



**CONFIGURACIONES EPISTÉMICAS PRESENTES EN LOS LIBROS DE TEXTO  
DE GRADO SÉPTIMO: LOS PUNTOS Y LÍNEAS NOTABLES DEL TRIÁNGULO**

**ANGIE DURLEY CHAPARRO GARCES 1225795**

**WILLIAM IVAN MEJIA TREJOS 1130902**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE**

**INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA**

**LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS**

**2018**



**CONFIGURACIONES EPISTÉMICAS PRESENTES EN LOS LIBROS DE TEXTO  
DE GRADO SÉPTIMO: LOS PUNTOS Y LÍNEAS NOTABLES DEL TRIÁNGULO**

**ANGIE DURLEY CHAPARRO GARCES 1225795**

**WILLIAM IVAN MEJIA TREJOS 1130902**

**DIRECTORA:**

**MG. JENNIFER SALGADO PIAMBA**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE**

**INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA**

**LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS**

**2018**

## CONTENIDO

Resumen .....	7
Introducción.....	8
1. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA Y LA JUSTIFICACIÓN .....	11
1.1 Problemática .....	11
1.2 Objetivos.....	19
1.2.1 Objetivo General .....	19
1.2.2 Objetivos Específicos.....	19
1.3 Justificación .....	20
1.3.1 Orientaciones curriculares nacionales.....	23
1.3.2 Los libros de texto.....	31
2. REFERENTES TEÓRICOS .....	34
2.1 Teoría del enfoque ontosemiótico.....	35
2.2 De los objetos matemáticos: líneas notables del triángulo .....	42
2.3 Metodología empleada.....	50
3. DEL LIBRO DE TEXTO Y LAS CONFIGURACIONES EPISTÉMICAS.....	53
3.1 Análisis general de los libros de texto .....	53
3.1.1 Libro: Avanza matemáticas 7.....	55
3.1.2 Libro: Zoom a las matemáticas 7 .....	60
3.2 Configuraciones epistémicas de los libros de texto .....	64
3.2.1 Avanza Matemáticas 7 - Ed. Norma .....	64
3.2.2 Zoom a las Matemáticas 7 - Ed. Libros & Libros .....	85
4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....	101
REFERENCIAS .....	112
Anexo 1 .....	117
Anexo 2 .....	123

## TABLA DE ESQUEMAS

Esquema 1. Coherencia vertical por grados acerca del pensamiento espacial. Estándares básicos en matemáticas (2006). Pág. 80 - 89.....	27
Esquema 2. Coherencia horizontal entre los pensamientos centrados en el pensamiento espacial. Estándares básicos en matemáticas (2006). Pág. 80 – 89.....	28
Esquema 3. Configuración de los objetos y procesos. Godino, (2009). Pág. 9.....	36
Esquema 4. Configuración de objetos primarios. Godino. (2009). Pág. 7. ....	38
Esquema 5. Representación de las relaciones generadas entre los objetos primarios, las prácticas y las funciones semióticas. Godino, J. (2017). Pág. 5.....	41
Esquema 6. Proposición de la mediatriz. Londoño (2006). Pág. 201.....	45
Esquema 7. Corolario para el circuncentro. Feijoo. (2011). Pág. 31.....	46
Esquema 8. Proposición de las bisectrices de un triángulo. Londoño. (2006). Pág. 202. ....	46
Esquema 9. Demostración del incentro. Feijoo. (2011). Pág. 30. ....	47
Esquema 10. Proposición de las medianas del triángulo. Londoño. (2006). Pág. 200.....	48
Esquema 11. Demostración del baricentro. Feijoo. (2011). Pág. 32. ....	49
Esquema 12. Proposición de las alturas del triángulo. Londoño. (2006). Pág. 203. ....	49
Esquema 13. Guía de análisis, indicadores para la descripción general de los libros de texto. Tomado de Arbeláez (1999) y Prendes (2001).....	55
Esquema 14. Portada libro Avanza matemáticas 7.....	55
Esquema 15. Representación de las 8 unidades que integran los cuatro capítulos. Avanza matemáticas 7. Pág. 6 - 7.....	56
Esquema 16. Portada libro Zoom a las matemáticas 7.....	60
Esquema 17. Enunciado problema, situación introductoria a los conceptos de líneas notables del triángulo. Avanza matemáticas 7. Pág. 185. ....	66
Esquema 18. Definición del concepto de mediatriz. Avanza matemáticas 7. Pág. 170. ....	66
Esquema 19. Definición del concepto de bisectriz. Avanza matemáticas 7. Pág. 167.....	67

Esquema 20. Explicación de procedimiento, construcción de la bisectriz. Avanza matemáticas 7. Pág. 171. ....	67
Esquema 21. El circuncentro como propiedad de la intersección de las mediatrices, en el que se utiliza un lenguaje formal. Avanza matemáticas 7. Pág. 186.....	68
Esquema 22. Recuadro de información, aplicación del concepto en la arqueología. Avanza matemáticas 7. Pág. 186. ....	69
Esquema 23. Integración de las representaciones verbales y gráficas para la construcción de la mediatriz de un segmento. Avanza matemáticas 7. Pág. 170. ....	70
Esquema 24. Actividad que sugiere descripción de los procedimientos efectuados. Avanza matemáticas 7. Pág. 175. ....	71
Esquema 25. Representación por medio de una tabla los conceptos de: mediana y baricentro; altura y ortocentro. Avanza matemáticas 7. Pág. 187. ....	72
Esquema 26. Representación simbólica de punto y recta. Avanza matemáticas 7. Pág. 164. ....	73
Esquema 27. Ejemplo propuesto para identificar la orientación que toma el incentro en los diferentes tipos de triángulos. Avanza matemáticas 7. Pág. 187.....	74
Esquema 28. Ejemplo propuesto para que se reconozca cuando están trazadas las alturas en un triángulo. Avanza matemáticas 7. Pág. 185.....	74
Esquema 29. Ejercicio de construcción que propone la elaboración de una conjetura que dé cuenta del concepto trabajado. Avanza matemáticas 7. Pág. 190. ....	75
Esquema 30. Ejercicio de razonamiento y argumentación. Avanza matemáticas 7. Pág. 190. ....	75
Esquema 31. Actividades de resolución de problemas y razonamiento. Avanza matemáticas 7. Pág. 189. ....	76
Esquema 32. Ideas previas propuestas por el libro de texto. Avanza matemáticas 7. Pág. 185. ....	77
Esquema 33. Recuadro de información que amplía el concepto de baricentro. Avanza matemáticas 7. Pág. 187. ....	78
Esquema 34. Objeto matemático emergente, líneas notables del triángulo. Avanza matemáticas 7. Pág. 188. ....	78

Esquema 35. Ejercicio para identificar las líneas notables trazadas en los triángulos. Avanza matemáticas 7. Pág. 189. ....	79
Esquema 36. Reconocimiento de propiedades especiales que cumplen los triángulos, vinculo web que permite observar animaciones. Avanza matemáticas 7. Pág. 188.....	79
Esquema 37. Procedimiento para comprobare propiedades en el programa de geometría dinámica. Avanza matemáticas 7. Pág. 190. ....	80
Esquema 38. El incentro como propiedad que cumple la intersección de las bisectrices de un triángulo. Avanza matemáticas 7. Pág. 186.....	81
Esquema 39. Registro discursivo de tipo descriptivo que permite relacionar los conceptos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 124. ....	85
Esquema 40. Propiedades del triángulo en lenguaje natural. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 126 .....	85
Esquema 41. Registro gráfico, intersección de las mediatrices en los tres tipos de triángulos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 124. ....	86
Esquema 42. Lenguaje simbólico. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 126. ....	87
Esquema 43. Indicaciones que son reguladas por el uso de símbolos geométricos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 125.....	87
Esquema 44. Frente a la postura de Moreno y Waldegg, se evidencia un reto para el estudiante. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 125. ....	89
Esquema 45. Ejemplos con imágenes de las construcciones en los diferentes tipos de triángulos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 126. ....	89
Esquema 46. Ejercicios con imágenes que sirven de apoyo en las construcciones y cuestionarios. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 125. ....	90
Esquema 47. Taller propuesto para resolver en el programa Geogebra. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 140. ....	91
Esquema 48. Conceptos previos expuestos como recuadros de comunicaciones complementarias asociados a los objetos emergentes mediatriz - circuncentro y bisectriz - incentro. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 57. ....	92
Esquema 49. Definición del concepto de altura. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 124. ....	93

Esquema 50. Las alturas en los diferentes tipos de triángulos según sus ángulos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 124. ....	93
Esquema 51. Recuadro de información usado como elemento que enfatiza una definición. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 140. ....	94
Esquema 52. Exploración utilizando programas de geometría dinámica. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 140. ....	96
Esquema 53. Procedimiento que permite llegar a una generación de los conceptos de incentro y circuncentro. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 125. ....	97
Esquema 54. Ejercicio de tipo inductivo en el que se usa el conocimiento de las propiedades para dar respuesta a la comprobación. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 125...	98
Esquema 55. Recuadro de información utilizado como elemento para enfatizar argumentos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 124. ....	98
Esquema 56, Registro de representación semiótica, líneas y puntos notables del triángulo en los dos libros de texto analizados. ....	103
Esquema 57. Situación - problema, puntos y líneas notables del triángulo en los dos libros de texto de matemáticas.....	106
Esquema 58. Elementos constitutivos de la significación, puntos y líneas notables del triángulo en los dos libros de texto.....	108

## Resumen

Contemplando el análisis de textos matemáticos como una de las competencias que los docentes de matemáticas deben lograr en su formación para su actividad dentro del aula de clase, este trabajo presenta un análisis de dos libros de textos de matemáticas de grado séptimo, entorno a los conceptos de líneas y puntos notables del triángulo. Se tendrá en cuenta la propuesta realizada por Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2009) con la configuración epistémica como una herramienta de análisis de textos, que plantea la relación entre contenido y elementos lingüísticos de un sistema de práctica; estos sistemas de prácticas presentes en el seno de una institución, como las editoriales, se considera como significado institucional. De acuerdo con lo anterior, para este trabajo se plantea configurar la propuesta de significado institucional que presentan los dos libros de texto acerca de los puntos y líneas notables del triángulo, en los que se tuvo en cuenta las expresiones, las notaciones, las gráficas, las definiciones, los argumentos entre otros, para poder contrastarlos con los planteamientos expuestos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN); a partir de esto se planteó una guía de análisis para detallar la estructura general que presentan los libros, siguiendo los aportes realizados por Prendes (2001) y Arbeláez et al. (1999). Por último, se presentan los resultados obtenidos del análisis epistémico realizado a los dos libros de texto.

**Palabras claves:** configuraciones epistémicas, significado institucional, libros de texto, sistema de práctica, líneas notables y puntos notables del triángulo.



## Introducción

En el ámbito de los procesos de enseñanza y aprendizaje, la influencia del libro de texto de matemáticas es un apoyo al enfoque propuesto por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) para la enseñanza de la geometría, en la que se ven involucrados tres procesos principalmente (visualización, razonamiento y construcción) que va de la mano con las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellas, sus transformaciones y sus diversas representaciones materiales (MEN, 1998). De este marco resulta importante revisar las propuestas que tienen los libros de texto, en cuanto a la geometría, para el estudio del triángulo como punto de partida de una actividad conceptual dentro del ciclo de aprendizaje básico.

Teniendo en cuenta lo anteriormente citado, en este trabajo de grado se propone hacer un análisis detallado utilizando las configuraciones epistémicas como herramienta de análisis para los significados institucionales de los sistemas de prácticas que presentan las editoriales de los libros Zoom y Avanza. En los que se identificó una relación con los elementos que constituyen los significados y las formas de representación de las propiedades de los triángulos, conocidas como líneas y puntos notables, en los libros de texto; se hizo un rastreo utilizando la herramienta de configuración epistémicas para identificar la propuesta que realizan los libros de texto, dado que este enfoque permite reconocer las conexiones matemáticas que permiten resaltar el valor contextual y funcional de los objetos geométricos, ya que se torna esta actividad un poco perdida en las comunidades de enseñanza.

Este trabajo de grado permitió dar cuenta de la importancia de enseñar geometría en el aula de clases, dado que integra diferentes componentes didácticos para su aprendizaje como son: el libro de texto, las herramientas computacionales y el trabajo con lápiz y papel.

En el desarrollo de este trabajo se considera que los significados matemáticos van de la mano con los sistemas de práctica y los significados institucionales tanto referencial (para grado séptimo) como pretendido (según requerimiento de los lineamientos y estándares de matemáticas MEN). (Godino, Batanero y Font, 2007). En consecuencia, se destaca el objetivo principal el cual va orientado a configurar la propuesta de significado institucional que presentan los dos libros de texto de matemáticas de grado séptimo en torno a los conceptos de puntos y líneas notables del triángulo, usando el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) como modelo teórico.

El trabajo de investigación se estructuró en cuatro capítulos organizados de la siguiente manera:

En el capítulo 1 se describe la problemática exponiendo la pregunta de investigación determinada por ¿Cómo está estructurada la propuesta de significado institucional relacionado con las líneas y puntos notables del triángulo en dos libros de texto de grado 7° de las editoriales Norma y Libros & libros, a partir de sus configuraciones epistémicas?, en el que se encuentran los objetivos que se pretenden alcanzar con esta investigación, la justificación de la misma, considerando si este contenido va de acuerdo con lo establecido por el MEN, en particular con el pensamiento espacial y los sistemas geométricos.

Se puede encontrar en el capítulo 2 tres elementos teóricos que son convenientes para el presente trabajo. Como primer elemento se encuentra la descripción del enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática orientada por Godino, Batanero y Font (2009), enfoque que expone la configuración epistémicas como herramienta de análisis de texto; seguido de una breve descripción de los conceptos de puntos y líneas notables del triángulo. Por último se presenta la metodología empleada, la cual cuenta con un enfoque cualitativo ya que se hace una descripción e interpretación de los objetos matemáticos antes mencionados.

En el tercer capítulo, se encuentran los análisis generales de los dos libros de texto que dan cuenta de la estructura de los libros, los aspectos generales y técnicos, entre otros; con el uso de una guía de análisis de contenido, tomada de los aportes que realizan Arbeláez, et al. (1999) y de Prendes (2001); y al final, se presentan las configuraciones epistémicas de las líneas y puntos notables, teniendo en cuenta el lenguaje matemático, definiciones, procedimientos, proposiciones, argumentos y situaciones problema, como elementos de análisis.

Finalmente, para el cuarto capítulo se dispusieron los resultados y conclusiones obtenidas por la estructura formada por las configuraciones epistémicas, en el que se identificaron características propias de los libros de texto, tales como: utilizar un lenguaje natural para presentar definiciones del concepto, ejemplificar conceptos por medio de las imágenes y el trabajo de la geometría desde el programa Geogebra.

# **1. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA Y LA JUSTIFICACIÓN**

Se tiene que frente al marco propuesto por el MEN para la enseñanza de la geometría hay elementos que requieren de una reflexión por parte de los docentes y que señalan dificultades para este proceso, a saber, las cuestiones relacionadas con el uso de los libros de texto, las representaciones y formas discursivas expresadas en los textos y el significado que promueven. De ahí, que resulte pertinente rastrear los significados propuestos por los libros de texto como visión institucional de una editorial particular y contrastar esta propuesta con las orientaciones y parámetros dados por el MEN en sus documentos (Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), estándares básicos de competencias en matemáticas (2006)). A continuación se exponen los elementos relacionados con estos aspectos correspondientes a las líneas y puntos notables de un triángulo.

## **1.1 Problemática**

Las matemáticas y su desarrollo como ciencia han tenido muchos cambios, desde sus primeras actividades relacionadas con el conteo y la medición, hasta la época de los grandes inventos científicos del renacimiento con las matemáticas del movimiento y las razones de cambio. Esta característica ha propiciado un aumento en sus categorías o campos de acción como son la aritmética, el álgebra, la geometría, el cálculo, la topología, la probabilidad, entre otras. De Guzmán en la conferencia del III simposio Iberoamericano sobre la enseñanza de las matemáticas en (1991) considera que:

La matemática misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante. De manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos. Y aun en su propia concepción profunda, de un modo más lento. Todo ello sugiere que, efectivamente, la actividad matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo. (Pág. 21)

Al igual que las matemáticas han pasado por diversos cambios, la Educación Matemática<sup>1</sup> con sus aportes como campo de estudio también, dado que busca responder a las necesidades de la educación, desde los años 70 y con ella las reformas a los programas de estudio que se apoyaban en los contenidos científicos a nivel mundial, los cuales se organizaban en libros de texto como unidades didácticas basadas en documentos oficiales para crear temáticas como “guía de aprendizaje” enfatizada en los saberes propios de algún campo de acción de las matemáticas.

Dentro de este campo de acción de las matemáticas, la geometría se considera como uno de los principales componentes de estudio del espacio<sup>2</sup> bi y tri dimensional que desde sus inicios fue utilizada por los egipcios para resolver problemas dentro de un contexto social. Actualmente la geometría es uno de los conocimientos básicos planteados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), que promueve y desarrolla los diferentes procesos cognitivos, en los que la exploración del espacio ayuda a la comprensión de situaciones que demandan un estudio de los sistemas geométricos, los cuales son entendidos como

---

<sup>1</sup> Entiéndase Educación Matemática de acuerdo con Rico, Sierra y Castro 2000 citado en Godino 2010, como todo el sistema de conocimientos, instituciones, planes de formación y finalidades formativas que conforman una actividad social compleja y diversificada relativa a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

<sup>2</sup> En el campo de las matemáticas una de las componentes de estudio es el espacio como concepto de ubicación, forma y descripción de objetos con sus cualidades y representaciones geométricas.

herramientas de exploración y de representación en el desarrollo del pensamiento espacial. Este se define como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (MEN, 1998, pág. 56)

Por esta razón, es necesario reflexionar sobre la enseñanza de la geometría, en particular la manera como es presentada actualmente en los libros de texto y el sentido que se le da al pensamiento espacial y a los sistemas geométricos, expuestos en los libros de texto. Resulta apropiado hacer un análisis detallado de los elementos que constituyen los significados y las representaciones de las propiedades de los triángulos, en particular los puntos y líneas notables, en los libros de texto para grado séptimo considerando la propuesta del MEN.

En nuestro país la enseñanza de las matemáticas, y con ellas la geometría, han sufrido grandes cambios curriculares, desde los años 60 con la introducción de las matemáticas modernas, de alguna forma hicieron que la enseñanza de la geometría tomara ciertos arquetipos, o en casos extremos, fuese extraída de los currículos escolares. Originando que en la enseñanza de la geometría se produjeran cambios en la manera de presentar sus contenidos y por ello se han adoptado diferentes formas de enseñar geometría, como el plegado de papel y el uso de los software de geometría dinámica, entre ellos Geogebra y Cabri, los cuales ayudan a identificar y reconocer los objetos y propiedades invariables en el espacio de dos o tres dimensiones. Estas formas de enseñanza revelan la necesidad de salir de tal estancamiento y proponer nuevas formas de abordar el trabajo de la geometría en la escuela.

