



APRENDIZAJE DE LA TRANSFORMACIÓN DE ROTACIÓN EN UNA  
SECUENCIA DIDÁCTICA QUE INTEGRA “CABRI GEOMETRY II PLUS” EN 5º  
DE EDUCACIÓN BÁSICA

CAROLINA RIASCOS MONTAÑO  
0654086

JULISSA PEÑA GARCIA  
0654007

UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
BUENAVENTURA  
2012

APRENDIZAJE DE LA TRANSFORMACIÓN DE ROTACIÓN EN UNA  
SECUENCIA DIDÁCTICA QUE INTEGRA CABRI *GEOMETRY II PLUS* EN 5º DE  
*EDUCACIÓN BÁSICA*

CAROLINA RIASCOS MONTAÑO  
0654086

JULISSA PEÑA GARCIA  
0654007

Trabajo de Grado para optar por el título de  
Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

Asesora

MARISOL SANTACRUZ RODRIGUEZ

UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
BUENEVENTURA  
2012

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi hijo Héctor Andrés, pilar fundamental de mi inspiración para seguir adelante; quiero que vea en mí el mejor ejemplo a seguir.

A mi madre Miriam M. por sus sacrificios y esfuerzos para hacer de mí una mejor persona cada día.

**Carolina Riascos Montaña**

Dedico este trabajo a mis madres Maritza García y María Rivas, quien ha puesto todo su empeño por sacarme adelante ofreciéndome su apoyo incondicional.

A mis hermanas y Fernando Cuero por toda su colaboración y esfuerzos que me han brindado.

**Mahuren Julissa Peña García**

## AGRADECIMIENTOS

Las autoras agradecen en primer lugar a Dios nuestro señor ya que sin él nada es posible.

A nuestra tutora Marisol Santacruz por su acompañamiento en este proceso y sus buenas recomendaciones, las cuales nos sirvieron mucho para culminar con éxito este trabajo.

A nuestros evaluadores y profesores Alexander Parra y Jorge Galeano por su acompañamiento y recomendaciones.

*A los estudiantes, profesores y directivos del colegio Nuestra Señora de la Sabiduría, ubicada en la zona urbana de Buenaventura, por su disponibilidad de tiempo, espacio y logística necesaria para realizar la parte experimental de este trabajo.*

*Finalmente agradecemos a nuestros padres y demás familiares por estar con nosotras en este arduo proceso, brindándonos su apoyo incondicional.*

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN .....	7
INTRODUCCIÓN .....	8

### **CAPÍTULO I**

#### ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	10
-------------------------------------	----

### **CAPÍTULO II**

#### MARCO TEÓRICO

2.1 DIMENSIÓN MATEMÁTICA: La transformación de rotación.....	14
2.1.1 Congruencia como propiedad invariante .....	15
2.1.2 Rotación o Giro.....	17
2.2 DIMENSIÓN DIDÁCTICA.....	20
2.2.1 Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) .....	20
2.3 Integración de las TIC a la enseñanza de las matemáticas .....	22
2.4. DIMENSIÓN COGNITIVA.....	23
2.4.1 Instrumento diferente de artefacto.....	23
2.4.2 Génesis instrumental.....	25

### **CAPÍTULO III**

#### ANÁLISIS A PRIORI DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

3.1 Diseño Metodológico .....	27
3.2 Variables didácticas que orientan el diseño.....	29
3.3 Análisis a priori situación 1: Rotar.....	31
3.4 Análisis a priori situación 2: ¿qué pasa con estas figuras? .....	33
3.5 Análisis a priori situación 3: por el camino amarillo .....	34
3.6 Análisis a priori situación 4: la flor .....	35
3.7 Análisis a priori situación 5: rosetón .....	36
3.8 Análisis a priori situación 6: loco rosetón.....	37
3.9 Análisis a priori situación 7: círculos en parejas .....	38

## **CAPÍTULO IV**

### **ANÁLISIS A POSTERIORI**

4.1 Análisis a posteriori situación 1: Rotaro.....	40
4.2 Análisis a posteriori situación de la situación 2: ¿qué pasa con estas figuras? .	43
4.3 Análisis a posteriori de situación 3: por el camino amarillo.....	45
4.4 Análisis a posteriori de la situación 4: ¿qué había antes de aplicar la macro y qué pasó después? .....	46
4.5 Análisis a posteriori de la situación 5. ¿Cómo sabemos que esta figura es un rosetón? .....	49
4.6 análisis a posteriori de la situación 6. ¡Modifiquen la figura para que sea un rosetón! .....	50
4.7 análisis a posteriori de la situación 6. ¿Cuál es la pareja de cada círculo? .....	51
5. ANÁLISIS GENERAL DE LA APLICACIÓN DE LA SECUENCIA .....	54

## **CAPÍTULO V**

### **CONCLUSIONES Y REFLEXIONES**

6. BIBLIOGRAFÍA .....	59
7. ANEXOS.....	61

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Correspondencia de AB mediante una traslación .....	18
<b>Figura 2.</b> Rotacion de AO mediante un ángulo $\alpha$ .....	22
<b>Figura 3.</b> Relación de dos figura con centro en O y angulo $\alpha$ .....	22
<b>Figura 4.</b> Relación de F y F' por medio de una rotación con un ángulo $\alpha$ . .....	22
<b>Figura 5.</b> Composicion de dos rotaciones con centro distintos .....	23
<b>Figura 6.</b> Composición de dos simetrías centrales .....	24
<b>Figura 7.</b> Suma de una rotacion alrededor del centro O y una angulo $\alpha$ .....	27
<b>Figura 8.</b> Esquema metodologico” .....	41
<b>Figura 9.</b> Configuracion en la pantalla presentada en la situación 1 .....	42
<b>Figura 10.</b> Construcción oculta Situación 1 .....	43
<b>Figura 11.</b> Construcion oculta situación 2” .....	47
<b>Figura 12.</b> Construcción oculta Situación 3. ....	49
<b>Figura 13.</b> Configuracion inicial situación roseton .....	50
<b>Figura 14.</b> Configuracion roseton .....	50
<b>Figura 15.</b> Construcccion develada situación 6 .....	53
<b>Figura 16.</b> Configuracion develada situación 7 .....	56
<b>Figura 17.</b> Configuracion Presentada en la situación 7 .....	60

<b>Figura 18.</b> Produccion de los estudiantes situación 1.....	60
<b>Figura 19.</b> Produccion de los estudiantes situación 2 .....	62
<b>Figura 20.</b> Produccion de los estudiantes situación 2.....	54
<b>Figura 21.</b> Produccion de los estudiantes situación 3.....	54
<b>Figura 22.</b> Estudiantes trabajando situación por el camino Amarillo .....	54
<b>Figura 23.</b> Produccion escrita por los estudiantes situación 4 .....	54
<b>Figura 24.</b> Produccion escrita por los estudiantes situación 4 .....	54
<b>Figura 25.</b> Estudiante trabajando la situacion macro .....	54
<b>Figura 26.</b> Produccion escrita por los estudiantes situación 6 .....	54
<b>Figura 27.</b> Estudiante trabajando la situacion Circulo de pareja.....	54



## RESUMEN

El presente trabajo desarrolla la experimentación y evaluación de una secuencia didáctica diseñada a partir de la mediación del software “Cabri Geometry II plus”, para estudiantes de grado 5º de Educación Básica. El propósito de esta secuencia es permitir que los estudiantes exploren y hagan conjeturas respecto a la rotación y sus efectos sobre las figuras geométricas, privilegiando la dimensión matemática respecto a la transformación de rotación, la teoría de situaciones didácticas, y el papel de la mediación instrumental en la enseñanza de la matemática, la investigación determino que aprendizajes se movilizan en los estudiantes de la transformación de rotación, a partir del uso de Ambientes de Geometría Dinámica (AGD)

**PALABRAS CLAVE:** Secuencia Didáctica, Transformación de Rotación, AGD, Educación Básica.

## INTRODUCCIÓN

La llegada de las tecnologías a las Instituciones Educativas supone un problema didáctico que indaga sobre cómo estas, han sido integradas en el aula de clase, permitiendo el uso de nuevas herramientas en la enseñanza y aprendizaje de las diferentes áreas y/o asignaturas, especialmente, las matemáticas, y en particular de la geometría.

La enseñanza de la geometría en las escuelas es algo compleja, debido a diversas dificultades que presentan los estudiantes, las cuales se hacen evidentes al trabajar de forma habitual (lápiz y papel), ya que no permite evidenciar algunas propiedades de las figuras geométricas en el plano, pues se ven como figuras estáticas; así, al trabajar en Ambientes de Geometría Dinámica (AGD), se identifican las propiedades geométricas de las figuras que tradicionalmente eran complejas de concebir.

Cuando las calculadoras y los computadores comenzaron a introducirse en el aula de clase, algunos profesores consideraron el uso de estas herramientas como “facilitadores del trabajo mecánico”; sin embargo, la investigación en didáctica de las matemáticas, ha identificado que estas herramientas producen cambios sustanciales en la experiencia matemática de los estudiantes al momento del aprendizaje.

En concordancia con lo anterior, el presente trabajo de grado tiene como objetivo dar cuenta de los aprendizajes de los estudiantes de grado 5º de Educación Básica, de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Sabiduría, ubicada en el Distrito de Buenaventura, a partir de la implementación de una secuencia didáctica que integra un AGD “Cabri Geometry II plus”.

El trabajo se desarrolla en cinco capítulos ordenados de la siguiente manera:

- **El capítulo I** presenta de manera sintética los aspectos generales de la investigación, el planteamiento del problema y la justificación.
- **El capítulo II** refiere el marco teórico que sustenta el problema de investigación.
- **El capítulo III** describe el diseño metodológico, en el cual se hace una breve presentación de cada una de las fases que se abordaron durante la investigación y se presenta el análisis a priori de cada una de ellas.
- **El capítulos IV** se presenta el análisis a posteriori de la experiencia aplicada, describiendo las estrategias utilizadas por los estudiantes en la solución de estas, así como las deficiencias y alcances que se presentaron en el desarrollo de cada una.
- **El capítulo V** presenta las conclusiones, recomendaciones y observaciones respecto al problema de investigación.

Finalmente se anexan evidencias recopiladas en el transcurso de la experimentación (fotografías y registros documentales).

# CAPÍTULO I

## ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

En este primer capítulo, se aborda el problema de investigación a partir del uso de una secuencia didáctica, que integra un Ambiente de Geometría Dinámica (AGD) como Cabri Géomètre II plus.

### 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema de investigación del que se ocupa este trabajo, propone una mirada centrada en el aprendizaje que se moviliza en los estudiantes de la transformación de rotación, a partir del uso de Ambientes de Geometría Dinámica (AGD).

El concepto de transformación de rotación geométrica que se evidencia a partir del análisis de una secuencia didáctica, según Arcavi & Hadas (2000), proporciona en forma particular al desarrollo de pensamiento espacial, lo cual se tomó como referente para el desarrollo del presente trabajo.

Santacruz (2011), define AGD como un software o micro mundo, con características de arrastre (o desplazamiento) sobre las figuras construidas; un uso predominante de lugares geométricos y de la traza o huella que deja una figura cuando se le arrastra.

Así mismo, el Ministerio de Educación Nacional, a través de los Lineamientos curriculares (1998) asevera que el uso de computadores ha atraído la atención de los estudiantes por temas de la geometría, la probabilidad y otras, ampliando su campo de indagación. Sin embargo, la implementación de los AGD en el aula implica una dificultad de tipo didáctico, tal como destaca Trouche (2002), pues se requiere que sean utilizados como instrumentos de actividad matemática y no sólo como *“recursos que solucionan problemas”*.

En consecuencia, mediante el análisis de una secuencia ya diseñada en el contexto de la tesis de la magíster *Santacruz (2011)*, *“Gestión didáctica del profesor y emergencia del arrastre exploratorio en un AGD: el caso de la rotación en educación primaria”*, se pretende evidenciar elementos que permitan dar respuesta a la pregunta:

*¿Qué aprendizajes de la transformación de rotación, se movilizan en una secuencia didáctica que integra Cabri Geometry II plus, para grado 5º de educación básica?*

A pesar de que en la actualidad la enseñanza de la geometría ha tomado auge en las Instituciones Educativas del país, no se puede desconocer que el enfoque que se le ha dado hasta ahora, en la mayoría de los casos, al menos en Buenaventura, no suministra elementos suficientes para potenciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento espacial en las dimensiones esperadas.

Por lo cual no se alcanzan las expectativas del estándar “Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños”, dirigidos para los grados cuarto y quinto de la básica primaria.

Este hecho tal vez se deba a la concepción platónica que algunos profesores tienen de la geometría, al considerarla como un campo donde se estudian objetos (figuras planas y sólidos) perfectos e “inmutables”. Así, al momento de familiarizar a los estudiantes con las construcciones geométricas, los privan de visualizar el hecho de que éstas pueden adoptar diferentes posiciones y cambios, sin modificar sus propiedades.

La situación descrita anteriormente se repite con cierta frecuencia en las aulas de clase. Para subsanar esta problemática, se hace necesaria la implementación del (AGD) “Cabri Geometry II plus” ya que posibilita manipular las figuras geométricas de tal forma que se aprecien sus propiedades para cambios de posición o longitud en algunos de sus elementos.

Por ejemplo, si se construye en “Cabri Geometry II plus” un triángulo equilátero a partir de un segmento inicial de longitud variable, puede notarse que al “arrastrar” uno de los extremos del segmento el tamaño del triángulo se modificará haciéndose más grande o más pequeño; pero en cualquier caso, manteniendo sus propiedades.

En este sentido se considera que la incorporación de un AGD, en este caso “Cabri Geometry II plus”, a las prácticas de aula, contribuirá notoriamente al desarrollo del pensamiento espacial no sólo de los estudiantes de grado quinto, sino del estudiantado en general.

En consecuencia, la pertinencia del presente trabajo radica en la intención de evidenciar elementos asociados a la enseñanza-aprendizaje de una transformación geométrica, rotación, mediante el análisis de una secuencia didáctica diseñada a partir de la implementación del programa Cabri Geometry II plus.

Dicha intención se aborda a partir del siguiente objetivo general:

- Caracterizar los aprendizajes respecto a la transformación de rotación, movilizados en una secuencia didáctica que integra Cabri Geometry II plus, en grado 5<sup>o</sup> de educación básica.

Para alcanzar el objetivo general, se hace necesario establecer unos objetivos específicos:

- Analizar la intencionalidad del diseño de una secuencia didáctica que integra el AGD a la transformación de rotación en grado 5º de educación básica.
- Desarrollar y comparar los resultados obtenidos en la experimentación de la secuencia didáctica con el análisis *a priori*.

Este trabajo además de introducir en el conocimiento frente a lo expuesto, pretende también convertirse en un aporte significativo para comprender y reflexionar sobre la implementación de los AGD en los contextos educativos, explorando las transformaciones de figuras geométricas en un espacio físico mediante la manipulación de objetos, o a partir del movimiento de su propio cuerpo, teniendo en cuenta que la geometría es una disciplina que privilegia la exploración y representación del espacio.

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

El presente capítulo relata los aspectos centrales que soportan la propuesta de estudiar la transformación de rotación en el plano de figuras geométricas, utilizando como herramienta los AGD, implementados para la enseñanza y aprendizaje de la geometría a partir del análisis de una secuencia didáctica.

Se toman como referentes la dimensión matemática, que hace alusión a las transformaciones como objeto matemático y más propiamente como objeto geométrico necesario para el análisis del tratamiento al que son sometidas estas figuras u objetos cuando son enseñados a partir del uso de un AGD. La dimensión didáctica, que se refiere a la concepción de algunos autores respecto a la teoría de situaciones didácticas; y por último la dimensión semiótica, la cual muestra el objetivo de la génesis instrumental.

