EL LENGUAJE NARRATIVO COMO PROPUESTA DIDÁCTICA PARA APROVECHAR LOS OBSTÁCULOS DELA COMPRENSIÓN EN CONTEXTO MATEMÁTICO

ANGÉLICA LILIANA MOLANO ZÁRATE

CLARA CECILIA RIVERA ESCOBAR

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

MEDELLÍN, COLOMBIA

2013

EL LENGUAJE NARRATIVO COMO PROPUESTA DIDÁCTICA PARA APROVECHAR LOS OBSTÁCULOS DE LA COMPRENSIÓN EN CONTEXTO MATEMÁTICO

ANGÉLICA LILIANA MOLÁNO ZÁRATE

CLARA CECILIA RIVERA ESCOBAR

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ASESORES:

DR. BRUNO D'AMORE

DRA. MARTHA ISABEL FANDIÑO PINILLA

MEDELLÍN, COLOMBIA

2013

DEDICATORIA

En todos estos años de vida y de labor como docentes hemos pensado en dos motivos importantes para poder lograr nuestras metas; el principal motivo es nuestra familia quién incansablemente no ha dejado de apoyarnos en lo que nos proponemos como personas y como maestras y el segundo, pero no menos importante, son nuestros estudiantes quiénes nos brindan el interés de no quedarnos en la mediocridad de un día más sin cambios.

AGRADECIMIENTOS

Dios es el nombre que tenemos para ti, ser superior que nos ayuda en nuestro camino de ser cada día mejores.

Familia, personas que amamos de corazón y que sin importar el sacrificio que teníamos que hacer nos apoyaron durante todo el camino hasta llegar a la meta.

Bruno y Martha, que más que ser simples asesores se convirtieron en consejeros y amigos que siempre serán un ejemplo a seguir.

A nuestra amistad de muchos años, que se ha ido y ha vuelto como una bendición, que ha pasado por pruebas como no estar de acuerdo en todo, pero que sigue indeleble e indestructible.

TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

ÍNDICE DE TABLAS

DISEÑO TEÓRICO

"Las palabras determinan nuestro pensamiento (…) Y pensar no es sólo razonaro calcular o argumentar, como nos han dicho una y otra vez, sino que es sobre todo dar sentido a lo que somos y a lo que nos pasa".

Jorge Larrosa.

Introducción

Debido a un interés general como docentes de matemática de básica secundaria, especialmente en los grados sexto y séptimo, en los cuales realizamos nuestra práctica actualmente, existe la necesidad de hacer una propuesta metodológica en la que se puedan apoyar los profesores de matemática que sientan la misma necesidad de aumentar la comprensión de conceptos matemáticos de los estudiantes, apoyados en lecturas de textos matemáticos debidamente seleccionados.

Actualmente se pueden encontrar otras propuestas de intervención pedagógica afines a la temática planteada en el presente trabajo, como las siguientes, en cuanto a:

- La comprensión o no de un texto por parte del estudiante: existen varios trabajos con respecto a cualquier texto, pero enfocado a éste trabajo, existe una fórmula planteada por Gagatsis (1995), donde se ayuda a encontrar cuando hay legibilidad de un texto matemático.

- La relación del lenguaje común y el lenguaje matemático: existen algunas propuestas como la planteada por D'Amore (2006), pero en forma general.

- Intervenciones pedagógicas en relación con la comprensión en contexto matemáticos: existen algunos estudios en Colombia como los que realiza el grupo Matemática y cognición de la Universidad del Valle, entre estos están, Red sobre comprensión lectora y matemática (2007); Programa de intervención temprana: el niño como científico, matemático, escritor, lector y sujeto social. Una estrategia para la comprensión del desarrollo (2007); El proceso de transcodificación en niños: análisis de errores sintácticos al aprender a escribir y leer numerales (2005); Estudio comparativo de producciones de niños al escribir numerales dictados (2003).

- La relación del lenguaje narrativo con las matemáticas: existen estrategias en el aula donde se hacen lecturas de cuentos matemáticos, que luego se analizan en torno a las matemáticas como: Matemáticas y narrativa de Gonzalo Temperán Becerra, Estalmat (2010), El valor del cuento en la construcción de conceptos matemáticos (1999), Un viaje literario en la Enseñanza de la Matemática por Rubén Darío Henao Ciro (2005).

Al respecto conviene decir que, en el presente escrito se pueden aportar herramientas para establecer una relación entre los lenguajes cotidiano y técnico, a partir de la misma construcción de un concepto matemático por parte del estudiante mediante el uso del lenguaje narrativo.

Se sabeque el conocimiento matemático, en la escuela, no puede estar aislado de la actividad social, sino que debe tener en cuenta los intereses, necesidades y problemas, sin dejar de lado la afectividad de los jóvenes. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual. La labor del educador matemático conlleva entonces una gran responsabilidad, puesto que la matemática es una herramienta intelectual potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas sociales.

Dentro de las actividades antes mencionadas es importante utilizar el lenguaje narrativo como “mediador” del aprendizaje, que en nuestra opinión contribuye al aumento de la comprensión en contexto matemático. El lenguaje narrativo, tanto oral como escrito, consiste en contar hechos reales o imaginarios y está ligado no sólo con la competencia comunicativa sino también con la matemática como fuente de comunicación, modelación y argumentación por parte del estudiante a la hora de enfrentarse a la conceptualización como proceso mental asociado a la matemática.

De manera general, usaremos el lenguaje narrativo en contexto matemático como instrumento para que el estudiante logre ordenar ideas y pueda llegar a definir o por lo menos a describir un concepto matemático.

Por diversas razones, el estudiante “utiliza” la matemática como proceso mecánico, sin hacer evidente el análisis previo a sus respuestas, lo que hace perder la relación existente entre una situación y el contexto matemático.

El hecho de “no pensar matemáticamente” sino de sólo “utilizar” la matemática, hace que se pierda el enriquecimiento de los procesos de abstracción y de generalización. Este hecho puede cambiar, en nuestra opinión, si el estudiante se hace partícipe en la construcción de un concepto matemático a partir del lenguaje narrativo, con relación a situaciones conocidas.

Así mismo, es de nuestro dominio como docentes pensar en la manera de lograr que el estudiante alcance una competencia matemática, entendida por Fandiño (2008) como la visión, interpretación y comportamiento de un individuo en el mundo con un sentido matemático. Al preocuparnos por esto, estamos determinados por una concepción de la didáctica de la matemática, seguimos nuevamente a Fandiño (2008), que se refiere a pensar en los intereses y dificultades del estudiante frente a su aprendizaje; y no en nuestros intereses y dificultades para la enseñanza.

Tenemos la misión de lograr que nuestros estudiantes sean autónomos frente al aprendizaje de la matemática. En consecuencia con lo anterior, es oportuno hacer alusión a la respuesta presentada por Fandiño(2012), en una entrevista educativa de apuntes sobre didáctica de las matemáticas. Ella dice que el estudiante se hace responsable de su propio aprendizaje cuando es motivado y tiene voluntad, la motivación es responsabilidad del docente y la voluntad del estudiante lo condiciona para que el aprendizaje sea significativo; "de esta forma, una buena motivación por parte del docente puede ayudar a que los estudiantes sientan la voluntad de aprender".

Estas consideraciones fundamentan nuestra necesidad de buscar alternativas de solución a los posibles obstáculos que no le permiten al estudiante apropiarse del conocimiento, es por esto que se pretende lograr que el estudiante construya, modele, comunique y aplique un concepto por medio de la actividad narrativa.

Así mismo, podemos decir que para la creación de un texto narrativo, en un contexto matemático, por parte de los estudiantes, sería necesario un cambio de conciencia matemática en ellos y la creación de ambientes de aprendizaje con interacciones más dinámicas entre estudiantes y maestros.

Todo lo anterior va en concordancia con lo establecido por los Lineamientos Curriculares Colombianos para el área de matemática, en los cuales se precisa que es el docente el encargado de generar un entorno colaborativo mediante situaciones problemáticas que le permitan al estudiante ser autónomo al “explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos” (MEN, 1998); así mismo es tarea del docente propiciar en el estudiante representaciones, por medio de situaciones problemáticas que al mismo tiempo creen un desequilibrio cognitivo.

Una de las herramientas más eficaces para enfrentar dichas situaciones es, en nuestra opinión, la utilización del lenguaje narrativo, pues esto hace referencia a la idea de pensar que la matemática requiere un proceso de reflexión o toma de decisiones en la vida diaria.

En términos de la necesidad planteada aquí, presentaremos los resultados de un test que evidencia las dificultades que tienen los estudiantes en la comprensión de conceptos matemáticos. Dicho test es planteado por Taylor (1953), validado por la fórmula de legibilidad presentada por Gagatsis (1995) y modificada por D’Amore y Fandiño (2012).

A partir de los resultados obtenidos en la prueba expuesta anteriormente debemos pensar en tres tipos de obstáculos, de los cuáles hablaremos durante el desarrollo de nuestro trabajo, planteados por Brousseau (1976-1983) y puestos en evidencia también por Perrin-Glorian (1994) y D’Amore(2006).

Hacemos claridad en el hecho, de que generalmente la idea de obstáculo no se refiere a una falta de conocimiento, por el contrario da cuenta de una noción del estudiante frente a una situación en un contexto conocido, pero que al ser utilizado por él en otra situación, puede generar un fracaso por la falta de un conocimiento más general.

Con este trabajo se pretende analizar el porqué de la falta de comprensión en la lectura de textos matemáticos y, a partir de los resultados obtenidos, plantear una propuesta metodológica donde se busca ofrecer una estrategia que les sirva de apoyo a los docentes para enfrentarse a este tipo de dificultades, llegando así a contribuir con los procesos de planeación, exploración y verificación de resultados en los estudiantes y propiciando un ambiente para que el aprendizaje tenga sentido.

Se retoman nuevamente de las teorías presentadas por Brousseau (1986) y puestas en evidencia de forma más actual por D'Amore (2006), sobre la teoría de las situaciones didácticas, para poder plantear nuestra propuesta metodológica con mayor claridad sobre la forma de abordar las situaciones en el aula.

En síntesis, a partir del uso del lenguaje narrativo, guiaremos al estudiante a "construir matemática", sin hacer visible unas condiciones didácticas, es decir, donde el esfuerzo sea por parte del estudiante para realizar una construcción del concepto como una necesidad, y no por parte del maestro para tratar de que lo construya. El estudiante a partir de su imaginación y creación presentará un concepto narrado con sus propias palabras por medio de un cuento que recree su conocimiento matemático y su contexto conocido.

Objetivos

Objetivo general. Determinar los posibles obstáculos que pueden presentar los estudiantes de los grados 6º y 7º de la I.E. Concejo de Medellín al momento de leer y analizar un texto matemático, para determinar las posibles competencias que permitan hacer relación en contexto matemático con el concepto a través del lenguaje narrativo.

Objetivos específicos.

- Establecer los obstáculos presentados por los estudiantes a la hora de comprender conceptos matemáticos.

- Proponer una metodología didácticaque permita a los docentes de matemáticas reconocer algunos obstáculos de los estudiantes en términos de fortalecer su construcción cognitiva para una mayor comprensión de conceptos matemáticos.

- Plantear algunas ideas sobre el cuento como estrategia didáctica para ayudar a la construcción cognitiva de un concepto por parte de los estudiantes a partir de la relación entre el lenguaje matemático y el lenguaje narrativo.

Planteamiento del problema

A lo largo de la historia, se observa que en el proceso educativo docente de las matemáticas hay un rechazo generalizado además de un gran temor hacia el área, existente tanto en jóvenes como en adultos. Esto se debe a un sistema educativo en el que la enseñanza es magistral, verbalista y es el docente el único dueño del conocimiento, sin dejar de lado la dificultad innegable que existe en la relación entre el lenguaje cotidiano y el lenguaje matemático a la hora de enseñar y de aprender.

Además, por tradición, existe una idea de que el maestro de lengua materna es el encargado de enseñarles a los estudiantes lo relacionado con el lenguaje cotidiano y el profesor de matemáticas lo relacionado con el lenguaje formal de la matemática, sin tener en cuenta que debe haber una relación entre estos dos tipos de lenguaje, aunque mirados desde contextos diferentes. Es frecuente que les presentemos a los estudiantes del ciclo 3 (sexto y séptimo), como evidencia de esta relación, las proposiciones lógicas o el enunciado de una situación o ejercicio matemático donde se necesite la comprensión lectora del estudiante, lo que no ayuda a ver una relación real, sino que sólo se ve el lenguaje cotidiano como una herramienta para resolver ciertas situaciones.

Actualmente nos encontramos inmersos en continuos procesos de cambio, el cúmulo de conocimientos se incrementa cada día, duplicándose cada vez en menos tiempo, los avances científicos y tecnológicos se desarrollan a un ritmo cada vez más acelerado, el proceso de globalización hace que el mundo se dinamice y crezca vertiginosamente en todos los campos, trayendo consigo una complejidad cada vez más grande para abordar y comprender situaciones y problemas cotidianos.

En general, los estudiantes, en lugar de estar atentos a descubrir el buen pensar, la lógica, el proceso de los razonamientos y la comprensión de los contenidos vistos en clase, se limitan, por tradición de aprendizaje, a tomar apuntes, a entender la parte mecánica del conocimiento y a automatizarse en el saber tratando de memorizar los conceptos a estudiar. Esto, de cierta manera,es debido a la forma en la que se presentan los conceptos, a partir de situaciones didácticas que dejan de lado la comprensión y presentándolos de forma expositiva. Lo anterior deja de lado el papel fundamental del estudiante que es el de construir su propia idea del concepto y sobre todo, ser capaz de forma autónoma de ponerlo en acción en situaciones fuera del contexto matemático.

La mala utilización de los textos matemáticos, por parte de los maestros de matemática, hace que estos pasen a un segundo plano y que por lo general solamente se usen como herramienta de ejercitación y no como una fuente de conocimiento.

De esta circunstancia nace nuestro interés de que mediante el lenguaje narrativo se integren secuencias o acciones que, ordenadas de forma lógica, además de poderse recrear múltiples concepciones matemáticas, facilite el progreso conceptual en el estudiante.

Análogamente, el uso de la narrativa, en un contexto matemático, implicaría para el estudiante un principio de causalidad que determina para él pensar en un antes y un después que pueden ayudar en los procesos lógicos de la construcción de un concepto matemático. Esto quiere decir que para el docente la narrativa sería un medio para poder ver la perspectiva del estudiante frente a su conocimiento matemático.

Por otra parte, los obstáculos presentes en el aprendizaje de las matemáticas, se comprueban debido a la falta de visión de los docentes de matemática, al no pensar en las dificultades que presentan los estudiantes como una herramienta para conocer sus necesidades y partir de allí para que ellos logren un aprendizaje significativo, sino que por lo general pensamos en la forma de crear nuevas herramientas para el aula de clase, perdiendo el sentido de la educación.

Antes de plantear puntualmente el problema a discutir, aparece la necesidad de pensar en el significado de la didáctica que reconocemos en nuestra investigación y la utilización que le podemos dar para nuestra propuesta metodológica.

Según D'Amore (2006) la didáctica de la matemática se puede entender de dos formas: Didáctica A, centrada en la enseñanza de la matemática y Didáctica B, centrada en el aprendizaje de la misma.

Desde este punto de vista, nuestro problema de investigación se plantea apoyado en una didáctica B, dado que nos interesa indagar sobre el aprendizaje del estudiante, y los posibles obstáculos que no le permiten una comprensión de textos matemáticos.

Muchos factores contribuyen a que esta situación no cambie, entre ellos el mal uso del lenguaje, pues éste tiene una doble función: la de comunicación y representación. En éstas funciones cobran mucha importancia las formas como el hombre representa el mundo y la matemática. Es por esto que la comprensión de cualquier texto comienza cuando el estudiante entiende cada palabra, cada frase, pero no en forma aislada sino en el contexto, es decir de forma holística.