Los cambios curriculares planteados en la dicha época, también repercutieron en el desarrollo didáctico de la geometría en los libros de textos, publicados bajo las directrices de un sistema educativo netamente gubernamental, evidenciado en el poco manejo de herramientas pedagógicas y de contenidos en el proceso de dicha reforma. Sin embargo, los avances de la psicología cognitiva permearon las políticas educativas, generando la reforma de 1994 con la Ley General de Educación 115, que consagró la autonomía escolar, quitándole al estado su poder sobre las metodologías y los contenidos, provocando de esta manera libertad para que los docentes lograran elaborar textos escolares, los cuales no fueron debidamente direccionados al enfoque por estándar. (Ocampo, J., 2006, pág. 23-24)

Esto permitió una revisión por parte del gobierno, las diferentes organizaciones y personas que contribuyeron en la construcción de los lineamientos curriculares en 1998 y los estándares curriculares en el 2003 y 2006, que introducen como caso particular las competencias matemáticas expresando así, la orientación formativa de la educación Colombiana. Por ello, algunos libros de texto han considerado en sus contenidos obedecer a los planteamientos propuestos por el MEN para la enseñanza del pensamiento espacial como caso particular.

Por otro lado, algunos libros de texto han contribuido a la confusión de conceptos del pensamiento espacial por usar estereotipos en sus ejemplos (Barrantes & López, 2014), es decir, tienen la constante de repetir ciertos patrones que en algunos casos se conciben conceptos erróneos (Gutiérrez & Jaime, 1996), impidiendo que los estudiantes puedan

hacer representaciones significativas del espacio <sup>3</sup> cuando se utilizan para referirse a elementos abstractos.

Por años se ha pretendido cambiar tal, orientando como solución una geometría dinámica ayudada por las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), con software que introducen un nuevo tratamiento a la geometría, en cuanto a la identificación de características que presentan los objetos geométricos, según sus propiedades y teoremas. Estos programas dinámicos permiten desarrollar en los estudiantes la visualización como estrategia para la solución de problemas donde se evidencia un proceso de interpretación y reflexión para representar y así comunicar su solución, empero, el aprendizaje del objeto geométrico por el estudiante queda a decisión de lo que se ve expresado en imágenes, olvidando el significado de cómo se perciben los signos<sup>4</sup> que relacionan las figuras geométricas y sus propiedades como modos de representación distintos a los trabajados en los libros de texto. (Ricaldi, 2014).

Los libros de texto<sup>5</sup>, considerados como fundamentales desde finales de la edad moderna, proporcionan hasta nuestros días los objetivos de la educación, como el de preparar y formar al individuo para la vida. Esta concepción ha evolucionado dentro de la didáctica, pues ahora son objeto de estudio por en que respecta a su relación con el carácter

---

<sup>3</sup> El nombre de espacio está asociado al proceso de interacción entre el espacio intuitivo y espacio abstracto, (Alsina. C., 1997, pág. 87).

<sup>4</sup> El término signos es la referencia que usan los textos de matemáticas en la representación de los objetos matemáticos y geométricos como las líneas y puntos notables del triángulo, las gráficas y los lenguajes formales.

<sup>5</sup> El libro de texto como medio de instrucción en el cual se encuentra la unidad correspondiente a geometría, propósito del análisis.



pedagógico y curricular; de esta forma se pone de manifiesto que la actividad matemática no está aislada y que en estos recursos se puede analizar las relaciones, no solo con los contenidos y sus orientaciones pedagógicas, sino también el lenguaje matemático utilizado, junto con su forma de representación. Esto permite una valoración a priori del potencial didáctico del texto y la perspectiva de la enseñanza de las matemáticas. Por ello se hace necesario rastrear la configuración epistémica<sup>6</sup> propuesta en los libros de texto, pues estas posibilitan que los docentes puedan verdaderamente identificar conexiones matemáticas, resaltando el valor contextual y funcional de los objetos geométricos. Dado que las correspondencias o conexiones de estos significados con las representaciones de los símbolos matemáticos son creadas por cada estudiante, según el vínculo entre el contenido y una expresión, a través de alguna función semiótica<sup>7</sup>, los libros como sujeto institucional establecen reglas de correspondencia que se vinculan con dichas funciones semióticas.

Tomando en consideración la propuesta de los doctores Godino y Batanero quienes afirman que los significados matemáticos van de la mano con los sistemas de prácticas y los significados institucionales<sup>8</sup>, tanto referencial (para grado séptimo) como pretendido (según requerimiento de los lineamientos y estándares de matemáticas MEN). (Godino,

---

<sup>6</sup> Configuración Epistémica se entiende como el conjunto de elementos que conforman un libro de texto como son el lenguaje, los conceptos, propiedades y ejercicios; útiles para describir las características de estos según orientaciones epistemológicas y didácticas.

<sup>7</sup> Término alusivo a la correspondencia entre expresión y contenido proponiendo una interpretación del conocimiento y la comprensión de un objeto constituido como elemento primario según EOS.

<sup>8</sup> El significado institucional es el sistema de prácticas compartidas en el seno de una institución ante un campo de problemas. (Godino et al, 2007). Para este trabajo se entenderá el significado institucional como la acción de las personas encargadas en las editoriales de elaborar los libros de texto, quienes pueden ser licenciados, magister, etc.

Batanero y Font, 2007), se busca establecer el significado institucional de las líneas y puntos notables del triángulo, por medio del análisis de los libros de texto correspondientes a grado séptimo; prestando atención a los conceptos o significados que según el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) son considerados como sistemas de prácticas.

Estos sistemas de prácticas, (operativas, regulativas y discursivas) son construidos a través de la historia por personas o instituciones, constituyendo los significados de los objetos matemáticos y por ello son susceptibles al cambio; para Godino (2003) esta concepción posibilita un análisis de la cognición humana, considerando que todo sujeto hace uso de conocimientos básicos activando un conjunto de relaciones entre diferentes categorías funcionales (configuraciones primarias) que son evidentes en las actividades en la que se requiere de las matemáticas, como son; el lenguaje, los conceptos, las acciones, las situaciones, las propiedades y los argumentos.

Esta concepción expone un problema que vincula a los docentes como aquellos que mayor uso hacen de los libros de texto. Tanto así que son llevados a ser una guía fidedigna por la confianza que en ellos se encuentra plasmado el currículo; con la metodología de enseñanza de la geometría, manifestado en la incomprensión de los conceptos o manifestaciones semejantes a obstáculos didácticos, referidos a que en los libros de texto se ha pretendido unificar lo axiomático con lo práctico (dinamismo) y que al fin lo que se ha hecho es crear obstáculos en el aprendizaje de la geometría, porque son los docentes quien así lo transmiten; según lo expuesto en algunas investigaciones, como las de Guerrero, R (2009) y Bocco, M (2010).

Por lo descrito anteriormente, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

*¿Cómo está estructurada la propuesta de significado institucional relacionado con las líneas y puntos notables del triángulo en las unidades de contenido de dos libros de texto de grado 7° de las editoriales Norma y Libros & libros, a partir de sus configuraciones epistémicas?*

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo General**

Configurar la propuesta de significado institucional que presentan dos libros de textos de matemáticas de grado séptimo, en torno a los conceptos de puntos y líneas notables del triángulo.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

- ❖ Determinar la estructura general que presentan los dos libros de texto, por medio de una guía de evaluación de textos escolares que permita dar cuenta de la forma en la que es expuesto el contenido.
- ❖ Describir el significado institucional de las definiciones que proponen los dos libros de texto para exponer los conceptos de líneas y puntos notables del triángulo.
- ❖ Contrastar el enfoque de la geometría propuesta en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos en Competencia Matemática frente al enfoque de los dos libros de texto.

### 1.3 Justificación

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) por medio de los Lineamientos curriculares de Matemáticas (1998) promueve la enseñanza de la modelación, la exploración y la representación del espacio, para que sean identificados como constructos manipulables de las representaciones mentales en los que entra en juego el espacio intuitivo. En este sentido “el estudio de la geometría en la escuela debe favorecer estas interrelaciones. Se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales” (MEN, 1998, pág. 3).

Al igual que el MEN hace énfasis en el estudio de la geometría también diversos autores consideran que el estudio de esta ayuda a desarrollar diferentes procesos necesarios en la formación del individuo. Castiblanco, Urquina, Camargo, & Acosta (2004) afirman que:

El conocimiento geométrico es un componente matemático que ocupa un lugar privilegiado en los currículos escolares por su aporte a la formación del individuo. No sólo se considera como una herramienta necesaria para describir el espacio circundante, comprenderlo e interactuar en él, sino que, como disciplina científica, descansa sobre importantes procesos de formalización que son ejemplo de rigor, abstracción y generalidad. (Pág. 1).

Aunque el MEN (1998) integra la geometría como parte activa de la educación, se hace evidente la preocupación por el estudio de ésta dentro de los currículos escolares, como una asignatura que posibilita la estructuración del espacio, la integración con el uso de las TIC y software dinámicos de aprendizaje para la geometría. Entre algunos docentes continúa la

necesidad de rescatar del abandono que ha sufrido la geometría por los currículos escolares, ya que se reduce cada vez más el tiempo de trabajo en el aula de clases, dejando de lado las necesidades emergentes generadas gracias a la reflexión de los objetos, las propiedades y las relaciones matemáticas de la geometría. (Marmolejo & Vega, 2012).

Es importante reconocer la visualización y la construcción de figuras (asociada al pensamiento espacial) y el razonamiento (asociado con el pensamiento deductivo), como procesos cognitivos fundamentales en los que se apoya la geometría. Los dos primeros encaminados la enseñanza de la geometría, al desarrollo de la percepción espacial, el estudio de lo invariante de las figuras, sus relaciones y propiedades bajo el efecto que producen las diferentes transformaciones sobre estas. Y por otro lado, el razonamiento que propone la enseñanza de la geometría como un estudio sistemático de los patrones y regularidades que presentan las figuras, que permiten llegar a realizar conjeturas y generalizaciones, posibilitando desarrollar diferentes tipos de argumentos, con los que se espera poder llegar a producir teorías axiomáticas de carácter deductivo. (Castiblanco et al., 2004).

Por tanto, la geometría interrelaciona los procesos de visualización, justificación y las aplicaciones instrumentales, las cuales ayudan a resolver problemas de la vida cotidiana, las ciencias, las matemáticas, en la modelación del mundo circundante, en la ampliación de procedimientos conceptuales con teorías construidas axiomáticamente e interrelacionar diversos campos del conocimiento en los que se encuentre una estructura común entre ellos. (Castiblanco et. al, 2004). Se hace entonces pertinente el estudio de conceptos que ayuden

en los procesos de visualización, razonamiento y construcción, como lo son las líneas y puntos notables de un triángulo gracias al despliegue de diferentes formas de visualización.

Si bien, se considera que los libros de texto son por mucho uno de los materiales más utilizados en el aula de clase, tanto por el docente como por los estudiantes, ya que organiza y presenta de forma gradual los contenidos matemáticos, tal como lo mencionan diversos investigadores en el tema (Godino, Font y Wilhelmi (2006), Arbeláez et al. (1999), Rico (1998), Selander (1990) entre otros). Se tiene la necesidad de revisar la propuesta que estos realizan en cuanto a la formulación de definiciones, ejercitación, planteamiento de problemas y evaluación de los contenidos que presentan.

En efecto, la selección de textos escolares y de los materiales didácticos es determinante en la calidad y pertinencia de las representaciones y por ende de la comunicación (MEN, 1998, pág. 23), por la relevancia que estos poseen como recursos didácticos dentro de la actividad docente, es importante que se inculque el hábito de analizar los libros de textos que pretenden ser llevados al aula de clases, ya que estos deben de ser pertinentes y adecuados según el contexto, en el que se considere el tipo de lenguaje, conceptos, proposiciones, argumentos, procedimientos al igual que las situaciones problema que estos proponen, tal como lo menciona Vasco (1999): “Una vez adoptado un texto por un profesor, este texto no sólo configura su quehacer pedagógico y didáctico, sino que condiciona toda la actividad del alumno”. (Pág. 18).

En particular, se ve la necesidad de analizar cómo los libros de texto presentan el contenido referente a la geometría, y si este contenido va de acuerdo con lo establecido por

el MEN, teniendo en cuenta que el libro de texto es uno de los recursos más utilizado en el aula de clase por el profesor cuando se usa para las planeaciones de estas.

### **1.3.1 Orientaciones curriculares nacionales**

Para la década de los años 60 a nivel mundial se produjo una reforma en la enseñanza de las matemáticas, que incluía para la educación básica diversos contenidos de las matemáticas modernas esta renovación fue motivada gracias al fracaso ocasionado por la introducción de las matemáticas modernas por el Grupo “Bourbaki”. Las consecuencias de esta reforma repercutieron en las universidades con un nuevo movimiento que desde los años 60 se conoce como el retorno a lo básico o (*back to basic*), que intenta rescatar los planteamientos algorítmicos y los procedimientos básicos del cálculo.

Lo anterior, trae con sigo el diseño de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), para orientar procesos curriculares y señalar directrices en el diseño y evaluación de los cursos de matemáticas, definiendo tres aspectos limitantes que articulan los contenidos con el quehacer matemático: los procesos generales, los conocimientos básicos y el contexto. En cuanto a los *procesos generales*, estos se dividen en cinco y tiene que ver con el aprendizaje, entre los que se encuentra: el razonamiento, la comunicación, la modelación, la comparación y ejercitación de procedimientos y el planteamiento y resolución de problemas. Los *conocimientos básicos*, se relaciona con los procesos que desarrollan el pensamiento matemático, se divide en cinco: el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, el pensamiento métrico y los sistemas de



medida y el pensamiento espacial y los sistemas geométricos. Y el *contexto*, hace referencia al entorno en que los estudiantes pueden aprender matemáticas, ya sea en otras ciencias, en su vida cotidiana o desde las matemáticas mismas.

Gracias a estos aspectos, se puede evidenciar que la matemática deja de ser una rama puramente científica vista en el aula de clases, logrando convertirse en una actividad de conjeturar, explorar y validar, siendo estos la base de la construcción del conocimiento y el desarrollo de habilidades para ser creativos, lograr resolver problemas y a su vez, lograr adquirir herramientas necesarias para valorar críticamente sus decisiones. (Samper, C., Leguizamón, C., Camargo, L., 2010).

En cuanto a la propuesta que realiza el MEN (1998) para los primeros grados de escolaridad, la cual se centra en la visualización y la formulación de argumentos sencillos, con los que los niños puedan describir particularidades presentes en las figuras geométricas. Para grado séptimo, el MEN propone actividades en las que el estudiante debe articular diversas herramientas como lo son la visualización, la deducción, la identificación de hipótesis, la construcción, etc.

Como caso particular, es importante que se retomen los conceptos como líneas y puntos notables del triángulo puesto que estos permiten identificar nuevas y diversas propiedades caracterizantes en los triángulos, considerando que en grados anteriores se trabaja de forma general el concepto de altura en diferentes figuras geométricas, como el cuadrado, el rectángulo y el concepto de mediatriz de segmentos. Al volver sobre estos, los estudiantes podrán identificar otras propiedades particulares que le permitan dar nuevo sentido, como el identificar que al trazar una mediana en un triángulo este lo divide en dos triángulos con

áreas iguales o que las tres medianas de un triángulo se cortan en un punto llamado baricentro y este es el punto de equilibrio del triángulo. El trabajo de estos conceptos en el aula de clases es un tema importante ya que con él los estudiantes pueden desarrollar activamente el razonamiento, el cual les permite llegar a la formulación de hipótesis, a la expresión de ideas, a la comunicación de conocimientos acerca de hechos conocidos, a la resolución de problemas, a la modelación de situaciones, a la identificación de patrones y propiedades, entre otros.

La modelación como proceso, es fundamental para el aprendizaje de los estudiantes ya que brinda herramientas necesarias para su formación como ciudadano crítico, comunicativo y reflexivo. En cuanto al aprendizaje de los procedimientos este es elemental en la formación de los estudiantes para que logren realizar cálculos correctos, sigan instrucciones, midan correctamente longitudes, áreas, volúmenes, construir figuras, trazar alturas, perpendiculares, identificar la mediatriz, etc.

Lo que se pretende por tanto, alrededor de los lineamientos y en particular en el pensamiento espacial para el grado séptimo, es contrastar la propuesta que presentan los libros de texto con los lineamientos en cuanto a las relaciones generadas entre los elementos del triángulo y los significados de sus propiedades representadas de forma gráfica o escrita, como uno de los criterios usados en el análisis y caracterización de las líneas y puntos notables del triángulo a partir de sus configuraciones epistémicas.

El MEN, como entidad encargada de establecer las capacidades mínimas que los estudiantes deben desarrollar en determinado ciclo de escolaridad, se considerara la propuesta que realizan los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN,

2006), como uno de los criterios de selección del libro de texto. Dichas competencias, se deben desarrollar teniendo en cuenta los conocimientos, destrezas y habilidades, por lo cual, es importante saber qué y cómo enseñar, y qué y cómo evaluar.

Este trabajo aborda en dos libros de texto de séptimo grado, los conceptos de puntos y líneas notables de los triángulos, como una propiedad que los caracteriza, tomando como caso particular dos estándares que relacionan los objetos de análisis del trabajo, los cuales se ajustan para alcanzar dicha competencia.

*“Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.”*

*“Resuelvo y formulo problemas utilizando modelos geométricos.”*

(MEN, 2006, pág.84)

Estos dos estándares enmarcan los conceptos que se analizarán en los dos libros de texto, en cuanto a las líneas y puntos notables del triángulo. Se puede evidenciar la relación de los estándares por medio de una la coherencia vertical y una horizontal, como lo propone el MEN (2006):

Coherencia vertical:

NIVELES POR GRADOS	ESTÁNDARES PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS
1° a 3°	<p>-Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.</p> <p>-Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.</p> <p>-Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.</p>
4° a 5°	<p>-Comparar y clasificar figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.</p> <p>-Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.</p>
8° a 9°	<p>-Reconocer y contrastar propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Thales).</p>
10° a 11°	<p>-Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.</p> <p>-Reconozco y describo curvas y/o lugares geométricos.</p>

Esquema 1. Coherencia vertical por grados acerca del pensamiento espacial. Estándares básicos en matemáticas (2006). Pág. 80 - 89.

En cuanto a la coherencia horizontal:

<p><b>PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS</b></p>	<p><b>PENSAMIENTOS RELACIONADOS CON EL ESTÁNDAR</b></p>
<p>Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.</p> <p>Resuelvo y formulo problemas utilizando modelos geométricos.</p>	<p><b>Numérico:</b> Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.</p> <p><b>Métrico:</b> Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.</p> <p><b>Variacional:</b> Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).</p>

Esquema 2. Coherencia horizontal entre los pensamientos centrados en el pensamiento espacial. Estándares básicos en matemáticas (2006). Pág. 80 – 89.