#### **2.1 DIMENSIÓN MATEMÁTICA: La transformación de rotación**

La dimensión matemática es una parte fundamental en este trabajo en relación con la secuencia didáctica que se aplicó en el aula, debido a que muestra el panorama de las transformaciones isométricas y por consiguiente del objeto matemático que circunda en ella, en este caso, la transformación de rotación.

A partir de la geometría transformacional, la cual se encargada de estudiar movimientos como las isometrías en el plano, las transformaciones se pueden clasificar como movimientos en el plano o isometrías, entre las cuales están: las traslaciones, la reflexión y la rotación.

Vasco (2006), plantea que la geometría transformacional estudia las transformaciones (movimientos o isometrías, homotecias, semejanzas e inversión) de los objetos geométricos en el plano y, a pesar de que está tiene como principios los fundamentos teóricos de la geometría euclidiana, brinda a los



objetos geométricos libertades que serían inconcebibles en la geometría euclidiana permitiendo además, la conservación de ciertas propiedades de las figuras geométricas, aún al alterar la escala de medida, como es el caso de la homotecia.

De esta manera se entiende una **transformación** como una función  $t: p \rightarrow p'$ , tal que  $t(p) \rightarrow p'$  entre todos los puntos del plano  $p$  (o del espacio) es decir, es una regla que permite asociar pares de puntos, donde cada par se compone de un primer miembro  $p$  y un segundo  $p'$  ( $p, p'$ ).

En el caso de que  $p'$  coincida con  $p$  (es decir, que se tiene  $p, p'$ ), el punto  $p$  recibe el nombre de punto invariante de la transformación (Coxeter, 1971).

Se tiene entonces que las transformaciones y rotaciones construyen individualmente movimientos del espacio, y en conjunto se denominan las Isometrías. Bajo estas transformaciones las figuras no sufren deformaciones métricas, en tanto que conservan las distancias entre puntos, lo que conduce de manera natural a la noción de congruencia.

En este sentido es posible decir que dos figuras son congruentes si al mover una de ellas en el espacio, coinciden con la segunda. Esta coincidencia incluye todos sus elementos constitutivos. La noción de congruencia así propuesta, contempla el movimiento de las figuras.

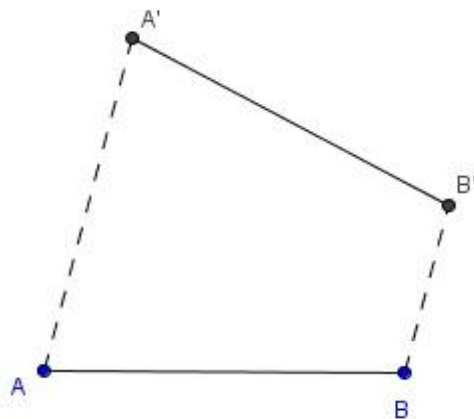
### **2.1.1 Congruencia como propiedad invariante**

Podría considerarse que dos figuras son congruentes si es posible hacerlas coincidir moviéndolas en el plano. Es posible que dos figuras congruentes puedan coincidir moviendo una de ellas sin “sacarla” del plano en el cual está ubicada. Todo par de figuras directamente congruentes se pueden hacer coincidir mediante un giro o una traslación; y todo par de figuras opuestamente congruentes se pueden hacer coincidir mediante una reflexión o reflexión deslizante.

A continuación retomamos algunos de los teoremas planteado por Garzón y Valoyes (2005), ya que en ellos se evidencia que las figuras al ser transformadas no sufren deformaciones métricas, pues logran conservar la distancia entre sus puntos, donde se caracterizan algunas de las propiedades geométricas en el plano

Al respecto se proponen los siguientes teoremas:

**Teorema:** Cualquier dos figuras relacionadas mediante una congruencia directa en el plano, pueden hacerse coincidir mediante una rotación o una traslación.



**Figura 1.** Correspondencia de AB mediante una traslación

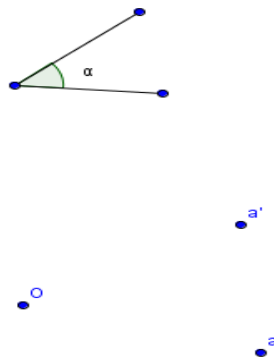
Dados dos segmentos  $AB$  y  $A'B'$ , en el plano pueden hacerse coincidir mediante una traslación o una rotación. Si los segmentos son iguales, paralelos, y tienen la misma dirección, entonces  $AB$  puede hacerse coincidir con  $A'B'$  mediante una traslación; la distancia y dirección de esta traslación están determinadas por el segmento  $AA'$ .

### 2.1.2 Rotación o Giro

Suponga un punto  $O$  del plano; sea además un ángulo  $\alpha$  dado y una dirección de rotación (opuesto a la dirección en la cual giran las manecillas del reloj). Sea  $A$  un punto arbitrario del plano y sea  $A'$  el punto tal que  $AO = A'O$  y  $\angle AOA' = \alpha$ .

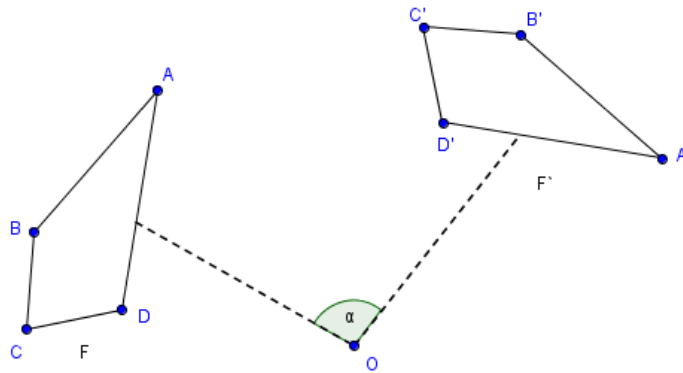
En este caso el segmento  $AO$  ha sido girado o rotado un ángulo  $\alpha$ , de tal manera que este coincide con  $A'O$ . Lo anterior permite afirmar que el punto  $A'$  está relacionado con el punto  $A$  mediante una rotación o giro con centro en  $O$  y ángulo  $\alpha$ . El punto  $O$  es denominado centro de rotación o giro y  $\alpha$  ángulo de rotación o giro y son los elementos a partir de los cuales se caracteriza este movimiento. (Ver, fig. 2)

Garzón y Valoyes (2005),



**Figura 2.** Rotación de  $AO$  mediante un ángulo  $\alpha$

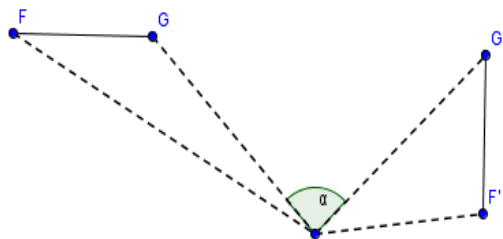
**Teorema:** Si la figura  $F$  y  $F'$  están relacionadas mediante una rotación con centro en  $O$  y ángulo  $\alpha$ . los segmentos correspondientes de esta figura son iguales y forman entre si un ángulo  $\alpha$ .



**Figura 3.** Relación de dos figuras con centro en O y ángulo  $\alpha$

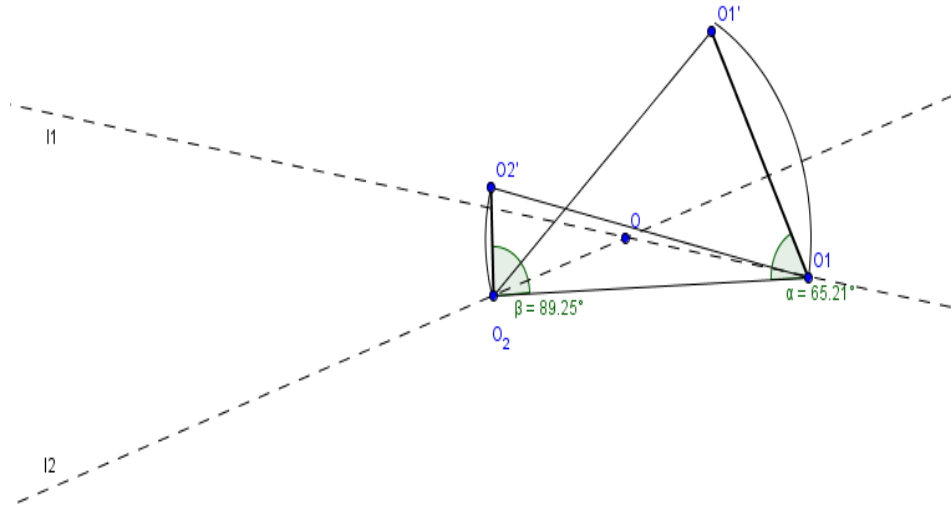
Si  $F'$  se obtiene por una rotación de la figura F, entonces, recíprocamente, puede obtenerse rotando a  $F'$  con el mismo centro y ángulo de rotación  $360^\circ - \alpha$  o mediante una rotación con el mismo ángulo  $\alpha$  pero en sentido opuesto; esto permite hablar de pares de figuras relacionadas mediante una rotación.

**Teorema:** Si para cada punto de la figura F existe un punto correspondiente de otra figura  $F'$ , y en esta figura se cumple que segmentos correspondientes son iguales y forman ángulo  $\alpha$  entre si, entonces F y  $F'$  se relacionan mediante una rotación con un ángulo  $\alpha$  alrededor de algún punto O



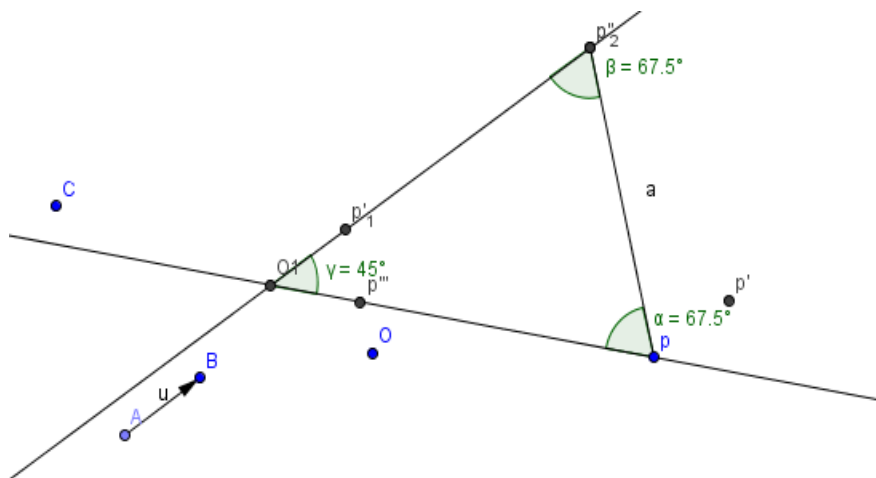
**Figura 4.** Relación de F y  $F'$  por medio de una rotación con un ángulo  $\alpha$ .

**Teorema:** La suma de dos rotaciones en el mismo sentido con centros distintos  $O_1$  y  $O_2$  y ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  es una nueva rotación a través de un ángulo  $\alpha + \beta$ , si  $\alpha + \beta$  es diferente a  $360^\circ$ ; si  $\alpha + \beta = 360^\circ$ , el resultado es una traslación.



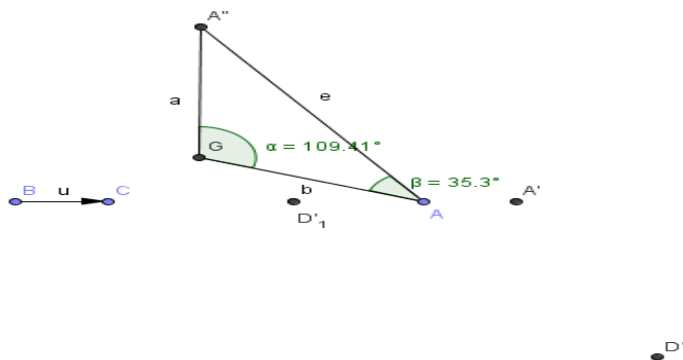
**Figura 5.** Composición de dos rotaciones con centros distintos

**Teorema:** La suma de una traslación y una rotación alrededor de un centro  $O$  y un ángulo  $\alpha$  es una rotación alrededor del mismo ángulo  $\alpha$ , pero con diferentes centro.



**Figura 6.** Composición de dos simetrías con distintos centro

**Teorema:** La suma de una rotación y una traslación es una nueva rotación a través del mismo ángulo  $\alpha$  pero con diferentes centros.



**Figura 7.** Suma de una rotación y una traslación

## 2.2 DIMENSIÓN DIDÁCTICA

Cuando se habla de Situación Didáctica se hace referencia a los mecanismos de enseñanza utilizados en el aula por el profesor para que el estudiante adquiriera un nuevo conocimiento; estos mecanismos sirven a los estudiantes para interiorizar y construir un conocimiento, sólo se logra si el profesor brinda los medios propicios para ello. En otras palabras, una Situación Didáctica es una serie de hechos y conocimientos, organizados y adaptados a los contextos educativos de los estudiantes, que son válidos como objeto de enseñanza (fundamentos conceptuales de la Teorías de situaciones didácticas), Brousseau (1986).

### 2.2.1 Teoría de Situaciones Didácticas (TSD)

La Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) propuesta por Brousseau (1999), concibe la didáctica de las matemáticas como: el estudio de las actividades que tienen por objetos la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

De esta forma, Brousseau (1999) expone por situación didáctica *“una forma para “modelar” el proceso de enseñanza-aprendizaje, de manera tal que este proceso*

*se visualiza como un juego para el cual el docente y el estudiante han definido o establecido reglas y acciones implícitas. Dentro de la interrelación: profesor-estudiante-medio didáctico, hay dos conceptos que vienen a integrarse: la transposición didáctica y el contrato didáctico”.*

Con relación a lo anterior podemos comprender por situación didáctica el proceso metodológico mediante el cual se diseñan estrategias pedagógicas que contribuyan en la adquisición del conocimiento de los estudiantes, al tiempo que permite reflexionar sobre los roles del educador y los estudiantes y generar una tipología de situaciones de enseñanza que movilicen los conceptos necesarios, teniendo en cuenta las condiciones individuales y grupales de los estudiantes.

Brousseau, quien crea este concepto en 1978, plantea que la situación didáctica está compuesta básicamente por tres elementos: el docente, el estudiante y el medio didáctico. Se puede deducir que en este orden de ideas el docente es quien porta el saber y el estudiante el sujeto que lo recibe y se apropia de él. El medio didáctico es propiciado por el docente; y de esta manera se origina unas relaciones que se deben analizar para poder comprender el proceso de enseñanza.

En concordancia con lo anterior, Chevallard (1982), describe el sistema didáctico en sentido crítico, como formado esencialmente por tres subsistemas: profesor, alumno y saber enseñado. Un aporte de la teoría de situación didáctica (TSD) al estudio de los procesos de aprendizaje de las matemáticas en el contexto escolar es el clásico triángulo didáctico “maestro, alumno, saber” y de un cuarto elemento, el medio.

El medio se define como el proceso de interacción de los alumnos: es la tarea específica que deben llevar a cabo, y las condiciones en que deben realizarlas, es decir, el ejercicio, el problema, el juego, incluyendo los materiales lápiz y papel, calculadora, computador u otros. En una concepción un poco más amplia, el

medio al que el alumno se enfrenta incluye también las acciones del maestro, la consigna que da, las restricciones que pone, las informaciones y las ayuda que proporciona.

De acuerdo a lo planteado con anterioridad, podemos decir que en la situación didáctica no se trata solo de una terna: alumno, docente, saber, donde el docente crea modelos de enseñanza que le permitan transmitir el conocimiento al estudiante, sino que hay otro elemento fundamental que es el medio en el cual el estudiante construye su propio conocimiento.

