupo escribo la fracción equivalente, cuyo denominador sea el m.c.m de los denominadores (pp. 94, punto 5)		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 20 Rejilla de analisis de Simplificacion y Complificacion

3.2.7 TEMA N° 7: Fracciones en la recta numérica y orden

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*Para ubicar fracciones en la recta numérica dividimos el segmento unidad, entre 0 y 1, en tantas partes como indique el denominador y tomamos, desde cero, tantas partes como indique el numerador.	Daniel y Pablo deciden poner a competir a sus conejos. La competencia se realizará en un camino de 10 m de longitud que los conejos deben atravesar saltando. Iniciada la competencia puede observarse que el conejo blanco da saltos más cortos que los del conejo gris además, cada conejo da siempre saltos iguales. (pp. 95)	*De cada pareja de fracciones determinemos cual es la mayor (pp. 96)		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 21 Rejilla de analisis de Fracciones en la recta numerica y orden

3.3 Identificación y observación a través de la rejilla de la Unidad 4 Números decimales. Texto: RETOS MATEMÁTICAS 4

3.3.1 TEMA N° 8: Décimas, centésimas y milésimas

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*Las fracciones cuyo denominador es 10, 100, 1000… reciben el nombre de fracciones decimales	*Observemos las siguientes situaciones (pp. 116, 1) Las situaciones anteriores podemos representarlas con las fracciones 4/10, 18/100, y 104/1000 respectivamente Estas reciben el nombre de fracciones decimales. *Completemos la tabla (pp. 116, 2)	*Completo la tabla (pp. 117, punto 1) *Escribo los decimales ubicados en la recta numérica (pp. 117, punto 2) *Adivino cual es el número: *No tiene unidades. Tiene tres cifras decimales *La cifra de las decimas es un número par divisible por 3 *La cifra de las centésimas es un número primo mayor que 5 *Al sumar las tres cifras se obtiene un número impar divisible por 3 a. ¿Cuál es la cifra de las milésimas? b. ¿Cuál es el número? *En la jarra cabe 1 litro de leche aprox. Cuánta leche hay en la jarra? (pp. 117 punto 4)		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 22 Rejilla de analisis de decimas, centecimas y milesimas

3.3.2 TEMA N° 9: Decimales equivalentes

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente	*Dos números son equivalentes cuando representan la misma cantidad.	*Alejandro represento los números decimales que se indican en las gráficas. (pp. 118, 1) *Encerremos el decimal equivalente al que aparece en la tarjeta (pp. 118, 2)	*Coloreo con un mismo color las parejas de números equivalentes.(pp. 119, punto 1) *Para cada fracción dada escribo dos decimales equivalentes. (pp. 119, punto 2) *Escribo el número decimal representado en cada caso. Luego escribo un número decimal equivalente. (pp. 119, punto 3) *Coloreo en cada círculo, las expresiones decimales equivalentes a la fracción decimal del centro. (pp. 119, punto 4)		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 23 Rejilla de analisis de decimales equivalentes

3.3.3 TEMA N° 10: Orden en los números decimales

Marcos / Constructos	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación	Generalización	Instancias
Función Cociente		*Estos son los tiempos que tardaron algunos conductores en dar una vuelta a la pista: Camilo 4.47 Diego 3.95 Felipe 5.16 Juan 3.62 Danilo 3.64 Manuel 3.643 ¿Qué representa la parte entera de los tiempos, y la parte decimal? ¿Quién llego primero y de último? *Ordenemos los siguientes números de menor a mayor y ubiquémoslos en una tabla de valor posicional (pp. 120, 2)	*Algunas bibliotecas colocan etiquetas a sus libros con números decimales. Los libros se colocan en los estantes según esos números, ordenados de menor a mayor. La persona encargada de hacer los préstamos de libros, compara los decimales. ¿Cuál sería el orden correcto de los libros de la ilustración? (pp. 121, punto 1) *Escribo los signos <, >, = según corresponda (pp. 121, punto 2) *Resuelvo: La distribuidora de leche San Antonio repartió las siguientes cantidades. Leo atentamente los datos y respondo (pp. 121, punto 3) *Verifico en la calculadora y contesto: **1.32+0.01 ¿Está entre 1.32 y 1.34? **2.002+0.4 ¿está entre 2.4 y 2.401? **0.999+0.11 ¿está entre 1.108 y 1.110?		
Número Racional					
Vectores Binarios					
Función Compuesta					

Tabla 24 Rejilla de analisis de orden en los números decimales

3.4 Observaciones generales en cuanto a la Identificación de los Constructos, Subconstructos, Tipo de discurso, Marcos constitutivos del Discurso y Registros de representación

3.4.1 Constructos

De acuerdo a los resultados arrojados por la rejilla de análisis de los textos Proyecto Sé 4 (2012) y Retos Matemáticas 4° (2011), los constructos identificados desde donde se desarrolla la entidad matemática, en este caso la noción de número fraccionario aparentemente son los constructos, Función cociente, Número Racional y Función compuesta, aunque la más utilizada en comparación con las demás es Función cociente.

Consideramos que la noción de número fraccionarios trabajado por los textos en su gran mayoría, es decir en relación a los 20 temas seleccionados, parte del constructo Función cociente, dado que la interpretación que se le da a la expresión $\frac{x}{y}$ es de un cociente con resultado entero, además de que el significado aplicacional[2] reflejado por los ejercicios y ejemplos planteados es de particiones.

Solo dos de los temas incluidos en los veinte seleccionados, más específicamente el tema correspondiente a *"la fracción como parte de una cantidad"* para el texto Proyecto Sé 4° (2012) *y "La fracción como parte de un número"* para el texto Retos Matemáticas 4° (2011), se ubicó en el constructo Función Compuesta, dicha ubicación corresponde u obedece al significado aplicacional del número fraccionario como operador.

---

[2] El significado aplicacional está determinado por todas aquellas relaciones que se puedan establecer desde el constructo matemático hacia situaciones del mundo real. Estas relaciones asignan tanto un sentido como una referencia a dicho constructo. Es decir que el significado aplicacional está determinado tanto por el sentido como por la referencia del constructo. (Velasco M. C., Mejía M. F., 2011)

Ocho de los veinte temas seleccionados se ubicaron en el constructo Número Racional, donde la expresión $\frac{x}{y}$ representa un cociente cuyo resultado no es un número entero, y su sentido aplicacional recae sobre particiones, recta numérica y medida fraccional.

3.4.2 Subconstructos

Cada constructo consta de un significado matemático[3] y de un significado aplicacional, al significado aplicacional lo llamaremos subconstructo o interpretación, los cuales aluden a las relaciones que se pueden presentar desde el sentido matemático y el mundo real.

El constructo Función cociente apunta a cuatro subconstructos, particiones, extracciones, acortamientos y cocientes cartesianos, de acuerdo a los resultados obtenidos de las rejillas, 10 de los 20 temas seleccionados corresponden al constructo función cociente y se ubican todos en el significado aplicacional de particiones, se puede considerar que la presentación del número fraccionario se ubica en este subconstructo, dado que los ejemplos, ejercicios como definiciones aluden a la interpretación partitiva de la división, aunque se da con mayor frecuencia para magnitudes continuas, con algunos ejemplos para magnitudes discretas, sin ningún tipo de distinción entre ellas, en este sentido en la expresión $\frac{x}{y}$, x representa la cantidad que ha de ser partida, y representa la cantidad de partes en que debe ser dividida x, y el cociente representa el tamaño de las particiones. Cabe aclarar que es usual en este subconstructo que la fracción se interprete como un cociente indicado donde hace referencia a una división que no ha sido efectuada.

En el constructo Número Racional se encuentran los subconstructos parte todo, medida fraccional, recta numérica y fracción decimal, de acuerdo con las observaciones en 8 de los 20 temas seleccionados la entidad matemática aunque se desarrolla alrededor del subconstructo parte – todo, sus enunciados, ejemplos y ejercicios se desarrollan por medio

[3] El significado matemático está dado por la teoría, axiomas y teoremas de la entidad matemática que él represente.(Velasco M. C., Mejía M. F., 2011)

de la recta numérica y fracción decimal. En ambos textos se observó que el significado matemático de la fracción cuando su cociente no es un número entero se apoya en el uso de la recta numérica para darle interpretación a la expresión $\frac{x}{y}$, mientras que en muy pocas ocasiones se usa en función dela longitud del segmento unidad. En cuanto al subconstructo fracción decimal, ambos textos usan la interpretación de la noción de número fraccionario en este subconstructo de manera muy trivial, de primera mano se presenta como un caso particular del subconstructo parte todo, donde la unidad se divide en 10, 100 o 1000, no se hace alusión a la fracción decimal como cociente indicado, más bien se interpreta como representaciones simbólicas de las fracciones donde el denominador es un múltiplo de 10.

En cuanto al constructo Función compuesta solo se observó un significado aplicacional, el de operador, donde su interpretación apunta al significado matemático de la composición de funciones donde tanto el numerador como el denominador aluden a una operación que debe ser efectuada, en este sentidos de los 20 temas observados a través de la rejilla solo uno *"la fracción como parte de un número"* alude a la interpretación de la noción de número fraccionario como operador cuya función es la de reducir o agrandar una cantidad dada.

3.4.3. Discursos

En el análisis de los dos textos escolares se encontró que el discurso empleado en la mayoría de los temas analizados es el expositivo, sin embargo en dos de los temas del texto Retos matemáticas se encuentra el discurso heurístico. En estos casos se presentan una serie de ejemplos que muestran cómo hacer determinados procedimientos como la ubicación de números en la recta numérica, la organización de los números decimales para establecer comparaciones, en estos temas se emplean definiciones dadas en temas anteriores y se centra en lo ejemplificatorio y la ejercitación.

3.4.4 Marcos constitutivos de los discursos

De los cinco marcos mencionados en el marco teórico, se presentan todo el tiempo los marcos definicional, ejemplificatorio, y ejercitación, los marcos de la generalización y las instancias no están presentes en los temas seleccionados, estos últimos hacen referencia a generalizaciones que se pueden encontrar comúnmente en libros matemáticos que emplean el método axiomático para presentar las nociones matemáticas, a diferencia de los textos escolares observados, los cuales hacen empleo del discurso expositivo y heurístico.

Las definiciones encontradas por lo general se encuentran al inicio de cada tema, o después de algún ejemplo introductorio, suelen ser enunciados sencillos de corta extensión. La ejemplificación siempre va seguida de las definiciones, en algunos casos involucran al lector a realizar procedimientos dando continuidad al marco dela ejercitación. Este tercer marco se presenta por lo general en contexto de la teoría abordada, por lo que no es común que se presenten problemas a resolver.

3.4.5 Registros de representación semiótica

Entre los registros de representación mayormente empleados en los libros de texto analizados se identifica al discursivo, mediante el empleo de la lengua natural en sus ejemplificaciones, el planteamiento de los ejercicios; el empleo de la lengua formal en los casos de la introducción de definiciones, mostrando terminologías matemáticas y su correspondiente significado, además del empleo de signos matemáticos que posteriormente se integran a las actividades de ejercitación.

También se observan registros no discursivos como el gráfico, el cual generalmente permite mostrar el fraccionario desde el subconstructo Parte-todo, permitiendo plantear ejemplos y ejercicios donde se identifique en los gráficos y se represente numéricamente los numeradores, denominadores. El registro gráfico en todos los casos está asociado a una representación numérica, fraccionaria o decimal.

En el registro simbólico, se identifica el empleo de la recta numérica con menor frecuencia que los anteriores registros, y procura que se "ubiquen" en la recta los puntos correspondientes a los números fraccionarios y decimales dados. En un caso particular uno de los textos propone el uso de elementos como frijol o fichas para representar determinadas fracciones.

Desde los registros identificados el lector puede realizar transformaciones entre diferentes representaciones semióticas, como tratamientos o conversiones. Los tratamientos se realizan generalmente dentro del registro numérico, en operaciones como amplificaciones y simplificaciones, las conversiones son vistas en momentos que se requiere representar numéricamente una representación gráfica o proveniente de un enunciado, también se establecen conversiones entre números decimales y números fraccionarios.

La rejilla construida en este capítulo recoge la información necesaria para identificar desde qué constructos se desarrolla la noción de número fraccionario y en qué tipo de discursos, marcos constitutivos de los discursos y registros de representación se apoyan los dos textos seleccionados, esta información es de suma importancia para la identificación de las situaciones que permiten una adecuación conceptual de la noción de número fraccionario a trabajar en el capítulo cuatro, a la luz de los aportes teóricos mencionados en el capítulo uno.

CUARTO CAPÍTULO

Análisis de rejillas y conclusiones finales

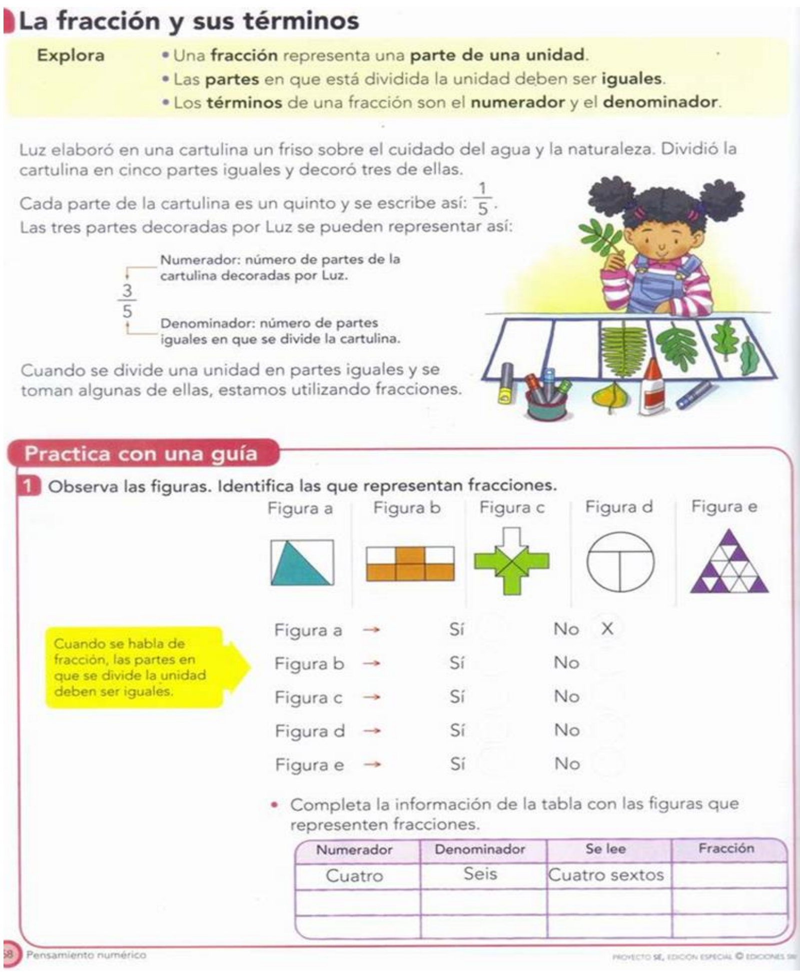
4. Cómo se aborda la noción de número de fraccionario en los textos Proyecto Sé 4 y Retos Matemáticas 4

En este apartado se analizarán las rejillas de observación elaboradas en el capítulo anterior correspondientes al texto Proyecto Sé 4° (2012) de la editorial M.S impulsado por el MEN y el texto Retos Matemáticas 4° (2011) de la editorial Norma, el análisis se centrará en identificar desde qué constructo matemático se desarrolla la noción de número fraccionario, bajo qué significados aplicacionales se desenvuelve la noción, por medio de qué tipo de discurso y marcos constitutivos de los discursos, los registros de representación que predominan y las actividades cognitivas que potencializan, finalizando con la proximidad y cumplimiento de los parámetros establecidos por el MEN (2006) través de los Estándares de Competencias en Matemáticas del grado 4°.

Cabe mencionar que dada una observación preliminar de las rejillas concernientes a la unidades números fraccionarios y números decimales en ambos textos, los resultados son muy similares con algunas variaciones, es por tanto que a fin de no ser iterativos se realizará el análisis a algunas de las rejillas específicamente a aquellas que tiene algún tipo de variante significativa.

4.1 Estructura general de la presentación de la noción de número fraccionario en los textos Proyecto Sé y Retos Matemáticas

Los textos Proyecto Sé 4° (2012) y Retos Matemáticas 4° (2011) en su unidad números fraccionarios, como se mencionó en capítulos anteriores, manejan una estructura muy similar a los textos escolares actuales, su discurso se centra en el tipo expositivo y se desarrolla a través de los marcos definicional, ejemplificatorio y de ejercitación, cada uno de los subtemas correspondientes a la unidad se presentan de la misma manera a lo largo del desarrollo del discurso del texto sin ninguna variante, iniciando con una definición muy poco generalizada, más bien particular a los ejemplos a trabajar en el desarrollo del tema, continuando con un ejemplo ligado totalmente a las definiciones planteadas y culminando con ejercicios muy similares a los ejemplos, de esta manera se desarrollan todos los temas concernientes a la unidad de números fraccionarios en un espacio de dos páginas por subtema.



La fracción y sus términos

Explora
- Una **fracción** representa una **parte de una unidad**.
- Las **partes** en que está dividida la unidad deben ser **iguales**.
- Los **términos** de una fracción son el **numerador** y el **denominador**.

Luz elaboró en una cartulina un friso sobre el cuidado del agua y la naturaleza. Dividió la cartulina en cinco partes iguales y decoró tres de ellas.

Cada parte de la cartulina es un quinto y se escribe así: $\frac{1}{5}$.
Las tres partes decoradas por Luz se pueden representar así:

$\frac{3}{5}$ Numerador: número de partes de la cartulina decoradas por Luz.
Denominador: número de partes iguales en que se divide la cartulina.

Cuando se divide una unidad en partes iguales y se toman algunas de ellas, estamos utilizando fracciones.

Practica con una guía

1 Observa las figuras. Identifica las que representan fracciones.

Figura a · Figura b · Figura c · Figura d · Figura e

Cuando se habla de fracción, las partes en que se divide la unidad deben ser iguales.

Figura a → Sí No X
Figura b → Sí No
Figura c → Sí No
Figura d → Sí No
Figura e → Sí No

- Completa la información de la tabla con las figuras que representen fracciones.

Numerador	Denominador	Se lee	Fracción
Cuatro	Seis	Cuatro sextos	

58 Pensamiento numérico

Las definiciones usadas presentan la noción no como una cantidad sino como dos cantidades.

Los ejemplos están totalmente ligados a las definiciones, de manera inicial condiciona los alcances que puede llegar a tender la definición del objeto matemático. Además que solo muestra un ejemplo.

Los ejercicios propuestos están totalmente ligados al ejemplo y se presentan de manera muy mecánica, no tienen un potencial de razonamiento matemático.

La noción de número fraccionario se presenta en función de la forma y no de la magnitud.

Figura 13 Estructura general de la presentación de la noción de número fraccionario en el texto Proyecto Sé

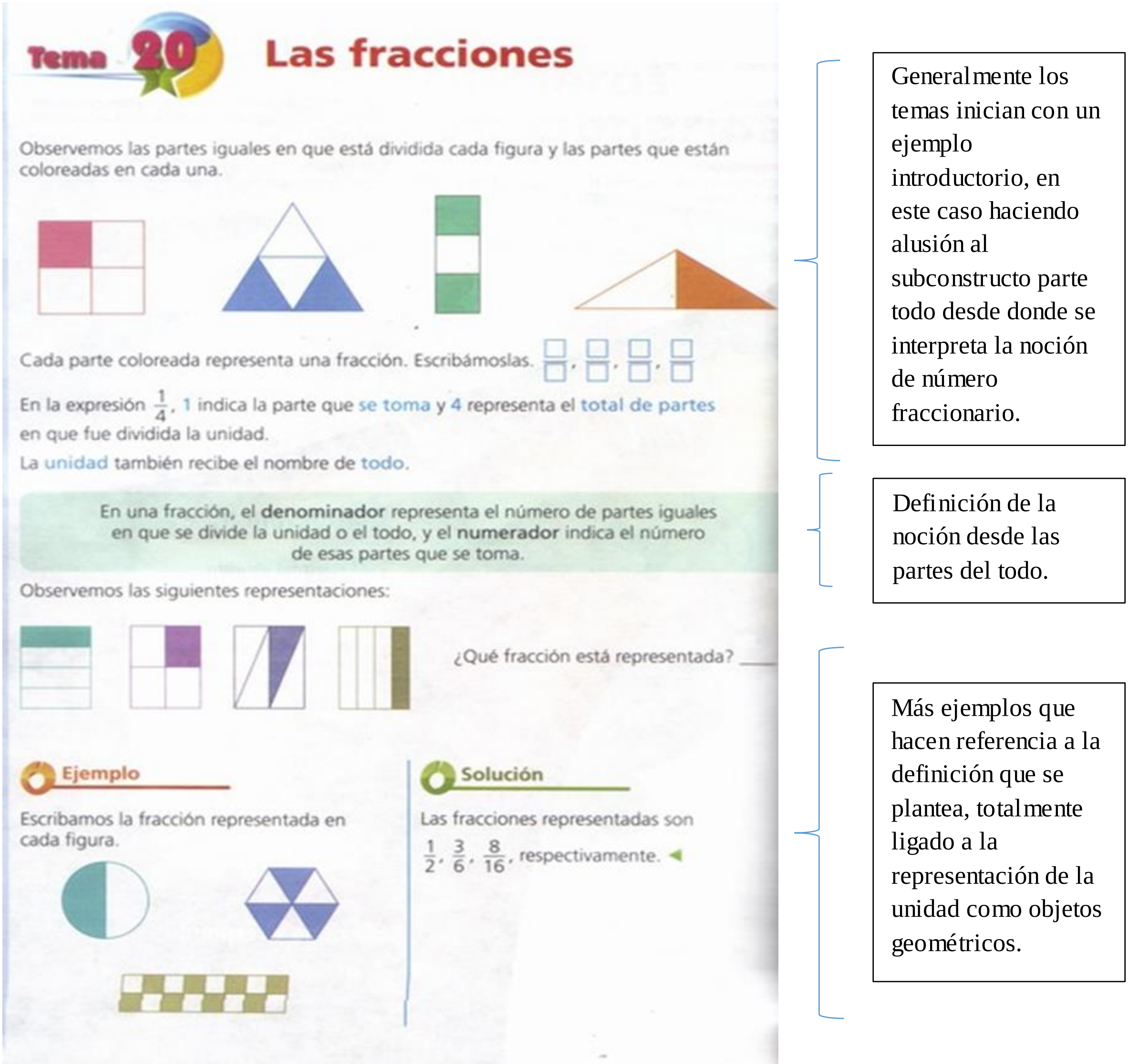


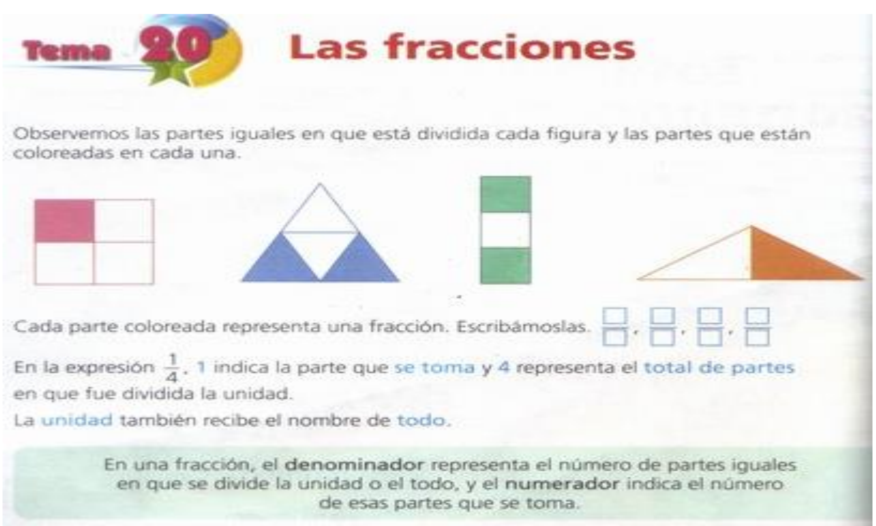
Figura 14 Estructura general de la presentación de la noción de número fraccionario en el texto Retos Matemáticas 4

4.1.2 Constructos y subconstructos desde donde se aborda la noción de número fraccionario en los textos Proyecto Sé y Retos Matemáticas

De acuerdo a los resultados obtenidos por medio de las rejillas de observación en ambos textos, existen algunas definiciones, ejemplos y ejercicios que pareciera aluden de acuerdo a los enunciados a diferentes constructos, sin embargo haciendo un análisis más profundo, se reconoce que aunque los enunciados parecieran estar considerados en otros significados matemáticos, la verdad es que todo el desarrollo de la noción de número fraccionario a través del recorrido de ambos textos se presenta solo en un constructo y un subconstructo, a lo largo de este apartado haremos referencia a esta observación de manera más amplia.

4.1.2.1 Constructo función cociente y subconstructo parte todo

Mediante las rejillas de análisis se observó que la noción de número fraccionario se aborda desde el constructo función cociente donde la expresión $\frac{x}{y}$ se interpreta como un cociente con resultado entero y los significados aplicacionales son parte todo y recta numérica, bajo esta mirada, las rejillas recogen definiciones, ejemplos y ejercicios que aluden a interpretar la noción de fracción no como una nueva cantidad, sino bajo el tratamiento que se le puede dar a un número natural, la atención no se centra en la relación cuantitativa de las cantidades de magnitud entre la parte y el todo, sino que se centra en el numerador y el denominador de manera individual, cada uno, partiendo de su definición se interpreta como dos números naturales separados por un vínculo y su relación está estrictamente ligado a la representación gráfica (Unidad – particiones) .



De esta manera se introduce la noción de número fraccionario, como se puede ver en la definición y otras registradas a través de las rejillas se presenta desde la idea de partición y conteo.

Figura 15Noción de número fraccionario desde parte todo texto Retos Matemáticas

Tabla 25 Identificación de constructo y subconstructos desde donde se aborda la noción de número fraccionario en el texto Proyecto Sé 4

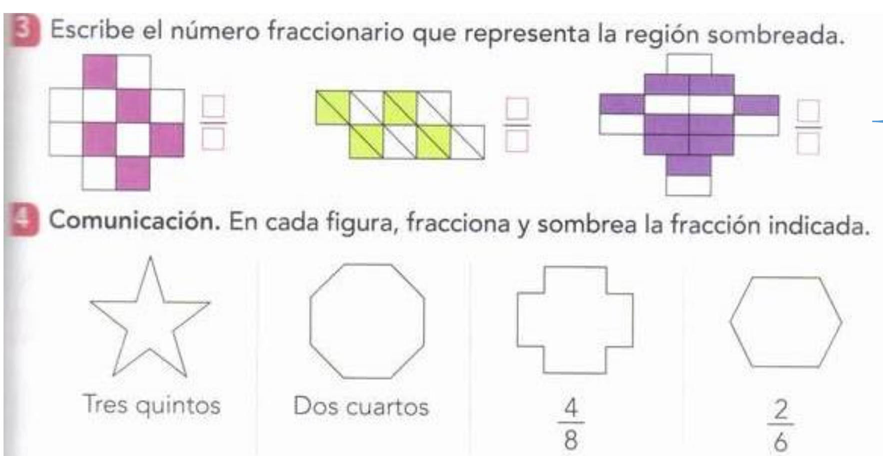
Marcos / Cons...	Definicional	Ejemplificatorio	Ejercitación
Func... Coci...	...acción ...nta una ...una ... ...rtes en que ...idida la ...deben ser ... ...rminos de ...cción son ...rador y el ...nador. ...rador: ...l número ...s que se ...le una ... Denominador: Indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.	Luz elaboró en una cartulina un friso sobre el cuidado del agua y la naturaleza. Dividió la cartulina en cinco partes iguales y decoró tres de ellas. Cada parte de la cartulina es un quinto y se escribe así $\frac{1}{5}$	*Observa las figuras. Identifica las que representan fracciones. pp 58. N°1 *Escribe el número fraccionario que representa la región sombreada. pp 59 N°3 *En cada figura, fracciona y sombrea la región sombreada. pp. 59 N° 4. *Una piza se dividió en ocho partes iguales. Enrique tomó tres pedazos y Ximena dos. Expresa en fracción la cantidad que tomó cada niña. ¿Cuántas fracciones quedaron? pp. 59 N° 5.

Todos los ejercicios que pertenecen al constructo función cociente se trata de expresiones faccionarias como cocientes indicados que aluden a particiones, los subconstructos extraciones acortamientos y cocientes cartesianos no se visualizan en el desarrollo de la noción.

Se observó también que al presentar la noción de número fraccionario bajo la interpretación parte todo no se hace un reconocimiento de la caratcteristica propia de la magnitud al poder ser divididida en partes continuas , mas bien la atención se concentra en la forma de las unidades bajo la operación de conteo, ninguna de las actividades propuestas hace alusión a la actividad de medir, además de que se intuye que el lector reconozca y razone frente a las cantidades discretas y continuas ya que el tratamiento que se propone para ambas pareciera que debería ser el mismo. Lo anterior se observa a través de algunos ejercicios propuestos por los textos y que se presentan a continuación.