La coherencia vertical que presentan los estándares propone el estudio de la geometría desde los primeros grados en los que la enseñanza se centra en la construcción, identificación y comparación de las figuras geométricas, sin ahondar en las propiedades que poseen, puesto que para estos grados se espera que los estudiantes logren identificar las figuras y sus componentes que hacen alusión a su forma, permitiendo así que estos reconozcan en su diario vivir y en su entorno como las figuras geométricas hacen parte de diversos elementos cotidianos. Dejando para los grados de sexto en adelante, la identificación de propiedades caracterizantes de los diferentes polígonos, que permitan dar

solución a diferentes problemas, en los que se vean involucrados estos conceptos, ya sean problemas matemáticos o de otras ciencias, en los que se utilice geometría no solo para realizar construcciones de figuras geométricas, sino también para reflexionar y modelar el espacio.

En cuanto a la coherencia horizontal, en la que se integran los diferentes tipos de pensamientos. Se logró identificar que estos están dispuestos para que los estudiantes logren llevar cada uno de sus conocimientos, técnicas y representaciones en la resolución de problemas, ya sean en el campo de la geometría como en el ámbito numérico o el variacional.

Por tanto, la propuesta que realizan los lineamientos, presenta el contenido de manera gradual según el año de escolaridad y el desarrollo cognitivo en el que se encuentre el estudiante, dejando para secundaria la exploración, reconocimiento, demostración, formulación y descripción de propiedades y problemas en geometría procesos dispuestos para propiciar el razonamiento, la modelación y la visualización de las figuras geométricas.

El primer estándar hace referencia a la clasificación de las figuras geométricas, en el que se propone la identificación y determinación de las características de los polígonos, por ejemplo, considerando el triángulo y sus características se puede resaltar que: el circuncentro es el producto del corte de las mediatrices del triángulo y si se toma este punto como centro y uno de los vértices del triángulo se toma como radio, se logra circunscribir una circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo, siendo esta una propiedad en la que se puede identificar el potencial del estudio de las líneas y puntos notables del triángulo en el aula de clase, ya que si es llevado este concepto a un contexto, puede

describir el popular problema de la bombilla en el parque, la cual se espera ilumine la mayor parte del parque que tiene forma de triángulo.

En cuanto al segundo estándar, el cual plantea la resolución y formulación de problemas por medio de modelos geométricos, se hace necesario aclarar que en este trabajo no se consideran los modelos geométricos, pero sí, se resaltan los conceptos de líneas y puntos notables como útiles a la hora de formular y resolver problemas cotidianos en los que puede verse implicado el estudiante.

Esta coherencia está dispuesta para que los estudiantes puedan alcanzar diferentes competencias en matemáticas, en su proceso de formación desde una edad temprana cuando el estudiante está en su etapa nocional (conceptualiza), hasta alcanzar una etapa donde sea capaz de sintetizar (argumentar), y razonar desde la geometría y las matemáticas mismas.

De acuerdo con lo anterior, se considera importante que los libros de texto propongan las definiciones de puntos y líneas notables al igual diferentes problemas en los que puedan ser aplicados tales conceptos, ya que estos permiten visualizar propiedades propias de los triángulo, identificar las propiedades que los caracteriza como el punto de equilibrio en los triángulos dado por la de intersección de las medianas, a promover el razonamiento de sus propiedades, a la apropiación de los conceptos (mediatriz, bisectriz, altura, mediana, etc.), a la modelación de problemas en los que sea necesario la aplicación de las definiciones, a lograr dar solución desde la geometría a los retos y problemas a los que se enfrenten tanto en la escuela como fuera de ella.

Otro referente necesario al cual prestar atención es el libro de texto, ya que este como herramienta es utilizado en el aula de clase, sea por el profesor o por los estudiantes en el procesos de enseñanza y aprendizaje.

### **1.3.2 Los libros de texto**

El libro de texto escolar es considerado como uno de los recursos didácticos más utilizados tanto fuera como dentro del aula de clases, el cual debe favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, correspondiendo al público que va a hacer uso de él. (Mejía, W. 1999). También es considerado como herramienta complementaria para el docente y en algunos casos de uso obligatorio para los estudiantes, representando así una hegemonía en el proceso de enseñanza tal como lo han señalado autores como Prendes (2001) y Carbone (2003), quienes coinciden en la necesidad de evaluar los contenidos que presentan los libros de texto.

Otro de los aspectos que hace del libro de texto uno de los recursos más utilizados, es la forma en que propone actividades, como lo es el trabajo en grupo, en el que se espera que los estudiantes puedan interactuar entre ellos, establecer sus puntos de vista y escuchar al otro; en lo que se puede ver el libro de texto como un transmisor de valores.

En cuanto a la enseñanza de la geometría el libro de texto se constituye como un elemento auxiliar, gracias a las características que este expone las cuales deben ser desarrolladas en los estudiantes por medio de la experimentación con diversas actividades y en diferentes contextos. Integrando el trabajo con regla y compás, las TIC y la exploración con el medio ambiente.



Es pertinente entonces, formar a los profesores en el análisis de texto, ya que como recurso didáctico debe de ser apropiado según el contexto en el que se enmarca la comunidad en relación a los conceptos, los ejemplos, los ejercicios, los valores, etc. ayudando a la formación de ciudadanos críticos.

Es importante que el docente utilice el análisis de texto como una competencia<sup>9</sup> que le ayude a seleccionar el libro de texto desde una postura crítica en la que prime la calidad del texto, la autonomía, sus bases personales y las exigencias curriculares e institucionales, en lo que tiene que ver en este caso la enseñanza de las matemáticas; que no se destine esta labor a las editoriales. “Desafortunadamente la selección se hace muchas veces por los sobornos más o menos velados que les ofrecen los agentes y vendedores de las distintas editoriales y no precisamente por la calidad del texto” (Vasco, 1999, pág. 11). Por eso es importante seleccionar un libro de texto que cumpla con las necesidades y el contexto al igual que con el carácter educativo y la autonomía docente.

Por tanto, el libro de texto debe ser centro de investigación de la Educación Matemática, al considerar el impacto y alcance que este genera. En esta medida, es necesario formar profesores con herramientas básicas que sirvan de análisis para la escogencia de un buen recurso, que permita la apropiación del desarrollo de los diversos pensamientos, en particular del pensamiento espacial el cual ayuda a los estudiantes a relacionarse más con su entorno.

---

<sup>9</sup> Este término técnico según definición de la RAE: pericia, aptitud, idoneidad para hacer algo o intervenir en un asunto determinado. Competencia que complementa la de saber planificar y orientar los procesos formativos en matemáticas. (Lupiáñez 2010)

Por eso, se hace pertinente desde la formación de los docentes, la capacitación en el ejercicio del análisis crítico del texto escolar como la operación que ayuda a aprender a enseñar, según Godino (2010), útil para la evaluación de su pertinencia, idoneidad y adecuación; función realizada desde una ontología completa que abarca, lenguaje, situaciones problema, conceptos, procedimientos, técnicas, proposiciones, propiedades, teoremas y argumentaciones; para la comprensión de definiciones ya sea desde un lenguaje matemático, simbólico o gráfico, que expresa y soporta unas definiciones, procedimientos o proposiciones justificadas por argumentos o construcciones usadas en la aplicación de situaciones problemas. Pasos fundamentales para una buena instrucción.

Al considerar estos aspectos constituyentes de un buen libro de texto, se ve la necesidad de prestar atención a la propuesta que realizan en cuanto a los conceptos de líneas y puntos notables del triángulo, en los que se revisara el lenguaje, proposiciones, argumentos, procedimientos, ejercicios, ejemplos, etc.. Identificando así un material útil en el aula de clase que sirva como una herramienta al profesor en la conceptualización por parte de los estudiantes contribuyendo al desarrollo de los diferentes procesos propuestos por los lineamientos.

## 2. REFERENTES TEÓRICOS

Para este trabajo se pensaron tres elementos teóricos que, de una u otra forma, hacen parte del análisis de los libros de texto en relación con los conceptos geométricos objeto de la investigación. En un primer momento, y como herramienta fundamental del análisis, se encuentra el enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática orientada por Godino, Batanero y Font (2009). Este grupo de investigadores plantean un modelo teórico para describir y explicar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como factores de análisis que se consideran por niveles, el cual parte de la noción de sistemas de prácticas y las configuraciones de objetos, y terminan con los procesos matemáticos y la dimensión normativa e idoneidad didáctica, cabe resaltar que este trabajo solo se centrará en la forma como se configuran los objetos.

En un segundo momento, se introducen los aspectos relevantes acerca de los conceptos que se consideran como importantes en la definición de los puntos y las líneas notables del triángulo, identificando algunas demostraciones de estos elementos, los cuales se encuentran referenciados por la geometría euclidiana y el uso de la demostración clásica deductiva, caracterizada por la sistematización de teoremas, axiomas y definiciones, siendo esta una teoría axiomática presente en las demostraciones geométricas. Cabe anotar que solo se tendrá en cuenta el concepto de triángulo expuesto en los estándares como un polígono de tres lados y que a su vez se ha apoyado en la orientación que hace Godino en el manual Geometría y su didáctica para maestros (2002).

Y por último, se presenta la metodología que brindó las pautas a seguir para llevar este trabajo a cabo y poder culminar su presentación.

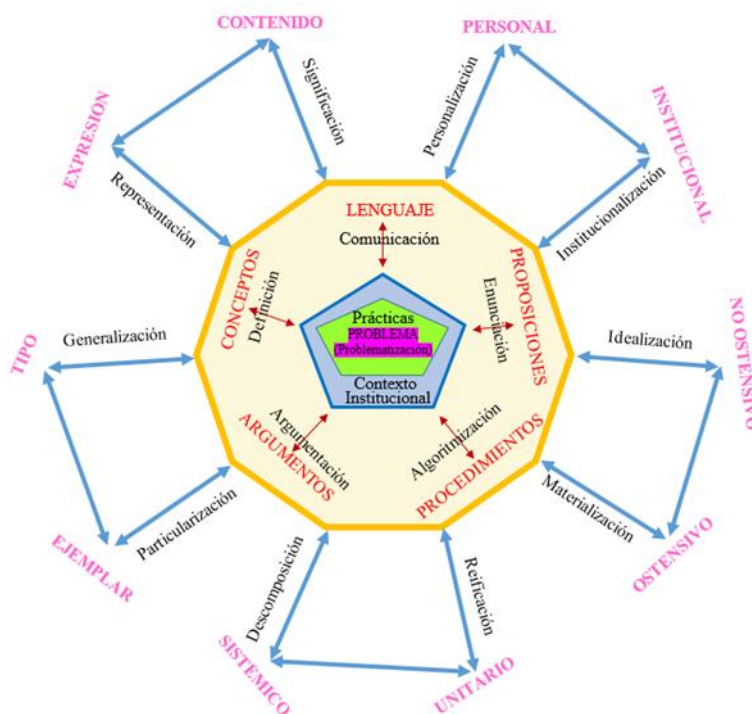
## **2.1 Teoría del enfoque ontosemiótico**

La teoría del enfoque ontosemiótico (EOS) se encuentra ubicada en el marco de la didáctica de las matemáticas, fundamenta su análisis en el estudio dialéctico del pensamiento, el lenguaje matemático y las situaciones problemas. Esta teoría avanza en el desarrollo de una semiótica que pretende ayudar en la construcción de procesos de interpretación de los sistemas de signos matemáticos puestos en juego en la comunicación, y en especial la comunicación en matemáticas. (Godino, 2002, pág. 238).

Esta toma como noción primitiva la situación- problemática en la que se tiene en cuenta los conceptos, los significados y los signos, los cuales intervienen en la identificación de los caracteres personales e institucionales que configura el conocimiento matemático (Godino, Batanero & Font, 2009, pág. 4). Siendo estos los aspectos base de este estudio, ya que es importante revisar la propuesta que realizan los libros de texto en el momento de presentar la conceptualización de los puntos y líneas notables del triángulo, para determinar su pertinencia, grado de formalismo, la forma en que es desarrollado el concepto, el sentido y modelo con que son presentados, en un amplio panorama para ayudar a los profesores en la selección de un buen material que corresponda con su orientación didáctica.

Por otro lado, los sistemas de prácticas en esta teoría son considerados como el conjunto de habilidades significativas necesarias en la resolución de actividades problema y su

relación con el conocimiento matemático; estos se encuentran organizados en sistemas de prácticas discursivas y operativas, en las que los objetos matemáticos son generados como “un fenómeno complejo cuya explicación implica considerar como mínimo dos niveles de objetos que emergen de la actividad matemática”. (Godino, 2009, pág. 5).



Esquema 3. Configuración de los objetos y procesos. Godino, (2009). Pág. 9.

Estos dos niveles son presentados en un “pentágono (primer nivel) y un decágono (segundo nivel) de objetos y procesos” (Vasco C., 2017), los cuales logran describir y organizar los procesos y objetos lingüísticos utilizados en el libro de texto y el discurso matemático en el aula de clases. El primer nivel, corresponde a las entidades u objetos matemáticos primarios que se pueden observar en los textos escolares que se relacionan entre sí generando configuraciones (Esquema 3), correspondiendo a:

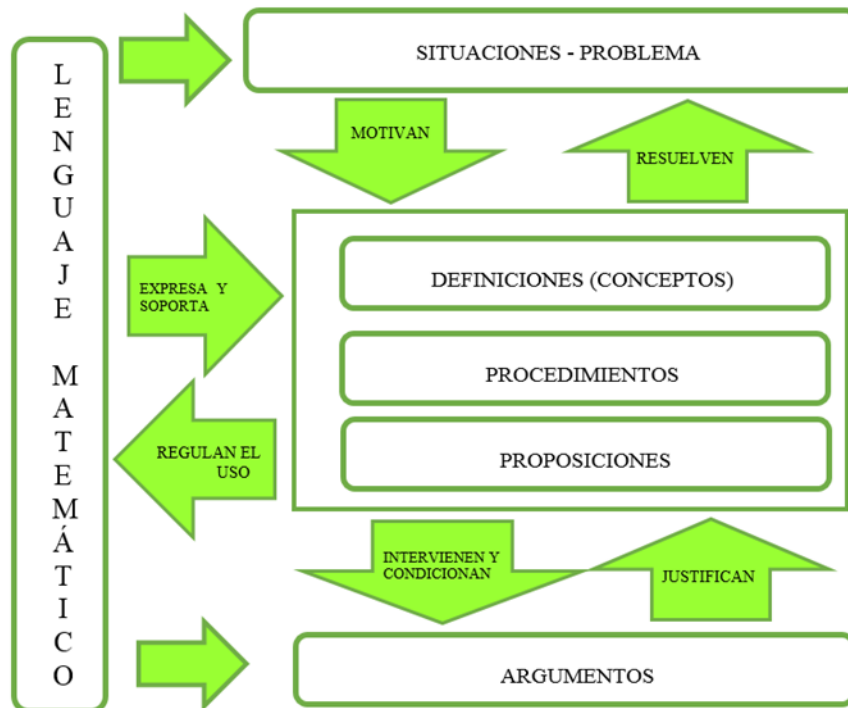
1. Los conceptos, presentados en forma de definiciones y proposiciones.
2. El lenguaje <sup>10</sup> o elementos lingüísticos, relacionado con el lenguaje escrito, las expresiones algebraicas, las gráficas y las tablas.
3. Las proposiciones, se consideran como los enunciados acerca de los conceptos, los axiomas, los teoremas, etc.
4. Los argumentos, son los enunciados que se utilizan para realizar las validaciones y explicaciones de las proposiciones y los procedimientos.
5. Procedimientos, son aquellas acciones que se llevan a cabo para encontrar la solución de los ejercicios como lo son: los algoritmos, cálculos, operaciones, técnicas, etc.

Estas entidades expresada en este pentágono se integran por las Situaciones - problema, como se mencionó al inicio de este capítulo, puesto que, en esta noción primitiva se encuentran los ejercicios, tareas y problemas contextualizados en los que se deben integrar los conocimientos matemáticos.

Estos objetos anteriormente mencionados conforman las configuraciones (redes de objetos que intervienen y salen de los sistemas de práctica cuando se relacionan entre ellos), las cuales se considerarán configuraciones epistémicas si son presentadas en un marco institucional y, se consideran configuraciones cognitivas si son presentadas en un marco personal

---

<sup>10</sup> El lenguaje en esta investigación se debe entender como registros de representación, consideración pertinente en la educación matemática, y en el EOS como constructo matemático formal; o como un sistema de constructos, que puede representar situaciones mediante símbolos o mediante un sistema de símbolos, usualmente cumpliendo ciertos axiomas o conforme a definiciones precisas -incluyendo constructos matemáticos que pueden representar aspectos de otros constructos matemáticos - (Goldin y Janvier, citados por Godino 2010).



Esquema 4. Configuración de objetos primarios. Godino. (2009). Pág. 7.

Las configuraciones epistémicas brindan un amplio panorama acerca de las relaciones que se generan entre los objetos mencionados (conceptos, lenguaje, definiciones, etc.), permitiendo dar cuenta de la forma en que se desarrolla, se presenta, el o los modelos que privilegia, y el sentido que este orienta en la conceptualización de los puntos y las líneas notables del triángulo. Cabe aclarar que este trabajo solo se centra en el estudio de las configuraciones epistémicas; puesto que no se estudiará la forma en la que se conceptualiza dado que solo se revisará en los libros de texto.

En cuanto al segundo nivel que integra el EOS, se compone de cinco facetas duales las cuales representan el carácter de los objetos matemáticos interpretados como los atributos contextuales (personal/ institucional; ostensiva/ no ostensiva; ejemplar/ tipo; unitario/ sistémico, expresión/ contenido); los cuales actúan en la práctica matemática, estos

atributos contextuales son “los elementos que relativizan los significados de los objetos matemáticos y atribuyen a estos una naturaleza funcional” (Godino, Batanero & Font, 2009, pág. 8), en este mismo documento explican la forma en la que estas facetas se relacionan y logran dar sentido a los objetos matemáticos:

1. Personal – institucional, se consideran institucionales los acuerdos, convenios y regulaciones generadas por un grupo de personas o por una comunidad la cual comparte, una significación en común. Se considera personal a las concepciones, definiciones o representación que son generadas por un sujeto individual.
2. Ostensivo – no ostensivo, los objetos ostensivos son aquellos que se pueden percibir o representar de manera material. Los objetos no ostensivos son los que no pueden ser percibidos.
3. Expresión – Contenido, la relación que generan los objetos matemáticos como antecedente y consecuente en la función semiótica es decir la relación entre el significante y su significado, establecida por un sujeto, persona o institución.
4. Extensivos - intensivos, es la dualidad que comprende las particularidades y las generalidades presentes en la actividad matemáticas.
5. Unitario – Sistémico, esta dualidad se compone de los objetos matemáticos que se consideran como entidades elementales que se conocen previamente, mientras que los objetos matemáticos organizados en sistemas son mediados por los procesos, os cuales deben ser descompuestos para llegar a entenderlos.

