

**LA INFLUENCIA QUE TIENE EL LENGUAJE MATEMÁTICO EN LOS  
ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO EN EL APRENDIZAJE DE LA NOCIÓN DE  
ÁREA A TRAVÉS DE LA SUPERPOSICIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS.**

**LUZ CARIME JILÓN ROSALES**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.  
SANTIAGO DE CALI  
2016**

**LA INFLUENCIA QUE TIENE EL LENGUAJE MATEMÁTICO EN LOS  
ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO EN EL APRENDIZAJE DE LA NOCIÓN DE  
ÁREA A TRAVÉS DE LA SUPERPOSICIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS.**

**LUZ CARIME JILÓN ROSALES  
CÓDIGO: 0943647-3469**

**Trabajo de grado para optar por el título de Licenciada En Educación Básica  
Con Énfasis En Matemáticas**

**Director:**

**JORGE ENRIQUE GALEANO**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.  
SANTIAGO DE CALI  
2016**



Programa Académico Licenciatura en Educación Básica con Fecha

Énfasis en Matemáticas

Código del programa: 3469

Resolución del programa: 046

| Día | Mes | Año  |
|-----|-----|------|
| 20  | 04  | 2016 |

Título del Trabajo o Proyecto de Grado

El aprendizaje de la noción de área a través de la Exposición...

Se trata de:

Proyecto

Informe Final

Director

Jorge E. Galeano

Nombre del Primer Evaluador

Ligia Amparo Torres

Nombre del Segundo Evaluador

Estudiantes

| Nombres y Apellidos      | Código         | Plan        | E-mail | Télefonos de contacto |
|--------------------------|----------------|-------------|--------|-----------------------|
| <u>WZ Karine Gilen R</u> | <u>0943647</u> | <u>3469</u> |        |                       |
|                          |                |             |        |                       |

Evaluación

Aprobado



Meritorio



Laureado



Aprobado con recomendaciones



No Aprobado



Incompleto



En el caso de ser **Aprobado con recomendaciones** (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de \_\_\_\_\_ (máximo un mes) **ante:**

Director del Trabajo o Proyecto de Grado



Primer Evaluador



Segundo Evaluador



En el caso de que el Informe Final se considere **Incompleto** (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de \_\_\_\_\_ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el \_\_\_\_\_

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la **razón del desacuerdo** y las **alternativas** de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).

Firmas

Director del Trabajo o Proyecto de Grado

Primer Evaluador

Segundo Evaluador

Recomendaciones

Observaciones

Razón de desacuerdo - Alternativas

Si se considera necesario, usar hojas adicionales.

Ajustes menores en la redacción y presentación final del texto.

Firmas

Director del Trabajo o Proyecto de Grado

Primer Evaluador

Segundo Evaluador

## **Agradecimientos**

Agradezco a mis padres: Piedad Rosales y José Elías Jilón, a mi compañero Diego Fernando Gonzales y a mis profesores especialmente a Mónica Aponte y Jorge Enrique Galeano por todo su apoyo, comprensión para terminar con un logro más en mi vida.

|  |    |
|--|----|
| Contenido  |    |
| Resumen.....   | 1  |
| Palabras claves.....   | 1  |
| CAPÍTULO 1.....  | 4  |
| Importancia del estudio de la noción de área a partir de la superposición de figuras.....      | 4  |
| 1.1 Planteamiento del Problema .....   | 5  |
| 1.2 Justificación.....   | 9  |
| 1.3 Objetivos .....  | 12 |
| 1.3.1 General.....   | 12 |
| 1.3.2 Específicos.....   | 12 |
| CAPÍTULO 2.....  | 14 |
| La importancia de conocer algunos conceptos para el aprendizaje de la noción de área .....     | 14 |
| 2.1. Sobre el lenguaje natural .....   | 15 |
| 2.1.1 Diferenciación entre algunos tipos de lenguajes.....                                     | 16 |
| 2.1.2 Conceptualización de los actos ilocucionarios.....                                       | 17 |
| 2.2 Algunos conceptos geométricos involucrados en la superposición de figuras poligonales..... | 20 |
| 2.3 Tipos de aprendizajes:.....  | 25 |
| CAPÍTULO 3.....  | 27 |
| Actividades, aplicación y resultados.....  | 27 |
| 3.1 Metodología.....   | 28 |
| 3.2 Las situaciones .....  | 29 |
| 3.2.1 Situación 1.....   | 31 |
| 3.2.2 Situación 2.....   | 38 |
| 3.2.3 Situación 3.....   | 44 |
| 3.3 La implementación.....   | 50 |
| 3.4 Análisis de los resultados .....   | 50 |
| 3.4.1 Situación 1:.....  | 50 |
| 3.4.2 Situación 2:.....  | 62 |
| 3.4.3 Situación 3.....   | 74 |
| CONCLUSIONES .....   | 80 |
| BIBLIOGRAFÍA: .....  | 82 |
| ANEXOS .....   | 84 |

## Tabla de ilustraciones

|   |    |
|---|----|
| Ilustración 1. Tipos de aprendizaje. Según Cazau P..... | 26 |
| Ilustración 2: situación 1.....                         | 52 |
| Ilustración 3: situación 1.....                         | 52 |
| Ilustración 4: situación 1.....                         | 52 |
| Ilustración 5: situación 1.....                         | 52 |
| Ilustración 6: situación 1.....                         | 52 |
| Ilustración 7: situación 1.....                         | 53 |
| Ilustración 8: situación 1.....                         | 53 |
| Ilustración 9: situación 1.....                         | 53 |
| Ilustración 10.....                                     | 54 |
| Ilustración 11: situación 1.....                        | 54 |
| Ilustración 12: situación 1.....                        | 55 |
| Ilustración 13: situación 1.....                        | 56 |
| Ilustración 14: situación 1.....                        | 57 |
| Ilustración 15: situación 1.....                        | 57 |
| Ilustración 16: situación 1.....                        | 58 |
| Ilustración 17: situación 1.....                        | 59 |
| Ilustración 18: situación 1.....                        | 59 |
| Ilustración 19: situación 1.....                        | 59 |
| Ilustración 20.....                                     | 60 |
| Ilustración 21.....                                     | 60 |
| Ilustración 22: situación 1.....                        | 61 |
| Ilustración 23: situación 1.....                        | 61 |
| Ilustración 24: situación 2.....                        | 64 |
| Ilustración 25: situación 2.....                        | 64 |
| Ilustración 26: situación 2.....                        | 65 |
| Ilustración 27: situación 2.....                        | 66 |
| Ilustración 28: situación 2.....                        | 66 |
| Ilustración 29: situación 2.....                        | 67 |
| Ilustración 31: situación 2.....                        | 68 |
| Ilustración 32.....                                     | 69 |
| Ilustración 33: situación 2.....                        | 70 |
| Ilustración 34: situación 2.....                        | 70 |
| Ilustración 35: situación 2.....                        | 71 |
| Ilustración 36: situación 2.....                        | 71 |
| Ilustración 37: situación 2.....                        | 72 |
| Ilustración 38: situación 2.....                        | 73 |
| Ilustración 39: situación 2.....                        | 73 |
| Ilustración 40: situación 3.....                        | 75 |

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| Ilustración 41: situación 3..... | 76 |
| Ilustración 42: situación 3..... | 77 |
| Ilustración 43: situación 3..... | 77 |



## **Tabla de figuras**

|               |    |
|---------------|----|
| Figura 1..... | 32 |
| Figura 2..... | 33 |
| Figura 3..... | 34 |
| Figura 4..... | 38 |
| Figura 5..... | 39 |
| Figura 6..... | 40 |
| Figura 7..... | 44 |
| Figura 8..... | 45 |
| Figura 9..... | 46 |

## Listado de Tablas

|                            |    |
|----------------------------|----|
| Tabla 1 .....              | 51 |
| Tabla 2: situación 1. .... | 51 |
| Tabla 3 .....              | 63 |
| Tabla 4: situación 2. .... | 63 |
| Tabla 5 .....              | 74 |
| Tabla 6: situación 3. .... | 74 |

## **Resumen.**

En el presente trabajo de grado, se indaga, sobre las posibles dificultades que pueden presentar los estudiantes de grado sexto del Colegio Calimio Desepaz perteneciente a la Fundación Santa Isabel de Hungría, de la ciudad de Cali, al introducir la noción de área por medio de la superposición de figuras poligonales. En este sentido se quiso profundizar sobre la pertinencia que tiene el lenguaje natural y las transformaciones del lenguaje, que se presentan en el proceso de aprendizaje de la noción de área. También se deseó ilustrar algunos de los aspectos de tipo histórico y epistemológico que sustentan la superposición de figuras poligonales, en relación con el aprendizaje de esta noción, para así lograr una mejora de esta en la enseñanza en el grado sexto. En este sentido se rediseñaron unas actividades que permitieron estudiar las dificultades que se presentan al momento de calcular el área a través de la superposición de figuras geométricas, porque a medida que se avanzaba en la aplicación de estas los resultados demostraron que los estudiantes no conservan con claridad la noción y además presentaron dificultad al momento de entender los enunciados planteados en cada actividad. Por otro lado, los estudiantes no comprendieron la manera de calcular el área haciendo uso de la superposición de figuras geométricas pues no entendían qué es una unidad patrón y cuál era la figura geométrica. Además al analizar los resultados de las actividades desarrolladas se encontró que las dificultades en cada una de las situaciones variaron de acuerdo al diseño de cada una, porque la unidad patrón en las dos primeras situaciones presenta diferencias en su interior y forma, y la situación 3 en su mayoría los grupos no respondieron por cuestión de tiempo.

## **Palabras claves.**

Noción de área, Superposición, Figuras Poligonales, Lenguaje, Educación Matemática

Este trabajo se propone identificar y analizar las posibles dificultades que se presentan al tener en cuenta las diferentes interpretaciones que generan los estudiantes de grado sexto al momento de resolver las actividades que proponen el cálculo de la noción de área, por medio de la superposición de figuras geométricas, en particular las poligonales, en este sentido el proyecto está enmarcado hacia el aprendizaje de la noción de área.

La noción de área, se evidencia por primera vez en el libro II de los *Elementos* de Euclides<sup>1</sup>, sin embargo su estudio y enseñanza han sido controversiales a lo largo de la historia, es evidente que en los procesos de escolarización la noción de área que está íntimamente ligada a los aspectos geométricos, no se atiende en la mayoría de los casos como una materia de estudio, relegando el proceso histórico de la medición, en tanto que se reduce el proceso de medir a la mera asignación numérica de la magnitud.

En este sentido, fue importante indagar sobre los aspectos históricos y epistemológicos que sustentan la superposición de figuras en relación al aprendizaje de la noción de área, con el fin de que estos elementos permitan encontrar mecanismos para seleccionar y adaptar las actividades; con base en una perspectiva semiótica, se centró la atención en los diferentes tratamientos realizados al momento de desarrollar las actividades de cálculo del área a través de la superposición de figuras.

De esta manera en el marco teórico, se tendrán como referencia los trabajos Duval (1999) y Sfard (2008), en la medida que ellos priorizan sobre las actividades cognitivas fundamentales que se tiene en el aprendizaje de las matemáticas, especialmente las actividades de comprensión relacionadas con el lenguaje; con base en esto se estudian las soluciones que dan los estudiantes de grado sexto al resolver las situaciones que se aplicaron en el desarrollo de este trabajo y cómo estos a su vez entienden los enunciados planteados y las figuras propuestas.

---

<sup>1</sup> En el libro II de los *Elementos*, Euclides muestra cómo se puede poner en correspondencia la cuadratura de figuras rectilíneas (poligonales), estableciéndose que una superficie puede ser cuadrable, y en este sentido es posible obtener geoméricamente un cuadrado que sea de igual área que la superficie.

Dentro de la metodología de este trabajo, se realizó un análisis preliminar sobre las posibles dificultades que se pueden presentar al incorporar la noción de área a través de la superposición de figuras, esto con el fin de conocer las ventajas y desventajas que podemos encontrar en el diseño y aplicación de las actividades.

Se seleccionaron actividades para estudiantes de grado sexto, la elección de dichas actividades se guió por la condición de que en ellas se pudiese realizar la superposición de figuras para calcular el área; sobre las actividades escogidas se realizó un análisis con el fin de conocer el proceso histórico de ellas referente al uso que han tenido para determinar el cálculo del área a través de la superposición de figuras, y se hizo una revisión con los elementos teóricos que sustentan la problemática planteada en el trabajo.

Estas actividades se aplicaron a los estudiantes, con el fin de conocer los posibles problemas que ellos puedan encontrar al realizarlas, y así analizar las transformaciones del lenguaje natural que tuvieron en cuenta los estudiantes, además se tuvo en cuenta el discurso utilizado por los estudiantes para saber si este puede ayudar a que la problemática al momento de resolver las actividades fuera de mayor o menor dificultad.

Teniendo en cuenta los análisis anteriores se realizó una interpretación individual a cada una de las actividades desarrolladas por los estudiantes, para dar cuenta si los objetivos propuestos se cumplieron. En este sentido se pudo estudiar el uso que tuvo el lenguaje y sus transformaciones dentro del proceso de aprendizaje de esta noción, también el papel que juegan las interacciones sociales, y por último el papel que el docente tiene en la adquisición de un conocimiento matemático, como un caso especial el aprendizaje de la noción de área a través de la superposición de figuras.

# CAPÍTULO 1.

## **Importancia del estudio de la noción de área a partir de la superposición de figuras.**

En este capítulo se explica por qué es importante estudiar el aprendizaje de los estudiantes de grado sexto de la noción de área a través de la superposición de figuras geométricas poligonales y cómo el lenguaje juega un papel dentro de este aprendizaje.

Para ello se hace necesario tener claro cómo se concibe la noción de área desde algunos autores como son Euclides, Moriena y Brousseau ya que ellos tienen perspectivas importantes, que se muestran en el desarrollo de este capítulo.

Por otro lado también se desarrolla el concepto de la superposición de figuras geométricas, el cual concibe como el desplazamiento de figuras en el plano, donde una cubre totalmente la otra, y esto permite determinar el cálculo del área.

También se pretende dar a conocer como la manera de comunicación entre los seres humanos varía de acuerdo a las necesidades del medio, nos encontramos entonces con el lenguaje oral, el escrito y el de las señas (símbolos, imágenes), esto para aclarar que todo aprendizaje requiere de una interacción comunicacional, en este sentido se hace necesario aclarar que se entiende por lenguaje natural y lenguaje natural en uso matemático.

Por otro lado, se identifica cómo se concibe la enseñanza de la noción de área de acuerdo a los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), y los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998), esto para dar a entender que indicadores se deben enseñar en cada grado, por la manera de evaluar en las pruebas internas del estado (pruebas saber 3°, 5°, 9° y 11°).

## 1.1 Planteamiento del Problema

Teniendo en cuenta que el lenguaje juega un papel importante en el desarrollo del aprendizaje de un concepto matemático, surge la necesidad de preguntarse por el papel que éste tiene en el aprendizaje de la noción de área por medio de la superposición de figuras geométricas, principalmente en las figuras poligonales. Un factor fundamental para tener en cuenta es la necesidad de establecer diferencias entre el lenguaje natural y el lenguaje natural en uso matemático y las transformaciones<sup>2</sup> que se generan entre estos dos tipos de lenguaje. Al hablar de transformaciones se hace necesario aclarar que existen registros de representación, los cuales requieren de una serie de tratamientos y conversiones, que cuando el estudiante ha logrado establecer una relación entre estos, entonces se puede hablar que hubo comprensión de la noción que se está desarrollando. En este sentido al referirnos al lenguaje hablaremos de representaciones semióticas que se relacionan con toda actividad cognitiva del individuo y desde la concepción de Sfard (2008) la comunicación es entonces la transmisión o intercambio de información, ideas y sentimientos, por lo tanto, este tipo de actividad cognitiva, es viable para estudiar las formas de aprendizaje que tengan los estudiantes, porque ellos estarán en continuo contacto al momento de resolver las actividades.

Por eso dentro de todo proceso de enseñanza es necesario hacer uso de un discurso, el cual para este trabajo va a estar mediado por un lenguaje oral, aunque se usaran algunos enunciados escritos; estos lenguajes pueden ser de tipo natural o el lenguaje natural en uso matemático, teniendo en cuenta entonces que el discurso es algo más de lo que se oye. Entonces es importante que los docentes tengan en cuenta el tipo de discurso que se va a utilizar para que de

---

<sup>2</sup> De acuerdo a Duval (2004) entiéndase por transformación: "(...) la capacidad de pasar de un registro a otro que este puede sufrir, por conversión: cuando la transformación produce otra representación en un registro distinto al de la representación inicial, y por tratamiento: cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro".

cierta manera piensen en lo que se está enseñando y cómo los estudiantes están asimilando dichas nociones.

De esta manera podemos rescatar que el aprendizaje humano es dinámico y sensible a las interacciones sociales. El lenguaje juega un papel importante dentro de este proceso, porque es mediante este que se pueden llevar a cabo las interacciones entre docente-alumno, alumno-alumno, y alumno-saber. Y entonces es necesario que el docente tenga en cuenta cómo se pueden llevar a cabo estas interacciones de tal manera que le permitan al estudiante comprender la noción que se está estudiando.

Por otra parte, el estudio de la noción de área siempre ha sido de gran interés para el hombre, desde la antigua Grecia se ha trabajado sobre el problema de la medida de áreas, se reconoce que el primer tratado sistemático sobre la teoría de la medida, lo realizó Euclides hace aproximadamente 25 siglos, en su obra cumbre los *Elementos*; es conveniente señalar que Euclides estudió las regiones planas en los libros I, II, III y IV, los dos primeros libros hacen alusión al estudio de figuras planas y los dos últimos a la medida de ángulos y circunferencia, teniendo presente que Euclides no da una definición sobre la noción de medida<sup>3</sup>, se observa entonces que la noción de área se concibe a través del pensamiento de Euclides y su libro los elementos mediante la noción de cuadratura, lo cual permite calcular el área por medio del recubrimiento de figuras poligonales.

Euclides tiene en cuenta que, para medir figuras planas, usa una comparación entre magnitudes, esto lo realiza de manera cuantitativa, en este sentido se reafirma la visión Aristotélica donde se consideraba que *medir era comparar*. Tomando la Proposición IV, conocida comúnmente como el primer criterio de igualdad de triángulos, en la cual se describe una práctica utilizando movimientos que perderá su carácter empírico para tomar la forma de teorema:

Si dos triángulos tienen dos lados de uno iguales a dos lados del otro, y tienen iguales los ángulos comprendidos por los lados iguales, tendrán

---

<sup>3</sup> La noción de medir aparece por primera vez en el libro V, cuando da su primera definición: “Se dice que una magnitud es parte de otra mayor cuando la mide”. Tomado de los Elementos traducción de Luis Vega.



también las respectivas bases iguales, y un triángulo será igual al otro, y los ángulos restantes, a saber: los subtendidos por lados iguales, serán también iguales respectivamente. (Euclides-Libro I).

Estas proposiciones o criterios de igualdad de triángulos son a la vez de orden empírico y fundadores de un método racional, ya que enuncian condiciones de igualdad que van a permitir el desarrollo del método deductivo. Moriena (2003, pág. 4)

El uso de la estrategia de superposición de figuras geométricas, ha dado lugar al debate alrededor del recurso de aplicación de un movimiento o de la idea de desplazamiento natural para superponer las figuras, como manifiesta Moriena (2003) estos desplazamientos que intervienen son desplazamientos de figuras y no transformaciones geométricas que operan sobre el espacio como conjuntos de puntos.

En Euclides, el concepto de transformación no se consideraba, dado que él se limita a establecer correspondencia entre los elementos de dos figuras mediante la superposición para afirmar la igualdad de las mismas.

De otro lado, la noción de área es fundamental para la enseñanza de las matemáticas, esto se puede sustentar desde la teoría de Brousseau (2002), quien indica que una magnitud, puede ser percibida como un tipo de variable matemática, física, biológica, social, económica, psicológica, etc., además que esta magnitud es comparable entre magnitudes de la misma clase. Se tiene entonces, que desde la connotación Euclidiana y la perspectiva de Brousseau la noción de área es compleja, y por ende se debe tener presente esta problemática para trabajarla en el aula.

En el ámbito educativo el Ministerio de Educación Nacional (MEN) por medio de los *Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas* (2006) y los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (1998), propone el estudio de la noción de área a través del pensamiento métrico y sistemas de medidas, dentro del este pensamiento podemos encontrar:

1. Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

2. Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).
3. Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.
4. Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.
5. Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.

Procesos de los lineamientos y contextos en matemáticas.

En este sentido Mapallo D. & Romero J. (2011) (citando a Chamorro & Belmonte, 2003), manifiestan que:

La intención de los estándares al calcular el área y el volumen a través de la composición y descomposición de figuras y cuerpos, se debe a la misma complejidad que implica el aprender estos dos conceptos. Este abordaje sugiere encaminar al alumno hacia la conceptualización de los temas de manera gradual, por medio de la experimentación directa con el objeto, de manera que el concepto se vaya construyendo desde sus aspectos fundamentales, por medio de la práctica. Sin embargo, esto no implica la completa abolición de lo formal en la construcción de los conceptos, sino que, por el contrario, esta metodología debe sentar, a través de las distintas fases, los cimientos necesarios que lleven a la utilización de unidades, pasando por la enunciación de problemas, la aritmetización y los diferentes sistemas de medida. (pág 20)

Se ve entonces cómo a través de los procesos de composición y descomposición se puede construir la noción de área, de esta manera es importante incluir situaciones que involucren la superposición de figuras geométricas porque le va a permitir al estudiante de manera práctica la construcción y el cálculo de esta noción

Tenemos entonces que este pensamiento tiene la intención de que las transformaciones geométricas ayuden a una exploración activa del espacio, entonces el cálculo del área, se debe a las diferentes transformaciones geométricas como son de simetría, rotación y de traslación, por lo tanto, la superposición de figuras geométricas se puede justificar a través de isomorfismos entre espacios métricos: siendo estos las medidas que se utilizan de manera internacional para dar una unidad básica ya sea a longitud, peso, tiempo, etc.

De esta manera, los lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, muestran que el tratamiento de área, involucra situaciones de conservación de la figura y de comparación entre otras figuras.

De acuerdo a lo mencionado anteriormente, se decide realizar un aporte a la problemática concerniente al aprendizaje de la noción de área a través de la superposición de figuras geométricas y el papel que juega el lenguaje en el proceso de aprendizaje de esta noción; respecto a estos análisis el siguiente interrogante ilustra de manera general este trabajo de grado:

*¿Qué tipos de interpretaciones elaboran los estudiantes de grado sexto de los enunciados de problemas en el aprendizaje de la noción de área por medio de las superposiciones de figuras?*

Para este fin es necesario tener en cuenta las formas de aprendizaje que tienen los estudiantes, dado que ellas varían según su contexto sociocultural, la disponibilidad y capacidades que tiene el docente al momento de interactuar con ellos. Además, todo proceso de interacción social está mediado por el lenguaje, aunque cabe aclarar que la interacción no solo es docente-alumno sino entre los mismos alumnos por eso se prioriza a éste y a sus diversas transformaciones del lenguaje cuando se introduce la noción de área a través de la superposición de figuras poligonales.

## **1.2 Justificación**

La importancia de este trabajo dentro de la educación matemática, es la pertinencia que tiene la realización de estudios y reflexiones en torno a la influencia que poseen el lenguaje matemático y el lenguaje natural en el aprendizaje de una nueva noción en matemáticas, en particular la noción de área a través de la superposición de figuras geométricas. De esta manera, en este trabajo se busca contribuir a las prácticas del docente por medio de los análisis sobre la complejidad que subyace al aprendizaje de los cambios de registro de representación que se pueden generar en una serie de situaciones que involucren

la superposición de figuras geométricas, llevadas a la institución educativa Santa Isabel de Hungría sede Calimio Desepaz de la ciudad de Cali para los estudiantes de grado sexto.

Este tipo de trabajo contribuye a la práctica educativa de un futuro docente y docentes en ejercicio, en la medida que proporcionan reflexiones hacia el aprendizaje de la noción de área, noción que ha sido fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático.

Cuando se introduce una nueva noción en matemáticas como es la noción de área a través de la superposición de figuras geométricas, los docentes necesitan buscar la mayor claridad en sus enunciaciones, para dirigirse a los estudiantes, se puede recurrir a ejemplos introductorios, donde los estudiantes se puedan hacer una idea de lo que se trabajará en clase. Pero esto no es suficiente. Como docentes debemos generar nuevas metodologías didácticas que le permitan resolver a los estudiantes situaciones problema. En este sentido la comunicación juega un papel importante, pues es a través de esta que logramos establecer una relación entre el interpretante, intérprete y el enunciado (docente-saber-estudiante), pero para hacer un primer acercamiento se debe recurrir al lenguaje natural porque se considera que es a partir de este que se crearan nuevas conjeturas y conceptos, que los estudiantes desarrollan a lo largo de su proceso de aprendizaje como afirma Vygotsky (1993).