Figura 16 Tratamiento para cantidades discretas en el texto Proyecto Sé 4

Figura 17 Tratamiento para cantidades discretas texto Retos Matemáticas 4

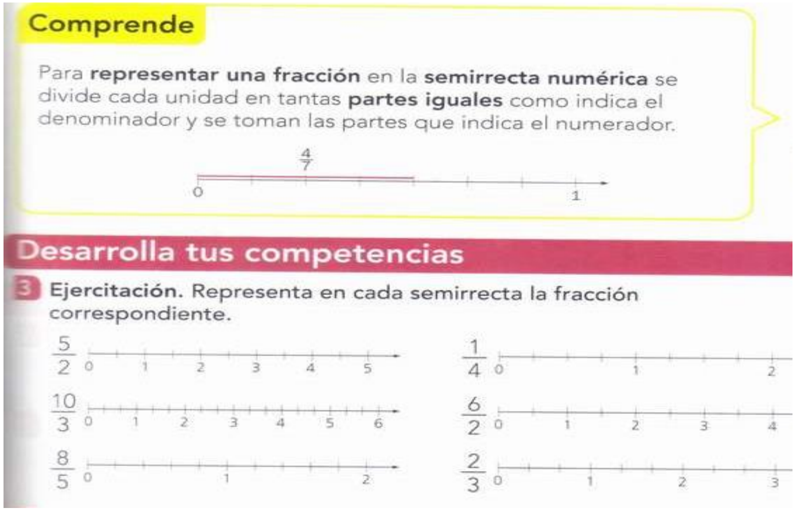


Obsérvese que en ejercicios como el 3ro dado que se hace una interpretación centrada en la forma y no en la magnitud, se podría concluir de manera errónea que $\frac{1}{12} = \frac{2}{8}$.

Figura 18 Interpretación parte todo desde la representación gráfica texto Proyecto Sé 4

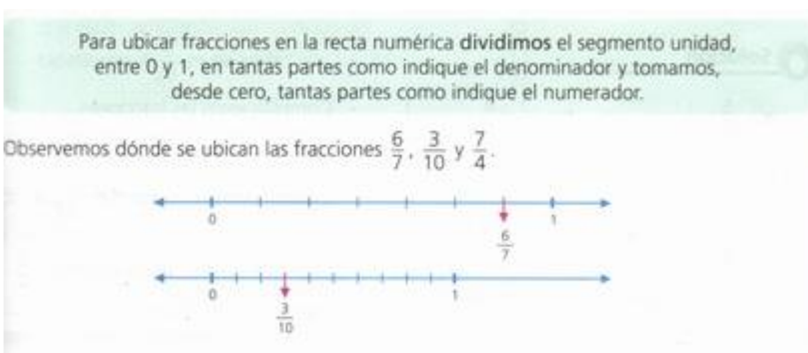
El ejercicio anterior, como todos los propuestos, apunta a que la expresión $\frac{x}{y}$ sea entendida en función de la partición y el conteo y no en función de una cantidad como tal, esto se debe a que la noción no se conceptualiza en función de la medida, como se debe pensar la fracción de acuerdo al trabajo de Obando, G. (2003, pp. 18) "Pensar la fracción como relación parte–todo implica, fundamentalmente, la realización de procesos de medición para establecer la cuantificación de la parte y del todo y, por consiguiente, la relación cuantitativa entre ambos".

En cuanto a la recta numérica, la noción de número fraccionario se puede interpretar como puntos o como segmentos, entiéndase ambos términos según Velazco, M, Mejía, M, (2011, pp. 113) como la relación cuantitativa entre la distancia de la expresión fraccionaria al cero, con respecto a la distancia del punto unidad hasta el cero, o la longitud del segmento con respecto a la longitud del segmento unidad, respectivamente. Para los textos Proyecto Sé 4 y Retos Matemáticas 4 la noción de número fraccionario no se aborda desde el subconstructo recta numérica, sin embargo se hace uso de ella como una representación simbólica de la noción desde parte todo, en ésta los números fraccionarios son interpretados como puntos, su interpretación no se da como una asociación entre segmentos de la recta y su medida representada como números fraccionarios, sino como un ejemplo particular en el que se hace referencia al denominador como subdivisiones de la unidad (distancia del cero al uno) y el numerador como las partes que se toman al contar, como se muestra en las ilustraciones siguientes.



El significado aplicacional de la recta numérica pude verse como una particularización de parte todo, de esta manera se pierde el potencial de la recta numérica en términos de magnitud.

Figura 19 Noción de número fraccionario a través del subconstructo recta numérica texto Proyecto Sé 4



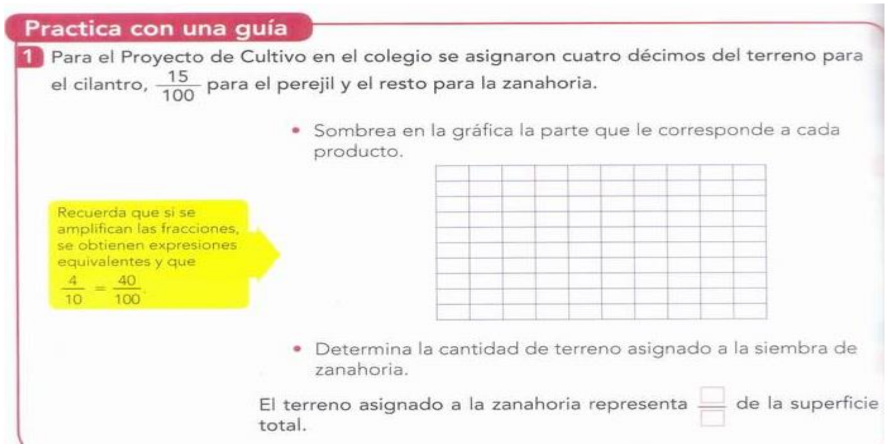
Bajo la misma idea de partición se presenta la recta numérica como representación simbólica de números fraccionarios.

Figura 20 Interpretación de la recta numérica desde parte todo texto Retos Matemáticas 4

Interpretar la noción de número fraccionario desde el subconstructo de la recta numérica facilita la comparación de números fraccionarios, equivalencias, así como las operaciones de suma y resta entre fracciones, sin embargo en los textos observados como se dijo anteriormente solo se usa para representar los números fraccionarios como puntos, lo cual puede generar algunas dificultades que se hacen evidentes en los grados superiores en cuanto a la comprensión y visualización de las propiedades de incompletitud y densidad de los números racionales.

Aunque el desarrollo de la noción de número fraccionario se construye desde parte todo, mediante el análisis que se puede efectuar sobre las rejillas 3.1.7, 3.1.8, 3.1.9 y 3.1.10 para el texto Proyecto Sé 4° (2012) y 3.2.3 para el texto Retos Matemáticas 4° (2011) se logran evidenciar de acuerdo a algunos enunciados ejemplos y ejercicios, la existencia o el uso de otros constructos como es el caso del constructo número racional, donde se interpreta la representación de número fraccionario $\frac{x}{y}$ como un cociente cuyo resultado no es un número entero, la interpretación que se da en este constructo del número fraccionario es de medida y no de partición según Ohlsson (1988), sin embargo en los textos analizados, aun cuando se trabaja con expresiones que corresponden al subconstructo fracción decimal, su interpretación se da sobre particiones y no sobre medida.

Interpretar las fracciones decimales proporcionan según Dhombres (1978 pp. 126) citado por Bernardo. A (1999) una forma de aproximación indefinida de los irracionales y su notación decimal permite considerarlos como números con una parte entera, ahora bien, partir siempre de la unidad como un todo, favorece a la interpretación del número fraccionario como una cantidad menor que la unidad, considerarla solo de este modo podría obstaculizar la interpretación de números fraccionario mayores que la unidad y de este modo también la interpretación de la notación decimal con parte entera, en ejercicios como el que se presenta a continuación la fracción decimal se interpreta desde parte todo nuevamente como cantidades menores que la unidad.



Practica con una guía

1 Para el Proyecto de Cultivo en el colegio se asignaron cuatro décimos del terreno para el cilantro, $\frac{15}{100}$ para el perejil y el resto para la zanahoria.

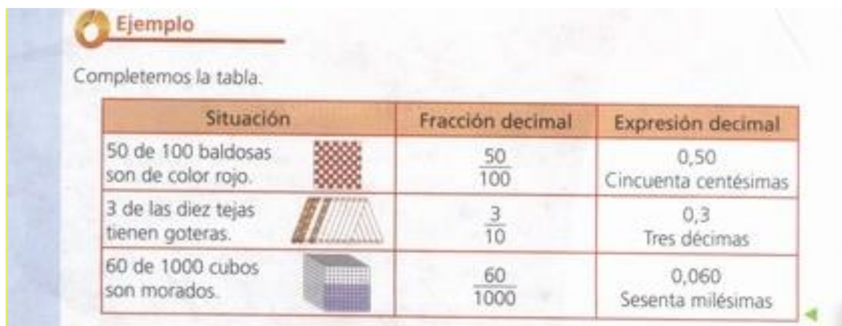
- Sombrea en la gráfica la parte que le corresponde a cada producto.

Recuerda que si se amplifican las fracciones, se obtienen expresiones equivalentes y que $\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$.

- Determina la cantidad de terreno asignado a la siembra de zanahoria.

El terreno asignado a la zanahoria representa $\frac{\square}{\square}$ de la superficie total.

Figura 21 Interpretación de la noción de fraccionario como decimal en el texto Proyecto Sé 4



Ejemplo

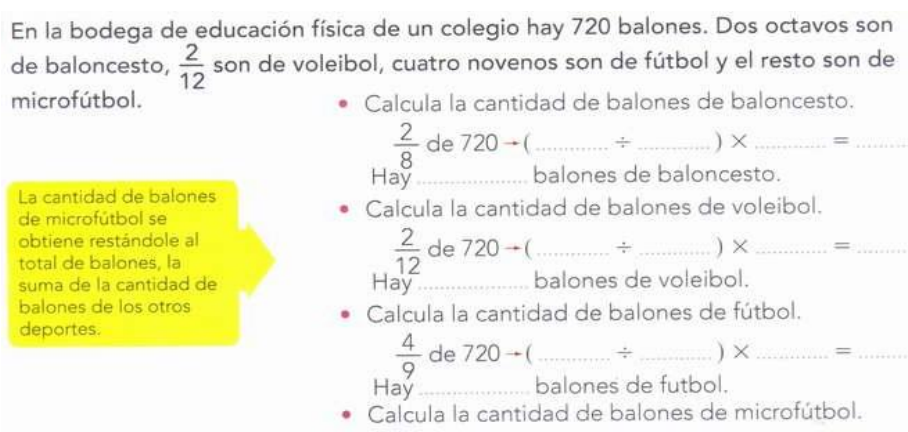
Completemos la tabla.

Situación	Fracción decimal	Expresión decimal
50 de 100 baldosas son de color rojo.	$\frac{50}{100}$	0,50 Cincuenta centésimas
3 de las diez tejas tienen goteras.	$\frac{3}{10}$	0,3 Tres décimas
60 de 1000 cubos son morados.	$\frac{60}{1000}$	0,060 Sesenta milésimas

Figura 22Interpretación de la fracción decimal desde parte todo en el texto Retos Matemáticas 4

Se debe aclarar que no es erróneo introducir la fracción decimal desde la interpretación parte todo, es decir de una unidad que se encuentra dividida en 10, 100 o 1000, pero dejarlo sólo en esta interpretación sería muy trivial, tampoco se trata de desarrollar el concepto de número decimal desde los procesos de transformación de la representación fraccionaria a la decimal, sino de todo un desarrollo de los procesos y reglas que rigen el sistema de notación decimal dotándolo de sentido, a través de los contextos propios para el desarrollo de la noción de fraccionario como número decimal.

En la rejilla 3.1.6 para el texto Proyecto Sé, se puede observar por medio de los enunciados ejemplos y ejercicios la identificación del constructo función compuesta, este constructo tiene como significado aplicacional el de una operación que debe ser realizada, la expresión $\frac{x}{y}$ opera sobre una cantidad dada haciendo que ésta aumente o disminuya. Olhsson (1988) citado por Velazco M. & Mejía M, (2011 pp. 101) plantea este significado aplicacional restringido a las variaciones con respecto al tiempo, aunque debe ser extendido al caso más general de las razones de cambio de una cantidad respecto a otra cualquiera. El poder del significado aplicacional para este constructo radica en la escogencia de problemas cotidianos con algún tipo de sentido, por ejemplo, para un transportador que usa un vehículo de carga a gasolina, puede interesarle más cuanta gasolina gasta por cada kilómetro recorrido, que cuanta gasolina gasta por hora de viaje, es decir las cantidades aunque no son de la misma naturaleza pueden relacionarse fácilmente (gasolina – kilómetros), en los textos Proyecto Sé 4° (2012) y Retos Matemáticas 4° (2011) este significado aplicacional se da a través de parte todo y las situaciones que se plantean no se establecen entre cantidades de fácil relación, ni de uso cotidiano, según se observa en los ejemplos a continuación, no es común que la profesora de educación física pida a un estudiante traer del aula de deporte las tres cuartas partes de los balones, situaciones como estas pueden dificultar el acercamiento de la noción de fracción desde razones y proporciones.

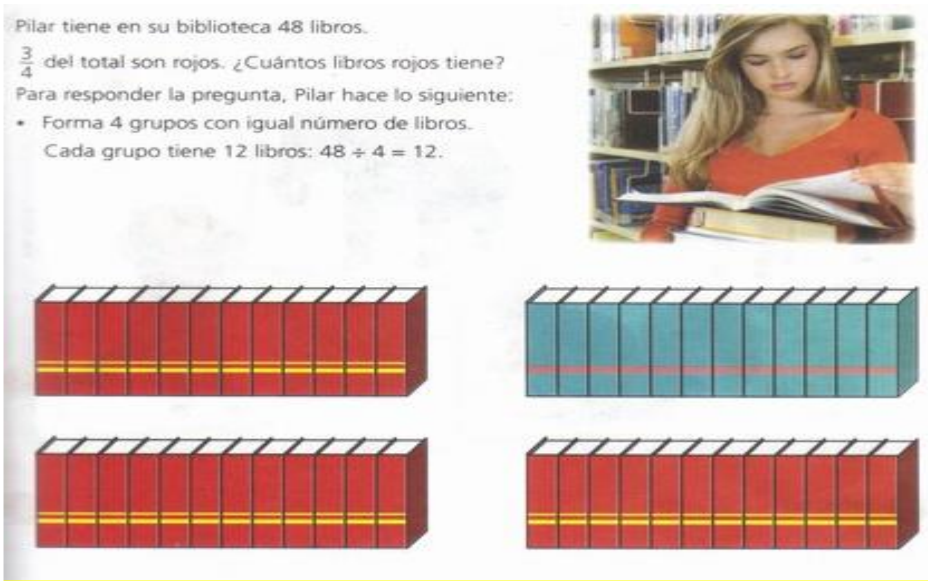

En la bodega de educación física de un colegio hay 720 balones. Dos octavos son de baloncesto, $\frac{2}{12}$ son de voleibol, cuatro novenos son de fútbol y el resto son de microfútbol.

La cantidad de balones de microfútbol se obtiene restándole al total de balones, la suma de la cantidad de balones de los otros deportes.

- Calcula la cantidad de balones de baloncesto.
  $\frac{2}{8}$ de 720 → (.......... ÷ ....) × .... = ...
  Hay .... balones de baloncesto.
- Calcula la cantidad de balones de voleibol.
  $\frac{2}{12}$ de 720 → (.......... ÷ ....) × .... = ...
  Hay .... balones de voleibol.
- Calcula la cantidad de balones de fútbol.
  $\frac{4}{9}$ de 720 → (.......... ÷ ....) × .... = ...
  Hay .... balones de futbol.
- Calcula la cantidad de balones de microfútbol.

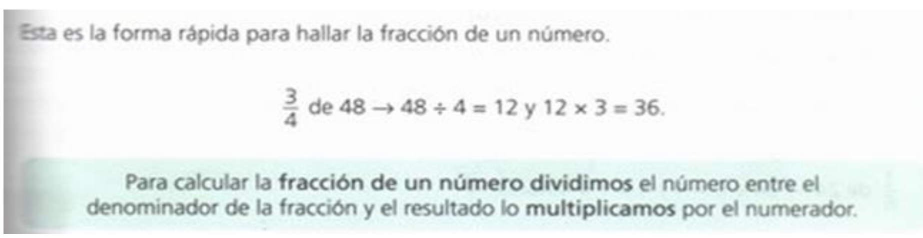
Ejercicios de este tipo no se muestran potentes ya que es muy poco común el uso cotidiano de la fracción como operador para este tipo de situaciones

Figura 23 La noción de número fraccionario como operador en el texto Proyecto Sé 4



El ejemplo que se presenta se da sobre cantidades discretas sin ninguna reflexión frente a la interpretación del número fraccionario sobre este tipo de cantidades.

Figura 24 La noción de fracción como operador desde parte todo en el texto Retos Matemáticas 4



Esta es la forma rápida para hallar la fracción de un número.

$\frac{3}{4}$ de $48 \rightarrow 48 \div 4 = 12$ y $12 \times 3 = 36$.

Para calcular la **fracción de un número dividimos** el número entre el denominador de la fracción y el resultado lo **multiplicamos** por el numerador.

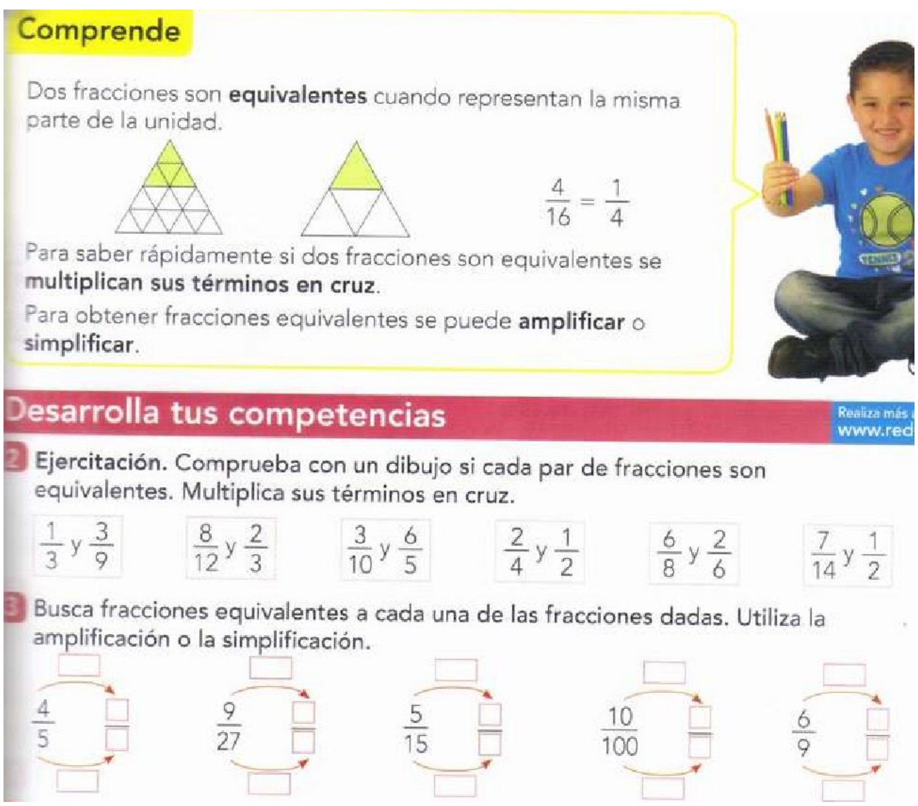
El acercamiento de la interpretación del número fraccionario como operador es totalmente

Figura 25 Algoritmo fracción decimal texto Retos Matemáticas 4

En términos generales la noción de fraccionario se introduce desde el subconstructo parte todo, aunque se desarrolla en función de la forma, es decir sobre la propiedades físicas de los objetos y no desde la magnitud, lo anterior puede generar dificultad en la comprensión del objeto matemático ya que no se reconoce como una cantidad sino como dos cantidades que hacen alusión a unidades estrictamente representadas por gráficos, dichos gráficos no especifican las magnitudes sobre la cual se busca trabajar, al no existir claridad conceptual se mecanizan las propiedades y reglas del objeto matemático.

4.2 Tipo de discurso, marcos y registros de representación desde donde se aborda la noción de número fraccionario en el texto Proyecto Sé y Retos Matemáticas

Como se mencionó anteriormente, el tipo de discurso empleado en el desarrollo de la mayoría de los temas correspondientes a la presentación del número fraccionario es el expositivo. Al tratarse de este discurso la estructura de los temas es semejante: inmediatamente después de presentarse la noción se presentan los ejemplos y los ejercicios correspondientes al tema iniciado. La introducción de las definiciones se realiza mediante el registro de la lengua natural, no se evidencia uso de expresiones matemáticas formales que induzcan al marco de las generalizaciones (formulación de teoremas, corolarios) Veamos el caso de la presentación de las fracciones equivalentes:



Comprende

Dos fracciones son **equivalentes** cuando representan la misma parte de la unidad.

$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

Para saber rápidamente si dos fracciones son equivalentes se **multiplican sus términos en cruz**.

Para obtener fracciones equivalentes se puede **amplificar** o **simplificar**.

Desarrolla tus competencias

2 **Ejercitación.** Comprueba con un dibujo si cada par de fracciones son equivalentes. Multiplica sus términos en cruz.

$\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{9}$ $\quad$ $\frac{8}{12}$ y $\frac{2}{3}$ $\quad$ $\frac{3}{10}$ y $\frac{6}{5}$ $\quad$ $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{6}{8}$ y $\frac{2}{6}$ $\quad$ $\frac{7}{14}$ y $\frac{1}{2}$

3 Busca fracciones equivalentes a cada una de las fracciones dadas. Utiliza la amplificación o la simplificación.

$\frac{4}{5}$ $\quad$ $\frac{9}{27}$ $\quad$ $\frac{5}{15}$ $\quad$ $\frac{10}{100}$ $\quad$ $\frac{6}{9}$

Figura 26 Presentación de las fracciones equivalentes bajo el discurso expositivo

Haciendo un recorrido en los temas de las unidades fraccionarias y decimal, se reconoce que la mayoría de los ejemplos, al igual que los ejercicios son dados seguidamente de la presentación de una definición, la condición para que estos sean desarrollados es que se emplee lo recién presentado en la definición y ejemplos, es por esta razón que no se puede referir a ellos como problemas.

Generalmente en los ejercicios y ejemplos, no solo se emplea la lengua natural, el registro grafico es empleado con mucha frecuencia. Este registro desempeña un papel importante en la presentacion de la nocion del fraccionario, haciendo las veces de soporte intuitivo en ambos textos favoreciendo la interpretacion parte-todo bajo el constructo función cociente, es muy frecuente encontrar figuras particionadas desde las que se proponen actividades donde se destaca la operación de conteo, por ejemlplo:

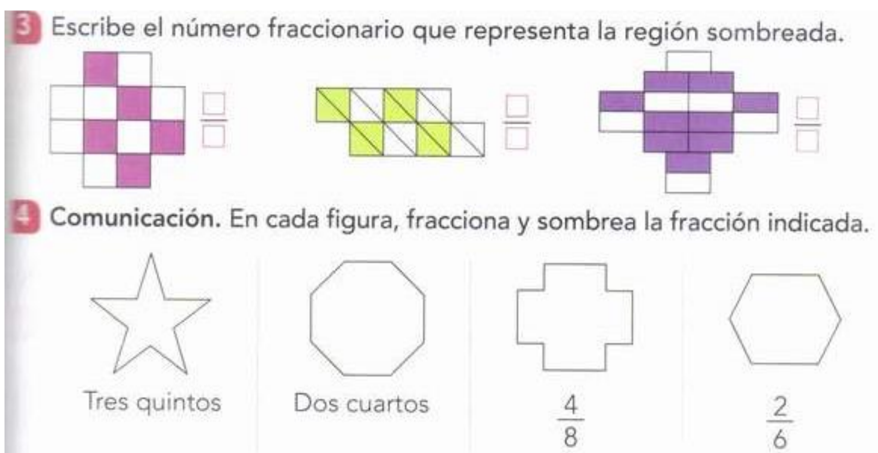
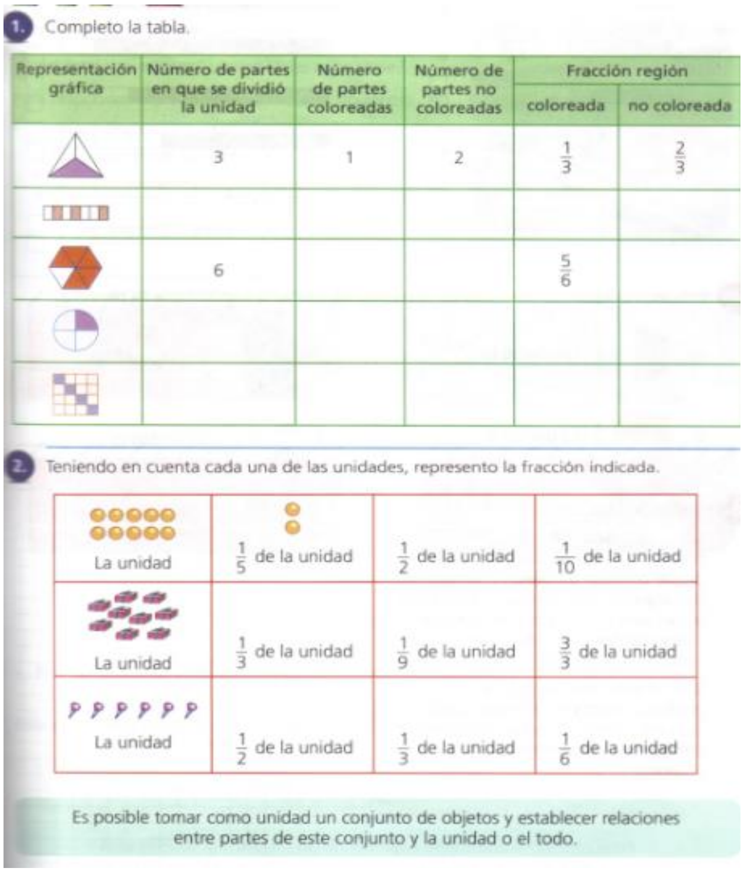


Figura 27 Figuras particionadas con actividades de conteo

Al promover en gran parte de los ejercicios, la operación de conteo, algunas actividades cognitivas como la conversion se pueden tornar bastante complejas. En la siguiente figura, se espera que el lector interprete los graficos y el enunciado que los acompaña, procurando la conversion de lo representado hacia el registro numerico, ya sea con la insercion de figuras geometricas y sus particiones (magnitudes continuas) o con imágenes que hacen referencia a las magnitudes discretas:



1. Completo la tabla.

Representación gráfica	Número de partes en que se dividió la unidad	Número de partes coloreadas	Número de partes no coloreadas	Fracción región coloreada	Fracción región no coloreada
	3	1	2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
	6			$\frac{5}{6}$	

2. Teniendo en cuenta cada una de las unidades, represento la fracción indicada.

La unidad	$\frac{1}{5}$ de la unidad	$\frac{1}{2}$ de la unidad	$\frac{1}{10}$ de la unidad
La unidad	$\frac{1}{3}$ de la unidad	$\frac{1}{9}$ de la unidad	$\frac{3}{3}$ de la unidad
La unidad	$\frac{1}{2}$ de la unidad	$\frac{1}{3}$ de la unidad	$\frac{1}{6}$ de la unidad

Es posible tomar como unidad un conjunto de objetos y establecer relaciones entre partes de este conjunto y la unidad o el todo.

Los ejercicios propuestos involucran particiones con magnitudes continuas y discretas, donde se espera que los estudiantes establezcan la asociación entre la representación gráfica y numérica, promoviendo procesos de identificación a partir de ejemplos que no abarcan en su totalidad la complejidad de este proceso de conversión en ambos tipos de magnitudes

Figura 28 Interpretación fraccionaria con magnitudes continuas y discretas

El texto espera que se realice el mismo proceso de identificación de la fracción para ambos tipos de magnitudes, aunque la coordinación entre los tratamientos numéricos y figurales en magnitudes continuas y discretas no debiera ser el mismo. Al igual que este ejemplo, en varios ejercicios presentados en ambos textos escolares se emplean ambos tipos de magnitudes para promover las mismas transformaciones entre registros.