### **2.3 Integración de las TIC a la Enseñanza de las Matemáticas**

Cuando se hace referencia a la enseñanza y aprendizaje de la geometría de una forma tradicional (lápiz y papel), se encuentra que existe una gran diferencia a la hora de trabajar en este entorno y un entorno de geometría dinámica. Esta diferencia consiste en que el ambiente de geometría dinámica le permite al estudiante manipular sus objetos geométricos por medio del arrastre y evidenciar que conservan sus propiedades sin importar en qué posición se encuentre la figura en la pantalla. Lo anterior no se puede evidenciar a simple vista en un entorno de lápiz y papel, debido a que carece de dinamismo.

Se puede plantear que la integración de AGD a la enseñanza de las matemáticas tiene como objetivo el estudio de los componentes fundamentales de las figuras geométricas, las relaciones entre éstos y las propiedades que presentan. A partir de la construcción de figuras geométricas se permite a los alumnos la exploración y manipulación directa y dinámica que conduce a la elaboración de conjeturas. *“Esta experiencia les sirve (a los estudiantes) para desarrollar las habilidades mentales que le posibilitarán acceder posteriormente al estudio formal de la geometría”* (MEN, 2004).



De acuerdo con lo anterior no se debe seguir considerando las matemáticas, en especial, la geometría, como figuras planas donde el estudiante no puede evidenciar la conservación de las propiedades de una manera dinámica; tampoco considerar las matemáticas como algo rígido sino como algo dinámico e innovador, donde el estudiante tenga la posibilidad de crear, explorar, argumentar, indagar y de esta forma, pueda construir su propio conocimiento matemático.

*“En particular, los programas de geometría dinámica han revolucionado la manera de hacer matemáticas y la forma de enseñarlas, proporcionando contextos de aprendizaje con nuevas y potentes posibilidades de representación” (MEN 2004).*

Los AGD no son sólo una herramienta computacional, sino que son espacios en donde el estudiante tiene más facilidad de explorar, descubrir y argumentar, gracias a que están diseñados del tal forma que permiten manipular la figura sin limitaciones de tiempo ni espacio

## **2.4. DIMENSIÓN COGNITIVA**

### **2.4.1 Instrumento diferente de artefacto**

Este capítulo retoma los referentes teóricos que sustentan la dimensión cognitiva y del problema de investigación.

A continuación, se establece la diferencia entre el instrumento y artefacto y por ultimo se aborda la génesis instrumental en el contexto de la clase de matemática.

En el proceso de aprendizaje del estudiante existe un ente que le posibilita las condiciones para llegar a construir un nuevo conocimiento, este ente se puede denominar instrumento, y en este caso, ese instrumento sería los AGD, que le servirán al estudiante como intermediario entre él y el conocimiento.

En el aula de clase se presenta una relación trivial entre: profesor-saber – alumno, pero encontramos como mediador de este proceso, al instrumento.

Rabardel (2001), citado por (Rodríguez, 2009), diferencia artefacto e instrumento. *Reconoce el artefacto como un dispositivo material o simbólico, el cual se ha construido como una expresión de la cultura, y es a su vez utilizado por el sujeto en la acción instrumentada. El instrumento, no se reduce al artefacto, pues se considera como una entidad mixta construida por el sujeto, que integra condiciones preestructurantes del artefacto y el desarrollo de Esquemas Sociales de Uso (ESU)*

Es muy común ver por ejemplo, estudiantes que hacen uso de sus calculadoras , para verificar o corroborar un resultado en una situación problema durante un examen o taller en clase; se podría considerar en este caso la calculadora como un instrumento, pues su empleo es el complemento al desarrollo cognitivo del estudiante.

Rabardel (2001), afirma que *“la posición del instrumento la hace un mediador de las relaciones entre el sujeto y el objeto. Constituye un universo intermedio cuyo principal fin es pues simplemente adaptarse al sujeto y al objeto; una adaptación en términos de propiedades materiales, y también cognoscitivas y semióticas, en función del tipo de actividad en la cual el instrumento se inserta o está destinado a insertarse”*. De acuerdo a lo anterior, se puede considerar que el instrumento no es proporcionado directamente al sujeto; este lo elabora a través de actividades de génesis instrumental.

### **2.4.2 Génesis instrumental**

La génesis instrumental permite evidenciar entre otros aspectos, la evolución de los esquemas de uso de los estudiantes y la apropiación del instrumento. Además, por la integración de la tecnología al proceso de enseñanza, es posible evidenciar cómo el estudiante pasa de un registro de representación a otro, gracias a las diferentes formas de mediación que presenta el instrumento.

La génesis instrumental resulta de un doble proceso, el de instrumentalización y de instrumento (Rabardel, 1995).

- Los procesos de instrumentalización están dirigidos hacia el artefacto: Selección, agrupación, producción e institución de funciones, usos desviados, atribución de propiedades, transformaciones del artefacto de su estructura, de su funcionamiento, etc. Hasta la producción integral del artefacto por parte del sujeto.
- Los procesos de instrumentación están relacionado con el sujeto: con la emergencia y evolución de los sistemas de utilización y de acción instrumentada: su constitución, su evolución por acomodación, coordinación, y asimilación recíproca, la asimilación por artefacto nuevos a los esquemas ya constituidos, etc.

En los procesos anteriores, la actividad es diferente a pesar de que son hechos por el sujeto. En la instrumentación la actividad está inclinada hacia el mismo sujeto, mientras que en la instrumentalización la actividad está direccionada hacia el componente artefactual del instrumento.

Con relación a lo anterior Trouche (2004) afirma que un instrumento puede considerarse una extensión del cuerpo, un órgano funcional hecho de un artefacto (o parte de él) y de una componente psicológica (la organización de la actividad con un fin dado). Desde este punto de vista “un instrumento” es lo que el sujeto construye a partir de un artefacto.

A partir de lo expuesto en este capítulo se puede considerar los AGD como un instrumento con el que se puede crear situaciones didácticas que contribuyan a la enseñanza y aprendizaje de la geometría dinámica

## **CAPITULO III**

### **ANALISIS A PRIORI DE LA SECUENCIA DIDACTICA**

En este capítulo a partir de un diseño metodológico se analizan cada una de las situaciones que integran la secuencia didáctica, aplicada para el desarrollo de este trabajo.

#### **3.1 Diseño Metodológica**

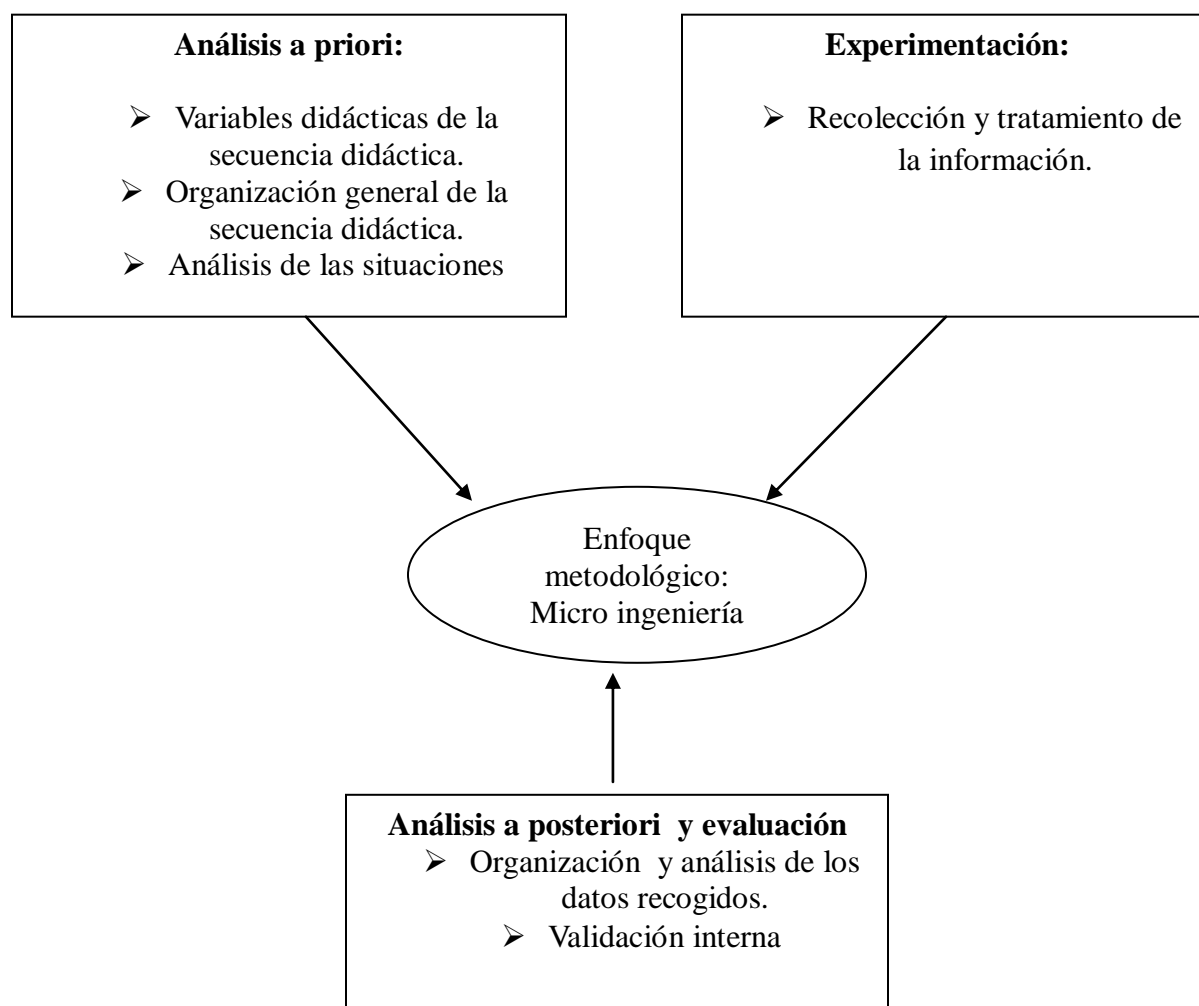
El diseño metodológico para el desarrollo de este trabajo, toma como referentes algunos aspectos de la ingeniería didáctica en el nivel de la micro-ingeniería. Las investigaciones a este nivel son las que tienen por objeto el estudio de un determinado tema de manera local y toman en cuenta principalmente la complejidad de los fenómenos en el aula.

La secuencia didáctica puesta en escena fue diseñada por Santacruz (2011) la cual toma en consideración aspectos de la génesis instrumental y la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), alrededor de la noción de transformación de rotación, contemplando la emergencia y evolución de un Esquema Social de Uso (ESU).

Para realizar el análisis a priori de esta secuencia didáctica se tuvo en cuenta tres aspectos fundamentales:

- El análisis de las situaciones a-didácticas propuestas (retomando principalmente las dialécticas de la acción); la formulación, la comunicación y la validación, en relación con las unidades de análisis respecto a la consigna de la tarea.

- La intención que se determina para el medio a-didáctico; las reglas de juego que se determinan para la situación.
- La estrategia ganadora propuesta, articulada a todas las anteriores.  
(Ver figura 11)



**Figura 8. Esquema metodológico. Santacruz (2011).**

La secuencia didáctica está diseñada para estudiantes que cursan el grado quinto; se compone de siete situaciones, las cuales se realizaron en dos horas cada una, para un total de catorce horas.

De acuerdo a lo anterior se retoman las siguientes variables micro-didácticas planteadas por Santacruz (2011), las cuales están relacionadas con la organización de la secuencia didáctica y que van a aparecer reseñadas en el análisis apriori realizado en cada situación:

### 3.2 Variable didáctica que orienta el diseño

<b>Variable 1</b>	La forma de las figuras que representan (triángulo, pentágono y cuadrado), que se encuentran inmersas en las situaciones en la que cada una describe una trayectoria, posibilitando explorar o visualizar el sentido del ángulo de giro involucrado en la transformación.
<b>Variable 2</b>	La ubicación del centro de giro, el cual puede hacer parte de la figura o por el contrario ajeno, como en el caso de los vértices de un polígono.
<b>Variable 3</b>	La presentación de composición de rotaciones concéntricas en las cuales se movilizan aspectos relacionados con el centro, la trayectoria de la rotación y la congruencia como propiedad invariante entre las figuras homólogas.
<b>Variable 4</b>	El uso de macro construcciones, como una posible estrategia para explorar las propiedades invariantes, particularmente la congruencia, en términos de los efectos de la rotación sobre las figuras del plano.
<b>Variable 5</b>	La aplicación del ESU del arrastre como una posibilidad para explorar los efectos de la rotación sobre las figuras, especialmente el tipo de construcción geométrica que determina el control teórico del arrastre, en la fase pre estructurada del ESU.

**Tabla 1. Variables micro-didácticas. Santacruz (2011)**

El desarrollo de la secuencia didáctica se realizó de la siguiente manera:

Situaciones	Propósitos	Tiempos
No. 1: "Rotaro"	Reconocer la trayectoria que describen los objetos geométricos cuando rotan alrededor de distintos centros.	2 horas
No. 2: "¿Qué pasa con las figuras?"	Reconocer la trayectoria que describen los objetos geométricos relacionados mediante una rotación concéntrica.	2 horas
No. 3: "Por el camino amarillo"	Identificar los centros de rotación y trayectorias en distintas rotaciones.	2 horas
No. 4: "La Flor"	Relacionar los posibles efectos el centro, la figura inicial y el ángulo de una rotación.	2 horas
No. 5: "Rosetón"	Describir la congruencia como una propiedad invariante en una composición de rotaciones concéntricas.	2 horas
No. 6: "Loco rosetón"	Describir la congruencia como una propiedad invariante en una composición de rotaciones concéntricas.	2 horas
No. 7: "Círculo en parejas"	Describir la congruencia como una propiedad invariante en una composición de rotaciones concéntricas.	2 horas

**Tabla 2. Estructura general de la secuencia didáctica. Santacruz (2011)**

Estas situaciones permiten guiar al estudiante de quinto grado de primaria, a construir paso a paso unos conocimientos y al mismo tiempo reconocer una serie de propiedades que cumplen las transformaciones isométricas y la rotación.

La secuencia de estas situaciones permite (al estudiante), visualizar una serie de comportamientos que ocurren cuando se realiza el tratamiento de estas figuras objetos relacionados con las propiedades de las transformaciones isométricas y la rotación, identificando mediante el arrastre los movimientos que describen dichas figuras y las propiedades invariables que se mantienen.



Algo muy importante en la implementación de estas situaciones es que los estudiantes no necesariamente deben saber manejar el programa “Cabri Geometry II plus” porque para el desarrollo de las situaciones sólo se hace uso de la herramienta arrastre, la cual se convierte en un medio de reconocimiento y verificación de las propiedades geométricas de un dibujo dinámico.

Básicamente lo que se espera de estas situaciones mediadas por el uso de un AGD, en este caso “Cabri Geometry II plus”, es que los estudiantes puedan identificar las propiedades que cumplen las figuras en la pantalla del computador, ya que en el uso del lápiz y papel, la posibilidad de arrastrar las figuras y visualizar su desplazamiento no es posible, por ser solamente una característica de geometría dinámica.

Por ejemplo, la situación del rotaro permite que el estudiante pueda evidenciar como en las figuras que se mostraran a continuación, se pueden modificar a través del movimiento generado por el arrastre que Cabri Geometry II plus posibilita por ser un programa dinámico.