Además de lo anterior y según D'Amore (2006), "existe una compleja relación entre la exposición de la matemática con la intención de hacerla aprender, su aprendizaje consciente, la necesidad de comunicación que se tiene (en ambos sentidos) en el aula, el contrato de comunicación que se instaura en el aula, y la lengua común".

Es por esto que la solución a este problema exige innovar e ir tras la didáctica de las matemáticas, a partir de situaciones a – didácticas con una alta dosis de creatividad, pero sobre todo con un espíritu investigativo, para encontrar soluciones adecuadas que permitan romper paradigmas sobre el “como” debería ser la educación para alcanzar las competencias específicas según los estándares.

Así las cosas, es importante generar nuevos recursos o herramientas didácticas para el aprendizaje de conceptos matemáticos que permitan empezar a dar solución al gran reto de construir nuevos procesos centrados en el aprendizaje, usando la narrativa como herramienta para alcanzar la comprensión de conceptos básicos en el área y así romper con la indiferencia de los jóvenes, de manera que su conocimiento sea práctico.

Ciertamente podríamos decir que la mayor motivación para adquirir nuevos conocimientos matemáticos es a partir de la existencia de regularidades en el mundo real, es decir, somos seres semióticos que todo el tiempo estamos convirtiendo todo en signos para representar objetos presentes o ausentes.

Desde el punto de vista de Godino (2003) la significación matemática se da a partir de las representaciones internas y externas de los objetos matemáticos que hace el estudiante a la hora de construir un concepto.

A esto se añade que un estudiante ha comprendido un concepto matemático cuando es capaz de establecer relaciones y comparaciones entre los conceptos previos y los adquiridos, además de definirlos y resolver situaciones problema que involucren los conceptos en sí; lo que conduce a que dicho estudiante desarrolle habilidades para resolver situaciones cuando le encuentra sentido a los conceptos, para luego hacer representaciones y transformar su conocimiento matemático en la medida que mejoran sus esquemas de interpretación.

Seguidamente haremos énfasis a lo expresado por D'Amore y Godino (2007):

> Saber, conocer y comprender un objeto O (ostensivo o no, concreto o abstracto) por parte de un sujeto X (persona o institución) se interpretan en términos de las funciones semióticas que X puede establecer en unas circunstancias fijadas, donde se pone en juego O como funtivo (expresión o contenido). Cada función semiótica implica una semiosis por parte de un agente interpretante y forma un conocimiento.

Todo esto para hacer referencia que en el siguiente trabajo el objeto O es el concepto matemático y el sujeto X es el estudiante. El establecimiento de las funciones semióticas, por parte del estudiante, implicaría una semiosis que permitiera que él pudiera hacer uso de la narrativa en un contexto matemático.

La preocupación fundamental o específica es abordar el aprendizaje a partir de la comprensión de textos matemáticos, logrando que el estudiante no sólo haga una lectura superficial de ellos, sino que alcance a construir un concepto y que pueda comunicarlo a partir de la narración.

Para los fines de este argumento, pretendemos utilizar la investigación cualitativa como método de estudio para entender y conocer las realidades de los estudiantes de ciclo 3 (grado 6° y 7°) de la Institución Educativa Concejo de Medellín, en los procesos de comprensión de conceptos matemáticos, encontrados en textos referentes.

Con el estudio de estos casos analizaremos a profundidad la forma de resolver el siguiente problema:

¿Cuáles son los obstáculos que presentan los estudiantes en la comprensión de conceptos matemáticos en los grados 6º y 7º de la I. E. Concejo de Medellín, y cómo determinar una propuesta metodológica que ayude a aumentar ésta comprensión, a través de la construcción de textos narrativos en contexto matemático?

MARCO TEÓRICO

"Estimular la creatividad y la imaginación de los estudiantes por medio de diversas actividades matemáticas, teniendo presentes que no son los contenidos en sí mismos a constituir la meta a lograr a través de la escuela, sino que son la base para la construcción de niveles más altos"

(Bruno D'Amore, Juan Díaz Godino, Martha Fandiño Pinilla, 2008)

Una postura frente a la didáctica de la matemática

Presentaremos algunas ideas que se refieren a las bases teóricas de este trabajo, enfocadas en la necesidad de encontrar los obstáculos que presentan los estudiantes a la hora de construir un concepto matemático.

Lo que nos lleva a ampliar nuestras concepciones frente a la didáctica matemática, la relación entre los lenguajes matemático, común y narrativo y su influencia en la comprensión de conceptos matemáticos por parte del estudiante.

Se comenzará por definir lo que para nosotras significa didáctica de la matemática, pues creemos que de esto depende la visión de nuestro trabajo.

Actualmente podemos encontrar algunas definiciones correspondientes a la didáctica en general como la presentada por Vasco (entrevista hecha por: Sierra Fajardo, 2008):

> La didáctica es una reflexión sistemática, disciplinada, acerca del problema de cómo enseñar, cómo aprenden los niños; del por qué se tienen tantos fracasos al tratar de

> que aprendan lo que uno cree que enseñó. Yo diría que es una reconstrucción del problema de la comunicación entre maestros y alumnos, a partir de los fracasos del aprender y enseñar.

Está definición nos muestra una visión de la didáctica general desde un punto de vista donde la enseñanza es el centro y el maestro es el protagonista. Está visión ha venido siendo mejorada, pues se busca actualmente que en la didáctica el centro sea el aprendizaje y el protagonista el estudiante.

Está visión renovada nos permite referirnos a la didáctica como una búsqueda de las posibles dificultades de los estudiantes y la utilización de las mismas como referencia para mejorar los métodos de enseñanza, la capacidad de "escuchar" al estudiante frente a su idea de conocimiento y la oportunidad de guiarlo a través del proceso de construcción del mismo.

Brousseau (1991) nos recuerda nuestra responsabilidad de la enseñanza, desde un punto de vista de la didáctica:

> Recordemos las cuatro acepciones del término 'didáctica': las dos primeras definen la didáctica como el proyecto y el acto de enseñanza (la primera), o como las técnicas y los medios que éste utiliza (la segunda). En ambos casos, el didacta debe mostrar su capacidad para asumir la responsabilidad de la enseñanza y, eventualmente, su voluntad de participar en su mejora. Las dos últimas acepciones definen la didáctica como el estudio de la enseñanza, de sus técnicas y de los fenómenos a los que da lugar. El didacta, desde cualquiera de estos dos puntos de vista, asume la responsabilidad de la validez de sus declaraciones.

El presente trabajo pretende dar validez a estas ideas, pues inicialmente hacemos un reconocimiento de lo que para nosotras debe significar el hecho de enseñar, conocer las dificultades existentes en el aprendizaje de los estudiantes y lograr plantear una nueva propuesta que vaya en concordancia con lo que definimos.

Relacionado con esta idea, pero un poco más particular para la matemática D'Amore (2006, 53) nos define la didáctica de la matemática de la siguiente manera:

> Podríamos hipotizar una doble forma de entender la didáctica de la matemática:
>
> A: Como divulgación de las ideas, fijando por lo tanto la atención en la fase de la enseñanza (A aquí está por Ars, haciendo referencia a la traducción del latín).
>
> B: Como investigación empírica, fijando la atención en la fase del aprendizaje (Algo que más adelante definiré mejor y que podríamos llamar: epistemología del aprendizaje de la Matemática).

Pensar en una didáctica B, no solamente comprende unas herramientas metodológicas en el aula, sino también determinar las posiciones teóricas desde donde basaremos nuestras prácticas en el aula.

Lo anterior da pie a determinar la función de nosotros los maestros como investigadores constantes de las diferentes relaciones de la matemática con las situaciones que puedan permitir un acercamiento del estudiante a escenarios que los ayuden a llegar a construir cognitivamente un concepto.

Como parte de las necesidades didácticas que surgen en nuestro trabajo está la de poder determinar los obstáculos semióticos y lingüísticos de los estudiantes frente a la conceptualización en contexto matemático, para poder determinar el tipo de propuesta metodológica que llevaremos al aula de clase.

Desde el enfoque ontosemiótico, D'Amore (2003) nos presentan un cuadro comparativo (tabla 1)entre las teorías realistas y pragmáticas, las cuales nos pueden hacer reconocer las características importantes dentro de la didáctica de las matemáticas, que nos pueden ayudar a identificar los obstáculos antes mencionados.

Podemos ver que dependiendo de cada una de las teorías se pueden hacer distinciones en la forma de ver el conocimiento matemático y por lo tanto de construirlo, pues si nosotros nos basamos en las teorías realistas, no podríamos hablar de construcción de conocimiento en el aula, ni de un significado que depende del contexto, lo que no tendría correspondencia con nuestro trabajo pues el interés principal de nosotras es el de que el estudiante pueda hacer una construcción del conocimiento en contexto narrativo.

Las teorías pragmáticas nos permiten reconocer la importancia de los contextos oportunos y de las necesidades sociales para construir el conocimiento. Desde este punto de vista, es posible que los objetos matemáticos y su significado dependan del contexto matemático en relación con la práctica humana. Lo anterior va en concordancia con la necesidad que tenemos en nuestro trabajo de hacer una relación directa entre la construcción cognitiva de un concepto y la validez del mismo por parte de los mismos estudiantes a partir de la socialización.

Dentro de los obstáculos semánticos que pueden estar presentes en la comprensión de un texto matemático está la cohesión léxico-semántica que puedan determinar los estudiantes en el grado 6°, es decir la realidad a la que aluden con referencia al texto. La recurrencia que encuentre el estudiante frente a las posibles representaciones de un concepto, pueden dar cuenta de la cohesión y coherencia que ayudan a entender el texto.

Otro obstáculo posible dentro del mismo contexto semántico, es el sentido que se le da al signo o la forma de entenderlo, pues se ha pensado muchas veces como el nombre que se le da a un objeto, como proposición, estructura diádica o instrumento psicológico.

Visto desde el último punto de vista, el signo es un instrumento que permite modificar la cognición del estudiante, pues dependiendo del significado y el significante que tenga de un concepto puede determinar las posibles representaciones que puede ir teniendo, según las lo brindando en el texto.

Por último, aunque no con menos importancia están las diferentes representaciones semióticas que tiene un estudiante de un concepto matemático o la posible falta de conexión dentro de un sistema de representaciones o la confusión existente entre las representaciones con el concepto mismo.

Duval (1995a) menciona dos tipos distintos de sistemas semióticos de representación. Los que llama registros monofuncionales que pueden ser usados para una sola función cognoscitiva: procesamiento matemático. Y los registros multifuncionales que llenan una amplia gama de funciones cognoscitivas: comunicación, procesamiento de información, concientización, imaginación, etc.

Estos registros a veces mal usados por nosotros los docentes o por los textos, también pueden generar en este sentido de las representaciones semióticas un obstáculo ya no semiótico únicamente sino didáctico, también importante de estudiar, pero que no ahondaremos en nuestro trabajo.

En cuanto a los obstáculos de tipo lingüístico, está incluido también el significado de signo, pues la lengua está directamente conectada con él y por lo tanto el lenguaje cotidiano del estudiante deja de tener sentido si no se relaciona con los signos determinados por un procesamiento cognitivo.

Luego de determinar los posibles obstáculos que pueden presentar los estudiantes al momento de leer y analizar un texto matemático, tenemos que determinar cuáles son las posibles competencias que queremos que ellos alcancen en términos de los obstáculos semióticos-lingüísticos que nos permiten hacer relación en contexto matemático con el concepto a través del lenguaje narrativo.

Relación entre narrativa y comprensión de conceptos matemáticos

Para empezar, Wittgenstein (1979), en Investigaciones Filosóficas, define el lenguaje como un conjunto de proposiciones que pueden representar la realidad. El filósofo establece la relación necesaria y prolongada entre el lenguaje natural, como una ciudad, el lenguaje estético, la belleza de la ciudad y el lenguaje matemático, los suburbios de la ciudad. Además afirma que “el lenguaje es un laberinto de caminos. Nos aproximamos desde un lugar y vemos la salida; nos aproximamos al mismo sitio desde otro lugar y ya no vemos esa salida.”(Wittgenstein citado en Tamayo, 2010).

Wittgenstein asegura además que el lenguaje es parte de un modo de vida, a causa de ello:

> Argumentó que deberíamos considerar las palabras como herramientas y clarificar sus usos en nuestros juegos de lenguaje. No debemos perder de vista el hecho de que las palabras-numéricas son instrumentos para contar y medir, y que los fundamentos de la aritmética elemental, esto es, el dominio de la serie de números naturales, se basa en el entrenamiento en el recuento (Godino, 2010,13).

También en matemáticas se puede hablar de juegos de lenguaje como: describir un objeto matemático, elaborar una gráfica a partir de una descripción, inventar una narración utilizando conceptos matemáticos, leer la historia, resolver un problema, cambiar de registro un objeto matemático.

Como puede verse, lo más interesante que podemos inferir de Wittgenstein (citado en Cía, 2012) es la relevancia que le da a lo narrativo como juego epistemológico para la construcción de conocimiento. Él afirma que "lo narrativo no sólo es literario, puede ser otra forma epistemológica de acercarnos a la realidad"; es así como propone los juegos de lenguaje y entre ellos el juego narrativo.

Pero, el texto narrativo no es sólo una sucesión de hechos, también puede incluir gráficos, dibujos, símbolos, y, sobre todo, conceptos matemáticos dado que su carácter está determinado tanto por las palabras y frases que lo componen como por el hilo con el cual se teje el relato.

Por otra parte, Wittgenstein, Saussure (1915) y Peirce (1965) aportan los criterios para establecer una relación entre semiótica y matemáticas que nos ayuda a comprender y representar los signos matemáticos.

El signo lingüístico es el signo más importante en la comunicación humana. Según Saussure “el signo es una diada, es decir, un compuesto de dos elementos íntimamente conexos entre sí: la representación sensorial de algo (el significante) y su concepto (el significado) (citado en Zecchetto, 2008, 27). Así mismo, de la relación de estos dos elementos surge la significación. El signo lingüístico es arbitrario y biplánico; entre significante y significado no hay conexión, el significante es una “imagen acústica" y constituye el plano de la extensión, mientras que el significado es el concepto y construye el plano del contenido.

Al hablar de signos tenemos que abordar el signo lingüístico como el signo más importante en la comunicación humana.

Según Ferdinand de Saussure, un signo lingüístico es un elemento sensible o perceptible que representa a otro elemento. Consta de un significante y un significado, produciéndose una relación inseparable entre ellos denominada significación.

El signo lingüístico es arbitrario porque entre el significado y el significante no existe ningún lazo natural que los asocie. Así, la idea de “recta” no está vinculada intrínsecamente en modo absoluto a la serie /r/ /e/ c/t /a/ ni con la serie s/t/r/a/i/g/t/h/ cualquiera de los dos significantes puede corporizar el significado de recta: “sucesión infinita de puntos, situados en una misma dirección”. El significado y el significante son las dos caras de la misma moneda.

El significante es una “imagen acústica" (cadena de sonidos) y constituye el plano de la extensión, mientras que el significado es el concepto y construye el plano del contenido; el significado es la idea principal que tenemos en la mente de cualquier palabra; de ahí que el signo lingüístico sea biplánico.

Este carácter biplánico del signo es más complejo en el caso de la matemática puesto que el plano del contenido requiere de imágenes y objetos que difícilmente llegan a la mente de la persona que no está totalmente familiarizada con el estudio de la matemática. Basta decir por ejemplo “apotema[1]” para comprobar lo anterior. La imagen acústica llega pero al plano del contenido no llega el significado de apotema de la misma manera que llega el significado de la palabra “árbol”. Estamos rodeados de árboles pero no de apotemas (Ilustración1).