El registro figural permite en algunos ejemplos la comprensión de la unidad fraccionaria a través de la comparación, determinación de equivalencias permitiendo tener noción del significado de homogeneidad y heterogeneidad basándose en la información proporcionada gráficamente, lo que facilita la articulación con el registro numérico fraccionario, teniendo como sistema de referencia el conteo, tal como se muestra a continuación:

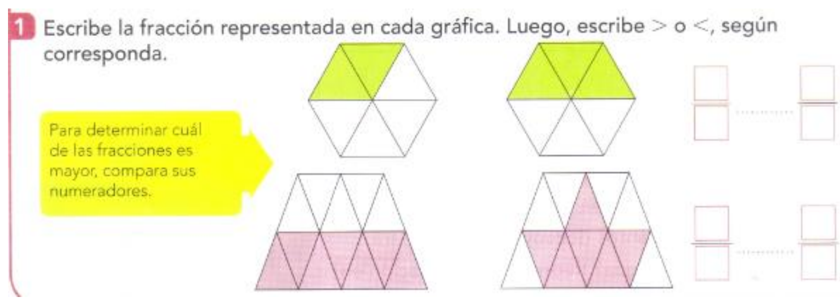
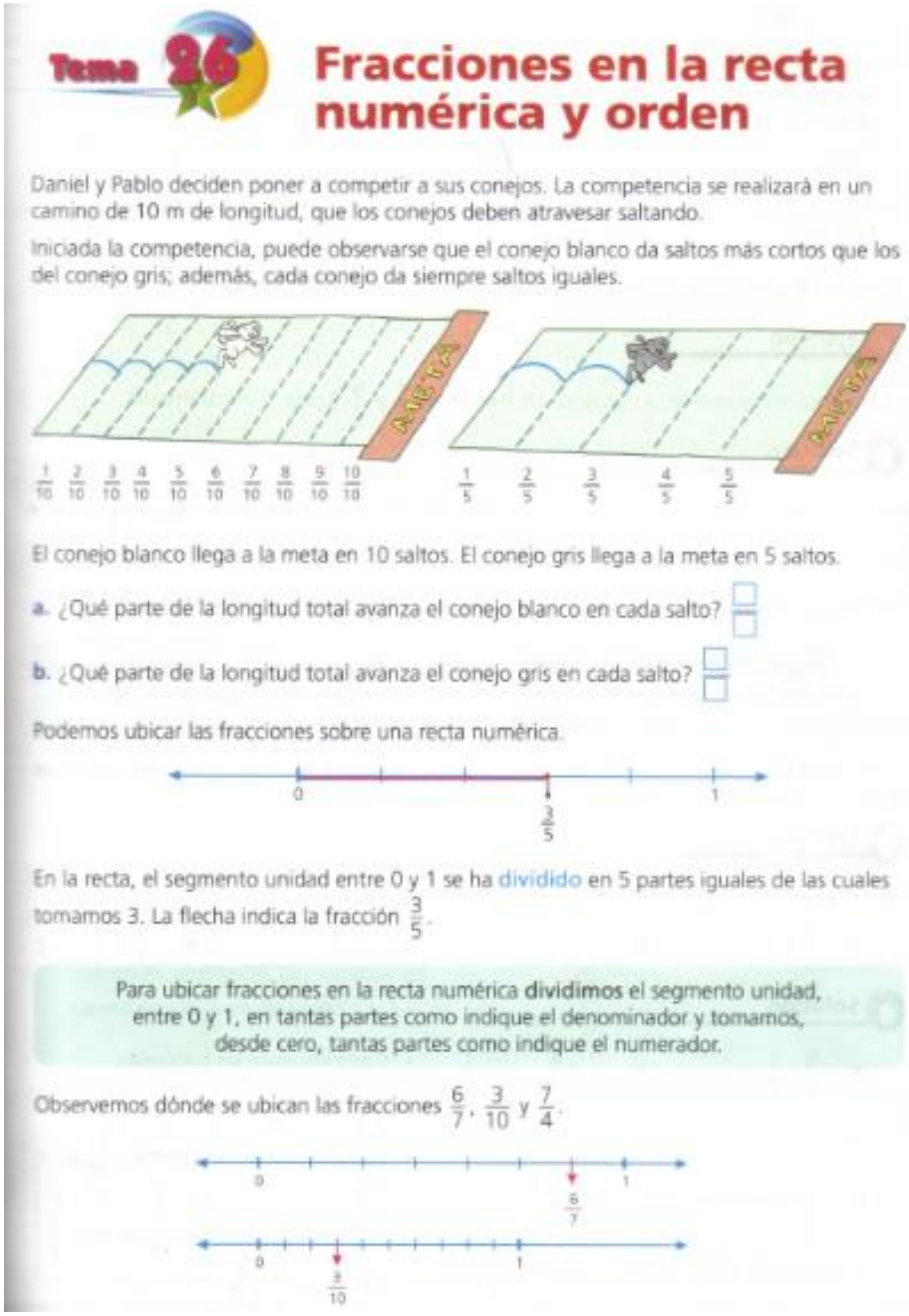


Figura 29 Comparación de representaciones graficas de números fraccionarios bajo la interpretación parte-todo

Se encontró que los temas referentes al número fraccionario y su representación en la recta numérica hacen empleo del registro figural y simbólico que pueden ser un soporte intuitivo para trabajar la operación de medición, así el número fraccionario no solo se estaría presentando como solo un punto en la recta numérica sino que se podría dar inicio a una concepción de completitud y densidad en los números racionales como se puede ver en la siguiente figura.


Tema 26 Fracciones en la recta numérica y orden

Daniel y Pablo deciden poner a competir a sus conejos. La competencia se realizará en un camino de 10 m de longitud, que los conejos deben atravesar saltando.

Iniciada la competencia, puede observarse que el conejo blanco da saltos más cortos que los del conejo gris; además, cada conejo da siempre saltos iguales.

El conejo blanco llega a la meta en 10 saltos. El conejo gris llega a la meta en 5 saltos.

a. ¿Qué parte de la longitud total avanza el conejo blanco en cada salto?

b. ¿Qué parte de la longitud total avanza el conejo gris en cada salto?

Podemos ubicar las fracciones sobre una recta numérica.

En la recta, el segmento unidad entre 0 y 1 se ha dividido en 5 partes iguales de las cuales tomamos 3. La flecha indica la fracción $\frac{3}{5}$.

Para ubicar fracciones en la recta numérica **dividimos** el segmento unidad, entre 0 y 1, en tantas partes como indique el denominador y tomamos, desde cero, tantas partes como indique el numerador.

Observemos dónde se ubican las fracciones $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{10}$ y $\frac{7}{4}$.

Figura 30 Fracciones en la recta numérica y orden. Libro Retos Matemáticas 4

Sin embargo no es bien aprovechado este recurso ya que en el planteamiento de ejercicios dentro del mismo tema y en el resto de los temas desarrollados en ambos textos no se recurre a la medición sino al conteo. Veamos algunos ejemplos donde la recta numérica es empleada con la finalidad de ubicar los números fraccionarios. En ellos se habla de “segmentos unidad” que comprenden los intervalos de 0 a 1, de 1 a 2, etc., los cuales son subdivididos para tomar la cantidad de partes que indica el numerador.

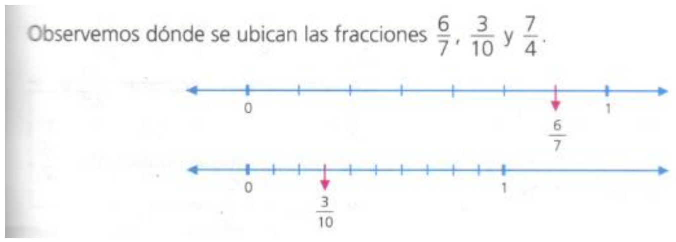
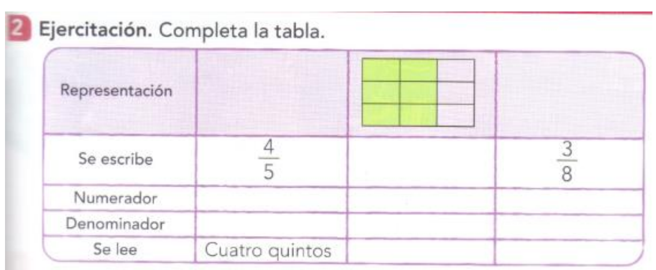


Figura 31 Representación de números fraccionarios en los Segmentos Unidad de la recta numérica

Cada vez que se hace presente el empleo de figuras, siempre estas van complementadas con un texto aclaratorio o introductorio, lo que permite que un mismo grafico sea empleado en diferentes ejemplos con intencionalidades distintas, representando situaciones matemáticas diferentes y privilegiando a diversos tipos de operaciones cognitivas y razonamientos.



2 Ejercitación. Completa la tabla.

Representación			
Se escribe	$\frac{4}{5}$		$\frac{3}{8}$
Numerador			
Denominador			
Se lee	Cuatro quintos		

Figura 32 Expresión de la fracción en varias representaciones semióticas

Es frecuente encontrar ejemplos y ejercicios como el anterior en los que se moviliza simultáneamente tres registros de representación (numérico, lengua natural, gráfico), con el objetivo de permitir la comprensión de que se está refiriendo a un mismo objeto matemático en distintas representaciones semióticas.

4.3 Análisis curricular de los textos Proyecto Sé y Retos Matemáticas a la luz de los Estándares de Competencias en Matemáticas

El MEN (2006 pp. 59), plantea que la noción de fracción debe ser construida desde el proceso mismo de medir, así también se debe mostrar como una extensión del concepto de número. El paso del número natural al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes, sin embargo en el texto Proyecto Sé 4, la noción de número fraccionario se da en función de contar, entiéndase medir según los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (pp. 57, 1998), como describir la cantidad de unidades de alguna magnitud continua como (longitud, superficie, volumen, capacidad, peso, etc.), que dividida en múltiplos de la unidad correspondiente permite contestar a la pregunta ¿Cuántas unidades hay?, es en este sentido que se observa que la noción de número fraccionario trabajada en el texto Proyecto Sé 4, no se da en términos de medición, una forma de corroborarlo es mediante los enunciados del texto como: "*escribe el fraccionario", "ubica en la recta numérica", "que parte representa", "colorea las partes"*, entre otros más que aluden a la idea de partición y conteo, el texto Retos Matemáticas 4 presenta también bajo la función del conteo al número fraccionario y las transformaciones que se pueden realizar sobre él. Sin embargo en uno de los temas se mencionan los "segmentos unidad" en la recta numérica que al ser representados gráficamente podrían constituirse como un elemento útil que permitiría acercarse al proceso de medición, pero que no es bien empleado para este fin.

La medida de acuerdo a los lineamientos curriculares (MEN, pp. 17, 1998) se refiere al ejercicio de comprender los atributos medibles (longitud, área, capacidad, peso, etc.) y su carácter de invarianza, dar significado al patrón y a la unidad de medida, y a los procesos mismos de medición; desarrollar el sentido de la medida (que involucra la estimación) y las destrezas para medir, involucrar significativamente aspectos geométricos como la semejanza en mediciones indirectas, entender la noción de número fraccionario en términos de parte todo desde la medida permite establecer una relación con mas sentido entre el todo y sus partes, así como una idea con más significado de cantidades continuas y un desprendimiento inicial de la idea de número natural desde la actividad de conteo.

Los Estándares de Competencias en Matemáticas plantean que los estudiantes de los grados 4° y 5° deben interpretar las fracciones en diferentes contextos y situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones; en los textos Proyecto Sé 4° (2012) y Retos Matemáticas 4° (2011) no se hallan situaciones de medición, razones y proporciones con las que se pueda construir la noción de fracción, cabe aclarar que los textos corresponden sólo al grado 4°, sin embargo debido a que es en este grado donde se amplia y se profundiza la noción de fracción a diferencia del grado tercero, se debería entonces tener presente los diferentes contextos o como llama Ohlsson (1988) significados aplicaciones donde el significado matemático de la fracción es decir (cociente, número racional, función compuesta y vectores binarios) puede desarrollarse y adquirir sentido.

Utilizar la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relacionar estas dos notaciones con la de los porcentajes, también es un estándar contemplado por el MEN (2006,pp 82) , la relación entre los constructos matemáticos de la noción de número fraccionario no son evidentes en ambos textos y mucho menos entre el subconstructo fracción decimal y los porcentajes, ya que este último no se menciona en el texto, el hecho de que no exista una relación entre los significados aplicacionales y los significados matemáticos de manera respectiva influirá en la incapacidad de dar una mirada a la noción de número fraccionario como un todo y por el contrario mirar cada subconstructo de manera individual lo cual influirá en una idea fraccionada de la noción.

Aunque los Estándares de Competencias en Matemáticas proponen la construcción de la noción de número fraccionario desde los diferentes significados aplicacionales y matemáticos apoyados en situaciones reales y prácticas, los textos que son objeto de análisis del presente trabajo, como se ha visto a través del análisis de las rejillas construidas no se escapan de la tendencia de los textos escolares en presentar dicha noción desde los subconstructos parte todo, operador y cociente, dejando de lado otros subconstructos y las relaciones específicas que se pueden dar entre ellos, la visión de número fraccionario se ve sesgada y raquíticamente vinculada solo a la representación parte todo.

4.4 Conclusiones Finales

De acuerdo a los análisis elaborados en el presente capítulo, y a lo establecido en la formulación de los objetivos general y específicos, se presenta en el siguiente apartado las conclusiones referentes a la introducción del número fraccionario en los dos libros de texto seleccionados además de definir las posibles situaciones que permitirán una adecuada presentación de la noción de número fraccionario por medio de los libros de texto escolares.

Los libros de texto analizados hacen inferir que la expresión $\frac{a}{b}$ no se interprete como un número, sino como el nombre o rótulo que se le da a la representación gráfica de la parte sombreada o coloreada, esta es quizás la idea más frecuente en los libros de texto y a su vez la idea más errónea para los estudiantes, de ahí que se interprete la representación fraccionaria como números naturales cada uno con un significado propio, lo cual conllevará más adelante a tener dificultades de tipo procedimental en cuanto a los tratamientos que se pueden dar a las representación fraccionaria operando algoritmos de suma o resta como si se tratara de números naturales, es decir, numerador con numerador y denominador con denominador, es en este sentido que los estudiantes no ven ningún impedimento en separar las supuestas "cantidades" al no tener claro la relación o el vínculo estrecho cuantitativamente entre la parte y el todo.

La noción de número fraccionario se presenta desde el subconstructo parte todo, este subconstructo posibilita interpretar la noción no solo desde la idea de partición y conteo, sino también desde la idea de medida. La idea de partición permite entre otras cosas establecer una relación entre la parte y el todo desde la representación gráfica, es bajo la interpretación de partición que se presenta el número fraccionario en ambos textos. Al abordar la noción del fraccionario desde la interpretación de medida, se permite establecer una relación cuantitativa entre las dos cantidades la parte y el todo.

Una adecuada presentación del número fraccionario requiere que sean considerados estos dos significados aplicacionales, particiones y medidas, a fin de apuntar a una idea más completa de la noción como parte-todo. Generar la necesidad de medir en los libros de texto permitirá sortear eventualmente algunas dificultades presentes en la interpretación de cantidades fraccionarias representadas gráficamente que aparentemente sean iguales bajo los criterios de forma y tamaño, además de que permite hacerse una idea más clara de las cantidades fraccionarias mayores que la unidad, las fracciones impropias y las equivalentes.

Un impedimento más en la adecuada interpretación de la noción de número fraccionario tiene que ver con el manejo que se da en los libros de texto a las cantidades discretas y continuas, ya que no se promueve una reflexión frente a los ejercicios o problemas planteados en los que intervienen cantidades de este tipo, según Chamorro (1991, pp.127) citado por López, O & García L (2008), *"la construcción de los números racionales como extensión de los enteros es consecuencia de la medición de magnitudes*", sin embargo el no tener en cuenta un tratamiento adecuado para las cantidades continuas y discretas puede ser un impedimento para la comprensión de dicha construcción.

Se reconoce que la noción de número fraccionario es compleja debido a sus múltiples interpretaciones, es por esto que su aprehensión no se da de inmediato, sino que requiere de todo un proceso prolongado y secuencial en el que se construya la noción teniendo en cuenta sus posibles significados aplicacionales, como consecuencia de esto, los estudiantes deben estar en la capacidad de identificar la representación del número fraccionario en diferentes contextos y situaciones, dotando de sentido la representación mediante la comprensión de sus significados aplicacionales, para ello los libros de texto escolar deben implementar la noción de número fraccionario considerando los diversos significados aplicacionales que posee.

La transposición didáctica en los libros de texto da lugar a que los registros de representación sean empleados bajo determinadas interpretaciones de número fraccionario e impida que sean abordados de manera integral, limitando el potencial de los registros para mostrar el significado matemático de la noción desde otras interpretaciones. Como consecuencia de esto, los recursos disponibles en los libros de texto que constituyen los discursos tales como las definiciones, ejemplos, ejercitaciones también son predispuestos para mostrar esta noción desde una sola interpretación, lo cual impide que el estudiante tenga las herramientas necesarias para enfrentarse a diferentes situaciones problema que no son resolubles por una interpretación determinada de número fraccionario.

En uno de los textos, Retos Matemáticas 4° (2011) se percibe la necesidad de introducir la medición en la noción de número fraccionario, al presentar gráfica y simbólicamente mediante la recta numérica, elementos que actúan como un soporte intuitivo que permiten un acercamiento al proceso de medición, a la comprensión de la completitud y densidad de los números racionales, incluso se mencionan longitudes de recorridos representados gráficamente y en la recta numérica. Sin embargo el potencial de estos recursos es limitado por la presentación de ejercicios donde ya no se hace referencia a estas longitudes sino que incitan a representar puntos en una recta, y que en el transcurso de los demás temas de este texto, no se presenta una continuidad con la idea de medición sino que centran las operaciones en el conteo de particiones del todo.

De acuerdo con Duval (1999 y 2006) citado por López, O & García L (2008) "*es necesario diferenciar el objeto matemático de sus representaciones semióticas, centrando la necesidad de la diferenciación en el tratamiento y conversión como aspecto esencial de la comprensión matemática"*, ya habiendo estudiado un poco acerca de los constructos presentados por Olhsson (1988) es fácil estar de acuerdo con los planteamientos de Duval (1999), puesto que cada constructo posee diferentes significados aplicacionales que surgen de un significado matemático propio, cada constructo es entendido como un sistema que posee axiomas, propiedades y un lenguaje que cobra sentido en las diferentes situaciones posibles de crear desde los contextos matemáticos, es así como se hace fundamental reconocer todas las representaciones de la noción, ya que por ejemplo, no es lo mismo un cuarto de mantequilla (relación parte todo) a uno es a cuatro, comparando la cantidad de mujeres en un grupo de cuatro personas, (vista la noción como razón), o simplemente decir se repartió un litro de gaseosa ente cuatro amigos, (vista la noción como un cociente) entre otros muchos significados aplicacionales en los que se puede interpretar la noción de fracción, claramente no se trata de entender cada representación como un objeto aislado como se puede evidenciar en los libros de texto, al dividir los contenidos en unidades como *"números fraccionarios"* por otro lado *"números decimales"* y por otro lado en la unidad estadística *"porcentajes"*, se trata de identificar la noción número fraccionario como un número pero en sus distintas aplicaciones permitiendo la relación entre ellas.

Duval (1999) presenta la paradoja de las representaciones, donde propone que las representaciones permiten conocer el objeto matemático pero el objeto NO es la representación, es así como el estudiante logra construir la noción de número fraccionario desde las diferentes representaciones, una evidencia de esa construcción se hace visible en la habilidad de pasar de una representación a otra teniendo claridad de los significados matemáticos que se desenvuelvan en las posible transformaciones y a los significados aplicacionales a los que pueden contribuir cada una de las posibles interpretaciones, es por esto que se hace necesario reconocer en la manera de lo posible, desde la escuela y en especial en los libros de texto, todas las interpretaciones de la noción de número fraccionario pero no bajo un tratamiento aislado sino estableciendo mediante los procesos de conversión la vinculación entre un subconstructo y otro.

Teniendo en cuenta estos referentes teóricos y la necesidad de realizar un análisis de la presentación del número fraccionario en los libros de texto, se logró el objetivo de construir una rejilla de análisis en la que se involucran los marcos constitutivos de los discursos y las variables de los constructos, y una segunda rejilla basada en la teoría de Ohlsson en la que se establecieron las relaciones de cada constructo con las posibles interpretaciones o subconstructos que se tienen dentro de sí. Ésta segunda rejilla facilitó la identificación de los constructos e interpretaciones empleadas en los libros de texto, al permitir la caracterización de cada significado aplicacional.

La construcción de herramientas de análisis como las rejillas, la consulta de referentes teóricos para la realización de este trabajo de grado son estrategias que permiten dar respuesta a algunas condiciones a las que se enfrenta el docente donde generalmente los libros de texto son recursos a los que acude con mayor facilidad convirtiéndose en un elemento vital en la actividad matemática en el aula. Encontramos este trabajo de grado como una oportunidad en la formación de profesores para que consideren la investigación como un objetivo en su labor a fin de ser competente y contribuir en la transformación de los procesos de enseñanza.

Es por esto que el presente trabajo se deja a disposición de la comunidad educativa para que sea tenido en cuenta en posteriores trabajos de investigación, ya sea para ampliar, complementar los resultados obtenidos o para que se planteen nuevos interrogantes respecto al análisis de textos. También se propone este trabajo para que sea revisado por otros docentes a fin de que consideren la incorporación de diferentes interpretaciones del número fraccionario y su implementación en los libros de texto escolares, además de la propuesta de que en la enseñanza inicial del número fraccionario se tenga en cuenta los diferentes significados aplicacionales.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arbeláez. G; Arce. J; Guacaneme. E & Sánchez G; (1999) *Análisis de Textos Escolares en Matemáticas*, Cali, Instituto de Educación y Pedagogía; Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Bernardo Gómez Alfonso. (1999) *Cambios en las nociones de número, unidad, cantidad y magnitud*. Dpto. De didáctica de la matemática. U. De Valencia. Recuperado de http://www.uv.es/gomezb/19Cambios.pdf

Castro. D, & Suárez. M (2006). *Representación de los números fraccionarios en un registro unidimensional: la recta numérica*. Programa de capacitación y acompañamiento a docentes de Cundinamarca y Duitama. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-110372_archivo.pdf.

Cañón G, Rozo G, Granados P, Gómez G, & Valbuena P. (2012). *Proyecto Sé Matemáticas 4°*. Ediciones SM. Bogotá.

Chamorro M. C., (1991) *El problema de la medida*. Madrid: Síntesis.

Dhombres, J. (1978). Nombre, mesure et continu. Épistemologie et historie. IREM de Nantes. Paris: CEDIC/Fernand Nathan.

Duval. R, (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Segunda edición. Traducción Vega M, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, Cali, Colombia.

Duval. R, (1996). *Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques*. Publicado en la revista Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol.16#3, pp. 349-382.Traducción realizada por Vega M., Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, Cali, Colombia.

Fajardo. C, Salazar. C, Garzón. L, & Torres. J. (2011). *Retos Matemáticas 4°*. Norma. Bogotá.

García. Y, (2007). *Una Ingeniería Didáctica aplicada sobre fracciones.* Revista Omnia N° 2. pp. 120-157. Recuperado de http// ejemploanalisis.pdf

Godino. D, Font. V, Konic. P, & Wilhelmi. R, (2007). *El sentido numérico como articulación flexible de los significados parciales de los números*. (Trabajo realizado en el marco del proyecto SEJ2007-60110/EDUC. MEC-FEDER).Recuperado de www.ugr.es/~j**godino**/eos/**sentido_numérico.pdf**

Guzmán, I. (1998). *Registros de Representación, el Aprendizaje de Nociones relativas a funciones: voces de estudiantes*. Publicado en Dialnet Vol. 1, Nº 1, marzo de 1998, pp. 5-21. Recuperado de: dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2147917.pdf.

López, O. & Gracia, L., (2008).*Las concepciones que poseen los estudiantes universitarios del número racional. Un acercamiento de los estudiantes de primer semestre de ingeniería de sistemas. Universidad Cooperativa de Colombia, sede Ibagué.* Revista Educación en Ingeniería. N°5 pp 80 -90. Recuperado de www.acofi.edu.co.

Londoño, Y & Cuero, S. (2010). *Las variaciones de la redacción: un papel importante para la comprensión de enunciados de problemas que introducen expresiones fraccionarias en grado cuarto de la básica primaria*. Trabajo de grado. Licenciatura en Matemática y Física. Universidad del Valle. Cali, Colombia.

Mejía, M.F & Velazco, M.C (2011) *"Las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje: pensamiento numérico y aritmética en la escuela (v2): Grados 6° a 9°"* Santiago de Cali, Colombia: Imprenta: Unidad de Artes Gráficas, Facultad de Humanidades, Universidad del Valle.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.* Santafé de Bogotá, Colombia: Imprenta Nacional de Colombia.

MEN. (1998). *Lineamientos curriculares en Matemáticas*. Santafé de Bogotá, Colombia: Imprenta Nacional de Colombia.

Ministerio de Educación Nacional (2010).*Colombia en PISA 2009 Análisis de Resultados.* Recuperado de: fundacionamauta.org/**colombia_**en**_PISA_2009_**sintesis_de**_resultados**.**pdf**

Ministerio de Educación Nacional (2010). *Resultados Nacionales Informe Ejecutivo Saber 5° y 9° 2009*. Recuperado de: www.icfes.gov.co/**resultados**/.../6-informe-**saber**-5-y-9-**2009-resultados-**

Ministerio de Educación Nacional (2010). *Informe Resultados de Colombia en TIMSS 2007*. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869 y del portal www.colombiaaprende.edu.co

Obando. G (2003*). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo.* Revista EMA. (vol.8 N° 2). pp. 157-182. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1521/1/99_Obando2003La_RevEMA.pdf

Ohlsson, S. (1988). Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts. En J. Hiebert and M. Behr (Eds.), Number concepts and operations in the middle grades (vol. 2, pp. 53-92). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Perera, P. & Valdemoros, M (2007) *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria*. Revista Dialnet. pp. 209-218. Recuperado de. http//Dialnet-PropuestaDidacticaParaLaEnseñanzaDeLasFraccionesEn2697033.pdf.

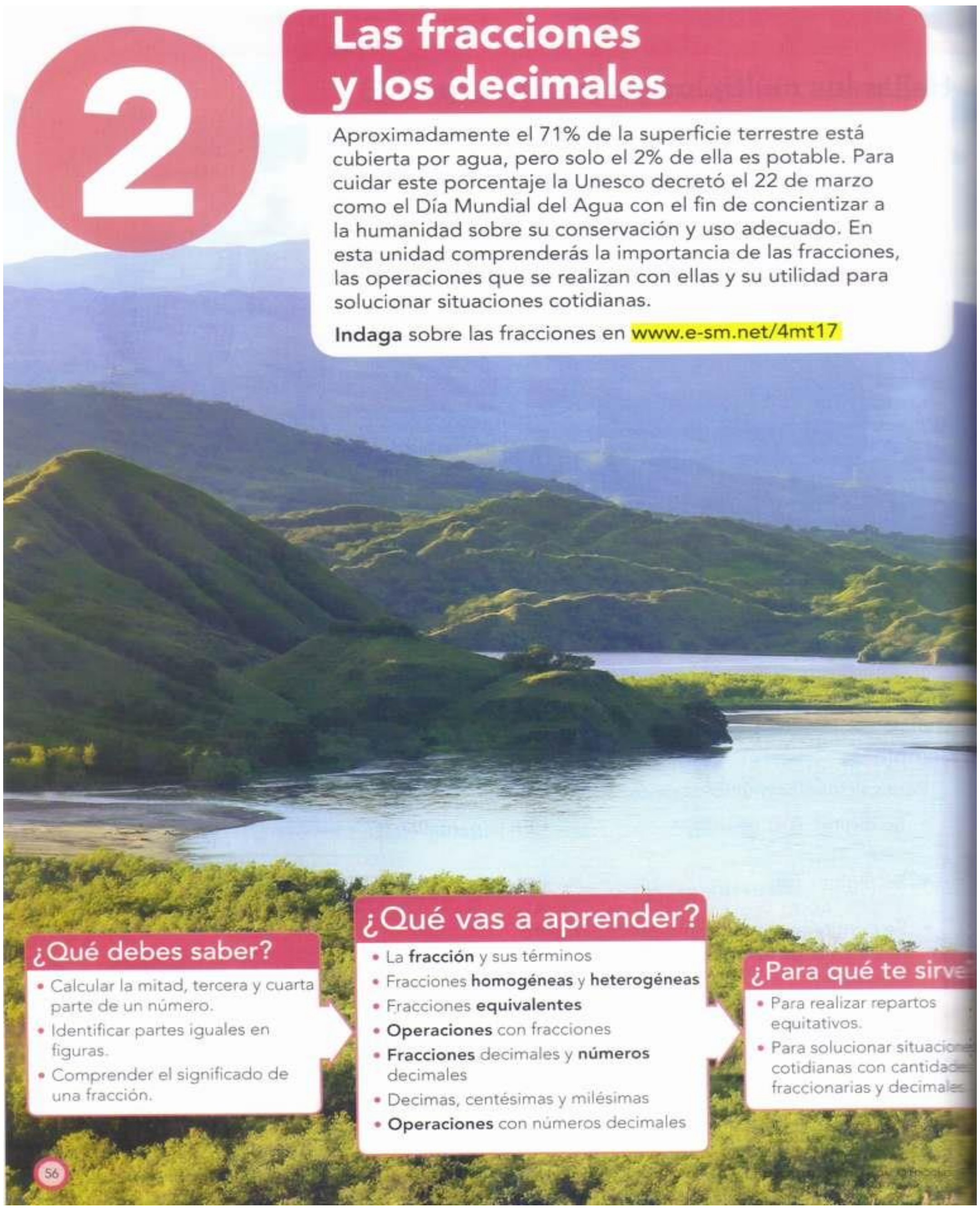
Pontón. T, (2008). *Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones*. Tesis de grado Magister en Educación Matemática. Colombia: Universidad del Valle.