No podemos olvidar además que a lo largo de la historia el ser humano ha utilizado el lenguaje para transmitir sus conocimientos, sentimientos, emociones, sensaciones, se ha podido comunicar con el resto de los humanos y esta función del lenguaje se desarrolla de manera oral, gráfica, simbólica, escrita, con respecto a nuestro mundo; en este sentido el lenguaje nos permite designar las cosas reales y razonar acerca de ellas, así como también crear significados. Contrariamente a lo que ciertas teorías lingüísticas formales hacen creer, el lenguaje natural no fue fundamentado sobre una verdad racional a priori sino que fue organizado y desarrollado a partir de la experiencia humana, en el mismo proceso en que la experiencia humana fue organizada. En este sentido el lenguaje se crea y nace por la necesidad de comunicarnos entre los humanos y el cual va

tomando fuerza y reformándose en la medida que el hombre cambia social y culturalmente.

El lenguaje natural tiene un gran poder expresivo y puede ser utilizado para analizar posturas altamente complejas y llevarnos por razonamientos hacia la solución de situaciones problemas. La riqueza de su componente semántico y su relación estrecha con los aspectos prácticos de los contextos en los cuales son usados, permite que el lenguaje natural tenga un gran poder expresivo y un valor invaluable como una herramienta para razonamientos profundos. Por ende, es necesario dar cuenta del aprendizaje de la noción de área por medio del papel que desempeña el lenguaje, en este sentido es pertinente resaltar en la construcción de la noción de área como afirma Marmolejo (2007) que ella:

(...) está centrada en una propuesta semiótica la cual centra su atención en la diferenciación de los tratamientos, operaciones y formas de ver que permiten las figuras, se constituye en un campo de enorme potencia para asegurar un aprendizaje significativo de ella. Pero, a la vez, y en un sentido inverso, es en el marco de un aprendizaje de este objeto métrico que se puede asegurar y hacer posible el aprendizaje del registro semiótico de las figuras geométricas; en otras palabras y de una manera más precisa es a través de la puesta en acto de situaciones de aula en contextos de medidas de superficies, donde las figuras jueguen un verdadero rol heurístico y donde la presencia de ciertos factores de visibilidad aumenten o disminuyan la complejidad que subyace a ver en ellas, que podemos suscitar la reflexión en torno a las posibilidades heurísticas que permiten el registro semiótico de las figuras geométricas.

De esta manera, se puede justificar por una parte la influencia que tiene el lenguaje en el aprendizaje de la noción de área, porque los estudiantes están sujetos a realizar tratamientos a las actividades diseñadas, aunque la formalización de un lenguaje natural se presenta demasiado “fácil”, este constituye en la semántica un problema fundamental, porque el lenguaje natural se considera en algunos casos como la traducción automática de algunos sistemas. Y por ende todo aquello que se genere de manera automática está sujeto a errores porque no te permite realizar un análisis de las ideas a comunicar.

Además, en grado sexto se hace uso de un lenguaje natural pero en uso matemático porque aquí todavía no se puede hablar de un lenguaje formal, porque el docente es quien tiene un conocimiento específico sobre un tema en particular a

desarrollar en la clase y los estudiantes ya en esta etapa de desarrollo de alguna manera con los conocimientos adquiridos hasta ese momento pueden generar una crítica a lo expuesto por el docente en ese momento.

Por otro lado, el aprendizaje de una noción como es el caso del área va a estar mediado por el discurso el cual puede ser llevado a cabo por el docente, el cual esta como guía dentro del aula de clases, porque es el quien ha elegido y diseñado las situaciones de enseñanza apropiadas al nivel cognitivo en el que se encuentran sus estudiantes.

También el aprendizaje de la noción de área esta mediada por los mismos estudiantes, porque el aprendizaje de esta noción no solo se basa en la resolución de problemas, sino en la manera como ellos tratan de convencer de manera razonable a sus compañeros que sus respuestas son las correctas.

Por las anteriores razones es que el lenguaje juega un roll dentro del aprendizaje de esta noción, porque es este el que permite la trasmisión de conocimientos entre pares ya que por su naturaleza el hombre está obligado a relacionarse con otros seres.

### **1.3 Objetivos.**

#### **1.3.1 General.**

Analizar las diferentes interpretaciones que los estudiantes tienen de los tipos de enunciados presentes en las actividades para el aprendizaje de la noción de área, en el grado sexto del Colegio Calimio Desepez.

#### **1.3.2 Específicos.**

- Analizar la influencia del lenguaje en el aprendizaje de la noción de área por medio de la superposición de figuras geométricas.
- Indagar los procesos de interpretación que realizan los estudiantes al momento de realizar las actividades.

- Identificar qué tipo de dificultad tuvieron los estudiantes al interpretar los enunciados para desarrollar las actividades.

Este capítulo se centró en dar a conocer porque es importante estudiar la noción de área desde la superposición de figuras geométricas, y cómo la utilización de este método asegura una mejor comprensión del cálculo del área de acuerdo con la interpretación que da él estudiante de las actividades. Además, estudiar el papel que juega el lenguaje en el aprendizaje de la misma, y qué factores se deben tener en cuenta en la interpretación que se le puede dar a los enunciados de las actividades que se plantearon para el desarrollo de este trabajo.

## CAPÍTULO 2

### **La importancia de conocer algunos conceptos para el aprendizaje de la noción de área**

Se hace necesario que para el desarrollo de este trabajo se aclaren algunas concepciones que existen en el aprendizaje y enseñanza de la noción de área. En este sentido se pretende aclarar la influencia que tiene el lenguaje en el aprendizaje de esta noción, porque la comunicación es el primer medio para adquirir un saber, entonces se quiere mostrar qué tipo de lenguaje estará presente en el desarrollo de las tres situaciones; las cuales se diseñaron con tres actividades, además que códigos se utilizan para la comprensión de los enunciados presentes en cada una de las actividades diseñadas en la propuesta de este trabajo.

En este capítulo se pretende explicar la importancia que tiene el lenguaje como todo acto de comunicación, por eso se hace necesario explicar qué tipos de lenguajes se utilizan para la enseñanza de las matemáticas, como el lenguaje natural, el lenguaje natural en uso matemático, el lenguaje formal, el lenguaje simbólico, etc. En el desarrollo de este trabajo se espera que el lenguaje utilizado por parte de los estudiantes sea el lenguaje natural en uso matemático. Y se hablará un poco sobre los actos ilocucionarios porque estos tienen que ver con lo que ha de tenerse en cuenta al momento de construir un enunciado, ya que así se podrá llevar a cabo un análisis al finalizar la aplicación de las situaciones.

También se tendrán en cuenta algunas definiciones geométricas como son la noción de área y la de superposición de figuras geométricas; este método se concibe de maneras diferentes desde la perspectiva de algunos autores, pero coinciden al concebirse como una transformación geométrica. Por último, la de figuras geométricas poligonales, para así entender qué tipo de figura se utilizará para el diseño de las actividades en cada una de las situaciones.



Se hace necesario también aclarar qué tipo de aprendizajes pueden estar presentes al momento de aplicar las situaciones y durante su desarrollo.

## 2.1. Sobre el lenguaje natural

El presente trabajo se desarrolló en el grado sexto de educación básica, en el área de matemáticas, en este se pretende analizar la influencia que tiene el lenguaje en el aprendizaje de la noción de área, y así mismo poder identificar las dificultades que se generan al introducir esta noción por medio de la superposición de figuras geométricas, como caso especial se tomaran las figuras poligonales.

Por consiguiente, es importante tener en cuenta que el lenguaje<sup>4</sup> se compone de lengua y habla: entendiendo por lengua el sistema organizado en una estructura funcional propia y peculiar, sistema que sirve de instrumento de expresión y de comunicación directa entre los individuos de una comunidad lingüística, es un código, que conoce cada hablante, y que utiliza cada vez lo que necesita.

Este código es importante para el normal desarrollo de la comunicación entre las personas, pues el hecho de que todos los hablantes de una lengua lo conozcan es lo que hace que se puedan comunicar entre sí. Como aclara Sford (2008, pág. 40) *“La comunicación se debe ver no como una mera ayuda al pensamiento, sino como equivalente al pensamiento mismo”*.

En este sentido, el habla es por tanto la utilización que cada uno de los hablantes hace de su lengua. Se trata, por tanto, del acto concreto e individual. El habla se opone, a la lengua como sistema de signos (Niño 2007). El individuo elige en la lengua los medios de expresión que necesita para comunicarse, confiriéndole así su naturaleza material. En este sentido la lengua es un sistema estable, hay en su manifestación, en el lenguaje un habla individual y creativa. Como menciona Valdés (1995, p. 9):

Uno de los fenómenos que más presencia tiene en nuestra experiencia cotidiana es, sin duda, el lenguaje. Casi todas nuestras actividades están llenas de cosas como hablar, escuchar a alguien que habla, leer, escribir, etc.

---

<sup>4</sup> Entiéndase por lenguaje como un producto social, cómo el que funda la realidad del ser.

La característica central de todos esos eventos, lo que los hace lenguaje es que todos ellos dicen que tienen un significado.

Por tanto, el lenguaje tiene una gran importancia en la medida que influencia de manera directa los procesos de aprendizaje de nociones matemáticas que adquieren los estudiantes durante los procesos de enseñanza. Reconociendo que el aprendizaje hace referencia a los cambios en las formas en que pensamos, y el asunto de cómo comunicamos este pensamiento, donde pensar es un caso especial de la actividad de comunicar (Sfard, 2008).

De esta manera, en las diversas transformaciones que presenta el lenguaje en un discurso<sup>5</sup> semántico, es necesario aclarar, definir y reconocer las funciones que desempeñan un lenguaje natural y un lenguaje natural en uso matemático.

### **2.1.1 Diferenciación entre algunos tipos de lenguajes.**

En el lenguaje natural, las palabras en una oración poseen un significado y tienen un significante; esto quiere decir que las palabras son independientes del significado, dependiendo del sentido que queremos transmitir, según el contexto en las que se expresen en un momento dado.

Por otro lado, los sistemas formales, enunciados en el lenguaje consisten de una lista de símbolos (lógicos o matemáticos) sujetos a diversas interpretaciones de acuerdo al interpretante, en este trabajo de investigación como el estudiante entiende cada uno de los enunciados presentes en las actividades y las preguntas que acompañan cada una de estas.

Podemos observar entonces que el lenguaje formal se considera como una teoría que tiene reglas y axiomas de formación. En el mismo orden de ideas tenemos que un lenguaje formal se puede ver como un lenguaje lógico, el cual consiste en un conjunto de oraciones generalmente llamadas fórmulas u expresiones bien formadas, las cuales podemos obtener de la aplicación de las leyes de la lógica.

En un lenguaje formal, las palabras y oraciones están perfectamente definidas, una palabra mantiene un significado prescindiendo del contexto o su

uso. En principio, el significado de símbolos es determinado exclusivamente por la sintaxis, sin referencia a ningún contenido semántico, una función y una fórmula puede designar cualquier cosa.

Ahora bien, en el aula de clase se hace empleo de un lenguaje natural y un lenguaje natural en uso matemático, es pertinente aclarar que este tipo de lenguaje hace referencia a los signos gramaticales que se utilizan para la comunicación sin recurrir a un formalismos en el ámbito de la enseñanza de conceptos matemáticos, en este sentido se refiere al conjunto de recursos utilizados para hablar de un determinado tema propio de las matemáticas.

Cabe aclarar según Cervantes que no existe un consenso generalizado sobre el uso del término lenguaje aplicado a los recursos usados en situaciones especializadas, ni tampoco está claro muchas veces el contenido del adjetivo especializado. Se puede decir que muchas de las producciones lingüísticas en situaciones de especialidad proceden del conjunto de recursos que una lengua ofrece para expresarse o comunicarse, y que de una u otra manera puede estar condicionada por una situación la cual determinará que se haga uso de una parte de estos recursos. Desde este punto de vista el lenguaje natural en uso matemático es un lenguaje caracterizado por una temática específica que se enuncia de manera natural.

Este tipo de lenguaje es importante para la comprensión de conceptos matemáticos, pues un claro ejemplo es cuando se introduce a los estudiantes el concepto de ecuaciones y le planteamos situaciones problemas en un lenguaje natural y ellos tienen que transformarlo a un lenguaje natural en uso matemático, es entonces necesario tener claro la diferencia que existe en estos dos tipos de lenguaje al momento de dictar clases.

### **2.1.2 Conceptualización de los actos ilocucionarios.**

Tomamos como referente teórico los análisis que se tienen al respecto sobre los actos ilocucionarios por parte de J. Searle y J. Austin. Para orientar el desarrollo del análisis a las posibles dificultades que se pueden generar al

presentar las enunciaciones de actividades donde se introducirá la noción de área por medio de la superposición de figuras geométricas.

Es necesario tener claro lo que se entiende por acto ilocucionario el cual está determinado por un conjunto de emisiones entre las cuales se pueden encontrar aseveraciones, descripciones, observaciones, comentarios, etc. No podemos dejar de lado que todo acto ilocucionario esta mediado por la comunicación lingüística la cual necesita del uso de reglas para que se puede llegar a una mejor comprensión entre docente- alumno \_ saber. Para Searle. J se distinguen dos tipos de reglas entre las que se encuentran las regulativas y las constitutivas. Las regulativas son aquellas que regulan una actividad ya preexistente, es una actividad cuya existencia esta lógicamente independiente de la existencia de las reglas, y las constitutivas como su nombre lo indica están encargadas de constituir, aunque también regulan, es una actividad cuya existencia es lógicamente dependiente de las reglas.

Entonces al enunciar las actividades siempre se tratará de que estén influenciadas por las reglas constitutivas, porque según lo que plantea Searle J. “la hipótesis subyacente al primer artículo consiste en que la semántica del lenguaje puede ser contemplada como una serie de sistemas de reglas constitutivas, y que los actos ilocucionarios son actos realizados de acuerdo con esos conjuntos de reglas constitutivas”. Tomado del texto Valdés. L. (1995) (pág. 435).

En este sentido las reglas son de gran importancia en todo acto lingüístico, pues todo acto de habla está constituido consiente e inconscientemente por reglas, las cuales son las reglas constitutivas porque todo acto ilocucionario depende de ellas para constituir y argumentar un enunciado como válido.

El autor aclara la diferencia entre una proposición y un acto ilocucionario, porque propone que una aserción se puede ver como un acto ilocucionario, pero una proposición no es un acto. Aunque hay proposiciones que expresan parte de lo que se considera un acto ilocucionario, pero los actos ilocucionario no todos tienen sentido proposicional. Pues desde el punto de vista semántico se puede resaltar la diferencia en la oración entre el indicador proposicional y el indicador de fuerza ilocucionaria, por este hecho en la oración se pueden distinguir dos partes

las cuales son el elemento indicador proposición y el dispositivo indicador de función, estos permiten que cuando el hablante este emitiendo una oración, se puede saber el orden de las palabras, el énfasis, la entonación, la puntuación, el modo del verbo y finalmente un conjunto de llamados verbos realizativos.

De esta manera todos los actos de habla y en especial los actos ilocucionarios al realizar la emisión de sonidos son los que le dan el significado a todo acto de comunicación lingüística pues según Searle. J. “al hablar un lenguaje intento comunicar cosas a mi oyente consiguiendo que el reconozca mi intención de comunicar precisamente esas cosas”.

Es de vital importancia tener en cuenta todo lo relacionado con los actos ilocucionarios pues como vemos toda oración al ser emitida por el hablante necesita de una serie de reglas, las cuales le dan sentido a lo que se quiere comunicar, por ende al momento de introducir a los estudiantes del Colegio Calimio Desepez del grado sexto a la noción de área a través de la superposición de figuras geométricas se tendrán en cuenta esos aspectos para lograr que la relación estudiante profesor y saber exista.

Por otro lado, los docentes siempre están expuestos al momento de introducir una nueva noción en el aula, pues para ello es necesario tener en cuenta el discurso que se va a llevar a cabo dentro del aula porque Sfard. A (2008) propone que para *llegar a ser participante en el discurso matemático es equivalente a aprender a pensar en forma matemática*, por ello la labor del docente es de vital importancia, pues se debe tener claro el tema a tratar, como se lograría esa comprensión y que estrategias estarían alrededor de dicha noción. Pues no importa cuál sea la noción de aprendizaje, para este caso, es la noción de área a través de la superposición de figuras la tarea de los docentes es modificar e intercambiar el discurso existente, en vez de crear uno nuevo.

Aunque el discurso dentro del aula no solo es mediado por el docente, sino por los alumnos pues estos están en constante interacción y así una construcción más amplia del conocimiento

Por lo tanto, no podemos olvidar que a lo largo de la historia el ser humano ha utilizado el lenguaje para transmitir sus conocimientos, sentimientos, emociones, sensaciones, se ha podido comunicar con el resto de los humanos y esta función del lenguaje se desarrolla de manera oral, gráfica, simbólica, escrita por reseñas, con respecto a nuestro mundo, en este sentido el lenguaje nos permite designar las cosas reales y razonar acerca de ellas, así como también crear significados. Contrariamente a lo que ciertas teorías lingüísticas formales le harían a uno creer, el lenguaje natural no fue fundamentado sobre una verdad racional a priori sino que fue organizado y desarrollado a partir de la experiencia humana, en el mismo proceso en que la experiencia humana fue organizada. Por lo tanto, en este trabajo se analizará los tipos de lenguaje que pueden estar presentes durante la superposición de figuras poligonales, por ende, es necesario contextualizar desde algunos aspectos teóricos, algunos conceptos geométricos con respecto a la superposición de figuras poligonales.

## **2.2 Algunos conceptos geométricos involucrados en la superposición de figuras poligonales**

El uso del método de superposición de figuras, ha dado lugar al debate alrededor del recurso de aplicación de un movimiento o de la idea de desplazamiento natural para superponer las figuras.

Estos desplazamientos que intervienen, son desplazamiento de figuras y no transformaciones que operan sobre el espacio como conjuntos de puntos. Para Euclides según Moriena (2003, pág 2), no hay concepto de transformación, se limita a establecer correspondencia entre los elementos de dos figuras mediante la superposición para afirmar la igualdad de las mismas.

Según lo expuesto al inicio sobre superposición de figuras se puede deducir, que Euclides no está muy lejos de esa definición pues también lo concibe como un desplazamiento entre figuras para afirmar que son iguales.

Por otro lado, un estudio realizado Fregona (2013) desarrolla una actividad con el nombre del juego de comunicación de figuras el cual consta de:

Este juego corresponde a una situación de comunicación, dentro de la tipología de las situaciones didácticas. Se divide a la clase en equipos de cuatro integrantes, y cada uno de ellos consta de dos grupos de dos o tres alumnos, que cumplirán la tarea de emisores y receptores alternativamente. El grupo de los emisores posee figuras recortadas en cartón y debe obtener que sus compañeros receptores construyan una figura que se superponga al modelo. Para esto, los emisores deben enviar datos a través de un mensaje escrito, sin dibujos ni croquis. La validación se hace por superposición de la copia con el modelo. Pág.4.

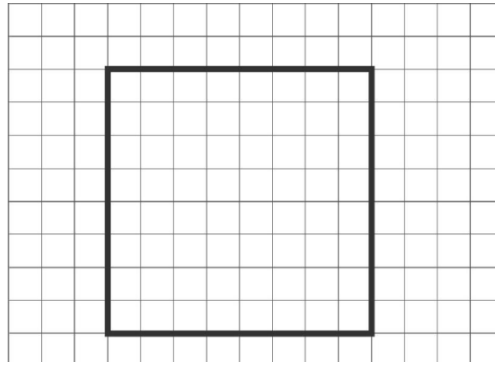
Este ejemplo nos permite evidenciar la relación que existe entre alumno-alumno y a su vez el saber, porque por medio de la interacción de ambos se transmite un conocimiento matemático utilizando como ayuda para la comunicación el mensaje escrito, entonces podemos evidenciar que el lenguaje es un factor influyente en el aprendizaje y la transmisión de un saber matemático.

Otro ejemplo claro es una propuesta desarrollada en el marco del proyecto de Investigación el cual (Williams N. y Norma D. 2013) este permite reflexionar acerca del significado de área como extensión, como una cantidad en el plano ocupado por una superficie y de tipo geométrico: en el cual se tienen en cuenta los siguientes aspectos como son: estimación, superposición, descomposición, recomposición y comparación donde el objetivo no es cuantificar es comparar para determinar una magnitud.

En este sentido este ejemplo nos permite ver la noción de área no como una unidad, sino como la unión de varias partes que formaran esa unidad, en la cual podemos utilizar varios métodos para su cálculo entre ellos la superposición de figuras geométricas.

Por lo cual existen varios trabajos desarrollados en torno a la superposición de figuras geométricas entre los cuales podemos encontrar *Quarata M. E. y Ressia de Moreno B. marzo del 2012*. En el cual se diseñaron varias actividades con el fin de utilizar la superposición de figuras geométricas como veremos a continuación:

El docente hará la entrega de esta hoja a los alumnos:



Los estudiantes deberán copiarlo en una hoja cuadrículada, tratando de lograr que resulten iguales, se verificara si han quedado iguales superponiéndoles a través de la luz. La maestra les ayudara en caso de que no sea así los estudiantes deberán concluir y decir por qué.

Aquí también nos encontramos con otro claro ejemplo de calcular la noción de área a través de la superposición, pero aquí deben justificar si son iguales o no lo son, con el fin de que el conocimiento no quede en el aire, sino que se expongan sus razones y así el profesor pueda aclarar las dudas de los estudiantes.

Así como esta, son muchas las actividades que se han desarrollado en torno a la superposición de figuras geométricas con el fin de comprender más los problemas que se presentan en el aprendizaje de la geometría; hacemos especial énfasis en cómo el lenguaje ayuda a disminuir las falencias que se presentan en el área al momento de aplicar las actividades que tienen que ver con la superposición de figuras poligonales.

Debido a lo anterior existen diferentes teorías e hipótesis sobre que la superposición de figuras sea un método que permita el cálculo de la noción de área o simplemente un proceso de aplicación de desplazamientos.

Otras pruebas que, para muchos matemáticos del siglo XVII, resultaban polémicas eran las pruebas por superposición como la demostración de la proposición I, 4 de los Elementos. Se apoyan en el axioma de los Elementos que dice que dos cosas que pueden superponerse una con las otras son iguales entre sí. Las ciencias matemáticas según la caracterización de Aristóteles en su Metafísica M, 3, se ocupan de la cantidad en la medida en que ésta es abstraída de las cosas sensibles. Como el movimiento es propio de las cosas sensibles y no de las abstractas, en la

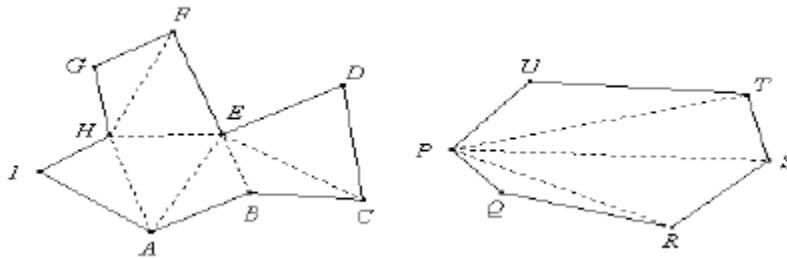


Geometría no podrían ser admitidas pruebas que estuvieran basadas en el movimiento de figuras. (Leibniz 1995, pág.47).

Por lo anterior se quiere decir, que el método de la superposición de figuras geométricas para calcular el área no es algo nuevo, data de muchos años atrás, y ha servido para demostrar que dos cosas pueden ser iguales entre sí si una cubre totalmente a la otra.

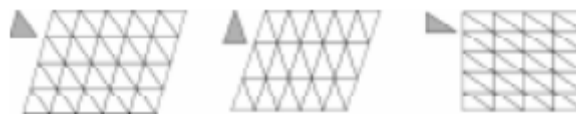
En este sentido en geometría para calcular el área haremos uso de la superposición de figuras poligonales, por eso se hace necesario saber que un polígono es una figura plana compuesta por una secuencia finita de segmentos rectos consecutivos que cierran una región en el plano. Estos segmentos son llamados lados, y los puntos en que se intersecan se llaman vértices. El interior del polígono es llamado área.

Por ejemplo: la cuadratura de polígonos por disección de Soto o. y Jácome L. (2008) vol. VIII. Es un claro ejemplo de figuras poligonales.