Ahora, cuando un signo no sólo informa de un significado, sino que además evoca valores y sentimientos, representando ideas abstractas de una manera metafórica o alegórica, se conoce como símbolo. Estos, signos y símbolos, son los elementos constituyentes de la lengua y de la sociedad misma, dado que “la lengua tiene, pues, un carácter dado y fijado de antemano; en ella, a cada signo se le ha dado un significado que es preciso mantener para poder entenderse en la sociedad” (Sausurre citado en Zecchetto, 2008, 27)

[1]Elapotema de un polígono regular es la menor distancia entre el centro y cualquiera de sus lados. Es un segmento cuyos extremos son el centro de un polígono regular y el punto medio de uno cualquiera de sus lados, y es siempre perpendicular a dicho lado.

De hecho Sausurre es considerado el padre de la semiología, definida por él como “la ciencia que estudia la vida de los signos en el seno de la sociedad” (citado en Zecchetto, 2008, 37) mientras que RolandBarthes la considera como una parte de la lingüística que se ocupa de todo objeto que se proponga como discurso. Respecto al análisis estructural del relato Barthes dice que “no es suficiente el análisis horizontal de un relato, sino que habrá que analizarlo verticalmente, porque el sentido atraviesa el relato y no se encontrará si solo se analiza un extremo.” (Zecchetto, 2008,126). Esto último es de mucho interés en el análisis semiótico puesto que una palabra o una frase deben ser analizadas según el significado que denota en el texto.

De forma similar Peirce señala que no existe pensamiento sin signos. Tanto los signos como los símbolos son portadores de una información llamada significado. Un signo, dice él, puede ser icono, índice o símbolo. De manera brillante Peirce (1987) también afirma que “un icono es un signo que remite al objeto que el denota, meramente por virtud de caracteres propios y que posee por igual tanto si tal objeto existe o no”. Por lo tanto se reconocen como iconos las cualidades de las cosas, un cuadro, un diagrama, un trazo geométrico, las ecuaciones o las fórmulas algebraicas. Más adelante Peirce (1987) argumenta que “un índice es un signo que se refiere al objeto que denota en virtud de que es realmente afectado por ese objeto”. De ahí que el índice es un signo que necesita de la observación en la medida que remite al objeto; indica algo. Respecto al símbolo dice que éste “es un objeto que se refiere al objeto que él denota, por medio de una ley” (Peirce, 1987, 250), por consiguiente, las palabras, las proposiciones y las leyes matemáticas son símbolos, en términos peirceanos.

Peirce concibe el signo desde la triada: el signo o representamen (primero) se relaciona (tercero) con una objeto (segundo). La relación entre el signo y el objeto determina un tercer signo: el interpretante. Este último produce el signo en la mente de la persona. Otras triadas en las cuales Peirce basa su pensamiento son: argumentos (inducción-deducción-abducción), niveles de signos (icono, índice, símbolo), tipos de signos icónicos (imagen, diagrama, metáfora). Pero, la profundidad de los planteamientos de Peirce está en la primeridad, la segundidad y la terceridad. La primeridad se refiere a las cualidades sensibles y las apariencias (color, la dureza, propiedades físicas), la segundidad le pertenece la experiencia de una acción, la terceridad relaciona tres cosas: el objeto, el signo interpretado y el signo mismo o representamen.

Por otra lado, la matemática es la ciencia producto del pensamiento humano que estudia conceptos bien definidos, números, figuras y variables, y que permite extraer las conclusiones necesarias para referenciar e interpretar el mundo. Se apoya en un lenguaje simbólico formal que sigue una serie de convenciones propias. Los símbolos representan un concepto, una operación, una entidad matemática según ciertas reglas.

Así mismo, el lenguaje matemático consta de: símbolos, definiciones, proposiciones, axiomas o postulados, nociones comunes, teoremas, corolarios, lemas, escolios, conjeturas, paradojas, demostraciones, ejercicios, gráficas y problemas. Todos son necesarios pero no suficientes para la comprensión del lenguaje formal de la matemática puesto que es necesaria la mediación de la cultura, del lenguaje común y los objetos de la realidad.

Respecto a la significación de un concepto matemático, Godino (2010) dice que ésta se da en una relación ternaria [A,B,C]=[signo, concepto (referencia) y significatum (referente)], refiere el triángulo básico de Ogden y Richards (1923). Godino escribe: “Por ejemplo, A es la palabra 'mesa', C es una mesa particular a la cual me refiero y B es el concepto de mesa, algo existente en mi mente. La relación entre A y C es indirecta por medio del concepto de mesa” (Godino, 2010, 5).

Además, afirma también Godino (2010, 8) que “los objetos matemáticos deben ser considerados como símbolos de unidades culturales, emergentes de un sistema de usos ligados a las actividades de resolución de problemas que realizan ciertos grupos de personas y que van evolucionando con el tiempo”

Si consideramos, como ejemplo, el significado de “raíz cuadrada” vemos que A es el significante formado por las palabras “raíz cuadrada”, B es el concepto particular que una persona tiene de raíz cuadrada y C sería el contenido del concepto generalizado o la definición: “se llama raíz cuadrada de un número a cualquier otro número que elevado al cuadrado, es igual al primero; eso es $\sqrt{a}=b$ si $b^2=a$”.

Esta forma triangular de significar los conceptos matemáticos es compleja puesto que los objetos matemáticos no los podemos “ver” cómo se ven las cosas que nos rodean. Los objetos matemáticos se refieren a objetos, operaciones o relaciones.

Para establecer el nexo entre significación, representación y comunicación matemática son vitales los trabajos de Godino (2010), Duval (1993) y Vergnaud (1982 y 1990). Este último presenta una noción de concepto matemático que puede ser interpretada en términos semánticos; define un concepto como una tripleta (S, I, Z) en la cual cada símbolo representa lo siguiente: S: conjunto de situaciones que hacen significativo el concepto; I: conjunto de invariantes que constituyen el concepto; Z: conjunto de representaciones simbólicas usadas para presentar el concepto, sus propiedades y las situaciones a las que se refiere.

Ahora, uno no estudia, y en consecuencia no comprende, aquello que no cree necesitar en su estudio; «El conocimiento es activamente construido por el sujeto organizador quien, en un proceso adaptativo e interactivo con su medio ambiente, organiza su mundo de experiencias» (Vergnaud 1987, citado por Rojano, 1993).

El sentido de los conceptos matemáticos está en el conjunto de situaciones o áreas planteadas a los estudiantes, relacionadas con la escritura de textos narrativos en los cuales se establezcan correspondencias significativas que den cuenta de la comprensión que tienen del conocimiento matemático. Además, el sentido es una relación del sujeto con las situaciones y los significantes. Más precisamente, son los esquemas evocados en el sujeto individual por una situación o por un significante lo que constituye el sentido de esta situación o de este significante para este sujeto (Vergnaud, 1987,15).

Ahondando un poco más en la lógica del lenguaje narrativo, debemos resaltar algunos aportes significativos.

"Van Dijk (2003) desde la perspectiva del Análisis Crítico del Discurso plantea el aspecto sociocognitivo del discurso" (Montealegre, 2004, 245). En esta dimensión cognitiva considera las creencias, los objetivos, las emociones y el contexto. Analiza distintos factores para la creación literaria. En este sentido Van Dijk, (1980) desarrolla, junto con Kintsch, un modelo cognitivo proposicional para la comprensión y producción de textos. (Montealegre, 2004, 248). Ellos afirman que “las proposiciones se conectan semánticamente en las secuencias de oraciones; para ello es necesaria una relación entre los significados o sentidos tanto de las palabras en las oraciones, como de las oraciones entre sí” (Montealegre, 2004, 248). Se infiere que un discurso narrativo apoyado en este modelo debe ser portador de valores de verdad o de su probabilidad. La misma que cae en el terreno de la realidad real, la imaginaria o el mundo posible.

Respecto a la comprensión de un texto, Van Dijk y Kintsch (1983) proponen que dicha comprensión se fundamenta en la macroestructura o globalidad del texto y en la microestructura o relaciones semánticas dentro del texto referidas a la estructura local. El sujeto comprende un texto al elaborar las macroestructuras semánticas a partir de las microestructuras de significados y de los sucesos del mundo. Van Dijk sostiene que los textos son moldeados por sus contextos. Esto constituye la pragmática del discurso. La intención del texto narrativo es llevar al estudiante a producir significados; ayudarle a construir significados.

También, Bruner (1988, 1994, 1995, 1997) expresa la necesidad del ser de la experiencia narrativa, sea factual o ficticio. “El motor de la narración es una problemática que merece la pena ser contada y ser reconstruida” (Montealegre, 2004,246). Este psicólogo estadounidense estudia en el proceso de comprensión del texto dos modalidades de pensamiento (el paradigmático o lógico científico y el narrativo)” (Montealegre, 2004, 251) el primero elige las palabras, las oraciones y el discurso de manera que se pueda asegurar la claridad y el sentido preciso mientras que el segundo se ocupa de las intencionalidades de las acciones humanas.

Desde el pensamiento lógico creativo se puede unir lo que funge el narrador inquieto por darle significado a la experiencia con la intención del científico preocupado por aquello que pueda ser verificado, en este caso, por el conocimiento matemático.

Respecto al pensamiento creativo, son valiosos los aportes de Eward De Bono (1933) y J. P. Guilford (1897), quienes no sólo proponen actividades para enseñar a pensar sino que consideran que una persona creativa tiene capacidad para formular hipótesis, establecer relaciones, y una capacidad flexible para producir, redefinir y evaluar ideas.

Para darle significado al pensamiento lógico creativo nos apoyamos en Peirce y Morin. Peirce dice que "El solo inmediato propósito del pensamiento es volver las cosas inteligibles" (CP 1.405 citado en Radford) Después expresa que el individuo utiliza los signos para formar nuevas ideas y nuevos conceptos en la búsqueda de la verdad. La abducción es el elemento detonador de la creatividad en el trabajo matemático.

Por otra parte, si la realidad es compleja, según Morin (1994), el conocimiento también lo es por lo tanto se necesita que el pensamiento sea menos mutilante. Para Morin, el ser humano expresa su complejidad puesto que es: racional y delirante, trabajador y lúdico, empírico e imaginador, económico y dilapidador, prosaico y poético (Grinberg, 2012,7). Se deduce que el pensamiento complejo integra el componente lógico con la realidad para resolver situaciones de una manera sistémica y holística.

Se define, en suma, el pensamiento lógico creativo como la capacidad dialéctica que tiene un profesor para establecer nuevas relaciones con el fin de construir el conocimiento matemático, sobre todo potenciar el significado de los conceptos matemáticos desde la construcción de textos narrativos. Dicho pensamiento incluye no sólo el empleo de recursos lógicos y lingüísticos sino el análisis semiótico, pragmático y cognitivo de textos.

En lo relacionado al aprendizaje de conceptos se destacan los enfoques de D´Amore, Vygotski, Chevallard y Godino.

Por su parte, D´Amore (2001) habla de tramas conceptuales y considera los aportes de Cornu y Vergnioux (1992, 55) cuando afirman: «El aprendizaje de un concepto aislado es imposible, dado que todo concepto se halla en correlación, con otros. El profesor Bruno defiende el enfoque pragmatista en cuanto éste dice que el significado de un concepto depende del uso y del contexto.

Además, Vygotski (1962) ve al lenguaje como mediador entre individuo y cultura; él afirma que la formación de un concepto se da con una operación intelectual que está «guiada por el uso de las palabras que sirven para concentrar activamente la atención, para abstraer ciertos conceptos, sintetizarlos y simbolizarlos por medio de un signo» (D'Amore, 2001, 8). Más adelante Bruno, apoyado en Dumet (1975), dirá que comprender algo implica conocer el significado de las expresiones.

En esta misma dirección pragmática, se entiende la definición de Chevallard (1991): un objeto matemático es «un emergente de un sistema de praxis donde se manipulan objetos materiales que se descomponen en diferentes registros semióticos: registro oral, de las palabras o de las expresiones pronunciadas; registro gestual; dominio de las inscripciones, es decir aquello que se escribe o se dibuja (gráficas, fórmulas, cálculos, (…), se puede decir, registro de la escritura» (D'Amore, 2001, 14)

Para Chevallard (1992) es importante la persona como centro del acto de dar significado a los objetos que lo rodean. El concepto matemático cobra significado en el estudiante; el significado surge de esa relación que tiene el estudiante con el objeto matemático.

Para el desarrollo del pensamiento lógico creativo es necesario que el estudiante comprenda los conceptos matemáticos y que el profesor diseñe situaciones didácticas en relación con el conocimiento matemático.

En esta dirección, "En el trabajo matemático, los símbolos (significantes) remiten o están en lugar de las entidades conceptuales (significados). El punto crucial en los procesos de instrucción no está, sin embargo, en el dominio de la sintaxis del lenguaje simbólico matemático, incluso aunque ésta sea también importante, sino en la comprensión de su semántica; es decir, en la naturaleza de los propios conceptos y proposiciones matemáticas y su relación con los contextos y situaciones problemas de cuya solución provienen" (Godino, 2010, 3)

La comprensión de un concepto matemático requiere pensar no sólo lo semiótico y lo pragmático sino también lo cognitivo y lo cognoscitivo.

El modelo ontológico-semiótico propuesto por Godino (2002) aporta herramientas para el análisis del pensamiento matemático, se apoya en el concepto de función semiótica (Hjelmslev, 1943) definida como la dependencia entre el texto y sus componentes; esto es, la relación que establece una persona entre un significado y un significante de acuerdo con un criterio de correspondencia. Godino suma la ontología matemática en la cual afirma que cualquiera de las entidades o categorías consideradas (situaciones, acciones, conceptos, propiedades y argumentaciones) puede ser expresión o contenido. Aquí importan mucho la representación, la cognición y el pragmatismo.

Dicho enfoque apoya el análisis semiótico – abductivo de un texto narrativo, desde el cual el estudiante construya el sentido y significado al elaborar definiciones, formular hipótesis y desarrollar otras habilidades matemáticas; esto es, al resolver una situación.

Finalmente, en un proyecto que busca aportar a la didáctica de la matemática se necesita revisar el concepto de estrategia didáctica. Ésta se entiende como un "conjunto de pasos, operaciones o habilidades que un aprendiz emplea en forma consciente, controlada e intencional como instrumento flexible para aprender significativamente". (Díaz y Hernández, 2002, 93 citado en Fumero, 2009, 11)

Este aprendizaje implica el diseño, utilización y evaluación de situaciones didácticas. El concepto de situación didáctica se valida desde Brousseau (1991), quien afirma que todo conocimiento matemático puede ser determinado a partir de una situación y propone una serie de actividades que integran distintos elementos en el aula de tal manera que profesores como estudiantes tengan una responsabilidad frente a la educación matemática. Para este brillante investigador, una situación didáctica es:

> Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o explícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución (Citado en Panizza, 1994, 4).

Pero, muchas veces el estudiante continúa su proceso de aprendizaje desde la casa o, en todo caso, en momentos en los cuales no tiene al frente a su profesor. Frente a esta eventualidad, el mismo Brousseau utiliza el término situación a-didáctica para designar toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego (Panizza, 1994, 4).

Todo esto nos revela que, si se cuenta con expertos, tanto lógicos como creativos, de la talla de Wittgenstein, Sausurre, Peirce, Vigotsky, Godino, De Bono, D´Amore y Brousseau, entre otros, puede fundamentarse un trabajo novedoso y científico que propenda por el desarrollo del pensamiento lógico creativo y el papel del lenguaje narrativo en la construcción del conocimiento matemático.

Competencias relacionadas con la narrativa

En Colombia, desde hace varias décadas, el concepto de competencia ha venido logrando protagonismo en todos los ambientes educativos. Es aquí donde conviene detenernos un momento para hablar sobre las orientaciones y definiciones de éste concepto.