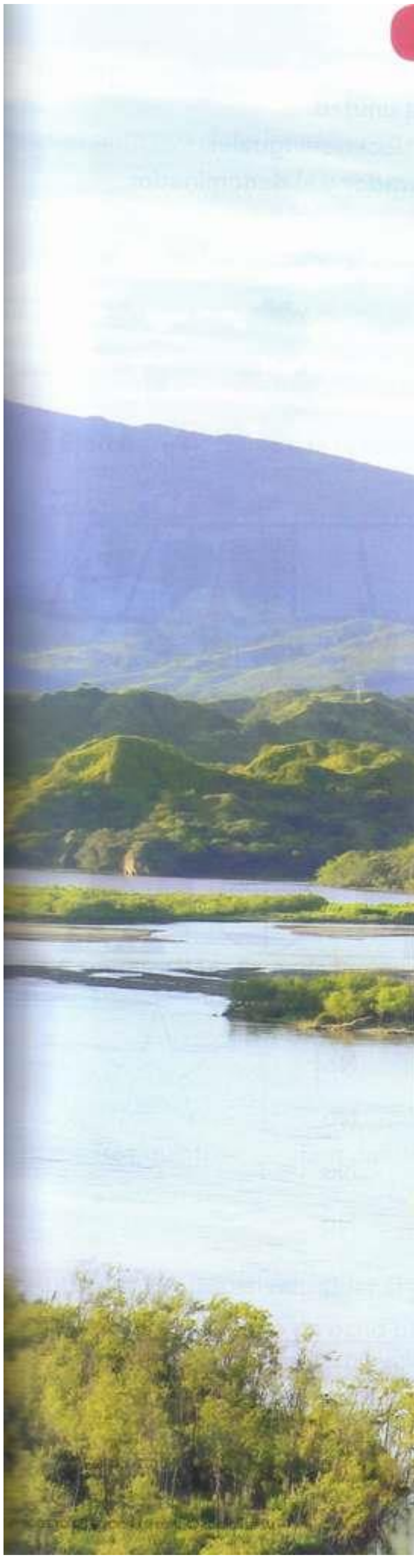
Sistema de Información de Tendencias Educativas en América Latina (2010). *Análisis de los resultados de las pruebas SERCE 2006*. Recuperado de: http://www.siteal.iipe-oei.org/sites/default/files/siteal_debate08_06012010_benavidez.pdf

ANEXOS

Se presentan a continuación las páginas correspondientes a las unidades que abordan el número fraccionario en los libros de texto Proyecto Se y Retos Matemáticas 4

Anexo 1: Unidad "Las fracciones y los decimales" Texto Proyecto Sé





Competencias lectoras

Factura del servicio de acueducto y alcantarillado

Los servicios públicos son prestados por empresas especializadas. La empresa de acueducto y alcantarillado, encargada de tratar y suministrar el agua potable para el consumo humano, de manejar las aguas residuales y de recoger las basuras, entrega periódicamente a sus usuarios una factura con el cobro de este servicio.

Su análisis ayuda a adquirir la cultura del ahorro.

- Observa una factura del servicio de acueducto y alcantarillado e identifica en ella algunos de sus elementos.

Comprende

Observa y contesta:

- ¿Cómo se llama el usuario? ¿Cuál es su dirección? ¿En qué estrato está ubicada la vivienda?
- ¿Por cuáles y cuántos meses está facturado el servicio?
- ¿Cuánta agua consumió en los seis últimos meses?
- ¿Cuál es el valor de la factura? ¿Cuánto cuesta el metro cúbico de agua?

Sociedad educadora

Como lector de medidores he tomado conciencia de que el cuidado del agua es responsabilidad de todos. Una llave abierta consume hasta 12 litros por minuto. Cierra la llave del agua mientras te enjabonas las manos.

LUIS GUILLERMO ALFARO
Lector de medidores de consumo de agua
Cartagena

57

La fracción y sus términos

Explora

- Una **fracción** representa una **parte de una unidad**.
- Las **partes** en que está dividida la unidad deben ser **iguales**.
- Los **términos** de una fracción son el **numerador** y el **denominador**.

Luz elaboró en una cartulina un friso sobre el cuidado del agua y la naturaleza. Dividió la cartulina en cinco partes iguales y decoró tres de ellas.

Cada parte de la cartulina es un quinto y se escribe así: $\frac{1}{5}$.

Las tres partes decoradas por Luz se pueden representar así:

$\frac{3}{5}$

Numerador: número de partes de la cartulina decoradas por Luz.

Denominador: número de partes iguales en que se divide la cartulina.

Cuando se divide una unidad en partes iguales y se toman algunas de ellas, estamos utilizando fracciones.

Practica con una guía

1 Observa las figuras. Identifica las que representan fracciones.

Figura a | Figura b | Figura c | Figura d | Figura e

Cuando se habla de fracción, las partes en que se divide la unidad deben ser iguales.

Figura a → Sí No X

Figura b → Sí No

Figura c → Sí No

Figura d → Sí No

Figura e → Sí No

- Completa la información de la tabla con las figuras que representen fracciones.

Numerador	Denominador	Se lee	Fracción
Cuatro	Seis	Cuatro sextos	

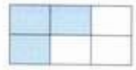
Comprende

Los términos de la fracción son el **numerador** y el **denominador**.

$\frac{3}{6}$

Numerador: Indica el número de partes que se toman de la unidad.

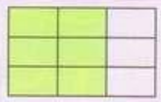
Denominador: Indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.



Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

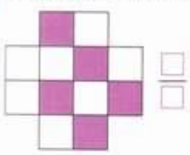
2 **Ejercitación.** Completa la tabla.

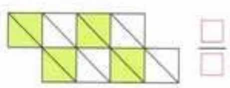
Representación			
Se escribe	$\frac{4}{5}$		$\frac{3}{8}$
Numerador			
Denominador			
Se lee	Cuatro quintos		

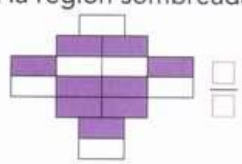
Competencias ciudadanas

El cuidado del agua es responsabilidad de todos. Ayuda a conservarla cerrando la llave mientras te cepillas los dientes.

3 Escribe el número fraccionario que representa la región sombreada.



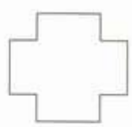




4 **Comunicación.** En cada figura, fracciona y sombrea la fracción indicada.

Tres quintos

Dos cuartos



$\frac{4}{8}$

$\frac{2}{6}$

Solución de problemas

5 Una pizza se dividió en ocho partes iguales. Enrique tomó tres pedazos y Jimena dos.

- Expresa en fracción la cantidad que tomó cada niño.
- ¿Cuántas raciones quedaron?

Fracciones en la semirrecta numérica

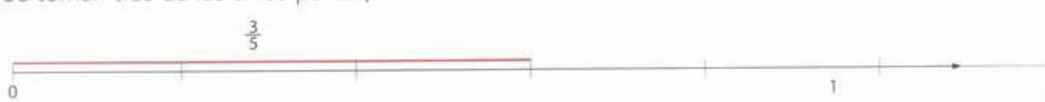
Explora • La **semirrecta** es una porción de recta que inicia en un punto y no tiene fin.

Camilo participó en la Media Maratón de Bogotá; como le dieron algunos calambres solo pudo recorrer $\frac{3}{5}$ del trayecto.

La distancia que recorrió Camilo se puede representar en una semirrecta numérica así:

- Se traza una semirrecta numérica y cada unidad se divide en cinco partes iguales.

- Se toman tres de las cinco partes, comenzando desde cero.



Practica con una guía

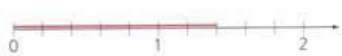
1 Escribe la fracción representada en cada semirrecta.

Empieza a contar las partes siempre desde cero.

$\frac{\square}{7}$ $\qquad$ $\frac{3}{\square}$ $\qquad$ $\frac{5}{\square}$

2 Subraya la fracción representada en cada semirrecta numérica.

Identifica las partes en las que está dividida cada unidad.



$\frac{10}{5}$ $\qquad$ $\frac{7}{5}$ $\qquad$ $\frac{2}{5}$

$\frac{5}{2}$ $\qquad$ $\frac{3}{5}$ $\qquad$ $\frac{2}{5}$

Comprende

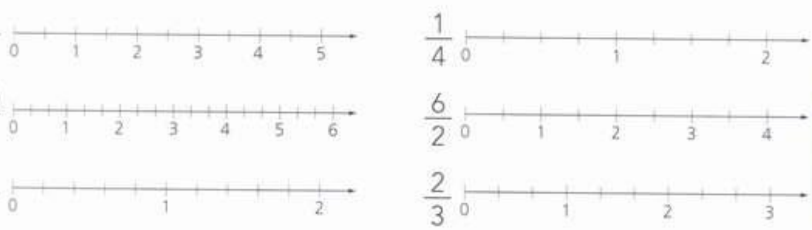
Para **representar una fracción** en la **semirrecta numérica** se divide cada unidad en tantas **partes iguales** como indica el denominador y se toman las partes que indica el numerador.

Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en www.redes-sm.net

3 Ejercitación. Representa en cada semirrecta la fracción correspondiente.

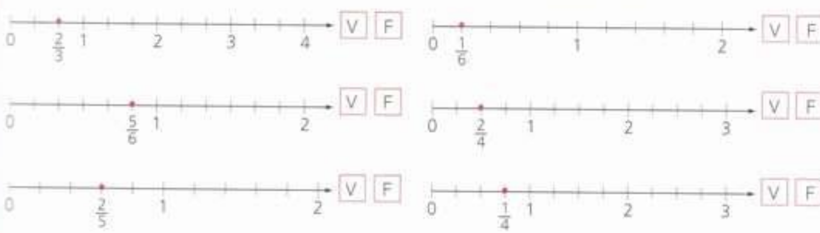
$\frac{5}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{10}{3}$ $\frac{6}{2}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{2}{3}$



Competencias ciudadanas

Excluir a una persona que tiene ideas diferentes a las tuyas no te permite ampliar tus puntos de vista.

4 Argumentación. Reúnete con dos compañeros a discutir sobre la veracidad o falsedad de la representación de cada fracción.



5 Comunicación. Observa la semirrecta numérica. Escribe verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

$\frac{3}{4}$ es mayor que $\frac{1}{2}$.

$\frac{7}{8}$ es mayor que 2.

$\frac{12}{8}$ es menor que 1.

Solución de problemas

6 Armando consume $\frac{1}{2}$ de una botella de agua durante una competencia. ¿Cuántos doceavos le faltan para terminar la botella de agua? Representa la situación en una semirrecta numérica.

 61

Relaciones de orden de fracciones homogéneas

Explora • Las **fracciones homogéneas** tienen el mismo denominador. Las siguientes fracciones son homogéneas.

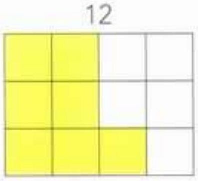
$\frac{8}{7}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{15}{7}$

Ayer por la tarde, Mónica y Mateo prepararon una torta cada uno.

• Observa la cubeta de huevos que empleó cada uno para hacer su torta:

Mateo gastó $\frac{7}{12}$ de la cubeta de huevos. Mónica gastó $\frac{5}{12}$ de la cubeta de huevos.

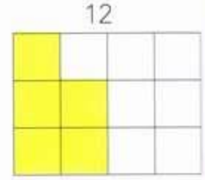
$\frac{7}{12}$



$$\frac{7}{12} > \frac{5}{12}$$

$\frac{7}{12}$ es mayor que $\frac{5}{12}$, porque 7 es mayor que 5.

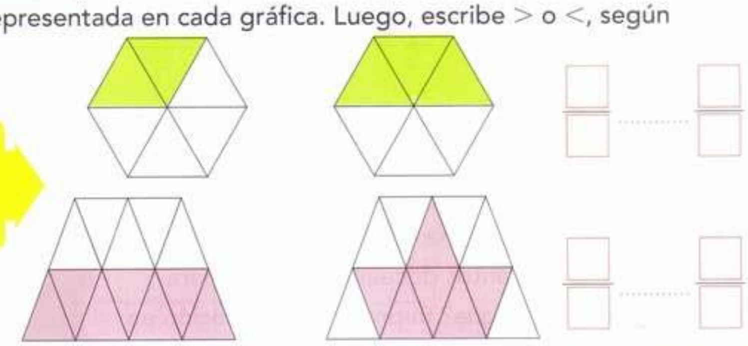
$\frac{5}{12}$



Practica con una guía

1 Escribe la fracción representada en cada gráfica. Luego, escribe > o <, según corresponda.

Para determinar cuál de las fracciones es mayor, compara sus numeradores.



Comprende

Si dos fracciones son **homogéneas** es **mayor** la que tiene el **mayor numerador**. Además, se ubica más a la derecha en la semirrecta numérica.

$$\frac{17}{7} > \frac{8}{7} \text{ porque } 17 > 8$$

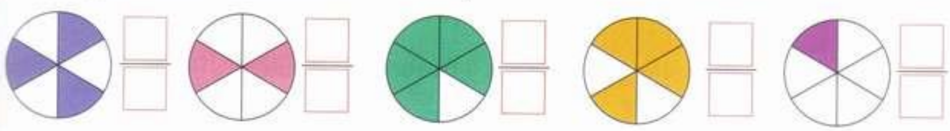
Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Escribe el signo > o <, según corresponda.

$\frac{23}{2}$ ☐ $\frac{15}{2}$ $\quad$ $\frac{7}{4}$ ☐ $\frac{16}{4}$ $\quad$ $\frac{3}{10}$ ☐ $\frac{1}{10}$

3 **Comunicación.** Escribe las fracciones que representan las partes coloreadas de cada figura. Ordénalas de menor a mayor.



4 Subraya, en cada grupo, de rojo la fracción mayor y de verde la fracción menor.

$\frac{7}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{11}{3}$	$\frac{20}{10}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{10}{10}$
$\frac{5}{6}$ $\frac{11}{6}$ $\frac{1}{6}$	$\frac{21}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{18}{8}$

5 Ubica las fracciones en una semirrecta numérica y ordénalas de mayor a menor.

$\frac{12}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{7}{2}$ $\quad$ $\frac{5}{2}$

6 **Razonamiento.** Escribe tres fracciones que tengan el 4 como denominador y que sean menores que $\frac{7}{4}$.

Solución de problemas

7 Pedro puso fotos de carros en $\frac{5}{10}$ partes del corcho de su habitación, fotos de paisajes en $\frac{3}{10}$ y fotos suyas en $\frac{1}{10}$. ¿Cuáles fotos ocupan más espacio en su corcho? ¿Cuáles menos?

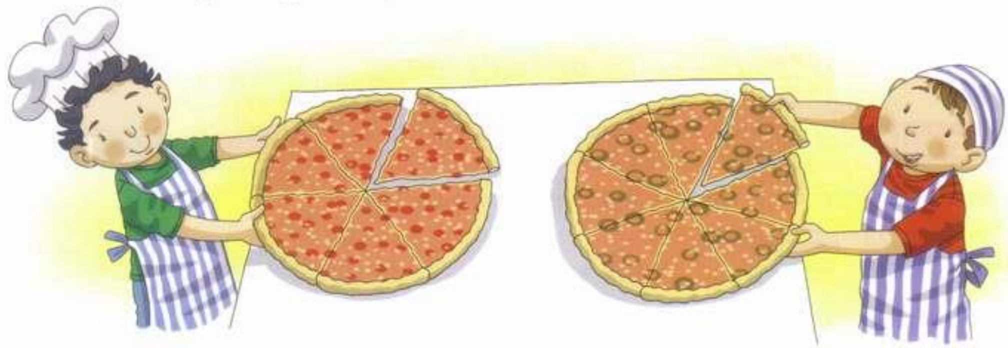
63

Relaciones de orden de fracciones heterogéneas

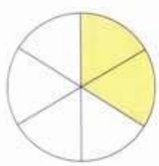
Explora • Las **fracciones heterogéneas** tienen diferente denominador. Las siguientes fracciones son heterogéneas.

$\frac{3}{4}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{8}{7}$

Alejandro y Laura fueron con su abuelo a una pizzería. El abuelo pidió dos porciones de pizza de anchoas para Alejandro y dos de pizza de jamón para Laura.



Cada porción de pizza de jamón es $\frac{1}{6}$. Cada porción de pizza de anchoas es $\frac{1}{8}$.

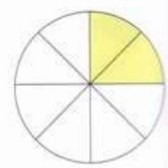


$\frac{2}{6}$

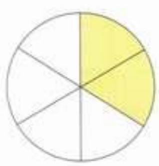
Comparamos los dibujos y observamos que:

$$\frac{2}{6} > \frac{2}{8}$$

$\frac{2}{8}$



El abuelo pide una porción más para Alejandro. Él comerá $\frac{3}{8}$ de pizza.



$\frac{2}{6}$

Comparamos los dibujos y observamos que:

$$\frac{2}{6} < \frac{3}{8}$$

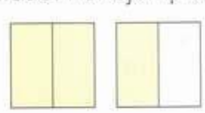
$\frac{3}{8}$

Practica con una guía

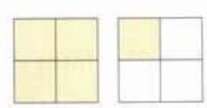
1 Cuál fracción es menor, ¿$\frac{3}{2}$ o $\frac{5}{4}$?

Representa las fracciones en unidades de igual tamaño.

Como las fracciones son heterogéneas y no tienen el mismo numerador, se deben representar las fracciones en la misma unidad. Por ejemplo, en cuartos.



$\frac{3}{2}$



$\frac{5}{4}$

La fracción mayor es ....

64 Pensamiento numérico

Comprende

- Entre dos fracciones heterogéneas con el mismo numerador, es **mayor** la que tiene el denominador menor.

$$\frac{5}{7} > \frac{5}{10}$$

- Para comparar dos fracciones heterogéneas, se representan en la misma unidad y se comparan sus dibujos.

Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Escribe los denominadores de las fracciones de manera que se cumplan las siguientes expresiones.

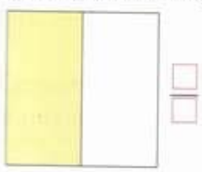
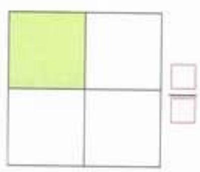
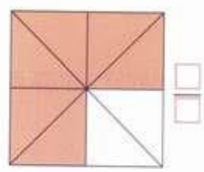
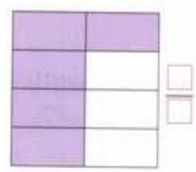
$\frac{2}{6} < \frac{2}{\square}$ $\quad\frac{5}{\square} > \frac{5}{7}$ $\quad\frac{8}{6} < \frac{8}{\square}$

$\frac{10}{24} > \frac{10}{\square}$ $\quad\frac{4}{9} > \frac{4}{\square}$ $\quad\frac{5}{\square} < \frac{5}{8}$

3 Escribe > o <, según corresponda, ayúdate de un dibujo.

$\frac{3}{4} \square \frac{7}{2}$ $\quad\frac{3}{5} \square \frac{2}{4}$ $\quad\frac{7}{3} \square \frac{5}{6}$ $\quad\frac{5}{3} \square \frac{3}{2}$

4 **Comunicación.** Escribe las fracciones que representan los siguientes dibujos y ordénalas de mayor a menor.

 $\frac{\square}{\square}$  $\frac{\square}{\square}$  $\frac{\square}{\square}$  $\frac{\square}{\square}$

5 Representa las siguientes fracciones y ordénalas de mayor a menor.

Dos quintos | Un sexto | Un cuarto | Dos tercios

Solución de problemas

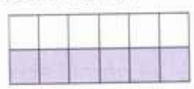
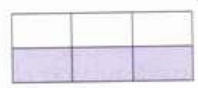
6 Antonio vendió en un día $\frac{2}{4}$ partes de las revistas de su kiosco. Al día siguiente vendió $\frac{1}{3}$. ¿Qué día vendió más revistas?

Fracciones equivalentes

Explora • Dos o más fracciones son **equivalentes** cuando representan la misma cantidad.

Luis y Alfonso limpian las ventanas de un edificio.

Luis limpia $\frac{6}{12}$ de ventana. Alfonso limpia $\frac{3}{6}$ de ventana.

 $\frac{6}{12} = \frac{3}{6}$ 

Ambos limpian la misma cantidad de superficie.

Las fracciones $\frac{6}{12}$ y $\frac{3}{6}$ representan la misma cantidad. Se les llama fracciones equivalentes.

Se expresa: $\frac{6}{12} = \frac{3}{6}$. Si se multiplican sus términos en cruz se obtiene el mismo resultado.

$$\frac{6}{12} \times \frac{3}{6} \qquad \begin{array}{c} 6 \times 6 = 12 \times 3 \\ 36 \;=\; 36 \end{array}$$

Dos fracciones equivalentes están relacionadas entre sí. Observa:

$$\frac{3}{6} \xrightarrow{\times 2} \frac{6}{12}$$

Se **amplifica** una fracción cuando se multiplican el numerador y el denominador por un mismo número.

$$\frac{6}{12} \xrightarrow{\div 2} \frac{3}{6}$$

Se **simplifica** una fracción cuando se dividen el numerador y el denominador por un mismo número.

Practica con una guía

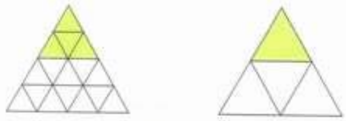
1 Observa la fracción.

Al representar una fracción equivalente el tamaño de la unidad debe ser el mismo.

- Represente una fracción equivalente.
- Comprueba si es equivalente a $\frac{3}{5}$. $\quad \frac{8}{24} = \frac{\square}{\square}$

Comprende

Dos fracciones son **equivalentes** cuando representan la misma parte de la unidad.



$$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Para saber rápidamente si dos fracciones son equivalentes se **multiplican sus términos en cruz**.

Para obtener fracciones equivalentes se puede **amplificar** o **simplificar**.

Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

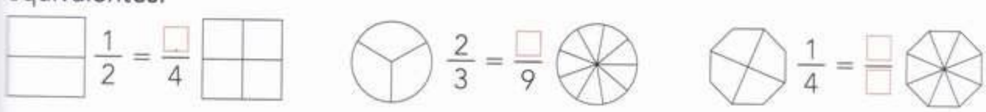
2 **Ejercitación.** Comprueba con un dibujo si cada par de fracciones son equivalentes. Multiplica sus términos en cruz.

$\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{9}$ $\frac{8}{12}$ y $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{10}$ y $\frac{6}{5}$ $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{2}$ $\frac{6}{8}$ y $\frac{2}{6}$ $\frac{7}{14}$ y $\frac{1}{2}$

3 Busca fracciones equivalentes a cada una de las fracciones dadas. Utiliza la amplificación o la simplificación.

$\frac{4}{5}$ $\frac{9}{27}$ $\frac{5}{15}$ $\frac{10}{100}$ $\frac{6}{9}$

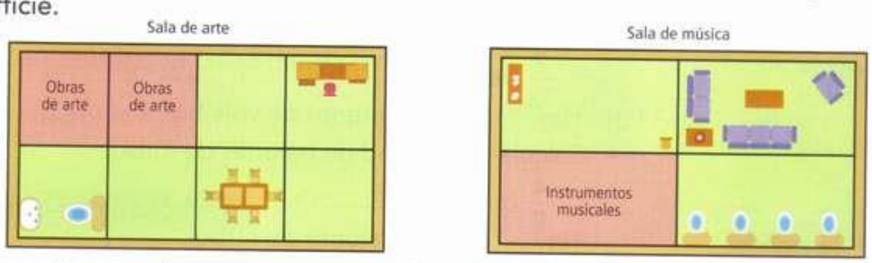
4 **Comunicación.** Colorea los dibujos. Completa las fracciones para que sean equivalentes.



$\frac{1}{2} = \frac{\square}{4}$ $\frac{2}{3} = \frac{\square}{9}$ $\frac{1}{4} = \frac{\square}{\square}$

Solución de problemas

5 Observa los planos de las sala de artes y música. Identifica cuál tiene mayor superficie.



- Obras de arte o instrumentos musicales.
- Baño de sala de artes o el baño de la sala de música.

Fracción de una cantidad

Explora
- Para hallar la mitad de una cantidad se divide por dos.
  La mitad de 90 es 45 porque $90 \div 2 = 45$
- Para hallar la tercera parte de una cantidad se divide por tres.
  La tercera parte de 120 es 40 porque $120 \div 3 = 40$

Nicolás debe organizar en el mostrador las manzanas de un pedido de frutas. Si en el pedido llegaron 160 frutas y $\frac{3}{4}$ de las frutas son manzanas, ¿cuántas manzanas hay?

La fracción $\frac{3}{4}$ indica que dividim os el número total de frutas en cuatro grupos iguales, tres de esas partes son manzanas.

- Para calcular el número de manzanas se hace lo siguiente:

1. Se divide el número total de frutas (160) entre el denominador de $\frac{3}{4}$.
   $160 \div 4 = 40$
   $\frac{1}{4}$ de $160 = 40$
   Cada cuarto representa 40 frutas.

2. Se multiplica el resultado por el numerador de $\frac{3}{4}$.
   $40 \times 3 = 120$
   $\frac{3}{4}$ de $160 = 120$
   Los $\frac{3}{4}$ representan 120 manzanas.

R/ Hay 120 manzanas.

Practica con una guía

1 En la bodega de educación física de un colegio hay 720 balones. Dos octavos son de baloncesto, $\frac{2}{12}$ son de voleibol, cuatro novenos son de fútbol y el resto son de microfútbol.

La cantidad de balones de microfútbol se obtiene restándole al total de balones, la suma de la cantidad de balones de los otros deportes.

- Calcula la cantidad de balones de baloncesto.
  $\frac{2}{8}$ de 720 → (............ ÷ ....) × .... = ...
  Hay .... balones de baloncesto.
- Calcula la cantidad de balones de voleibol.
  $\frac{2}{12}$ de 720 → (............ ÷ ....) × .... = ...
  Hay .... balones de voleibol.
- Calcula la cantidad de balones de fútbol.
  $\frac{4}{9}$ de 720 → (............ ÷ ....) × .... = ...
  Hay .... balones de futbol.
- Calcula la cantidad de balones de microfútbol.

Comprende

Para calcular la **fracción de una cantidad**, se divide la cantidad entre el denominador y el resultado se multiplica por el numerador.

$$\frac{5}{7} \text{ de } 210 = (210 \div 7) \times 5 = 30 \times 5 = 150$$

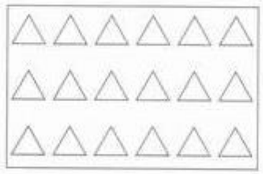
Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en www.redes-sm.net

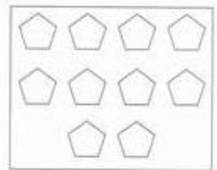
2 **Ejercitación.** Colorea la fracción que se indica en cada caso.

$\frac{1}{4}$ de 12

$\frac{4}{9}$ de 18



$\frac{3}{5}$ de 10

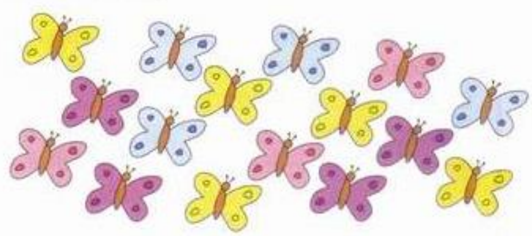


3 **Calcula.** Ordena los resultados de menor a mayor.

$\frac{2}{11}$ de 55 = ...	$\frac{1}{3}$ de 81 = ...	$\frac{3}{4}$ de 144 = ...
$\frac{3}{5}$ de 60 = ...	$\frac{8}{9}$ de 72 = ...	$\frac{3}{4}$ de 100 = ...

4 **Comunicación.** Observa este grupo de mariposas y completa.

- $\frac{1}{2}$ de 16 mariposas son .... mariposas.
- $\frac{3}{4}$ de .... mariposas son .... mariposas.
- $\frac{5}{8}$ de .... mariposas son .... mariposas.



5 **Selecciona la respuesta correcta.**

- Para descansar bien se recomienda dormir la tercera parte del día. ¿Cuántas horas se debe dormir diariamente?

16 horas   8 horas   10 horas

Solución de problemas

6 Jaime cortó $\frac{3}{6}$ de una cuerda de 420 cm de longitud. ¿Cuánto mide ahora cada parte?

69

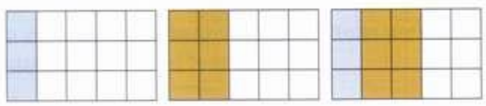
Adición y sustracción de fracciones homogéneas

Explora • La adición y la sustracción de fracciones homogéneas permiten solucionar situaciones de la vida cotidiana.

Felipe y Camila tienen conejos. $\frac{3}{15}$ de los conejos son grises, $\frac{6}{15}$ son blancos y el resto son negros. ¿Qué fracción de los conejos son negros?