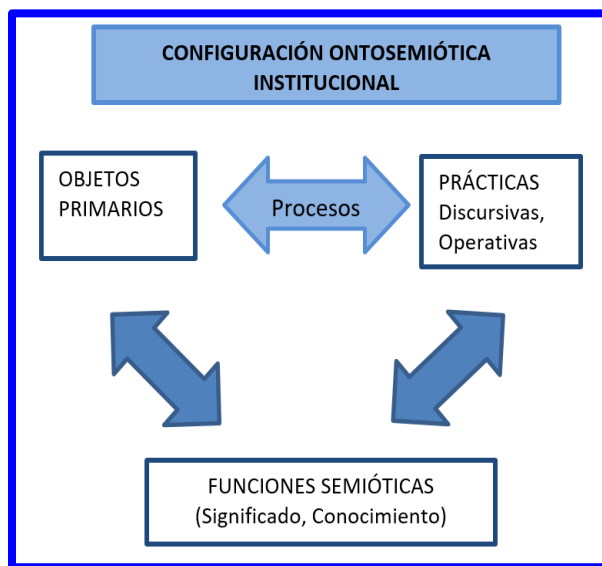


Los autores mencionan que estas facetas se pueden ver como atributos aplicables a las distintas configuraciones de entidades primarias analizadas desde la perspectiva *proceso – producto*, resaltando que *proceso* no tiene una definición enmarcada, sin embargo se puede entender “como secuencia de prácticas, que se consideran importantes en la actividad matemática”; algunos de los procesos cognitivos o procesos matemáticos mencionados (comunicación, problematización, definición, enunciación, algoritmos, y argumentación) (Godino, Batanero & Font, 2009, pág. 9), con la finalidad de hacer operativas estas nociones para describir la actividad matemática, lo cual permite llamarle a estos resultados productos. Este estilo de configuración llamada de objetos y proceso (Esquema 3) es una propuesta del EOS para describir y explicar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; precisando que el análisis de textos que enmarca este documento está mediada por esta propuesta.

La configuración de objetos y procesos permite identificar el enfoque que presenta el libro de texto en cuanto al significado, los signos y el contexto en el que está siendo presentado un concepto, obedeciendo ya sea a las formas institucionales o personales del mismo, en el que la práctica es determinada por la significación de las nociones.

La configuración usa una relación de correspondencia entre los conceptos y las distintas representaciones, denotada como *función semiótica*, que se encarga de hacer el tratamiento y la asociación que da sentido a la comprensión de las entidades primarias, para relacionar los diferentes símbolos con los significados que intervienen en los lenguajes que presenta el texto; en la realización de las configuraciones epistémicas para las líneas y puntos notables

del triángulo se hace necesario trabajar con las funciones relativas a la semántica nominal, permitiendo hacer una comparación de los significados y sus distintos símbolos en este trabajo.



**Esquema 5. Representación de las relaciones generadas entre los objetos primarios, las prácticas y las funciones semióticas. Godino, J. (2017). Pág. 5.**

La intención al tratar con los signos matemáticos como representaciones de los objetos matemáticos es el de mostrar un acercamiento a la función semiótica nominal o de significación nocional a manera de fase de descripción del concepto, dependiente de los contextos institucionales, útil para la descripción de procesos interpretativos en el cual las entidades primarias desempeñan el papel de contenidos.

En estos contextos institucionales se involucra la acción de las personas encargadas en las editoriales de la elaboración de estos textos escolares, que pueden ser profesores de mucha experiencia, pedagogos, doctores y demás especialistas de la

educación que se desempeñan como editores; de ahí que se diga que un significado institucional sea el sistema de prácticas compartidas en el seno de una institución ante un campo de problemas (Godino et al, 2007). Lo anterior también es llamado significado institucional de referencia, y son los sistemas de prácticas que se utilizan como referencia para la planificación de la instrucción. (Godino, 2017), por el hecho de estar socialmente compartidas.

## **2.2 De los objetos matemáticos: líneas notables del triángulo**

Se tendrá en cuenta como referencia la propuesta que realizan los Lineamientos y Estándares curriculares para matemáticas en relación con las definiciones de las líneas y puntos notables del triángulo, esperando encontrar elementos, que sirvan en la descripción de las condiciones que generan las configuraciones epistémicas, y así entender la conceptualización o estructura conceptual de la unidad de geometría en los libros en estudio.

La estructura conceptual como conjunto de todas las imágenes mentales que se hace un individuo que es capaz de describir o hacer operaciones con propiedades de objetos matemáticos, que le sirven para reconocer su utilidad en el momento de llevar a cabo una solución a un problema, sean estas propiedades expuestas en los libros de texto según un enfoque aprobado por los lineamientos curriculares, las que permiten el carácter significativo que dicho individuo toma como conceptualización en todas sus relaciones espaciales, como campo de interacción con los objetos situados en el espacio dado el caso

de la geometría y el desarrollo de la creación y manipulación de variadas representaciones mentales.

En los requerimientos de una educación significativa o de práctica social, según los lineamientos curriculares, el pensamiento espacial atiende a sistemas geométricos relacionados con tres aspectos; los elementos de que constan, las operaciones y transformaciones con las que se combinan, y las relaciones o nexos entre ellos. Estos sistemas se expresan por dibujos, gestos, letras y palabras que se utilizan como registros de representación diferentes que se articulan en sistemas notación o sistemas simbólicos para expresar y comunicar los sistemas geométricos y posibilitar el tratamiento, para razonar sobre ellos y con ellos y, a su vez, para producir nuevos refinamientos en los sistemas geométricos. (MEN, 2006).

Se hace por lo tanto necesario entender que en los libros de texto existe un currículo como lo menciona Vasco (1989):

El verdadero currículo está dado por el libro de texto y no por los programas del ministerio de Educación. El texto termina designando no solo el contenido a trabajar sino el tipo de actividades, la evaluación y el propio discurso del docente. (pág.18

Se tiene con ello que las líneas y puntos notables del triángulo no se reconocen en los estándares como elemento de aprendizaje explícito para séptimo grado, sino que este se integra a las propiedades particulares que caracterizan a los triángulos y como resultado de la clasificación de estas propiedades dentro de los polígonos. (MEN, 2006, p.84)

En cuanto a los triángulos las líneas notables son muy importantes, vale la pena mencionar los aportes de Leonhard Euler (1707 - 1783), a la geometría, específicamente los del ortocentro, el circuncentro y el baricentro de un triángulo y las rectas notables como son las mediatrices, las bisectrices, las alturas y las medianas; expuso la colinealidad de estos tres puntos; dando lugar a la conocida recta de Euler.

El sentido de la geometría es precisamente el uso de las construcciones con regla y compás, por eso es necesario el conocimiento de las definiciones y las demostraciones para así poder localizar en cualquier triángulo dichas líneas y puntos notables y sus relaciones con las circunferencias inscritas y circunscrita, por ello nos apoyamos en la definición que presenta Baldor, J. A. (1986):

Dado un triángulo cualquiera, se definen las siguientes rectas.

**Mediatriz:** Es la perpendicular en el punto medio de cada lado. Hay tres mediatrices que al intersectarse forman el punto llamado *circuncentro*.

**Bisectriz:** Es la recta que corresponde a la bisectriz de un ángulo interior. Consecuentemente hay tres bisectrices, una para cada ángulo, que se nombran generalmente con letras griegas:  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta),  $\gamma$  (gamma); el punto donde concurren se llama *incentro*.

**Medianas:** Es el segmento trazado desde un vértice hasta el punto medio del lado opuesto. Hay tres medianas, una correspondiente a cada lado. Se designan con la letra  $m$  y un subíndice que indica el lado. El punto de intersección de las tres medianas se llama *baricentro*.

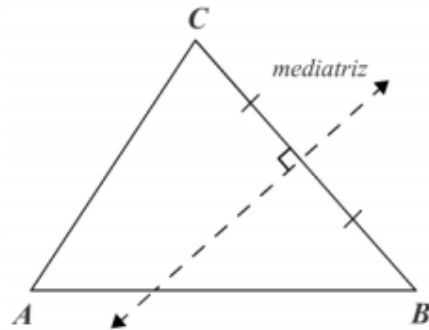
**Alturas:** Es la perpendicular trazada desde un vértice, al lado opuesto o a su prolongación. Hay tres alturas, una correspondiente a cada lado. Se designan con la letra “h” (height) y un subíndice que indica el lado. El punto donde concurren las tres alturas se llama *ortocentro*. (Pág. 56 - 58).

De las definiciones anteriores se desprende que todo triángulo posee tres mediatrices, tres bisectrices, tres medianas y tres alturas. Las intersecciones de cada una de estas líneas generan un punto en especial, los cuales se conocen como los puntos notables del triángulo, estos son el circuncentro, el baricentro, el incentro y el ortocentro.

Las anteriores definiciones se sustentan en las siguientes proposiciones:

Para las *mediatrices*.

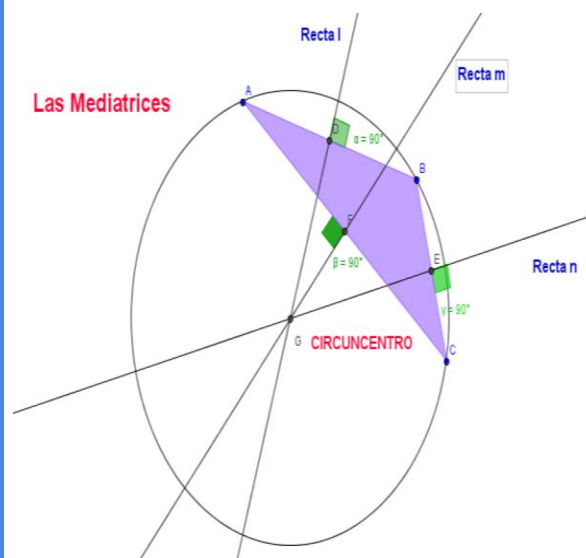
**Proposición.** Las tres mediatrices de un triángulo ABC se cortan en un punto O llamado circuncentro equidistante de los vértices del triángulo.



Esquema 6. Proposición de la mediatriz. Londoño (2006). Pág. 201.

Para el *circuncentro*

**Corolario:** El circuncentro  $O$  de un triángulo  $ABC$  es el centro de una circunferencia que pasa por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ , y que se llama circunferencia circunscrita.

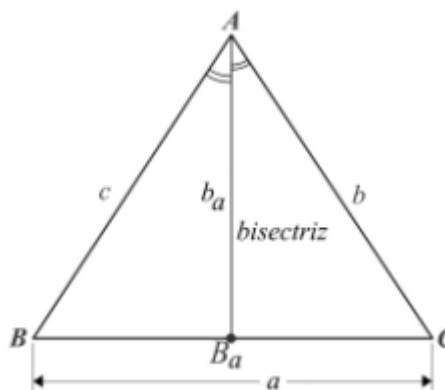


Esquema 7. Corolario para el circuncentro. Feijoo. (2011). Pág. 31.

Para las *bisectrices*

### Proposición

Las tres bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo se intersectan en un punto  $I$  (incentro) equidistante de los lados del triángulo.



Esquema 8. Proposición de las bisectrices de un triángulo. Londoño. (2006). Pág. 202.

Para el *incentro*.

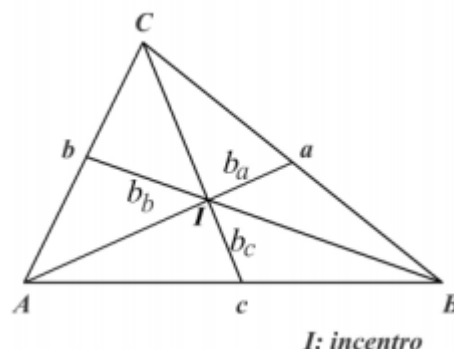
### Corolario

El incentro  $I$  de un triángulo  $ABC$  es el centro de una circunferencia, llamada circunferencia inscrita, que es tangente a los tres lados del triángulo.

### Demostración

Sea  $I$  el punto donde se cortan las rectas  $(a)$  y  $(b)$ . Es sencillo ver que  $I$  es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo. Como  $I \in (a)$ , el punto está a la misma distancia del lado  $b$  y del lado  $c$ , ver la figura (los dos triángulos rectángulos son congruentes por el criterio ALA). Esto implica directamente que la recta  $c$  también pasa por  $I$ , de manera que la intersección de las tres rectas es el incentro.

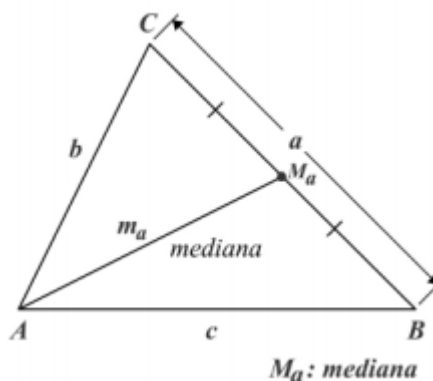
Hemos demostrado que el incentro está a la misma distancia (Digamos  $d$ ), de los tres lados  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Por tanto, la circunferencia de centro  $I$  y radio  $d$  cortara a cada uno de los lados en un solo punto, luego será tangente a los tres. Q.E.D.





Para las *medianas*

**Proposición:** Las tres medianas de un triángulo se intersecan en un punto G (baricentro) situado sobre cada mediana a los  $\frac{2}{3}$  del vértice.



Esquema 10. Proposición de las medianas del triángulo. Londoño. (2006). Pág. 200.

Observación: Se suele llamar G al baricentro porque es el centro de gravedad del triángulo, suponiendo que el interior del triángulo tuviera masa homogénea.

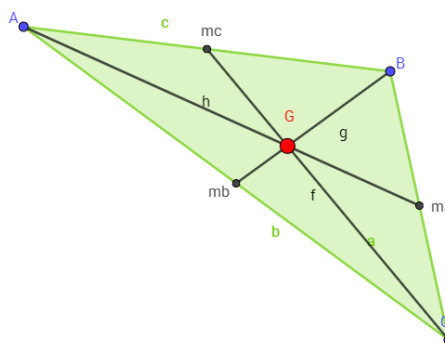
Para el *Baricentro*

### Corolario

El baricentro G de un triángulo ABC es el punto de cualquiera de las tres medianas que está a doble distancia del vértice que del punto medio del lado opuesto.

### Demostración

Comenzamos trazando el segmento



BC. Como  $m_b$  y  $m_c$  son los puntos medios de los lados del triángulo, por el teorema de Tales, el segmento  $m_b m_c$  es paralelo al lado BC y, en consecuencia, los triángulos  $\Delta G m_b m_c$  y  $\Delta GBC$  son semejantes

Ahora, como  $m_b m_c = \frac{1}{2} BC$ , la razón de la semejanza es  $1/2$ .

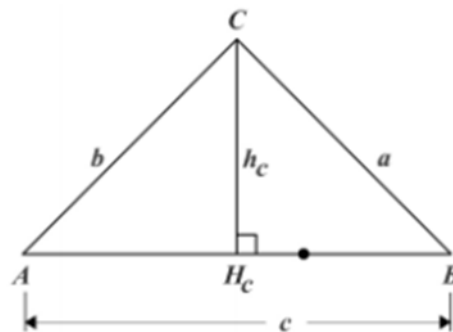
Luego  $G m_b = \frac{1}{2} GB$  y  $G m_c = \frac{1}{2} GC$

Esquema 11. Demostración del baricentro. Feijoo. (2011). Pág. 32.

Para las *alturas*.

**Proposición**

Las tres alturas de un triángulo se intersecan en un punto O (ortocentro).



Esquema 12. Proposición de las alturas del triángulo. Londoño. (2006). Pág. 203.

La demostración que: “El circuncentro, el baricentro y el ortocentro de un triángulo son colineales, y la distancia del baricentro al ortocentro es igual a dos veces la distancia del baricentro al circuncentro” (Duran, 2005), puede ser desarrollada en el ámbito de la geometría Euclidiana tanto en educación superior como a nivel escolar, si se proporcionarán las herramientas adecuadas.

Estas demostraciones llevadas a un carácter significativo por los libros de texto y acompañados por software de geometría dinámica entre ellos Geogebra y Cabri; ayudan a establecer la unión o consolidación de los procesos cognitivos de la visualización y la construcción, enfocadas junto con el razonamiento al desarrollo del pensamiento espacial. Sin embargo, estas demostraciones y las herramientas propuestas por las TICS, no serán abordadas en esta investigación, aunque hacen parte de las unidades de contenido en los libros escolares de matemáticas

### **2.3 Metodología empleada**

La propuesta de este trabajo de grado se encuentra en la línea de la investigación en didáctica de las matemáticas, el cual siguió la modalidad de monografía, ya que se presentó un escrito sobre los conceptos de líneas y puntos notables del triángulo en el que se consideraron diferentes elementos teóricos, entre estos la teoría del enfoque ontosemiótico y los planteamientos expuestos por el MEN, los cuales brindaron pautas en la estructuración, conceptualización y delimitación del documento orientando los análisis de los libros de texto y los resultados obtenidos.

Se hace pertinente resaltar que este documento cuenta con un enfoque cualitativo, puesto que, se presenta un estudio de la realidad en contextos de la vida cotidiana, permite interpretar los fenómenos que tienen sentido para las personas a las que va dirigido, considerado como un modo de encarar el mundo empírico. (Taylor, S. & Bogdan, R., 1987), en el que se tuvo en cuenta diferentes elementos constituyentes de los libros de texto, como por ejemplo: el lenguaje, los conceptos, demostraciones, ejercicios etc., con lo que se logró identificar la significación que presentan las nociones de puntos y líneas notables del triángulo en los dos libros de texto (Avanza matemáticas 7 y Zoom a las matemáticas 7), por ser una investigación cualitativa interpretativa no se asignan valores numéricos a las observaciones e indagaciones realizadas, puesto que los datos son registrados en el lenguaje de los sujetos, es decir, se tiene en cuenta el contexto en el que se enmarca los acontecimientos y los objetos, que desenvuelven procesos en términos interpretativos y descriptivos de las acciones, lenguaje, etc. que se relacionan con el contexto en el que se enmarca.

Para desarrollar este proyecto fue necesario definir tres fases para dar cumplimiento a los objetivos planteados, descritas a continuación:

**Fase 1:** En esta primer etapa, se presentó la problemática y pertinencia del proyecto para la educación matemática, los objetivos pretendidos y detalles fundamentales del referente teórico que sirvió de base para el desarrollo del trabajo; por último, se realizó la selección de los dos libros de texto por medio de una encuesta realizada a algunas librerías de la ciudad de Cali permitió identificar las editoriales más comercializadas, entre las que se encuentran: Santillana, Norma y Libros & libros. Esta encuesta puede ser consultada en los

anexos del documento. (ANEXO 1). Otro criterio que se consideró para la selección de los libros de textos fueron los conceptos de puntos y líneas notables del triángulo necesarios para dicho estudio, aspecto que no se identificó en la editorial Santillana. (Anexo 1).