Según el diccionario de la Real Academia Española (RAE), competencia es la “pericia, aptitud, idoneidad para hacer algo o intervenir en un asunto determinado”; ahora bien, para el parlamento europeo y el consejo de la unión europea (2006), ser competente es “expresar e interpretar conceptos, pensamientos, hechos y opiniones de forma oral y escrita (escuchar, hablar, leer y escribir) [y de] interactuar lingüísticamente de una manera adecuada y creativa en todos los posibles contextos sociales y culturales”; paralelamente, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, en los estándares básicos: en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas (MEN, 2006), expresa que las competencias básicas son “el conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes y valores que un joven estudiante debe desarrollar para desempeñarse de manera apropiada en cualquier entorno”.

Queda definido, entonces, que una persona competente es aquella que tiene la capacidad de resolver situaciones concretas de forma creativa en un contexto determinado.

En el caso de la matemática, haremos referencia a lo expuesto por los lineamientos curriculares de matemáticas en Colombia frente a las competencias que deben permitirse adquirir en el aula, en relación con el contexto y con otras áreas (MEN, 1998). Es así como se plantean tres dimensiones, las cuales a su vez encierran varias componentes:

- Los procesos son entendidos como las competencias propias del área y que dentro de este marco se conciben así: el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

- Los conocimientos básicos se encuentran enmarcados en los cinco procesos que desarrollan el pensamiento matemático. Estos pensamientos son: el numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el Variacional; acompañados por cinco sistemas: el numérico, el geométrico, de medida, de datos y el algebraico y analítico.

- El contexto visto como las situaciones problema generadas desde la misma matemática, desde la vida cotidiana o desde otras ciencias.

Todo esto conlleva a que el estudiante pueda conversar entre estas dimensiones mediante la formulación y solución de sus propias preguntas o las de otros, dándole sentido a sus vivencias. Todo lo anterior se representa en los lineamientos curriculares Colombianos gráficamente(Ilustración 2).

Al respecto, D'Amore, Díaz Godino y Fandiño Pinilla (2008) afirman que en la competencia matemática se revelan tres particularidades. La primera tiene que ver con lo cognitivo, pues es necesario la existencia de un conocimiento matemático; la segunda se centra en la parte afectiva del estudiante, es prudente advertir que la disposición, la voluntad, el deseo de responder a una determinada solicitud (externa o interna) del estudiante es importante; y la tercera característica es la disposición para la acción, basada en la persistencia, la continuidad y la dedicación.

Desde el punto de vista de los lineamientos curriculares de lenguaje en Colombia (MEN, 1998), las competencias en lenguaje se conciben enmarcadas en un contexto representativo y cultural para cada individuo, lo que le permite un reconocimiento y al mismo tiempo un significado del mundo que le rodea. Todo esto a partir de ciertas habilidades o procesos comunicativos, tales como leer, escribir, hablar y escuchar.

No hay que olvidar, según los lineamientos, que en lingüística desde una visión significativa y semiótica, se reconoce al proceso de lectura de un texto, no solo como el acto de decodificar el mismo para lograr una real comprensión del significado textual, apoyada en la propiedad y el manejo de un código específico, sino también como el acto de interaccionar entre la postura que una persona adopta del texto como tal y el significado que éste tiene desde aspectos particulares como lo cultural, político, ideológico y estético.

Algo parecido ocurre con el proceso escritural, pues no solo se trata de una codificación de significados por medio de criterios lingüísticos, sino que es un proceso semiótico que le permite al individuo interactuar desde sus intereses y vivencias con un contexto socio – cultural que le permea una significación y sentido a su producción textual.

De otro lado, los lineamientos también afirman, que es necesario comprender de forma similar las habilidades de hablar y escuchar, pues son necesarias para que un individuo logre alcanzar sus intereses y abastecer sus necesidades, puesto que le permite una interrelación con las demás personas en un contexto determinado.

En conclusión, las habilidades para hablar, escuchar, leer y escribir son fundamentales en el proceso intelectual de cada individuo, pues están presentes en el desarrollo de las competencias lingüísticas, confirmando así que somos seres semióticos que hacemos consciente toda la información que nos llega para darle un significado y un sentido a todo lo que nos rodea.

Con el apoyo nuevamente de los lineamientos curriculares, se desarrollan a continuación, algunas competencias asociadas al campo del lenguaje:

- Gramatical o Sintáctica. Entendida como el conjunto de reglas que conllevan a la creación de textos.
- Textual. Está orientada a los elementos que le dan sentido al texto como la coherencia y la cohesión.

- Semántica. Descrita como la facultad de reconocer y aplicar bien los símbolos, los conectores y el vocabulario de forma adecuada en un contexto.

- Pragmática. Señala que es importante el reconocimiento y el uso de códigos socio – lingüísticos presentes en un contexto determinado y que hacen posible la comunicación.

- Literaria. Concebida como la capacidad de hacer el uso adecuado de las habilidades de lectura y escritura, en el que se evidencia un análisis profundo del individuo en el proceso lector y que es aflorado en el proceso escritural.

De todo esto, se tiene en consecuencia, que en el proceso educativo docente es necesario llevar a cabo en el aula estrategias de aprendizaje que incite a los estudiantes a hacer producciones cognitivas, interpretativas y creativas, para así integrar esos saberes y destrezas a su desempeño cotidiano.

Importancia del lenguaje narrativo en contexto matemático

La parte fundamental de este trabajo, es el de mostrar porque es importante usar el lenguaje narrativo en la construcción cognitiva de un concepto matemático en el aula de clase. Para este fin comenzaremos con describir algunas partes importantes del lenguaje narrativo para la generación de posibles representaciones semióticas por parte del estudiante.

Van Dijk (1983) considera que: "…los textos narrativos son formas básicas globales muy importantes de la comunicación textual".

El mencionado autor da valor a la competencia textual narrativa, como un desarrollo que se da desde muy temprana edad, que comienza en una forma oral dialogal evolucionando hasta una forma monologar oral o escrita.

El esquema narrativo puede aportar en la idea de que el estudiante jerarquice sus ideas y las relaciones.

El esquema narrativo comprende:

> "… (un) conjunto de proposiciones, ordenadas según una estructura más o menos convencional, que presenta a uno o más sujetos como agentes o pacientes de una acción de cuyo proceso y consumación, la secuencia narrativa se ocupa" Adam (1996).

La anterior definición, describe lo que puede estructurar cognitivamente un concepto matemático, desde una representación proposicional que bien constituida puede dar cuenta de una buena interpretación.

Según Claude Bremond (1966) para que exista un relato coherente, el estudiante debe tener en cuenta una sucesión de eventos en el tiempo orientada hacía un fin, una unidad temática alrededor de un actor- sujeto que reúna al resto de componentes, la transformación de un estado dado en su contrario, el proceso en el que tendrán lugar las trasformaciones a lo largo de la sucesión temporal: *planteamiento*, *nudo* y *desenlace*, las relaciones causales entre los acontecimientos que son las que crean intriga y una evaluación final: el hecho de que todos los acontecimientos del relato se dirijan hacia un fin.

Toda esta secuencia narrativa también puede dar cuenta de unas relaciones existentes entre los diferentes pensamientos matemáticos a partir de una misma situación, que puede ser pensada y escrita por el estudiante a partir de sus representaciones semióticas.

En Marín Rodríguez (2007) aparece una idea sobre la importancia de los cuentos en la estructura cognitiva del estudiante; según Bettelheim (1999: 12) "[...] los cuentos aportan importantes mensajes al consciente, preconsciente e inconsciente, sea cual sea el nivel de funcionamiento de cada uno en aquel instante".

Esto indica que el estudiante podrá lograr llegar a un concepto matemático desde estos mensajes escritos por él mismo sin pensar en que sea una situación matemática, sino desde una situación externa como la escritura de un cuento.

Marín Rodriguez (2007) da una idea la importancia pedagógica que puede tener un texto narrativo de la siguiente manera:

> Esta potencia pedagógica del cuento se debe a su estructura secuencial-lineal, con unos personajes reconocibles, y una forma lingüística que la memoria retiene sin demasiado esfuerzo.
>
> Sobre todo los cuentos recurrentes que ligan directamente con la necesidad de reiteración sentida por el niño en su anhelo de conocer, reconocer, asegurarse, conquistar la realidad y crecer. Además, el cuento fomenta la imaginación y la capacidad de abstracción, tan importantes en la actividad intelectual; la primera es

herramienta básica en la génesis de la Literatura y la segunda en las Matemáticas, sin ser excluyentes mutuamente.

El cuento dentro de nuestro trabajo se constituye en una herramienta del estudiante para organizar y comunicar los significados de un concepto matemático de una manera adecuada.

En Marín Rodríguez (1999) se enuncia una frase dicha por KieranEgan,que define lo anterior de la siguiente manera:

> Al contar un cuento, no empezamos estableciendo objetivos y, sin embargo, los cuentos son unas herramientas maravillosas para organizar y comunicar significados de un modo eficaz.

Todo esto nos ayuda a concluir que la importancia del texto narrativo en contexto matemático radica en la posibilidad de brindar un entorno diferente para el estudiante en donde no vea la construcción de un concepto como algo estricto, sin sentido ni significado para el estudiante, sino por el contrario, sea desde un punto de vista personal, desde sus propios significados de un concepto matemático.

Comprensión de un escrito matemático (Gagatsis, D'amore y Fandiño)

Hay una gran preocupación por la realidad persistente de la falta de comprensión de un escrito matemático por parte de los estudiantes, y esto combinado con la idea equivocada del uso de la tecnología, sugiere dejar de lado la parte escrita para pasar a la parte visual y auditiva.

Hoy en día pensamos en presentarles los conceptos matemáticos a los estudiantes de forma interactiva, a través de videos, programas de televisión, es decir, de forma visual pero con una gran componente auditiva.

Gagatsis (1995) da por hecho que no puede existir un reemplazo de estos medios visuales y auditivos por los textos impresos, pues a nivel “técnico” la lectura es mucho más eficaz que estos otros medios, permitiendo una mayor profundización al poder volver a leer el texto una y otra vez para caer en cuenta de los errores conceptuales que se tienen.

Este hecho da cuenta de la importancia de este trabajo, pues se da importancia a los procesos de lecto-escritura en relación con el contexto matemático, a partir del cuento. Además de buscar que el estudiante encuentre en la escritura una forma de exteriorizar su idea de un concepto, lo cual en la actualidad es bastante complicado lograr desde otro tipo de estrategia.

Para lograr que el estudiante alcance una comprensión de un escrito matemático es importante reconocer que la matemática tiene una sintaxis, semántica, pragmática y simbolismo propio de la disciplina, lo cual hace que sea más complicado que la de cualquier otra.

Por esto es importante encontrar cuáles son las dificultades más recurrentes en los estudiantes frente a todas las componentes lingüísticas en relación con el lenguaje matemático y buscar las estrategias para tratar de nivelar la comprensión frente a otro tipo de lectura.

Una de las dificultades más evidentes es la de la falta de familiaridad del estudiante con las palabras técnicas (de contexto matemático),símbolos y conectivos lógicos que ayuden a aumentar su léxico y por lo tanto las relaciones con otras palabras un poco más conocidas como las del lenguaje propio.

Gagatsis (1995) en su artículo sobre legibilidad de los textos matemáticos, presenta el estudio hecho en griego y francés donde concluye que las palabras más frecuentes son de uso cotidiano, las palabras habituales son cortas y las palabras son de corte similar al siempre presentado, además todas las evaluaciones son propensas a ser siempre las mismas y la longitud de las sentencias pueden determinar la dificultad sintáctica, semántica, o, incluso del test; siendo ésta última en términos estadísticos, pues una sucesión de frases cortas pueden generar una gran dificultad en la misma frase, dividida en varios subordinados.

A partir de los índices de lectura encontrados en las conclusiones anteriores, Gagatsis (1995) también nos muestra la construcción de la prueba de legibilidad para la lengua inglesa, francesa y griega, que presentamos en la tabla (Tabla 2).

Acompañado del test de cierre inventado por Taylor (1953), Gagatsis hace un estudio de legibilidad de un texto matemático, Taylor define el test de cierre como:

> Una herramienta psicológica que permite medir la total correspondencia entre los hábitos y costumbres de codificación de los organismos de radiodifusión de los receptores de datos codificados.

La forma de realizar el test es tomando un texto y eliminar una palabra cada cinco, sin importar el tipo de categoría de la palabra. La persona que sea sometida a este test debe tratar de reconstruir el texto original. Las palabras que faltan, se reemplazan por espacios en blanco de la misma longitud para no crear diferencias entre una u otra palabra.

Gagatsis (1995) valida el test de cierre utilizando la fórmula de legibilidad para el Italiano y presenta algunos ejemplos que ayudan a determinar la forma de realizar este proceso.

A partir del interés que se presentaen este trabajo, D'Amore y Fandiño (2012- 2013) manifiestan (Tabla 3) otra posible validación de la fórmula de legibilidad.

Ésta fórmula de legibilidad se aplica al test de Taylor y se tendrán en cuenta las condiciones de los estudiantes para determinar algunos resultados en nuestro trabajo para diseñar nuestra propuesta metodológica basada en los obstáculos semióticos –lingüísticos que puedan encontrarse a partir del análisis correcto de las condiciones de los estudiantes.

CONCLUSIÓN

De este trabajo se infiere que la implementación del test de cierre y la prueba de legibilidad, permitieron evidenciar las dificultades específicas que tienen los estudiantes en la comprensión de textos matemáticos y por consiguiente en la conceptualización matemática; dado que cuando el estudiante lee compresivamente se le facilita el aprendizaje de la matemática y así lo puede aplicar en distintos contextos.

En consecuencia los obstáculos encontrados en los alumnos sirven como una oportunidad para poder diseñar una propuesta didáctica apoyada en la construcción de conceptos matemáticos a partir de un lenguaje narrativo que determinael fortalecimiento de los procesos educativos para estimular y desarrollar en el estudiante la imaginación, la creatividad y la capacidad de análisis.

El instrumento metodológico que media en esta propuesta es aplicable dependiendo del contexto educativo y la determinación de los docentes con respecto a las necesidades de los estudiantes.

Lo anterior también establece una continuación de la propuesta en miras de una investigación futura que permita plantear unas pautas específicas para el aula de clase.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arrigo, G et al (2011) Infinitos Infinitos; historia, filosofía y didáctica del infinito matemático. Bogotá, Magisterio.

Barrena, S. (2006). La creatividad en Charles S. Peirce. Recuperado el 20 de enero de 2010 del sitio web: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Barrena, S. (2007). Peirce; La lógica considerada desde la semiótica. Madrid: Biblioteca Nueva.

Blanco, F.(s.f.) Filosofía del lenguaje de Wittgenstein y el lenguaje de los científicos. Del sitio web: http://www.canela.org.es/cuadernoscanela/canelapdf/cc12blanco.pdf

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. Córdoba - España: Universidad Nacional de Córdoba.

Brousseau, G. (1991) ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas? Recuperado el 10 de noviembre de 2011 del sitio web: http://ddd.uab.es/pub/ edlc/02124521v9n1p10.pdf

Cía, D. (s.f.) Wittgenstein: la posibilidad del juego narrativo. Recuperado el 15 de abril de 2012 del sitio web: http://serbal.pntic.mec.es/~cmunoz11/rama.pdf

Cisterna Cabrera, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos. Theoria, Vol. 14 (1) , 61-71.

Contreras Gutiérrez, Omar Daniel. Documento de Lógica III (Filosofía) sobre el artículo de Frege: E. Heine’s and J. Thomae’sTheories of irrationalNumbers. Universidad Nacional de Colombia.

D’Amore B. (2001). Una contribución al debate sobre conceptos y objetos matemáticos. Uno. [Barcelona, España]. 27, 51-76. Del sitio Web:

http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore /402%20 contribucion%20al%20debate%20sobre%20conceptos%20y%20objetos.pdf

D’Amore, B. (2006). Didáctica de la Matemática. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

D’Amore B., Fandiño Pinilla M. I. (2012 - 2013). Trabajo de investigación en curso en Italia y Colombia. Comunicación privada.