Esto quiere decir que si las figuras geométricas poligonales se construyen a partir de una figura dada siguiendo unos parámetros de construcción nos llevaran a otra figura geométrica más amplia, cumpliendo con la definición de figura poligonal, la cual debe ser cerrada, plana y compuesta por vértices y un área en su interior.

Otro ejemplo sería:



En este sentido son muchas las figuras poligonales que se pueden construir a partir de otra y que para nuestro trabajo serán de gran ayuda porque se

evidencia que se podrá calcular la noción de área a través de la superposición, porque además permitirá evidenciar cuantas veces esta la una en otra.

Haciendo énfasis sobre figuras poligonales como anteriormente se menciona el interior de estas figuras se conoce con el nombre de área por eso es necesario que aclaremos la noción de área y como fue concebida a través del tiempo.

A lo largo de la historia en matemáticas la noción de área ha sido de gran importancia, especialmente para los atenienses, para ellos eran fundamentales las transformaciones de áreas y las proporciones. Pitágoras (584-504 a.C.) desarrollo un método conocido en la actualidad como “aplicación de áreas” que se basa esencialmente en la superposición de un área. Este problema es, en opinión de Boyer (1949), el primer paso en el intento por definir de manera exacta la noción de área<sup>5</sup>.

Aunque esté no fue el único método para hallar el área, el otro que tiene un gran reconocimiento a lo largo de la historia es el que estuvo desarrollado por Arquímedes, el cual trataba de hallar la proporcionalidad entre un círculo y el cuadrado de su diámetro, Arquímedes define la “*medida*” como lo que se obtiene indirectamente por comparación con figuras dimensionalmente equivalentes a través de una proporción. Mientras que Euclides, demuestra que las áreas de dos círculos son proporcionales a los cuadrados de sus áreas, puesto que la idea primitiva del área de un círculo, es que esta se puede “llenar” inscribiendo en él un polígono regular e incrementando de manera indefinida el número de sus lados.

Finalmente, en el desarrollo de este trabajo, se ha decidido trabajar la noción de área a través de la superposición de figuras geométricas poligonales porque están figuras son cerradas y permiten realizar este proceso, además es una figura plana compuesta por una secuencia finita de segmentos rectos consecutivos no alineados. Estos segmentos son llamados lados, y los puntos en que se interceptan se llaman vértices.

---

<sup>5</sup> Tomado de Turégano (1993). página 18.

Se debe tener en cuenta que, para desarrollar un aprendizaje en matemáticas, se pueden presentar una o varias dificultades, porque no hay una comprensión clara de lo que se quiere expresar a través del lenguaje, pues la relación entre, docente-saber-alumno puede ser errada, dado que el mensaje en ocasiones no es claro, porque los contextos en que se ubican educando y educador no son los mismos.

### **2.3 Tipos de aprendizajes:**

Entonces cuando se habla de la noción de área, necesariamente se debe hablar de aprendizaje, pero se debe aclarar cuál es el tipo de aprendizaje que se genera al hablar de la noción de área a través de la superposición de figuras geométricas poligonales. Por tal motivo, Cazau P. define estilos de aprendizaje como: rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables de como los alumnos perciben el aprendizaje de acuerdo a la manera de interactuar con sus compañeros.

Haciendo referencia a que los rasgos cognitivos tienen que ver en la manera como los estudiantes estructuran los contenidos, los rasgos afectivos son aquellos que se vinculan con las motivaciones y expectativas que influyen en el aprendizaje y los rasgos fisiológicos los que tienen que ver con el biotipo y el biorritmo del estudiante.

Y a continuación se presentarán algunos modelos de aprendizaje:

|   |   |
|---|---|
| Según el hemisferio cerebral                    | Lógico<br>Holístico   |
| Según el cuadrante cerebral (Herrmann)          | Cortical izquierdo<br>Límbico izquierdo<br>Límbico derecho<br>Cortical derecho  |
| Según el sistema de representación (PNL)        | Visual<br>Auditivo<br>Kinestésico   |
| Según el modo de procesar la información (Kolb) | Activo<br>Reflexivo<br>Pragmático<br>Teórico  |
| Según la categoría bipolar (Felder y Silverman) | Activo/reflexivo<br>Sensorial/intuitivo<br>Visual/verbal<br>Secuencial/global   |
| Según el tipo de inteligencia (Gardner)         | Lógico-matemático<br>Lingüístico-verbal<br>Corporal-kinestésico<br>Espacial<br>Musical<br>Interpersonal<br>Intrapersonal<br>Naturalista |

**Ilustración 1. Tipos de aprendizaje. Según Cazau P.**

Desde la teoría de situaciones didácticas se presentan otro tipo de aprendizaje Acosta, M (2010) como es: el aprendizaje por adaptación, el cual consiste en la adaptación del individuo con el medio con el que vive, sin la mediación de un profesor. Haciendo referencia al medio con el que vive a los materiales que se usan en la clase para la adquisición como es nuestro caso del área.

Entonces esta parte es muy importante para el trabajo de investigación realizado porque se va a analizar si el material entregado a los estudiantes le generó algún aprendizaje o por el contrario no hubo interacción alguna entre el estudiante y el material y si esto ocasionó interrupciones en el aprendizaje de la noción de área por medio de la superposición de figuras poligonales.

# CAPÍTULO 3

## Actividades, aplicación y resultados

En este capítulo se hace la escogencia de las actividades que se desarrollaron en este trabajo, de la tesis de grado para magister del licenciado Gustavo Marmolejo (2007). Estas actividades fueron rediseñadas con el fin de que cumplir los objetivos de este proyecto. Las actividades estarán divididas en tres partes de complejidad creciente: la primera parte está conformada por tres puntos, en ambos se pide determinar el área de cada una de esas figuras partiendo de una unidad patrón conocida, que las componen. En la segunda parte los estudiantes participantes deben nuevamente calcular el área de la figura anterior, pero teniendo una unidad patrón diferente, no simétrica a la figura dada; esta parte se centra en la reconfiguración de la figura dada mediante la aplicación de operaciones de traslación, rotación y reflexión. Con el fin de que los estudiantes logren establecer la relación que existen entre componer y descomponer la figura con una unidad base “superponer una figura en la otra” con el fin de que conozcan la relación existente entre los objetos expuestos en cada punto. La última parte consiste en que los estudiantes evalúen las unidades patrón utilizadas en la primera y segunda parte de la actividad, ellos deberán comparan dichas unidades patrón y lograr establecer una relación entre ellas.

Después se aplicaron las tres situaciones a estudiantes de grado sexto más específicamente los de 6-5 del Colegio Calimio Decepaz, las cuales como se ha indicado desde el principio constan de tres actividades para cada situación, y se desarrollaron en tres clases de 40 minutos cada una, pero es necesario aclarar que solo un grupo de estudiantes logró finalizar hasta la tercera situación aludiendo que el resto no respondió por cuestiones de tiempo.

Entonces, con los resultados obtenidos se inició el análisis respectivo a cada una de las situaciones, donde se pretende identificar qué tipo de dificultad presentaron los estudiantes, como puede ser que los enunciados expuestos en las preguntas no fueron muy claros, otra dificultad puede ser que para los estudiantes no era clara la figura y la unidad patrón, y por último otra dificultad es la aplicación de la superposición de figuras geométricas para el cálculo de la noción del área.

### **3.1 Metodología**

En el desarrollo de la metodología para este trabajo, se tuvo como punto de partida los conocimientos previos de los estudiantes sobre la noción de área, dado que esta propuesta va encaminada hacia identificar cómo el lenguaje influye en todo proceso didáctico, en especial cuando se desarrolla el aprendizaje de la noción de área a través de la superposición de figuras.

En particular estas actividades de aula fueron aplicadas a estudiantes de grado sexto de la Fundación Santa Isabel de Hungría, sede Calimio Desepaz, esto enmarcado al diseño de un trabajo en el cual se considera fundamental la reflexión que el docente genere sobre la aplicación de estas actividades en el aula.

Así, este trabajo se llevó a cabo en cuatro fases: En la primera fase se recopilaron los elementos teóricos y conceptuales que orientan el desarrollo del análisis sobre los posibles problemas que se pueden presentar al incorporar la noción de área a través de la superposición de figuras poligonales. Para ello, se buscaron los elementos de tipo teórico que se han desarrollado sobre la problemática, y posteriormente se indagó acerca de las concepciones con las cuales llegan los estudiantes sobre la noción de área, esto se realizó de manera hablada con los estudiantes (verbalmente).

Después se seleccionaron las actividades susceptibles de ser aplicadas a los estudiantes de grado sexto, en este momento se realizó un análisis preliminar sobre las actividades relacionadas con la superposición de figuras geométricas poligonales, con el fin de poder caracterizar los resultados de estas, con los elementos teóricos que sustentan la problemática de este trabajo.

Ya escogidas las situaciones se llevó a cabo la aplicación de las actividades, con el fin de identificar y analizar las posibles dificultades que se pueden presentar en los estudiantes. Por último, se realizó el análisis de cada una de las actividades desarrolladas en el aula, con el fin de dar cuenta del cumplimiento de los objetivos propuestos.

Para el desarrollo del análisis fue necesario, primero identificar las respuestas correctas e incorrectas, luego se realizó una tabla para conocer en porcentaje cuántos estudiantes respondieron correctamente y así poder revisar el grado de dificultad en cada una de las actividades. En el diseño de las situaciones se tuvo en cuenta que las primeras unidades patrón no presentaban en su interior divisiones, contrario a la segunda situación, ya en la última parte de las situaciones se esperaba que los estudiantes analizaran las respuestas dadas en las primeras dos situaciones. En alguna de sus respuestas se pudo identificar que algunas preguntas no eran claras, que faltaba información que acompañara las figuras, que los estudiantes no tenían claridad sobre el concepto de unidad patrón y en algunos casos les fue difícil aplicar la superposición de figuras geométricas.

Luego se tomó cada una de las situaciones y se empezó hacer una descripción de los resultados obtenidos, algunas acompañadas de figuras que sustentan lo sucedido, esto para poder utilizar los elementos teóricos que fomentan este trabajo de investigación, como es el caso de la influencia del lenguaje en el aprendizaje; para esta parte se hace necesario tener en cuenta los actos de habla entre los estudiantes, y cómo comprenden los enunciados propuestos en cada actividad, también es importante hablar sobre las transformaciones que los estudiantes realizan a las figuras geométricas y su unidad patrón, como es la de traslación y rotación.

Y por último qué tipo de aprendizaje evidencian los estudiantes al realizar trabajos prácticos de este tipo que involucren la comunicación entre ellos y a su vez realicen transformaciones entre las figuras geométricas.

## **3.2 Las situaciones**

En este apartado se presentan los resultados de la búsqueda de los elementos, tanto en lo histórico como en lo didáctico, que se emplearon en el diseño de las situaciones, y las descripciones de las actividades correspondientes a cada situación

Desde la parte histórica se puede evidenciar que la superposición de figuras geométricas, para calcular la noción de área, viene desde la época de Euclides y su escrito *Los Elementos*, teniendo en cuenta que una figura si se superpone a otra, ellas son iguales. Recordemos entonces que Euclides evidencia la superposición de figuras como un desplazamiento. Por lo tanto, las actividades fueron diseñadas de tal forma que le permitan al estudiante realizar transformaciones, desplazamiento en el plano.

Lo que quiere decir que la superposición de figuras geométricas no es algo nuevo y es de muchos años atrás, y se ha utilizado para demostrar que dos figuras son iguales si una cubre totalmente la otra.

En razón de ello, las actividades se propusieron para que el estudiante involucrara la superposición de figuras para determinar el área, teniendo en cuenta que se hace necesario que los estudiantes utilizarán una unidad patrón definida para cada actividad la cual deberán trasladar, rotar (realizar algún tipo de movimiento), porque para Euclides la superposición no se evidencia como una transformación sino como el desplazamiento o correspondencia de puntos de una figura en la otra.

Entonces, con esta idea de superposición de figuras geométricas poligonales se hace necesario que los estudiantes piensen que tipo de desplazamiento están realizando para llegar al resultado en lagunas de las figuras propuestas para cada actividad. Los estudiantes deberán realizar rotaciones (movimiento en el plano) de la unidad patrón para que el resultado sea correcto y no basarse solamente en que la unidad patrón debe estar en igual posición en cada una de las figuras.

Como afirma Marmolejo. G (2007) las Investigaciones sobre las actividades cognitivas en el aprendizaje de las matemáticas, han permitido constatar que una enseñanza centrada en la explicitación de los tratamientos propios de los registros



de las figuras y de las gráficas desarrolla en los alumnos habilidades de razonamiento y de argumentación que les hace accesibles los modos de producción de conocimiento matemático y, lo que es más importante, les permite ser autónomos y creativos (pág. 9)

Por eso la escogencia de dichas actividades que le permitan a los estudiantes realizar tratamientos y transformaciones entre las figuras dadas y la unidad patrón definida para cada una de ellas.

Las situaciones responden a la intensión de este trabajo (el desarrollo de procesos discursivos que evidencien el grado de apropiación del concepto de área) dado que se considera que las acciones que los estudiantes realizan al resolver cada una de las tareas permite identificar sus concepciones en el tema.

### **3.2.1 Situación 1**

Esta situación se compone de tres actividades, en las cuales se debe determinar el área de cada figura partiendo de una unidad patrón definida para cada caso, teniendo como propósito que el estudiante se familiarice con la noción de área aplicando el método de superposición de figuras geométricas en otras palabras que desplace o rote la unidad patrón si es necesario. Entonces para cada una de las actividades se escogieron las siguientes preguntas ¿Qué los estudiantes expliquen cómo llegaron al resultado? Y ¿Qué dificultades encontraron al momento de resolverlas? Estas preguntas se realizaron para conocer la manera de proceder de cada grupo para llegar al resultado, la idea también era conocer qué dificultades se pueden presentar y como las resolvieron para concluir un resultado final.

Como se dijo al inicio cada actividad está compuesta por una figura diferente para el caso de la primera actividad nos encontramos con esta figura y su unidad patrón.

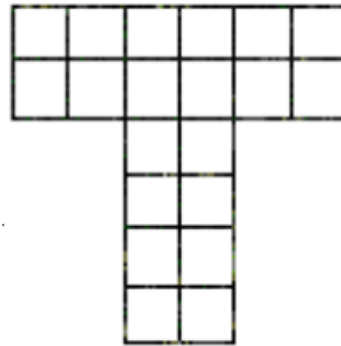


Figura 1.



Unidad patrón

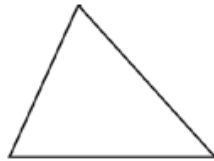
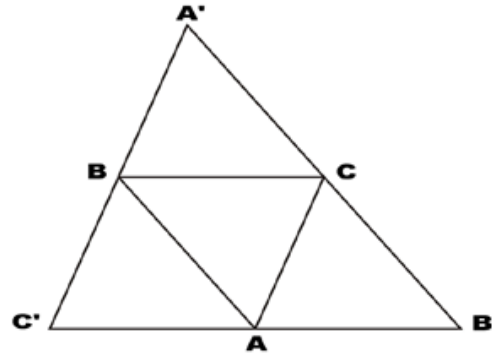
área = 20

Figura 1

Como podemos observar la figura 1 es un polígono irregular porque es una figura cerrada donde todos sus lados no son iguales, además la figura se encuentra dividida en la unidad patrón definida para ella, aclarando que la unidad patrón es un polígono regular figura cerrada que tiene todos sus lados iguales esperando que ellos obtengan como resultado que el área de la figura 1 teniendo en cuenta la unidad patrón sea 20 cuadrados.

Teniendo como intención final que los estudiantes apliquen la superposición de figuras para determinar el resultado, aclarando que la actividad uno de la situación 1 tiene como intención que el estudiante se familiarice con la noción de área que es la extensión total de una superficie. La segunda actividad cuenta con otra figura diferente como observaremos a continuación:

Figura 2.



Unidad patrón

Área figura 2=

Figura 2

Como podemos observar la actividad 2 está compuesta por una figura (2) diferente a la 1, con características similares: es un polígono irregular en forma rectangular, la unidad patrón también es un polígono irregular porque sus lados son desiguales, es de forma triangular como la figura 2, se espera como resultado después de rotar la figura, quiere decir aplicar (la superposición de figuras geométricas poligonales) 4 triángulos.

Como se puede observar la intención es la misma que en la primera actividad, es decir, que el resultado sea correcto aplicando la superposición de figuras geométricas, aunque se hace necesario aclarar que la unidad patrón cumple con características similares a la figura, esto con el fin de generar un grado de complejidad más avanzada.

Y por último la actividad 3 se compone de dos figuras como podemos observar:

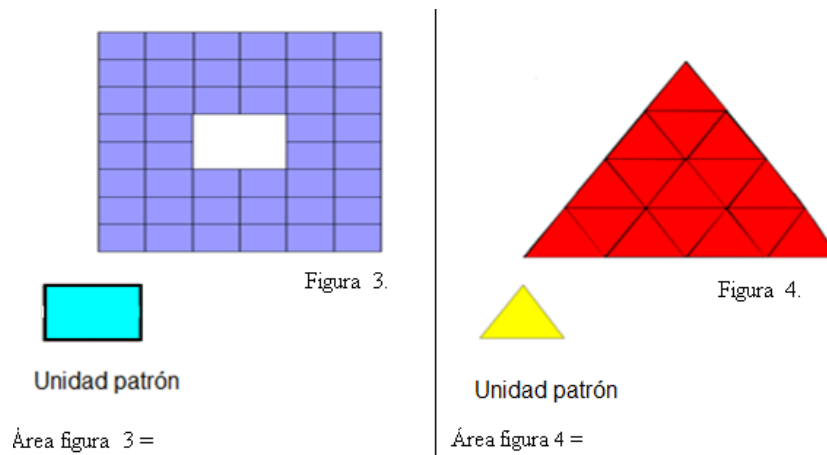


Figura 3

Esta actividad es un poco más compleja porque cuenta dos figuras a observar, la figura 3 es un polígono irregular el cual cuenta con un hueco en la mitad y la figura 4, es un polígono regular porque todos sus lados son iguales, cada figura cuenta con una unidad patrón las cuales son diferentes, por ejemplo la unidad patrón de la figura 3 es un rectángulo esperando que para este caso obtengan como resultado del área de la figura 3 (11 rectángulos) y la figura 4 tiene como unidad patrón un polígono regular (un triángulo, en el que todos sus lados son iguales), esperando como resultado final 16 triángulos. La finalidad de esta actividad era determinar el área de cada figura aplicando la superposición de figuras, pero esta vez con la diferencia que no solo debían enfocarse en una figura sino en dos con unidades patrones diferentes.

Para finalizar el propósito de la situación 1 era que los estudiantes primero se familiaricen con figuras geométricas diferentes como pudieron observar polígonos regulares e irregulares divididos en diferentes unidades patrón con la misma característica ser regular e irregular, que trabajaran la superposición de figuras geométricas (transformaciones en el plano, rotaciones y traslaciones) y por último que tuvieran claro que es la noción de área y como se puede calcular cuando no tenemos en cuenta una fórmula. A continuación, se presenta la situación 1 completa:

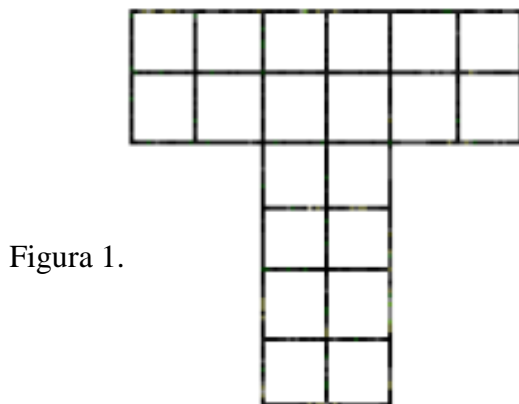
Situación 1:

A continuación, se presentan una serie de actividades, es necesario que por favor ilustren y comenten todo el proceso que emplearon para llegar a la solución. También deseamos conocer si existió algún tipo de dificultad para resolver las actividades, por lo que se pide que incluyan en sus respuestas esta información.

Es necesario tener claro y recordar que la unidad de medida o patrón de medida se entiende como un valor establecido que puede variar de acuerdo a las necesidades.

**Actividad 1.**

Determinen el área de la siguiente figura, tomando como unidad patrón la que se indica



Unidad patrón

Área figura 1=

Expliquen cómo llegaron a este resultado:

---

---

---

¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.

---

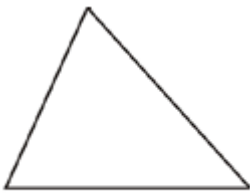
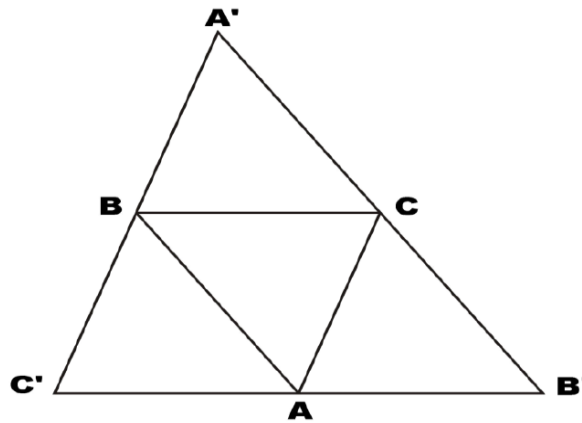
---

---

**Actividad 2.**

Determinen el área del siguiente triángulo A'C'B' tomando como unidad patrón el triángulo y ABC'.

Figura 2.



Unidad patrón

Área figura 2=

Expliquen cómo llegaron a este resultado:

---

---

---

¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.

---

---

---

**Actividad 3.**

Hallen el área de las siguientes figuras tomando como unidad patrón la que se indica para cada figura:

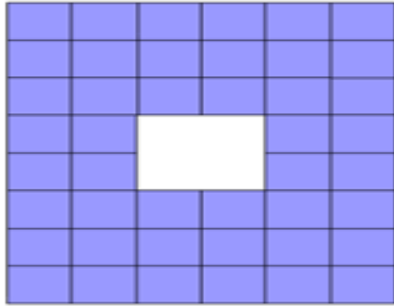


Figura 3.



Unidad patrón

Área figura 3 =

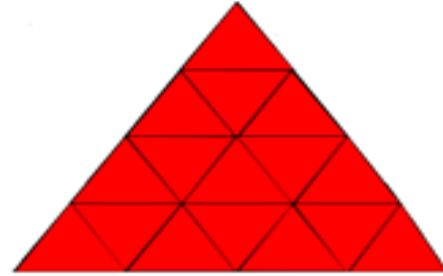


Figura 4.



Unidad patrón

Área figura 4 =

Expliquen cómo llegaron a estos resultados:

---

---

---

¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.

---

---

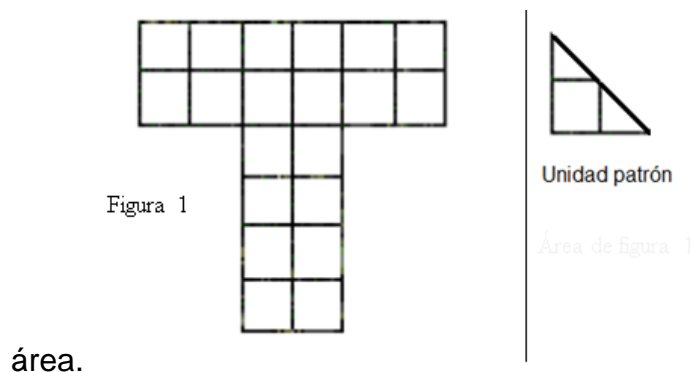
---

### 3.2.2 Situación 2

En esta situación se exige un poco más de compromiso por parte de los estudiantes, pues la unidad patrón es diferente, en comparación de la primera situación, esta presenta una serie de particiones internas con el fin de que el estudiante logre establecer relaciones entre la unidad patrón y la figura dada, que observe, escriba y comprenda el área, con la información dada.

Además, al igual que la situación 1, esta cuenta con tres actividades que a su vez están compuestas por las mismas figuras de las actividades de la situación 1, pero sus unidades patrón, como se explicó al inicio de esta situación, cumplen con unas características diferentes. Además de eso también cada actividad cuenta con una serie de preguntas que son ¿Cómo llego al resultado? y ¿Qué dificultades encontraron para llegar al resultado?, estas preguntas tienen como finalidad que el estudiante reflexione sobre el resultado a escribir; además que expliquen con sus palabras a que acuerdos llegan para obtener esos resultados, buscando interacción entre los estudiantes que forman parte de cada grupo.