**Fase 2:** En esta fase se logró realizar el análisis general de los dos libros de texto en los que se observaron elementos constitutivos como el lenguaje empleado, la organización del contenido, la relación con el currículo, etc. siguiendo la guía de análisis que presenta Prendes (2001) y Arbeláez et al. (1999).

Se revisó la propuesta que los libros realizan acerca de los conceptos de puntos y líneas notables del triángulo. Se consideró el enfoque ontosemiótico (Godino et al., 2009), al igual que las proposiciones y definiciones tomadas de Londoño (2006). Elementos propuestos para realizar el análisis de los libros de texto, en los que se tuvo en cuenta el tipo de lenguaje<sup>11</sup>, las definiciones, argumentos, etc.

**Fase 3:** En esta fase se realizaron las configuraciones epistémicas de los dos libros de texto, acerca de los puntos y líneas notables del triángulo, con lo que se logró evidenciar la articulación del lenguaje, los conceptos, las situaciones problemas, etc., propuestos como herramienta de análisis, esto permitió realizar las reflexiones pertinentes acerca de la caracterización que presentaron los dos libros de texto.

---

<sup>11</sup> El lenguaje, según Godino (2002) se encuentra constituido por los términos, las expresiones, las notaciones, las gráficas. En un texto vienen dados en forma escrita o gráfica, pero en el trabajo matemático pueden usarse otros registros (oral, gestual). Mediante el lenguaje (ordinario y matemático) se describen otros objetos lingüísticos.

### **3. DEL LIBRO DE TEXTO Y LAS CONFIGURACIONES EPISTÉMICAS**

En esta trabajo se consideraron dos libros de texto, el primero de la editorial Norma "Avanza matemáticas 7°" y, el segundo, de la editorial Libros & libros S.A "Zoom a las matemáticas 7°". Se inicia presentando un análisis general de los dos libros de texto que dio cuenta de la estructura, los aspectos técnicos, tipo de texto, entre otros. Por otro lado, se expone la herramienta de configuraciones epistémicas que caracterizan los conceptos de puntos y líneas notables del triángulo de los dos libros de texto.

#### **3.1 Análisis general de los libros de texto**

Los libros de texto como material didáctico han sido y seguirán siendo una de las herramientas más utilizadas por el docente tanto fuera como dentro del aula de clases, ya que presenta sus contenidos de manera organizada, tal como lo menciona Prendes (2001):

Es una realidad indiscutible que los textos escolares han sido, desde su existencia, un medio básico de enseñanza, e incluso hoy día a pesar de la proliferación de medios posibles a utilizar continúa primando en las escuelas el uso de los libros de texto como material didáctico. (Pág. 02).

Y aunque los recursos disponibles gracias a las nuevas tecnologías cada día se hacen más populares por sus facilidades de acceso y grandes avances, el libro de texto no deja de

ser uno de los materiales más utilizados para el diseño y planeación de las clases, característica que amerita un análisis por parte de los profesores que hacen uso de él, en la forma que exponen sus contenidos los cuales deben ser claros, oportunos y actuales, que corresponda tanto a la edad de los estudiante como al contexto en el que estos se encuentran, no solo prestar atención a la forma como describen los conceptos, sino que también deben integrar valores y competencias ciudadanas que permitan formar ciudadanos críticos, con identidad, amor propio y buenas costumbres. (Arbeláez et al., 1999)

Los libros que se han seleccionado para tal análisis y de los que se presenta una descripción general (para un análisis más detallado ver, Anexo 2), en cuanto a la organización de contenido, diagramación y lenguaje empleado son:

- Avanza matemáticas 7. Editorial Norma.
- Zoom a las matemáticas 7. Editorial Libros & libros.

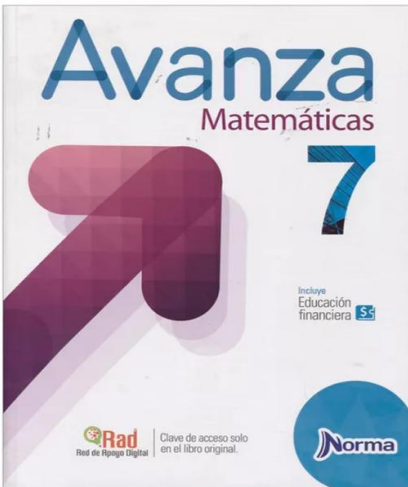
Para este análisis se consideraron los planteamientos expuestos en los documentos de Arbeláez, et al. (1999) y de Prendes (2001) en cuanto a los siguientes aspectos:

<i><b>ITEMS BÁSICOS</b></i>	<i><b>CARACTERÍSTICAS</b></i>
<b>Estructura del libro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Organización del contenido</li> </ul>
<b>Tipo de texto</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lenguaje escrito</li> <li>• Lenguaje gráfico</li> </ul>
<b>Aspectos generales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tratamiento pedagógico</li> <li>• Relación curricular</li> <li>• Valores que transmite</li> </ul>
<b>Aspectos técnicos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aspectos físicos y materiales</li> </ul>

**Esquema 13. Guía de análisis, indicadores para la descripción general de los libros de texto. Tomado de Arbeláez (1999) y Prendes (2001).**

Este instrumento al cual le hemos llamado *guía de análisis* incorpora diversos indicadores basados en un diseño de análisis de contenido con el que se pretende detallar la estructura general que presentan los dos libros de texto.

### 3.1.1 Libro: Avanza matemáticas 7

<p><b>Autores:</b> Giovanna Castiblanco Álvarez, et al. (2015).</p> <p><b>Grupo Editorial:</b> Norma S.A. Bogotá, D.C., Colombia.</p> <p><b>Copyright © 2015</b></p> <p><b>ISBN del libro:</b> 978-958-776-238-9</p>	
--	---

Esquema 14. Portada libro Avanza matemáticas 7.

### Contenido de la obra

El libro de texto, en su organización de contenido, inicia con un mensaje de bienvenida para el estudiante que orienta el proyecto educativo de la editorial, que invita a utilizar la Red de Apoyo Digital (RAD) para profundizar y complementar con contenidos digitales



interactivos. El libro presenta cuatro capítulos subdividido en dos unidades, cada una presentada por temas.

Capítulo 1	Capítulo 2	Capítulo 3	Capítulo 4
1. Números enteros.	3. Razones y proporciones.	5. Conjeturas en geometría.	7. Estadística y probabilidad.
2. Números racionales.	4. Medición.	6. Movimientos en el plano.	8. Pre-álgebra.

Esquema 15. Representación de las 8 unidades que integran los cuatro capítulos. *Avanza matemáticas 7*. Pág. 6 - 7.

Al inicio de cada capítulo, el libro propone una situación problema llamada *alfabetismo en los medios desde las matemáticas*, la cual está orientada a la generación de discusiones acerca del uso de la información que ofrecen los diferentes medios de comunicación, ya sean volantes, propagandas, carteles, etc., seguida de una *evaluación diagnóstico* que cuenta con una tabla de desempeño que sirve para identificar los conceptos que necesitan ser reforzados.

Para el desarrollo de los temas, el libro inicia una situación problema la cual se encuentra dispuesta para introducir el concepto o los conceptos que se trabajarán en dicho apartado, también plantea diferentes tipos de comunicaciones (*ideas previas, en qué se aplica, vínculo web, para recordar y resumen*), las cuales cumplen funciones como introducir, explica, recapitular, resumir y contextualizar, que ayudan a direccionar los conocimientos previos y también a propiciar el aprendizaje de nuevos, haciendo de este un material fácil de leer y comprender.

Al final de cada unidad, el texto formula una serie de preguntas tipo ICFES en un apartado llamado *prueba saber* en el que se desglosan diez preguntas de selección múltiple que evalúa los temas trabajados, también presenta una lectura que relaciona aspectos promotores de valores. Cabe resaltar que en cada unidad el libro propone dos evaluaciones de competencias las cuales se encuentran a la mitad y al final de cada unidad.

Por último, el libro ofrece una sección dirigida al estudio de educación financiera, con temas relacionados con el ahorro, los medios de pago, el cumplimiento de metas y la protección de datos en internet. Y al final del libro, se encuentra el glosario y la bibliografía.

### **Lenguaje escrito**

Los términos y discursos utilizados por el libro de texto están dados en lenguaje natural de estilo claro, sencillo y preciso, sin redundar ni divagar en las definiciones (ver anexo 2) que puede entenderse fácilmente, pues la extensión y densidad de los párrafos y las oraciones son de fácil lectura. Se identificó que el libro en su contenido exhibe discursos expositivos y heurístico, el primero predomina en el tercer capítulo y el heurístico se refleja en los tres capítulos siguientes. (Anexo 2)

### **Lenguaje gráfico**

Se identificaron las siguientes ilustraciones en el libro de texto: dibujos, fotografías, esquemas, mapas, gráficos, líneas de tiempo y pinturas, las cuales presentan buena forma en cuanto al color, tamaño, distribución y calidad estética, que permiten ver el texto como un material llamativo y propicio para estimular el aprendizaje.

Cabe resaltar que la forma en la que se encuentra distribuido el color en el libro hace de él un material fácil de leer, ya que cada uno de los cuatro capítulos se pueden referenciar por un color (números enteros y números racionales por el color anaranjado, razones y proporciones y mediciones de color verde, conjeturas en geometría y movimientos en el plano de color azul y estadística y probabilidad y pre álgebra de color rojo), al igual, las comunicaciones están divididas por colores que se reconocen según su funcionalidad.

### **Tratamiento pedagógico**

En términos generales el libro de texto se desarrolla de manera paulatina, que relaciona lo aprendido con las situaciones reales en las que puede aplicarse el concepto, aspecto que se puede evidenciar en el recuadro de información (*en qué se aplica*). Propone diferentes tipos de evaluaciones (*desarrollo de competencias, evalúa tus competencias, evaluación diagnóstica, prueba saber, etc.*) dispuestas para el trabajo individual o en grupo, sea dentro o fuera del aula. Invita a la exploración de los conceptos vía electrónica, por medio de un vínculo web propio de la editorial y la exploración en programas de geometría dinámica. Propone diversas ayudas para el trabajo de los objetos matemáticos, tales como ejercicios, problemas, resumen, evaluaciones, preguntas, talleres y sugerencias, los cuales permiten que se pueda avanzar en cada tema que se esté trabajando, en sus diferentes propuestas de ejercitación y evaluación. (Ver anexo 2)

En cuanto a las competencias que propone el libro, se hacen evidentes dos en particular. La primera, corresponde a los ejercicios planteados al final de cada tema llamado *Desarrolla competencia*, que propone pruebas de entrenamiento, razonamiento lógico, pensamiento crítico y de resolución de problemas, las competencias en TIC y el trabajo

colaborativo; ejercicios llamados así por el libro. La segunda, concierne a *evalúa tus competencias* en la que se trabaja la competencia en el manejo de la información con preguntas tipo ICFES que parte de una situación problema, que formula preguntas de razonamiento, argumentación, interpretación de la información, formulación y ejecución de problemas.

### **Relación con el currículo**

El libro de texto enuncia el desarrollo del pensamiento matemático desde los diversos ámbitos que propone el MEN, sea desde contextos interdisciplinarios, desde las matemáticas o de la vida cotidiana. Como material de trabajo este presenta la formulación de problemas, el análisis de situaciones y la toma de decisiones. Cabe resaltar que al inicio de cada tema el libro enuncia el tipo o los tipos de pensamientos que se asocian a los conceptos que se están trabajando.

### **Valores que transmite**

El libro como herramienta para fomentar valores se evidencia al final de la unidad 1 y 3 ya que por medio de la propuesta de *creatividad e innovación*, se presenta un reto que invita a la reflexión de aspectos perjudiciales como del abuso a los videojuegos. Esto también se hace evidente al inicio de cada capítulo por medio de la actividad que invita al desarrollo del pensamiento analítico, creativo, científico y crítico, enunciados así por el libro de texto.

### Aspectos físicos y materiales

El tamaño y tipo de letra son legibles y adecuados para el grado al que es presentado, aspecto que se logra identificar en los diferentes accidentes gramaticales ya que los títulos, subtítulos y cuerpo del discurso son consistentes. Otro aspecto a resaltar es la numeración que el libro presenta en las páginas y sugiere un color para cada pensamiento, lo cual facilita la búsqueda de un tema en el mismo. Al igual el libro tiene un peso adecuado y emplea papel suave para la caratula y páginas.

#### 3.1.2 Libro: Zoom a las matemáticas 7

**Autores:** Luz Alexandra Oitacá Ojeda, et al.  
(2012).

**Grupo Editorial:** Libros & libros S.A.

**Copyright 2012**

**ISBN del libro:** 978-958-724-188-4



Esquema 16. Portada libro Zoom a las matemáticas 7.

## **Contenido de la obra**

El libro se encuentra dividido en cuatro unidades en la que se trabajan los cinco tipos de pensamientos propuestos por el MEN, cada unidad se constituye de tres componentes los cuales se encuentran divididos de la siguiente manera: Componente numérico -variacional, componente geométrico -métrico y componente aleatorio. Al final de cada unidad el libro formula una evaluación orientada al entrenamiento de las pruebas *saber* o *pisa*, ambas pruebas se intercalan entre sí, también propone diversas actividades lúdicas como juegos matemáticos y la exploración con herramientas computacionales llamado, *seminario*.

Al finalizar cada componente el libro formula una *evaluación de desempeños*, en la que se evalúa de manera general los conceptos trabajados, esta se encuentra organizada en tres niveles (básico, alto y superior). Presenta ejercicios de resolución y formulación de problemas. En su contenido el libro propone *actividades propuestas para avanzar* y *actividades resueltas para avanzar* que se encuentran con más frecuencia en el componente numérico - variacional.

En la parte final del libro se presenta una guía de estudio que evalúa los temas trabajados en las cuatro unidades.

## **Lenguaje escrito**

La forma en que el libro presenta los títulos, subtítulos, temas, ejemplos, ejercicios y actividades están dados en lenguaje natural, con un estilo claro, sencillo y preciso que genera un discurso de fácil lectura, aunque en algunos casos el discurso es tedioso puesto que ocupa una página completa de solo lectura.

### **Lenguaje gráfico**

Las ilustraciones se presentan en diferentes formas como: dibujo, fotografías, esquemas, mapas, gráficos, líneas de tiempo y pinturas. Estas poseen buen color, tamaño, distribución y calidad estética, resaltando que en las distintas ilustraciones se tienen en cuenta el medio donde el estudiante convive. Se llegó a la conclusión, que cantidad de imágenes son pocas en algunas unidades dejando ver algunos apartados del texto un poco tedioso para el público al que va dirigido.

### **Tratamiento pedagógico**

El libro como se mencionó anteriormente presenta actividades resueltas para avanzar que brindan ejemplos a los diferentes problemas y ejercicios que propone el texto, ayudando a los proceso de análisis, autoevaluación y autocontrol. Incluye variadas actividades para realizar dentro o fuera del aula, en las que se integra el trabajo con las tecnologías. Invita en sus actividades a buscar información y a investigar.

### **Relación con el currículo**

El libro integrar los juegos matemáticos como una propuesta lúdica y llamativa, con las que sugiere el razonamiento, la modelación, la resolución de problemas y la comunicación para el aprendizaje de las matemáticas. También, plantea actividades para que el alumno produzca conocimientos en vez de solo recibirlos.

### **Valores que transmite**

Este texto está enmarcado en la línea de la alfabetización matemática influyente en la resolución de problemas para que los estudiantes sean preparados para las distintas pruebas de la educación secundaria como las Prueba Saber y PISA. Propone el trabajo en equipo por medio de las diferentes actividades y juegos matemáticos propuestos en el texto.

### **Aspectos físicos y materiales**

En cuanto al desarrollo de las unidades del libro está se dividen en título, subtítulo y desarrollo de los temas los cuales siguen el mismo orden en cuanto a su tamaño, el libro presenta el desarrollo de los temas y los ejemplos en una sola columna, mientras que los ejercicios se presentan en dos columnas. Aunque las imágenes del libro tienen buen color y calidad no se piensa lo mismo acerca de la guía de estudio ya que su tonalidad se percibe oscura gracias al color naranja que la resalta. El tamaño y peso del libro permite una fácil manipulación.

Cabe resaltar que aunque el libro se encuentra enunciado en un discurso cotidiano en algunos temas no se presenta imágenes ni recuadros que hagan de él una lectura llamativa puesto que satura de información al lector.



## 3.2 Configuraciones epistémicas de los libros de texto

En este apartado se presenta la manera en que los libros proponen los conceptos de puntos y líneas notables del triángulo, para ello que se tendrá en cuenta el lenguaje matemático, situaciones - problemas, definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos como los elementos que permiten construir las configuraciones epistémicas con las cuales vislumbrar el sentido y el sentido y modelo que favorecen.

Cabe resaltar que los elementos correspondientes al lenguaje matemático, que expone Godino en su teoría acerca del enfoque ontosemiótico, se asumen en este trabajo como los mismos *registros de representación semiótica* (lenguaje natural, registro gráfico, registro numérico, registro tabular, la registro simbólico, etc.) que especifica Duval, R (1999);por tanto, el lenguaje matemático que expone Godino (2010), se tomará entonces como los registros de representación semiótica, para no entrar en ambigüedades que pueden surgir acerca de dicha expresión. Por tanto, es pertinente aclarar que este trabajo no se centra en el análisis de las representaciones semióticas, ya que el objetivo es identificar la propuesta que presentan los dos libros en el trabajo de las líneas notables del triángulo por medio de las configuraciones epistémicas.

### 3.2.1 Avanza Matemáticas 7 - Ed. Norma

En los dos apartados siguientes se presentan los análisis de los conceptos de puntos y líneas notables del triángulo utilizando la herramienta de configuración epistémica expuesta

por Godino (2010), estudio que permitirá realizar la configuración que ofrecen tales conceptos en los libros de texto, expuesta al final de cada parte.

### **Elementos lingüísticos**

Se lograron identificar diferentes formas de registros semióticos, entre los cuales se encuentra el escrito, gráfico, tabular y simbólico, evidenciados en la unidad objeto de este análisis, correspondiente a los sistemas geométricos.

En cuanto al *lenguaje natural* como sistema semiótico; este se compone de los enunciados problemas, la descripción de conceptos, enunciados de propiedades y la explicación de procedimientos. Se encontró que el libro propone el trabajo de la geometría gradualmente, ya que empieza presentando los conceptos básicos de la geometría como: punto, recta y plano (esquema 26), presenta diversos postulados que ayudan a la conceptualización de los objetos y a dar los primeros pasos en el estudio de las demostraciones, muestra la definición en lenguaje común de la bisectriz de un ángulo y de mediatriz (esquema 18, 19). También propone un tema dedicado a las construcciones geométricas de la mediatriz, la bisectriz (esquema 20), los ángulos y las rectas perpendiculares.