Duval, R. (2004) Semiosis y Pensamiento Humano; registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali, Universidad del Valle.

El Educador.com. (2012). Recuperado el 13 de Diciembre de 2012, de http://www.eleducador.com/home/matematicas/807-entrevista-educativa-apuntes-sobre-didactica-de-las-matematicas-bruno-damore-y-martha-isabel-fandino.html

Fandiño Pinilla, M. I. (2008). Competencias y Matemáticas. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Fumero, F. (2009). Estrategias didácticas para la comprensión de textos. Una propuesta de investigación acción participativa en el aula. Recuperado el 15 de mayo de 2012 del sitio web: dialnet.unirioja.es/servlet/fichero_articulo?codigo=3223253

Gagatsis A. (1980). La transmission de l’Informationet son application a deuxmanuelsscolaires. Strasbourg IREM: Université Louis Pasteur.

Gagatsis A. (1982). Discrimination des scores au test de closure etévaluation de la comprèhension des textesmathématiques. Strasbourg, novembre 1982 (Thèse de 3ecycle).

Gagatsis A., Chaney E. (1983). Le test de closure en classe.L’ouver. 32, 21-33.

Gagatsis A. (1984). Préalables a unemesure de la comprèhension.Recherches en Didactique del Mathématiques. 5, 1, 43-80.

Gagatsis A. (1985). Questionesoulevées par le test de closure. RevueFrançaise de Pedagogie. 70, 41-50.

Gagatsis, A. (1995). Modidivalutazionedellaleggibilità dei testimatematici. La matematica e la suadidattica. En: Jannamorelli B. (ed) (1995). Lingue e linguagginellapraticadidattica. Atti del II Seminario Internazionale di DidatticadellaMatematica, Sulmona 30-31 marzo e 1 aprile 1995. Sulmona: Qualevita. 11-29.

Godino, J. (2002). Un Enfoque Ontológico y Semiótico de la Cognición Matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Recuperado el 12 de abril de 2012 del sitio web: http://www.ugr.es/local/jgodino

Godino, J. (2010) Marcos Teóricos de Referencia Sobre la Cognición Matemática. Documento de trabajo del curso de doctorado "Teoría de la educación Matemática". Recuperado el 20 de abril de 2012 del sitio web: http://www.ugr.es/local/jgodino/

Goñi, Jesús y Núria Planas. Comunicación, interacción y lenguajes en la clase de matemáticas. Recuperado del sitio web: http://grupsderecerca.uab.cat/matematicas_ comunicacion/ sites/grups derecerca.uab.cat.matematicas_comunicacion/files/Go%C3%B1i-interacci%C3%B3_conversa_

Grinberg, M. (2012) Edgar Morin y el Pensamiento Complejo. Recuperado el 2 de mayo de 2012 del sitio web: www.pensamientocomplejo.com.ar

GRUPO L.A.C.E. HUM 109. (1999). Introducción al estudio de caso en educación. Grupo l.a.c.e. hum 109 (Laboratorio para el Análisis del Cambio Educativo).Facultad de CC. de la Educación. Universidad de Cádiz. , 3-37.

Hacker, P (1998) Wittgenstein. Bogotá: Norma.

Henry G. (1973). Construction de trois formules de lisibilitéspécifiques à la languefrancaise. Thèse de doctorat, Università di Liège.

Kane R., Byrne M., Hater M. (1974). Helping children read mathematics. New York: American Book Company.

López, C. (2009). Desarrollo del Pensamiento Matemático y su Didáctica I. Curso: 1ª Magisterio. Esp. Educación Infantil. Universidad de Salamanca. Recuperado el 15 de abril de 2012 del sitio web: http://ocw.usal.es/ciencias-sociales-1/desarrollo-del-pensamiento-matematico-y-su-didactica-i

Marín Rodríguez, M. (1999). El valor del cuento en la construcción de conceptos matemáticos. Didáctica de las matemáticas, Volumen 39 , 27-38.

Marín Rodríguez, M. (2007). El valor matemático de un cuento. Revista SIGMA 31 , 11-26.

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares: Área de Lenguaje. Bogotá: Magisterio.

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias: en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Micolich, G. El uso social del lenguaje: Sausurre y Wittgenstein. Encuentros y divergencias. Recuperado el 15 de abril de 2012 del sitio web: http://hum.unne.edu.ar /revistas/postgrado /revista2/14_micolich.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares:Área de Matemáticas. Bogotá: Magisterio.

Montealegre, R (2004) La Comprensión del Texto: Sentido y Significado. Revista Latinoamericana de Psicología, año/vol. 36, número 002. Fundación Universitaria Konrad lorenz. Bogotá. Pp. 243-255. Recuperada el 14 de abril de 2012 del sitio web: http://redalyc.uaemex.mx

Morin, E. Introducción al Pensamiento Complejo. Barcelona: Gedisa, 1994

Ortega, Juan y Ortega, José. Matemáticas: ¿Un Problema De Lenguaje?. Recuperado el 15 de abril de 2012 de: http://150.214.55.100/asepuma/laspalmas2001/laspalmas/Doco06.PDF

Panizza, M. (1994). Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas. Recuperado el 10 de mayo del sitio web: http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf

Peirce, S. (1968) Escritos escogidos. Madrid: Alianza Universidad.

Peirce, S. (1987) Obra Lógico Semiótica. Madrid: Taurus Ediciones.

RAE. (s.f.). Real Academia Española. Recuperado el 8 de Abril de 2013, de http://lema.rae.es/drae/srv/search?key=competencia

Radford, L (s.f.). Semiótica y Educación Matemática. Recuperado el 15 de abril de 2012 del sitio web: http://www.laurentian.ca/NR/rdonlyres/F5E76437-E6A0-4BEB-82C9-897332E96F0C/0/ semiotica_educmat.pdf

Rankin E.F. (1970). The Cloze Procedure, its validity and utility. In: R. Farr (1970). Measurement and Évaluation of Readìng. New York: Harcourt, Brace and World. 237-253.

Rodríguez Gómez, G., Gil Flores, J., & García Jimenez, E. (1996). Metodología De La Investigación Cualitativa. Granada, España: Aljibe

Rojano, T. (1994) La Matemática Escolar Como Lenguaje. Nuevas Perspectivas De Investigación Y Enseñanza. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México. Ponencia presentada al IV Congreso internacional sobre investigación en la didáctica de las ciencias y de las matemáticas, celebrado en Barcelona en septiembre de 1993. Recuperado del sitio web: http://ddd.uab. es/pub/edlc/02124521v12n1p45.pdf

Tamayo, A. (2010) Enfoques en la filosofía del lenguaje en Ludwig Wittgenstein. Universidad Pedagógica Nacional - Universidad Pedagógica y Tecnológica de

Colombia. Recuperado el 20 de abril del sitio: http://virtual.uptc.edu.co/revistas/index.php/cuestiones_filosofia/article/viewFile/888/825

Taylor W. L. (1953). Cloze Procedure: a New Tool for measuring Readability. JournalismQuarterly. 30, 415-433.

Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Vergnaud, G. (1990). La Teoría De Los Campos Conceptuales. CNRS y Université René Descartes. Recuperado el 7 de abril del sitio web: http://ipes.anep.edu.uy/documentos/curso _dir_07/modulo2/ materiales/didactica/campos.pdf

Zeccheto, V. (2008) Seis semiólogos en busca del lector. Buenos Aires: La Crujía Ediciones.

TABLAS

Tabla 1: Cuadro comparativo entre las teorías realistas y pragmáticas.

	TEORIAS "REALISTAS"	TEORIAS "PRAGMATICAS"
Significado	Relación convencional entre signo y entidad concreta o ideal, independiente del signo lingüístico	Depende del contexto y del uso
Semántica vs pragmática	División neta	No división o división difusa
Objetividad o intersubjetividad	Total	Faltante o discutible
semántica	Las expresiones lingüísticas tienen funciones puramente semánticas	La expresión lingüística y la palabra tienen significados "personales", son significativas en contextos oportunos, pero no tienen significados absolutos, en sí mismas
Análisis	Posible y lícito: la lógica, por ejemplo	Posible sólo un análisis "personal" o subjetivo, no generalizable, no absoluto
Visón epistemológica derivada	Concepción platónica de los objetos matemáticos	Concepción problemática de los objetos matemáticos
Conocer	Descubrir	Usar en contextos oportunos
Conocimiento	Es un absoluto	Es relativo a las circunstancias y al uso específico
ejemplos	Wittgenstein del *Tractatus*, Frege, Carnap [Russell, Cantor, Bernays, Gödel]	Wittgenstein de las *Investigaciones filosóficas* [Lakatos]

Tabla 2: Construcción de la prueba de legibilidad según Gagatsis (1995).

Fórmula De Legibilidad General		Legibilidad = ax + by + cz + k donde a, b, c, k son constantes
Fórmula De Legibilidad De Flesh	Versión Inglés	Facilidad = 206,835 - 0,846 x - 1,015 y Donde: x = número de sílabas por 100 palabras; y = el número de palabras por oración.
Fórmula De Legibilidad De Kaudel Y Moles	Adaptada al Francés	Tomando nota de que las palabras francesas son más largas que el promedio de las palabras en inglés, se divide el coeficiente Flesh por 1,15: Facilidad = 206.85-0.74 x - 1,015y
Fórmula De Legibilidad De Gagatsis	Adaptada al Griego	Facilidad = 206.85-0.59 x - 1,015y
Fórmula De Legibilidad De Gagatsis	Adaptada al Italiano	Plantea dos posibles fórmulas: 1) Legibilidad = -0,23x-0,53y+61,88 Donde: x= número de palabras matemáticas que están ausentes de la lista de palabras de una familiaridad con matemática del 80% y= número de diferentes palabras con más de tres sílabas. 2)Legibilidad = -0,15A+0,10B-0,42C-0,17D+35,52 Donde: A: palabras que están ausentes: a) de la lista de 3000 palabras comunes. b) de la lista de palabras matemáticas conocidas con una familiaridad del 80%. B: número de cambios de lenguaje natural a lenguaje simbólico y viceversa. C: diferentes términos matemáticos que están ausentes de la lista de palabras con un número conocido matemático del 80% y de los diferentes símbolos matemáticos que están ausentes de la lista de símbolos matemáticos familiares con un 90%. D: número de signos de interrogación.

Tabla 3: Otra posible validación de la fórmula de legibilidad presentada por D'Amore y Fandiño (2012- 2013).

Fórmula simplificada de legibilidad/comprensión de un escrito de matemática

Una vez que se haga elegido el nivel escolar / edad de los alumnos, el escrito se toma de textos escolares considerados propios de dicho nivel.
Sea un determinado escrito de *n* palabras o de *n* símbolos.

Los signos de puntuación NO son tomados en cuenta. En las fórmulas se considera cada signo como palabra (por ejemplo: en *ab* – *3ab* se consideran 6 palabras).

Cancelamos una palabra o un símbolo cada 5, a partir del quinto. [El número 5 se estableció empíricamente a partir de estudios de AthanasiosGagatsis y de grupos de investigación en Francia, Grecia y Chipre, para los idiomas neolatinos: español, portugués, italiano, francés y rumano].
El número de palabras canceladas es $n/5$ (se aproxima al número natural más cercano; en caso de igualdad, se aproxima al número natural inferior).
De las palabras canceladas forman parte las siguientes categorías:

c1) palabras del idioma no de carácter lógico (un número *a* de palabras)

c2) palabras técnicas de la matemática (un número *b* de palabras)

c3) palabras del idioma de carácter lógico (conectivos: no, y, o, implica,…; cuantificadores: ninguno, algunos, todos,…; deductivos: como, dado, demuestra, …) (un número *c* de palabras)

c4) símbolos (número *d* de palabras).

Por tanto; $a + b + c + d = n/5$

Sea $m=a * 0,1 + b * 0,3 + c * 0,2 +d * 0,4$; *m* se llama "índice de dificultad del escrito T".

Sean:

a' las palabras de tipo *c*1 que el sujeto reconoce en forma correcta ($a' \leq a$);
b' las palabras de tipo *c*2 que el sujeto reconoce en forma correcta ($b' \leq b$);
c' las palabras de tipo *c*3 que el sujeto reconoce en forma correcta ($c' \leq c$);
d' las palabras de tipo *c4* que el sujeto reconoce en forma correcta ($d' \leq d$)

Consideremos la fórmula:

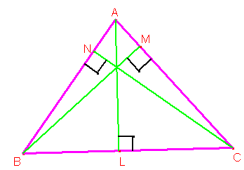
$(a - a') * 0,1 + (b - b') * 0,3 + (c - c') * 0,2 + (d - d') * 0,4 = r$
r se llama "índice de comprensión de T por parte de S".
Si $r=0$, se considera la comprensión del escrito perfecta;
si $0<r<m/2$ se considera la comprensión del escrito aceptable o positiva;
si $m/2\leq r\leq m$ se considera la comprensión del escrito insuficiente o negativa.

Si trata ahora de clasificar con la experiencia directa valores más precisos de *r* para tener gradaciones de mayor eficacia y que permita un estudio mucho más detallado.

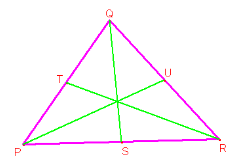
Tabla 4: Posibles páginas de los libros de matemática antes de realizar las pruebas.

1. LÍNEAS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO[1]

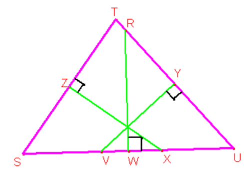
- ALTURA: Es la perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto o su prolongación. Las tres alturas de un triángulo se cortan en un punto llamado ortocentro.



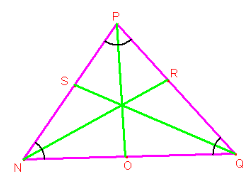
- Mediana: Es el segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto. El punto de corte de las medianas de un triángulo se denomina baricentro.



- Mediatriz: Es la perpendicular levantada en un punto medio de un lado. El punto de corte de las mediatrices de un triángulo se llama circuncentro.



- Bisectriz: Rayo que divide cada ángulo del triángulo en dos ángulos congruentes. Las bisectrices de un triángulo se cortan en un punto denominado incentro.



2. PROPIEDADES DE LA ADICIÓN Y LA MULTIPLICACIÓN[2]

Observa las siguientes operaciones.

$5 + 4 = 9$ y $4 + 5 = 9$ $\qquad$ $7 \times 3 = 21$ y $3 \times 7 = 21$

PROPIEDAD CONMUTATIVA
El orden de los sumandos o de los factores no varía el resultado.

$2 + 3 = 3 + 2$ $\qquad$ $4 \times 5 = 5 \times 4$

---

[1] Tomado de texto guía "Código matemáticas" para grado 6º. Ediciones SM. p. 24
[2] Tomado de texto guía "Código matemáticas" para grado 6º. Ediciones SM. p. 17

3. ECUACIONES: CONCEPTOS INICIALES[3]

Una ecuación es una igualdad en la que hay presentes una o varias cantidades desconocidas llamadas variables o incógnitas. Las incógnitas se representan por medio de letras minúsculas. Cada ecuación se cumple para determinados valores de la incógnita o incógnitas presentes en ella.

En toda ecuación, la expresión que se encuentra antes del signo igual se denomina primer miembro y la expresión que se encuentra después del igual se denomina segundo miembro. Así, en la ecuación $x - 8 = 5$, $x - 8$ es el primer miembro y 5 es el segundo miembro.

Los sumandos de cada miembro de una ecuación, recibe el nombre de términos. Así, en la ecuación $2x + 5 = 11$, los términos son $2x$, 5 y 11.