Ahora, se analizará la figura que forma parte de cada actividad con su unidad patrón diferente. Como se explicó al inicio, cada figura es igual a la de la situación 1, pero con una unidad patrón diferente para calcular el



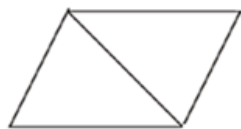
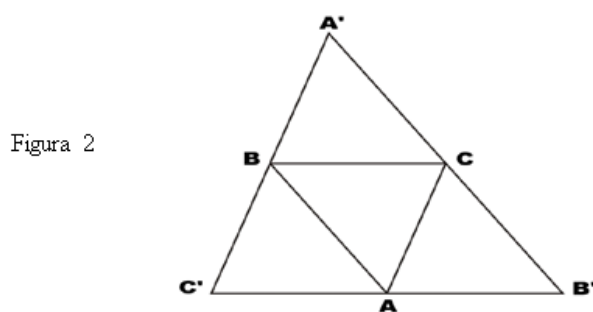
Como se puede observar esta figura hace parte de la actividad 1 de la situación 1 la cual es polígono irregular y se encuentra dividida en cuadros y tiene forma de una T, y la unidad patrón es un polígono regular en forma de triángulo,



aunque si se observa bien esa unidad patrón está formada por dos unidades patrones de la figura 1 situación 1, por lo tanto se espera que los estudiantes establezcan esta relación para obtener el resultado correcto. Realizando trazos esperando como resultado final del área (10 triángulos).

La finalidad de esta actividad es que los estudiantes apliquen transformaciones en el plano para obtener el resultado final (rotaciones-traslaciones).

Ahora se explicará cómo está compuesta la figura 2 de la situación 2, la cual se podrá observar a continuación:



Unidad patrón

Área de figura 2=

Figura 5

Esta figura se compone de un polígono irregular, el cual se encuentra en su interior formada por triángulos, también irregulares, a diferencia de la situación 1 lo que cambia es la unidad patrón porque esta es un polígono regular, el cual es atravesado por una diagonal, que lo divide en dos triángulos iguales. Se espera que el estudiante determine el área de la figura 2 y obtengan como resultado 2 unidades patrón.

La finalidad de esta actividad es que los estudiantes puedan determinar el área de la figura dada aplicando la superposición de figuras geométricas, además la idea es que los estudiantes logren relacionar la unidad patrón diseñada en la situación 1 con la de la situación 2.

La actividad 3 se diseñó con las figuras que observan a continuación:

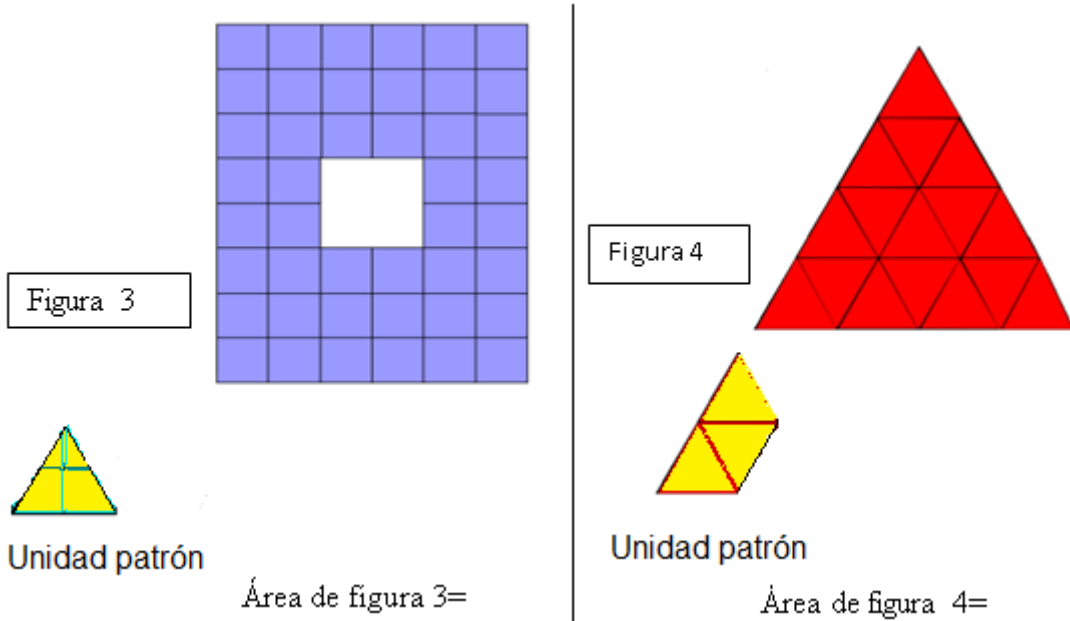


Figura 6

Para esta actividad, cada unidad patrón presenta características diferentes porque los estudiantes se deben enfocar en dos figuras la 3 y la 4, cada una con su respectiva unidad patrón. La figura tres se compone de un polígono irregular, se encuentra en su interior dividida por cuadros y un hueco en la mitad, y la unidad patrón se compone de dos cuadros, la cual presenta divisiones en su interior que lo dividen en cuatro partes que no son congruentes entre sí, esperando que los estudiantes respondan que el área correcta de la figura 3 es: 22 triángulos.

La figura 4 es un polígono regular (triángulo equilátero), el cual en su interior se encuentra dividido en triángulos equiláteros, pero la unidad patrón es un polígono irregular (trapecio) el cual en su interior se encuentra conformado por tres triángulos, se espera que el estudiante haga este análisis para poder determinar el área correcta de la figura la cual es 5 trapecios más un triángulo.

Se tiene como finalidad en esta actividad que el estudiante determine el área de cada figura dada teniendo en cuenta la unidad patrón, con el fin de que este analice la composición interna de cada unidad patrón.

En la situación 2 se espera que los estudiantes determinen el área de cada figura dada en las diferentes actividades, aplicando implícitamente o explícitamente la superposición de figuras geométricas, pero esta vez exigiendo

un poco más de compromiso al momento de responder, ya que requiere de más análisis y observación profunda para las unidades patrón determinada para cada figura.

A continuación, se presenta la situación 2 completa:

### Situación 2:

*A continuación, se presentan una serie de actividades, es necesario que por favor ilustren y comenten todo el proceso que emplearon para llegar a la solución. También deseamos conocer si existió algún tipo de dificultad para resolver las actividades, por lo que se pide que incluyan en sus respuestas esta información.*

*Es necesario tener claro y recordar que la unidad de medida o patrón de medida se entiende como un valor establecido que puede variar de acuerdo a las necesidades.*

#### **Actividad 1.**

Deben determinar el área de la figura 1, tomando como unidad patrón la indicada:

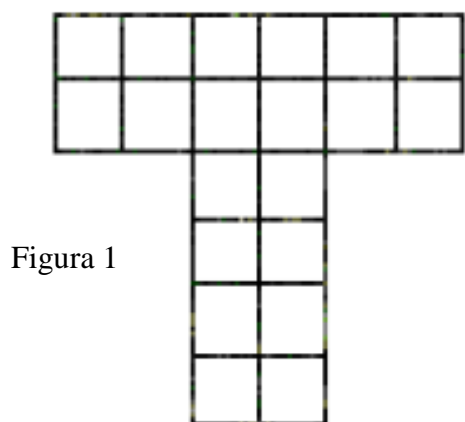
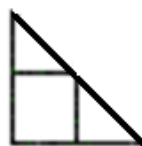


Figura 1



Unidad patrón

Área de figura 1=

Expliquen cómo llegaron a estos resultados:

---

---

---

¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.

---

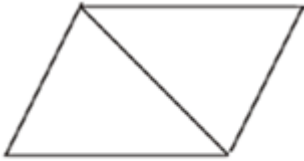
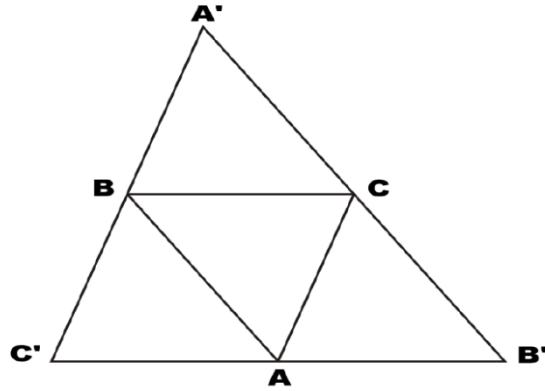
---

---

#### **Actividad 2**

Determinen el área del triángulo A'C'B', figura 2, tomando como unidad patrón la indicada:

Figura 2



Unidad patrón

Área de figura 2=

Expliquen cómo llegaron a este resultado:

---

---

---

¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.

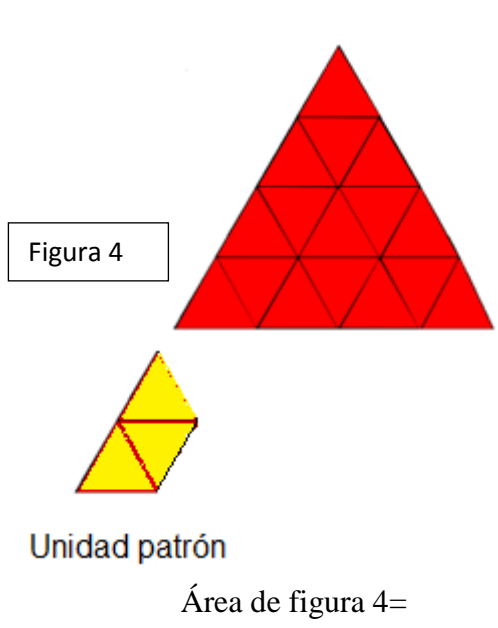
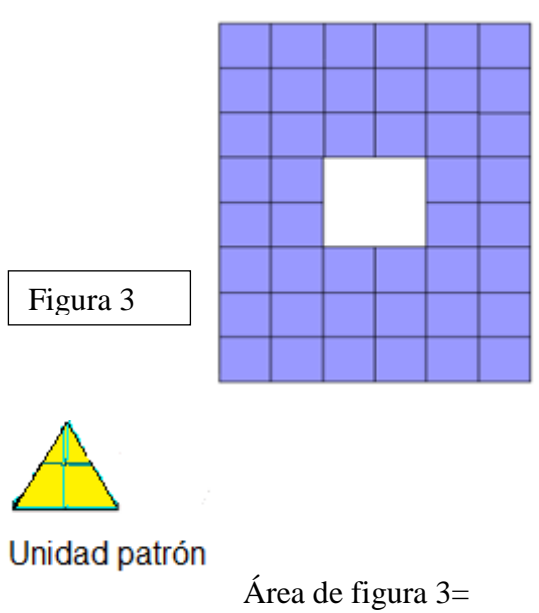
---

---

---

**Actividad 3**

Determinen el área de la figura 3 y la figura 4 tomando como unidad patrón la indicada:



Expliquen cómo llegaron a este resultado:

---

---

---

¿Qué dificultad encontró en la solución de esta actividad? Expliquen.

---

---

---

### 3.2.3 Situación 3

Para finalizar el paquete de situaciones es necesario observar cómo se compone y cuál es su propósito, que la caracteriza y hace diferente a las primeras situaciones. Esta situación se compone de tres actividades cada una con su figura dada, pero esta vez cada figura se presenta con dos unidades patrón; porque se espera que el estudiante logre establecer una relación numérica entre cada unidad dada.

En esta situación se presentan dos preguntas para cada actividad, la primera tiene que ver con la relación que existe entre la unidad patrón 1 y la 2 de cada figura dada, y la segunda ¿Cómo llegaron a esa conclusión, obtuvieron alguna dificultad?, se espera con estas preguntas que el estudiante no vuelva a solucionar cada área de acuerdo con la unidad patrón dada, sino que él establezca una relación numérica entre ellas, además si se les presentó alguna dificultad, ¿cuál fue?, para aclarar mejor los enunciados, porque la finalidad de cierta manera es establecer el papel del lenguaje en el aprendizaje de las actividades para la noción de área.

A continuación, se presenta la figura 1 de la situación 3:

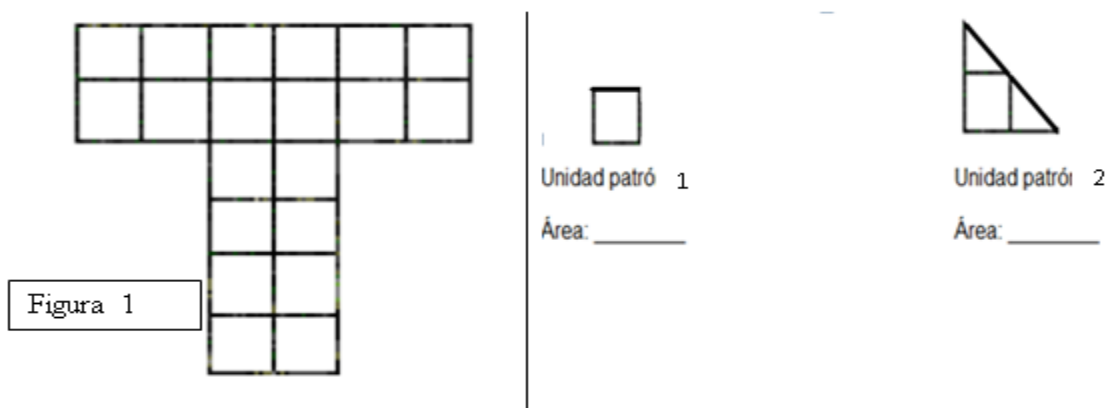


Figura 7

Como se puede observar la actividad 1 cuenta con la misma figura de la situación 1 y la 2, y a su lado aparece la unidad patrón utilizada en ambas situaciones, porque lo que se pretende con esta actividad es que el estudiante

utilice los resultados hallados en las situaciones anteriores, pero se espera que de manera escrita el estudiante establezca una relación numérica de ambas unidades solo si es posible en cada caso.

Por lo tanto, se espera que al lado de la unidad patrón 1 su resultado sea igual a 20 cuadros y lado de la unidad patrón 2 esté el resultado de 10 triángulos, la idea de la actividad es que los estudiantes establezcan que la relación que existe entre ambas unidades patrón es que una es la mitad de la otra así sus figuras sean físicamente diferentes.

A continuación, se presenta la figura que hace parte de la actividad 2 como se observa a continuación:

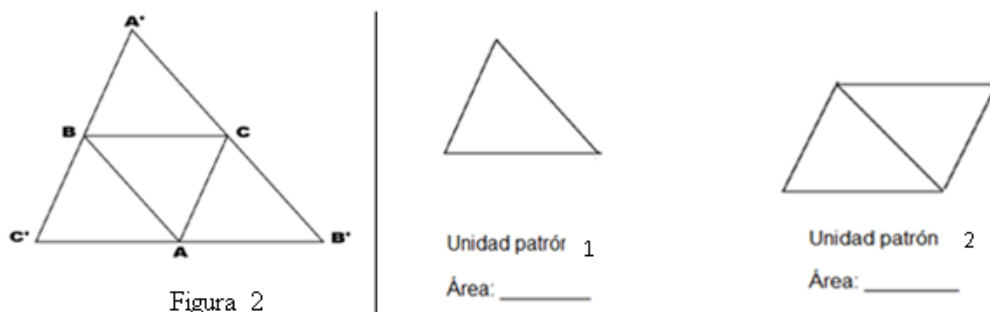


Figura 8

La figura que compone la actividad 2 de la situación 3, tiene el mismo interés que las situaciones anteriores, pero esta vez a su lado la acompaña la unidad patrón 1 y la unidad patrón 2, utilizada cada una en las situaciones anteriores, por lo que se espera que esta vez el estudiante no determine cálculos pues ya resolvió el área de cada figura de acuerdo a cada unidad patrón, sino que escriba los resultados anteriores y los compare.

Entonces se espera que el estudiante al lado de la unidad patrón 1 escriba como resultado final 4 triángulos y al lado de la unidad patrón 2 su resultado sea 2 cuadriláteros, y que al realizar la comparación entre ambas unidades se espera que el estudiante establezca cuantas veces esta la una en la otra, porque la unidad patrón 2 se compone de dos triángulos que forman parte de la unidad patrón 1.

Para finalizar, se presentan las figuras que hacen parte de la actividad 3, como se observa a continuación:

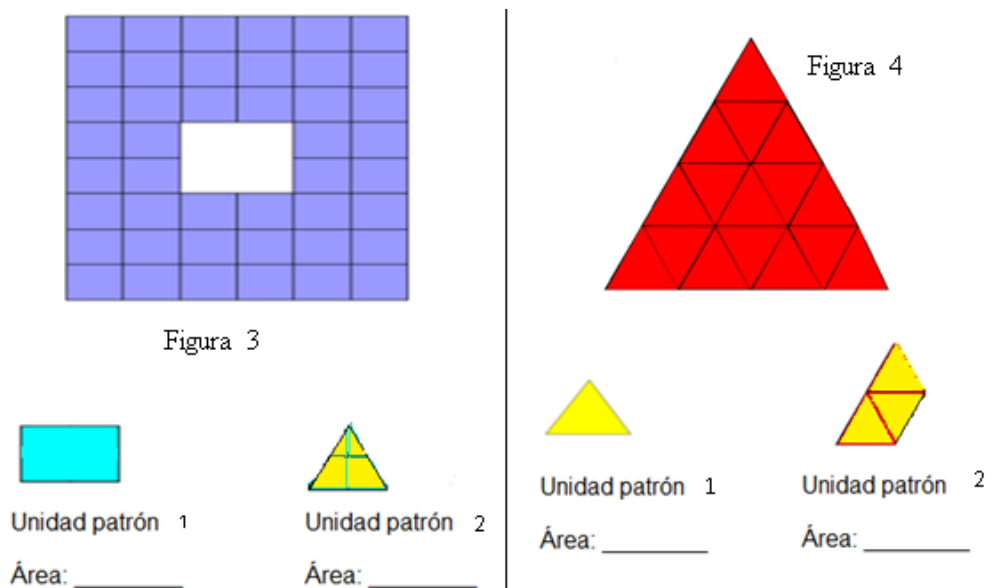


Figura 9

La idea para finalizar la situación tres es que los estudiantes tengan claro que las figuras dadas y unidades patrón fueron utilizadas en las situaciones anteriores, por lo tanto, se espera que los estudiantes no realicen el cálculo del área, pues ya lo realizaron anteriormente, sino que escriban los valores obtenidos y determinen si hay relación alguna entre ambas unidades patrón.

En este sentido se espera que los estudiantes escriban en la parte inferior de la figura 3, al lado de la unidad patrón 1, como resultado 11 rectángulos; y al lado de la unidad patrón 2 su resultado sea 22 triángulos. Por último, que de manera escrita establezcan que cada rectángulo se compone de cuatro cuadros y que cada triángulo de dos porque la figura 3 en su interior se encuentra dividida por una figura diferente a la unidad patrón dada. Por lo tanto, una unidad patrón es el doble de la otra.

Y la figura 4 que es polígono regular, e encuentra en su interior dividido por la unidad patrón 1 utilizada en la situación 1, esto para aclarar una diferencia entre la figura 3. La idea es la misma que se ha desarrollado en las actividades anteriores con cada figura que el estudiante escriba el resultado obtenido anteriormente en cada unidad patrón, por lo tanto, se espera que al lado de la



unidad patrón 1 su valor escrito sea 16 triángulos y en la unidad patrón 2 sea 5 trapecios y 1 triángulo. Y que al escribir la relación entre las unidades patrón se espera que el estudiante haya observado que la unidad patrón 2 está compuesta por 3 triángulos y cada triángulo forma parte de la unidad patrón 1, entonces la idea es que el estudiante determine que una es tres veces la otra más uno, como si aplicara el algoritmo de la división, que sería otra manera de solucionar la pregunta a y c de la actividad 3.

Y para finalizar se presenta la situación 3 completa:

**Situación 3:**

*En esta tercera parte de las actividades lo que queremos es que ustedes comparen la unidad patrón con el fin de saber cuántas veces hace la una en la otra en la figura (1, 2, 3 y 4). Es necesario que ilustren y comenten todo el proceso que emplearon para llegar a la solución. También deseamos conocer si existió algún tipo de dificultad para resolver las actividades.*

*Es necesario tener claro y recordar que la unidad de medida o patrón de medida se entiende como un valor establecido que puede variar de acuerdo a las necesidades*

**Actividad 1**

Comparen las siguientes unidades patrón de la figura 1.

Figura 1

Unidad patrón 1  
Área: \_\_\_\_\_

Unidad patrón 2  
Área: \_\_\_\_\_

¿Qué relación existe entre la unidad patrón 1 y la unidad patrón 2 de la figura 1?

---



---

¿Cómo llegamos a esa conclusión? ¿Obtuvieron alguna dificultad? Expliquen.

---



---

**Actividad 2**

Comparen las siguientes unidades patrón de la figura n.2.

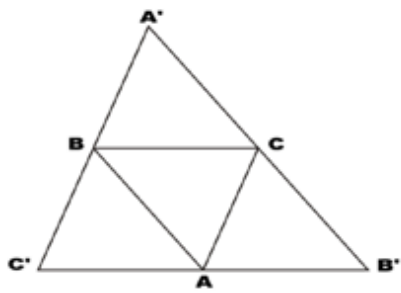
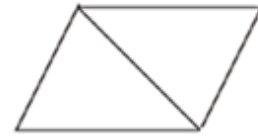


Figura 2



Unidad patrón 1

Área: \_\_\_\_\_



Unidad patrón 2

Área: \_\_\_\_\_

¿Qué relación existe entre la unidad patrón 1 y la unidad patrón 2 de la figura 2?

---



---

¿Cómo llegamos a esa conclusión? ¿Obtuvieron alguna dificultad? Expliquen.

---



---



---

### Actividad 3

Comparen las siguientes unidades patrón de la figura n.3 y la figura n. 4.

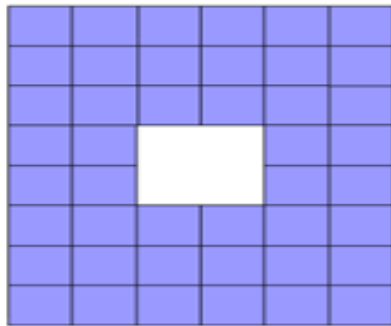


Figura 3



Unidad patrón 1

Área: \_\_\_\_\_



Unidad patrón 2

Área: \_\_\_\_\_

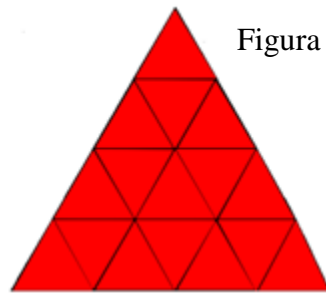


Figura 4



Unidad patrón 1

Área: \_\_\_\_\_



Unidad patrón 2

Área: \_\_\_\_\_

a. ¿Qué relación existe entre la unidad patrón 1 y la unidad patrón 2 de la figura 3?

---

---

---

b. ¿Cómo llegamos a esa conclusión? ¿Obtuvieron alguna dificultad? Expliquen.

---

---

---

c. ¿Qué relación existe entre la unidad patrón 1 y la unidad patrón 2 de la figura 4?

---

---

---

d. ¿Cómo llegamos a esa conclusión? ¿Obtuvieron alguna dificultad? Expliquen.

---

---

---

### 3.3 La implementación

Estas situaciones fueron aplicadas en la Fundación Santa Isabel de Hungría sede Calimio Desepaz, a los estudiantes de grado 6º, como en el colegio existen 7 niveles de grado 6º, solo serán aplicadas a los estudiantes del grado 6-5, el cual consta de 39 alumnos.

Ya aclarado el colegio, grupo y cantidad de estudiantes las tres situaciones fueron aplicadas en los siguientes días: la primera situación el miércoles 14 de Octubre de 2015, la segunda situación el jueves 15 de Octubre de 2015 y para finalizar la tercera situación el día miércoles 21 de Octubre de 2015, todas en una hora de clase, la cual consta de 40 minutos. Los estudiantes fueron divididos en grupos de 3, formando así un total de 13 grupos.

### 3.4 Análisis de los resultados

Antes de analizarlos resultados obtenidos y su interpretación a continuación se presenta una tabla de resultados por cada situación.