Para saber la fracción de conejos negros:

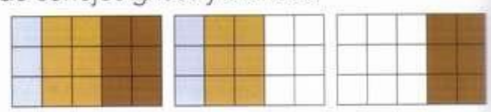
1. Se calcula la cantidad de conejos grises y blancos.



$$\frac{3}{15} + \frac{6}{15} = \frac{9}{15}$$

$\frac{9}{15}$ de los conejos son grises y blancos.

2. Al total de conejos se le resta la cantidad de conejos grises y blancos.



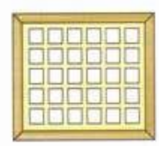
$$\frac{15}{15} - \frac{9}{15} = \frac{6}{15}$$

R/ $\frac{6}{15}$ del total de conejos son negros.

Practica con una guía

1 **Lee el problema y soluciónalo paso a paso. Carolina y Manuel preparan un mural con las fotos de sus profesores y compañeros de clase. Carolina pondrá las fotos de las 13 niñas y Manuel las de los 15 niños.**

- Observa el mural y sombrea con un color la cantidad de fotos que pondrá Carolina y con otro las que colocará Manuel.



- Representa en fracción y calcula la cantidad de fotos de los estudiantes.

$$\frac{\square}{30} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

.... del total de fotos son de estudiantes.

Recuerda que el total de fotos está representada por la fracción $\frac{30}{30}$.

- Calcula la cantidad de fotos de los profesores.

$$\frac{\square}{30} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

.... del total de fotos son de profesores.

Comprende

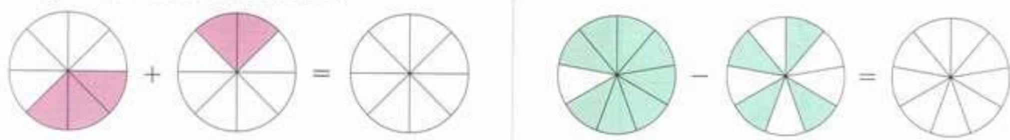
Para **sumar** o **restar** fracciones homogéneas se suman o se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7} \qquad \frac{11}{9}-\frac{4}{9}=\frac{11-4}{9}=\frac{7}{9}$$

Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Representa gráficamente el resultado de las siguientes operaciones. Luego escribe las fracciones.



3 Realiza las siguientes operaciones:

$\frac{6}{8}+\frac{1}{8}=\frac{\square}{8}$ $\qquad \frac{23}{45}+\frac{8}{45}=\frac{\square}{\square}$ $\qquad \frac{56}{98}+\frac{34}{98}=\frac{\square}{\square}$

$\frac{45}{88}-\frac{32}{88}=\frac{\square}{\square}$ $\qquad \frac{23}{30}-\frac{12}{30}=\frac{\square}{\square}$ $\qquad \frac{61}{100}-\frac{34}{100}=\frac{\square}{\square}$

4 **Comunicación.** Representa cada enunciado con la operación. Halla los resultados.

- Seis cuartos de hora menos dos cuartos de hora.
- Tres sextos de hora más dos sextos de hora.
- Cuatro quintos de hora más un quinto de hora.
- Doce décimos de hora menos dos décimos de hora.

5 Completa la tabla.

Fracción minuendo	Fracción sustraendo	Operación	Diferencia
Tres cuartos		$\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$	
Seis novenos			$\frac{1}{9}$
Doce treceavos			$\frac{5}{13}$

Solución de problemas

6 En el cumpleaños de Javier partieron una torta en 16 raciones iguales. Las mujeres comieron seis raciones y los hombres siete. ¿Qué parte de la torta sobró?

Adición y sustracción de fracciones heterogéneas

Explora • El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor múltiplo común diferente de cero de los números.

En una carrera de relevos, cada atleta recorre 100 metros. Para determinar el tiempo total del equipo, se suman las fracciones de los cuatro corredores. Observa la tabla y contesta: ¿cuál fue el tiempo acumulado por este equipo?

Relevos 4 × 100 metros	
Corredora	Tiempo
Paola	$\frac{1}{4}$ de minuto
Juanita	$\frac{2}{4}$ de minuto
Mónica	$\frac{4}{10}$ de minuto
Viviana	$\frac{5}{10}$ de minuto

• Para saber el tiempo gastado por el equipo se suman los tiempos de las atletas.

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{4}{10}+\frac{5}{10}$$

• Como los denominadores no son iguales se deben amplificar las fracciones y obtener fracciones equivalentes a las dadas con igual denominador.

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{4}{10}+\frac{5}{10}=\frac{1\times 5}{4\times 5}+\frac{2\times 5}{4\times 5}+\frac{4\times 2}{10\times 2}+\frac{5\times 2}{10\times 2}$$

$$=\frac{5}{20}+\frac{10}{20}+\frac{8}{20}+\frac{10}{20}$$

• Se suman las fracciones homogéneas resultantes.

$$=\frac{5}{20}+\frac{10}{20}+\frac{8}{20}+\frac{10}{20}=\frac{33}{20}$$

R/ El tiempo acumulado por el equipo fue $\frac{33}{20}$ de minuto.

Practica con una guía

1 En una sastrería se utilizó $\frac{1}{3}$ de un corte de paño en un pantalón, y $\frac{2}{5}$ en una chaqueta. ¿Cuánto paño se utilizó en total?

Encuentra los números por los que debes amplificar cada fracción para encontrar fracciones homogéneas.

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{1\times 5}{3\times 5}+\frac{2\times 3}{5\times 3}$$

$$=\frac{\quad}{15}+\frac{\quad}{\quad}$$

Se utilizó .... de paño.

72 Pensamiento numérico

Comprende

Para **sumar** o **restar fracciones** con diferente denominador, se buscan **fracciones** equivalentes a las fracciones dadas, con **igual denominador**.

El denominador común de las fracciones es el mínimo común múltiplo de los denominadores de cada una.

Luego, se suman o se restan como fracciones homogéneas.

$$\frac{2}{4} + \frac{4}{10} = \frac{2 \times 5}{4 \times 5} + \frac{4 \times 2}{10 \times 2} = \frac{10}{20} + \frac{8}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{21}{5} - \frac{8}{3} = \frac{21 \times 3}{5 \times 3} - \frac{8 \times 5}{3 \times 5} = \frac{63}{15} - \frac{40}{15} = \frac{23}{15}$$

Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Soluciona en el cuaderno las siguientes operaciones.

- $\frac{8}{6} - \frac{3}{5}$
- $\frac{4}{8} + \frac{9}{8}$
- $\frac{6}{2} - \frac{8}{5}$
- $\frac{5}{3} + \frac{1}{4}$

3 **Comunicación.** Completa las oraciones con las palabras de las siluetas.

común | denominador | igual

diferente | equivalentes | numeradores

- Para sumar fracciones con .... denominador se suman los .... y se deja el denominador ....
- Para sumar fracciones con .... denominador se hallan fracciones .... con igual .... y luego se suman.

4 **Razonamiento.** Colorea la gota de agua que contiene el resultado de cada operación.

$\frac{5}{7} + \frac{2}{3}$ $\quad \frac{7}{10} \quad \frac{29}{21} \quad \frac{7}{21}$

$\frac{9}{5} - \frac{3}{4}$ $\quad \frac{21}{20} \quad \frac{6}{1} \quad \frac{6}{20}$

Educación en valores

Si se te presentan dificultades en la realización de las actividades mantén la serenidad.

Solución de problemas

5 Mariana elaboró un flan de queso. Tardó $\frac{4}{12}$ de hora preparándolo y $\frac{8}{15}$ de hora esperando a que se cuajara. ¿Cuál es la fracción de hora que tardó en estar el flan? Si Mariana gastó $\frac{1}{3}$ de la leche en el flan, ¿qué cantidad de leche sobra?

Números mixtos

Explora • Los **números** son útiles para **expresar** cantidades **enteras** y **fraccionarias**.

Sandra compró trece semillas y las va a plantar en semilleros de cuatro unidades.
¿Cuántos semilleros necesitará?

$\frac{4}{4}$ = 1 semillero $\frac{4}{4}$ = 1 semillero $\frac{4}{4}$ = 1 semillero $\frac{1}{4}$ de semillero

R/ Sandra llenará tres semilleros completos y un cuarto de otro semillero.

Se escribe así:

$$3 + \frac{1}{4} \text{ o } 3\frac{1}{4}$$

Se lee: tres enteros y un cuarto.

• Observa además que:

$$3\frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

Practica con una guía

1 **Susana organiza en el álbum de fotos catorce de las fotografías que tomaron en la fiesta de aniversario de sus papás. En cada página del álbum caben seis fotografías.**

• Observa las páginas y dibuja en tu cuaderno como quedarían las páginas del álbum.

Considera cada página del álbum como una unidad.

• Representa mediante número mixto la cantidad de hojas utilizadas.

• Si en cada página se pudieran acomodar ocho fotos, ¿cuántas páginas se necesitarían para las catorce fotos?

Susana utilizaría .... páginas.

Comprende

Los números mixtos se componen de un número natural y una fracción.

Parte entera	Parte fraccionada
4	$\frac{3}{5}$
Se lee: cuatro y tres quintos.	

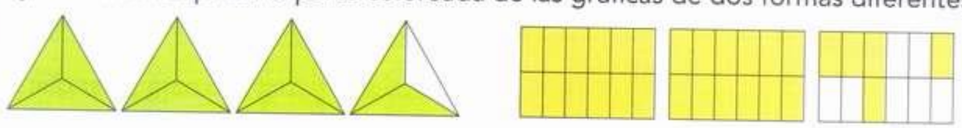
Todo número mixto se puede representar como una fracción.

$$4\frac{3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$$

Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

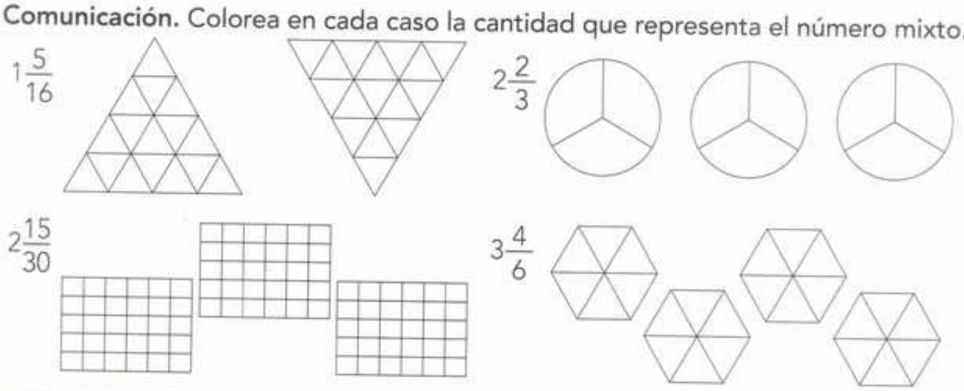
2 **Ejercitación.** Expresa la parte coloreada de las gráficas de dos formas diferentes.



3 Escribe la fracción que corresponde a cada número mixto.

- $2\frac{2}{7} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$
- $3\frac{3}{6} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

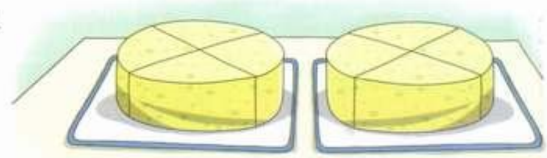
4 **Comunicación.** Colorea en cada caso la cantidad que representa el número mixto.



Solución de problemas

5 En la vitrina hay siete cuartos de queso.

- Expresa esa cantidad en forma de fracción.
- Escribe esa cantidad en número mixto. ¿Cuántos quesos completos hay?
- ¿Cuánto falta para obtener dos quesos completos?



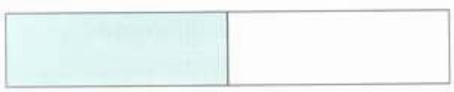
Multiplicación de fracciones

Explora • La **multiplicación** de dos números fraccionarios equivale a calcular la fracción de una fracción.

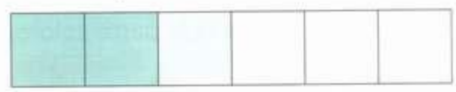
En enero Darío decidió que dedicaría medio año a estudiar música y dos terceras partes de ese tiempo a tocar guitarra. ¿Qué fracción del total de meses lo dedicará a tocar guitarra?

- Se puede resolver el problema de dos maneras. Observa:

1. Se representa la mitad de un año.



2. Se sombrean $\frac{2}{3}$ de la mitad del año.



Darío dedicará $\frac{2}{6}$ del año para tocar guitarra.

Observa que $\frac{2}{6}$ es equivalente a $\frac{1}{3}$.

- También se puede resolver el problema calculando la fracción de una fracción, es decir multiplicando las fracciones:

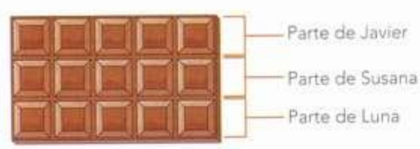
$\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ del total de meses del año es igual a

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 1}{3 \times 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

R/ Darío dedicará $\frac{1}{3}$ del total de meses de un año a estudiar guitarra.

Practica con una guía

1 Observa la imagen.



Recuerda simplificar las fracciones cuando se pueda.

- Determina la parte de la chocolatina que le toca a cada niño.

  Javier: .... Susana: .... Luna: ....

- Si Luna le regala $\frac{2}{5}$ de su parte a Leandro, calcula la fracción de chocolatina entera que se comió Leandro.

$$\frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square} = \frac{\square}{\square}$$

Leandro se comió .... de la chocolatina entera.

76 Pensamiento numérico

Comprende

El producto de dos fracciones se obtiene multiplicando los numeradores entre sí y los denominadores entre sí.

La expresión $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{6}$ se simboliza $\frac{2}{3} \times \frac{3}{6}$.

Se simplifica el producto cuando sea posible.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{6} = \frac{2 \times 3}{3 \times 6} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en www.redes-sm.net

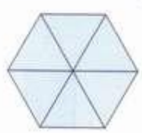
2 **Ejercitación.** Calcula los productos. Simplifica cuando sea posible.

$\frac{3}{4} \times \frac{6}{7} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ $\quad \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{\square}{\square}$ $\quad \frac{1}{3} \times \frac{4}{6} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

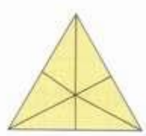
3 Encuentra el término que hace falta en cada caso.

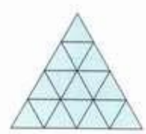
$\frac{1}{7} \times \frac{\square}{\square} = \frac{6}{35}$ $\quad \frac{4}{9} \times \frac{\square}{\square} = \frac{20}{72}$ $\quad \frac{5}{15} \times \frac{\square}{\square} = \frac{10}{60}$

4 **Comunicación.** Represента en cada figura el producto indicado.


$\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$


$\frac{3}{8}$ de $\frac{4}{5}$


$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$


$\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{16}$

Competencias ciudadanas

Cuando te sientas enfadado busca estrategias para tranquilizarte y no herir a los demás.

Indaga sobre aprender a decidir en **www.e-sm.net/4mt18**

5 Plantea cada operación y resuelve.

- La quinta parte de media pizza.
- Las dos sextas partes de tres cuartos de hora.
- La octava parte de medio maratón.
- La cuarta parte de los tres cuartos del salario.

Solución de problemas

6 Cecilia gastó dos cuartos de hora en hacer un recorrido, mientras que Hernando utilizó $\frac{1}{2}$ de ese tiempo. ¿Cuánto tiempo utilizó Hernando?

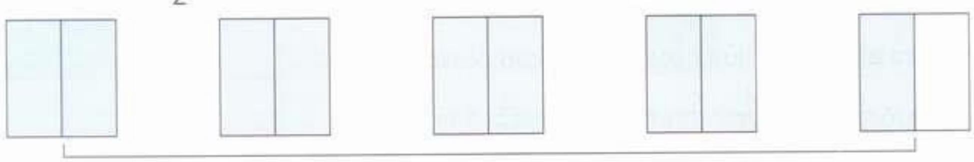
División de fracciones

Explora • Simplificar una fracción es dividir el numerador y el denominador por el mismo número. La simplificación de $\frac{12}{36}$ es $\frac{1}{3}$.

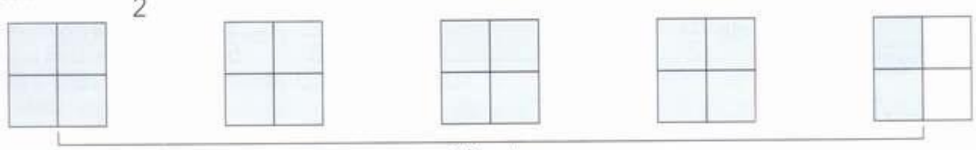
Para refrescar al equipo de fútbol se tienen $\frac{9}{2}$ de litro de agua. Si se quiere envasar el líquido en recipientes de $\frac{1}{4}$ de litro, ¿cuántos recipientes se pueden llenar?

Para responder, se debe determinar cuántos cuartos hay en $\frac{9}{2}$, es decir, $\frac{9}{2} \div \frac{1}{4}$.

Se representan los $\frac{9}{2}$ de litro de agua.



Para repartir en cuartos, se divide cada unidad en cuatro partes y se cuenta el número de ellas, que cubren los $\frac{9}{2}$.



18 partes

Es decir, $\frac{9}{2} \div \frac{1}{4} = 18$.

R/ Se pueden llenar 18 recipientes de $\frac{1}{4}$ de litro.

Practica con una guía

1 Completa las igualdades. Observa el ejemplo.

Luego de calcular el cociente, simplifica los resultados.

- $\frac{6}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{6 \times 7}{5 \times 2} = \frac{42}{10} = \frac{21}{5}$
- $\frac{11}{8} \div \frac{1}{3} = \frac{11 \times \square}{\square \times 1} = \frac{\square}{\square}$
- $\frac{6}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$
- $\frac{5}{4} \div \frac{4}{6} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

78 Pensamiento numérico

Comprende

El **cociente** de dos fracciones es otra fracción, que se obtiene al multiplicar en cruz los términos de las dos fracciones.

Para calcular $\frac{4}{7} \div \frac{2}{3}$,

Se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda.

$$\frac{4}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3}{\times} = \frac{12}{}$$

Así se obtiene el numerador de la fracción resultante.

Se multiplica el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda.

$$\frac{4}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3}{7 \times 2} = \frac{12}{14}$$

Así se obtiene el denominador de la fracción resultante.

Se simplifica la fracción resultante.

$$\frac{4}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

2 Ejercitación. Calcula los cocientes. Simplifica cuando sea posible.

- $\frac{3}{9} \div \frac{8}{7}$
- $\frac{11}{6} \div \frac{6}{5}$
- $2 \div \frac{8}{15}$
- $\frac{10}{8} \div \frac{13}{4}$
- $7 \div \frac{1}{13}$
- $\frac{18}{7} \div 3$
- $\frac{1}{6} \div \frac{7}{14}$
- $\frac{7}{8} \div \frac{5}{4}$

3 Comunicación. Plantea una división de fracciones para responder cada pregunta.

- ¿Cuántos cuartos hay en $\frac{23}{9}$?
- ¿Cuántas mitades hay en $3\frac{1}{7}$?
- ¿Cuántos quintos hay en $\frac{3}{2}$?
- ¿Cuántos sextos hay en $\frac{23}{6}$?

4 Razonamiento. Subraya las divisiones cuyo cociente esté correcto. Corrige las que no.

- $\frac{5}{3} \div \frac{4}{6} = \frac{5}{2}$
- $\frac{3}{4} \div \frac{1}{6} = \frac{3}{2}$
- $\frac{2}{5} \div \frac{3}{10} = \frac{4}{3}$
- $\frac{7}{8} \div \frac{5}{4} = \frac{7}{10}$
- $\frac{4}{9} \div \frac{1}{7} = \frac{4}{3}$
- $\frac{7}{3} \div \frac{1}{5} = \frac{35}{3}$

Solución de problemas

5 Cuatro personas recibieron como herencia $\frac{5}{6}$ de un terreno. Si todos recibieron la misma parte, ¿qué fracción del terreno le corresponde a cada uno?

Fracciones decimales

Explora • Una **fracción decimal** es aquella que tiene como denominador los números 10, 100, 1 000, etc.

Todos los días, al finalizar cada uno de los turnos de trabajo, se hace un reporte de los vehículos que pasan por un peaje y de los servicios de asistencia que se ofrecen en las vías. El reporte presentado el viernes por el peaje de Mondoñedo dice que tres de los diez vehículos que solicitaron grúa eran buses intermunicipales y ciento treinta y cinco de los mil vehículos de la categoría I eran camperos.

En la escritura del reporte se hizo uso de las fracciones decimales.

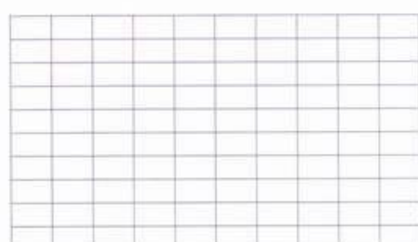
- Tres de los diez vehículos que solicitaron grúa fueron buses intermunicipales se puede expresar como $\frac{3}{10}$.
  Se lee tres décimas.

- Ciento treinta y cinco de los mil vehículos de la categoría I fueron camperos se puede expresar como $\frac{135}{1\,000}$.
  Se lee ciento treinta y cinco milésimas.

Practica con una guía

1 Para el Proyecto de Cultivo en el colegio se asignaron cuatro décimos del terreno para el cilantro, $\frac{15}{100}$ para el perejil y el resto para la zanahoria.

- Sombrea en la gráfica la parte que le corresponde a cada producto.



Recuerda que si se amplifican las fracciones, se obtienen expresiones equivalentes y que $\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$.

- Determina la cantidad de terreno asignado a la siembra de zanahoria.

El terreno asignado a la zanahoria representa $\frac{\square}{\square}$ de la superficie total.

80 Pensamiento numérico

PROYECTO SE, EDICIÓN ESPECIAL © EDICIONES SM

Comprende

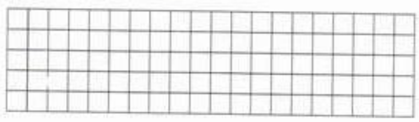
- $\frac{1}{10}$ representa la décima parte de la unidad; se lee **una décima**.
- $\frac{1}{100}$ representa la centésima parte de la unidad; se lee **una centésima**.
- $\frac{1}{1\,000}$ representa la milésima parte de la unidad; se lee **una milésima**.

Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Sombrea las partes necesarias para representar cada fracción. Escribe la fracción numérica correspondiente.

sesenta y un centésimas



ocho décimas

3 Escribe como se lee cada fracción decimal.

$\frac{8}{10}$ .... $\frac{45}{1\,000}$ ....

$\frac{76}{100}$ .... $\frac{123}{10\,000}$ ....

4 Escribe la fracción decimal correspondiente.

Noventa y un centésimas: $\frac{\square}{\square}$ Quinientos dos centésimas: $\frac{\square}{\square}$

Ciento doce diez milésimas: $\frac{\square}{\square}$ Doscientos quince décimas: $\frac{\square}{\square}$

5 **Razonamiento.** Lee las fracciones decimales y determina cuántas unidades y cuántas décimas están representadas en cada caso.

$\frac{23}{10}$ .... $\frac{45}{10}$ ....

$\frac{96}{10}$ .... $\frac{53}{10}$ ....

Competencias ciudadanas

La recreación es un derecho fundamental que garantiza un sano crecimiento. Haz de tu trabajo matemático un acto recreativo.

Solución de problemas

6 Tatiana y sus amigos armaron ochenta de las 100 fichas que trae su rompecabezas.

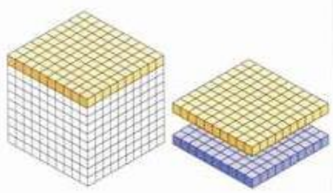
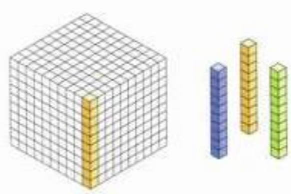
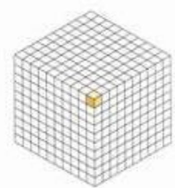
- Expresa esta cantidad como fracción decimal.
- Determina la cantidad de fichas que le hace falta para terminar el rompecabezas.
- ¿Cuántos décimos del rompecabezas armó Tatiana?

Décimas, centésimas y milésimas

Explora • Las **décimas**, las **centésimas** y las **milésimas** representan partes de la unidad.

David organizó las piezas de su juego mecano en un cubo de 1 000 fichas porque quiere armar con ellas un cohete con su plataforma de lanzamiento.

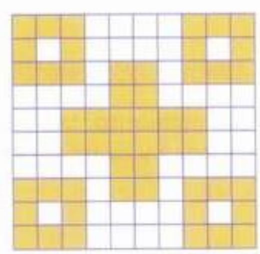
- Observa la cantidad de fichas utilizada en cada parte del cohete y en la plataforma de lanzamiento.

Para la base de la plataforma utilizó dos décimos de las fichas.	Para las torres que sostienen el cohete utilizó tres centésimos.	Para el cohete utilizó doscientos milésimos.
		
Si se divide una unidad en 10 partes iguales cada una de ellas es una **décima**.	Si dividimos una unidad en 100 partes iguales cada una de ellas es una **centésima**.	Si dividimos una unidad en 1 000 partes iguales cada una de ellas es una **milésima**.

Practica con una guía

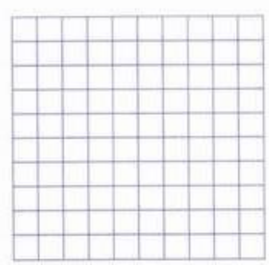
1 Observa el diseño del tapete y completa.

- El dibujo del diseño ocupa $\frac{\square}{\square}$ de la superficie del tapete.



Cuenta con cuidado la cantidad de regiones sombreadas.

- Elabora un diseño que ocupe $\frac{50}{100}$ de la superficie del tapete.



Comprende

- Las **décimas** representan la décima parte de una unidad o conjunto.

  1 unidad = 10 décimas   1 décima = $\frac{1}{10}$ = 0,1
- Las **centésimas** representan la centésima parte de una unidad o conjunto.

  1 unidad = 100 centésimas   1 centésima = $\frac{1}{100}$ = 0,01
- Las **milésimas** representan la milésima parte de una unidad o conjunto.

  1 unidad = 1 000 milésimas   1 milésima = $\frac{1}{1\,000}$ = 0,001

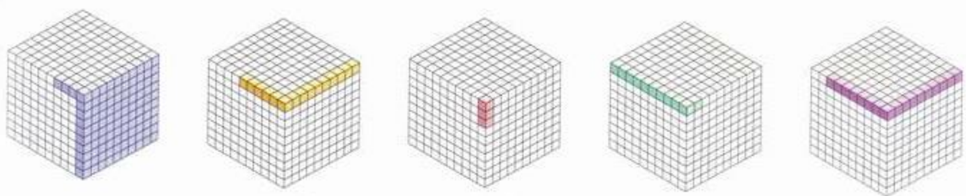
Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Completa la tabla. Escribe la fracción decimal y la representación numérica de cada región sombreada.

$\frac{4}{10}$				
0,4				

3 **Modelación.** Une cada dibujo con el número decimal que indica la parte coloreada.



0, 003   0, 015   0, 017   0,103   0,011

4 **Razonamiento.** Resuelve en tu cuaderno. Utiliza un dibujo para determinar si cincuenta centésimas son iguales a cinco décimas.

Solución de problemas

5 De un grupo de 100 estudiantes, 45 son mujeres y el resto hombres. ¿Qué fracción decimal representa a las mujeres? ¿Y a los hombres?

Números decimales

Explora • En el sistema de numeración decimal el **valor** de una cifra depende de la posición que ocupa.

Los científicos estudian un gran meteorito en el laboratorio astronómico.

- El número 412,145 que registra la balanza digital es un número decimal, tiene dos partes separadas por una coma.

Parte entera					Parte decimal		
um	c	d	u		décima	centésima	milésima
	4	1	2	,	1	4	5

- Se lee: Cuatrocientos doce unidades y ciento cuarenta y cinco milésimas, o cuatrocientos doce coma ciento cuarenta y cinco.
- Un numero decimal se puede expresar como una adición teniendo en cuenta el valor posicional de sus cifras:

$$412{,}145 = 400 + 10 + 2 + \frac{1}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1\,000}$$

$$412{,}145 = 400 + 10 + 2 + 0{,}1 + 0{,}04 + 0{,}005$$

Practica con una guía

1 **Rodrigo midió a su papá con una cinta métrica. El resultado de la medida fue 1,87 metros.**

Ubica cada cifra en la posición que le corresponde.

- Identifica la parte entera y decimal del número. Léelo.

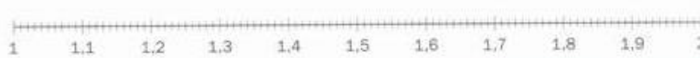
c	d	u		décima	centésima	milésima

Se lee: .... y ....

- Representa el número en la recta numérica. Sigue los pasos.
  - Sitúa en la recta la cifra de las unidades y la unidad siguiente. Divide el segmento en diez partes iguales. Cada una de estas partes representa las décimas. Ubícalas en el lugar correspondiente.