La ecuación $x - 3 = 7$, únicamente se verifica si $x = 10$. Este último valor se denomina raíz o solución de la ecuación.

Así, resolver una ecuación significa hallar el valor o valores de la incógnita que cumplen con la igualdad dada.

4. REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES SOBRE LA RECTA NUMÉRICA[4]

Para representar fracciones sobre la recta numérica, se deben tener en cuenta los siguientes pasos:

1. Se traza una recta numérica a partir del número 0 y se localizan los números naturales.
2. Se divide cada unidad en tantas partes como lo indique el denominador de la fracción.
3. Desde el número 0 se encuentran tantas partes como lo indique el numerador de la fracción y se marca un punto. Dicho punto, es la representación del fraccionario en la recta numérica.

5. FRACCIONES EQUIVALENTES[5]

Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma parte de la unidad. Por ejemplo, las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ son equivalentes.

Si dos fracciones son equivalentes, se debe cumplir que el producto del numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, debe ser igual al producto del denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda. Esto es,

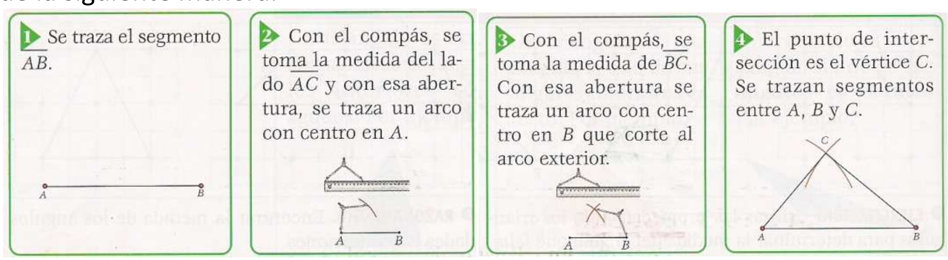
[3]Tomado de texto guía “Nuevas Matemáticas” para grado 6º. Editorial Santillana. p. 53
[4]Tomado de texto guía “Nuevas Matemáticas” para grado 6º. Editorial Santillana. p. 93
[5]Tomado de texto guía “Nuevas Matemáticas” para grado 6º. Editorial Santillana. p. 94

$\mathbf{Dadasdosfracciones}\,\dfrac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}\,\mathbf{y}\,\dfrac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}\,\mathbf{cona, b, c, d} \in \mathbb{N}\mathbf{entonces,}\quad \dfrac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \dfrac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}\,\mathbf{sisecumplequea} \times \mathbf{d} = \mathbf{b} \times \mathbf{c}$

6. TRIÁNGULOS[6]

CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS EQUILÁTEROS, ISÓSCELES Y ESCALENOS

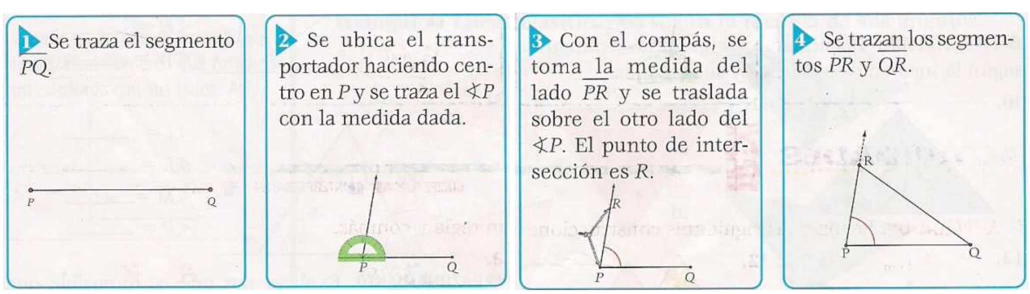
Para construir un triángulo ABC conociendo las medidas de los lados $\overline{AB}, \overline{BC}$ y $\overline{AC}$, se procede de la siguiente manera.



CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS EQUILÁTEROS, ISÓSCELES Y ESCALENOS

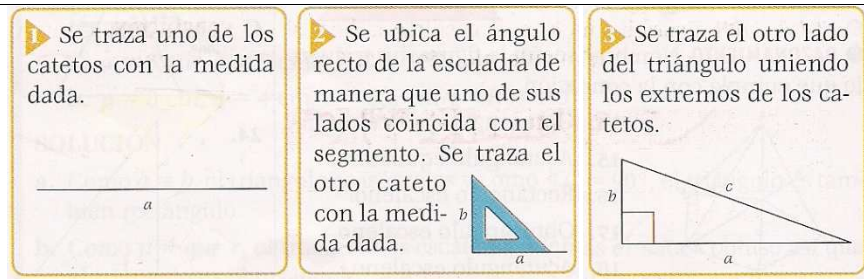
En forma similar, se pueden construir triángulos acutángulos, rectángulos y obtusángulos teniendo en cuenta los siguientes casos:

CASO 1: Se conocen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.
CASO 2: Se conocen dos ángulos y el lado común entre ellos.
Para construir el ΔPQR conociendo la medida de sus lados $\overline{PR}$ y $\overline{PQ}$ y la amplitud del ángulo $\measuredangle P$ (caso1) se procede así:

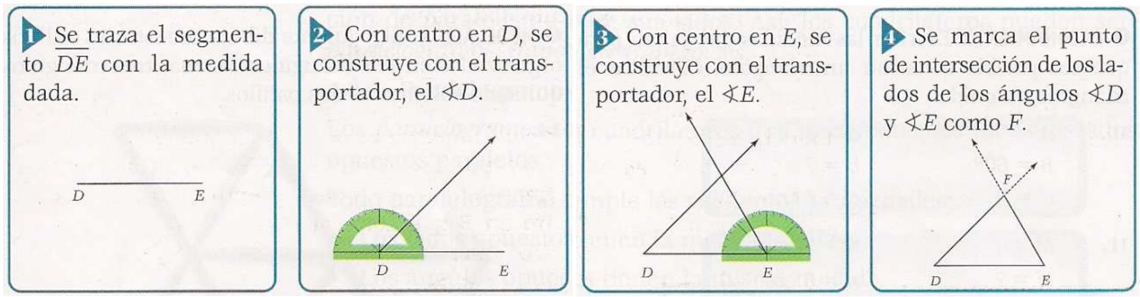


En particular, para construir un triángulo rectángulo conociendo las medidas de los catetos, se puede usar una escuadra, así:

[6] Tomado de texto guía "Nuevas Matemáticas" para grado 6º. Editorial Santillana. p. 198 – 199



Para construir el ΔDEF conociendo la amplitud de los ángulos $\measuredangle$D, $\measuredangle$E y la medida del lado $\overline{\text{DE}}$ (caso 2) se procede así:



7. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL[7]

Las medidas de tendencia central son valores que se calculan a partir de los datos y que permiten encontrar las características numéricas básicas de ellos. Las medidas de tendencia central son: la media, la mediana y la moda.

MEDIA ARITMÉTICA

Esta medida representa al individuo típico de la muestra y es el dato que da la característica más representativa al grupo. La media aritmética o promedio, se representa como $\overline{\text{X}}$.

La media se calcula sumando los datos y dividiendo entre la cantidad de elementos de la muestra.

MEDIANA

La mediana es la medida que se encarga de ubicar el centro de los datos y se representa como $\tilde{\text{X}}$. Para calcularla se deben ordenar los datos de menor a mayor y buscar el dato central.

Para ubicar la mediana es necesario contemplar las dos situaciones que se describen a continuación.

Caso 1: Número de datos impar.

En este caso basta con ordenar los datos, luego, al número total de ellos se le suma 1 y el resultado se divide entre dos. La mediana será el dato ubicado en esta posición.

Caso 2: Número de datos par.

---

[7] Tomado de texto guía "Nuevas Matemáticas" para grado 6º. Editorial Santillana. p. 230 – 231

En este caso, una vez ordenados los datos, se necesario calcular el promedio de los dos datos que están en la mitad de los demás.
La mediana es una medida en la cual no interesa la magnitud de los datos, lo único indispensable es ordenarlos. Si existe un dato muy lejano a los demás el valor de la mediana no cambiará.

MODA
La moda es el valor que más se repite dentro del conjunto de datos.
En la caracterización de variables cuantitativas el valor de la moda no se utiliza ya que en la mayoría de ocasiones no tiene sentido dentro de un contexto determinado. Al hablar de la moda se presentan tres casos.

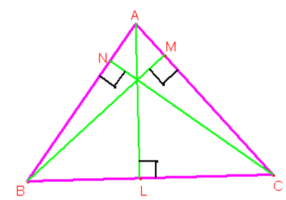
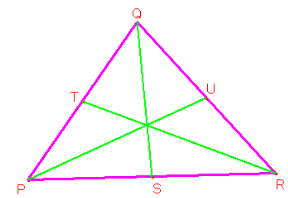
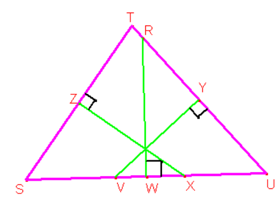
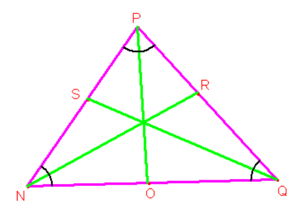
Caso 1: en el cual la moda es única. Se da cuando en el conjunto de datos existe un valor que se repite más veces que los demás.

Caso 2: cuando existen dos o más modas. Se da cuando existen dos o más valores que se repiten el mismo número de veces.

Caso 3: se tiene cuando todos los datos tienen un valor diferente a los demás.

Tabla 5: Uso del test de Taylor en las páginas de los libros de matemática seleccionados para la aplicación de la prueba.

Prueba Nº1.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN LÍNEAS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO	
• **ALTURA:** Es la perpendicular ☐ desde un vértice al ☐ opuesto o su prolongación. ☐ tres alturas de un ☐ se cortan en un ☐ llamado **ortocentro**.	
• **Mediana:** Es el segmento ☐ une un vértice con ☐ punto medio del lado ☐. El punto de corte ☐ las medianas de un ☐ se denomina **baricentro**.	
• **Mediatriz:** Es la perpendicular ☐ en un punto medio ☐ un lado. El punto ☐ corte de las mediatrices ☐ un triángulo se llama ☐.	
• **Bisectriz:** Rayo que divide ☐ ángulo del triángulo en ☐ ángulos congruentes. Las bisectrices ☐ un triángulo se cortan ☐ un punto denominado **incentro**.	

Prueba Nº2.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN
PROPIEDADES DE LA ADICIÓN Y LA MULTIPLICACIÓN

Observa las siguientes operaciones.

☐ + 4 = 9 ☐ 4 + 5 = ☐ 7 × 3 = ☐ y 3 × 7 ☐ 21

PROPIEDAD CONMUTATIVA

El ☐ de los sumandos o ☐ los factores no varía ☐ resultado.

2 + 3 ____ 3 + 2 4 ____ 5 = 5 × ____

Prueba Nº3.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN
ECUACIONES: CONCEPTOS INICIALES

Una ecuación es una ____ en la que hay ____ una o varias cantidades ____ llamadas **variables** o **incógnitas**. ____ incógnitas se representan por ____ de letras minúsculas. Cada ____ se cumple para determinados ____ de la incógnita o ____ presentes en ella.

En ____ ecuación, la expresión que ____ encuentra antes del signo ____ se denomina **primer miembro** ____ la expresión que se ____ después del igual se ____ **segundo miembro**. Así, en ____ ecuación x – 8 ____ 5, x – 8 ____ el primer miembro y ____ es el segundo miembro.

____ sumandos de cada miembro ____ una ecuación, recibe el ____ de **términos**. Así, en ____ ecuación 2x + 5 ____ 11, los términos son ____, 5 y 11.

La ____ x – 3 = ____, únicamente se verifica si ____ = 10. Este último ____ se denomina **raíz** o ____ de la ecuación.

Prueba Nº4.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN
MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Las medidas de tendencia ____ son valores que se ____ a partir de los ____ y que permiten encontrar ____ características numéricas básicas de ____. Las medidas de tendencia ____ son: la media aritmética, ____ mediana y la moda.

____ ARITMÉTICA.

Esta medida representa ____ individuo típico de la ____ y es el dato ____ da la característica más ______ al grupo. La media ______ o promedio, se representa ______ $\bar{X}$.

La media se ______ sumando los datos y ______ entre la cantidad de ______ de la muestra.

Así, ______ una ecuación significa hallar ___ valor o valores de ___ incógnita que cumplen con ___ igualdad dada.

Tabla 6: Análisis de cada prueba y cada grado

<table>
<tr><td colspan="3">Resultados Obtenidos Prueba 1: Propiedades de la adición y la multiplicación de números naturales</td></tr>
<tr><th>NIVEL DE COMPRENSIÓN ALCANZADA</th><th>RESULTADOS GRUPO 6º</th><th>RESULTADOS GRUPO 7º</th></tr>
<tr><td>COMPRENSIÓN INSUFICIENTE</td><td>Cuatro (4) estudiantes tuvieron este nivel de comprensión.
Notamos que los estudiantes a la hora de hacer relaciones numéricas o textuales, se limitan a responder de manera poco analítica pues completan el enunciado inicial siguiendo una lectura sin darle sentido o ni siquiera llenan los espacios (ver anexo 1).
Los pocos espacios llenados, no tienen relación con lo esperado, ni siquiera son sinónimos o valores parecidos (Ver anexo 1).</td><td>Ningún estudiante tuvo este nivel de comprensión.
Consideramos pertinente anotar que los estudiantes de este grado pudieron hacer mayor cantidad de relaciones numéricas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">COMPRENSIÓN ACEPTABLE</td><td>Ocho (8) estudiantes tuvieron este nivel de comprensión como resultado.</td><td>Once (11) estudiantes tuvieron como resultado este nivel de comprensión.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Los estudiantes llenan más cantidad de espacios vacios en el que su contenido debe ser numérico que en los que tienen hacer una explicación textual.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">COMPRENSIÓN PERFECTA</td><td>Tres (3) estudiantes alcanzaron este nivel de comprensión.</td><td>Cuatro (4) estudiantes lograron alcanzar este nivel de comprensión.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Los estudiantes muestran una lectura consciente y un conocimiento del tema encontrado en el texto, además de una lógica al seguir las indicaciones iniciales, argumentándolas con palabras y llenando los espacios después de la parte textual.</td></tr>
</table>

Resultados Obtenidos Prueba 2: Ecuaciones: conceptos iniciales		
NIVEL DE COMPRENSIÓN ALCANZADA	**RESULTADOS GRUPO 6º**	**RESULTADOS GRUPO 7º**
COMPRENSIÓN INSUFICIENTE	Catorce (14) estudiantes tuvieron este nivel de comprensión.	Diez (10) estudiantes tuvieron este nivel de comprensión.
	Las dificultades que se pueden observar son: los estudiantes completan los espacios con dos palabras aunque se les hizo la aclaración que solo debían colocar una palabra, no hacen un desarrollo lógico de una oración, colocan signos de puntuación en los espacios, no completan los espacios donde hay una relación numérica, algunos solamente llenaron los espacios donde creían que iban palabras del idioma o conectivos lógicos, mientras que dejaban vacíos los espacios de palabras técnicas y símbolos.	
COMPRENSIÓN ACEPTABLE	Un estudiante tuvo este nivel de comprensión como resultado.	Cinco (5) estudiantes tuvieron como resultado este nivel de comprensión.
	Se alcanza a ver que llenaron los espacios de manera más coherente, aunque también presentan dificultades con las palabras técnicas y los símbolos.	
COMPRENSIÓN PERFECTA	Ningún estudiante tuvo este nivel de comprensión.	
	Debido a la incoherencia que se presenta al llenar los espacios vacios en la prueba se nota una lectura rápida, sin buscarle sentido al texto en conjunto.	