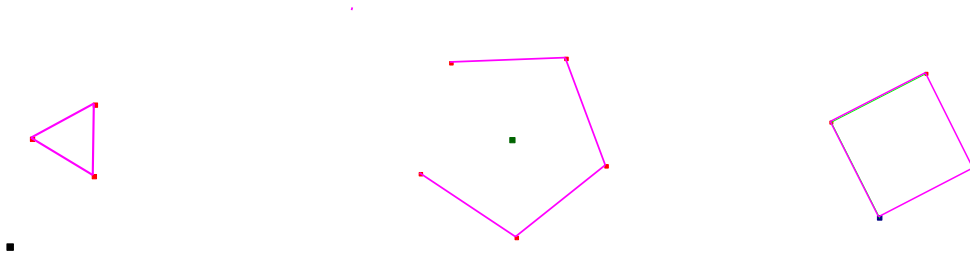
Con la realización en general de las situaciones se espera que los alumnos utilicen el conocimiento en la acción, que formulen sus hipótesis y que puedan argumentar.

### **3.3 Análisis a priori situación 1: Rotaro**

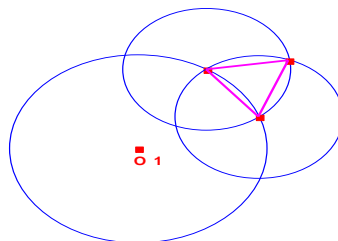
¿Qué movimiento tienen estas figuras?

Esta situación consiste en tres figuras que representan polígonos regulares (triángulo, pentágono y cuadrado), en la que cada una describe una trayectoria circular con respecto a diferentes puntos. A esta conclusión podrán llegar algunos de los estudiantes, quienes “forzados” por la pregunta que deben responder recurrirán al “arrastre” de algunos puntos de las figuras hasta apreciar el movimiento del que se les pide dar cuenta.

Luego de una práctica de ensayo-error en procura de encontrar aquellos vértices que permiten mover las figuras, los estudiantes cuentan con elementos para determinar que por medio del arrastre, fue posible establecer que las tres figuras describen el mismo movimiento circular, independiente de la ubicación de su centro de rotación.



**Figura 9. Configuración en pantalla presentada en la Situación 1 “Rotaro”.  
Santacruz (2011)**



**Figura 10. Construcción oculta Situación 1. Santacruz (2011)**

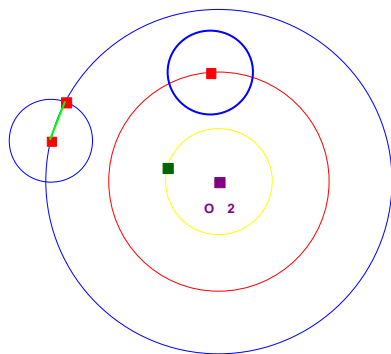
La figura consta de un triángulo construido a partir de tres circunferencias y un centro de rotación  $O_1$ , mediante el cual gira y describe un movimiento circular

### 3.4 Análisis a priori situación 2: ¿Qué pasa con estas figuras?

En este caso se trata de la descripción del movimiento de algunos objetos geométricos como son: un punto, un segmento y un círculo. Al igual que en la situación anterior, los estudiantes deben recurrir al arrastre para contar con elementos que les permita hablar (en forma oral o escrita) de algo más que de una figura estática y otros elementos que la acompañan, es importante resaltar que los estudiantes no llegan al arrastre por cuenta propia sino por inducción del docente.

Se podría apreciar una contribución de la situación 1, en la cual el estudiante realizó un arrastre “libre”, pues no sabía qué habría de obtenerse de esa acción; en consecuencia, el movimiento descrito por las figuras en la anterior situación se constituye en un referente para orientar el arrastre, en dirección a la búsqueda de algún tipo de regularidad en los movimientos que surjan.

En esta situación el estudiante aprecia un mismo centro alrededor del cual giran el círculo, el segmento y el punto



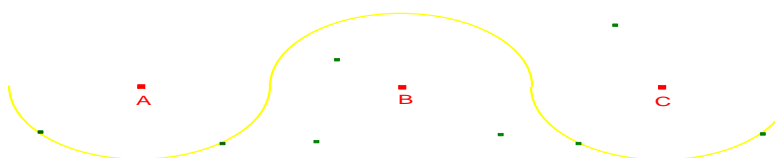
**Figura 11. Construcción oculta Situación 2. Santacruz (2011)**

Esta situación consta de tres figuras a transformar: un segmento, una circunferencia (con su centro) y un punto, las cuales giran alrededor de un mismo centro  $O_2$ , y están construidas como punto sobre el objeto cuya relación es una circunferencia con centro  $O_2$ .

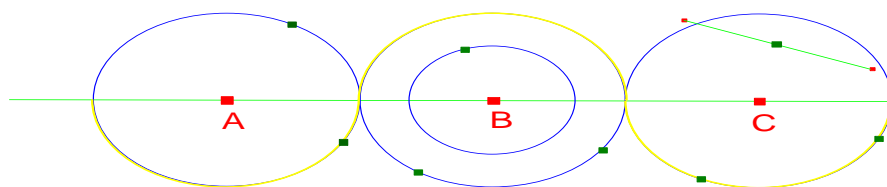
### 3.5 Análisis a priori situación 3: Por el camino amarillo

¿Qué condición deben cumplir los puntos verdes? La situación consiste en un camino construido al unir tres semicírculos; alrededor del cual se encuentran ocho puntos. En esta situación el estudiante, luego de explorar el movimiento descrito por los puntos, debe determinar cuáles de ellos son móviles y sobre todo, qué condición deben cumplir para ubicarse sobre el camino.

Así, el “arrastre” se configura, en un elemento indispensable para la realización de la tarea propuesta, pues los estudiantes deben construir una conclusión a partir de lo que aprecian, lo que es posible a partir de la “manipulación” de los puntos que se muestran estáticos. Se espera que los estudiantes descubran por qué dos de los puntos no pueden situarse sobre el camino, debido a que sus trayectorias no coinciden con ninguna de las circunferencias de los semicírculos y en consecuencia, no están a una misma distancia de ninguno de sus centros



**Figura 12. Configuración en pantalla presentada en la Situación 3.  
“Por el camino amarillo”. Santacruz (2011)**

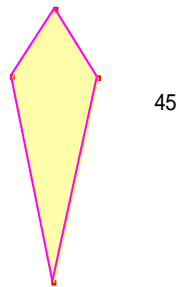


**Figura 13. Construcción oculta Situación 3. Santacruz (2011)**

### **3.6 Análisis a priori situación 4: La flor**

¿Qué había antes de aplicar la macro y qué pasó después? Situación contextualizada en el ámbito del arte donde se muestra una figura inicial que bien haría las veces de uno de los pétalos de una flor; la distribución de todos ellos en la flor permite visualizar dos aspectos muy importantes de la rotación de figuras como son: la congruencia en el tamaño de la figura ya que al aplicar una rotación, la figura cambia de posición conservando su forma y tamaño; y también, la ubicación que asume la figura con respecto a un centro de rotación, aspecto que guarda implícito el concepto de giro, pues se relaciona con el ángulo que se forma entre una figura y su consecutiva.

Aquí, el “arrastre” es sustituido por la aplicación de una macro a una figura inicial, donde se configura una distribución en forma circular alrededor de un centro, con un ángulo predeterminado.

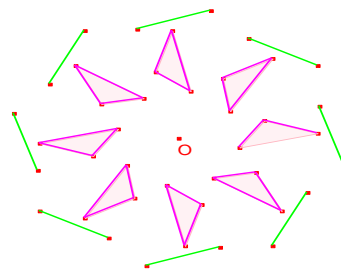


**Figura 14. Configuración inicial Situación 4: de la flor. Santacruz (2011)**

### **3.7 Análisis a priori situación 5: Rosetón**

¿Cómo sabemos que esta figura es un rosetón? Un conjunto de triángulos del mismo tamaño, dispuestos en forma circular ocupando posiciones diferentes con respecto al centro de la trayectoria, y un segmento en la parte externa a cada triángulo; es el apoyo visual con el que cuentan los estudiantes para comprobar si se trata o no, de un rosetón.

Ahora, quienes tengan presente los conceptos de congruencia y giro, podrán iniciar un “arrastre” exploratorio con la finalidad de comprobar que en cualquier caso, el tamaño de los triángulos es igual y que además, la distancia que separa dos triángulos consecutivos también se conserva. Con estas dos condiciones basta para concluir que en efecto, la figura representa un rosetón

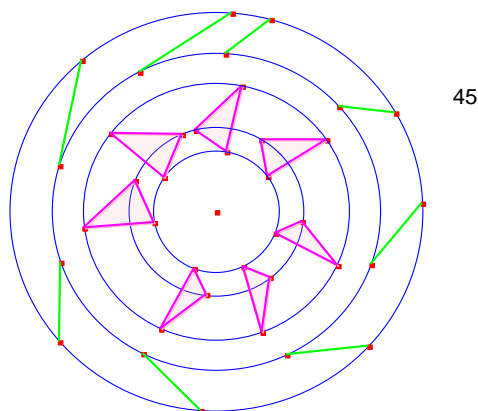


**Figura 15. Configuración rosetón propuesto en la Situación 5 Santacruz (2011)**

### 3.8 Análisis a priori situación 6: Loco rosetón

A los estudiantes se les pide que modifiquen la figura para que sea un rosetón. Aunque la figura de esta situación y la de la situación anterior, tienen algunos elementos en común como la distribución circular de los triángulos y los segmentos en la parte externa de la figura; le tomará algún tiempo a los estudiantes determinar si la figura cumple con las condiciones de un rosetón.

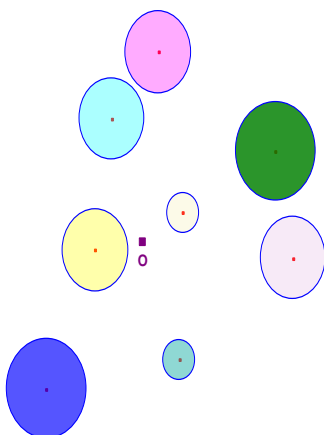
Por medio del “arrastre” como en las situaciones anterior, se debe determinar si para cualquier posición de los triángulos se conservan su forma y tamaño; y que además, las distancias entre dos triángulos consecutivos sean siempre las mismas. Llegar a descubrir estas condiciones, parece ser más complicado en esta situación debido a la irregularidad en términos de tamaño y posición de los triángulos. (Esta construcción está compuesta por un centro, siete triángulos y ocho segmentos los cuales están relacionados mediante distintas rotaciones).



**Figura16. Construcción develada Situación 6 “Loco rosetón”.  
Santacruz (2011)**

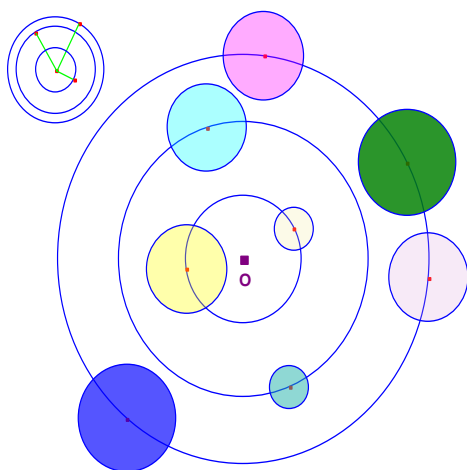
### 3.9 Análisis a priori situación 7: Círculos en parejas

Esta última situación “Círculos en parejas”, presenta ocho círculos dispuestos de forma irregular, permite a los estudiantes identificar cuál es la figura congruente a cada una. Por medio del “arrastre” los estudiantes podrán apreciar que todas las figuras tienen un mismo centro de rotación. De igual forma, a partir de la superposición de figuras, podrán determinar la pareja de los círculos. Sería muy interesante que algunos estudiantes contaran con las herramientas conceptuales para determinar la pareja de una figura sin hacer uso de la superposición, pensamos que el desarrollo de esta actividad puede contribuir a ese hecho.



**Figura 17. Configuración presentada en la Situación 7. Santacruz (2011)**





**Figura 18. Construcción develada Situación 7 “Círculos en parejas”.**  
**Santacruz (2011)**

La figura consta de siete círculos de distintos colores y tamaños los cuales giran alrededor de un centro O y tienen como trayectoria tres circunferencias, las cuales fueron la base de su construcción.

## **CAPÍTULO IV**

### **ANÁLISIS A POSTERIORI**

Este trabajo se realizó en el colegio Nuestra Señora de la Sabiduría, el cual es de carácter privado y está ubicado en el municipio de Buenaventura; dicha institución cuenta con una sala de sistemas dotada con 20 computadores y un tablero. La secuencia didáctica materia de estudio es dirigida a estudiantes del grado quinto de primaria. Ya que el colegio tiene dos grados quintos en la jornada de la mañana, se decide tomar una muestra de diez alumnos por curso con edad promedio de diez años.

Todas las situaciones analizadas se realizaron en horario de siete a nueve de la mañana, iniciando con la presentación del programa Cabri Geometry II plus, los beneficios que este puede tener para la construcción de figuras geométricas, sus funciones; además, contamos con el acompañamiento de la profesora de matemáticas del colegio y el profesor de sistemas, los cuales nos brindaron todo su apoyo.

#### **4.1 Análisis a posteriori Situación 1: Rotaro**

El inicio de esta primera situación consistió en una pequeña socialización entre la profesora y los estudiantes, con el propósito de dar a conocer la metodología a emplear y la presentación del programa de geometría dinámica a utilizar, en este caso, Cabri Geometry II plus, lo que causó gran curiosidad en los estudiantes.

A continuación se describe lo sucedido en cada situación.

En cada caso se identifica a los profesores con la letra P y a los estudiantes con la letra A.

Profesor (**P**):

*P: niños vamos a trabajar la primera situación, la cual consiste en identificar qué movimiento describen estas tres figuras. Para esto ustedes observan que cuando tomamos el mouse y lo llevamos hacia la figura aparece una pequeña manito, van a tratar de agarrar la figura con esta manito y tratar de moverla.*

Alumno (**A**)

*A: profe no se puede mover*

*P: prueba de nuevo con otro punto,*

*A: ya profe si con este otro punto si se puede*

El propósito de esta situación es que los alumnos utilicen el arrastre para tratar de mover los puntos. Como algunos no lograron mover las figuras, la profesora les explicó que debían seleccionar el puntero, llevar el cursor hasta el puntico que deseaban agarrar, dar clic izquierdo y moverlo con el mouse, mientras que otros lograron arrastras mediante ensayo y error el punto correcto.