Sigue los pasos ordenadamente.

  - Divide cada décima en diez partes iguales. Cada una de estas partes representa las centésimas. Ubica las centésimas.



Comprende

Un número decimal sirve para expresar cantidades no enteras.
En él se identifica una **parte entera** y una **parte decimal**.
Los números decimales se pueden representar en la **recta numérica**.

Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Completa la tabla. Lee los números.

Número	Parte entera	Décimas	Centésimas	Milésimas
43,567				
40,073				
134,934				

3 Halla la fracción o el número decimal en cada caso.

Número decimal	0,14	.....	0,356	.....	0,01	.....	0,123
Fracción decimal	$\frac{\square}{\square}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{\square}{\square}$	$\frac{35}{100}$	$\frac{\square}{\square}$	$\frac{1}{1\,000}$	$\frac{\square}{\square}$

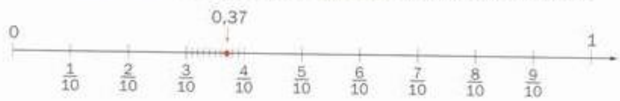
4 **Razonamiento.** Identifica el valor que tiene la cifra 5 en cada una de las siguientes cantidades.

16**5**,07 34,0**5**1 3,**5**89 4,67**5**

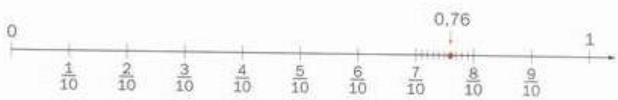
5 **Comunicación.** Escribe como se leen los siguientes números.

340,07 23,9 98,12 9,999

Escribe el número decimal que se representa en cada recta.



$\frac{\square}{\square}$



$\frac{\square}{\square}$

Solución de problemas

6 La diferencia de tiempo de tres atletas respecto al primer puesto es de 7 décimas, 30 centésimas y 10 milésimas de segundo, respectivamente.

- Escribe cada diferencia en forma de número decimal y de fracción.
- Si el primer puesto tuvo un tiempo de 12,6 s, ¿cuál fue el tiempo de los tres corredores?

Comparación de números decimales

Explora • Al **comparar** números decimales es necesario tener en cuenta la **parte entera** y la **parte decimal**.

Los jugadores del equipo de baloncesto del colegio desfilarán en la inauguración de un torneo y lo harán por orden de estatura de menor a mayor.

Las estaturas están expresadas con números decimales.

• Para saber el orden del desfile se deben comparar los números decimales.

Antes de comparar se iguala la cantidad de cifras decimales agregando ceros.

1. Se compara la parte entera de cada número.

U		D	C
1	,	9	6
1	,	8	0
1	,	7	1
2	,	1	0
1	,	9	8

Se puede ver que Alex saldrá de quinto.

2. Como la parte entera coincide, se comparan las décimas.

U		D	C
1	,	9	6
1	,	8	0
1	,	7	1
1	,	9	8

$7 < 8$

Se puede ver que Carlos saldrá de primero y Luis de segundo.

3. Como las decimas de los números restantes coinciden, se comparan las centésimas.

U		D	C
1	,	9	6
1	,	9	8

$6 < 8$

Fernando saldrá de tercero y Junior saldrá de cuarto.

Practica con una guía

1 La maleta de Manuel pesa más que la de José, pero menos que la de Ángela. Si en el número que indica el peso de su maleta la cifra de las unidades y las centésimas coinciden, ¿cuál es la maleta de Manuel?

Identifica las maletas de José y de Ángela.

- Haz una lista con las maletas que pesan más que la de José: ....
- Haz una lista de las maletas que pesan menos que la de Ángela: ....
- Haz una lista con las cantidades en las que la cifra de las unidades y de las centésimas sean iguales. ....
- Elige el número que esté en las tres listas: ....
- La maleta de Manuel es la que pesa .... kg.

86 Pensamiento numérico

Comprende

Para **comparar** números decimales se sigue el mismo procedimiento que con los números naturales: Se empieza por la cifra con mayor valor posicional. Cuando sea necesario se iguala la cantidad de cifras decimales agregando cero.

$7,56 < 7,65$ o también $7,65 > 7,56$

Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en www.redes-sm.net

2 Ejercitación. Escribe los signos <, >, o = según corresponda.

1,54	1,503	33,99	32,99	5,909	5,90
0,06	0,6	37,06	3,706	7,7	7,70

3 Ordena de mayor a menor los siguientes decimales.

3,45 3,4 3,39 3,356

4 **Comunicación.** Utiliza las tarjetas para encontrar los números decimales con las condiciones dadas.

- Mayor que 3,45
- Menor que 1,61
- Mayor que 3,5 y menor que 3,6
- Mayor a 6,5

5 **Razonamiento.** Completa la tabla. Utiliza el mismo número de decimales.

Número anterior	Número	Número siguiente
	4,456	
	34,591	
	99,98	

6 Adivina el número.

- Tiene tres cifras. Es mayor que 1,87 y menor que 2. La suma de sus dígitos da 18. La cifra de las décimas es 9.

Educación en valores

La precisión con la que realices tu trabajo y la verificación de las respuestas te ayudan a obtener los resultados deseados.

Solución de problemas

7 Hernán entrena para las competencias de ciclismo. Observa las distancias que recorrió durante cinco días. Ordénalas de menor a mayor e indica el día que realizó el recorrido más largo.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
9,9 km	8,3 km	8,32 km	9,89 km	9,8 km

Aproximación de números decimales

Explora • Para aproximar números decimales se puede utilizar la **recta numérica**.

Federico y Tatiana realizaron la prueba de triple salto en clase de Educación Física.

El profesor aproximó la longitud de sus saltos.

Para aproximar un número decimal se puede utilizar la recta numérica.

9,78 está comprendido entre 9,7 y 9,8. Está más cercano a 9,8.

9,81 está comprendido entre 9,8 y 9,9. Está más cercano a 9,8.

• Si la cifra de las centésimas es menor que 5, se dejan las décimas igual y se eliminan las cifras decimales que le siguen.

u		décima	centésima
9	,	8	1

1 es **menor** que 5

9,81 aproximado a las décimas es 9,8

• Si la cifra de las centésimas es igual o mayor que 5, se aproxima a la décima siguiente y se eliminan las cifras decimales que le siguen.

u		décima	centésima
9	,	7	8

8 es **mayor** que 5

9,78 aproximado a las décimas es 9,8

Practica con una guía

1 Completa la tabla.

Observa la cifra que está a la derecha de la aproximación solicitada.

Número	Aproximación a la unidad	Aproximación a la décima	Aproximación a la centésima
12,364		12,4	
3,981			
5,365	5		
0,258			0,26
9,362	9		

Comprende

- Para **aproximar** un número a las **unidades** observamos la cifra de las **décimas**, si es menor que 5, se deja la misma unidad. Si es igual o mayor que 5, se aproxima a la unidad siguiente.

  9,236 aproximado a las unidades es 9

- Para **aproximar** un número a las **décimas** observamos la cifra de las **centésimas**.

  9,236 aproximado a las décimas es 9,2

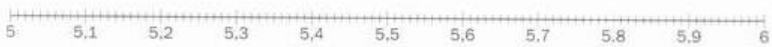
- Para **aproximar** un número a las **centésimas** observamos la cifra de las **milésimas**.

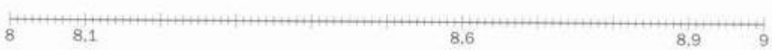
  9,236 aproximado a las centésimas 9,24

Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Representa los números en la semirrecta numérica. Aproxímalos a las décimas.

5,87 

8,94 

3 **Razonamiento.** Completa la tabla.

Número	Comprendido entre las unidades	Aproximado a la unidad	Comprendido entre las décimas	Aproximado a la décima
85,27	85 y 86	85	85,2 y 85,3	85,3
30,59				
2,65				
6,84				

4 **Comunicación.** Ordena las cantidades y completa las oraciones.

6 milésimas, 29 unidades, 9 décimas, 8 centésimas.

- El número se lee ....
- Aproximado a las centésimas es ....

6 unidades, 9 centésimas, 3 decenas, 7 décimas.

- El número se lee ....
- Aproximado a las décimas es ....

Solución de problemas

5 César, Esteban, Álvaro y Jairo participan en un torneo de lanzamiento de jabalina. César alcanzó 85,26 m; Esteban 85,42 m; Álvaro 85,77 m y Jairo 85,65 m. ¿Quién obtuvo la medalla de oro?, ¿quién la de plata? y ¿quién la de bronce?

Adición de números decimales

Explora • Los números naturales se pueden expresar como números decimales.
62 = 62,0 = 62,00 = 62,000 …

Samuel y sus amigos darán un paseo en lancha por el lago.

• Para averiguar el peso de los tres amigos se debe sumar 46 + 41,25 + 50,3.

1. Se escriben los números de manera que las comas coincidan y se igualan las cifras decimales.

	d	u		décimas	centésimas
	4	6	,	0	0
	4	1	,	2	5
+	5	0	,	3	0

2. Se realizan los cálculos como si fueran números naturales. Se escribe la coma en el resultado, alineada con las otras comas.

	d	u		décimas	centésimas
	4	6	,	0	0
	4	1	,	2	5
+	5	0	,	3	0
1	3	7	,	5	5

R/ Entre los tres amigos pesan 137,55 kilos, por tanto pueden subir juntos a la lancha.

Practica con una guía

1 Ubica los sumandos en forma vertical y calcula las sumas.

• 25,3 + 8 + 3,958 + 6,03

	d	u		décimas	centésimas	milésimas
	2	5	,	3	0	0
		8	,	0	0	0
		3	,	9	5	8
+		6	,	0	3	0

Alinea los sumandos por la coma. No olvides igualar las cifras decimales.

• 1,369 + 23 + 3,8 + 2, 67

	d	u		décimas	centésimas	milésimas
+						

Comprende

La **adición** de decimales permite solucionar situaciones en las que se realizan actividades como agrupar, agregar o comparar.

Los números decimales se suman como los números naturales; es decir, se suman entre sí las cifras del mismo orden: centésimas con centésimas, décimas con décimas… Se pone la coma del resultado en la posición correspondiente.

Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Resuelve en tu cuaderno las siguientes adiciones. Ordena los resultados de mayor a menor.

23,589 + 23,1 + 236   87,2 + 23,598   3,65 + 23,7 + 1,7

3 **Razonamiento.** Resuelve el crucinúmero. Realiza los cálculos en el cuaderno.

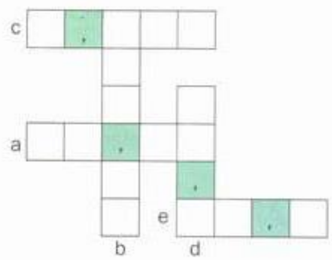
a. 21,06 + 2,12

b. 25,75 + 8,373

c. 3,138 + 3,243

d. 1,23 + 5,34 + 3,25

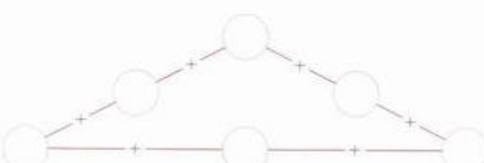
e. 50,3 + 13 + 33,2



4 Completa las series:

- De 0,2 en 0,2   3,6 – 3,8 – 4 – ...... – ...... – ...... – ....
- De 0,05 en 0,05   7,18 – 7,23 – 7,28 – ...... – ...... – ...... – ....

5 **Comunicación.** Ubica los números decimales en los círculos, de tal manera que sumen 18,36 por cada lado.

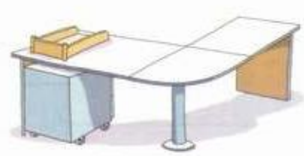


5,8	8,11	4,45
7,32	6,59	5,24

Solución de problemas

6 ¿Cuánto pagó Susana por la compra de los artículos?

$ 28 560,50



$ 125 650,90

$ 76 525,75

Sustracción de números decimales

Explora • En el sistema de numeración decimal, una unidad de un orden cualquiera es diez veces menor que la unidad del orden inmediatamente superior.

1 décima = 10 centésimas

1 centésima = 10 milésimas

1 unidad = 10 décimas

Los buceadores quieren descender hasta una profundidad de 57,5 metros. ¿Cuánto les falta para llegar al fondo?

• Para averiguarlo se debe restar 57,5 − 31,25.

1. Se escriben el minuendo y el sustraendo alineados por las comas y se igualan las cifras decimales.

	d	u		décimas	centésimas
	5	7	,	5	0
−	3	1	,	2	5

2. Se realizan los cálculos como si fueran números naturales. Se desagrupan las unidades necesarias y se escribe la coma en el resultado.

	d	u		décimas	centésimas
	5	7	,	5	0
−	3	1	,	2	5
	2	6	,	2	5

R/ A los buceadores les falta 26,25 metros para llegar al fondo.

Practica con una guía

1 Un perro danés pesa 52,3 kilos, un *collie* 23,85 kilos y un siberiano 18,9 kilos. Calcula la diferencia entre las razas indicadas.

Alinea los términos por la coma. Completa las cifras decimales con ceros y realiza la sustracción.

• Diferencia entre el danés y el *collie*.

$$\begin{array}{r} 52,3 \\ -\ 23,85 \\ \hline \end{array}$$

• Diferencia entre el danés y el siberiano.

$$\begin{array}{r} 52,3 \\ -\ 18,9 \\ \hline \end{array}$$

92 Pensamiento numérico

Comprende

La **sustracción** de decimales permite solucionar situaciones en las que se realizan actividades como quitar, comparar o buscar diferencias.

Los números decimales se restan como los números naturales; es decir, se restan entre sí las cifras del mismo orden: centésimas con centésimas, décimas con décimas… Se pone la coma del resultado en la posición correspondiente.

Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Efectúa las siguientes sustracciones.

235,5 − 36,589	10,298 − 3,68	69,058 − 7,201
2,369 − 0,27	89,3 − 15,897	9,089 − 3

3 **Razonamiento.** *Realiza la siguiente actividad con un compañero. Simón observa su fruta preferida. ¿Cuál es?*

- Para averiguarlo deben comenzar en la casilla de salida y avanzar siempre por un número que sea tres décimas menor.

15	10,5	10,7	11,9	12	A
14,7	14,4	11,2	10,6	10,9	B
13	13,5	12,5	11,4	11	C
11	13,2	12,9	12,6	12,3	D

Solución de problemas

4 Observa la tabla y contesta.

- ¿Cuánto más mide el diámetro del espejo del telescopio del Monte Palomar con respecto al de Kitt Peak?
- ¿Cuánto más debería medir el diámetro del espejo del telescopio de Calar Alto, para igualar el del telescopio astrofísico de Rusia?
- ¿Cuál es la diferencia de longitud de los diámetros de los espejos entre los observatorios Interamericano y Nacional de Kitt Peak?

Observatorios del mundo

Observatorio	Diámetro del espejo principal
Calar Alto (España)	3,5 m
Nacional de Kitt Peak (EE. UU.)	3,81 m
Astrofísico de Rusia	6 m
Monte Palomar (EE. UU.)	5,08 m
Interamericano (Chile)	4 m

Multiplicación de números decimales

Explora • Un número decimal está compuesto por una parte entera y una decimal. 92,168 tiene tres cifras decimales

Para facturar el servicio de energía, el consumo se mide en kilowatios-hora (kWh). Si un kWh cuesta $ 375,96, ¿cuál será el costo de la factura de una familia que consumió 92,6 kWh?

• Para saber el costo de la factura se debe multiplicar 375,96 × 92,6.

1. Se efectúa la multiplicación como si los dos factores fueran números naturales.

$$\begin{array}{r} 375{,}96 \\ \times \quad 92{,}6 \\ \hline 225576 \\ 75192 \\ +\,338364 \\ \hline 34813896 \end{array}$$

2. Se cuentan las cifras decimales de los dos factores.

3. En el producto se separan, desde la derecha, tantas cifras decimales como tengan las dos cantidades. En este caso, tres.

$$\begin{array}{r} 375{,}96 \\ \times \quad 92{,}6 \\ \hline 225576 \\ 75192 \\ +\,338364 \\ \hline 34813{,}896 \end{array}$$

R/ El costo de la factura será $ 34 813,896.

Practica con una guía

1 Para envolver los regalos de Navidad, Roberto utilizó 7 rollos de papel de 1,25 metros cada uno y 2 rollos de 2,45 metros cada uno. ¿Cuántos metros de papel de regalo usó en total?

• Averigua cuántos metros gastó de cada medida.

$$\begin{array}{r} 1{,}25 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2{,}45 \\ \times \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

Recuerda que las cifras decimales del producto se cuentan de derecha a izquierda.

• Suma las cantidades anteriores.

$$\begin{array}{r} \ldots , \ldots \ldots \\ + \ldots , \ldots \ldots \\ \hline \ldots \ldots , \ldots \ldots \end{array}$$

R/ Roberto usó en total .... metros de papel de regalo.

Comprende

Para **multiplicar dos números decimales** se realiza el mismo proceso de la multiplicación de naturales, y se separan en el producto tantas cifras decimales como la suma de la cantidad de cifras decimales que hay en los dos factores.

Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en www.redes-sm.net

2 **Ejercitación.** Resuelve las siguientes multiplicaciones.

8,23 × 7	6,04 × 3,1	5,6 × 2,18
63 × 4,35	9,8 × 10	68,26 × 12,25

Razonamiento. Otras unidades de medida de longitud son la pulgada, el pie y la yarda. Sus equivalencias aproximadas son:

1 pulgada = 2,54 cm   1 pie = 30,48 cm   1 yarda = 0,91 m

- Expresa en la unidad indicada.

  23 pulgadas en cm   61 yardas en cm   9 pies en cm

Educación en valores

Al **crear** y **compartir** algo que la comunidad necesite ayudas a superar las dificultades de los demás.

4 **Comunicación.** Resuelve el crucinúmero. Crea tu propio crucinúmero, e intercámbialo con uno de tus compañeros.

a. Es 3 veces 11,83.

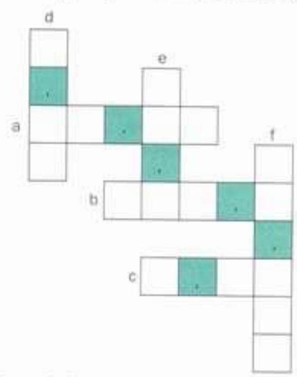
b. Es el doble de 143,6.

c. Es el cuádruple de 0,12.

d. Cabe exactamente dos veces en 0,76.

e. Es 2,5 veces 5,92.

f. Es el triple, del doble de 12,144.



5 **Modelación.** Observa el ejemplo, completa la tabla y saca una conclusión sobre cómo multiplicar un número decimal por 10, 100, 1 000 …

Número	× 10	× 100	× 1 000
3,259	32,59	325,9	3 259
10,235			

Solución de problemas

6 Andrea lleva en una caja cinco botellas de aceite que pesan 0,98 kg cada una y cuatro tetra pack de leche que pesan 1,073 kg cada uno. ¿Cuánto pesa el contenido de la caja?

División de decimales por un número natural

Explora • La **división de decimales** permite solucionar **situaciones concretas** relacionadas con actividades en las que se reparte una cantidad en partes iguales.

Las ocho jugadoras del equipo de baloncesto del colegio de Margarita fueron invitadas a la inauguración de un torneo en un colegio de Panamá.

• Para saber el valor de un tiquete se divide 3854,72 ÷ 8.

1. Se dividen las 3854 unidades entre 8.

```
3 8 5 4, 7 2 |8
  6 5          4 8 1
    1 4
      6
```

Sobran 6 unidades que son 60 décimas.

2. Se añaden las 60 décimas a las 7 que se tienen. Se divide 67 entre 8.

```
3 8 5 4, 7 2 |8
  6 5          4 8 1, 8
    1 4
      6 7
        3
```

Se escribe la coma en el cociente

Sobran 3 décimas que son 30 centésimas.

R/ Cada tiquete vale 481,84 dólares.

3. Se añaden las 30 centésimas a las 2 que se tienen. Se divide 32 entre 8.

```
3 8 5 4, 7 2 |8
  6 5          4 8 1, 8 4
    1 4
      6 7
        3 2
          0
```

Como el residuo es cero, la división terminó.

Practica con una guía

1 Luisa repartió 2 litros de jugo en 5 vasos. ¿Qué cantidad de jugo hay en cada vaso?

Para saber cuánto jugo hay en cada vaso se divide 2 ÷ 5.

- Como el 5 no está en 2 un número exacto de veces, se escribe 0 en el cociente.

```
2 |5
   0
```

Sobran 2 unidades que son 20 décimas.

Escribe cero en el cociente cuando el divisor no esté un número exacto de veces en el dividendo.

- Se escribe una coma en el cociente, y se dividen las 20 décimas entre 5.

```
2 0 |5
□□   0□
```

En cada vaso hay .... litros de jugo.

96 Pensamiento numérico

Comprende

- Para **dividir un número decimal entre uno natural** se divide como si los dos fueran naturales, pero al bajar la cifra de las décimas, se escribe la coma en el cociente.
- Si el dividendo es menor que el divisor se escribe un cero y una coma en el cociente. Después se añade un cero en el dividendo y se continúa con la división.

Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en www.redes-sm.net

2 Ejercitación. Resuelve en tu cuaderno las siguientes divisiones.

253,58 ÷ 4	13 ÷ 26	750,582 ÷ 9
5 ÷ 8	36,057 ÷ 5	7,68 ÷ 8

3 Razonamiento. Observa el perímetro de los polígonos regulares y encuentra la medida de sus lados.

Perímetro = 50,8 cm	Perímetro = 5,4 cm	Perímetro = 163,8 cm
Lado = ... cm	Lado = ... cm	Lado = ... cm

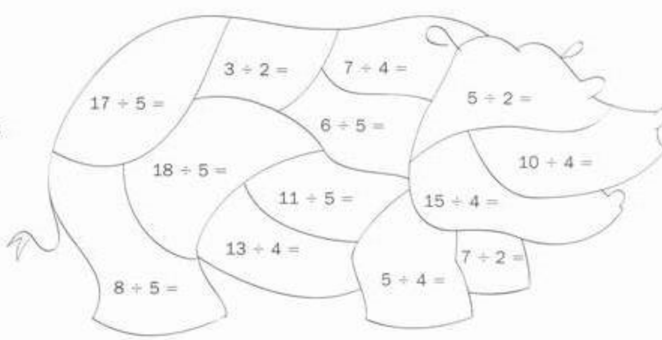
Competencias ciudadanas

Identifica tu origen cultural y el de tus compañeros de clase para respetar las diferencias y semejanzas que se presentan.

Indaga sobre el respeto en www.e-sm.net/4mt26

4 Efectúa las operaciones. Colorea según lo indicado.

- De azul los cocientes mayores que 3 y menores que 4.
- De verde los cocientes menores que 2.
- De rojo los cocientes mayores que 2 y menores que 3.



Solución de problemas

5 Para adornar la carroza que su pueblo presentará en la celebración del Día de la Raza, Teresa utilizará guirnaldas de colores. Si Teresa compró 615,6 metros de cinta para hacer 24 guirnaldas, ¿cuánta cinta utilizó en cada una?

97

Grado	Papel	Vidrio
Primero	165,65 kg	103,3 kg
Segundo	173,29 kg	99,8 kg
Tercero	239,3 kg	86,1 kg
Cuarto	189,7 kg	47,2 kg
Quinto	212,09 kg	65,96 kg

Resolución de problemas

Obtengo información de una tabla

En la campaña de reciclaje de un colegio cada grado hizo el aporte de papel y de vidrio registrado en la tabla. Si vendiero el kilogramo de papel a $ 250 y el de vidrio a $ 300, ¿cuánto dinero recaudaron?

Inicio

Comprensión del problema

- Escribe falso o verdadero.

- Los materiales que reciclaron fueron vidrio, papel y latas de aluminio. ( )
- El valor recibido por la venta de un kilogramo de papel es $ 250. ( )
- El problema pregunta por la cantidad de papel y vidrio recolectado. ( )

¿Hay solo una afirmación verdadera? No / Sí

Concepción de un plan

- Ordena los pasos para solucionar el problema.

- Hallar el total de dinero recolectado.
- Hallar el dinero recibido por la venta del vidrio.
- Hallar el total de papel recolectado.
- Hallar el total de vidrio recolectado.
- Hallar el dinero recibido por la venta del papel.

¿Organizaste adecuadamenteel plan? No / Sí

Ejecución del plan

- Calcula la cantidad de papel recolectado:

...... + ... + ... + ... + ... = ... kg

- Calcula el dinero obtenido por la venta del papel: ...... × ...... = $ ......
- Calcula la cantidad de vidrio recolectado:

...... + ... + ... + ... + ... = ... kg

- Calcula el dinero obtenido por la venta del vidrio: ...... × ...... = $ ......
- Calcula la cantidad de dinero recolectado: ...... + ... = $ ......

Comprobación

¿Recolectaron $365 715,50? No / Sí **Fin**

Resuelve problemas en www.e-sm.net/4mt27

Practica con una guía

1 En la finca de Tobías recolectaron en la tercera cosecha 935,83 kg de papa más que en la segunda; y en la última, el doble de la tercera. ¿Cuántos kilogramos de papa recolectaron en las últimas tres cosechas?

Completa la tabla. Elige los datos adecuados. Sigue el plan.

- Calcula la cantidad de papa recolectada en la tercera cosecha: .... + ... = ... kg
- Calcula la cantidad de papa recolectada en la última cosecha: .... × .... = ... kg
- Calcula la cantidad de papa recolectada en las últimas tres cosechas: .... + ... + ... = ... kg

Cosecha	Papa recolectada (kg)
Primera cosecha	135,66
Segunda cosecha	345,98
Tercera cosecha	
Última cosecha	

En las tres últimas cosechas recolectaron .... kg de papa.

Soluciona otros problemas

2 En la tabla se muestra la cantidad de tela que quedó después de las ventas del día. ¿Cuánta tela se vendió entre el miércoles y jueves? ¿Qué día se vendió la mayor cantidad de tela? ¿Y la menor?

Día	Cantidad de tela por vender (m)
Lunes	120
Martes	115,5
Miércoles	98
Jueves	71,5

3 Un helicóptero de apoyo a incendios puede trasportar 1 234,55 litros de agua en un solo viaje. Si cuatro helicópteros de apoyo trabajaron sin parar durante una semana hasta apagar un incendio y cada día realizaron 46 viajes, ¿qué cantidad de agua utilizaron?

4 La familia González compró en el supermercado tres bandejas de carne cuyo peso total es de 2,855 kg. Si los pesos de dos bandejas son 0,78 kg y 1,4 kg, ¿cuál es el peso de la tercera bandeja?

5 Para preparar un asado un grupo de cinco amigos compró tres libras de carne a $ 7 432,50 cada libra; cinco botellas de gaseosa a $ 2 780,45 cada botella y tres paquetes de salchichas a $ 9 564,70. Si repartirán los gastos en partes iguales, ¿cuánto pagará cada amigo?

Plantea

6 Inventa una situación que se relacione con la figura.

Ciencia, Tecnología y Sociedad

Los números decimales en la medicina

Sabías que...

La **dosis** de los **medicamentos** para los adultos no es igual a la de los niños.

Para que un medicamento actúe de manera eficaz sobre el organismo, es necesario administrarlo en la cantidad precisa teniendo en cuenta edad y peso.

- ✓ Doctores y científicos advierten que suministrar dosis tan reducidas con instrumentos de medición como **jeringas** y **goteros** puede llevar a errores de medida que generan consecuencias graves en los pacientes.
- ✓ No saber escribir o leer correctamente la dosis genera situaciones trágicas como la sucedida en Valencia (España), cuando a un niño con cáncer le suministraron 165 mg de un medicamento en la quimioterapia y no 1,65 mg que era la cantidad indicada, lo que le produjo la muerte.
- ✓ Por ejemplo, en algunas cirugías se necesita suministrar medicamentos muy fuertes con dosis de **menos de 0,1 mililitro**. Sobrepasarse puede generar eventos adversos como la depresión respiratoria o llevar al paciente a estado de coma.