#### 3.4.1 Situación 1:

A continuación se presenta la tabla 1, de los resultados obtenidos en la situación 1 en cada una de las actividades, es necesario aclarar que el grupo de estudiantes estaba formado por un total de 39 estudiantes, obteniendo como 13 grupos y a cada grupo de estudiantes se le asignó un número.

| Actividades | 1        | 2           | 3           |             |
|-------------|----------|-------------|-------------|-------------|
|             |          |             | Figura 3    | Figura 4    |
| Grupo 1     | Correcta | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  |
| Grupo 2     | Correcta | Incorrecta  | Incorrecta  | Correcta    |
| Grupo 3     | Correcta | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 4     | Correcta | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  |
| Grupo 5     | Correcta | No responde | Incorrecta  | Correcta    |
| Grupo 6     | Correcta | No responde | No responde | No responde |

|          |          |          |            |            |
|----------|----------|----------|------------|------------|
| Grupo 7  | Correcta | Correcta | Incorrecta | Correcta   |
| Grupo 8  | Correcta | Correcta | Incorrecta | Correcta   |
| Grupo 9  | Correcta | Correcta | Incorrecta | Incorrecta |
| Grupo 10 | Correcta | Correcta | Incorrecta | Correcta   |
| Grupo 11 | Correcta | Correcta | Incorrecta | Correcta   |
| Grupo 12 | Correcta | Correcta | Incorrecta | Correcta   |
| Grupo 13 | Correcta | Correcta | Correcta   | Correcta   |

Tabla 1

Entonces se presenta una tabla de resultados obtenidos en porcentaje para la situación en cada una de las figuras y así poder explicar los resultados finales obtenidos, además es importante aclarar que las respuestas que algunos grupos no respondieron serán tomadas en cuenta como resultados malos.

| Situación 1                     |             |             |             |        |
|---------------------------------|-------------|-------------|-------------|--------|
| Respuestas<br>En<br>Porcentajes | Actividad 1 | Actividad 2 | Actividad 3 |        |
|                                 |             |             | FIG. 3      | FIG. 4 |
| Buena                           | 100%        | 54%         | 8%          | 61%    |
| Mala                            | 0%          | 46%         | 92%         | 39%    |
| Total                           | 100%        | 100%        | 100%        | 100%   |

Tabla 2: situación 1.

A partir de la información que brindan las respuestas dadas por los grupos se inician a analizar si los resultados planteados en los objetivos de este trabajo se cumplieron, para ello se inicia con la situación 1.

Como se explicó en el diseño de las situaciones, estas cuentan con tres situaciones y a su vez cada una consta de tres actividades.

Con base en la información que nos brinda la tabla 1, se puede notar que la actividad 1 no presentó margen de error, por lo tanto, los estudiantes entendieron el enunciado y respondieron satisfactoriamente. En cuanto a las respuestas dadas para la actividad 1 en su mayoría coinciden que el procedimiento utilizado fue el conteo uno a uno, además que no presentaron dificultades respondiendo a la pregunta 2 de la actividad.

Por ejemplo, algunos estudiantes señalan no haber tenido ninguna dificultad porque era claro lo que tenían que hacer, como se muestra en la siguiente ilustración:

¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.  
Ninguna dificultad por que <sup>hay</sup> NOS explicaba BIEN lo que teníamos que hacer.

Ilustración 2: situación 1.

¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.  
No tuvimos dificultad, por que al leer la actividad contamos en cuenta que habia que contar los cuadros que se encontraba en la figura.

Ilustración 3: situación 1.

¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.  
NO tuvimos ninguna dificultad por que la configuración fue muy clara para todos.

Ilustración 4: situación 1.

Esto quiere decir que la información brindada en los enunciados, la figura y unidad patrón fueron claras, por lo tanto se entendió la actividad, teniendo en cuenta los actos ilocucionarios se siguieron las reglas metadiscursivas en la construcción del enunciado.

Además, es claro que el procedimiento utilizado fue el conteo uno a uno como se presenta en el siguiente ejemplo:

Expliquen cómo llegaron a este resultado:  
CONTAMOS los CUADROS uno por uno. & ERAN 20 EN TOTAL.

Ilustración 5: situación 1.

Area figura 1 = 20  
Expliquen cómo llegaron a este resultado:  
Contamos toda una y en el resultado nos dio 20 contando cada cuadro

Ilustración 6: situación 1.

Los estudiantes explican que el procedimiento realizado fue contar cuadro por cuadro, obteniendo como resultado 20, que es el área de la primera figura, recordemos que son muchas las maneras que existen para el cálculo del área.

Aunque tres grupos como son el 8, el 2 y el 5 dicen haber presentado las siguientes dificultades.

Por ejemplo, para el grupo 8 responde que su dificultad fue identificar la imagen o figura a la cual había que determinar el área.

Como se observa en el siguiente ejemplo:

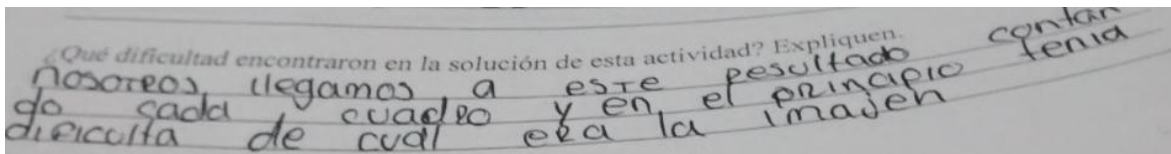


Ilustración 7: situación 1.

A partir del tipo de dificultades que podían estar presentes en el desarrollo de este trabajo se encontró que para este grupo en un inicio fue difícil identificar la figura a la que debían determinar el área, quiere decir que para este grupo no era clara la información brindada en la actividad pues no reconocían cual era la figura y la unidad patrón.

Para el grupo 5 la dificultad fue entender cuál era la unidad patrón, como se observa en la siguiente ilustración.

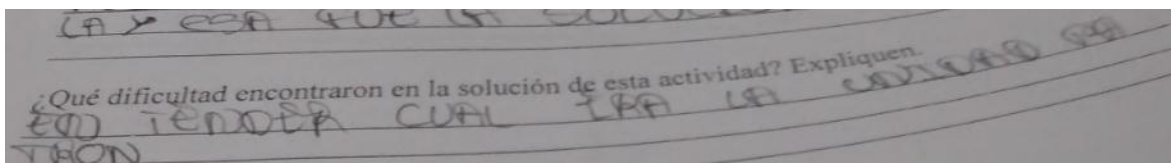


Ilustración 8: situación 1.

Otro tipo de dificultad presente fue que ellos no identificaban cuál era la unidad patrón, con la que debían calcular el área de la figura dada.

El grupo 2 pensó que el cálculo del área era a cada cuadro por separado. Como se observa en la siguiente ilustración.

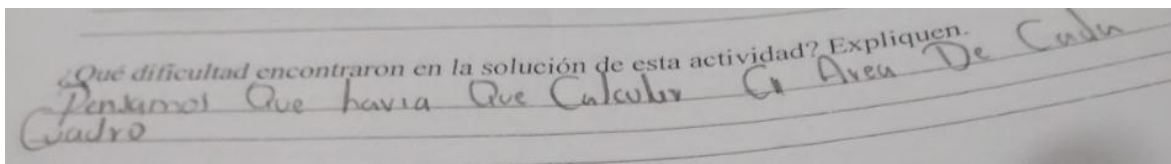


Ilustración 9: situación 1.

Esto entonces, permite analizar de alguna manera que el enunciado no era tan claro, pues la información que nos brindaba la actividad 1 no fue suficiente para aclarar cuál era la figura 1 y la unidad patrón.

Siguiendo la información que nos brinda la tabla, la actividad 2 de la situación 1 nos encontramos con un error del 46% en sus respuestas, por lo tanto,

para la mayoría de los estudiantes no hubo claridad al parecer con el enunciado. Los resultados obtenidos varían en su forma de proceder y analizar.

Por ejemplo, el grupo 4 responde que el área de la figura es 5, y la explicación que dan, es que llegaron a ese resultado, fue contar la cantidad de triángulos que componen la figura. Y al responder a la pregunta de si presentaron alguna dificultad, dijeron que ninguna.

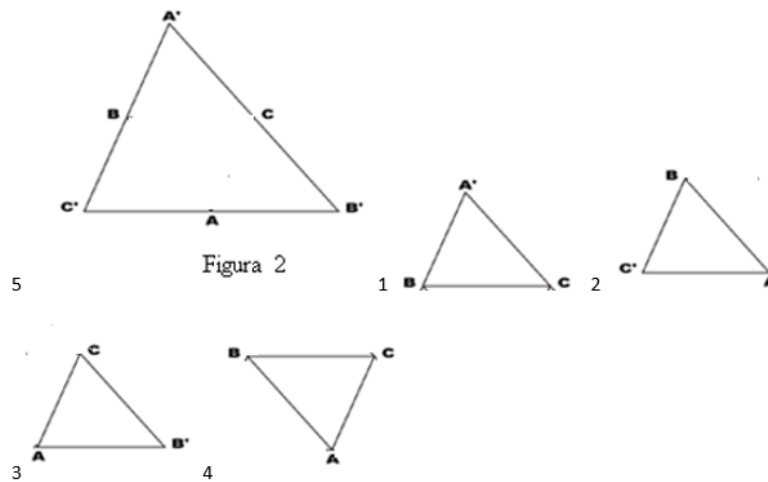


Ilustración 10

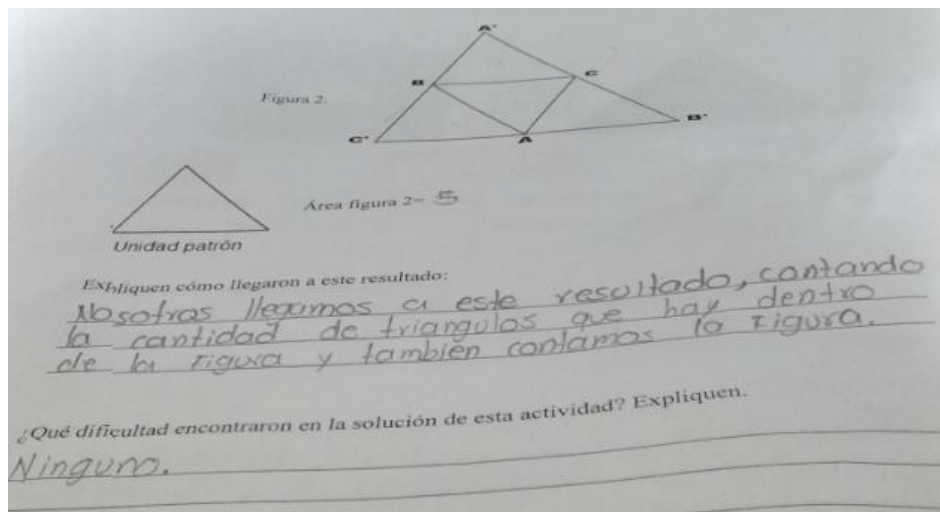


Ilustración 11: situación 1.

Para este caso los estudiantes no tenían claro la aplicación del método de superposición de figuras geométricas, porque para este grupo fue difícil interpretar que la unidad patrón es diferente de la figura, pero como para este caso la unidad



patrón presenta la misma forma que la figura, esto quizá permitió que algunos estudiantes entendieran el ejercicio de esta manera. Analizando su respuesta de pronto entendieron que cuantos triángulos se encuentran en la figura sin tener en cuenta el tamaño de la unidad patrón.

Para el grupo 2 la respuesta generada es 6 y explican que llegaron a ese resultado contando los puntos A, B, C, A', B' y C'. Y la dificultad que presentaron fue que no sabían si contar los puntos o hacerlo diferente.

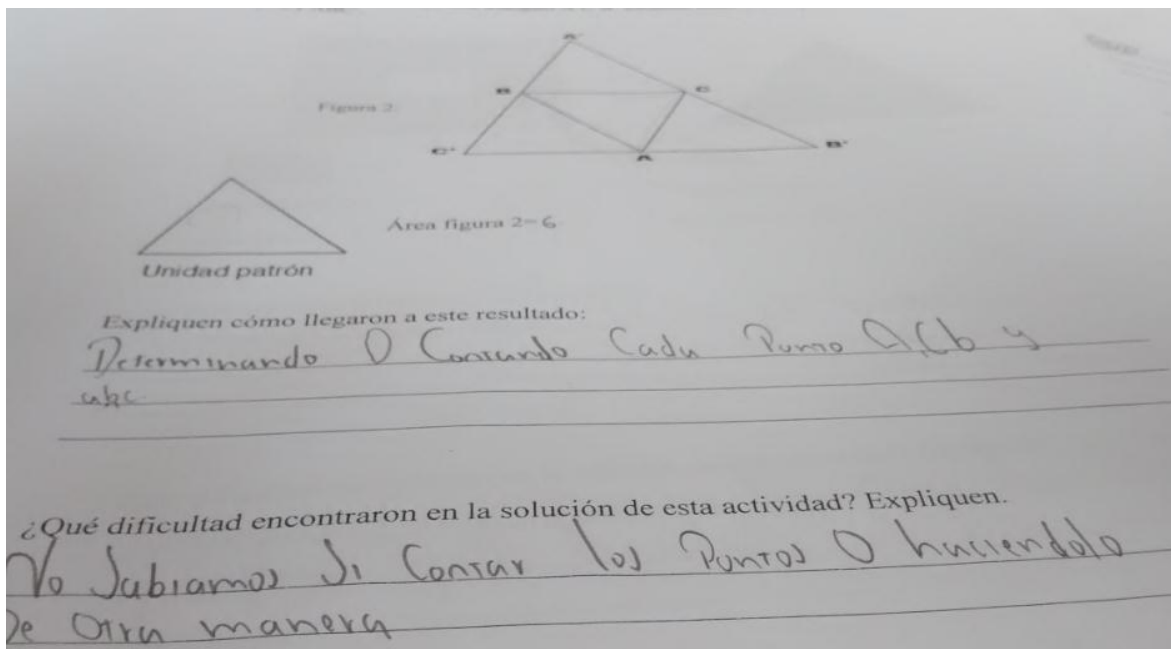


Ilustración 12: situación 1.

Otra dificultad presente era la manera de proceder, aquí nuevamente el método de superposición de figuras geométricas no fue claro para ellos, esto porque lo que hicieron fue contar la cantidad de puntos presentes en la figura y no tuvieron en cuenta la unidad patrón.

Y otra respuesta interesante es la que brinda el grupo 1, pues determina que el área de la figura 2 es  $A=B$ , explicando que llegaron a este resultado porque la figura se ve igual a la unidad patrón, si no que A está ubicado en la mitad y con la B son iguales. Y la dificultad presente para el grupo fue como hallar la solución de la figura y el patrón.

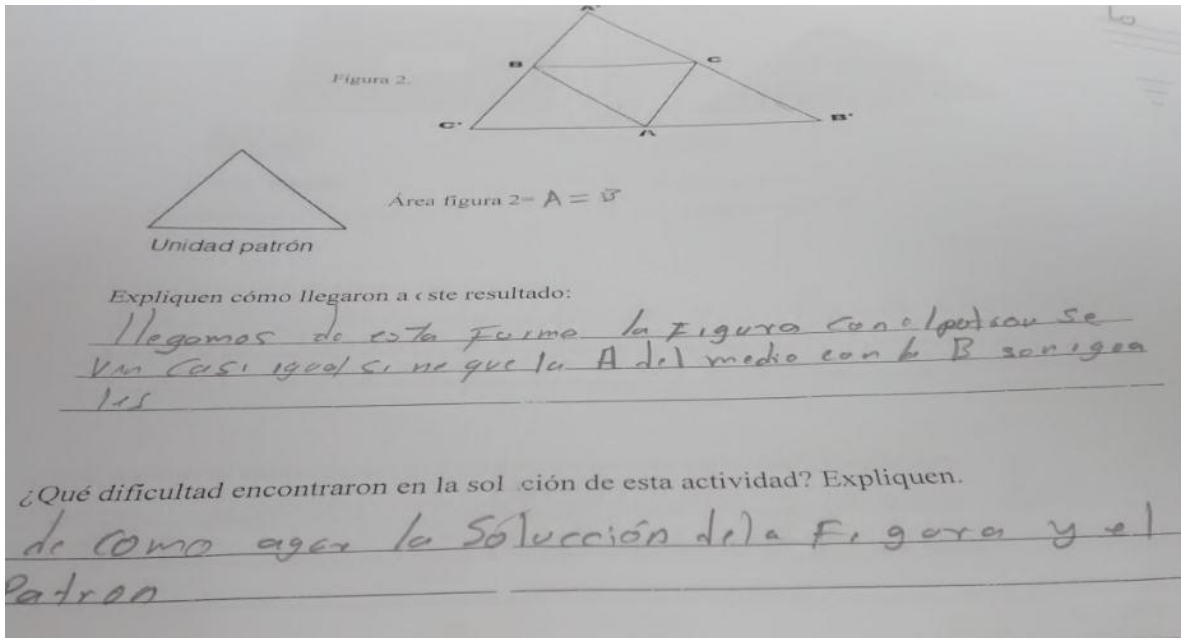


Ilustración 13: situación 1.

Este grupo plantea una respuesta interesante porque para ellos como A y B son puntos medios en los lados de cada figura, ellos determinan que entonces son iguales los puntos, aunque se hace necesario aclarar que si un lado es dividido por un punto medio los lados son iguales. Nuevamente, al hacer coincidir los puntos no están determinando el área de la figura, de acuerdo a lo planteado que es el uso de la superposición de figuras geométricas

Y algunos simplemente optaron por no responder, no se aclara por parte de ellos si los enunciados no estuvieron fáciles de comprender o el método era complicado, aunque para algunos que no respondieron fue cuestión de tiempo.

El 54% de los estudiantes que si respondieron correctamente, dan respuestas diferentes a las preguntas 1 y 2 que acompañaron la actividad 2, para algunos el resultado era claro y no presentaron dificultad respondiendo a la pregunta 2. Como nos muestra la siguiente ilustración:

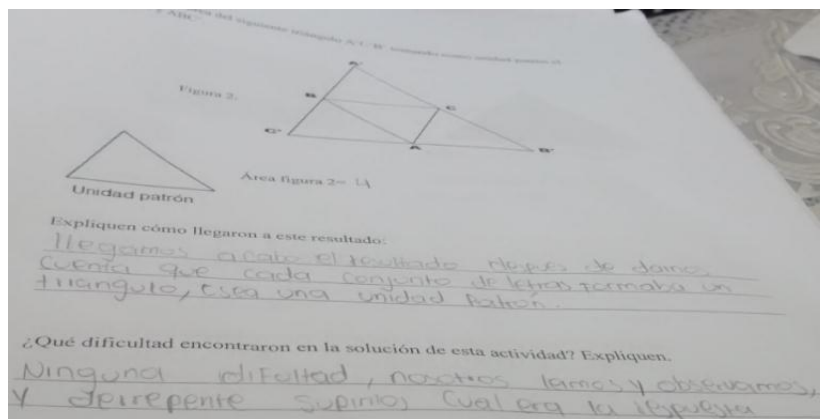


Ilustración 14: situación 1.

Este grupo respondió correctamente, aunque el procedimiento que aplicaron no fue el método dado, por lo tanto lo que hicieron ellos fue contar cada punto y observaron que cada tres puntos formaba una unidad patrón.

Para otros la manera de proceder era contar la unidad patrón la cual aclaran es un triángulo, aunque se les dificultó identificar la unidad patrón. Por ejemplo:

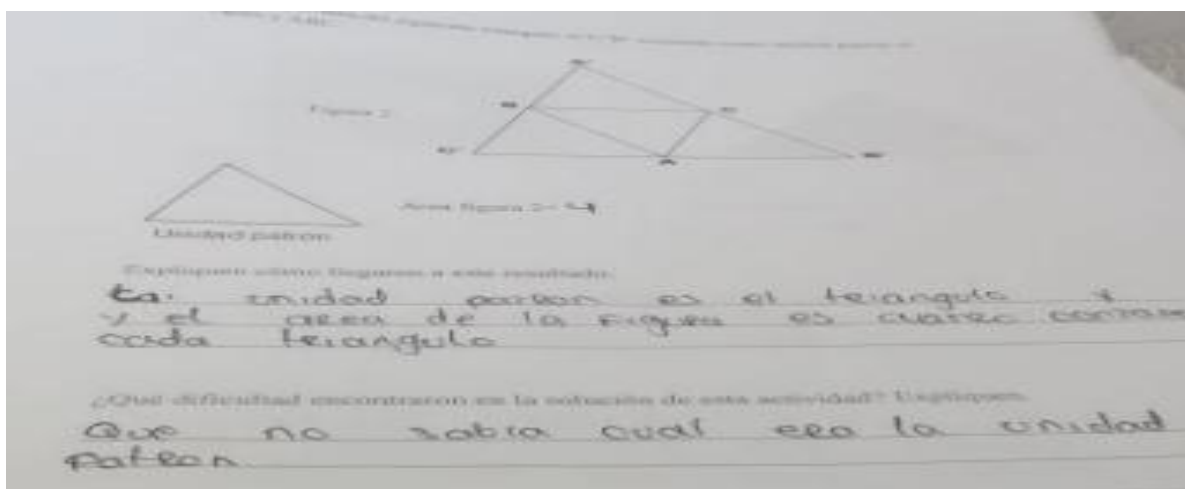


Ilustración 15: situación 1.

Y para algunos el método fue hacer conteo uno a uno de cada unidad patrón respecto a la figura, entendiéndose por superposición de figuras geométricas contar por cuántos está compuesto la figura.

Y para finalizar la situación 1, que se compone de la actividad 3 se debe aclarar que esta actividad se compone de dos figuras diferentes y unidades patrón

diferente, como ya se ha aclarado con anterioridad, y observando la información de la tabla 1 notamos que para la figura 3 se encontró que solo el 8% respondieron correctamente.

Por ejemplo, el grupo 13 responde que el área de la figura es 11, y que llegaron a ese resultado contando los cuadros pequeños, les dio 44, y lo dividieron entre 4 y les da 11.

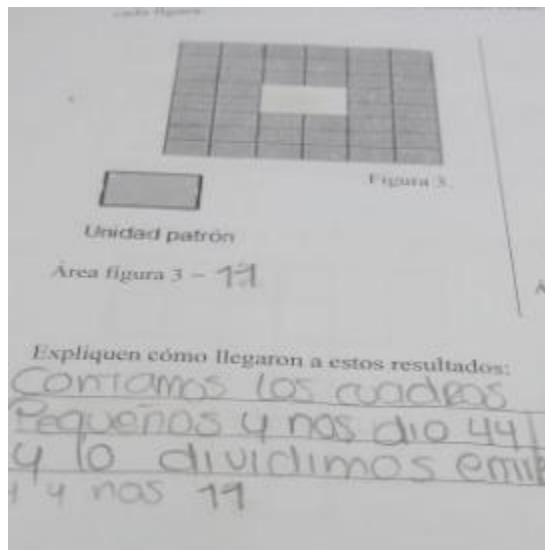


Ilustración 16: situación 1.

Este grupo de estudiantes fue el único que respondió correctamente, porque analizó que la unidad patrón era un poco mayor en tamaño respecto a cada cuadro que compone la figura, también observaron que cada unidad patrón a su vez está dividida por cuatro cuadros, entonces ellos luego de contar se dieron cuenta que debían dividir; en este cálculo estuvo la dificultad, al hacer uso del algoritmo de la división, por lo tanto tuvieron en cuenta el uso de la superposición de figuras geométricas, porque recubrieron la figura 3 con la unidad patrón.

Además, se les presentó un poco de dificultad porque tenían que dividir.

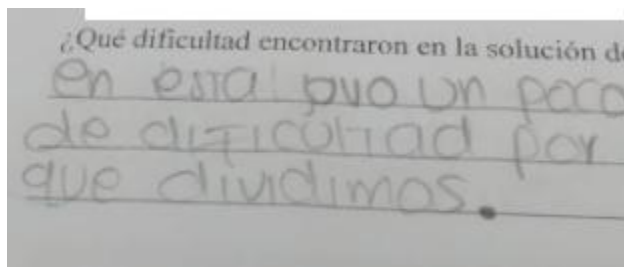


Ilustración 17: situación 1.

Por otro lado, está el 92% de los estudiantes que respondieron incorrectamente, los cuales en su mayoría responden que la manera de llegar al resultado incorrecto fue contar, pero las dificultades varían de acuerdo a la interpretación de cada grupo.

Por ejemplo, el grupo 7 respondió que el área de la figura 3 era 44, y que llegaron a ese resultado sumando, dividiendo y partiendo en cuatro a cada figura, además anexan que la dificultad fue entender el enunciado.

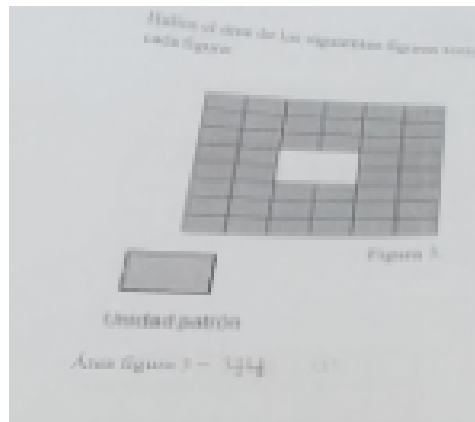


Ilustración 18: situación 1.