*P: ¿Todos pudieron arrastrar las tres figuras?*

*A: si profe.*

*P: Bien. ¿Que observaron cuando la arrastraron?*

*A: Que se pueden mover.*

*P: ¿Cómo se mueven?*

*A: Si verdad giran como las manecillas del reloj, en ambos sentidos.*

*A: Si profe el movimiento de estas figuras es una rotación.*

*P: ¿Por qué dices que es una rotación?*

*A: Por que giran alrededor de un punto o eje de rotación.*

*A: Ya profe lo pude mover y se mueve como una rueda de un carro.*

*P: ¿Y que más me pueden decir acerca de esas tres figuras?*

*P: ¿Qué tienen de especial?*

*A: Todas giran alrededor de un punto.*

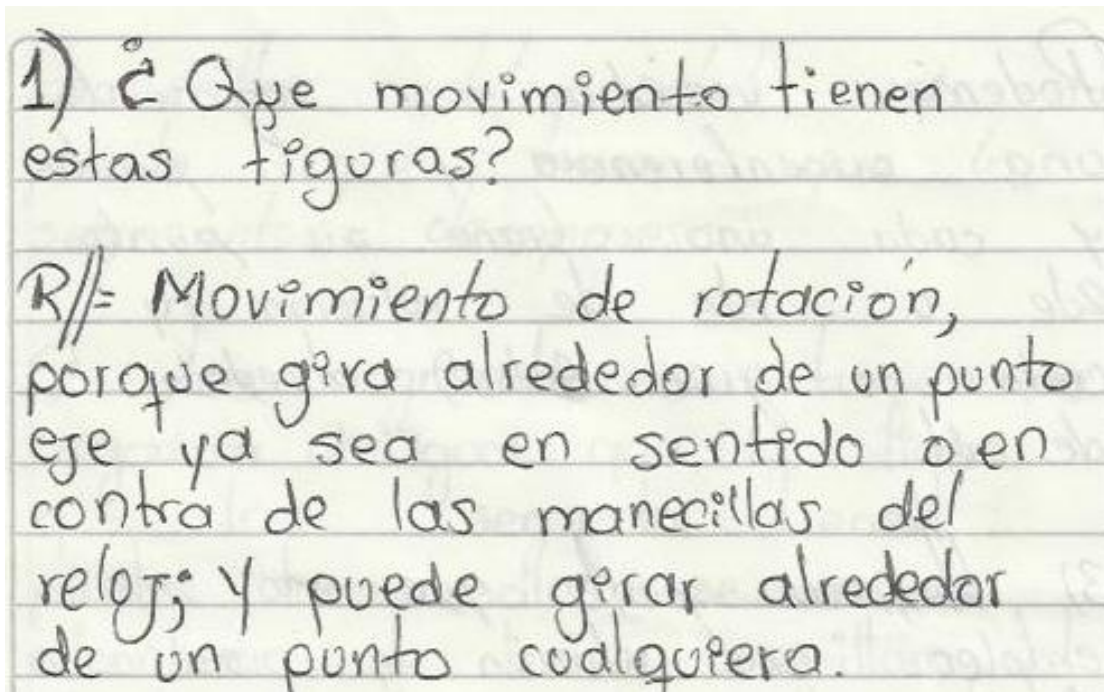
*A: Profe pero, no todas tiene el punto en el centro.*

*P: Como así.*

*A: Si profe mire que en el triángulo el punto está por fuera, ni siquiera lo toca, pero el cuadrado tiene el punto en un extremo y el pentágono tiene el punto en el centro.*

*P: ¿Y qué relación tienen esos puntos con las tres figuras?*

*A: Profe estas figuras giran alrededor de estos puntos.*



1) ¿Que movimiento tienen estas figuras?

R//= Movimiento de rotación, porque gira alrededor de un punto eje ya sea en sentido o en contra de las manecillas del reloj; y puede girar alrededor de un punto cualquiera.

**Figura 19.** Producción escrita por los estudiantes sobre la situación uno

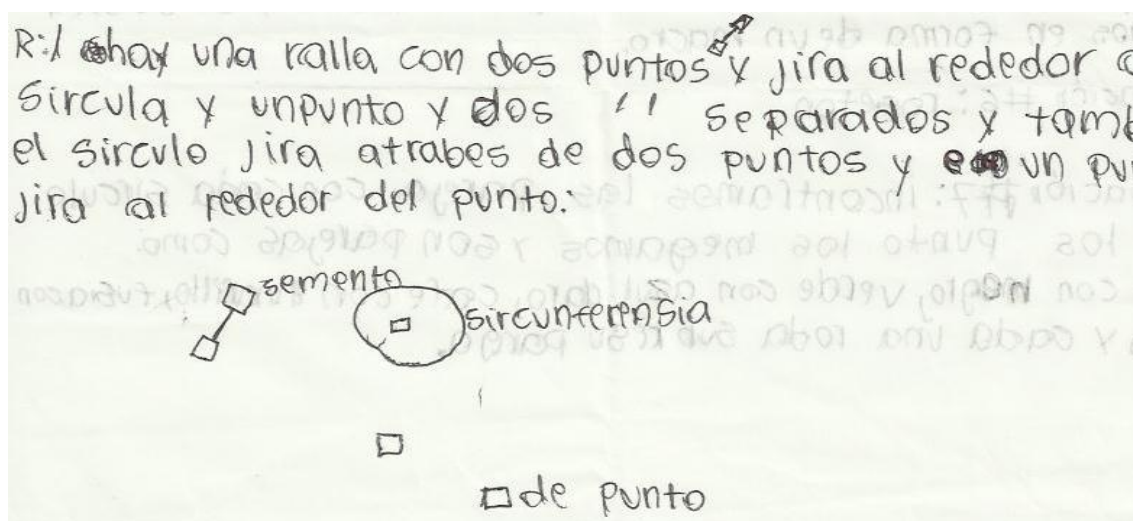
En esta producción escrita por los estudiantes, es evidente como logran identificar el movimiento de las figuras, donde se centra en el movimiento que describen los objetos al ser arrastrados.

Los propósitos de esta situación se alcanzaron de forma satisfactoria, ya que los estudiantes captaron de forma rápida y expresaban sus opiniones de manera coherente; además, pudieron identificar el movimiento que describe las figuras, lo cual les permitió tener más claridad a la hora de realizar la segunda actividad que está relacionada con esta.

Sin embargo, no podemos dejar de lado el papel del profesor en esta clase de situaciones ya que él es el encargado de guiar al estudiante en el uso de estas herramientas, por ser algo novedoso para ellos.

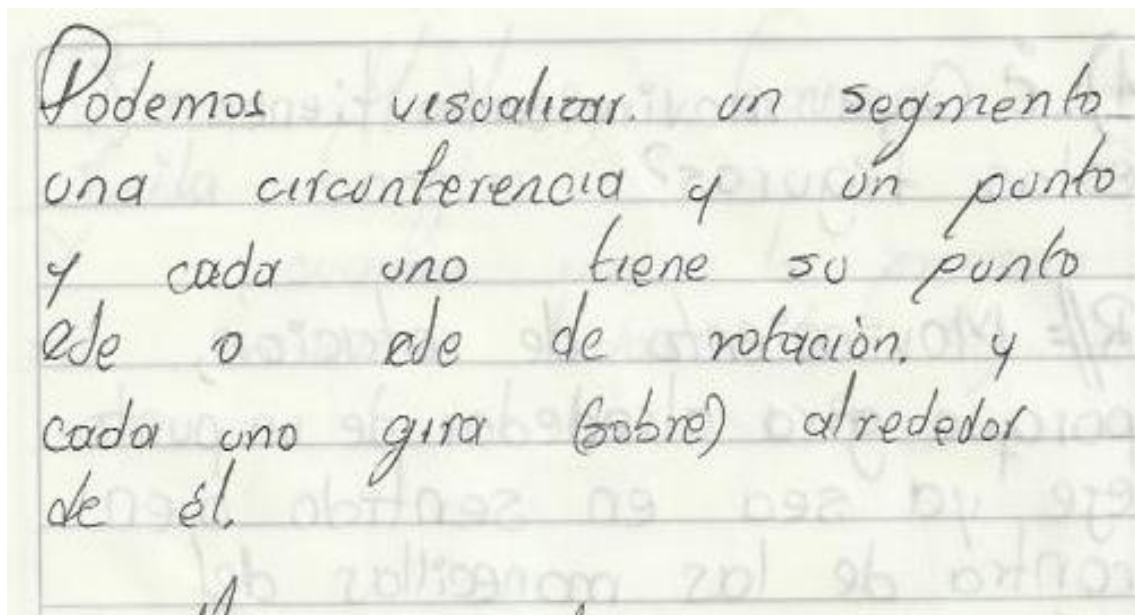
#### 4.2 Análisis a posteriori de la Situación 2: ¿Qué pasa con estas figuras?

Al igual que en la situación uno, los estudiantes deben identificar el movimiento de cada una de las figuras, pero en este caso deben encontrar una estrategia para comunicarle a un compañero lo que ocurrió en clase (los estudiantes tenían muy claras sus ideas pero no sabían cómo expresarlas, ya que no manejaban muy bien los conceptos de las figuras geométricas, por ejemplo algunos no decían un segmento sino una raya).



**Figura 20.** Producción escrita por los estudiantes sobre la situación dos

Por medio de la producción escrita de algunos estudiantes se puede evidenciar como no fueron capaces de identificar que las tres figuras giraban sobre el mismo eje o punto de rotación, por ejemplo: (Ver, fig 20)



Podemos visualizar un segmento  
una circunferencia y un punto  
y cada uno tiene su punto  
eje o eje de rotación, y  
cada uno gira (sobre) alrededor  
de él.

**Figura 21.** Producción escrita por los estudiantes sobre la situación dos

En la producción de la (fig.21) el estudiante logro identificar el movimiento que realizan las figuras, a diferencia de la producción anterior.

Esta actividad constituyó un refuerzo de la actividad del Rotaro. Comparando el movimiento de las figuras con el del Rotaro, llegaron a las mismas conjeturas e hicieron la situación con más rapidez, pues ya sabían ya sabían cual era el movimiento que describe la figura, gracia a la situación anterior; aunque el problema para algunos de ellos fue encontrar las palabras apropiada para comunicar esto de forma oral a su compañero que faltó a clase.

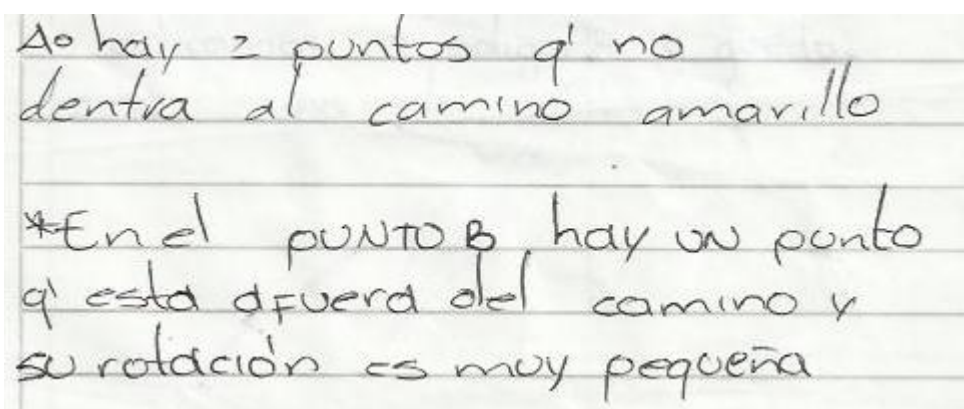
### 4.3 Análisis a posteriori de Situación 3: Por el camino amarillo

El propósito de esta situación es que el estudiante sea capaz de identificar qué impide que todos los puntos estén sobre la línea amarilla. Al evidenciar que dos puntos no se dejaban ubicar sobre la línea amarilla, hicieron los siguientes comentarios

**A:** Para llevar los puntos sobre la línea amarilla, estos deben de realizar el movimiento circula de la misma forma.

**P:** Como así:

**A:** Mire, hay un punto que gira pero no alcanza a subir por el camino amarillo porque el movimiento es más pequeño y el otro no rota, sino que se mueve de forma recta.

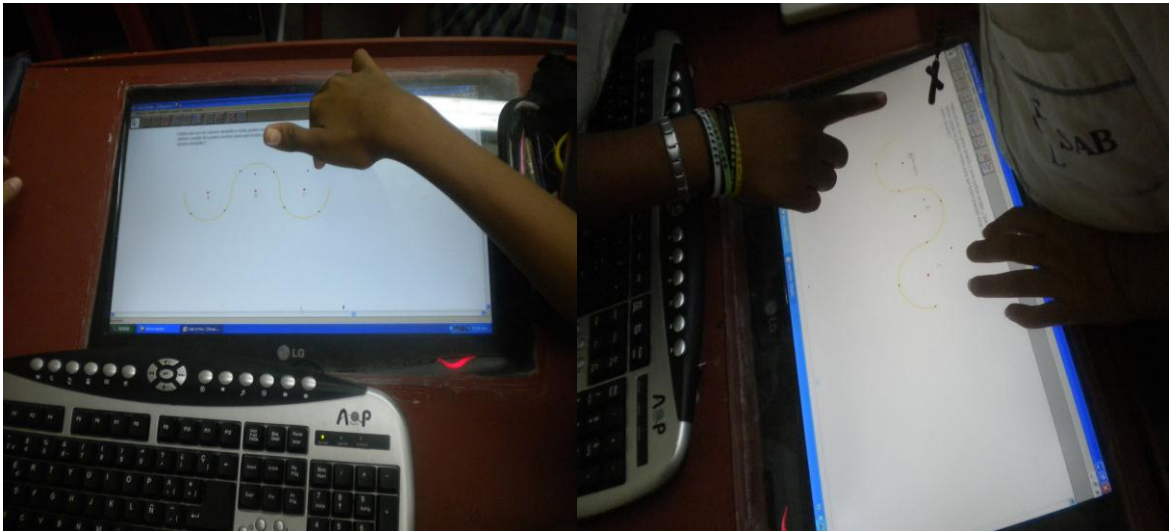


Así hay 2 puntos q' no  
dentra al camino amarillo

\*En el punto B, hay un punto  
q' esta afuera del camino y  
su rotación es muy pequeña

**Figura 22.** Producción escrita por los estudiantes sobre la situación tres

En esta figura el estudiante señalan, el punto que se mueve en forma recta y el punto que realiza el movimiento circular más pequeño. (Ver, fig. 23)



**Figura 23.** Estudiante trabajando la situación Por el camino amarillo

En las producciones 22 y 23, los estudiantes logran identificar las trayectorias de los puntos. El poder de retroacción del medio es tan fuerte, que frente a esta situación, los argumentos de los estudiantes tendrán que surgir para poder entender lo que sucede.

Lo primero que hicieron los estudiantes fue arrastrar los puntos hacia el camino amarillo, ellos notaron con gran facilidad que los puntos se movían en parejas y que existían dos puntos independientes, además que cada una de estas parejas tenían su propio eje de rotación.

Esta situación permitió notar como los niños trataban de dar lo mejor de sí para crear una estrategia que les permitiera ubicar todos los puntos sobre el camino, lo cual generó intercambio de ideas entre ellos.

#### **4.4 Análisis a posteriori de la Situación 4: ¿Qué había antes de aplicar la macro y qué pasó después?**

Aquí lo primero que hicieron los estudiantes fue tratar de arrastrar la figura. Como no tenía ningún cambio preguntaron: qué es una macro.



A partir de la pregunta que se realizó por parte de los estudiantes, hubo una intervención de la profesora donde les indicó como realizar el procedimiento correcto para aplicar la macro y de esa forma, los estudiantes hicieron más uso del arrastre, y además, aplicaron una serie de rotaciones a la figura inicial.

**P:** Bien, ¿Que hacen?

**A:** Profe esto no se puede arrastrar.

**P:** Vamos a la barra de herramientas del programa. En la quinta ventana encontraremos que aparece la palabra rotación.

**P:** ¿Todos están allí?

**A:** Si profe.

**P:** Bueno vamos a seleccionar esa palabra y luego seleccionamos la figura.

**A:** Listo.

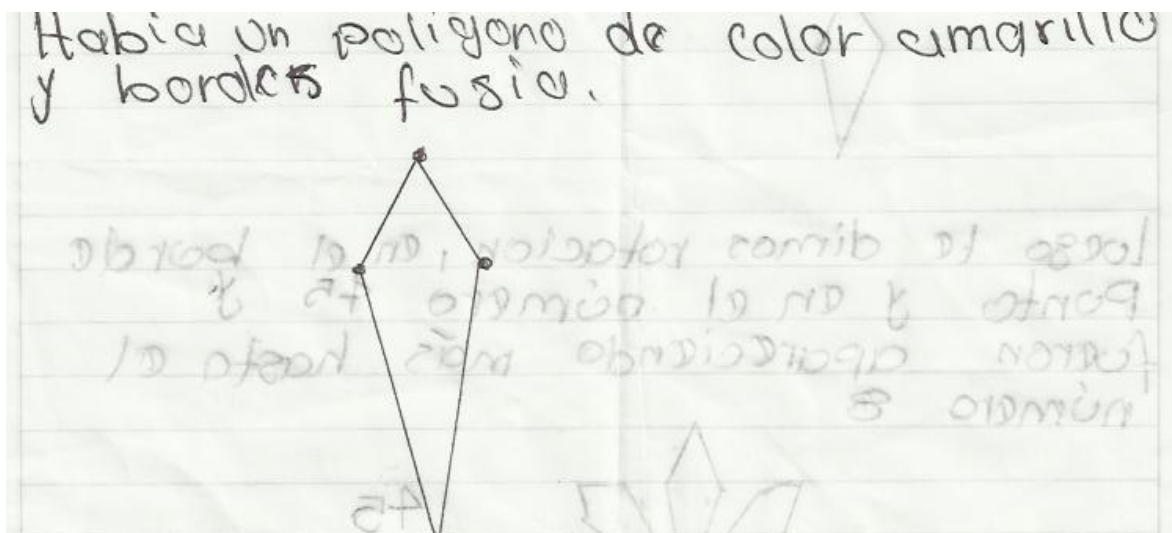
**P:** Ahora ¿ven el número 45 que aparece en la figura? Hacemos clic en ese número y luego en el punto de abajo que tiene la figura.