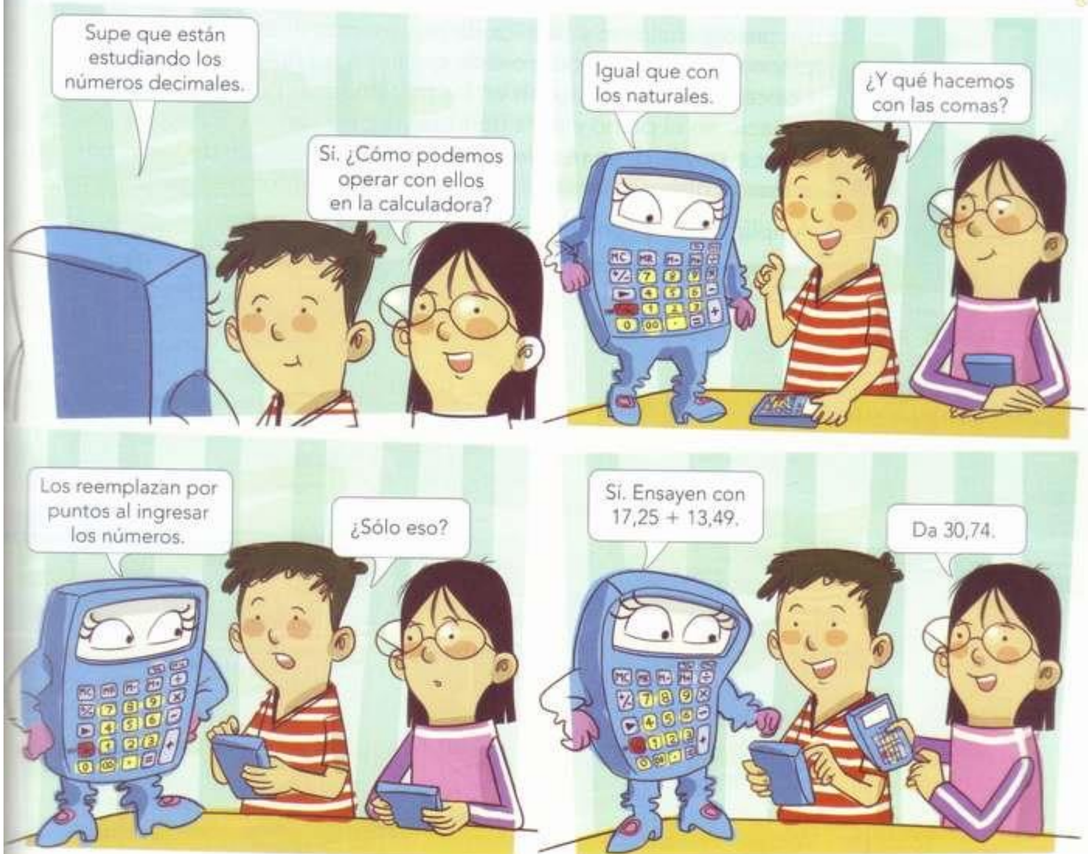
INDAGA

- ¿Qué condiciones debe considerar un médico para formular la dosis de un medicamento?
- ¿Qué consecuencias puede tener exceder o disminuir una dosis?
- ¿Por qué son importantes los números decimales en la medicina?
- ¿Has tomado alguna vez un medicamento?
- ¿Qué consejos le darías a un amigo que debe tomar un medicamento?

Infórmate sobre el tema en:
www.e-sm.net/4mt28

Uso de la calculadora

Calcular con decimales



Ejemplo

Para calcular 36,25 × 8,3:

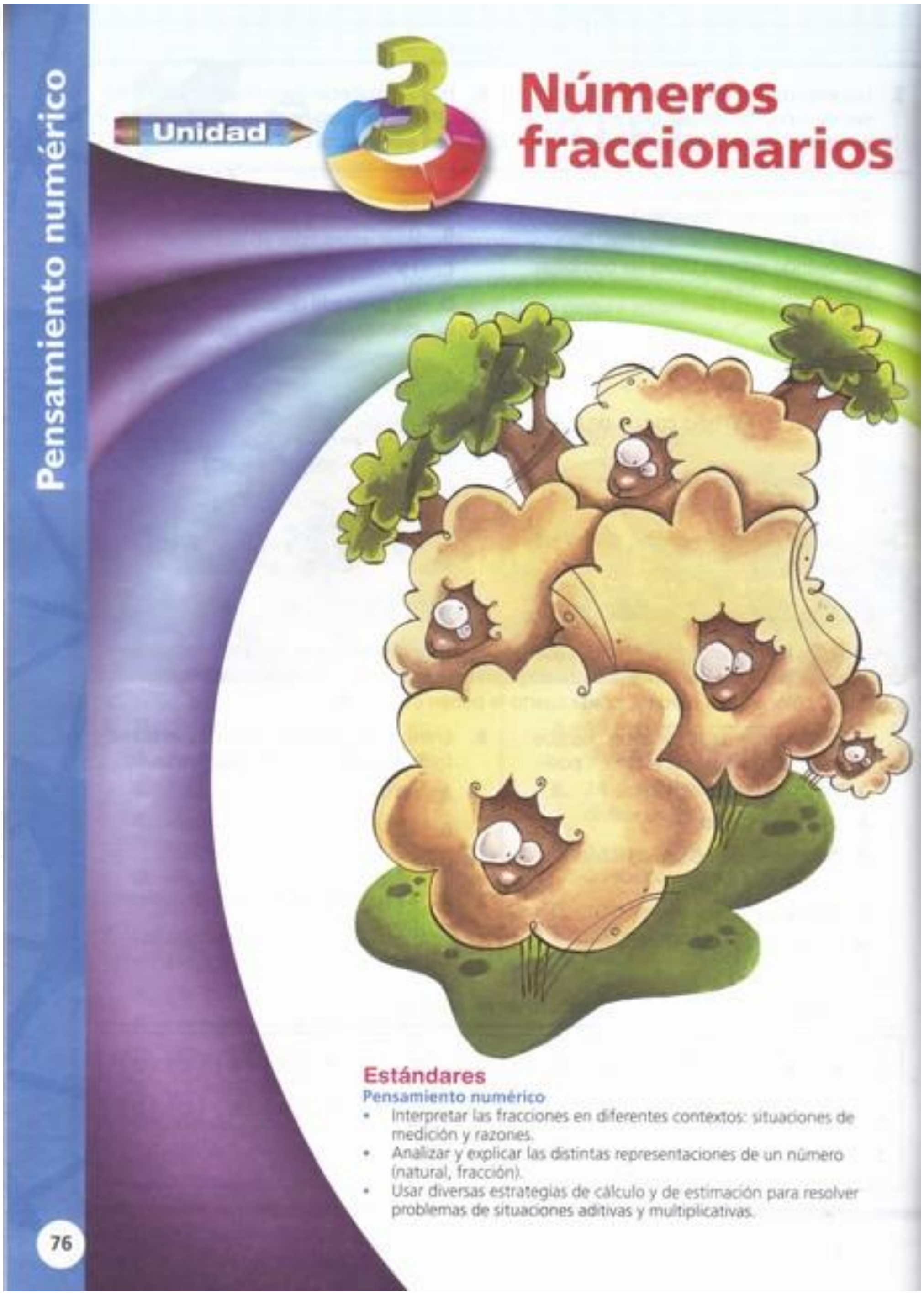
- Se digita: 3 6 · 2 5
- En pantalla: 36,25
- Se oprime la tecla de la operación: ×
- En pantalla: 36,25
- Se digita: 8 · 3
- En pantalla: 8,3
- Se oprime la tecla: =
- En pantalla: 300,875

Practica

Utiliza la calculadora para encontrar los resultados de las operaciones.

236,59 × 32,01 | 235,1 ÷ 9,258 | 123,289 + 58,59 | 598,8 − 69,3109

Anexo 2: Unidad "Números fraccionarios" Texto Retos matemáticas 4



Pensamiento numérico

Unidad 3

Números fraccionarios

Estándares

Pensamiento numérico

- Interpretar las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición y razones.
- Analizar y explicar las distintas representaciones de un número (natural, fracción).
- Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas de situaciones aditivas y multiplicativas.

76

Procesos: El desarrollo de esta unidad me hará competente para:

Conexiones
Establecer nexos entre las diferentes representaciones de fracciones.

Resolución de problemas
Resolver problemas relacionados con situaciones de la vida diaria.

Comunicación
Interpretar representaciones pictóricas de operaciones entre fracciones.

Razonamiento lógico
Generalizar resultados a partir de observaciones.

Competencia lectora

Al morir mi abuelito,
su abogado de cabecera
leyó el largo testamento
sin un minuto de espera.
Óigase bien lo que dijo
y no se tome a la ligera,
"Las cien ovejas las dejo
de la siguiente manera:
la cuarta parte de ellas
deben quedar a mi esposa
y la mitad de las 100
véndanlas en Zaragoza.
Repartan todo el dinero
entre hijos, sobrinos y nietos,
que no les falte la plata
para que vivan contentos".

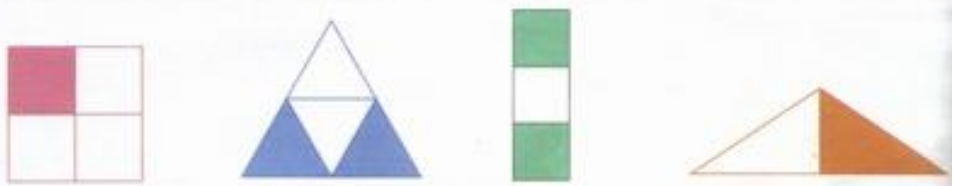
Reflexiono y respondo

- ¿Cuántas ovejas tenía el abuelo?
- ¿Cuántas ovejas dejó a su esposa?
- ¿Cuántas vendieron en Zaragoza?

77

Tema 20 Las fracciones

Observemos las partes iguales en que está dividida cada figura y las partes que están coloreadas en cada una.



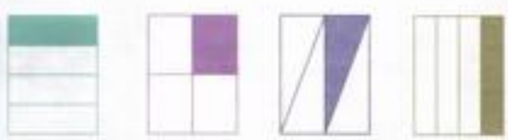
Cada parte coloreada representa una fracción. Escribámoslas. $\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}$

En la expresión $\frac{1}{4}$, 1 indica la parte que se toma y 4 representa el total de partes en que fue dividida la unidad.

La unidad también recibe el nombre de todo.

En una fracción, el **denominador** representa el número de partes iguales en que se divide la unidad o el todo, y el **numerador** indica el número de esas partes que se toma.

Observemos las siguientes representaciones:



¿Qué fracción está representada? ____

Ejemplo

Escribamos la fracción representada en cada figura.

Solución

Las fracciones representadas son $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{8}{16}$, respectivamente.

78

Taller de competencias

1. Represento las siguientes fracciones.

a. $\frac{5}{9}$ b. $\frac{4}{7}$ c. $\frac{13}{15}$ d. $\frac{9}{16}$ e. $\frac{7}{8}$

2. Escribo la fracción que representa la parte coloreada de cada figura.

a. b. c. d.

3. Escribo la fracción dada en palabras.

a. Tres cuartos:
b. Cinco medios:
c. Dos tercios:
d. Ocho décimos:
e. Cuatro cuartos:
f. Diez quintos:
g. Tres onceavos:
h. Siete octavos:
i. Quince doceavos:

4. Uno con líneas cada fracción con su escritura.

Un cuarto	Dos séptimos	Un medio
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{7}$
Un tercio	Ocho novenos	Cuatro quintos

5. Observo la ilustración y completo.

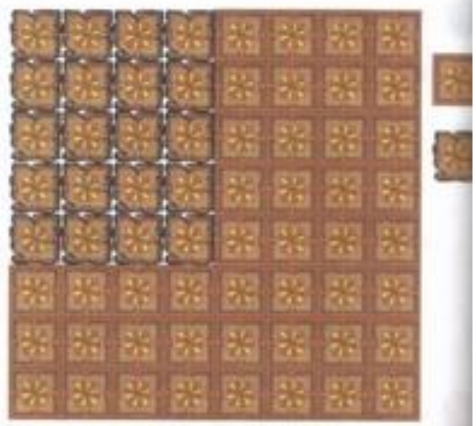
Fracción de perlas naranjas:

Fracción de perlas blancas:

Desempeños: Interpreta y representa fracciones.
Utiliza expresiones matemáticas para la solución de ejercicios.
Resuelve problemas.

Tema 21 La fracción como parte de un todo

En la casa de Juan, sus padres deciden reparar algunas baldosas deterioradas del área social; para hacerlo deben determinar el número de baldosas que están en mal estado.



Observemos el piso del área social de la casa y la parte que se halla en mal estado.

Ayudemos a los padres de Juan a saber:

a. ¿Cuántas baldosas en total tiene el área social? ☐

b. ¿Cuántas baldosas están en mal estado? ☐

c. ¿Con qué fracción podemos representar la parte del total de baldosas que se encuentra en mal estado? ☐

La fracción que representa la parte del total de baldosas en mal estado es:

$\frac{20}{64} \rightarrow$ veinte sesenta y cuatroavos.

$$\begin{array}{rcl} \text{Número de baldosas en mal estado} \rightarrow & 20 & \leftarrow \text{Numerador} \\ \hline \text{Número total de baldosas} \rightarrow & 64 & \leftarrow \text{Denominador} \end{array}$$

Con las fracciones representamos la relación entre el **todo** y las **partes**.

Ejemplo

Pablo jugaba canicas con sus amigos, para lo cual dispuso de toda su colección; al finalizar el juego se dio cuenta que del total de canicas solo había usado algunas, las que estaban sucias. Pablo quiere saber qué parte de las 20 canicas utilizó.

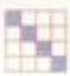
Solución

Al observar la representación podemos ver que 16 de las 20 canicas están sucias, es decir, Pablo y sus amigos solo utilizaron $\frac{16}{20}$ del total de canicas.

80

Taller de competencias

1. Completo la tabla.

Representación gráfica	Número de partes en que se dividió la unidad	Número de partes coloreadas	Número de partes no coloreadas	Fracción región coloreada	Fracción región no coloreada
	3	1	2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
					
	6			$\frac{5}{6}$	
					
					

2. Teniendo en cuenta cada una de las unidades, represento la fracción indicada.

 La unidad	 $\frac{1}{5}$ de la unidad	$\frac{1}{2}$ de la unidad	$\frac{1}{10}$ de la unidad
 La unidad	$\frac{1}{3}$ de la unidad	$\frac{1}{9}$ de la unidad	$\frac{3}{3}$ de la unidad
 La unidad	$\frac{1}{2}$ de la unidad	$\frac{1}{3}$ de la unidad	$\frac{1}{6}$ de la unidad

Es posible tomar como unidad un conjunto de objetos y establecer relaciones entre partes de este conjunto y la unidad o el todo.

81

3. Completo la secuencia coloreando el número de partes que sea necesario y escribo la fracción que corresponda.

a.
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{6}$
- $\frac{\square}{\square}$
- $\frac{4}{6}$
- $\frac{\square}{\square}$
- $\frac{\square}{\square}$

b.
- $\frac{8}{8}$
- $\frac{\square}{\square}$
- $\frac{\square}{\square}$
- $\frac{\square}{\square}$
- $\frac{4}{8}$
- $\frac{\square}{\square}$

4. Dibujo la unidad que corresponde, teniendo en cuenta la fracción que se presenta.

a. $\rightarrow \frac{1}{2}$. La unidad es ________

b. $\frac{4}{8}$. La unidad es ________

c. $\rightarrow \frac{3}{4}$. La unidad es ________

d. $\frac{3}{5}$. La unidad es ________

5. Resuelvo la situación.

El profesor deja como tarea traer un octavo de pliego de cartulina. Juan decide comprar un pliego y compartirlo con algunos compañeros. Si Juan corta la cartulina en octavos y toma el suyo, ¿para cuántos compañeros alcanza la cartulina que le sobró? ________

Si en el salón son 36 estudiantes, ¿cuántos pliegos se necesitan para que cada niño tenga un octavo de cartulina? Elaboro una representación de la situación.

82

Desempeños: utiliza y representa fracciones.
Resuelve situaciones que involucran fracciones.

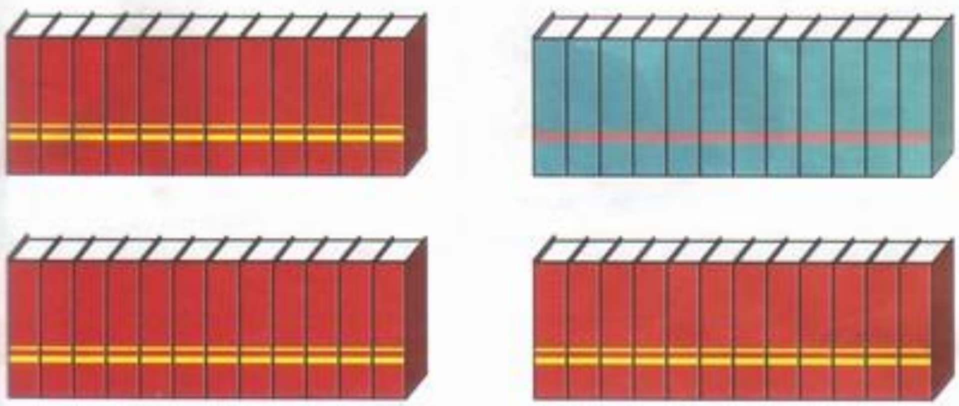
Tema 22 La fracción como parte de un número

Pilar tiene en su biblioteca 48 libros.

$\frac{3}{4}$ del total son rojos. ¿Cuántos libros rojos tiene?

Para responder la pregunta, Pilar hace lo siguiente:

- Forma 4 grupos con igual número de libros.
  Cada grupo tiene 12 libros: $48 \div 4 = 12$.



$\frac{3}{4}$ de los libros son rojos

- Pilar tiene $3 \times 12 = 36$ libros rojos.

Esta es la forma rápida para hallar la fracción de un número.

$$\frac{3}{4} \text{ de } 48 \rightarrow 48 \div 4 = 12 \text{ y } 12 \times 3 = 36.$$

Para calcular la **fracción de un número dividimos** el número entre el denominador de la fracción y el resultado lo **multiplicamos** por el numerador.

83

Ejemplo

El tiempo que necesitan las diferentes especies de animales para dormir varía. Las ardillas duermen $\frac{5}{8}$ del día, los perros duermen $\frac{5}{12}$ del día, los cerdos duermen $\frac{1}{3}$ del día y los elefantes duermen $\frac{1}{6}$ del día. ¿Cuántas horas duerme cada uno?

Solución

- Para hallar el número de horas que duermen las ardillas calculamos $\frac{5}{8}$ de 24.

  $\frac{5}{8}$ de 24 $\rightarrow 24 \div 8 = 3$ y $3 \times 5 = 15$ horas.

- Para hallar el número de horas que duermen los perros, encontramos $\frac{5}{12}$ de 24.

  $\frac{5}{12}$ de 24 $\rightarrow 24 \div 12 = 2$ y $2 \times 5 = 10$ horas.

- El número de horas que duermen los cerdos se halla calculando $\frac{1}{3}$ de 24.

  $\frac{1}{3}$ de 24 $\rightarrow 24 \div 3 = 8$ y $8 \times 1 = 8$ horas.

- Para hallar el número de horas que duermen los elefantes, calculamos $\frac{1}{6}$ de 24.

  $\frac{1}{6}$ de 24 $\rightarrow 24 \div 6 = 4$ y $4 \times 1 = 4$ horas.

Taller de competencias

1. Completo cada tabla, represento las situaciones con fichas o granos de fríjol.

10 fichas
$\frac{1}{2}$ de 10 = $\square$
$\frac{2}{5}$ de 10 = $\square$
$\frac{1}{5}$ de 10 = $\square$
$\frac{3}{5}$ de 10 = $\square$
$\frac{5}{10}$ de 10 = $\square$

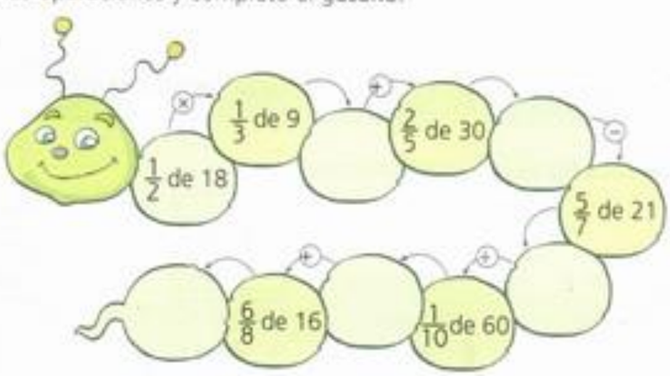
12 fichas
$\frac{3}{4}$ de 12 = $\square$
$\frac{1}{2}$ de 12 = $\square$
$\frac{1}{3}$ de 12 = $\square$
$\frac{2}{3}$ de 12 = $\square$
$\frac{1}{6}$ de 12 = $\square$

18 fichas
$\frac{1}{2}$ de 18 = $\square$
$\frac{1}{3}$ de 18 = $\square$
$\frac{1}{9}$ de 18 = $\square$
$\frac{1}{6}$ de 18 = $\square$
$\frac{3}{6}$ de 18 = $\square$

2. María está leyendo un libro de 148 páginas. Si ya ha leído $\frac{3}{4}$ del total de páginas del libro, ¿cuántas páginas le faltan por leer? ____________

3. Claudia tiene 28 años y Samy tiene los $\frac{3}{4}$ de la edad de Claudia. ¿Cuál es la edad de Samy? ____________

4. Resuelvo las operaciones y completo el gusano.



Ahora que terminé, respondo: $\frac{1}{4}$ de $\bigcirc$ = ____

Desempeños: Interpreta datos en una situación problema.
Calcula la fracción de un número.

Tema 23 Clases de fracciones

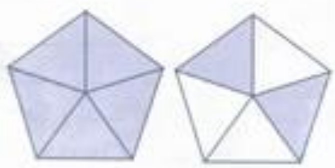
Representemos en cada figura la fracción indicada.

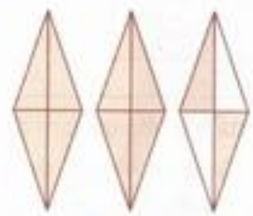
$\frac{2}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{13}{24}$

¿Cómo son esas fracciones comparadas con la unidad? ________

Las fracciones **menores** que la unidad se llaman **propias**.

Escribamos la fracción representada en cada caso.





¿Cómo son esas fracciones comparadas con la unidad? ________

Las fracciones **mayores** que la unidad se llaman **impropias**.

Representemos en cada figura la fracción indicada.

$\frac{4}{4}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{27}{27}$ $\frac{24}{24}$

¿Cómo son esas fracciones comparadas con la unidad? ________

Las fracciones cuyo numerador es **igual** al denominador representan la unidad. Estas fracciones son iguales a 1.

Ejemplo

Clasifiquemos las siguientes fracciones en propias, impropias o iguales a la unidad.

$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{9}{2}$
$\frac{11}{13}$	$\frac{13}{7}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{7}{4}$
$\frac{3}{3}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{3}{2}$	

Solución

Fracciones propias: $\frac{3}{7}, \frac{1}{4}, \frac{5}{9}, \frac{11}{13}$

Fracciones impropias: $\frac{9}{2}, \frac{13}{7}, \frac{7}{4}, \frac{8}{5}, \frac{3}{2}$

Fracciones iguales a la unidad: $\frac{5}{5}, \frac{3}{3}$

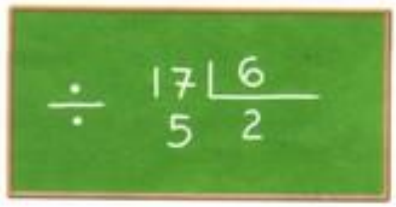
También es posible expresar las fracciones impropias como un número entero y una fracción propia.

Las fracciones que representamos con un número entero y una fracción propia se llaman **números mixtos**.

Veamos cómo podemos transformar una fracción impropia en un número mixto.

Expresemos la fracción $\frac{17}{6}$ como un número mixto.

- Realizamos la división del numerador entre el denominador.
- Escribimos el número mixto: $2\frac{5}{6}$, en donde 2 es el cociente, 5 el residuo y 6 el divisor.



Los números mixtos también podemos transformarlos en fracciones impropias.

Expresemos el número mixto $4\frac{1}{3}$ como una fracción impropia.

$\frac{12}{3} + \frac{1}{3}$

En 4 unidades hay 12 tercios.

Adicionamos $\frac{1}{3}$ restante y obtenemos: $\frac{12}{3} + \frac{1}{3} = \frac{13}{3}$.

Para transformar un número mixto en fracción impropia multiplicamos el número entero por el denominador de la fracción, adicionamos el numerador y como denominador dejamos el que tiene la fracción.

Veamos el procedimiento con el mixto $4\frac{1}{3}$.

$$4\frac{1}{3} \rightarrow \frac{(4 \times 3) + 1}{3} = \frac{12 + 1}{3} = \frac{13}{3}$$

87

Tema 24

Fracciones equivalentes

Diana se comió $\frac{6}{8}$ de una chocolatina.

Juan compró una chocolatina de las mismas y se comió $\frac{3}{4}$ de la chocolatina.

Ellos afirman que comieron la misma cantidad de chocolatina.

a. ¿Cuál es la fracción que representa la parte de chocolatina que se comió Diana?

______

b. ¿Cuál es la fracción que representa la parte de chocolatina que se comió Juan?

______

La fracción que representa la parte de una chocolatina que comió Diana es igual a la fracción que representa la parte de una chocolatina que se comió Juan.

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Las fracciones que representan la misma parte de un todo se llaman **equivalentes**.

$\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ son fracciones equivalentes.

a. Si queremos obtener la fracción $\frac{6}{8}$ a partir de la fracción $\frac{3}{4}$, multiplicamos el numerador y el denominador de $\frac{3}{4}$ por 2.

b. Si queremos obtener la fracción $\frac{3}{4}$ a partir de la fracción $\frac{6}{8}$, dividimos el numerador y el denominador de $\frac{6}{8}$ por 2.

Para **obtener fracciones equivalentes** a una fracción dada, multiplicamos o dividimos el numerador y el denominador por el mismo número.

89

Taller de competencias

1. Coloreo las fracciones equivalentes a la fracción dada en la parte superior de cada figura.

a.

$\frac{2}{5}$

$\frac{6}{15}$ $\frac{4}{10}$

$\frac{4}{5}$ $\frac{14}{35}$ $\frac{2}{10}$

b.

$\frac{6}{8}$

$\frac{18}{24}$ $\frac{3}{8}$

$\frac{9}{12}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{4}$

c.

$\frac{5}{9}$

$\frac{40}{72}$ $\frac{10}{9}$

$\frac{25}{45}$ $\frac{10}{18}$ $\frac{20}{27}$

2. En cada grupo marco con ✘ la fracción que no es equivalente con las demás y justifico.

a. $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{6}{4}$ $\frac{12}{18}$ $\frac{20}{30}$

b. $\frac{4}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{8}{20}$ $\frac{3}{15}$ $\frac{12}{30}$

c. $\frac{16}{18}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{24}{27}$ $\frac{48}{54}$

d. $\frac{15}{9}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{10}{6}$ $\frac{20}{12}$ $\frac{8}{5}$

3. Observo el ejemplo y verifico las igualdades.

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{9} \rightarrow 2 \times 9 = 3 \times 6$$
$$18 = 18$$

a. $\frac{6}{8} = \frac{3}{4} \rightarrow$

b. $\frac{1}{4} = \frac{5}{20} \rightarrow$

c. $\frac{1}{2} = \frac{7}{14} \rightarrow$

- ¿Los pares de fracciones anteriores son equivalentes? ____

  ¿Cómo lo sé? ______________________________

Si al multiplicar en cruz dos fracciones los productos son iguales, las fracciones son equivalentes.

4. Determino cuáles parejas de fracciones son equivalentes. Las encierro.

a. $\frac{2}{3}$ y $\frac{12}{15}$

b. $\frac{15}{6}$ y $\frac{5}{2}$

c. $\frac{3}{2}$ y $\frac{9}{6}$

d. $\frac{4}{5}$ y $\frac{8}{12}$

90

5. Escribo, en cada caso, el número que hace verdadera la igualdad.

a. $\frac{7}{8} = \frac{\square}{24}$

b. $\frac{5}{7} = \frac{20}{\square}$

c. $\frac{3}{4} = \frac{\square}{16}$

d. $\frac{8}{9} = \frac{\square}{81}$

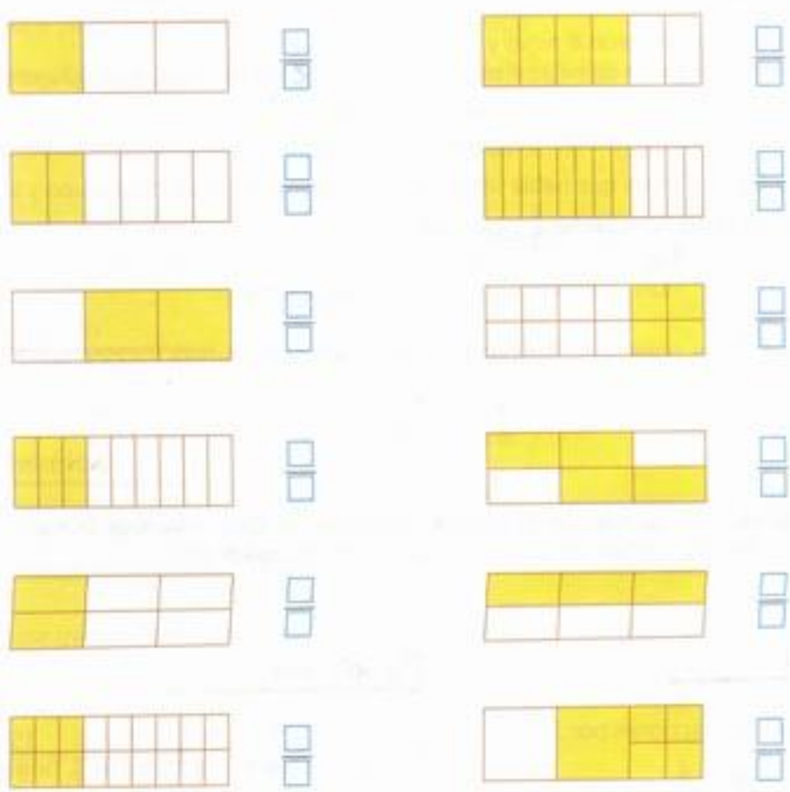
e. $\frac{3}{5} = \frac{27}{\square}$

f. $\frac{11}{7} = \frac{\square}{49}$

g. $\frac{25}{3} = \frac{100}{\square}$

h. $\frac{8}{9} = \frac{\square}{99}$

6. Escribo la fracción que representa la parte coloreada de cada unidad y determino cuáles fracciones son equivalentes.



Desempeños: Interpreta información matemática.
Justifica la clasificación que realiza de las fracciones.
Clasifica datos a través de modelos matemáticos.