El esquema 17 presenta una situación problema, que para ser solucionada es necesario conocer las propiedades que caracterizan el concepto de mediatriz y circuncentro, esta situación está dada en un lenguaje natural y en contexto común, la definición de mediatriz y de bisectriz están dadas en el mismo tipo de lenguaje

Samuel, Laura y Ana quieren ubicar una botella en un sitio que quede a igual distancia de cada uno de ellos. Samuel afirma que para que esto se cumpla, deben ubicarse en posiciones tales que la distancia entre ellos sea la misma, es decir, formando un triángulo equilátero como se indica en la figura 40.1.

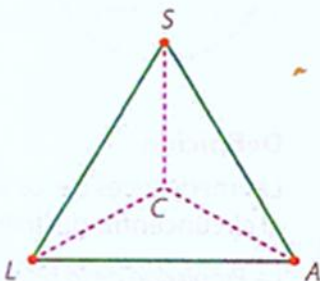


Figura 40.1

Ana insiste en que eso no es necesario; afirma que sin importar la configuración triangular que ellos formen, siempre podrán encontrar un punto que quede a igual distancia de los tres. Ana representa su idea como aparece en la figura 40.2.

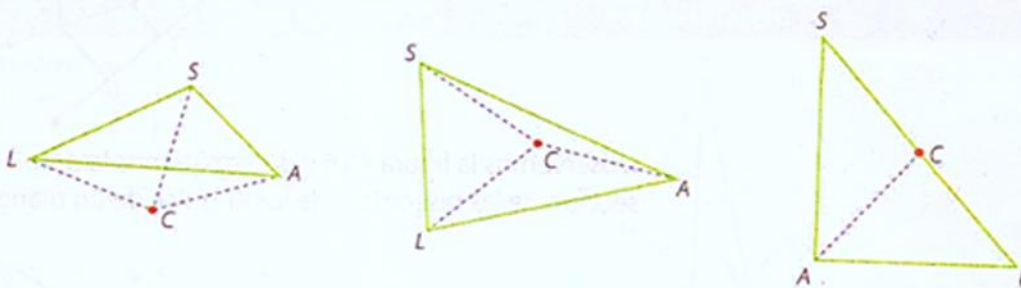


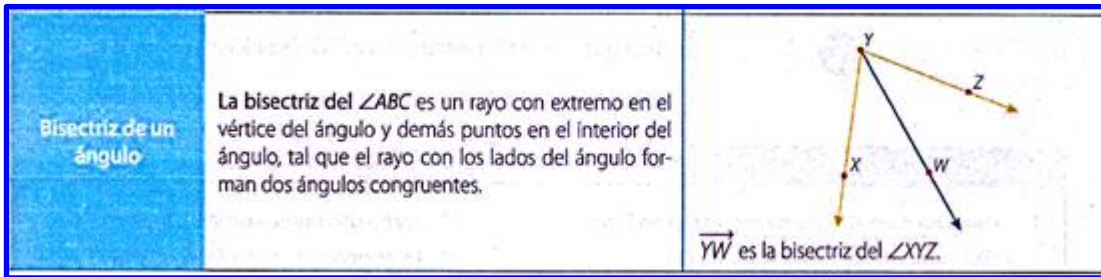
Figura 40.2

Esquema 17. Enunciado problema, situación introductoria a los conceptos de líneas notables del triángulo. Avanza matemáticas 7. Pág. 185.

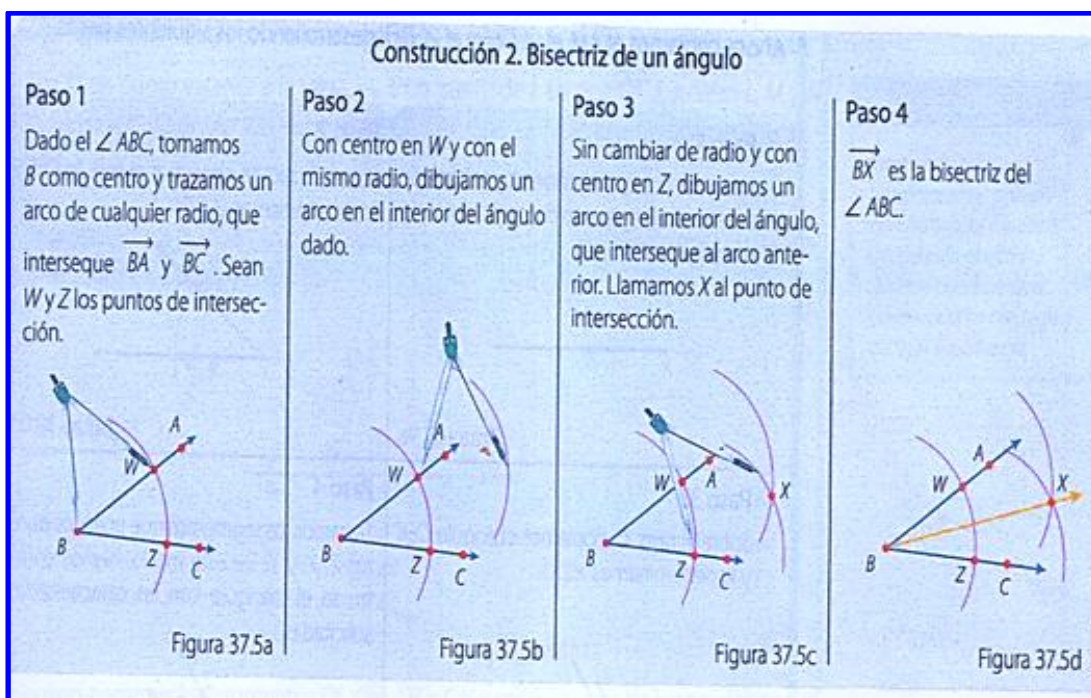
### Definición

La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento que pasa por el punto medio de este.

Esquema 18. Definición del concepto de mediatriz. Avanza matemáticas 7. Pág. 170.



Esquema 19. Definición del concepto de bisectriz. Avanza matemáticas 7. Pág. 167.



Esquema 20. Explicación de procedimiento, construcción de la bisectriz. Avanza matemáticas 7. Pág. 171.

La propuesta que realiza el libro para la conceptualización de las líneas notables del triángulo, inicia con una situación problema en la que se hace necesaria conocer las propiedades de la mediatriz (Esquema 17), esta situación es seguida de la definición de circuncentro, incentro, mediana, baricentro, altura y ortocentro. El libro presenta las definiciones de circuncentro, incentro y baricentro, haciendo uso de las siguientes

expresiones: intersectar, equidistar, concurrir e inscribir, términos utilizados en la geometría que dan cierto sentido de formalidad a la enunciación las definiciones. El esquema 21 utiliza el símbolo de igualdad y la transitividad para presentar un argumento deductivo ( $CS = CL$  y  $CL = CA$ . Por tanto  $CS = CA$ ), elemento que hace parte del lenguaje formal de las matemáticas.

Las mediatrices se intersectan en un punto  $C$  que, por la *Propiedad de la mediatriz*, satisface que  $CS = CL$  y  $CL = CA$ . Por tanto,  $CS = CA$  y  $C$  está también en la mediatriz del  $\overline{SA}$ . Las tres mediatrices se intersectan en un punto, es decir, son concurrentes. Además,  $C$  equidista de los tres vértices  $S, L$  y  $A$ . El punto  $C$  se denomina circuncentro. Este nombre se debe a que la circunferencia, centrada en  $C$  y con radio  $CS$ , contiene a los otros dos vértices del triángulo, como se observa en la figura 40.4.

**Definición**  
Las mediatrices de los lados de un triángulo se intersectan en un mismo punto llamado el circuncentro del triángulo.

Figura 40.4

Esquema 21. El circuncentro como propiedad de la intersección de las mediatrices, en el que se utiliza un lenguaje formal. Avanza matemáticas 7. Pág. 186.

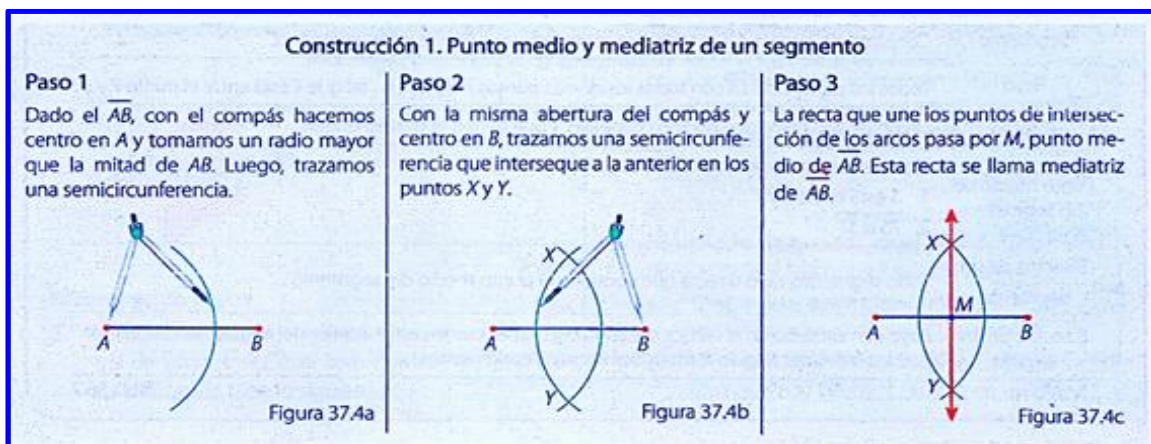
El libro explica como pueden ser aplicados los conceptos matemáticos en diversos campos laborales por medio de algunos recuadros de información, los cuales también están dispuestos para ayudar a resolver problemas que se pueden presentar en la cotidianidad.

Estos recuadros permiten ver cómo es utilizada las matemáticas las diferentes ramas de la ciencia. (Esquema 22)



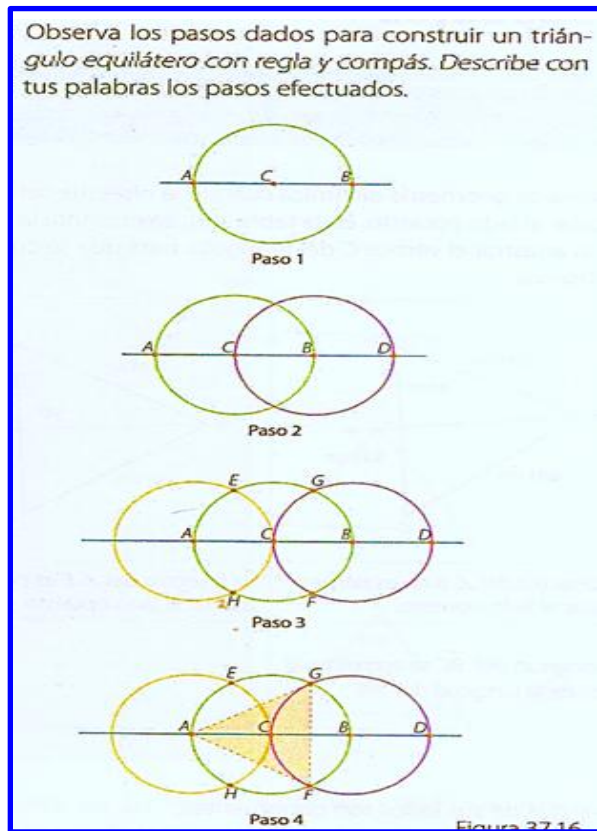
Esquema 22. Recuadro de información, aplicación del concepto en la arqueología. Avanza matemáticas 7. Pág. 186.

En cuanto al registro gráfico que hacen parte de la representación semiótica, el libro propone la construir con lápiz y papel de la mediatriz y la bisectriz de un segmento o de un ángulo, integrando las representaciones verbales y gráficas. (Esquemas 20, 23).



**Esquema 23. Integración de las representaciones verbales y gráficas para la construcción de la mediatriz de un segmento. Avanza matemáticas 7. Pág. 170.**

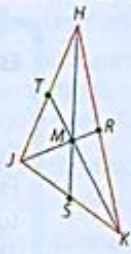
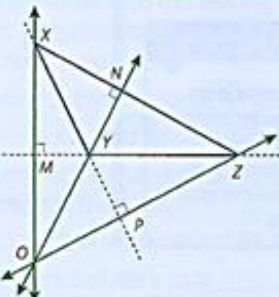
En algunos de sus ejercicios propone que el estudiante, a partir de una secuencia de imágenes, logre describir en lenguaje natural los pasos dados para la construcción de figuras geométricas como triángulos equiláteros y hexágonos, en los que es necesaria la noción de mediatriz como propiedad que permite garantizar la igualdad en los segmentos; estas actividades exigen por parte de los estudiantes una producción escrita, no se queda en el proceso de visualización sino que avanza a una expansión discursiva. En este sentido las imágenes no solo se presentan para ilustrar los conceptos sino que también para ayudar a desarrollar procesos como el razonamiento, relación que se pueden identificar entre los registros semióticos. (Esquema 21).



Esquema 24. Actividad que sugiere descripción de los procedimientos efectuados. Avanza matemáticas 7. Pág. 175.


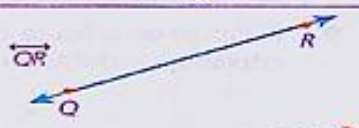


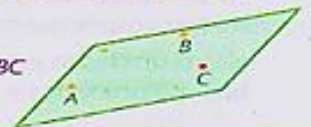
Para presentar los conceptos de mediana y de altura el libro expone en una *tabla*, esta tabla está dada por el término o concepto, la definición y la representación gráfica del concepto de mediana y baricentro; las definiciones se presentan en lenguaje natural y su representación gráfica muestra en el triángulo los puntos medios de cada lado del triángulo, integra en la imagen las representaciones simbólicas de los puntos (T, R y S), los lados (JH, HK y KJ) y el triángulo ( $\Delta HJK$ ).



Término	Definición	Representación
Mediana	Una mediana de un triángulo es un segmento con un extremo en un vértice del triángulo y el otro extremo en el punto medio del lado del triángulo opuesto a ese vértice.	 <p><math>T, R</math> y <math>S</math> son los puntos medios de los lados <math>JH, HK</math> y <math>KJ</math>, respectivamente. Por tanto, <math>\overline{TK}, \overline{JR}</math> y <math>\overline{HS}</math> son medianas del <math>\triangle HJK</math>.</p>
Baricentro o centroide	Las medianas de un triángulo se intersectan en un mismo punto llamado el baricentro o centroide del triángulo.	
Altura	Una altura de un triángulo es un segmento con un extremo en un vértice del triángulo, que es perpendicular a la recta que contiene el lado opuesto a ese vértice, y con el otro extremo en esa recta.	
Ortocentro	El ortocentro de un triángulo es el punto de intersección de las rectas que contienen las alturas del triángulo.	Las tres rectas que contienen las alturas de un triángulo son concurrentes.

Esquema 25. Representación por medio de una tabla los conceptos de: mediana y baricentro; altura y ortocentro. Avanza matemáticas 7. Pág. 187.

Se evidenció que el libro en la unidad de geometría utiliza el registro simbólico para referirse a los puntos (P), rectas (m), segmentos (AB), ángulos ( $\sphericalangle ABC$ ) y triángulos ( $\triangle ABC$ ), elementos claves para la elaboración de argumentos, proposiciones y definiciones. (Esquemas 23, 25, 26)

Noción	Nombre	Representación
Punto	Letras mayúsculas	Punto $N$ 
Recta	Nombres de dos puntos que se encuentran en la recta o letras minúsculas	 Recta $m$ 
Plano	Letras griegas o nombres de tres puntos no colineales que se encuentran en el plano	Plano $\alpha$  Plano $ABC$ 

Esquema 26. Representación simbólica de punto y recta. Avanza matemáticas 7. Pág. 164.

### *Componentes procedimentales*

#### **Situaciones - problema**

El libro empieza presentado un ejercicio contextualizado, para encontrar su solución es necesario tener en cuenta las propiedades que cumple la mediatriz, tal como se mencionó en la justificación, el razonamiento como proceso ayuda a la asociación de los objetos matemáticos con el mundo real. (Esquema 17).

Se encuentran ejemplos que permiten identificar las propiedades de los conceptos en diferentes situaciones y representaciones, que evidencia diversas características propias de los objetos matemáticos, como por ejemplo, el poder identificar si el incentro cumple alguna propiedad específica cuando es trazado en los diferentes tipos de triángulos clasificados según sus ángulos, ejemplo que permite establecer una conjetura referente al

nombre que este punto toma, puesto que se encuentra siempre al interior del triángulo. (Esquema 27). Otro ejemplo que presenta este libro es el de identificar cuándo están trazadas las alturas en un triángulo; en el que se movilizan los procesos de razonamiento y comunicación ya que se muestra la explicación de cuando se encuentra una altura trazada en un triángulo. (Esquema 28).

**Ejemplo 1**  
 El circuncentro de un triángulo puede estar ubicado sobre un lado en el interior del triángulo o en el exterior, dependiendo del tipo de triángulo. ¿Cumple el incentro una propiedad similar?

**Solución**  
 Si examinamos la posición del incentro de un triángulo rectángulo, uno obtusángulo y uno acutángulo, como los de la figura 40.9, podemos conjeturar que el incentro siempre está en el interior del triángulo. Además, al ser el centro de una circunferencia que queda en el interior del triángulo, concluimos que el incentro también está en el interior del triángulo.

Rectángulo      Obtusángulo      Acutángulo      Figura 40.9

Esquema 27. Ejemplo propuesto para identificar la orientación que toma el incentro en los diferentes tipos de triángulos. Avanza matemáticas 7. Pág. 187.

**Ejemplo 2**  
 Determinemos si el  $\overline{BD}$  es la altura de cada triángulo de la figura 40.10.

a.      b.      c.      d.      e.      Figura 40.10

**Solución**

- El  $\overline{BD}$  no es altura, porque no es perpendicular a la recta que contiene al  $\overline{AC}$ .
- El  $\overline{BD}$  es altura, pues tiene un extremo en un vértice del triángulo y es perpendicular a la recta que contiene el lado opuesto.
- Como el  $\overline{BD}$  no tiene un extremo en un vértice del triángulo, no es altura del triángulo.
- El  $\overline{BD}$  tiene un extremo en un vértice del triángulo, es perpendicular a la recta que contiene el lado opuesto y su otro extremo está en esa recta. Por tanto, el  $\overline{BD}$  es una altura.
- El  $\overline{BD}$  tiene un extremo en un vértice del triángulo, es perpendicular a la recta que contiene el lado opuesto, pero el otro extremo no está en esa recta. Por ello, el  $\overline{BD}$  no es una altura.

Esquema 28. Ejemplo propuesto para que se reconozca cuando están trazadas las alturas en un triángulo. Avanza matemáticas 7. Pág. 185.