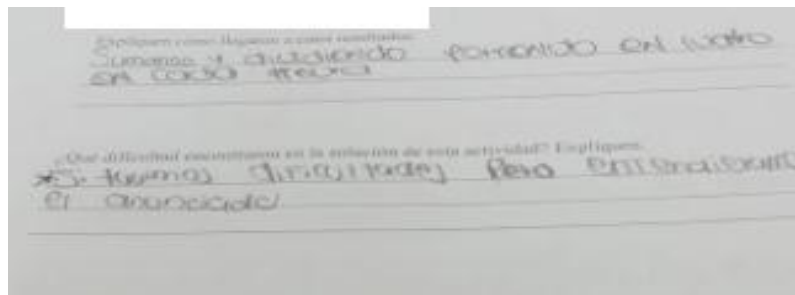


Ilustración 19: situación 1.

Este grupo no tuvo en cuenta el tamaño de la unidad patrón de ahí su resultado, y lo que hicieron fue utilizar el conteo uno a uno, sin tener en cuenta el tamaño de la unidad patrón, solo se basaron en la forma, no identificaron bien la unidad patrón.

También para los grupos (11, 12 y 8) el resultado fue 12 y cada grupo procede de distinta manera para llegar ese resultado.

Por ejemplo, el grupo 8 dice que contaron el cuadro más grande y los chiquitos, además que la dificultad era si contar el cuadro grande, además no sabían qué operación hacer.

En las ilustraciones que veremos a continuación se evidencia de alguna manera como entendieron la figura los estudiantes, cada color significa una unidad contada las cuales son 11 y a su vez ellos contaron la figura grande la de color rojo completo que contiene a cada unidad patrón.

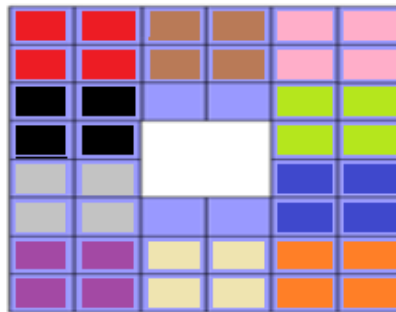


Figura 3.



Ilustración 20

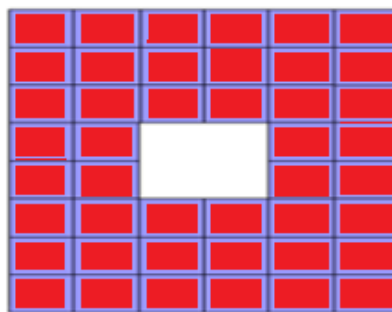


Figura 3.



Ilustración 21

Estos grupos llegaron a ese resultado utilizando conteo uno a uno, división de acuerdo el tamaño de la unidad patrón, pero a su vez los estudiantes también contaron la figura 3. Esto quiere decir que no entendieron el enunciado o pregunta

por se pedía determinar el área de acuerdo a la unidad patrón, no aplicaron la superposición de figuras. Y otros simplemente optaron por no responder, los cuales pudo ser cuestiones de tiempo, orden del grupo o no entendieron en lo absoluto la actividad.

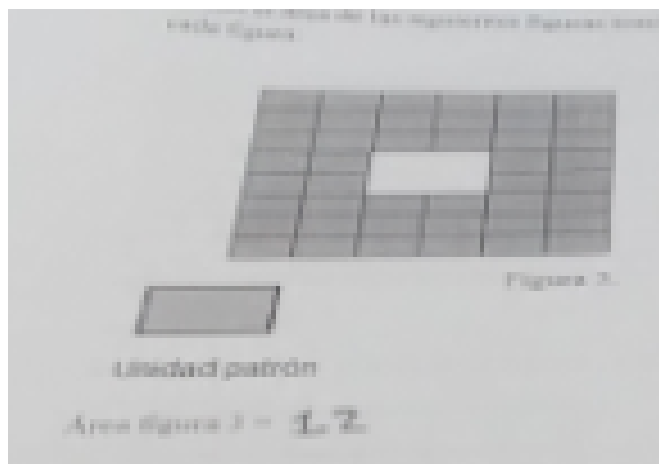


Ilustración 22: situación 1.

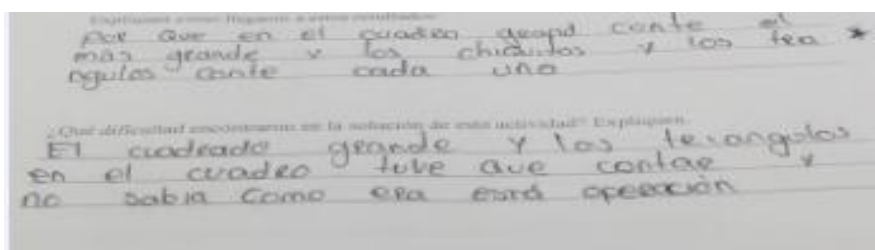


Ilustración 23: situación 1.

Para el caso de la figura 4, los resultados obtenidos fueron un 62% para los que respondieron correctamente al escribir que el área de la figura es 16. Y en su mayoría responden haber llegado a este resultado contando cada triángulo y para determinar el área de esta figura dicen no haber tenido ninguna dificultad. Estos estudiantes siguen utilizando el conteo uno a uno para saber el total que tiene la figura dada en su interior, fue claro el procedimiento utilizado.

En cambio, el 39% respondiendo incorrectamente, por ejemplo, hay un grupo de estudiantes conformado por el número 1, respondieron que el área de la figura 4 es  $9=7$ , y que la dificultad que encontraron era saber cómo hacerlo. Para

este grupo de estudiantes fue difícil entender la manera como llegaron a ese resultado pues no sabían cómo proceder.

Y para el grupo 4 la respuesta que dieron al área de la figura 4 es 17 porque cuentan los triángulos pequeños que conforman el interior de la figura los cuales son 16, más el triángulo grande que es el que conforma la figura dada. Además, aluden no haber tenido dificultad para resolver este ejercicio, pero para el primero sí. Este grupo de estudiantes a parte de contar la unidad patrón también tiene en cuenta la figura, porque presenta la misma forma de la unidad patrón.

Estos grupos simplemente optaron por diferentes maneras de proceder para llegar a ese resultado, por ejemplo el Para el grupo 9, la respuesta dada de área es 10, porque solo tienen en cuenta los triángulos que tienen la misma posición dada a la unidad patrón, y la dificultad al resolver la actividad fue encontrar la forma correcta de resolver. Esto quiere decir que no utilizaron la superposición de figuras geométricas, debieron haber hecho uso de los desplazamientos como es el caso de la rotación.

Y otros simplemente optaron por no responder, los cuales pudo ser cuestiones de tiempo, orden del grupo o no entendieron en lo absoluto la actividad.

### 3.4.2 Situación 2:

A continuación se presenta la tabla 2, de los resultados obtenidos en la situación 2 en cada una de las actividades, es necesario aclarar que el grupo de estudiantes estaba formado por un total de 39 estudiantes, obteniendo como 13 grupos y a cada grupo de estudiantes se le asignó un número.

| Actividad | 1           | 2           | 3           |             |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|           |             |             | Figura 3    | Figura 4    |
| Grupo 1   | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  |
| Grupo 2   | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  |
| Grupo 3   | No responde | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 4   | Correcta    | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  |
| Grupo 5   | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  |
| Grupo 6   | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  |



|          |             |            |             |             |
|----------|-------------|------------|-------------|-------------|
| Grupo 7  | Incorrecta  | Incorrecta | Incorrecta  | No responde |
| Grupo 8  | No responde | Correcta   | No responde | No responde |
| Grupo 9  | Incorrecta  | Incorrecta | No responde | No responde |
| Grupo 10 | Incorrecta  | Incorrecta | Incorrecta  | Incorrecta  |
| Grupo 11 | Correcta    | Incorrecta | Incorrecta  | Incorrecta  |
| Grupo 12 | Correcta    | Incorrecta | Incorrecta  | Incorrecta  |
| Grupo 13 | Correcta    | Incorrecta | Incorrecta  | Incorrecta  |

Tabla 3

Se presentan en la siguiente tabla los resultados en porcentajes de acuerdo a las respuestas correctas e incorrectas brindadas por los estudiantes para la situación 2:

| Situación 2               |             |             |             |        |
|---------------------------|-------------|-------------|-------------|--------|
| Respuestas En Porcentajes | Actividad 1 | Actividad 2 | Actividad 3 |        |
|                           |             |             | FIG. 3      | FIG. 4 |
| Buena                     | 31%         | 8%          | 0%          | 0%     |
| Mala                      | 69%         | 92%         | 100%        | 100%   |
| Total                     | 100%        | 100%        | 100%        | 100%   |

Tabla 4: situación 2.

Como se informó al inicio del trabajo este se compone de tres situaciones y a su vez cada situación se encuentra dividida en tres actividades, por lo tanto, se hace necesario analizar y repasar los resultados obtenidos en cada actividad para la situación 2.

Entonces se inicia con la actividad 1 para la cual el 31% de los estudiantes respondieron correctamente dando como área de la figura 1 de acuerdo a la unidad patrón 10. A lo cual cada grupo de estudiantes responden que llegaron de diferentes maneras a ese resultado, por ejemplo, el grupo 12 responde que llegaron a este resultado tomando la regla y trazando una diagonal a cada cuatro cuadros. Y que la dificultad hallada fue que no aparece el área de la figura por lo tanto colocaron el resultado al lado de la figura y de la unidad patrón. Por ejemplo:

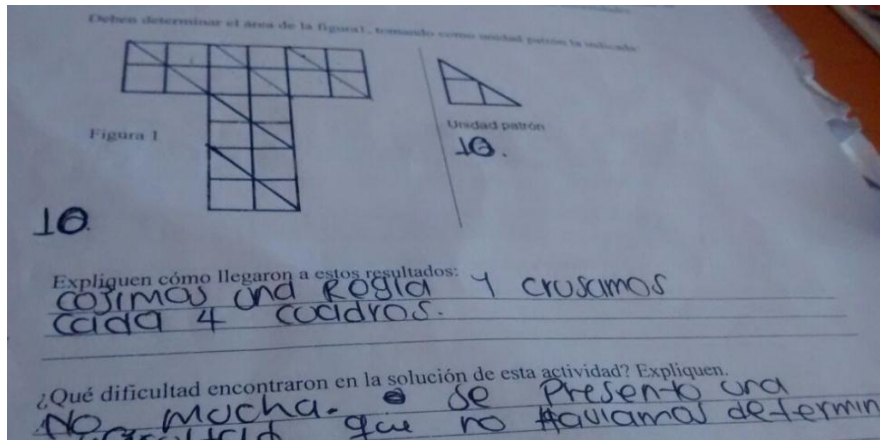


Ilustración 24: situación 2.

Estos estudiantes llegaron de diferentes maneras al resultado correcto, por ejemplo ellos dicen esta vez haber realizado trazos lineales en el plano, quiere decir de alguna manera está transformando la figura dada. Aunque la información en la actividad no era lo suficiente clara y completa porque la información que brindaba la parte de la figura le faltaba el enunciado área de la figura 1.

Para los grupos 11, 13 y 4 responden los estudiantes haber llegado a este resultado y dividiendo los cuatro cuadros a la mitad. Y además agregan no haber tenido ninguna dificultad, que se guiaron por la unidad patrón. Por ejemplo:

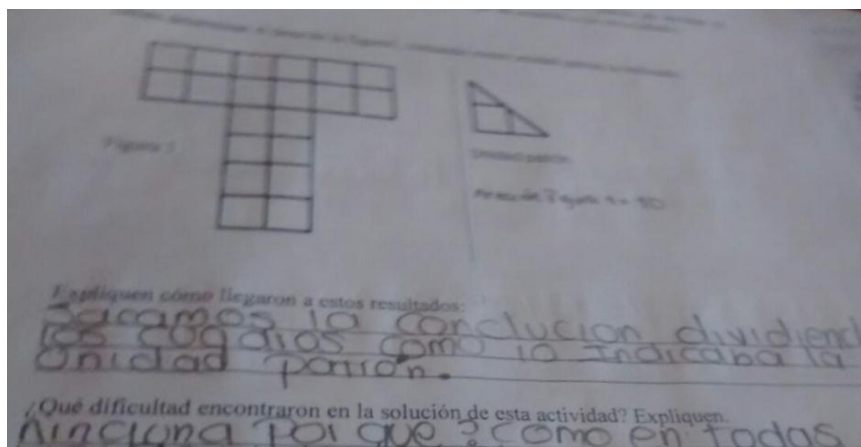


Ilustración 25: situación 2.

Estos estudiantes utilizan el conteo uno y observan que la unidad patrón se compone por dos cuadros y proceden a utilizar el algoritmo de la división.

El 69% de los estudiantes no respondieron o respondieron incorrectamente, para ello se les presentaran algunos ejemplos como observan a continuación. Por ejemplo, para los grupos 10 y 7 los estudiantes responden que el área de la figura 1 es 3, cada grupo de estudiantes responde que llegaron a ese resultado de diferentes maneras, para el grupo 10 escriben haber llegado a ese resultado colocándose de acuerdo y concluyeron leyendo el enunciado. Por ejemplo:

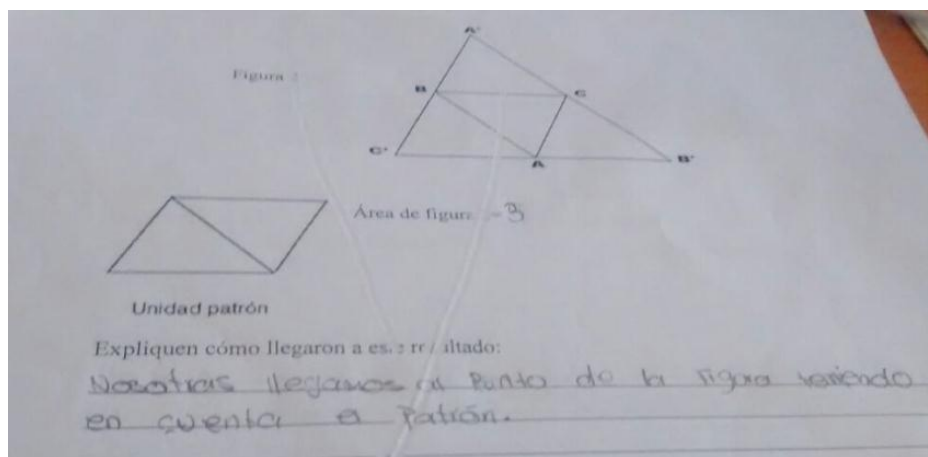


Ilustración 26: situación 2.

El grupo 7 responde que llegaron a este resultado sumando y contando la unidad patrón. Y la dificultad que encontraron ambos grupos era que no apareció el área de la figura 1 es igual, por lo tanto, tuvieron que escribirla. Presentan la misma dificultad la información en la actividad no estaba completa de acuerdo al grupo 12.

Para el grupo de estudiantes 1 responden que el área de la figura es 3 es igual a 9, diciendo que llegaron a ese resultado, partiendo y mirando si el resultado es bueno. Y no presentaron ninguna dificultad porque tomaron el área del patrón y se indica donde es. Por ejemplo:

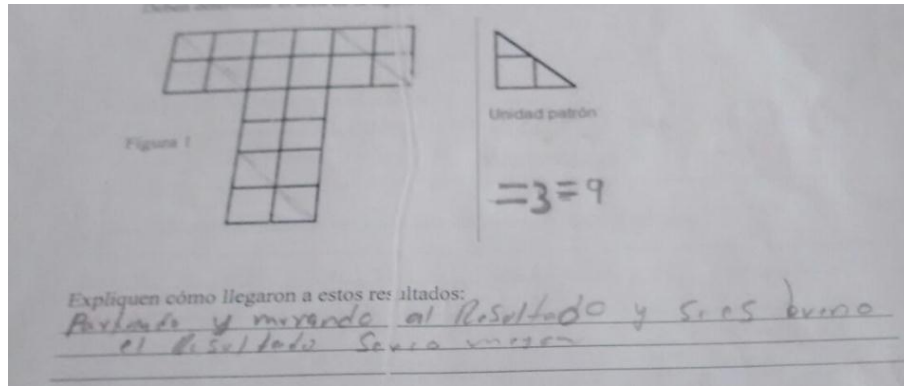


Ilustración 27: situación 2.

Este grupo de estudiantes no explica cómo llegó a este resultado incorrecto pues dicen no haber presentado dificultad y la información era clara y completa.

El grupo 9 responde que el área de la figura es 2, porque la figura o unidad patrón representa dos cuadros, y la dificultad hallada fue no encontrar el resultado. Por ejemplo:

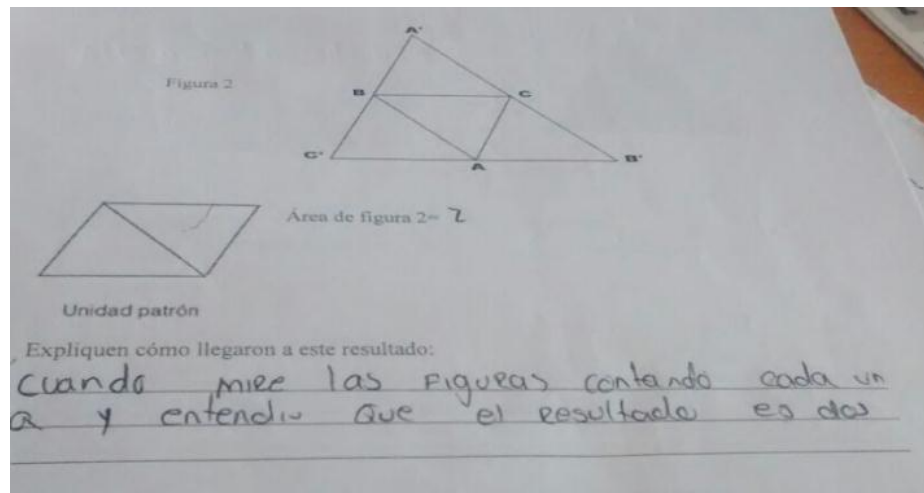


Ilustración 28: situación 2.

Este grupo de estudiantes no tuvo en cuenta que la figura 1 se podía dividir en más unidades patrón, solo se basaron en observar la unidad patrón y cómo se compone internamente esta.

Para el grupo 6 de estudiantes responden que el área de la figura 1 es 5, para llegar a ese resultado dicen que trazaron cada unidad patrón en la figura. La

dificultad que encontró este grupo fue trazar la unidad patrón porque esta se compone a partir de tres figuras. Por ejemplo:

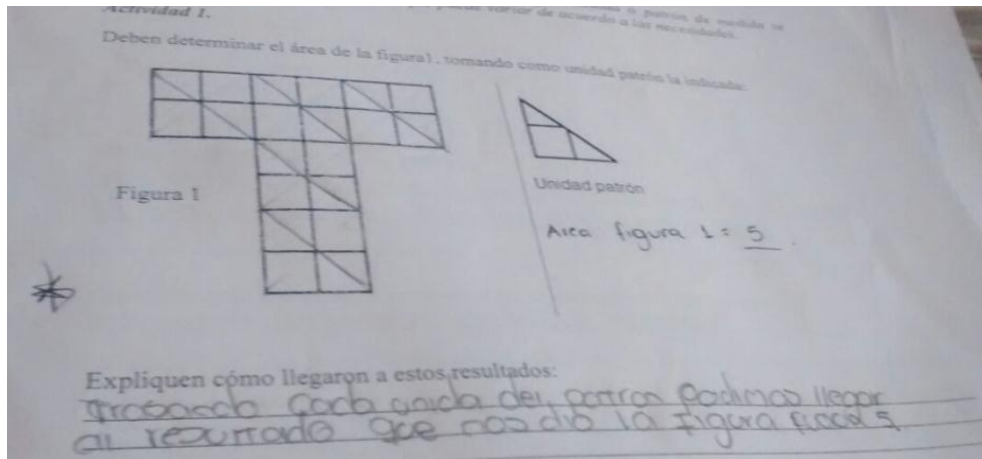


Ilustración 29: situación 2.

Para este grupo la manera de entender su resultado fue que los estudiantes hicieron trazos en la figura, pero solo tuvieron en cuenta a aquellos que tenían la misma posición, por lo tanto la dificultad fue entender que tenían que realizar desplazamientos en el plano.

Por otro lado, el grupo 2 responde que el área de a figura es  $\frac{1}{2}$  y que llegaron a ese resultado contando cada cuadro y dividiendo en dos. Para estos estudiantes fue difícil entender la unidad patrón. Por ejemplo:

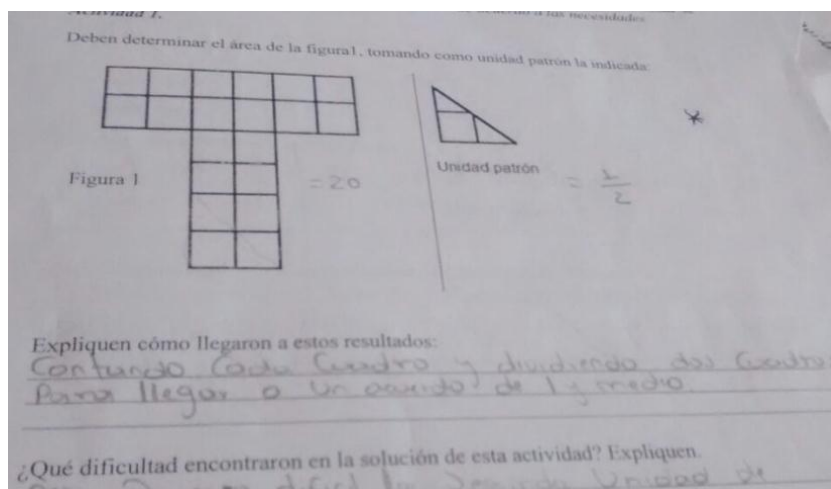


Ilustración 30: situación 2.

Este grupo de estudiantes tiene claro que la unidad patrón es la mitad de la figura pero no escribieron lo esperado que era 10.

Y otros simplemente optaron por no responder, los cuales pudo ser cuestiones de tiempo, orden del grupo o no entendieron en lo absoluto la actividad.

Para la actividad 2 de la situación dos se encontró que para la mayoría no fue fácil lograr ubicar la unidad patrón en la figura dada, porque solo el 8% llegó al resultado correcto, lo que quiere decir que un grupo de estudiantes respondió correctamente.

Por ejemplo, el grupo 8 responde que el área de la figura es 2, y argumentan que llegaron a ese resultado observando la figura y contando la unidad patrón, la dificultad para este grupo fue contar las figuras. Por ejemplo:

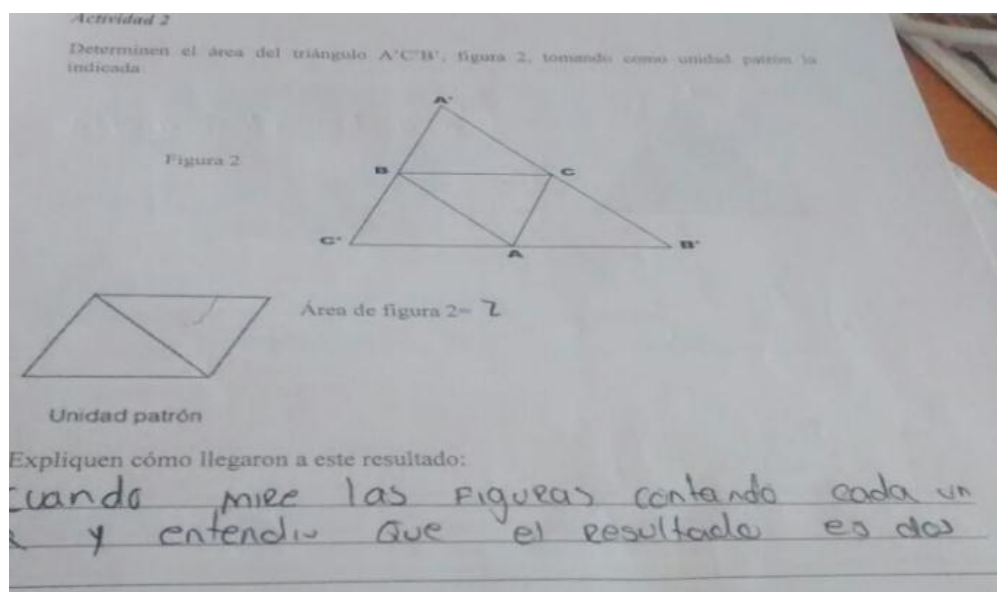
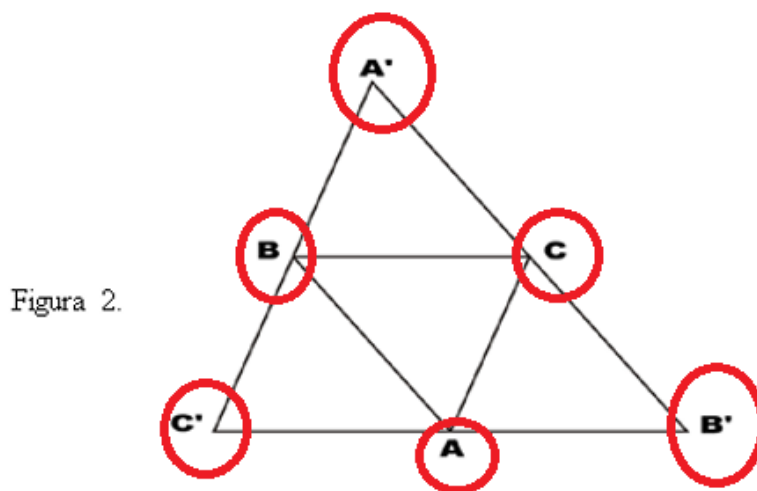


Ilustración 31: situación 2.