91

Tema 25 Simplificación y complificación

El profesor de educación física de cuarto grado convocó dos grupos de niños para conformar el equipo de baloncesto.

A la convocatoria se presentaron 8 niñas y 16 niños.
El profesor escogió del grupo de niñas 4 estudiantes y del grupo de niños, 8 estudiantes.

Daniela, una estudiante del curso, le preguntó al profesor:
¿por qué seleccionó más estudiantes del grupo de los niños?

El profesor le aclaró a Daniela que había seleccionado la misma parte de cada grupo y le explicó: del primer grupo seleccioné $\frac{4}{8}$ y del segundo, $\frac{8}{16}$.

Las fracciones $\frac{4}{8}$ y $\frac{8}{16}$ son equivalentes.

Observemos que $\frac{8}{16}$ se obtiene multiplicando los términos de la primera fracción por 2.

$$\frac{4 \times 2}{8 \times 2} = \frac{8}{16}$$

El proceso de multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, se conoce como **complificación**.

Ejemplo

Complifiquemos las fracciones por 3.

a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{4}{7}$

c. $\frac{5}{3}$ d. $\frac{6}{5}$

Solución

a. $\frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$

b. $\frac{4 \times 3}{7 \times 3} = \frac{12}{21}$

c. $\frac{5 \times 3}{3 \times 3} = \frac{15}{9}$

d. $\frac{6 \times 3}{5 \times 3} = \frac{18}{15}$

92

Ahora, el profesor decide formar tres grupos con los estudiantes que se presentaron, uno de 4 estudiantes, otro de 8 estudiantes y el último de 12.

Para jugar los partidos de entrenamiento, realiza la siguiente selección: del primer grupo escoge 3 estudiantes, del segundo 6 y del tercero 9.

Escribamos las fracciones que representan la selección hecha por el profesor en cada grupo.

$$\frac{3}{4}, \frac{6}{8} \text{ y } \frac{9}{12}$$

Observemos que estas **fracciones** son **equivalentes** y, por tanto, podemos obtener la primera a partir de la segunda o de la tercera. Veamos.

Dividamos los términos de la fracción $\frac{6}{8}$ entre 2: $\frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$.

Ahora dividamos los términos de la fracción $\frac{9}{12}$ entre 3: $\frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$

El proceso de dividir el numerador y el denominador de una fracción por un divisor común a ellos, se conoce como **simplificación**.

Ejemplo

Simplifiquemos la fracción $\frac{30}{45}$ hasta obtener la mínima expresión.

Solución

En este caso 5 es divisor tanto del numerador como del denominador; por tanto, podemos dividir simultáneamente: $\frac{30 \div 5}{45 \div 5} = \frac{6}{9}$.

$\frac{6}{9}$ es una fracción que aún puede seguir simplificándose, dividiendo ahora por 3.

$$\frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

La fracción $\frac{2}{3}$ no se puede seguir simplificando. ◀

Cuando una fracción no puede simplificarse se llama **irreducible** o que está en su mínima expresión.

93

Taller de competencias

1. Escribo el término que falta para que las fracciones sean equivalentes.

a. $\frac{4}{3} = \frac{\square}{9}$ b. $\frac{3}{2} = \frac{18}{\square}$

c. $\frac{1}{3} = \frac{1}{\square}$ d. $\frac{9}{4} = \frac{\square}{8}$

e. $\frac{4}{11} = \frac{\square}{33}$ f. $\frac{5}{7} = \frac{15}{\square}$

g. $\frac{5}{9} = \frac{45}{\square}$ h. $\frac{12}{15} = \frac{48}{\square}$

2. Completo los diagramas escribiendo el operador empleado en cada complificación.

a. $\overset{\times \square}{\underset{\times \square}{\frac{3}{8} = \frac{9}{24}}}$ b. $\overset{\times \square}{\underset{\times \square}{\frac{9}{7} = \frac{45}{35}}}$ c. $\overset{\times \square}{\underset{\times \square}{\frac{7}{3} = \frac{21}{9}}}$ d. $\overset{\times \square}{\underset{\times \square}{\frac{11}{9} = \frac{88}{72}}}$

3. Completo los diagramas escribiendo el operador utilizado en cada simplificación.

a. $\overset{\div \square}{\underset{\div \square}{\frac{60}{36} = \frac{5}{3}}}$ b. $\overset{\div \square}{\underset{\div \square}{\frac{90}{80} = \frac{9}{8}}}$ c. $\overset{\div \square}{\underset{\div \square}{\frac{125}{35} = \frac{25}{7}}}$ d. $\overset{\div \square}{\underset{\div \square}{\frac{32}{46} = \frac{16}{23}}}$

4. Simplifico hasta obtener fracciones irreducibles.

a. $\frac{20}{15} = \frac{\square}{\square}$ b. $\frac{16}{32} = \frac{\square}{\square}$

c. $\frac{105}{140} = \frac{\square}{\square}$ d. $\frac{42}{49} = \frac{\square}{\square}$

e. $\frac{150}{50} = \frac{\square}{\square}$ f. $\frac{132}{396} = \frac{\square}{\square}$

g. $\frac{384}{192} = \frac{\square}{\square}$ h. $\frac{124}{24} = \frac{\square}{\square}$

5. Para cada grupo escribo la fracción equivalente, cuyo denominador sea el m.c.m. de los denominadores.

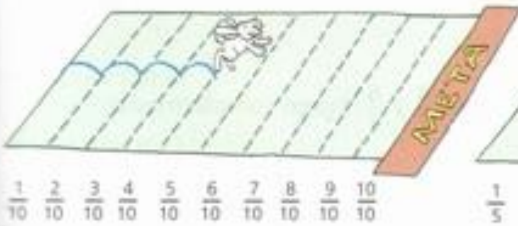
a. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ b. $\frac{4}{7}, \frac{1}{5}, \frac{3}{2}$ c. $\frac{2}{7}, \frac{4}{9}, \frac{1}{3}$ d. $\frac{4}{11}, \frac{17}{22}, \frac{11}{2}$

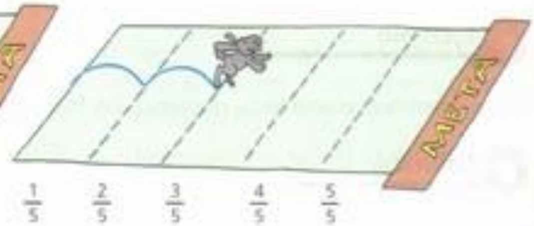
Desempeños: reconoce fracciones equivalentes.
Justifica los resultados obtenidos en la solución de ejercicios.

Tema 26 Fracciones en la recta numérica y orden

Daniel y Pablo deciden poner a competir a sus conejos. La competencia se realizará en un camino de 10 m de longitud, que los conejos deben atravesar saltando.

Iniciada la competencia, puede observarse que el conejo blanco da saltos más cortos que los del conejo gris; además, cada conejo da siempre saltos iguales.





El conejo blanco llega a la meta en 10 saltos. El conejo gris llega a la meta en 5 saltos.

a. ¿Qué parte de la longitud total avanza el conejo blanco en cada salto? $\frac{\square}{\square}$

b. ¿Qué parte de la longitud total avanza el conejo gris en cada salto? $\frac{\square}{\square}$

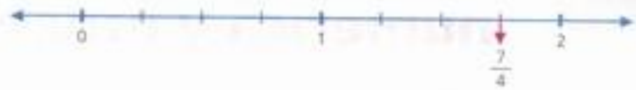
Podemos ubicar las fracciones sobre una recta numérica.

En la recta, el segmento unidad entre 0 y 1 se ha dividido en 5 partes iguales de las cuales tomamos 3. La flecha indica la fracción $\frac{3}{5}$.

Para ubicar fracciones en la recta numérica **dividimos** el segmento unidad, entre 0 y 1, en tantas partes como indique el denominador y tomamos, desde cero, tantas partes como indique el numerador.

Observemos dónde se ubican las fracciones $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{10}$ y $\frac{7}{4}$.

95



Para representar la fracción $\frac{7}{4}$ fue necesario tomar otro segmento unidad y dividirlo también en 4 partes iguales.

Ubicando las fracciones en la recta numérica podemos saber cuál de ellas es mayor.

Ejemplo

Ubiquemos sobre una recta numérica las fracciones $\frac{4}{7}$ y $\frac{6}{7}$. Luego comparémoslas.

Solución

La fracción que está más a la derecha es la mayor. En este caso $\frac{4}{7}$ es menor que $\frac{6}{7}$. ◄

> De dos fracciones con **igual denominador**, es menor aquella que tiene menor numerador. Al representarlas sobre una recta numérica la menor queda ubicada a la izquierda de la mayor.

Cuando las fracciones tienen distinto denominador, buscamos fracciones equivalentes con el mismo denominador.

Ejemplo

De cada pareja de fracciones determinemos cuál es la mayor.

a. $\frac{1}{2}$ y $\frac{5}{2}$ **b.** $\frac{4}{9}$ y $\frac{7}{9}$ **c.** $\frac{11}{7}$ y $\frac{5}{7}$ **d.** $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{7}$

Solución

a. $\frac{5}{2} > \frac{1}{2}$ **b.** $\frac{7}{9} > \frac{4}{9}$

c. $\frac{11}{7} > \frac{5}{7}$

d. Para comparar las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{7}$:

- buscamos el m.c.m. de 4 y 7: 28.
- Complificamos las fracciones.

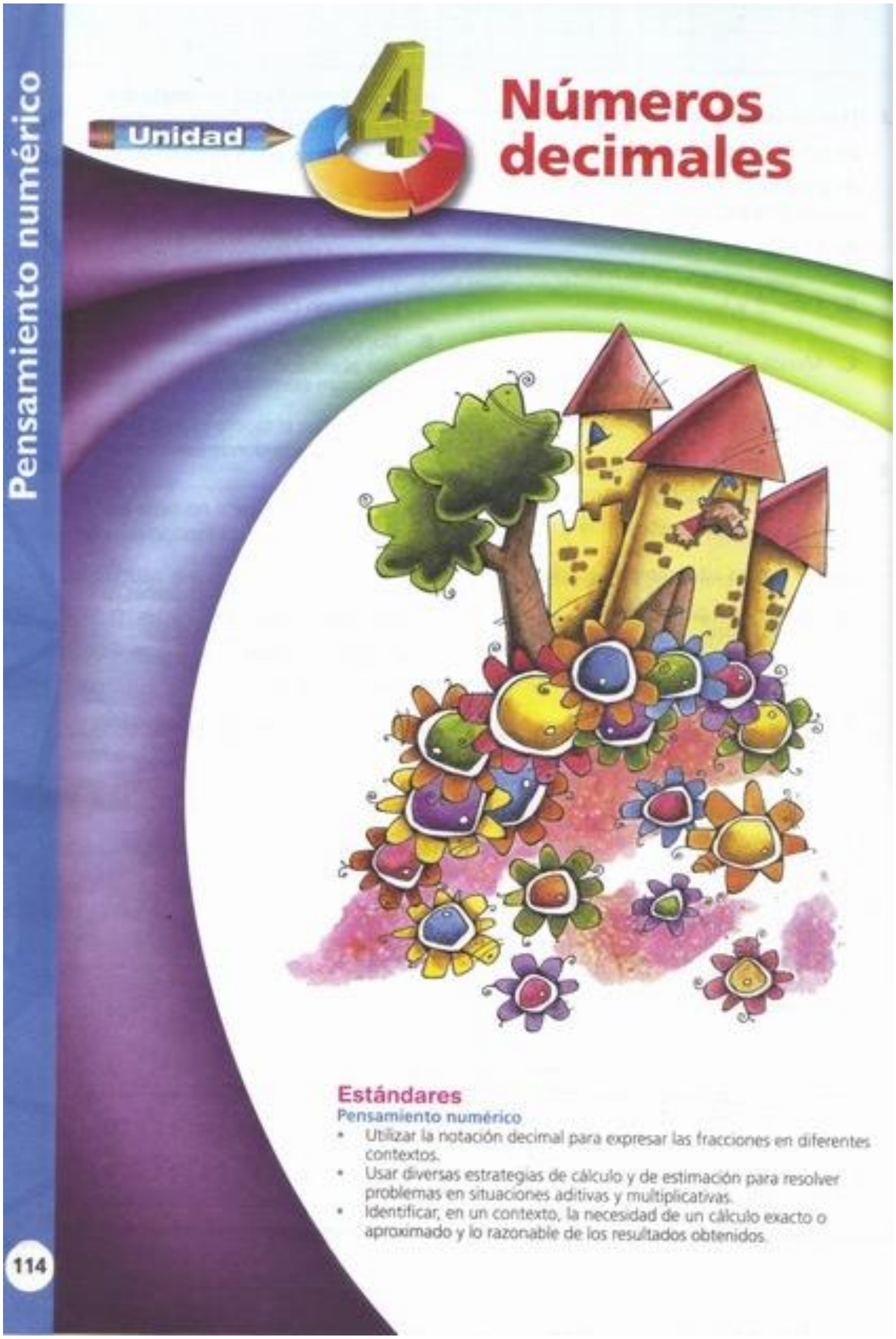
  $\frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$ $\frac{6 \times 4}{7 \times 4} = \frac{24}{28}$
- Comparamos las fracciones: $\frac{21}{28}$ y $\frac{24}{28}$.

  Es mayor $\frac{24}{28}$ que es equivalente a $\frac{6}{7}$.

  Por tanto, $\frac{6}{7} > \frac{3}{4}$. ◄

96

Anexo 3: Unidad “números decimales” Texto Retos Matemáticas 4


Pensamiento numérico

Unidad 4

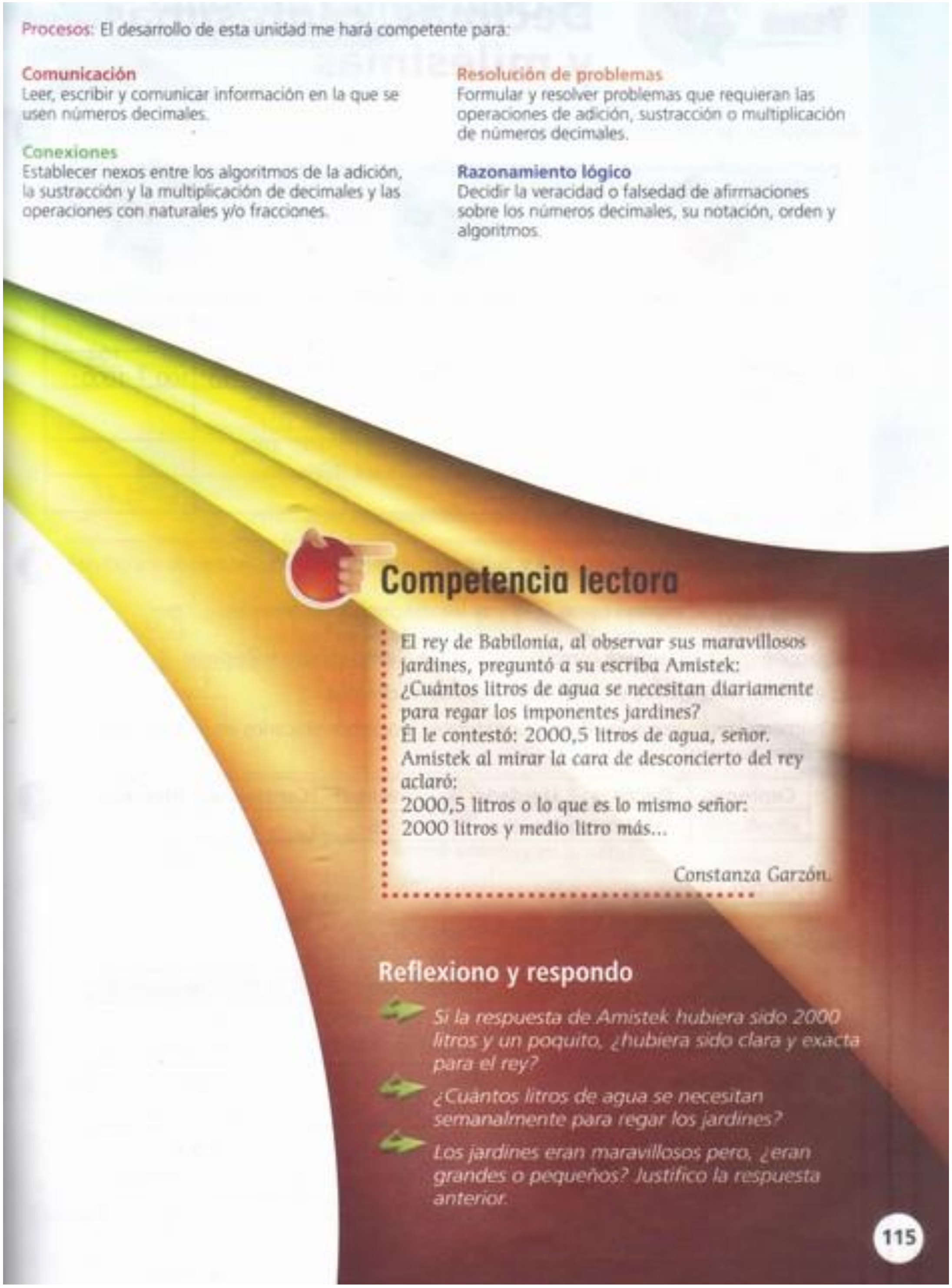
Números decimales

Estándares

Pensamiento numérico

- Utilizar la notación decimal para expresar las fracciones en diferentes contextos.
- Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Identificar, en un contexto, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.

114



Procesos: El desarrollo de esta unidad me hará competente para:

Comunicación
Leer, escribir y comunicar información en la que se usen números decimales.

Conexiones
Establecer nexos entre los algoritmos de la adición, la sustracción y la multiplicación de decimales y las operaciones con naturales y/o fracciones.

Resolución de problemas
Formular y resolver problemas que requieran las operaciones de adición, sustracción o multiplicación de números decimales.

Razonamiento lógico
Decidir la veracidad o falsedad de afirmaciones sobre los números decimales, su notación, orden y algoritmos.

Competencia lectora

El rey de Babilonia, al observar sus maravillosos jardines, preguntó a su escriba Amistek:
¿Cuántos litros de agua se necesitan diariamente para regar los imponentes jardines?
Él le contestó: 2000,5 litros de agua, señor.
Amistek al mirar la cara de desconcierto del rey aclaró:
2000,5 litros o lo que es lo mismo señor:
2000 litros y medio litro más...

Constanza Garzón.

Reflexiono y respondo

- *Si la respuesta de Amistek hubiera sido 2000 litros y un poquito, ¿hubiera sido clara y exacta para el rey?*
- *¿Cuántos litros de agua se necesitan semanalmente para regar los jardines?*
- *Los jardines eran maravillosos pero, ¿eran grandes o pequeños? Justifico la respuesta anterior.*

115

Tema 32 Décimas, centésimas y milésimas

Observemos las siguientes situaciones:

4 de las 10 placas son amarillas.

18 de los 100 barras son verdes.

104 de los 1000 cubos son morados.

Las situaciones anteriores podemos representarlas con las fracciones $\frac{4}{10}$, $\frac{18}{100}$ y $\frac{104}{1000}$, respectivamente. Estas reciben el nombre de fracciones decimales.

> Las fracciones cuyo denominador es 10, 100, 1000, ... reciben el nombre de **fracciones decimales**.

Estas fracciones podemos escribirlas utilizando números decimales.

La fracción $\frac{4}{10}$ se expresa como 0,4 y se lee cuatro décimas.

La fracción $\frac{18}{100}$ se expresa como 0,18 y se lee dieciocho centésimas.

La fracción $\frac{104}{1000}$ se expresa como 0,104 y se lee ciento cuatro milésimas.

Las expresiones 0,4, 0,18 y 0,104 son números decimales.

Los números decimales al igual que los naturales, podemos ubicarlos en una tabla de valor posicional. Veamos.

Centenas	Decenas	Unidades		Décimas	Centésimas	Milésimas
1	7	8	,	6	2	3

coma decimal

Ejemplo

Completemos la tabla.

Situación	Fracción decimal	Expresión decimal
50 de 100 baldosas son de color rojo.	$\frac{50}{100}$	0,50 Cincuenta centésimas
3 de las diez tejas tienen goteras.	$\frac{3}{10}$	0,3 Tres décimas
60 de 1000 cubos son morados.	$\frac{60}{1000}$	0,060 Sesenta milésimas

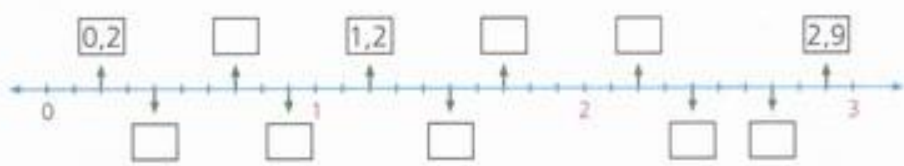
116

Taller de competencias

1. Completo la tabla.

Número decimal	Fracción decimal	Escritura en letras
0,8		
		Cinco unidades y treinta y cuatro centésimas
	$2\frac{3}{100}$	
		Treinta y nueve milésimas
	$8\frac{20}{100}$	
		Setecientos treinta y dos unidades y dos centésimas
19,39		

2. Escribo los decimales ubicados en la recta numérica.



3. Adivino cuál es el número.

- No tiene unidades. Tiene tres cifras decimales.
- La cifra de las décimas es un número par divisible por 3.
- La cifra de las centésimas es un número primo mayor que 5.
- Al sumar las tres cifras se obtiene un número impar divisible por 3.

a. ¿Cuál es la cifra de las milésimas? ____________

b. ¿Cuál es el número? ____________

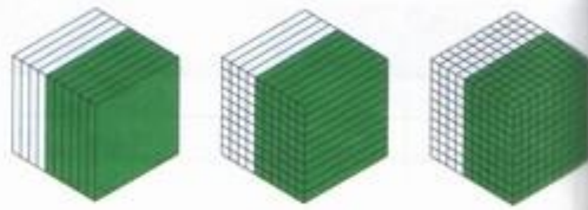
4. En la jarra cabe 1 litro de leche. Aproximadamente, ¿cuánta leche hay en la jarra? ____________

Desempeño: reconoce números decimales.
Lee y escribe números decimales.

117

Tema 33 Decimales equivalentes

Alejandro representó los números decimales que se indican en las siguientes gráficas.



Escribamos cada número como una fracción decimal.

$\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$

¿Cómo son las fracciones que escribimos? ________

Observemos los diagramas:

$$\frac{6}{10} \xrightarrow{\times 10} = \frac{60}{100} \qquad \frac{60}{100} \xrightarrow{\times 10} = \frac{600}{1000} \qquad \frac{6}{10} \xrightarrow{\times 100} = \frac{600}{1000}$$

¿Cuándo podemos afirmar que dos números decimales son equivalentes? ____________

Dos números decimales son **equivalentes** cuando representan la misma cantidad.

$\frac{6}{10}$ es equivalente a $\frac{60}{100}$.

$\frac{60}{100}$ es equivalente a $\frac{600}{1000}$.

$\frac{6}{10}$ es equivalente a $\frac{600}{1000}$.

Ejemplo

Encerremos el decimal equivalente al que aparece en la tarjeta.

a. 0,8

0,08 0,80 8,08

b. 0,03

0,030 0,30 0,303

c. 1,5

1,050 1,005 1,500

118

Taller de competencias

1. Coloreo, con un mismo color, las parejas de números equivalentes.

0,970	4,2	1,62	0,97	0,1	4,20	1,620	0,100

2. Para cada fracción dada escribo dos decimales equivalentes.

a. $\frac{7}{10} = \square \; \square$

b. $\frac{495}{1000} = \square \; \square$

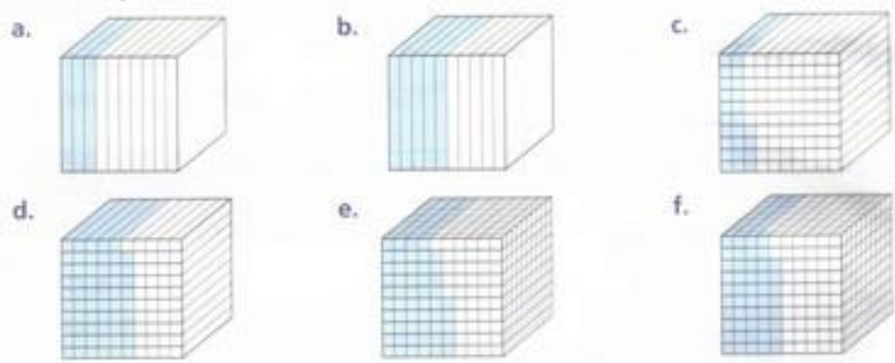
c. $\frac{44}{10} = \square \; \square$

d. $\frac{96}{100} = \square \; \square$

e. $\frac{209}{10} = \square \; \square$

f. $\frac{218}{100} = \square \; \square$

3. Escribo el número decimal representado en cada caso. Luego escribo un número decimal equivalente.



4. Coloreo, en cada círculo, las expresiones decimales equivalentes a la fracción decimal del centro.

a. $\frac{3}{10}$: 0,3 | 0,003 | 0,30 | 0,03 | 0,300

b. $\frac{25}{100}$: 0,205 | 0,25 | 2,5 | 2,500 | 0,250

c. $\frac{19}{10}$: 1,9 | 0,190 | 1,900 | 1,90 | 0,19

Desempeños: Identifica expresiones decimales equivalentes.
Emplea lenguaje matemático para traducir expresiones.

Tema 34 Orden en los números decimales

Estos son los tiempos que tardaron algunos de los conductores de autos en dar una vuelta a la pista.

Corredores	Tiempo en minutos en dar una vuelta
Camilo	4,47
Diego	3,95
Felipe	5,16
Juan	3,62
Danilo	3,64
Manuel	3,643

a. ¿Qué representa la parte entera de los tiempos? ____________ ¿Y la parte decimal? __________

b. ¿Quién llegó primero? ______________

c. ¿Quién llegó de último? ______________

Al **comparar** dos números decimales observamos, de izquierda a derecha, los dígitos del mismo orden, hasta que uno de ellos sea mayor que otro.

Utilizando este procedimiento ordenamos de menor a mayor los tiempos de los conductores

3,62; 3,64; 3,643; 3,95; 4, 47; 5,16

Ejemplo

Ordenemos, de menor a mayor, los siguientes números y ubiquémoslos en una tabla de valor posicional.

4,89; 367,07; 367,79; 18,72; 4,98; 187,2

Solución

4,89 < 4,98 < 18,72 < 187,2 < 367,07 < 367,79

Centenas	Decenas	Unidades		Décimas	Centésimas
		4	,	8	9
		4	,	9	8
	1	8	,	7	2
1	8	7	,	2	
3	6	7	,	0	7
3	6	7	,	7	9

Para ordenar decimales alineamos las comas decimales y comparamos sus cifras de izquierda a derecha, hasta cuando sus dígitos sean diferentes.

120

Taller de competencias

1. Algunas bibliotecas colocan etiquetas a sus libros con números decimales. Los libros se colocan en los estantes según esos números, ordenados de menor a mayor. La persona encargada de hacer los préstamos de libros, compara los decimales. ¿Cuál sería el orden correcto de los libros que aparecen en la ilustración?

____

____

2. Escribo los signos <, > o =, según corresponda.

a. 123,30 ☐ 123,3
b. 0,36 ☐ 0,45
c. 3560,25 ☐ 3650,25
d. 1564 ☐ 1500,0
e. 98,2 ☐ 98,25
f. 523,7 ☐ 523,10

3. Resuelvo.

La distribuidora de leche "San Antonio" repartió las siguientes cantidades.

Leo atentamente los datos y respondo.

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Litros de leche	37,89	46,12	67,93	32,1	28,95

a. ¿Qué día distribuyó más litros de leche? __________
¿Qué día distribuyó menos? __________

b. Ordeno los días de la semana de menor a mayor, según el número de litros de leche que repartió cada día. ________________________

4. Verifico en la calculadora y contesto.

a. ¿1,32 + 0,01 está entre 1,32 y 1,34? __________
b. ¿2,002 + 0,4 está entre 2,4 y 2,401? __________
c. ¿0,999 + 0,11 está entre 1,108 y 1,110? __________

Desempeños: Interpreta datos.
Compara expresiones decimales.
Resuelve problemas.

121