**A:** Ya profe, mire me aparece otra figura igual.

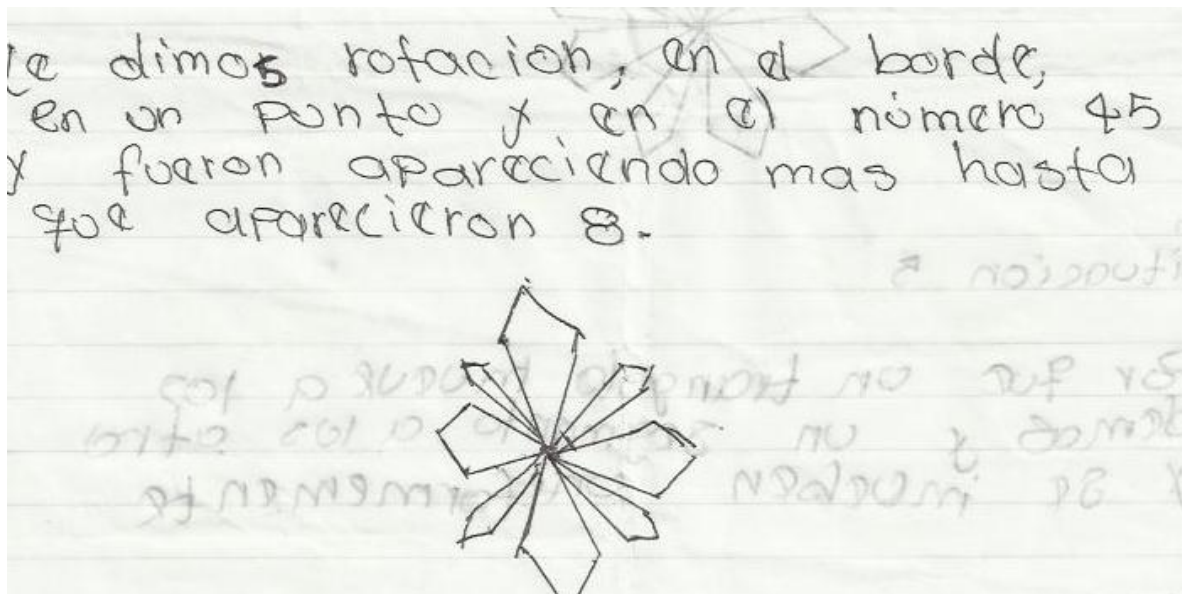
**A:** Si profe, aparece una igual.

**P:** Bueno, repitan el mismo procedimiento.

**A:** Profe mire parece una estrella.



**Figura 24.** Producción escrita por los estudiantes sobre la situación cuatro



**Figura 25.** Producción escrita por los estudiantes sobre la situación cuatro



**Figura 26.** Estudiante trabajando la situación de la macro

En las tres últimas producciones de los estudiantes (fig.24, 25,26), se puede ver como después de aplicar la macro, intentan construir la figura a lápiz y papel con el objeto de “hacerla parecida” a un rosetón. Aquí se puede ver como, las estrategias de los estudiantes es conservar la congruencia de figuras, como una característica propia del rosetón.

Al pedirles a los alumnos que aplicaran una rotación a la figura, se mostraron dudosos de la forma en que deben hacerlo, ya que ellos no habían manejado este programa; sin embargo, esto no fue impedimento para que ellos observaran las propiedades que se mantenían invariantes en la figura, a pesar de que no lograron escribir formalmente lo que observaron, lo expresaron verbalmente en forma correcta en su propias palabras.

#### **4.5 Análisis a posteriori de la Situación 5. ¿Cómo sabemos que esta figura es un rosetón?**

En el cumplimiento de la tarea se pudo apreciar que el estudiante sin ninguna dificultad logró desenvolverse como se esperaba, pues guiado por las situaciones anteriores, con rapidez arrastraron el triángulo, lo que les permitió realizar sus propias conjeturas.

*P: Niños, ¿Que pasa cuando mueven el triángulo?*

*A: Se mueven todos los demás.*

*A: Si, pero sólo se puede mover uno y del movimiento de ese dependen los demás.*

En esta actividad los alumnos ya identifican claramente la rotación, gracias a la actividad anterior, reforzando la dependencia entre los triángulos que conservaban su forma y tamaño.

Los arrastres también les permitieron identificar la constancia en la magnitud de los triángulos hecho que para ellos era evidente debido a que habían identificado por las situaciones anteriores, que las figuras siempre permanecían invariantes.

#### **4.6 Análisis a posteriori de la Situación 6. ¡Modifiquen la figura para que sea un rosetón!**

Se espera que los alumnos ubiquen de tal manera los triángulos y los segmentos que conforman el rosetón que puedan identificar qué condiciones deben mantenerse para que la figura no se modifique.

Para hacer esto, los alumnos deben tener clara la dependencia del movimiento entre los triángulos que conforman la figura. Los alumnos también podrían ubicar uno a uno los triángulos y al mismo tiempo identificar los segmentos que dependen del movimiento de dicho triángulo.

En el transcurso de esta situación los estudiantes cumplieron con los objetivos planteados y demostraron que las propiedades descubiertas en las situaciones anteriores les daban la confianza para plantear estrategias para solucionar esta situación.

Pudieron realizar la modificación de la figura, teniendo en cuenta el tamaño y la forma de los triángulos y segmentos que conformaban el rosetón y de esta manera organizarlo, teniendo muy en cuenta la dependencia del movimiento:

*P: ¿Qué pasa niños? ¿Cómo les va con esa figura?*

*A: Profe, tenemos que mover el triángulo. Si movemos este triángulo los demás se mueven y van en el mismo sentido.*

*P: ¿Qué diferencia hay con la actividad pasada?*

*A: R// (Ver, fig. 28)*

Para poder modificar el rosetón teníamos que igualar los triángulos, pero los segmentos hay una diferencia que (el rosetón) los segmentos de afuera no se pudieron modificar bien, porque cada punto de un segmento mueve otro segmento y no hay un punto que los mueva a todos. Hay un ~~punto~~ triángulo que mueve 2 triángulos, otro 3 y otro que los mueve a todos, quedan con la misma figura, pero con diferente tamaño.

**Figura 27.** Producción escrita por los estudiantes sobre la situación seis

En la producción de los estudiantes se puede ver como evidenciaron la misma propiedad que se cumplía en las situaciones de la flor, la cual se conservaba aún con el cambio de figura, es decir, comprendieron que no importaba el cambio del objeto, la dependencia del movimiento permanece invariante.

#### **4.7 Análisis a posteriori de la Situación 7. ¿Cuál es la pareja de cada círculo?**

Los alumnos empiezan la situación moviendo los círculos, emprenden arrastre, ubicándolos uno sobre el otro, debido a que están en la misma dirección. Al encontrarles la posición correcta a cada círculo, los alumnos observan y comentan:

*A: Este círculo va aquí.*

*P: ¿Y no podría ir en otra parte?*

*A: No porque solo se puede mover en esta dirección y se sobre pone a este otro punto.*

*P: ¿En cual dirección?*

*A: Mire profe, todos los círculos se mueven en forma circular, como las primeras situaciones.*

*P: ¿Entonces esas parejas que hallaron son las correctas?*

*A: No profe vamos a seguir buscando otras parejas*

Los alumnos arrastran los círculos uniéndolos con su correspondiente para estar seguros de la ubicación de las parejas, evidenciando que tienen claro que las parejas de círculos son esas.

Los estudiantes hacen un segundo intento:

*A: Ahora si profe*

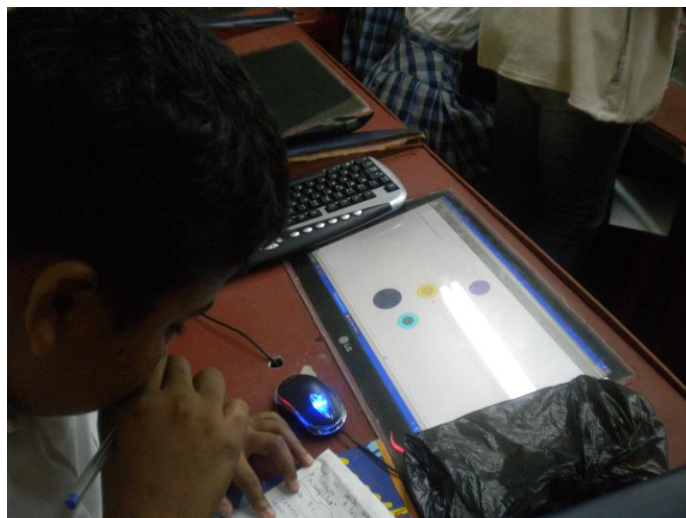
*P: Comprobémoslo*

*P: ¿Cómo seleccionaron las parejas?*

*A: Por su tamaño profe*

*P: ¿Solo por el tamaño?*

*A: No profe, mire que hay dos parejas que se forman por su tamaño y por su dirección, pero las otras dos parejas, solo se forman por su dirección porque su tamaño es diferente.*



**Figura 28.** Estudiante trabajando la situación Círculos en parejas

La Figura 29, exhibe algunas estrategias de los niños relacionadas con la congruencia, haciendo un uso predominante de los semigiros o simetrías centrales, incluyendo el reconocimiento del centro.

A demás los estudiantes, lograron plantear mejor sus estrategias al usar propiedades como: que la pareja de círculos por una rotación están en la misma dirección. Se observa que los niños al principio no asocian la figura por la trayectoria sino por su tamaño, pero a medida que tuvieron una nueva exploración de realizar la situación, reconocieron inmediatamente cada círculo con su correspondiente, lo que facilitó la tarea y permitió expresar sus opiniones con más seguridad.

También es importante resaltar que los estudiantes por medio del arrastre lograron poner cada uno de ellos sobre la pareja correspondiente, lo que indica que han identificado que cada círculo por una rotación tiene la misma orientación.

## 5. ANÁLISIS GENERAL DE LA APLICACIÓN DE LA SECUENCIA.

Mediante la implementación de la secuencia didáctica mediada por el software (Cabri Geometry II plus) se pudo mostrar a los estudiantes, figuras dinámicas que podían ser manipuladas en la pantalla del computador, lo que permitió el arrastre de los elementos de la figura para que realizaran distintos movimientos; además, el diseño de las situaciones aseguraba que las propiedades que fueron declaradas o son resultado de una construcción, se mantenían durante el arrastre lo que permitió, a los estudiantes, visualizar y verbalizar las propiedades características de la transformación de rotación.

Por ejemplo: en la situación ¿qué movimientos describe esta figura? situación1: Los alumnos notaron que cuando arrastraban el punto móvil, las figuras se movían de forma circular, lo que permitió visualizar: que el triángulo gira alrededor de un centro conservando su forma y que describe una trayectoria circular.

Gracias al diseño de las situaciones, no era necesario que los estudiantes conocieran todas las funciones de Cabri Geometry II plus, porque en el desarrollo de las mismas, era indispensable la herramienta arrastre, por medio de la cual, se reconocían y verificaban las propiedades geométricas de las figuras, debido a que la dinámica del software permite una gran libertad para explorar, observar, conjeturar y verificar propiedades y resultados.

Las situaciones planteadas llevaron a los estudiantes a identificar fenómenos visuales relacionados con las propiedades de la transformación de rotación, que les permitieron identificar la congruencia de las figuras en el software, o si una figura depende de otra por una rotación y a predecir la longitud, dirección y sentido de la misma (por ejemplo, en la actividad del loco rosetón).



En la situación: encuentre la manera de modificar la figura de tal forma que sea un rosetón, los estudiantes lograron evidenciar que las distintas posiciones en las que se encontraban los triángulos están de forma circular caracterizando así, uno de los elementos más importantes de esta serie de rotaciones: el eje o punto de rotación.

En la etapa de institucionalización, los estudiantes presentaron un poco de dificultad para manejar el lenguaje formal para referirse a las propiedades, es por esta razón, que se mostraron un poco recelosos para realizar la parte escrita de lo que observaban en cada situación ya que algunos términos no eran familiares para ellos, dificultándoles describir de los objetos y fenómenos que observaban en el transcurso de las situaciones.

Sin embargo, con sus propias palabras, evidencian un reconocimiento de las propiedades características de la traslación, logrando hacer comparaciones entre estas.

De acuerdo con lo anterior, podemos decir que los alumnos de quinto grado de primaria tienen cierta dificultad a la hora de pasar del lenguaje común al lenguaje formal correspondiente a la simetría axial y la traslación. Cabri Geometry II plus, en este caso, es un medio que les permite a los estudiantes mediante la retroacciones corregir las estrategias erradas, evitando la necesidad de evaluación por parte del profesor.

De igual forma, el profesor interviene de manera indirecta, preparando las figuras y las situaciones que se presentan a los estudiantes, coordinando las estrategias presentadas por parte de los estudiantes.

Se puede destacar lo enriquecedor para los estudiantes de esta experiencia debido a que se ve la necesidad de aprender el manejo del software y sus múltiples potencialidades en la construcción de situaciones, ya que se pueden construir figuras en el contexto de los estudiantes como los triángulos, la flor y el rosetón.

El programa no se limita a mostrar el resultado de aplicar una transformación a una figura geométrica, sino por el contrario, el dinamismo inherente al software, permitiendo mediante el arrastre, visualizar las características del movimiento de las transformaciones, sin necesidad de usar todas las herramientas.

En el desarrollo de este trabajo se logró que los estudiantes experimentaran otra forma de trabajar la geometría por medio de un software dinámico, que puede contribuir al desarrollo del pensamiento espacial además de eso contribuyo a la resolución de las situaciones y no solo en aprender el manejo del programa.

## **CAPITULO V**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Después de hacer el trabajo de investigación, respeto a la problemática que nos planteamos podemos decir que, en una secuencia didáctica mediada por un AGD para estudiantes de grado 5° de primaria se encuentran inmersas diferentes temáticas que le permiten a los estudiantes la construcción de un nuevo conocimiento matemático.

Frente a esto, podemos resaltar que el diseño de esta secuencia didáctica permite que el estudiante verifique los movimientos de las figuras que se encuentran en las situaciones tales como: polígonos, convexos, y circunferencias, también explorar su trayectoria y evidenciar algunas propiedades centrales de la rotación.

Con base en los resultados de esta experiencia se invita a la comunidad docente, para que inicien el diseño de sus actividades de matemáticas, contando con la mediación de un AGD, es pertinente la enseñanza de las matemáticas mediadas por un AGD en las escuelas, pues la forma de educar ha cambiado debido a la integración de la tecnología en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Con base a lo anterior, podíamos decir que el éxito de cada una de las situaciones planteadas a los estudiantes se debe en gran parte al buen diseño de la secuencia didáctica, que permitió una mayor claridad a la hora de desarrollar las situaciones con los estudiantes y poder obtener los resultados esperados.