Este grupo de estudiantes fue el único que tuvo clara la manera de manera de proceder y entender la unidad patrón respecto a la figura.

El 92% de los estudiantes respondió incorrectamente, esto quizá se debe a dos cosas según lo observado la información que brinda la figura en vez de ayudarlos los confundió o quizás el enunciado no era claro.

Ahora nos encontramos con 6 grupos que llegan a la misma respuesta, la cual es que el área de la figura es 3; cada grupo varía su forma de proceder, pero internamente, después de observar los ejemplos que se les presenta a continuación podrán estar, de acuerdo conmigo que los estudiantes llegaron a este resultado, porque en la figura se encuentran ubicados algunos puntos, como observaremos a continuación:



Por ejemplo, para los grupos 4 y 12 la manera de llegar a ese resultado es muy parecida. El grupo 12 dice haber tomado dos triángulos como lo muestra la unidad patrón, y no presentaron dificultad alguna. Y para el grupo 4 dice haber unido dos clases de triángulos  $ABC$  y  $A'B'C'$ , además anexan haber tenido dificultad, pero no indican cual fue.

Por otro lado, el grupo 13 dice haber llegado a que el área es tres por las indicaciones de las letras, y dicen no haber tenido ninguna dificultad porque observaron la unidad patrón. Y para finalizar los ejemplos en esta actividad el grupo 7 responde haber llegado a que el área de la figura es 3 utilizando como

manera de proceder unir las parejas indicadas, y tampoco tuvieron dificultad todo estaba muy claro.

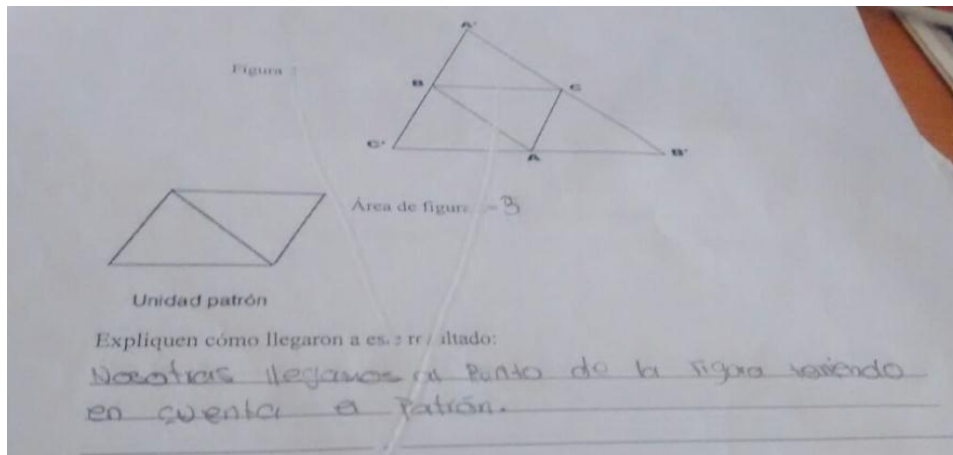


Ilustración 33: situación 2.

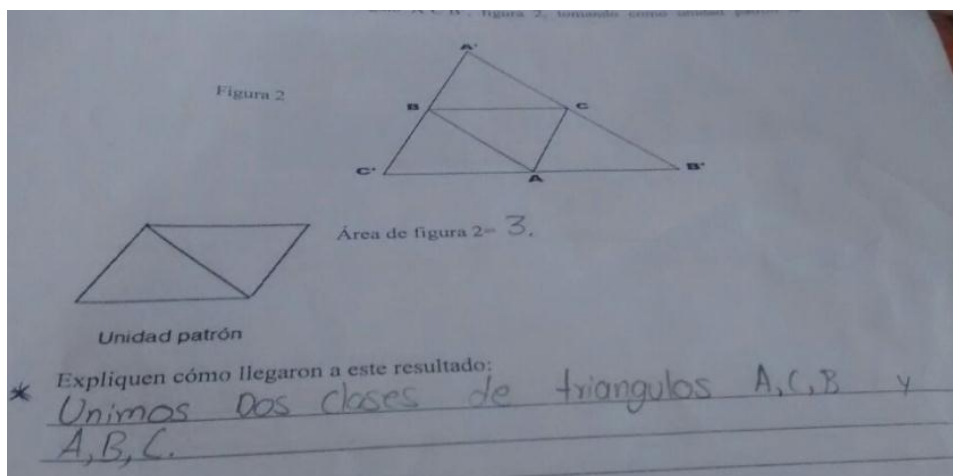


Ilustración 34: situación 2.

Por lo tanto este grupo de estudiantes, lo que hizo fue contar que la figura 2 que se compone de acuerdo a los puntos como se observa en la figura,  $C'BCA$ ,  $BACB'$  y  $ACA'B$  esto da un total de 3, para este caso si realizaron movimientos en el plano como son rotación y traslación.

Y para finalizar la situación 2 llegamos a la actividad tres, la cual presenta dos figuras por lo tanto se hablará de cada figura por separado. Entonces para la figura 3 los estudiantes respondieron en su totalidad incorrectamente, con un error del 100% en sus respuestas.



Las respuestas de los estudiantes fueron variadas de acuerdo a la interpretación que le dio cada grupo a la información dada.

Por ejemplo, para el grupo 4, el área de la figura 3 es igual a 10, y dicen haber llegado a este resultado contando las unidades patrón en cada figura, y dicen haber tendido todas las dificultades, pero no explican cuáles. Para el grupo 13, la respuesta dada de área es 14, llegaron a este resultado con ayuda de la unidad patrón. Y dicen haber tenido una dificultad, la cual fue hacer trazos con el lápiz para llegar a esa respuesta.

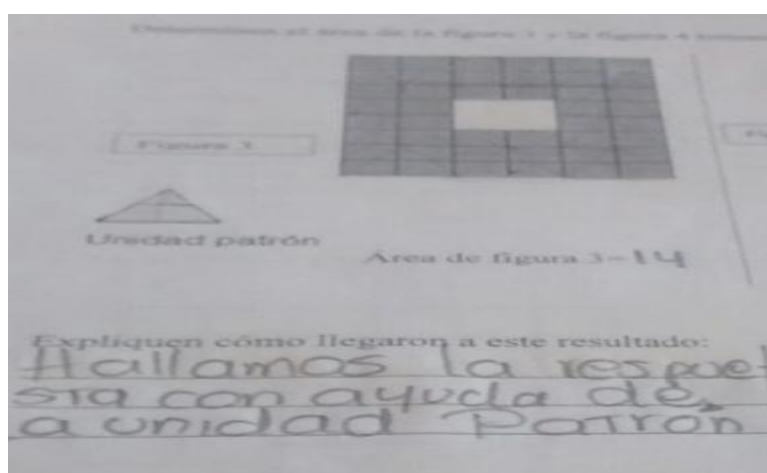


Ilustración 35: situación 2.

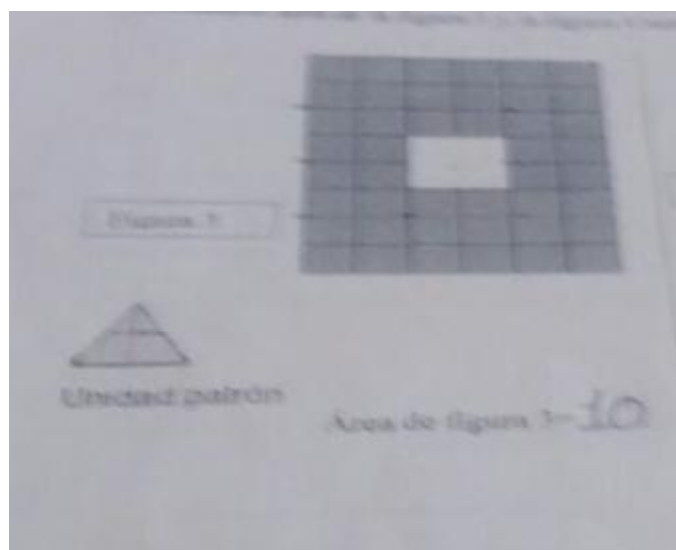
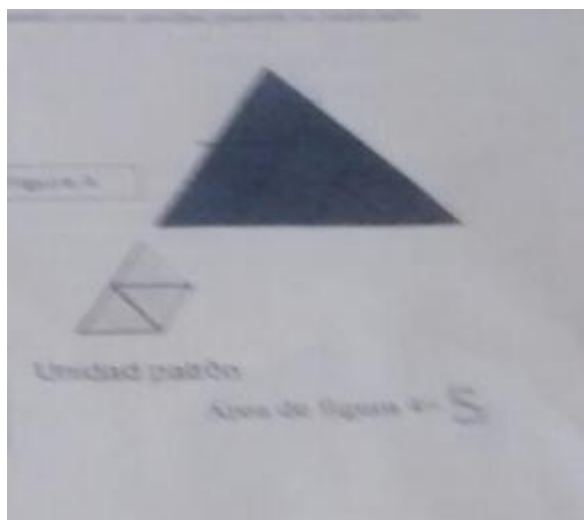


Ilustración 36: situación 2.

Para la figura 3 los resultados fueron incorrectos, en su mayoría no entendieron la manera de proceder respecto a la unidad patrón, por la forma y divisiones que presenta en su interior. Por lo tanto la información brindada por las figuras en esta actividad no fue clara según algunos.

Y para la figura 4, los estudiantes igual que la figura 3 respondieron en su totalidad incorrectamente, con un error del 100%. Para esta actividad, las respuestas fueron variadas por ejemplo hay una conformada por el grupo 4 el área de la figura 4 es igual a 5, lo cual es correcto de alguna forma, aunque les faltó aclarar que sobraba un triángulo, dicen haber llegado a ese resultado contando la unidad patrón en cada figura.



*Ilustración 37: situación 2.*

En cambio, para los grupos 12 y 11 llegan a que la respuesta del área de la figura 4 es igual a 6, donde la manera de proceder varía de acuerdo a la interpretación de cada grupo. Por ejemplo, el grupo 12, dice haber llegado a este resultado contando por 2, y que la dificultad presente era como determinar la unidad patrón en la figura. El grupo 11, responde haber llegado a este resultado dividiendo la unidad patrón en triángulos, además agregan no haber tenido ninguna dificultad.

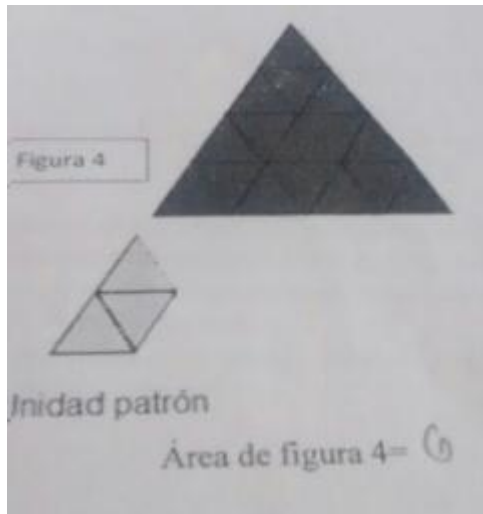


Ilustración 38: situación 2

Para finalizar esta situación, los grupos 10 y 13, responden que el área de la figura es 4. El grupo 13, llega a este resultado con ayuda de la unidad patrón y la dificultad presente fue trazar la unidad patrón en la figura. Y para el grupo 13 la manera de proceder fue tomar como ejemplo las actividades anteriores y así llegaron a esa conclusión. Además, anexan no haber presentado ninguna dificultad.

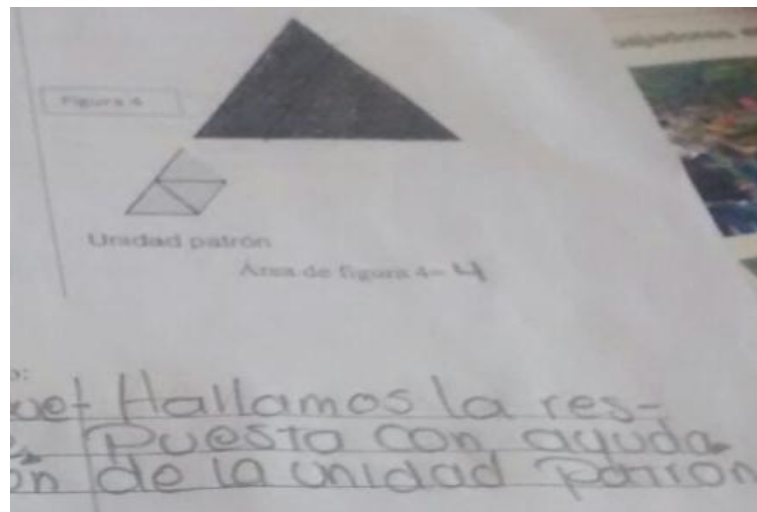


Ilustración 39: situación 2.

Todos estos estudiantes utilizan maneras de proceder distinta, usando el conteo, el algoritmo de la división, basándose en las actividades resueltas

anteriormente, no se percataron de observar que esta unidad patrón divide en tres triángulos y le sobra uno, por lo tanto, el resultado fue incorrecto.

### 3.4.3 Situación 3

A continuación se presenta la tabla 1, de los resultados obtenidos en la situación 1 en cada una de las actividades, es necesario aclarar que el grupo de estudiantes estaba formado por un total de 39 estudiantes, obteniendo como 13 grupos y a cada grupo de estudiantes se le asignó un número.

| Actividades | 1           | 2           | 3           |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|             |             |             | Figura 3    | Figura 4    |
| Grupo 1     | No responde | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 2     | No responde | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 3     | No responde | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 4     | Correcta    | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 5     | No responde | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 6     | Correcta    | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 7     | No responde | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 8     | No responde | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 9     | No responde | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 10    | No responde | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 11    | Correcta    | Incorrecta  | Incorrecta  | Incorrecta  |
| Grupo 12    | No responde | No responde | No responde | No responde |
| Grupo 13    | No responde | No responde | No responde | No responde |

Tabla 5

Y para finalizar las tres situaciones llegamos a analizar y revisar la situación 3, partiendo de la información que brinda la tabla a continuación:

| Situación 3               |             |             |             |        |
|---------------------------|-------------|-------------|-------------|--------|
| Respuestas En Porcentajes | Actividad 1 | Actividad 2 | Actividad 3 |        |
|                           |             |             | FIG. 3      | FIG. 4 |
| Buena                     | 23%         | 0%          | 0%          | 0%     |
| Mala                      | 67%         | 100%        | 100%        | 100%   |
| Total                     | 100%        | 100%        | 100%        | 100%   |

Tabla 6: situación 3.

Para esta situación es necesario aclarar que el tiempo no fue suficiente para el cierre de las misma, por eso nos encontramos que solo un grupo respondió

totalmente la situación 3, otro solo respondió la primera actividad de la situación 3 y otro respondió solo las áreas de la figura 1 pero no aclaró ninguna de las preguntas dadas que acompañaban la actividad 1 y el resto no respondieron por cuestión de tiempo dicen ellos.

Tanto el grupo 11, el 6 y el 4 respondieron correctamente el área de cada figura de acuerdo a la unidad patrón, porque lo que los estudiantes debían hacer era comparar las unidades patrón dadas en las dos situaciones anteriores, lo anterior equivale al 26%. Como dije anteriormente el grupo 6 ubicó las respuestas del área, pero no justificó como se observa en la siguiente imagen.

El grupo 4 responde que llegó a que el área con una unidad patrón es 20 y con la otra es 10 y que llegaron a ese resultado contando los cuadros dados y eso es 20 y en la para la unidad patrón 2 dividieron  $20/2 = 10$ . Y además anexan haber llegado a ese resultado siguiendo los pasos de los problemas anteriores. No se presentó ninguna dificultad, este grupo solo respondió la actividad 1.

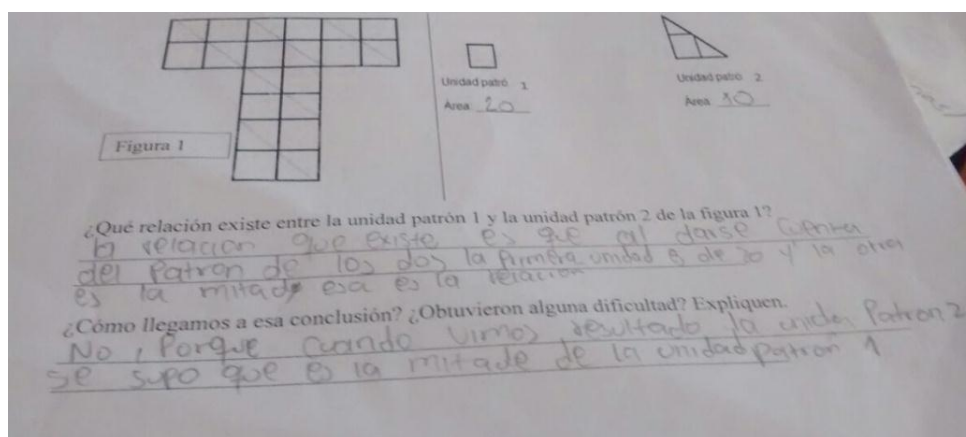


Ilustración 40: situación 3.

Para algunos fue claro que debían escribir los resultados obtenidos anteriormente, y la manera de comparar fue correcta por lo que debían observar y comparar esos resultados.

Para finalizar esta situación llegamos al grupo 11 quien respondió toda la situación, las tres actividades. Pero sus resultados e interpretaciones en esta situación no fueron claros.

Por ejemplo, para la actividad 1 responden que el área con la unidad patrón 1 es 20 y con la unidad patrón 2 es 10 y la relación es que una es la mitad de la otra, y llegaron a este resultado observando las dos unidades patrón.

Para la actividad 2, responden que el área de la figura de acuerdo a la unidad patrón 1 es 4 y con la unidad patrón 2 es 3, lo cual no es incorrecto, por eso el porcentaje de error en esta actividad es del 100%.

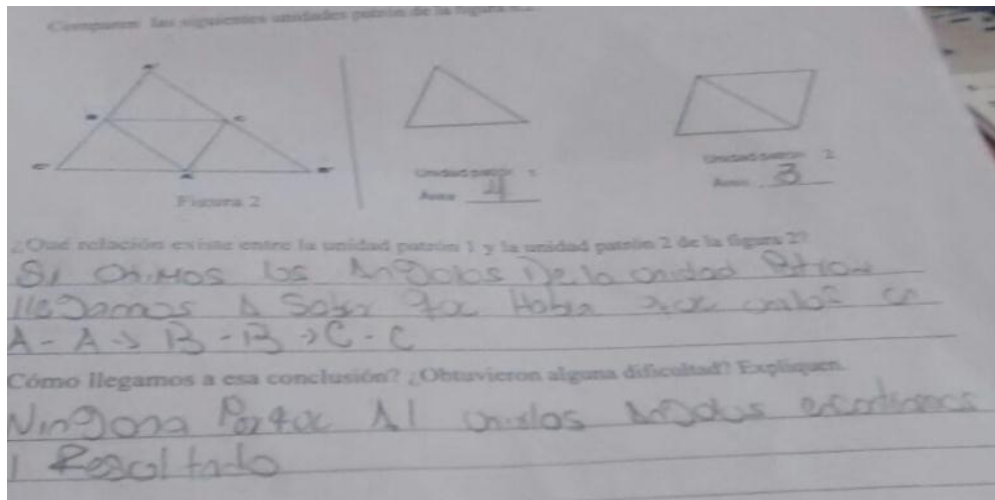


Ilustración 41: situación 3.

La manera como el grupo de estudiantes llegó a este resultado se debe a que "...unimos los ángulos, de la unidad patrón", como se observa en la siguiente imagen. No presentaron ninguna dificultad porque al unir los ángulos encontraron el resultado.

Para finalizar, responden que el área de la figura 3 de acuerdo a la unidad patrón 1 y 2 es 12 y dicen haber llegado a este resultado porque de la unidad patrón 1 se saca el triángulo, o sea la unidad patrón 2.

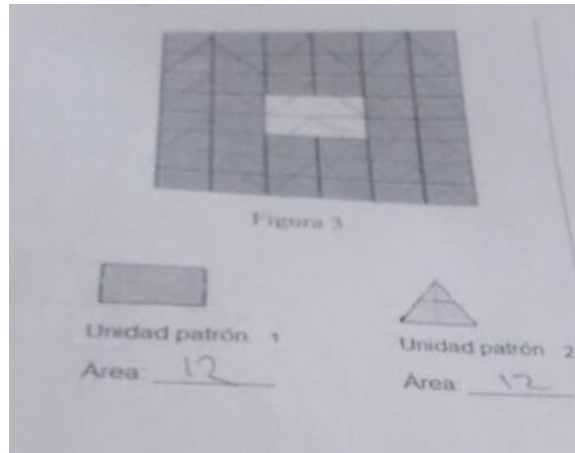


Ilustración 42: situación 3.

Y el área de la figura 4 de acuerdo a la unidad patrón 1 es 16 y de la unidad patrón 2 es 6, no responden si hay relación entre las unidades patrón, solo de que se compone cada una, por ejemplo, la unidad patrón se compone por un triángulo y la unidad patrón 2 por tres triángulos. Y se llegó a ese resultado observando, no se presentó ninguna dificultad.

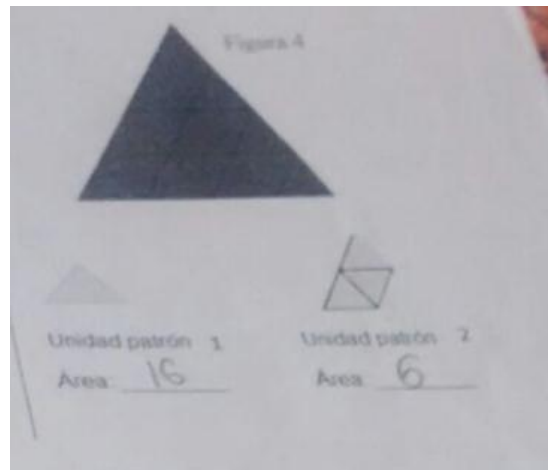


Ilustración 43: situación 3.

Como la idea de esta actividad era comparar las unidades patrón, con solo una que les dio un resultado incorrecto, se daña el proceso de la situación como tal.

Después de revisadas las tres situaciones se puede concluir de cada uno lo siguiente, de acuerdo a los resultados encontrados y la forma de proceder de los

grupos. Por ejemplo la situación 1, 2 y 3, se pudo determinar que las dificultades encontradas tuvieron que ver con la manera como se desarrollaron los enunciados para algunos grupos la información brindada en el texto no fue muy clara.

“A continuación, se presentan una serie de actividades, es necesario que por favor ilustren y comenten todo el proceso que emplearon para llegar a la solución. También deseamos conocer si existió algún tipo de dificultad para resolver las actividades, por lo que se pide que incluyan en sus respuestas esta información. Es necesario tener claro y recordar que la unidad de medida o patrón de medida se entiende como un valor establecido que puede variar de acuerdo a las necesidades”

Además, parece ser que la pregunta que la pregunta sobre determinar el área de la figura tomando como unidad patrón la indicada no fue clara, pues no entendieron cuál era la figura, cuál es la unidad patrón y cómo deberían proceder para el cálculo del área. Por ejemplo:

P: si señorita

G4 ¿es que no entiendo?

P: ¿Qué nos están preguntando?