Resultados Obtenidos Prueba 3: Líneas notables en el triángulo		
NIVEL DE COMPRENSIÓN ALCANZADA	**RESULTADOS GRUPO 6º**	**RESULTADOS GRUPO 7º**
COMPRENSIÓN INSUFICIENTE	Quince (14) estudiantes tuvieron este nivel de comprensión.	Nueve (9) estudiantes tuvieron este nivel de comprensión.
	Se nota que para los estudiantes es poco representativa la gráfica que aparece al lado derecho de la prueba donde se observa la construcción de las líneas notables, presentan dificultades en las palabras técnicas y algunos inclusive, deciden no llenarlas.	
COMPRENSIÓN ACEPTABLE	Un estudiante tuvo este nivel de comprensión.	Seis (6) estudiantes tuvieron como resultado este nivel de comprensión.
	Los estudiantes presentan mayor conocimiento de palabras técnicas, pero no hacen una relación acorde, entre ellas.	
COMPRENSIÓN PERFECTA	Ningún estudiante tuvo este nivel de comprensión.	
	Se observa que los estudiantes dejan muchos espacios vacios en esta prueba y no se apoyan en los gráficos	

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">presentados en el texto, pues no relacionan los conceptos que aparecen en la parte textual con la representación gráfica del concepto.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Resultados Obtenidos Prueba 4:Medidas de tendencia central</td></tr>
<tr><th>NIVEL DE COMPRENSIÓN ALCANZADA</th><th>RESULTADOS GRUPO 6º</th><th>RESULTADOS GRUPO 7º</th></tr>
<tr><td rowspan="2">COMPRENSIÓN INSUFICIENTE</td><td>Quince (15) estudiantes tuvieron este nivel de comprensión.</td><td>Doce (12) estudiantes tuvieron este nivel de comprensión.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Los estudiantes muestran un desconocimiento total del tema y ni siquiera hacen una relación con los títulos o en la misma lectura se logran repetir algunas de las palabras que faltan y ellos al no ser conscientes de lo que escriben, no lo notan.
Tampoco se hace un buen uso de las palabras del idioma que son bastantes en este texto presentado, aunque algunos lograron escribir muchos sinónimos.</td></tr>
<tr><td>COMPRENSIÓN ACEPTABLE</td><td>Ningún estudiante tuvo este nivel de comprensión.</td><td>Tres (3) estudiantes tuvieron como resultado este nivel de comprensión.

Lograron escribir más palabras técnicas con coherencia y en algunas palabras del idioma, usaron sinónimos de las palabras esperadas pero eran correspondientes lógicamente.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">COMPRENSIÓN PERFECTA</td><td colspan="2">Ningún estudiante tuvo este nivel de comprensión.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Se observa que los estudiantes dejan muchos espacios vacios en esta prueba y cuando los llenan hay poca coherencia, además no hacen relación con los títulos presentados en el texto.</td></tr>
</table>

Tabla 7: Resultados obtenidos por estudiante

Prueba 1. Propiedades de la adición y la multiplicación de números naturales
Prueba 2. Ecuaciones: conceptos iniciales
Prueba 3. Líneas notables en el triángulo
Prueba 4. Medidas de tendencia central

ESTUDIANTE	PRUEBA	NIVEL DE COMPRENSIÓN			OBSERVACIONES
		INSUFICIENTE	ACEPTABLE	PERFECTA	
E1	1	**X**			Solamente llenó cuatro espacios de forma correcta, dejó cuatro espacios sin llenar, llena tres espacios con valores numéricos de forma incoherente. Pero llena los espacios sobre el concepto de propiedad conmutativa completamente.
	2	**X**			No llena ningún espacio de las palabras técnicas correctamente, no llena ningún espacio correspondiente a los símbolos, es decir, no hace relaciones matemáticas.
	3	**X**			No hace uso de las palabras técnicas, demostrando que la representación gráfica tampoco le serviría de mucho si hay desconocimiento de las palabras que nombran las partes que ayudan a explicar las líneas notables.
	4	**X**			No utiliza las palabras comunes como herramienta para una explicación matemática, pues no se ve lógica en las palabras que usa en relación con el contexto del escrito del concepto matemático.
E2	1		**X**		Observamos que el estudiante tiene dificultades con los símbolos, conectivos y algunas palabras del idioma (ver anexo 1).
	2	**X**			Para esta prueba tiene dificultad con los conectivos, las palabras técnicas y del idioma, por lo que al final de llenar los espacios, no se puede hacer una lectura lógica del texto, es decir, no existe cohesión en lo escrito.
	3	**X**			No deja espacios vacios a la hora de llenar la prueba, pero la mayor parte de espacios a completar no coinciden con las palabras correctas, además no muestra coherencia a la hora de leer el texto.
	4	**X**			Notamos que el estudiante desconoce el concepto estadístico planteado en el texto, pero es evidente su atención en la lectura a la

					hora de relacionar algunos títulos del texto o palabras repetidas en el mismo.
E3	1			**X**	Logra completar perfectamente todos los espacios, mostrando conocimiento sobre el tema del texto.
	2	**X**			No existe coherencia entre lo escrito y las palabras que completó. Solamente coincide con dos palabras cotidianas y ninguna técnica, ni tampoco símbolos.
	3	**X**			Solamente concuerda con una palabra técnica, lo que hace ver que el uso de la gráfica no es pertinente en caso de desconocer estos conceptos.
	4	**X**			No coincide con ninguna palabra técnica y ni siquiera se ve usado el recurso de leer los títulos como relación con el texto.
E4	1		**X**		Deja dos espacios sin llenar, uno técnico y uno simbólico, a pesar de que en la línea anterior a eso, llenó operaciones parecidas, con la misma estructura.
	2	**X**			No llena ningún espacio de las palabras técnicas y llena con dos palabras un espacio, a pesar de que al principio de la prueba se les aclaró que se llenaba con una sola palabra en cada espacio.
	3	**X**			No llena ninguna palabra técnica y no hace una relación lógica entre las palabras escritas y las que coloca.
	4	**X**			Llena algunos espacios con palabras que no corresponden al contexto de la explicación del concepto presentado.
E5	1		**X**		Deja vacios los espacios correspondientes a la explicación textual del concepto, aunque en la parte operativa, responde notoriamente.
	2	**X**			Solamente llena nueve espacios de treinta y tres que aparecen en el texto, es notable la poca relación lógica que logra establecer, prefiriendo dejar la mayoría de espacios vacios.
	3	**X**			Presenta dificultades para reconocer la importancia de los signos de puntuación pues no empieza una oración de forma coherente. Hace relaciones incomprensibles en el texto.
	4	**X**			Deja varios espacios sin llenar y los que llena no son afines con el concepto explicado.
E6	1	**X**			Llena todos los espacios, pero de forma incoherente, por ejemplo: donde debe poner símbolos, coloca números.
	2	**X**			Solamente llena un espacio de las palabras técnicas y se nota una falta de relación en las oraciones que completa.
	3		**X**		La mayoría de las palabras llenadas son de tipo cotidiano.
	4	**X**			Deja varios espacios sin llenar y los que llena no son afines con el concepto explicado.
E7	1		**X**		Este estudiante casi alcanza la comprensión perfecta, pues le faltó completarun conectivo, pues lee la proposición de otra manera. Ejemplo: 5+4=9=4+5=9. Aquí se ve una forma posible, pero no corresponde a la lógica de una proposición bien escrita. (Ver anexo 1)
	2	**X**			Se evidencia que el estudiante deja en blanco los espacios correspondientes a palabras técnicas y deja muchos espacios vacios de palabras comunes. Puede decirse que no logra relacionar las palabras comunes correspondientes.
	3	**X**			Logra llenar más espacios de palabras comunes que de palabras técnicas.
	4	**X**			Solamente llena correctamente dos palabras en todo el texto. No hace buenas conexiones entre las palabras para lograr una oración coherente.
E8	1	**X**			El estudiante deja en blanco los espacios con valores numéricos o responde de modo incorrecto, las palabras de lenguaje común,

					también completa los espacios de modo inesperado; sólo completa en forma correcta el símbolo igual.
	2	**X**			Deja algunos espacios vacíos y los que llena en general no tienen coherencia.
	3	**X**			Alcanza a llenar algunos espacios correspondientes a palabras comunes, pero sólo completa tres espacios de palabras técnicas.
	4	**X**			Solamente llena correctamente dos palabras comunes, el resto está errado.
E9	1	**X**			Llena la mayoría de los espacios pero sólo coincide con un valor numérico.
	2	**X**			Llena la mayoría de los espacios en forma incoherente, utilizando símbolos donde no deben estar y una sola letra para llenarlos (Ver anexo 1)
	3	**X**			Solamente llena dos espacios de palabras comunes en forma correcta.
	4	**X**			Los espacios completados por el estudiante, no muestran coincidencia con ninguna de las palabras, conectores y símbolos esperados.
E10	1			**X**	Las palabras, conectores y símbolos utilizados coinciden con los esperados.
	2		**X**		Presenta dificultades para llenar los espacios de palabras técnicas, símbolos y conectores.
	3	**X**			Alcanza a llenar algunas palabras técnicas y muy pocas palabras comunes.
	4	**X**			No llena ningún espacio de palabras técnicas y completa algunos espacios de palabras comunes.
E11	1		**X**		No llena los espacios que completan el concepto de la propiedad conmutativa, pero sí llena de forma correcta la parte numérica.
	2	**X**			Obtiene muy pocas coincidenciasy deja muchos espacios vacios.
	3	**X**			Sólo llena dos espacios de palabras técnicas y tres de palabras comunes, por lo tanto no se observa coherencia en el texto.
	4	**X**			Solamente tiene dos palabras comunes correctas las cuales son artículos gramaticales.
E12	1		**X**		Llena correctamente los espacios de palabras técnicas y palabras comunes y algunos símbolos.
	2	**X**			Llena solamente un símbolo y tres palabras comunes que corresponden a un artículo gramatical.
	3	**X**			Deja muchos espacios en blanco y los que llena todos son incorrectos.
	4	**X**			Deja muchos espacios sin llenar y solo llena una palabra técnica y una común la cual es un artículo gramatical.
E13	1			**X**	Lleno todos los espacios de forma correcta.
	2	**X**			Llena solamente dos palabras comunes correctamente.
	3	**X**			Llena tres palabras técnicas y cinco comunes con la preposición “de”.
	4	**X**			Llena tres palabras comunes de las cuales dos son artículos gramaticales.
E14	1		**X**		Al completar los espacios no pone las palabras esperadas en los espacios correspondientes a un conector lógico y otro en una palabra técnica, pues hace una relación lógica diferente a la esperada. (ver anexo 1)
	2	**X**			La mayoría de las palabras que llena correctamente son comunes, solamente es acertado en un símbolo y una palabra técnica.
	3	**X**			La mayoría de palabras que llena son comunes.
	4	**X**			Solamente llena una palabra común y es un artículo gramatical.

E15	1		**X**		Llena correctamente la mayoría de palabras técnicas.
	2	**X**			Solamente llena correctamente palabras comunes y un símbolo.
	3	**X**			Llena tres palabras técnicas y cinco comunes.
	4	**X**			Solamente llena dos palabras comunes que son artículos gramaticales.
E16	1		**X**		Demuestra tener dificultades con los símbolos, conectivos y algunas palabras del idioma (Ver anexo 1).
	2		**X**		Encontramos que en la mayoría de palabras en las que se equivoca, son palabras del idioma.Cabe señalar que aunque habiendo dado instrucciones de llenar una sola palabra en cada espacio el estudiante escribe dos palabras en uno de los espacios en blanco.
	3	**X**			En esta prueba deja vacios los espacios de dos de las definiciones a completar, pero es evidente su desconocimiento frente al concepto de líneas notables en el triángulo, pues no es asertivo a la hora de completar los espacios con palabras técnicas.
	4	**X**			Podemos observar que el estudiante desconoce el concepto estadístico planteado en el texto, pero es evidente su atención en la lectura a la hora de relacionar los títulos del texto o palabras repetidas en el mismo.
E17	1		**X**		Al completar los espacios no pone la palabra esperada en el espacio que corresponde a una palabra común dentro de la definición de la propiedad conmutativa.
	2	**X**			Deja algunos espacios vacíos de palabras técnicas y comunes, llena correctamente algunas palabras comunes.
	3		**X**		Llena seis palabras técnicas y seis palabras comunes, logrando mayor coherencia en el texto. (ver anexo 1)
	4	**X**			Hace relación del texto con los títulos por lo tanto alcanza a llenar algunas palabras técnica y muy pocas comunes.
E18	1		**X**		Tiene dificultad en la definición de la propiedad conmutativa y hace otro tipo de relación lógica a la esperada en una parte del texto. (ver anexo 1)
	2	**X**			Define la ecuación como una operación. La mayoría de palabras que completa correctamente son comunes.
	3	**X**			La mayoría de palabras que coinciden con lo esperado son palabras comunes las cuales son preposiciones
	4		**X**		Tiene cuatro palabras técnicas que coinciden con los títulos del texto.
E19	1			**X**	A primera vista logra el resultado esperado, pues llena los espacios vacíos con las palabras, conectivos y símbolos adecuados.
	2		**X**		Señalamos que realizó una lectura consciente del texto, tratando de llenar los espacios vacios en forma lógica (ver anexo 1).
	3	**X**			En esta prueba deja vacios la mayoría de los espacios a completar.
	4	**X**			Podemos observar que el estudiante desconoce el concepto estadístico planteado en el texto, pero es evidente su atención en la lectura a la hora de relacionar los títulos del texto o palabras repetidas en el mismo.
E20	1		**X**		Al completar los espacios no lo hace con las palabras esperadas: con un conector lógico y una palabra común.
	2	**X**			Observamos que el estudiante al completar los espacios en blanco no coincide con ninguna de las palabras técnicas esperadas y tiene muy pocas coincidencias en las palabras comunes.
	3	**X**			Deja muchos espacios vacíos, aunque alcanza a coincidir en tres palabras técnicas y dos comunes.
	4	**X**			Deja casi todos los espacios vacíos y coincide en dos artículos gramaticales.

E21	1		**X**		Demuestra tener dificultades con los símbolos, conectivos y algunas palabras del idioma (ver anexo 1).
	2	**X**			Se observa tener dificultad con las palabras técnicas y del idioma, por lo que al final de llenar los espacios, no se puede hacer una lectura lógica del texto, es decir, no existe coherencia en lo escrito.
	3	**X**			Deja más espacios vacios que los que llena, no coincide sino con dos palabras, una del idioma y otra técnica y no se nota relación alguna con la parte gráfica.
	4	**X**			No hace relación con los títulos del texto o palabras repetidas, además de mostrar desconocimiento del concepto y de los procedimientos para encontrar un valor correspondiente.
E22	1			**X**	Se nota la relación lógica que hace en el texto y conocimiento del tema.
	2	**X**			Muestra desconocimiento del concepto de ecuación y de los procedimientos para encontrar un valor correspondiente.
	3	**X**			El estudiante al completar los espacios en blanco no los completa de acuerdo a las palabras esperadas o no los completa.
	4	**X**			Deja varios espacios vacios y reconoce en el texto las palabras que están repetidas, pero se nota su desconocimiento del tema.
E23	1		**X**		En esta prueba, el estudiante solo se equivoca en el único conectivo lógico que aparece en la prueba, pero vemos que hace un cambio acertado dentro de una estructura lógico-matemática, puesto que en el texto original se tiene que 5+4=9 y 4+5= 9, donde para el texto que le propusimos debe completar el conectivo “y” y el estudiante pone un signo “=”.
	2		**X**		Encontramos que en la mayoría de palabras en las que se equivoca, son palabras del idioma.
	3		**X**		Utiliza algunas palabras que podrían reemplazar de manera lógica a las esperadas, pero en otro momento ya no muestra una relación coherente (ver anexo 1)
	4	**X**			Obtiene este resultado, debido a que no llena los espacios con palabras sino con guiones donde cree no saber, en el resto de espacios, en su mayoría hace relaciones correctas o utilizando sinónimos que a nuestro modo de ver no alteran la coherencia del texto.
E24	1		**X**		El estudiante al completar los espacios no lo hace con la palabra común esperada, correspondiente a de la definición de la propiedad conmutativa.
	2		**X**		Toma la ecuación como una operación y logra llenar la mayoría de palabras comunes, símbolos y conectores lógicos.
	3		**X**		Logra llenar espacios de algunas palabras técnicas como “triángulo” y las palabras comunes que llena correctamente son preposiciones.
	4	**X**			Logra acertar en cuatro palabras técnicas y cuatro comunes.
E25	1			**X**	Llena correctamente todos los espacios.
	2	**X**			La mayoría de espacios que llena son de palabras comunes.
	3	**X**			Solamente llena bien dos palabras técnicas y nueve palabras comunes que en su mayoría son preposiciones.
	4		**X**		Hace relación con los títulos al llenar las palabras técnicas, deja algunos espacios vacios y sólo llena correctamente artículos gramaticales en las palabras comunes.
E26	1		**X**		El estudiante al completar los espacios en blanco lo hace pero con el conector lógico no esperado.
	2		**X**		Logra hacer algunas relaciones con palabras comunes, conectores lógicos y símbolos, además no completa los espacios con las palabras técnicas como se espera.