Los elementos que poseen un AGD, tales como el dinamismo y el arrastre, permiten que los estudiantes, en compañía de los profesores, puedan comunicar, describir, argumentar sobre lo que visualizan en la pantalla del computador, lo cual también lo pueden hacer de forma habitual, usando lápiz y papel, pero lo que no lograrían identificar o visualizar serían las propiedades.

El integrar un ADG a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, no significa que se deba dejar de lado el trabajo de forma habitual (a lápiz y papel) por el contrario, se debe extraer de ambas partes lo esencial y aprovecharlo para trabajar de manera mancomunada y lograr así que el estudiante adquiera una mayor claridad de los conceptos y propiedades de las figuras geométricas involucradas.

Se recomienda a los docentes que deseen hacer uso de estas herramientas en sus prácticas educativas, que a la hora de elaborar y planificar cada una de las situaciones que hacen parte de la secuencia didáctica, se tenga en cuenta lo siguiente: ¿qué desea hacer?, ¿cómo lo piensa hacer?, ¿qué posibles obstáculos se pueden presentar a los estudiantes?; además, es indispensable que en el uso de los AGD que se valla a trabajar y de esta forma socializarlo posteriormente, antes de realizar las actividades en el aula para que al momento de enfrentarse con las situaciones tengan un previo manejo del software.

Es necesario que el estudiante cuente con el acompañamiento del docente a la hora de realizar cada una de las situaciones, porque solo con el software de geometría dinámica, el estudiante, no podría alcanzar a desarrollar competencias en cuanto al pensamiento geométrico y matemático.

Es conveniente implementar el uso de las secuencias didácticas mediadas por (AGD) en el aula, ya que estas permiten a los estudiantes evolucionar de forma más rápida en la construcción del conocimiento gracias al dinamismo del programa.

## BIBLIOGRAFIA

Arcavi & Hadas (2000). “*Ambientes de geometría dinámica en actividades de planteamiento y justificación de conjeturas*”, trabajo presentado en III Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, (México).

Brousseau. (1999). “, *Educación y didácticas de la matemáticas*”. Trabajo presentado en el V Congreso de Investigación Educativa Aguascalientes. (D. B. falcón, Trad.).

Brousseau. (1999). “*Enseñanza de las ciencias desde una mirada de didáctica de la escuela francesa*”. Medellín, Colombia.

Coxeter. (1971) H.S.M fundamentos de geometría traducción de Ricardo Vinos México Editorial Limusa- Wiley S.A 197.

Garzón, D. y Valoyes L. (2005) Geometría I. Notas de Clase. Instituto de Educación y Pedagogía. Cali: Universidad del Valle.

Chevallard, Y. (1982). La trasposición didáctica, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Mariotti, M .A. (2001) Justifying and proving in the Cabri environment International Journal of Computers for Mathematical Learning.

Ministerio de Educación (1998) Estándares básicos de competencia en lenguaje, Matemáticas y ciencia Ciudadanas. Santafé de Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2004) Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Serie Documentos. Bogotá: Imprenta Nacional.

Rodríguez, M. S. (2009). *La gestión del profesor desde la perspectiva de la medición instrumental*. Colombia: Institución de Educación y pedagogía, universidad del valle.

Rabardel, P. (1995) *Les hommes et les technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Collins.

Rabardel, P. & Samrcay, R. (2001) *From Artefact to instrument mediated learning*. Helsinki: University of Helsinki. (Gempeler, 2004).

Rodríguez, M. S. (2011), *Gestión didáctica del profesor y emergencia del arrastre exploratorio en un AGD: El caso de la rotación en educación primaria*.

Trouche (2002) *Une approche instrumentale de l'apprentissage des mathématiques dans des environnements de calculatrice symbolique*. En: GUIN, D. & TROUCHE, D. (Ed) *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail informatique: un problème didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions

Trouche, L (2004) *instrumental approach to mathematics Learning in symbolic calculators environments*. En D. Guinn, K Ruthven y L Trouche (eds.). *The didactical Challenge of Symbolic calculators turning a computational device into a mathematical instrument*. Springer Netherlands.

Vasco, C.E. (2006) *Geometría activa y geometría de las transformaciones*. En *Didácticas de las matemáticas*. Colombia: Universidad pedagógica Nacional

# ANEXOS

## LISTA DE ANEXOS

<b>ANEXO A.</b> Información documental Situación 1 (1) .....	63
<b>ANEXO B.</b> Información documental Situación 1 (2).....	63
<b>ANEXO C.</b> Información documental Situación 2 (1).....	64
<b>ANEXO D.</b> Información documental Situación 2 (2).....	64
<b>ANEXO E.</b> Información documental Situación 2 (3).....	65
<b>ANEXO F.</b> Información documental Situación 3 (1).....	65
<b>ANEXO G.</b> Información documental Situación 3 (2) .....	66
<b>ANEXO H.</b> Información documental Situación 4 (1).....	66
<b>ANEXO I.</b> Información documental Situación 4 (2) .....	67
<b>ANEXO J.</b> Información documental Situación 4 (3) .....	68
<b>ANEXO K.</b> Información documental Situación 5 (1).....	69
<b>ANEXO L.</b> Información documental Situación 5(2) .....	69
<b>ANEXO M.</b> Información documental Situación 6 (1).....	70
<b>ANEXO N.</b> Información documental Situación 6 (2).....	70
<b>ANEXO O.</b> Información documental Situación 7 (1).....	71
<b>ANEXO P.</b> Información documental Situación 7(2).....	71



Nombre: Sandra fernanda y Andre lucia	Fecha: 28-11-2014
Profesor: Jenny Paola	Materia: Geometria
Institución: Nuestra Sra de la Sabiduria	Curso: 6°

primera situación

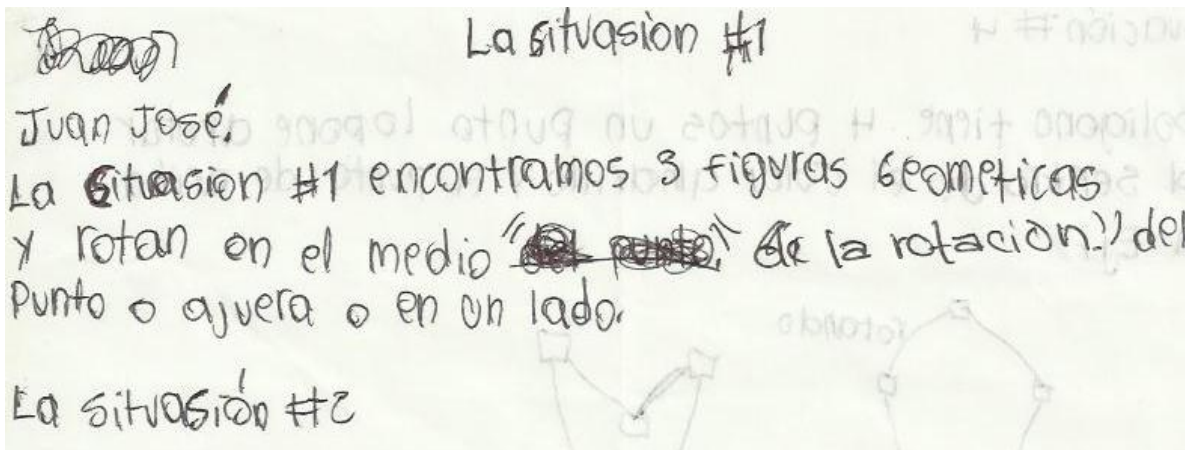
En la primera situación nos apareció 3 figuras y el [REDACTED] movimiento es rotación porq" gira alrededor de su propio eje

### ANEXO A. Información documental Situación 1 (1)

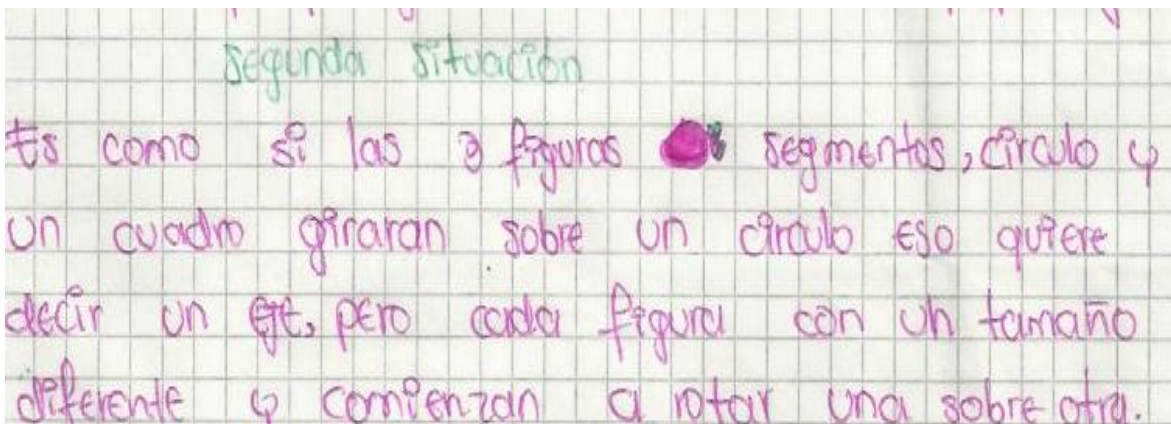
1) ¿ Que movimiento tienen estas figuras?

R// Movimiento de rotación, porque gira alrededor de un punto eje ya sea en sentido o en contra de las manecillas del reloj; y puede girar alrededor de un punto cualquiera.

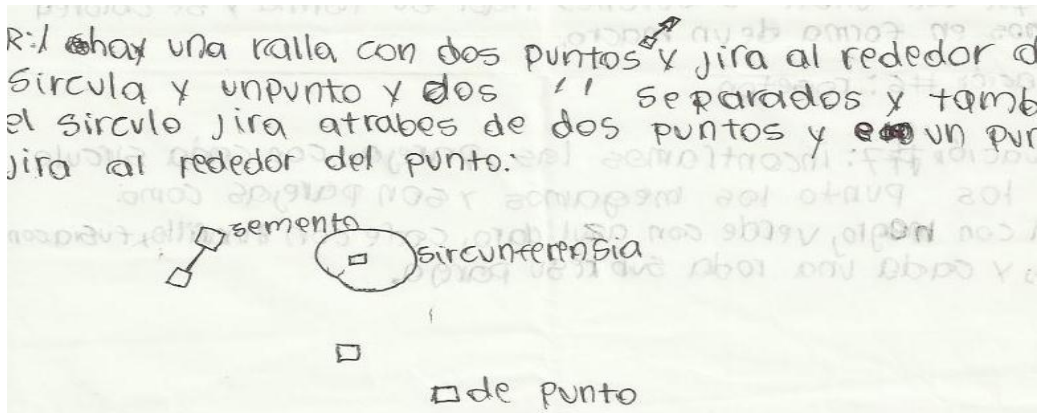
### ANEXO B. Información documental Situación 1 (2)


 La situación #1  
 Juan José,  
 La situación #1 encontramos 3 figuras geométricas  
 y rotan en el medio "del punto" de la rotación del  
 punto o ajvera o en un lado.  
 La situación #2

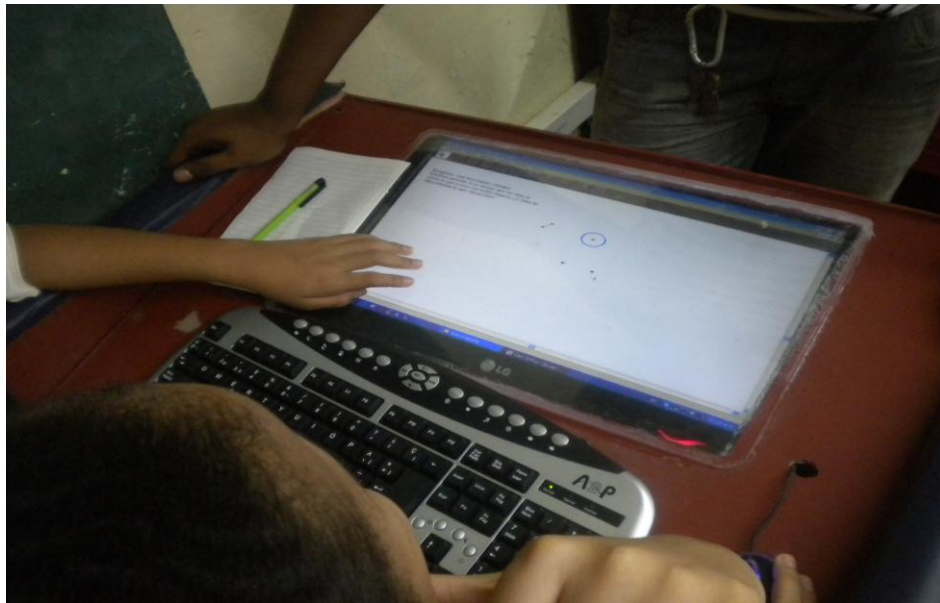
### ANEXO C. Información documental Situación 2 (1)


 Segunda situación  
 Es como si las 3 figuras segmentos, círculo y  
 un cuadro giraran sobre un círculo eso quiere  
 decir un eje, pero cada figura con un tamaño  
 diferente y comienzan a rotar una sobre otra.

### ANEXO D. Información documental Situación 2 (2)



### ANEXO E. Información documental Situación 2 (3)

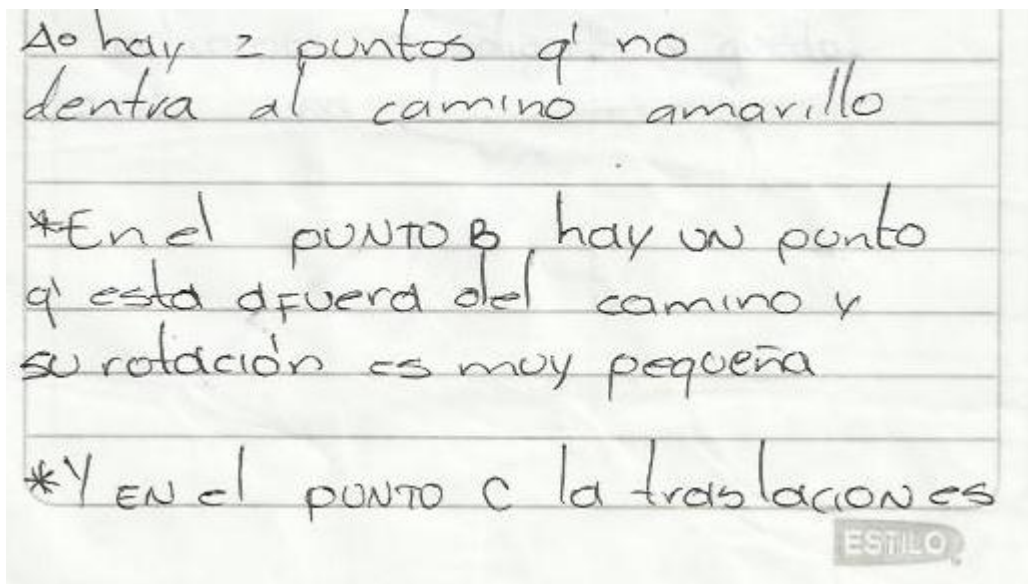


### ANEXO F. Información documental Situación 3 (1)

No hay 2 puntos q' no  
dentra al camino amarillo

\*En el punto B hay un punto  
q' esta afuera del camino y  
su rotación es muy pequeña