Propone ejercicios en los que es necesario completar conjeturas a partir de construcciones, actividad que por medio de la exploración propone la elaboración de argumentos, aspecto que se resalta puesto que no se queda solo con el ejercicio de construcción sino que está constantemente cuestionando (esquema 29), el determinar la falsedad o veracidad de enunciados, en los que es necesario argumentar y razonar acerca de las definiciones que se presentan (esquema 30).

11. Efectúa la siguiente construcción.

- 1.º Construye un triángulo  $EDF$  y las medianas  $\overline{DM}$ ,  $\overline{EK}$  y  $\overline{FL}$ .
- 2.º Denomina  $B$  al baricentro del triángulo. Halla las siguientes razones:  $\frac{BK}{EK}$ ,  $\frac{BM}{DM}$  y  $\frac{BL}{FL}$ .

- a. Compara tu resultado con el que obtuviste en el problema 5. ¿Coinciden las dos respuestas?
- b. Escribe una conjetura.

Esquema 29. Ejercicio de construcción que propone la elaboración de una conjetura que dé cuenta del concepto trabajado. Avanza matemáticas 7. Pág. 190.

7. Determina por qué es incorrecta la siguiente definición de ortocentro.  
*El ortocentro de un triángulo es el punto de intersección de las alturas del triángulo.*

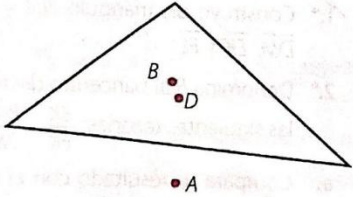
8. Explica por qué es verdadera la siguiente afirmación.  
*Si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son tres puntos no colineales, entonces, existe una circunferencia que pasa por ellos.*

Esquema 30. Ejercicio de razonamiento y argumentación. Avanza matemáticas 7. Pág. 190.

**Pensamiento crítico y resolución de problemas**

3. Los puntos de concurrencia de las líneas notables están marcados en cada triángulo (ver figura 40.14). ¿A qué punto corresponde cada uno?

a.



b.

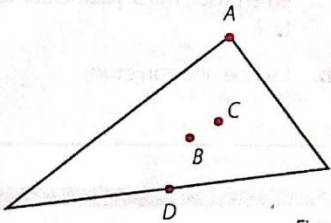


Figura 40.14

**Razonamiento lógico**

4. Determina si la respuesta a la pregunta es Sí, No o No se sabe. Justifica tu respuesta.

a. La altura  $\overline{XK}$  del  $\triangle XYZ$  queda en el exterior del triángulo. ¿Las otras dos alturas quedan en el interior del triángulo?

b. El punto  $K$  es de concurrencia de líneas notables de un  $\triangle ABC$  y está en el exterior del triángulo. ¿Puede ser  $K$  el baricentro del triángulo?

c. El punto  $H$  es de concurrencia de líneas notables de un triángulo.  $H$  también es un vértice del triángulo. ¿ $H$  es el ortocentro del triángulo?

d. El baricentro, ortocentro, circuncentro e incentro de un triángulo están en la misma recta. ¿El triángulo es equilátero?

5. Efectúa la siguiente construcción.

- 1.º Dibuja cualquier triángulo  $ABC$ .
- 2.º Construye las medianas  $(\overline{AF}$ ,  $\overline{CE}$  y  $\overline{BG})$  y denomina  $K$  al punto de corte.
- 3.º Determina con el compás si el baricentro  $K$  es equidistante a los tres lados o a los tres vértices. ¿El baricentro divide cada mediana en el punto medio?
- 4.º Halla el punto medio del  $\overline{AK}$ . ¿Qué relación hay entre la longitud de cada mitad y la del  $\overline{KF}$ ?
- 5.º Comprueba que existe la misma relación para cada mediana.
- 6.º Completa la siguiente conjetura.  
El baricentro divide a cada \_\_\_\_\_ en dos segmentos, de forma que la longitud del segmento, con un extremo en el baricentro y otro en el vértice, es \_\_\_\_\_ de la longitud del otro segmento.

Esquema 31. Actividades de resolución de problemas y razonamiento. Avanza matemáticas 7. Pág. 189.

En la actividad 3, del esquema 31 es necesario tener clara las propiedades de los puntos y las líneas notables del triángulo puesto que se debe identificar cada punto trazado; en el punto 4, se presentan cuatro preguntas que cuestionan las propiedades trabajadas en las que es necesario modelar tales actividades para lograr los argumentos que le den solución a estas. El ejercicio 5, propone la elaboración de una construcción con la cual se logra completar una conjetura. Estos ejercicios están dispuestos para que los estudiantes logren resolver problemas y elaborar razonamientos en diversos contextos.

## Conceptos - definiciones

En cuanto a los conceptos y definiciones, este presenta al inicio de la unidad de geometría las nociones básicas para poder adentrarse al tema, especificando los concepto de punto, línea, plano, vértice, intersectar y equidistar; también se trabaja el concepto de punto medio y de mediatriz de un segmento, así como el de bisectriz de un ángulo y de un segmento. (Esquemas 17, 18, 19, 21, 23, 25). Para el tema de las líneas notables del triángulo en las ideas previas se propone dibujar la perpendicular que pasa por el punto medio de un segmento, esperando que el estudiante pueda seguir pasos, construir figuras e identificar propiedades.



► Conjeturas en geometría

### Líneas notables del triángulo

**Ideas previas**

1. Dibuja un segmento  $AB$ .
2. Traza el punto medio del segmento  $AB$ .
3. Traza un segmento perpendicular al segmento  $AB$ , que pase por su punto medio.

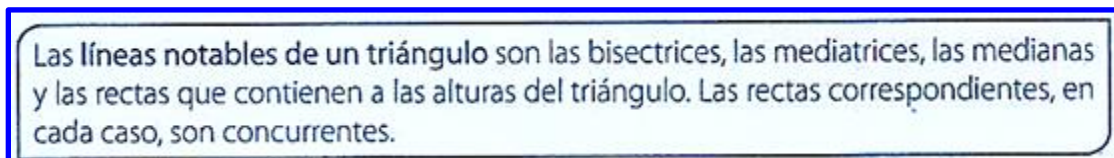
Esquema 32. Ideas previas propuestas por el libro de texto. Avanza matemáticas 7. Pág. 185.

Por medio de un enunciado el libro explica cuáles son las líneas notables del triángulo y la concurrencia de las mismas, siendo este el objeto matemático emergente el cual es presentado al finalizar el tema (esquema 34). Entre los conceptos emergentes se encuentran, la mediatriz, la bisectriz, la altura, la mediana, el baricentro, el circuncentro, el ortocentro y el incentro (esquemas 18, 19, 21, 25). Además, explica por medio de un recuadro de información que amplía el concepto de baricentro en el que se afirma que éste también es llamado centro de gravedad puesto que es el punto donde se centra el peso del triángulo, el

cual presenta un argumento histórico que ayuda a ubicar y conocer por qué se deriva su nombre. (Esquema 33).



Esquema 33. Recuadro de información que amplía el concepto de baricentro. Avanza matemáticas 7. Pág. 187.



Esquema 34. Objeto matemático emergente, líneas notables del triángulo. Avanza matemáticas 7. Pág. 188.

## Procedimientos

En lo que concierne a los procedimientos, el libro propone para la conceptualización de las líneas notables, el identificar en un triángulo si el segmento que se encuentra trazado corresponde a alguna de las líneas notables (esquema 35), establecer si el ortocentro puede encontrarse en un vértice del triángulo (esquema 27), lograr determinar justificadamente cuando una pregunta es falsa o verdadera (esquema 31), el seguir algunos pasos de construcción geométrica que respondan a razonamientos propuestos, comprobar

propiedades en programas de geometría dinámica y completar información en una conjetura y una gráfica; también cuenta con enlaces que permiten ver animaciones en relación a los conceptos. (Esquemas 36, 37).

**Desarrolla competencias**

1. Determina para cada ilustración de la figura 40.12 el nombre de las líneas especiales trazadas.



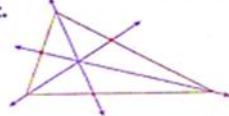

a.  b.  c.  d. 

Figura 40.12

2. Determina en cada triángulo de la figura 40.13 si el  $\overline{AB}$  es subconjunto de una mediatriz, una bisectriz, una mediana, una altura o ninguna de las anteriores. Explica tu respuesta.


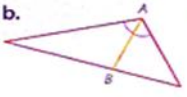
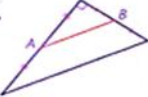
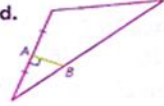
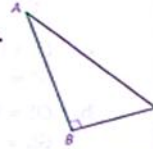
a.  b.  c.  d.  e. 

Figura 40.13

Esquema 35. Ejercicio para identificar las líneas notables trazadas en los triángulos. Avanza matemáticas 7. Pág. 189.

**Ejemplo 3**

Establezcamos si el ortocentro de un triángulo puede ser un vértice de éste.

**Solución**

Cuando un triángulo es rectángulo, los lados que determinan el ángulo recto son alturas. Esos lados comparten un punto que es uno de los vértices del triángulo. Ese punto es, a su vez, el ortocentro del triángulo, tal como se observa en la figura 40.11. Por su parte,  $J$  es el ortocentro del  $\triangle HJK$ .

**Vínculo web**

Observa las animaciones que encuentras en <https://www.matetam.com/de-consulta/acordeones/rec-tas-notables-del-triangulo> y reproducélas.

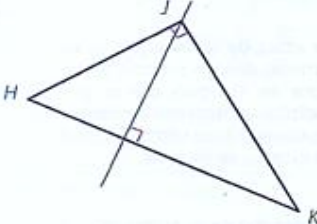
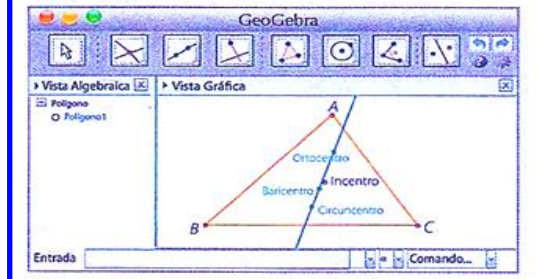


Figura 40.11

Esquema 36. Reconocimiento de propiedades especiales que cumplen los triángulos, vínculo web que permite observar animaciones. Avanza matemáticas 7. Pág. 188.



Leonard Euler demostró en 1765 que, para todo triángulo, 3 de los 4 puntos de concurrencia son siempre colineales. Construye un triángulo con un programa de geometría dinámica y determina cuáles son los puntos colineales. Usa la función *Comprobar propiedades*.



Esquema 37. Procedimiento para comprobare propiedades en el programa de geometría dinámica. Avanza matemáticas 7. Pág. 190.

## Proposiciones<sup>12</sup>

Se logró evidenciar que el libro de texto presenta un trabajo con conjeturas, propuestas como definiciones y ejercicios para ser elaborados y verificados por los estudiantes, el trabajo de elaboración de conjeturas moviliza procesos, tales como el razonamiento y la argumentación. (Esquemas 29, 31). El libro también muestra y cuestiona acerca de las propiedades que cumplen los conceptos de mediatriz, mediana y bisectriz, por ejemplo, que la intersección de las tres mediatrices generan el circuncentro, que es el centro de la circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo. (Esquema 21). También se identificaron enunciados de tipo  $P \leftrightarrow Q$  y  $P \rightarrow Q$ , Entre los que se encuentran: Las *mediatrices* se intersecan en un punto C, se satisface que  $CS = CL$  y  $CL = CA$ , por tanto,  $CS = CA$ . Donde C se denomina circuncentro. (Esquema 21). Las *bisectrices* concurren en un punto I, satisfaciendo que  $IC = IA = IB$ , por tanto, I equidista de los tres lados NM, MO

<sup>12</sup> Se consideraran los enunciados acerca de los conceptos, los teoremas, los axiomas, las propiedades, etc. como las proposiciones.

y NO, y es llamado incentro. (Esquema 38). Para las medianas, T, R y S son los puntos medios de los lados de JH, HK y KJ respectivamente.

Por tanto, TK, JR y HS son medianas del  $\Delta HJK$ , el punto de intersección de las medianas es llamado baricentro que es el centro de gravedad del triángulo. (Esquema 25).

Estos enunciados proporcionan formalidad a las definiciones, logrando identificar la correspondencia entre lo expuesto por Londoño (2006) en el libro de Geometría Euclidiana, y las disposiciones establecidas por el MEN (2006).

La Propiedad de la bisectriz asegura que todo punto de la bisectriz de un ángulo se encuentra a la misma distancia de los lados del ángulo, como se observa en la figura 40.5.

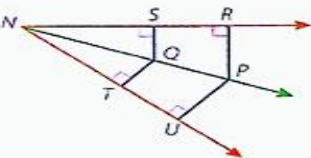


Figura 40.5

Observemos la figura 40.6 y determinemos la propiedad que tiene el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos de un triángulo.

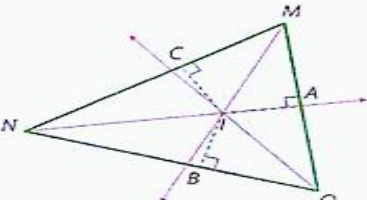


Figura 40.6

Por la propiedad de las bisectrices, tenemos que  $IC = IA = IB$ . Por tanto,  $I$  equidista de los tres lados  $NM$ ,  $MO$  y  $NO$ . Si construimos una circunferencia con centro en  $I$  y radio  $IC$ , esta toca al triángulo en los puntos  $C$ ,  $A$  y  $B$ , es decir, la circunferencia queda inscrita en el triángulo. Por ello, el punto  $I$  se denomina el **incentro** del triángulo (ver figura 40.7).

Esquema 38. El incentro como propiedad que cumple la intersección de las bisectrices de un triángulo. Avanza matemáticas 7. Pág. 186.

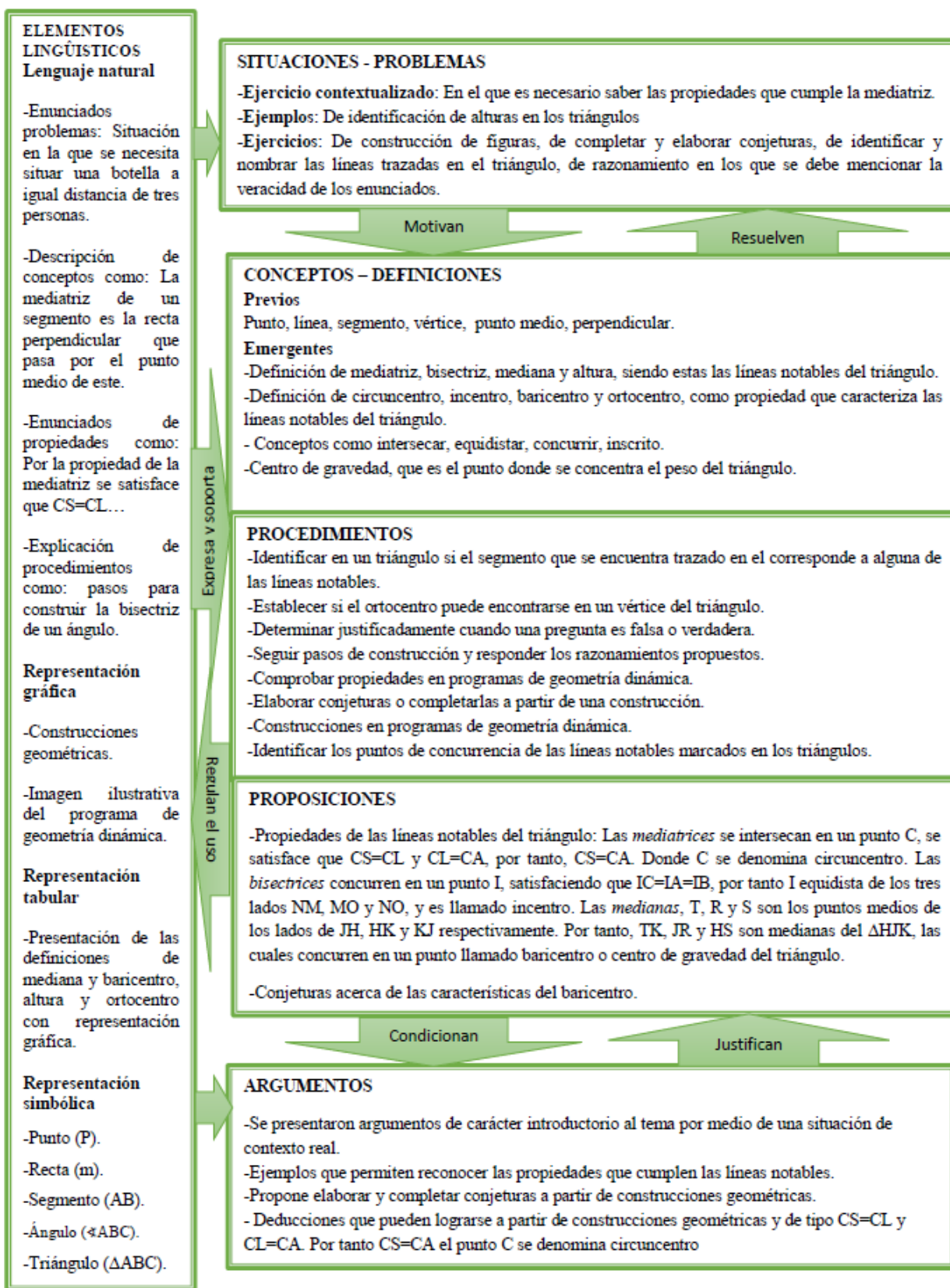
## Argumentos

Cabe resaltar que el libro de texto no propone las demostraciones como un tipo de argumento que contribuya a la conceptualización de los objetos matemáticos, pero sí se encuentran *ejemplos* en los que se deben determinar e identificar las propiedades y características de los conceptos de altura, incentro y ortocentro (esquemas 21, 27, 38). *Explicaciones* de cómo pueden ser utilizados los conceptos y propiedades de las líneas notables del triángulo en la solución de problemas cotidianos y matemáticos, entre los cuales se encuentran los recuadros de información y las situaciones problemas (esquemas 17, 22, 33), presenta *deducciones* que pueden lograrse a partir de construcciones geométricas y del tipo  $CS = CL$  y  $CL = CA$ . Por tanto  $CS = CA$ , el punto C se denomina circuncentro. Esta clase de argumentos son utilizados para exponer los conceptos de circuncentro, incentro y baricentro, estos como tal no son demostraciones pero por medio de la simbología empleada representan argumentos deductivos, los cuales ayudan al desarrollo de los diversos procesos, como el razonamiento, la comunicación y la argumentación los cuales corresponden a lo establecido por el MEN (1998) y que toda actividad matemática debe cumplir por tanto se consideran propicios y adecuados para el grado de escolaridad al que va dirigido. (Esquemas 21, 27, 38).