G4: determine el área de la figura teniendo en cuenta la unidad patrón

P: ¿Cuál es la unidad patrón?

G4: la unidad patrón.

P: la unidad patrón.

G4: ¿es está?

“señalando la figura 1”

P: esa es la figura, ¿Cuál es la unidad patrón?

G4: es el cuadro

P: quiere decir que tenemos que revisar la unidad patrón 1 con la figura 1, cuantas veces aparece la unidad patrón, digamos en cuantas partes está dividida la figura 1 con respecto a la unidad patrón.

Esto evidencia entonces que la pregunta e información que brindaban las situaciones no fueron claras para los estudiantes. También queda claro que el texto define qué es unidad patrón se señala en la actividad y aun así es difícil para los estudiantes diferenciar entre la figura y la unidad patrón.

Por otro lado queda la inquietud si los estudiantes tenían claro que es área, esto quizá se deba a que en la mayoría de los colegios la parte geométrica no se trabaja y si se hace lo es muy someramente.



Aunque como se evidencia en este trabajo de investigación son muchas las maneras que existen de proceder para calcular el área de figuras geométricas, en este caso se pedía para el desarrollo de este trabajo la aplicación del método de superposición de figuras geométricas, el cual se usó en algunos casos pero en otros se dejaron guiar por la intuición y lo que ellos pensaban.

Para algunos casos la información de las actividades estaba incompleta por que no aparecía área de la figura 1 en la situación 2.

También es importante aclarar que la comunicación juega un papel importante en el desarrollo de este trabajo, porque la profesora les explicó lo que debían hacer y aun así ellos seguían sin entender; puede ser que el discurso utilizado por el docente no fue claro, o los estudiantes no estaban atentos en la clase para comprender, ya que se hace necesario que la profesora les diga que les están preguntado y ellos responden ¿qué? Vuelven a leer y siguen los vacíos cognitivos sobre lo que se les pregunta. Recordemos que para que el saber sea entendido o comprendido tanto docente como estudiante deben estar enfocados sobre lo mismo.

## CONCLUSIONES

Este trabajo de investigación buscó determinar si en el desarrollo de las actividades se podían presentar algunas dificultades, ya mencionados en este, como son: si los enunciados estaban bien escritos, si la información brindada en la actividad era clara y completa, si la aplicación del método de superposición permitía aplicar transformaciones y, si al finalizar todo esto generó algún aprendizaje sobre los estudiantes de grado sexto.

Por lo tanto los resultados obtenidos permiten concluir que:

- El lenguaje si influye en la comprensión de la noción de área a través de la superposición de figuras geométricas, porque el discurso estuvo mediado por docente-alumno-saber, y se evidenció que en su mayoría los estudiantes no comprendieron lo que el docente quiso comunicar, porque los estudiantes no tenían claro la noción a trabajar, y esto porque aprender tiene que ver con lo que pensamos y la manera como comunicamos este pensamiento.
- Los estudiantes de grado sexto no tenían conocimiento sobre el concepto de transformación, quiere decir que el método utilizado no era claro para ellos, pues al momento de resolver las actividades se pudo notar que proceden de distinta manera, en la mayoría de los casos utilizaron el conteo uno a uno, dejando de lado el método de superposición de figuras geométricas por lo tanto fue difícil para ellos entender que la unidad patrón podía desplazarse en el plano (rotar).
- Fueron muchos los grupos de estudiantes que se les dificultó la comprensión de los enunciados, porque no entendían lo que la actividad pedía desarrollar, era difícil comprender para ellos primero la noción de área, por otro lado distinguir la unidad patrón y la figura, aunque en las actividades se les señalaba claramente cuál era la figura y la unidad patrón.

En función de los resultados y conclusiones que se obtuvieron con la aplicación de las situaciones se recomienda lo siguiente:

- Es necesario hacer un seguimiento continuo con los estudiantes para verificar si después de las aplicaciones se había generado algún aprendizaje respecto al cálculo de la noción de área a través de la superposición de figuras geométricas.
- Capacitar de manera verbal a los estudiantes sobre el método de superposición de figuras geométricas, también sobre qué es unidad patrón y cómo se concibe la noción de área, esto porque la información brindada en el texto no fue entendida en su mayoría por los estudiantes.
- Buscar otros mecanismos de comunicación, que sean más del manejo de los estudiantes para la comprensión de una noción como es el caso de la del área.

## BIBLIOGRAFÍA:

Acosta, M (2010) Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa *ENSEÑANDO TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS CON SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA* [martin@matematicas.uis.edu.co](mailto:martin@matematicas.uis.edu.co) Escuela de Matemáticas Grupo Edumat-UIS. Universidad Industrial de Santander.

Cazau, P. Estilos de Aprendizaje: Generalidades En: [http://pcazau.galeon.com/guia\\_esti\\_01.htm](http://pcazau.galeon.com/guia_esti_01.htm)

Centro virtual de cervantes, *Recursos lingüísticos en la enseñanza de lenguas de especialidad*. [cvc.cervantes.es/lengua/aeter/conferencias/cabre.htm](http://cvc.cervantes.es/lengua/aeter/conferencias/cabre.htm)

Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Segunda edición. Traducción Vega M., 1999. Cali-Colombia.

Euclides. (1970) *Elementos*, en: *Científicos Griegos*. Recopilación Luis Vega. Madrid España.

Fregona D. (2013) *Una propuesta de análisis para la preparación y gestión de clases de matemáticas*. Cuadernos de Educación.

LEIBNIZ, G. W. (1995) *La caractéristique géométrique*. Paris: Vrin.

Mapallo. D. y Romero. J. (2011) *La transposición Didáctica de la noción de área a partir del análisis de los programas y propuestas curriculares*. Trabajo de Grado. Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Cali Valle.

Marmolejo, G. (2007). *Algunos Tópicos a tener en cuenta en el Aprendizaje del Registro Semiótico de las figuras Geométricas: Procesos de Visualización Y Factores de Divisibilidad*. Tesis de Maestría en Educación. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía, Santiago de Cali.

Niño, V. (2007) *Fundamentos de Semiotica y Lingüística*

Ministerio de Educación Nacional. *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. (1998). Santafé de Bogotá. Recuperado el 10 de Noviembre del 2010 en: [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)

Ministerio de Educación Nacional (2014) *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*.

Moriena, S. (2003). *Transformaciones Rígidas Del Plano*. Facultad de Humanidades y Ciencias-UNL-Santa Fe. Tomado de [www.soarem.org.ar/Documentos/31%20Moriena.pdf](http://www.soarem.org.ar/Documentos/31%20Moriena.pdf)

Ortega, J.Fco. y Ortega, J.A. (2001): “*Matemáticas: ¿Un problema de lenguaje?*”. Acta de IX Jornadas de ASEPUMA. Tomado de [www.uv.es/asepuma/X/I17c.pdf](http://www.uv.es/asepuma/X/I17c.pdf).

Williams Noel Uribe y Norma Di Franco septiembre del 2013 “NO ES LO QUE PARECE DE PERIMETROS, ÁREAS Y VOLUMENES”, Practicas Intensivas de Formación de Profesorado en la Universidad Nacional de Pampa, , Montevideo – Uruguay,

Piaget, J. (1930). *Etudes Sur La Logique De l’Enfant 1, Le Langage Et La Pensée Chez l’Enfant*. Neuchatel: Delachaux Et Niestlé.

Sffard, A. (2008) *Aprendizaje de las Matemáticas Escolares desde un enfoque Comunicacional*, Programa Editorial Universidad del Valle. Primera edición. Impreso en Artes Gráficas del Valle Ltda. Cali, Colombia.

Teun A. Van Dijk. (2000) *El Discurso como Interacción Social*. Editorial Gedisa, S.A. Barcelona España.

Turegano, M, P. (1993) *De La Noción De Área a Su Definición*. Colección Ciencia Y Técnica, Edita: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Castilla – La Mancha.

Valdés, L. (1995). *La búsqueda del significado*. Pág 9. Universidad de Murcia. Segunda edición. Editorial TECNOS. Madrid (España).

Vigostky, L. (1993). *Pensamiento Y Lenguaje*. Barcelona, Ed. Pablo del Río, Tomo II de sus obras selectas.

Williams N. y Norma D. septiembre del 2013. “NO ES LO QUE PARECE DE PERIMETROS, ÁREAS Y VOLUMENES” Practicas Intensivas de Formación de Profesorado en la Universidad Nacional de Pampa, Montevideo – Uruguay.

## ANEXOS

Este protocolo se desarrolló por medio de unos videos y fotos que se tomaron en el desarrollo de las situaciones.

Para poder entender el protocolo, lo que dice la profesora lo denotaremos con la letra (P) y la intervención de los estudiantes como están organizados en grupos se denotara con la letra (G) y (E) estudiantes en general.

P: como han estado.

E: bien gracias a Dios ¿y usted?

P: muy bien se pueden sentar.

E: gracias.

P: como se les había comentado la clase pasada, hoy necesitamos la colaboración de todos ustedes, para realizar un proyecto de trabajo de grado, el proyecto o trabajo que ustedes van a realizar está dividido en tres situaciones.

(La profesora empieza a enseñar cada una de las situaciones rápidamente a los estudiantes)

P: la situación 1, cuenta con tres actividades. (la enseña)

P: la situación 2, también cuenta con tres actividades (las enseña)

P: y por último la situación 3, para cada situación le vamos a dedicar de 15 a 20 minutos, lo que quiere decir que el día de hoy vamos a resolver la situación 1 y la 2, por favor se organizan en grupos de 4 estudiantes.

(Los estudiantes se empiezan a organizar)

E: profe mire

E2: profe no se puede de cuatro

P: si se puede

(Se entregan las situaciones a los grupos que ya se han organizado)

E3: profe deme una hoja aquí

P: como ven nos dice grado sexto, le vamos a colocar grado 6-5 y donde dice nombre ubican los nombres de los tres o cuatro integrantes del grupo y la

fecha del día de hoy, cualquier inquietud por favor levantan la mano y con gusto me acerco.

G1: el nombre de los tres no más.

P: la primera situación solamente, recuerden que la primera situación tiene tres actividades, actividad 1, actividad 2 y actividad 3 ahí terminamos, necesitamos que sean muy claros en la explicación,

G2: profe ¿qué hay que hacer aquí?

P: que dice ahí, determine el área de la figura teniendo en cuenta la unidad patrón.

(La profesora señala la unidad patrón y la figura en la actividad del grupo)

G2: contamos ¿contar los cuadros que hay?

P: aja

G3: profesora ¿nos explica?

P: recuerden que esto es desde matemáticas.

(La profesora aclara esto porque es la docente de estadística de los estudiantes)

P: entonces les están diciendo, determinen el área de la siguiente figura, tomando en cuenta la unidad patrón.

(La profesora señala la unidad patrón)

G3: contar, contar una por una.

P: si señorita

G4 ¿es que no entiendo?

P: ¿Qué nos están preguntando?

G4: determine el área de la figura teniendo en cuenta la unidad patrón

P: ¿Cuál es la unidad patrón?

G4: la unidad patrón.

P: la unidad patrón.

G4: ¿es está?

“señalando la figura 1”

P: esa es la figura, ¿Cuál es la unidad patrón?

G4: es el cuadro

P: quiere decir que tenemos que revisar la unidad patrón 1 con la figura 1, cuantas veces aparece la unidad patrón, digamos en cuantas partes está dividida la figura 1 con respecto a la unidad patrón.

P: ¿Qué te están preguntado?

G5: determinar el área de la figura teniendo en cuenta la unidad patrón

P: ¿Cuál es la figura?

G5: ¿cómo así?



Nombres de los integrantes del grupo: Yanika Mosquera Reyes,  
Yulisa Mosquera, Michael Vasquez.

**Situación 1.**

A continuación se presentan una serie de actividades, es necesario que por favor ilustren y comenten todo el proceso que emplearon para llegar a la solución. También deseamos conocer si existió algún tipo de dificultad para resolver las actividades, por lo que se pide que incluyan en sus respuestas esta información.

Es necesario tener claro y recordar que la unidad de medida o patrón de medida se entiende como un valor establecido que puede variar de acuerdo a las necesidades.

**Actividad 1.**

Determinen el área de la siguiente figura, tomando como unidad patrón la que se indica

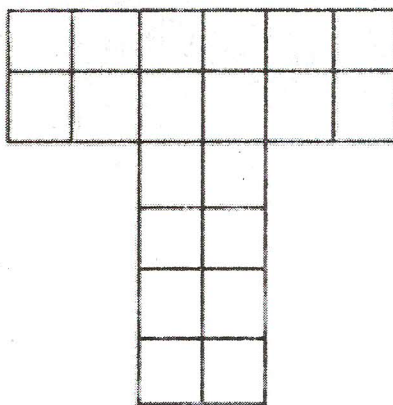


Figura 1.



Unidad patrón

Área figura 1 = 20

Expliquen cómo llegaron a este resultado:

Contamos la unidad patrón

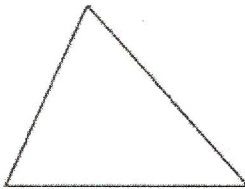
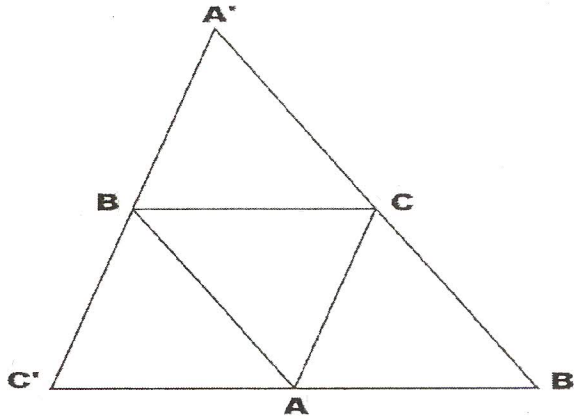
¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.

No tuvimos dificultad, por que al leer la actividad caimos en cuenta que habia que contar los cuadros que se encontraba en la figura.

Actividad 2.

Determinen el área del siguiente triángulo  $A'B'C'$  tomando como unidad patrón el triángulo  $ABC$ .

Figura 2.



Unidad patrón

Área figura 2 = 4

Expliquen cómo llegaron a este resultado:

Llegamos a cabo el resultado después de darnos cuenta que cada conjunto de letras formaba un triángulo, esea una unidad patrón.

¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.

Ninguna dificultad, nosotros lemos y observamos, y de repente supimos cual era la respuesta

Actividad 3.

Hallen el área de las siguientes figuras tomando como unidad patrón la que se indica para cada figura:

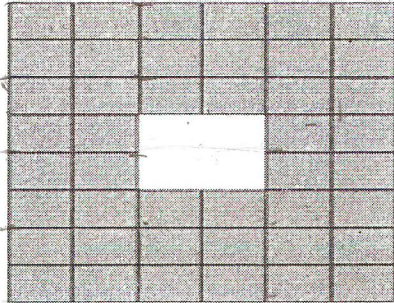


Figura 3.



Unidad patrón

Área figura 3 = 12

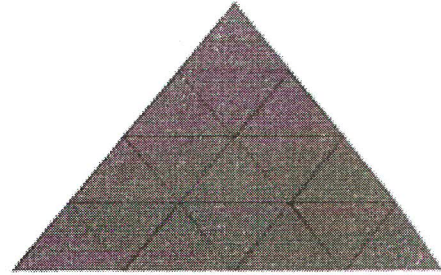


Figura 4.



Unidad patrón

Área figura 4 = 16

Expliquen cómo llegaron a estos resultados:

Llegamos a este resultado de acuerdo a la unidad Patrón

¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.

Ninguna, Pues lo que había que hacer era contar

Fecha: \_\_\_\_\_

Nombres de los integrantes del grupo: \_\_\_\_\_

**Situación 2**

A continuación se presentan una serie de actividades, es necesario que por favor ilustren y comenten todo el proceso que emplearon para llegar a la solución. También deseamos conocer si existió algún tipo de dificultad para resolver las actividades, por lo que se pide que incluyan en sus respuestas esta información.

Es necesario tener claro y recordar que la unidad de medida o patrón de medida se entiende como un valor establecido que puede variar de acuerdo a las necesidades.

**Actividad 1.**

Deben determinar el área de la figura 1, tomando como unidad patrón la indicada:

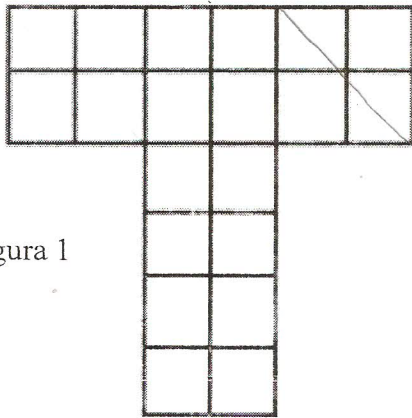
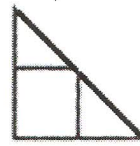


Figura 1



Unidad patrón

área = 10

Expliquen cómo llegaron a estos resultados:

llegamos a este resultado dividiendo los  
cuadros de 4

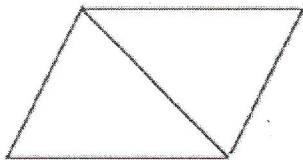
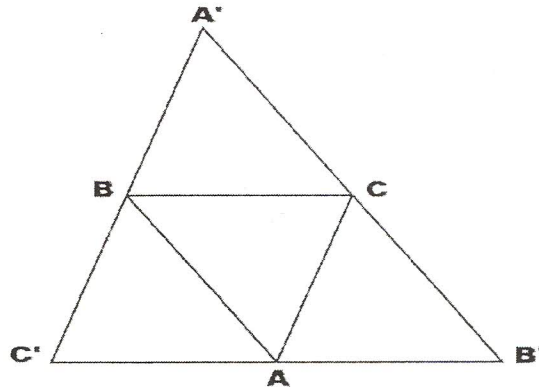
¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.

Ninguna por que nos guiamos de la  
unidad patrón

Actividad 2

Determinen el área del triángulo  $A'C'B'$ , figura 2, tomando como unidad patrón la indicada:

Figura 2



Área de figura 2 = 3

Unidad patrón

Expliquen cómo llegaron a este resultado:

Guardamos por la unidad patrón

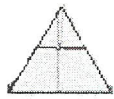
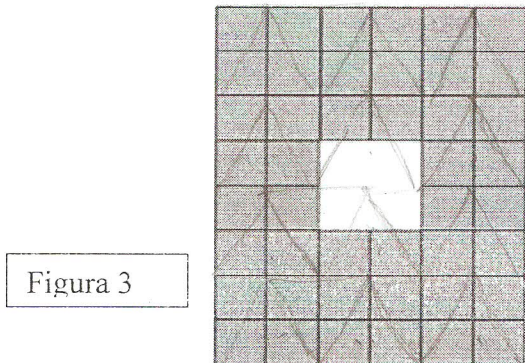
¿Qué dificultad encontraron en la solución de esta actividad? Expliquen.

Ninguna por que observamos y leímos y encontramos la solución



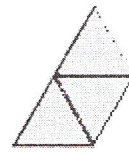
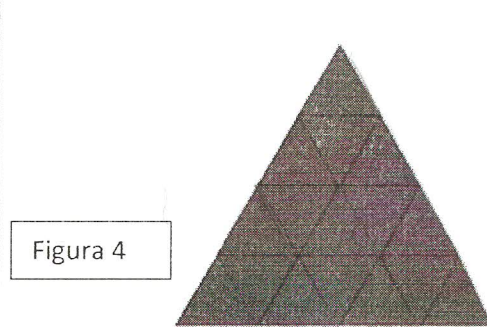
Actividad 3

Determinen el área de la figura 3 y la figura 4 tomando como unidad patrón la indicada:



Unidad patrón

Área de figura 3 = 20



Unidad patrón

Área de figura 4 = 18

Expliquen cómo llegaron a este resultado:

Llegamos a el resultado Dividiendo la Unidad Patrón en triángulo

¿Qué dificultad encontró en la solución de esta actividad? Expliquen.

Ninguna

Nombres de los integrantes del grupo: \_\_\_\_\_

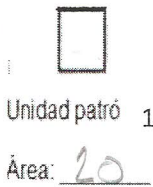
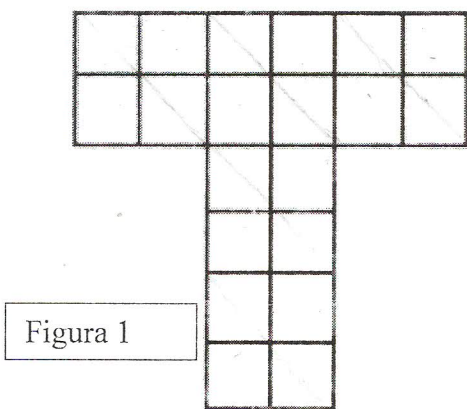
**Situación 3:**

En esta tercera parte de las actividades lo que queremos es que ustedes comparen la unidad patrón con el fin de saber cuántas veces hace la una en la otra en la figura (1, 2, 3 y 4). Es necesario que ilustren y comenten todo el proceso que emplearon para llegar a la solución. También deseamos conocer si existió algún tipo de dificultad para resolver las actividades.

Es necesario tener claro y recordar que la unidad de medida o patrón de medida se entiende como un valor establecido que puede variar de acuerdo a las necesidades

**Actividad 1**

Comparen las siguientes unidades patrón de la figura 1.



¿Qué relación existe entre la unidad patrón 1 y la unidad patrón 2 de la figura 1?

la relación que existe es que al darse cuenta del patrón de los dos la primera unidad es de 20 y la otra es la mitad esa es la relación

¿Cómo llegamos a esa conclusión? ¿Obtuvieron alguna dificultad? Expliquen.

No, porque cuando vimos resultado la unidad Patrón 2 se supo que es la mitad de la unidad patrón 1.

Actividad 2

Comparen las siguientes unidades patrón de la figura n.2.

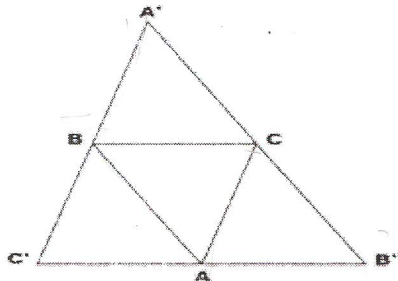
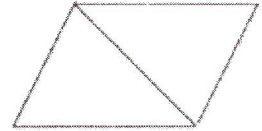


Figura 2



Unidad patrón 1

Área 4



Unidad patrón 2

Área: 3

¿Qué relación existe entre la unidad patrón 1 y la unidad patrón 2 de la figura 2?

Si miramos los ángulos de la unidad patrón llegamos a saber que había que mirar en A - A → B - B → C - C

¿Cómo llegamos a esa conclusión? ¿Obtuvieron alguna dificultad? Expliquen.

Ninguna porque al mirar los ángulos encontramos el resultado



Actividad 3

Comparen las siguientes unidades patrón de la figura n.3 y la figura n. 4.

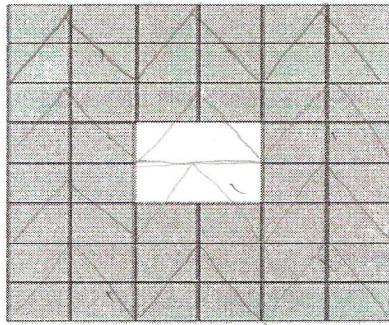


Figura 3



Unidad patrón 1

Área: 12



Unidad patrón 2

Área: 12

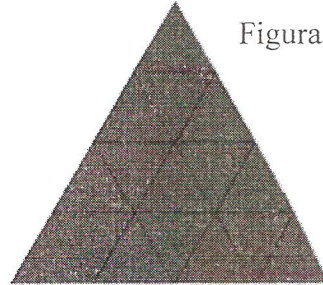
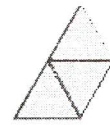


Figura 4



Unidad patrón 1

Área: 16



Unidad patrón 2

Área: 6

a. ¿Qué relación existe entre la unidad patrón 1 y la unidad patrón 2 de la figura 3?

Que de la unidad patrón 1 se saca el triángulo o sea la unidad patrón 2

b. ¿Cómo llegamos a esa conclusión? ¿Obtuvieron alguna dificultad? Expliquen.

No tuvimos ninguna dificultad nos dimos cuenta observando.

c. ¿Qué relación existe entre la unidad patrón 1 y la unidad patrón 2 de la figura 4?

que tienen 3 triángulos en la unidad patrón 2 y en la unidad patrón 1 es muy fácil identificarlo

d. ¿Cómo llegamos a esa conclusión? ¿Obtuvieron alguna dificultad? Expliquen.

llegamos a la conclusión observando, no tuvimos ninguna dificultad pues es muy fácil resolverlo