\*Y EN el punto C la traslacion es

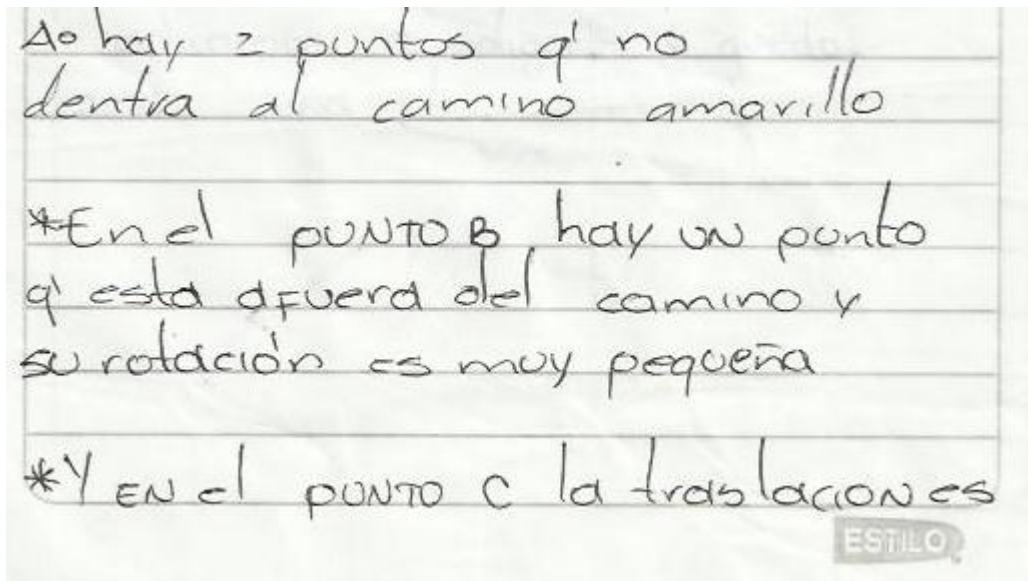


**ANEXO G.** Información documental Situación 3 (2)

No hay 2 puntos q' no  
dentra al camino amarillo

\*En el punto B hay un punto  
q' esta afuera del camino y  
su rotación es muy pequeña

\*Y EN el punto C la traslacion es

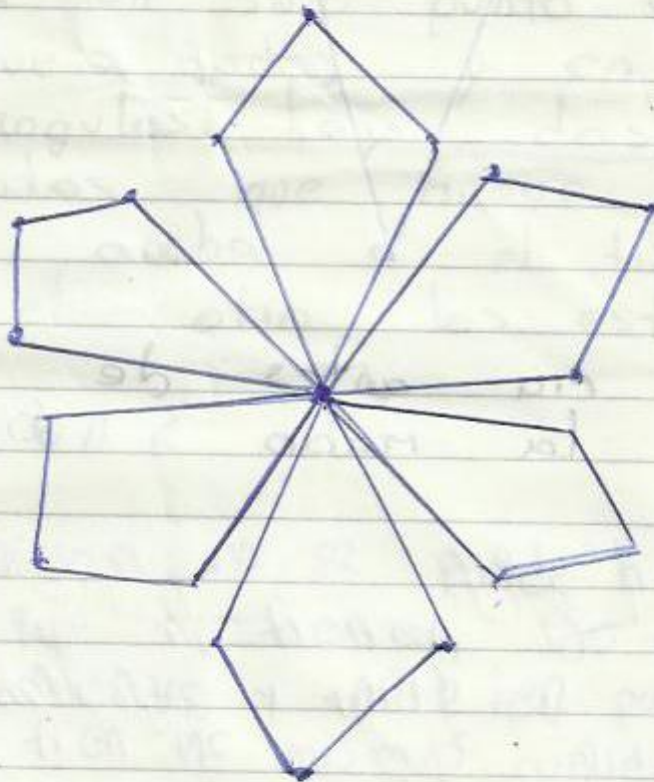


**ANEXO H.** Información documental Situación 4 (1)



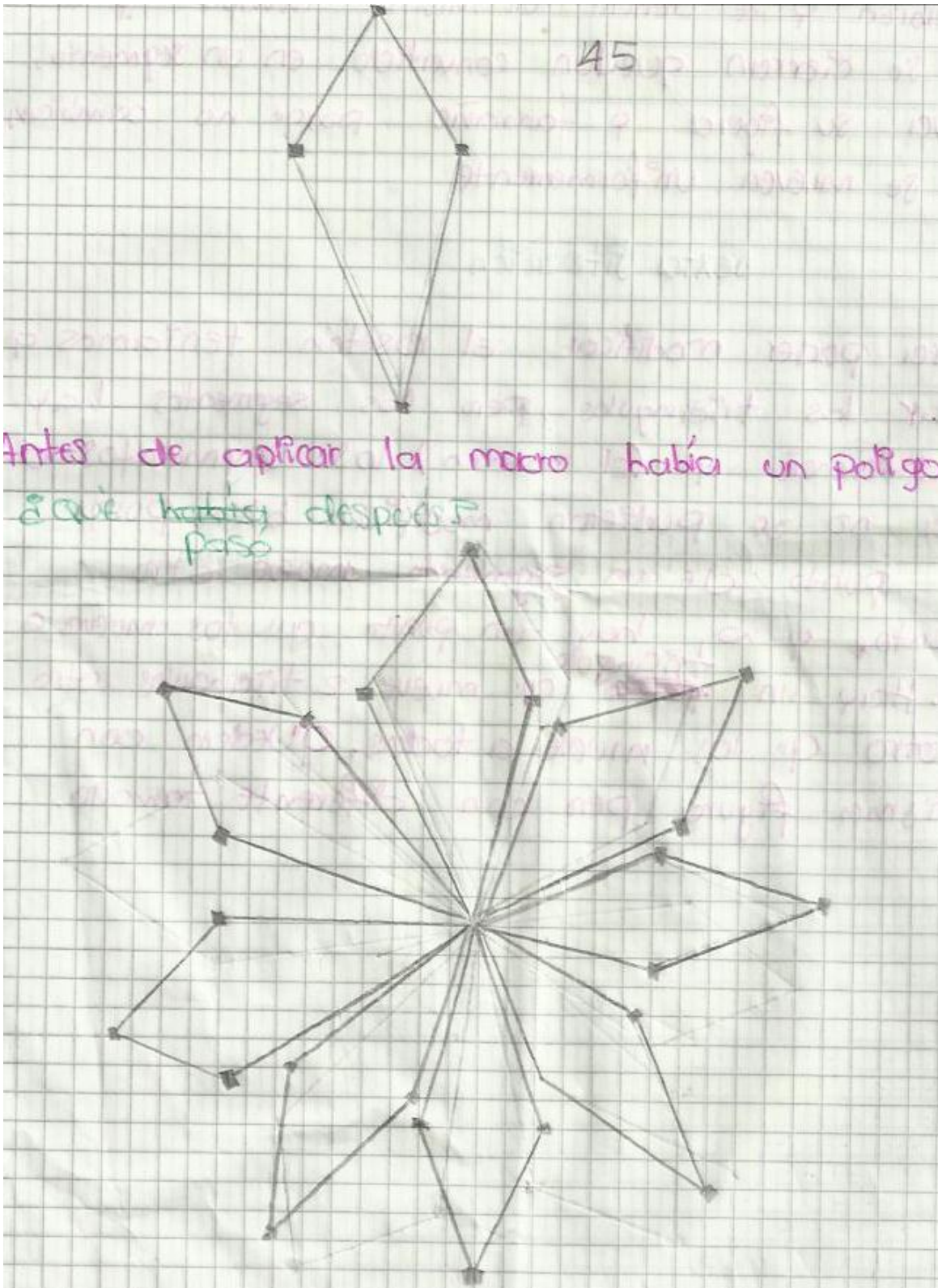
SITUACION # 4

ANTES DE APLICAR PA ~~MA~~ MACRO  
HABIA UN SOLO POLIGONO Y DESPUES  
ROTARON EN VARIOS SECTORES DE  
POLIGONOS.



cuando aplicamos la macro  
este poligono quedo como  
en forma de una flor

ANEXO I. Información documental Situación 4 (3)

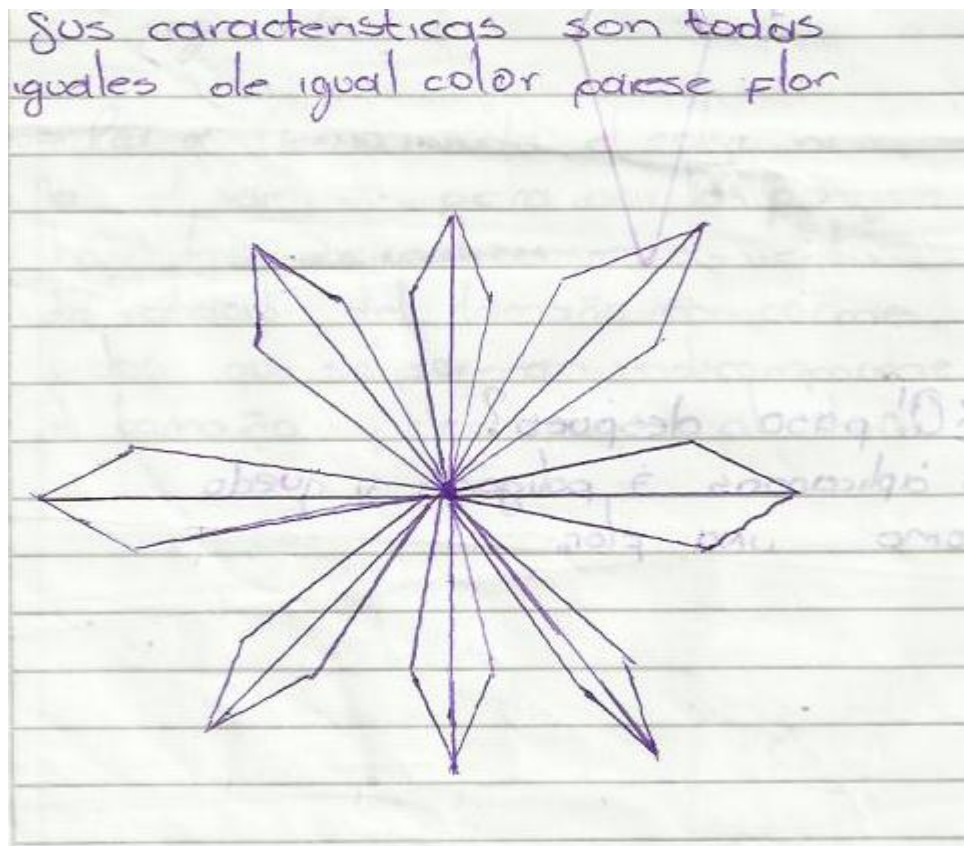


ANEXO J. Información documental Situación 5 (1)

QUINTA SITUACIÓN

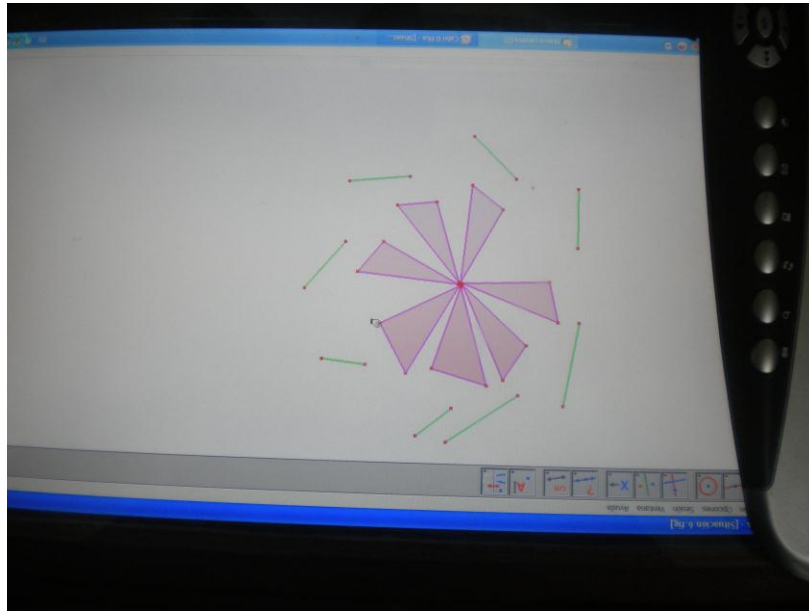
Es un roseton porque el ~~triángulo~~ <sup>triángulo</sup> parece moverse a los triángulos se abren y se cierran al mismo tiempo y a lo que se cierran quedan convertido en un segmento, conserva su figura y tamaño porque no cambian porque se mueven uniformemente

#### ANEXO K. Información documental Situación 6 (1)

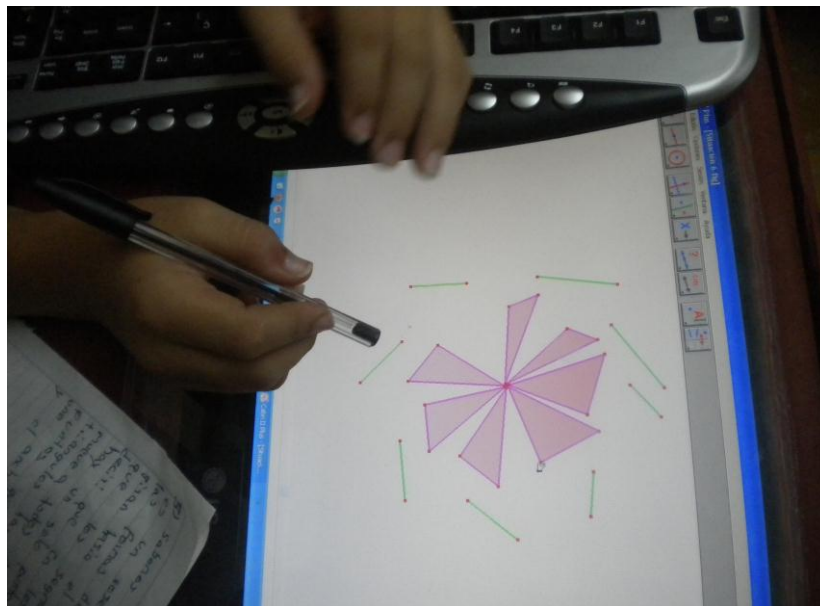


#### ANEXO L. Información documental Situación 6 (1)





**ANEXO M. Información documental Situación 6 (2)**



**ANEXO N. Información documental Situación 7 (1)**



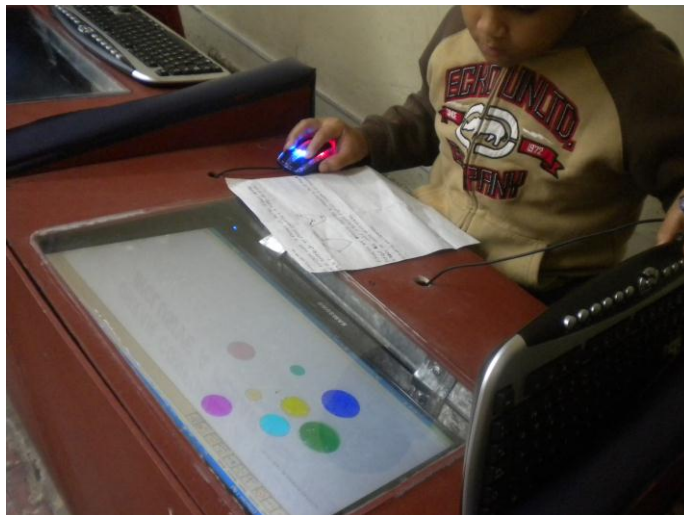
Auto #7

LA PAREJA del círculo azul ~~es~~ es el negro es por que tienen el mismo tamaño y realizan el mismo movimiento tienen la misma circunferencia

LA PAREJA AZUL con verde por que tienen el mismo tamaño la misma circunferencia pero ~~no~~ tienen el mismo movimiento

el morado con fucsia tienen el mismo tamaño el mismo movimiento y la misma circunferencia

#### ANEXO O. Información documental Situación 7 (2)



#### ANEXO P. Información documental Situación 7 (3)