	3	**X**			Solamente logra llenar tres palabras técnicas con la palabra “triángulo” y “punto” (ver anexo 1) y las palabras comunes que llena nos artículos gramaticales o preposiciones.
	4		**X**		Logra hacer relación con los títulos al llenar correctamente los espacios con las palabras relacionadas y solamente alcanza a llenar cuatro palabras comunes.
E27	1		**X**		El estudiante no completa debidamente tres palabras comunes al definir la propiedad conmutativa.
	2	**X**			Los espacios en blanco, en su gran mayoría, no los completa como es lo esperado, pues solamente tiene tres correspondencias con las palabras técnicas y siete con las palabras comunes.
	3		**X**		Logra hacer cinco relaciones con las palabras técnicas y cuatro con las palabras comunes.
	4	**X**			El estudiante hace una poca relación entre los títulos del texto y las palabras a completar. Llena cuatro palabras comunes.
E28	1			**X**	Logra llenar correctamente todas las palabras.
	2	**X**			Llena muchos espacios de palabras comunes, además completa algunas palabras técnicas con coherencia.
	3		**X**		Completa correctamente la mayoría de palabras comunes y algunas técnicas.
	4	**X**			Hace relación con los títulos del texto y llena algunas palabras comunes que son artículos gramaticales.
E29	1		**X**		Observamos que el estudiante al completar los espacios en blanco llena incorrectamente una palabra técnica y un conector y hace una relación lógica diferente a la esperada. (ver anexo 1)
	2	**X**			La mayoría de palabras que coinciden son comunes y símbolos.
	3	**X**			Obtiene muy pocas coincidencias.
	4	**X**			Sólo tiene dos coincidencias en palabras comunes.
E30	1		**X**		El estudiante hace una relación una relación lógica diferente en la definición de la propiedad conmutativa, además es más evidente con algunos valores numéricos escritos por él. (ver anexo 1)
	2	**X**			Al completar los espacios en blanco, lo hace sin llenar la mayoría de palabras técnicas, además completa correctamente algunas palabras comunes, símbolos y conectores lógicos.
	3	**X**			El estudiante llena inesperadamente en la mayoría de los espacios de las palabras técnicas con la palabra “triángulo”.
	4	**X**			Es evidente que sólo logra llenar tres palabras comunes de las cuales son artículos gramaticales.

Tabla 8: Análisis de las entrevistas

E	G	C	RESULTADOS DE LA ENTREVISTA
E21	7°	B	• Con lo referente a la primera prueba el estudiante dice no recordar el concepto de la propiedad conmutativa, además no se siente en la capacidad de presentar un ejemplo de este concepto. • Para la segunda prueba no sabe explicar por qué escribió en dicha prueba que una ecuación era una variedad, igualmente del porqué lleno con dos palabras algunos espacios. Al preguntarle sobre el concepto de ecuación, es evidente que no tiene claro el concepto, pues no es coherente al responder sobre él. También es notorio que tiene una concepción de la variable como si fuera una constante. • En cuanto a la tercera prueba afirma que se basa en los gráficos ubicados en la parte derecha de la prueba de geometría, pero que no completa los espacios pues no entendía los triángulos dibujados en este espacio. • Frente a la prueba cuatro, el estudiante indica que no comprende el concepto de medidas de tendencia central pues dice no saber el tema. • Para terminar concluye diciendo que no responde bien las pruebas por falta de atención y que se sintió bien realizando las pruebas pues pensaba en las palabra que le hacían falta.
E23	7°	D	• Cuando se hace referencia a la primera prueba, correspondiente a la propiedad conmutativa de la adición y la multiplicación, expresa haber puesto un igual en los espacios en blanco que correspondían al conectivo lógico “y” porque eran iguales las dos expresiones expuestas en la prueba. • Dice no saber por qué escribió que una ecuación es una “actividad” en la segunda prueba, agregando que puso dos palabras en los espacios vacíos para darle coherencia al texto. Es indudable que no sabe reconocer las partes de una ecuación, y al mismo tiempo no hace relaciones pues en el lugar del texto donde aparece $x - 3 = \boxed{}$, completa el espacio con un diez, afirmando que como más adelante aparece $x = 10$ entonces piensa que eso es lo que debía poner. • Al igual que el estudiante anterior dice que se apoya en los gráficos de la derecha de la prueba de geometría, pero como no tiene claras las definiciones de las líneas notables entonces dichos gráficos no le son útiles. • En cuanto a la última prueba expresa no saber cuáles son las características de la media aritmética al no saber que es. • Para finalizar la entrevista explica que no responde bien en las cuatro pruebas porque no pensó bien en la definición de cada cosa, añadiendo que se sintió bien completando las pruebas pues aprendió algo que no sabía.
E28	7°	C	• Respecto a la primera prueba referente a la propiedad conmutativa de la adición y la multiplicación, no se le realizaron preguntas pues su nivel de comprensión frente a este texto fue perfecta. • En la segunda prueba escribe que una ecuación es una “operación matemática”, asimismo pone una variable donde debe ir un símbolo de

			igualdad así: 2x + 5 $\boxed{y}$ 11, a lo que afirma en la entrevista estar distraída en el momento de completar el texto. Más adelante en la prueba aparece la ecuación x – 3 = $\boxed{\ }$, en el que el estudiante completa el espacio con una "x", él explica que al no saber la respuesta considera que "x" significa el número desconocido. • El estudiante asegura no haberse basado en los dibujos planteados a la derecha del texto porque no los entendía, aparte de no saber qué era el concepto de mediatriz y como no entendía los dibujos no se podía apoyar en ellos y que el concepto de bisectriz lo respondió de "pura lógica". • Nos cuenta el estudiante que en la prueba de estadística no llenó los espacios porque no sabía del tema y no sabía que responder. • A la pregunta ¿A qué se debe que no hayas completado correctamente los espacios en blanco de las pruebas realizadas?, la estudiante respondió: "Por falta de conocimiento, pues porque si uno tuviera claro el tema, sabría de qué trata, sus definiciones y todo el cuento, entonces me sería más fácil responder algo, ¿no?, por ejemplo con la primera prueba, como yo ya sabía eso, yo ya lo podía responder".Termina la entrevista diciendo que se sintió bien respondiendo la prueba porque no se sintió presionada por una nota.
E10	6°	C	• Igual que el estudiante anterior su nivel de comprensión frente al texto correspondiente a la prueba de la propiedad conmutativa de la adición y la multiplicación fue perfecta, por tanto no se le realizaron preguntas. • En la segunda prueba dice haber dejado espacios en blanco porque "no sabía eso". Además afirma que una ecuación es una operación, y lo explica de la siguiente manera: "Para mí una ecuación es una operación porque uno la tiene que resolver y una operación es algo que se resuelve.". No sabe cuáles son los términos de una ecuación y escribe la ecuación de forma incorrecta completando con una variable. • Menciona que se basó en los gráficos de la derecha para completar la prueba 3 referente a las líneas notables del triángulo, pero que no fue consciente al completar los espacios en blanco pues no sabía sobre el tema. • En estadística dice que en la definición de medidas de tendencia central escribe que son hechos pero no sabe por qué, también dice no saber nada de la media aritmética. • Al terminar la entrevista dice que no completó correctamente los espacios de las pruebas por falta de atención y de conocimiento, además manifiesta que se sintió bien en las pruebas porque "aprendió más y tenía un buen conocimiento".
E1	6°	A	• Observando la primera prueba, concerniente a la propiedad conmutativa de la adición y la multiplicación, el estudiante escribe un dos en los espacios en blanco que correspondían al conectivo lógico "y" porque dice que "el número iba ahí". Se pide hacer un ejemplo de la propiedad correspondiente al texto y expresa no saberlos hacer. • En la segunda prueba dice no saber porqué escribió que una ecuación es una "Invación". También escribe que las variables son cantidades prácticas, a lo que argumenta diciendo que "sirven para practicar"; precisa además con un ejemplo verbal y por escrito que una ecuación es un número que todavía no se sabe qué es y nos muestra que 2 + 9 = x. • Dice que en la tercera prueba no se basó en los triángulos que aparecen a la derecha del texto, además se le cuestiona sobre por qué escribe en la prueba que la altura de un triángulo es la perpendicular grande, a lo que responde

			diciendo: “porque pensaba que eso era”. • En cuanto a la prueba de medidas de tendencia central mueve la cabeza y refleja no saber lo que son. • Al concluir la diálogo, comenta no haber completado los espacios en blanco porque no sabía que responder, además afirma que se sintió bien contestando la prueba porque “era para evaluar el conocimiento de los demás”.
E29	6°	B	• En la prueba uno el estudiante pone un símbolo de igualdad en el espacio vacío en lugar del conectivo “y”, a lo que nos cuenta que en las expresiones planteadas en el texto “da lo mismo”, pero al proporcionarle una hoja y un lápiz para que escriba un ejemplo de la propiedad conmutativa de la adición escribe lo siguiente: 6 + 7 = 13 = 7 + 13 = 6, luego se le pregunta que por qué 7 + 13 = 6 y responde “que da lo mismo que 6 + 7”. Luego procedemos a preguntarle si sabe enunciar la propiedad conmutativa de la multiplicación y él dice no saberlo. • Para la prueba correspondiente a los conceptos iniciales de la ecuación, le cuestionamos por qué ponía dos palabras en lugar de una y dice que “le parecía muy incompleto con una sola palabra”. También pone en el texto signos de puntuación en vez de palabras a lo que responde que no sabía que poner. Al mismo tiempo dice no saber escribir una ecuación. • Afirma haber utilizado los gráficos para completar la tercera prueba, pero al preguntarle por qué deja espacios en blanco, el estudiante responde que al darle las instrucciones para completar la prueba, “les dijeron que si no sabía dejara los espacios en blanco”. Luego se le pregunta si sabe qué es la altura de un triángulo y argumenta diciendo que la altura es “la punta del triángulo”, también manifiesta no sabe que es la mediana, la mediatriz, ni la bisectriz. • En cuanto a la prueba de estadística no responde frente a la pregunta si fue consciente al responder el texto correspondiente a las medidas de tendencia central, para luego afirmar no saber del tema. • Para finalizar la entrevista nos dice que no completa correctamente los espacios en blanco porque contestó la prueba muy rápido, pues se afanó mucho. Es de anotar que frente a la pregunta ¿cómo te sentiste contestando estas pruebas?, él responde “nada” porque no sabía sobre eso entonces respondí a ver si sabía algunas cosas.

E: Estudiante G: Grado C: Categoría

Tabla 9: Relación del cuento con el concepto matemático

Concepto / **Estructura del cuento**	**Definición:**
Título	
Personaje principal	
Personajes secundarios	
Inicio	
Nudo	
Desenlace	
Contexto	
Coherencia	

FIGURAS

Ilustración 1: Carácter biplánico del signo

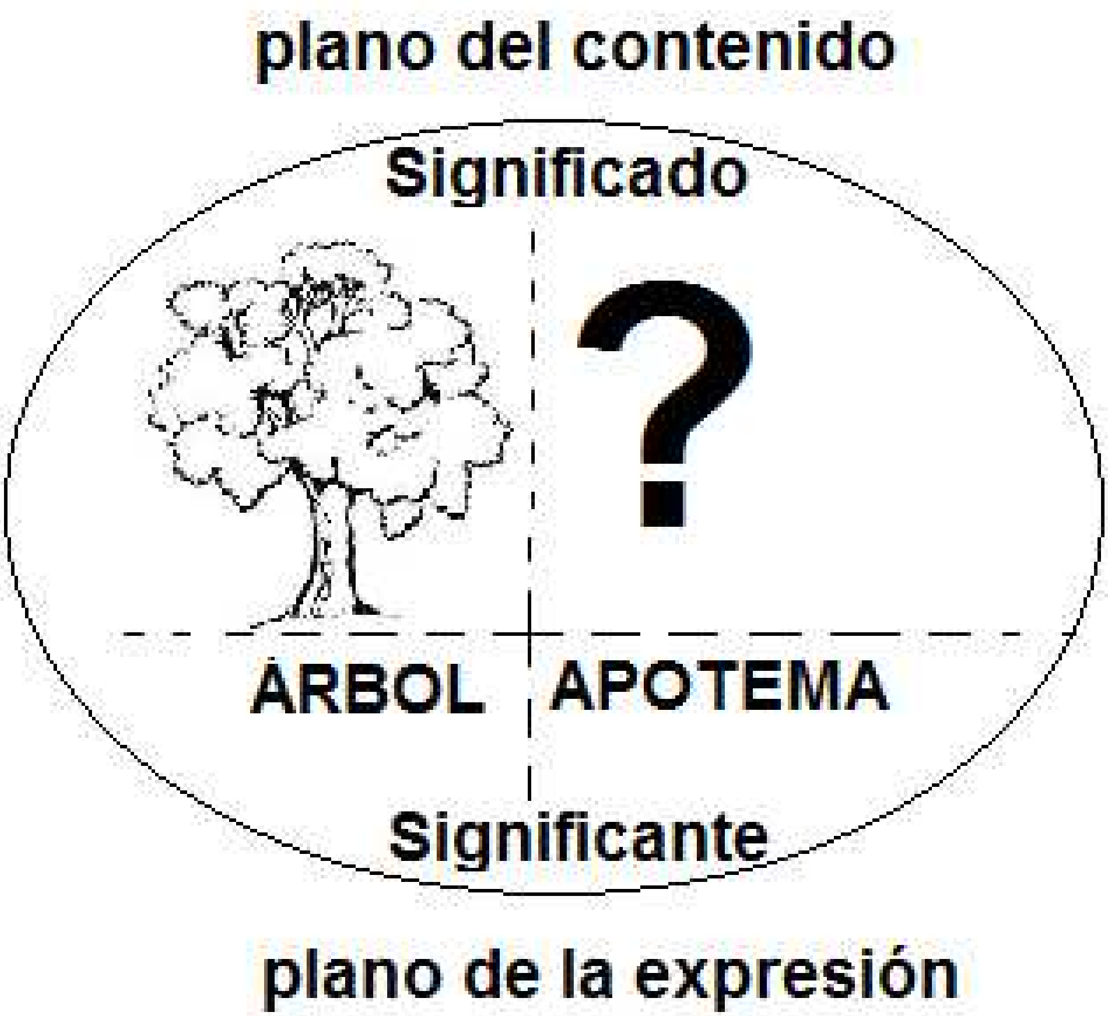


Ilustración 2: Gráfico competencias matemáticas según los lineamientos curriculares Colombianos