En el esquema 27, se puede observar que a partir de una pregunta directriz y tres imágenes de los diferentes tipos de triángulos clasificados según sus ángulos, se plantea un argumento deductivo que expone la propiedad que caracteriza la intersección de las bisectrices, elementos que permiten establecer una conjetura acerca del concepto.

Gracias a este análisis se logró representar por medio de la siguiente configuración epistémica la estructura que propone el libro de texto Avanza matemáticas 7 para la enseñanza de las líneas notables del triángulo:

## CONFIGURACIÓN EPISTÉMICA LIBRO AVANZA MATEMÁTICAS 7º



### 3.2.2 Zoom a las Matemáticas 7 - Ed. Libros & Libros

#### Elementos lingüísticos

*Lenguaje natural* Uno de los aspectos presentes en el apartado correspondiente al componente geometría - medición es precisamente el uso del lenguaje verbal al introducir de forma explícita las líneas nombradas como alturas, medianas, bisectrices y mediatrices acompañadas cada una de sus puntos de intersección denominados respectivamente como ortocentro, circuncentro, baricentro e incentro. (Esquema 39)

#### Rectas y puntos notables del triángulo

Los puntos notables de un triángulo están determinados por la intersección entre sus alturas, sus medianas, sus bisectrices y sus mediatrices.

**Esquema 39. Registro discursivo de tipo descriptivo que permite relacionar los conceptos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 124.**

Este tipo de lenguaje se encuentra enunciado en los ejemplos que sirven de apoyo a las propiedades asignadas en esta unidad, por ejemplo:

Los triángulos cumplen las siguientes propiedades:

**Propiedad 1.** La medida de uno de sus lados siempre es menor que la suma de las medidas de los otros dos. De igual manera, la medida de uno de sus lados es mayor que la diferencia de las otras medidas.

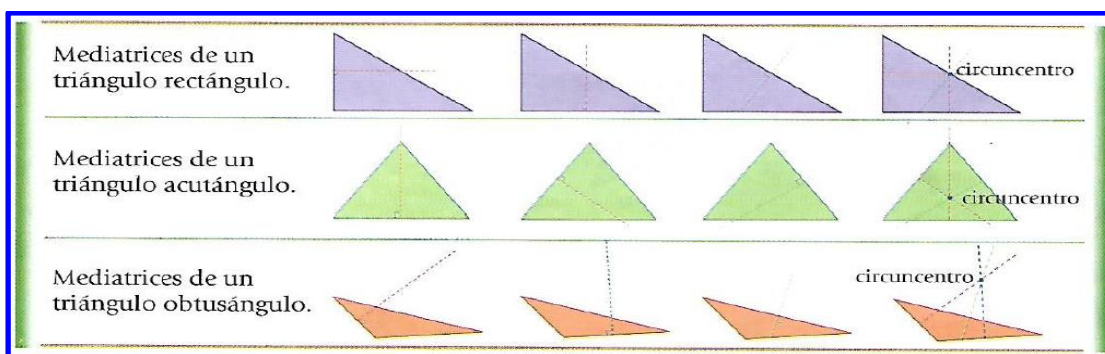
**Propiedad 2.** Al lado de mayor longitud se opone el ángulo de mayor medida, y al lado de menor longitud se opone el ángulo de menor medida.

**Propiedad 3.** La suma de las medidas en grados de los tres ángulos internos es igual a  $180^\circ$ .

**Propiedad 4.** En todo triángulo, la medida de un ángulo externo es igual a la suma de los dos ángulos internos no adyacentes.

**Esquema 40. Propiedades del triángulo en lenguaje natural. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 126**

*Registro gráfico*, el libro usa para cada *línea notable* un esquema gráfico, que muestra el lugar donde se encuentra el punto de intersección de las líneas en los tres tipos de triángulos clasificados según sus ángulos (acutángulo, obtusángulo, rectángulo). Un aspecto relevante que se logró identificar en este libro es que las ilustraciones de los triángulos son mostradas de forma horizontal sobre su base. (Esquema 41)



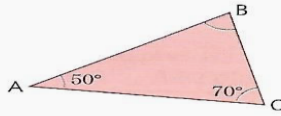
**Esquema 41. Registro gráfico, intersección de las mediatrices en los tres tipos de triángulos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 124.**

*Lenguaje simbólico*, este tipo de lenguaje y sus representaciones simbólicas se encuentran enunciadas como signos que dan significado a los ángulos ( $\sphericalangle$ ), medida de los ángulos en el sistema sexagesimal ( $60^\circ$ ), amplitud de la medida de los ángulos ( $m\angle ABC$ ) en los ejemplos que sirven de apoyo a las propiedades asignadas en esta unidad (esquemas 40, 42, 43).

*Lenguaje formal*, este tipo de lenguaje y sus representaciones semióticas se encuentran enunciados en los ejemplos que sirven de apoyo a las propiedades asignadas en esta unidad por ejemplo:

**Ejemplo 1**

Para identificar el lado mayor y el lado menor del siguiente triángulo, es necesario conocer el valor de los tres ángulos.



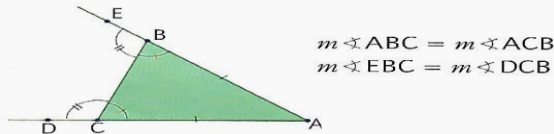
Aplicando la propiedad 3 para hallar el valor de  $\sphericalangle B$ , se plantea la ecuación:

$$50^\circ + 60^\circ + m\text{-}\sphericalangle B = 180^\circ, \text{ de donde } m\text{-}\sphericalangle B = 70^\circ$$

Conociendo que el ángulo B mide  $70^\circ$  y en virtud de la propiedad 2, se tiene que el lado mayor es  $\overline{AC}$ , ya que se opone al ángulo mayor,  $70^\circ$ , y el lado  $\overline{AB}$  es el lado menor, ya que se opone al ángulo menor,  $50^\circ$ .

**Ejemplo 2**

En los triángulos isósceles, la medida de los ángulos opuestos a los lados iguales son iguales, y los ángulos bajo la base de este tipo de triángulo también son iguales.



Esquema 42. Lenguaje simbólico. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 126.

Estas indicaciones discursivas se traducen con el uso de un lenguaje propio de la geometría, pues estos símbolos explican las propiedades para hallar el valor del ángulo (esquema 42); otro símbolo que el texto usa en la exposición de las bisectrices es el símbolo de recta ( $\overleftrightarrow{AB}$ ) mostradas en el esquema 43, o el símbolo que hace referencia a los segmentos  $\overline{AB}$  y las relaciones  $\frac{\overline{AO}}{\overline{AG}}$  mostrados en el marco de ejercitación esquema 46.

Bisectrices de un triángulo rectángulo	Bisectrices de un triángulo acutángulo	Bisectrices de un triángulo obtusángulo
<p> <math>\sphericalangle D = 45^\circ</math>  <math>\sphericalangle E = 90^\circ</math>  <math>\sphericalangle F = 45^\circ</math> </p> <p><math>\overleftrightarrow{DB}</math>, <math>\overleftrightarrow{EG}</math> y <math>\overleftrightarrow{FH}</math> son bisectrices del triángulo DEF.</p>	<p> <math>\sphericalangle D = 60^\circ</math>  <math>\sphericalangle E = 60^\circ</math>  <math>\sphericalangle F = 60^\circ</math> </p> <p><math>\overleftrightarrow{DB}</math>, <math>\overleftrightarrow{EG}</math> y <math>\overleftrightarrow{FH}</math> son bisectrices del triángulo DEF.</p>	<p> <math>\sphericalangle D = 40^\circ</math>  <math>\sphericalangle E = 120^\circ</math>  <math>\sphericalangle F = 20^\circ</math> </p> <p><math>\overleftrightarrow{DB}</math>, <math>\overleftrightarrow{EG}</math> y <math>\overleftrightarrow{FH}</math> son bisectrices del triángulo DEF.</p>

Esquema 43. Indicaciones que son reguladas por el uso de símbolos geométricos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 125.



## Situaciones - problema

La propuesta de este libro de texto en cuanto a las situaciones problema es muy diferente al libro de texto Avanza que inicia el tema con un problema contextualizado; teniendo en cuenta que una situación problema es una actividad matemática que permite según lo afirman Moreno y Waldegg, (2002):

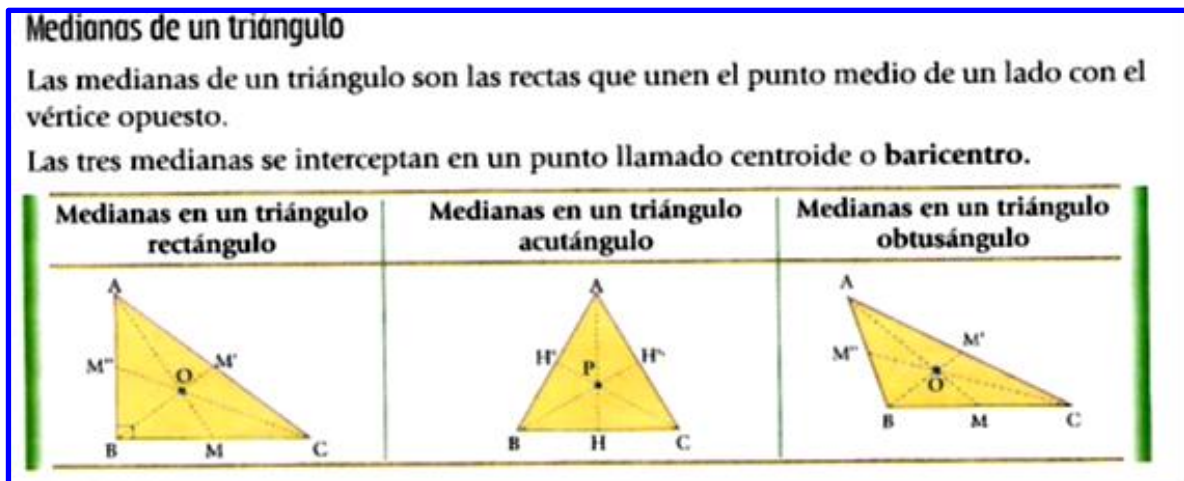
- La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva, para que esto suceda debe tener las siguientes características:
- Debe involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender.
- Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él.
- Debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores.
- Debe ofrecer una resistencia suficiente para llevar al alumno a poner en duda sus conocimientos y a proponer nuevas soluciones. (pág. 56)

Sin embargo las actividades que propone el texto en el marco de ejercitación invitan a la construcción y a la verificación de algunas líneas notables, como las medianas y las alturas, en este caso se puede decir que la propuesta del libro no está enmarcada por los problemas contextualizados, sino por actividades de construcción, verificación de propiedades y por talleres de exploración. (Esquema 44)

6. Construye un triángulo cuyo ortocentro sea:
  - a. Exterior.
  - b. Coincidente con un vértice.
  - c. Interior.
  - d. Sobre un lado.

Esquema 44. Frente a la postura de Moreno y Waldegg, se evidencia un reto para el estudiante. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 125.

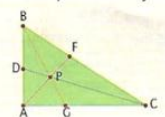
La propuesta planteada en este libro para el marco de ejemplificación en esta parte del contenido es escasa si se mira de forma explícita, en esta temática solo hay un ejemplo que ilustra la forma como deben trazarse las medianas y dónde quedará el punto de intersección de estas, (baricentro); ilustración que permite tener una guía en la construcción de las medianas y comprender el concepto de forma implícita. (Esquema 45).

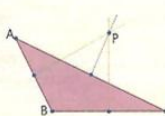


Esquema 45. Ejemplos con imágenes de las construcciones en los diferentes tipos de triángulos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 126.

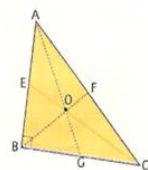
El texto incluye en su marco de ejercitación aplicaciones para los procesos de instrucción presentados en una misma estructura, son ejercicios de construcciones que invitan a cuestionarse, los cuales se apoyan en ilustraciones o en instrucciones para el doblado de papel. (Esquema 46)

**Ejercita**


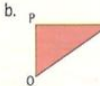
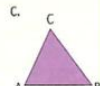
- Traza un triángulo acutángulo y recórtalo. Luego marca los vértices y realiza los siguientes pasos:
  - Dobla los lados para ubicar el punto medio de cada lado; marca los puntos medios.
  - Dobla para formar la mediana desde los vértices hasta el punto medio del lado opuesto.
  - Marca el baricentro donde se encontraron las medianas.
  - ¿Qué distancia aproximada hay desde el baricentro hasta el vértice del punto medio del lado opuesto?
- Realiza el mismo ejercicio anterior con un triángulo rectángulo. Ten en cuenta los pasos planteados.
- Dibuja una circunferencia en los siguientes triángulos, con el radio que se indica y con centro en P.
  - 

Radio:  $\overline{PD}$   
P es el incentro del triángulo ABC
  - 

Radio:  $\overline{PA}$   
P es el circuncentro del triángulo

¿Qué puedes decir de cada circunferencia con respecto a la posición del triángulo?
- $\overline{AG}$ ,  $\overline{EC}$ ,  $\overline{BF}$  son las medianas de  $\triangle ABC$ .
 

Utilizando un compás toma la medida de  $\overline{OG}$  y verifica que quepa dos veces en  $\overline{AO}$ . Compruébalo para las demás medianas y encuentra:

a. $\frac{AO}{AG} = \square$	c. $\frac{BO}{BF} = \square$	e. $\frac{CO}{CE} = \square$
b. $\frac{OG}{AG} = \square$	d. $\frac{OF}{BF} = \square$	f. $\frac{OE}{CE} = \square$
- Traza las tres alturas correspondientes a los siguientes triángulos y encuentra el ortocentro.
  - 
  - 
  - 
- Construye un triángulo cuyo ortocentro sea:
  - Exterior.
  - Coincidente con un vértice.
  - Interior.
  - Sobre un lado.

**Esquema 46. Ejercicios con imágenes que sirven de apoyo en las construcciones y cuestionarios. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 125.**

Ejercicio tipo taller, esta actividad se expone posterior a la definición de puntos y líneas notables del triángulo, los ejemplos y el taller del tema, en la que se propone la exploración en el programa de geometría dinámica Geogebra, permite que los estudiantes complementen el objeto matemático trabajado con actividades de exploración e indagación ayudando a comprender mejor los conceptos trabajados.

**TALLER**

1. De acuerdo con la construcción realizada en Geogebra, responde las siguientes preguntas:
  - a. ¿Por qué al construir una circunferencia cuyo centro sea el incentro y el radio, la distancia hasta un lado del triángulo, queda inscrita en el triángulo?
  - b. ¿Se puede hallar el incentro solo construyendo dos bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo?
2. Utilizando el programa Geogebra, construye los siguientes puntos notables de un triángulo.
  - a. Circuncentro
  - b. Ortocentro
  - c. Baricentro
3. Explora el programa Geogebra para dibujar en un mismo triángulo el ortocentro, el baricentro, el incentro y el circuncentro. ¿Están todos los puntos alineados?


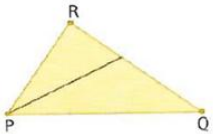


Esquema 47. Taller propuesto para resolver en el programa Geogebra. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 140.

### Conceptos - definiciones

Estos son abordados desde las unidades anteriores como conceptos previos entre estos: el vértice, la clasificación de los ángulos, las rectas paralelas y perpendiculares; además, se introduce un concepto relativo a la posición de un ángulo en la circunferencia, concepto que lo representa en lenguaje natural y en representación gráfica, este se refiere al ángulo inscrito.

En los recuadros de las comunicaciones complementarias se expone el concepto de la recta perpendicular a un segmento, conocida como mediatriz, y su intersección con el punto medio de este; en otro recuadro se mencionan dos conceptos previos, el circuncentro y su

relación con la intersección de las mediatrices en un triángulo, y el incentro como el punto de intersección de las bisectrices de un triángulo. Con esto se hace un primer acercamiento de una forma particular al concepto de mediatriz de un segmento, que luego se complementa con más información en la unidad dos.

<p> <b>Para SABER</b></p> <p>La línea trazada en el triángulo PQR es:</p>  <p>(A) Perpendicular (B) Mediatriz (C) Bisectriz (D) Altura</p>	<p> <b>Zoom</b></p> <p>El <b>circuncentro</b> es el punto donde se cortan las mediatrices de un triángulo.</p> <p>El <b>incentro</b> es el punto donde se cortan las bisectrices de un triángulo.</p>	<p> <b>Me pregunto</b></p> <p>¿Qué es la mediatriz de un segmento?</p> <p>Es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio.</p>
--	--	--

Esquema 48. Conceptos previos expuestos como recuadros de comunicaciones complementarias asociados a los objetos emergentes mediatriz - circuncentro y bisectriz - incentro. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 57.

En la unidad de contenido número dos, los conceptos a tratar como emergentes de los ejercicios de construcción y verificación están expuestos a manera de ejemplo en lenguaje natural que explica las definiciones de cada línea notable (esquema 49), acompañado por imágenes que especifican los puntos de intersección para cada una de estas líneas; que expone tres casos relativos a las clases de triángulos (acutángulo, obtusángulo y rectángulo). (Esquemas 41, 43, 45, 50).

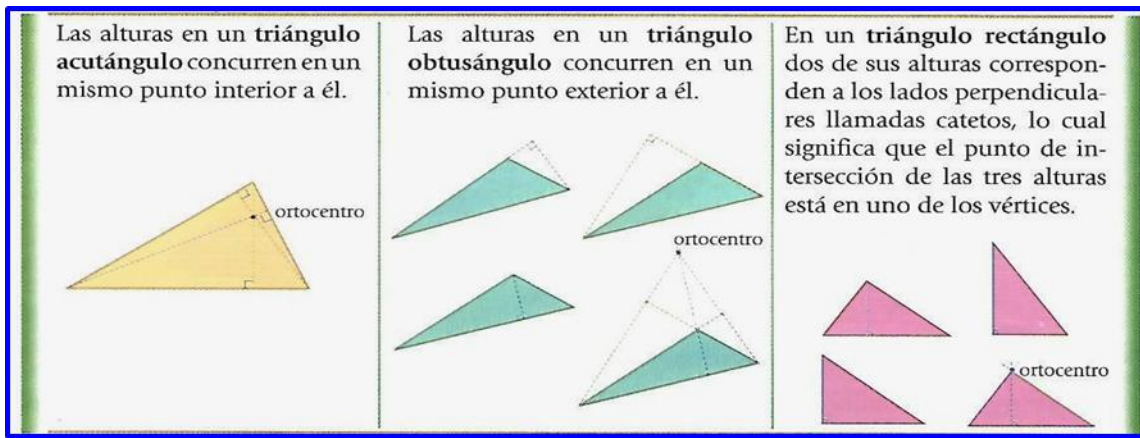
Las definiciones de estos conceptos posibilitan una descripción de tipo nominal frente a un término que designa el concepto. (Esquema 45).

## Alturas de un triángulo

Las alturas de un triángulo son rectas perpendiculares que van desde un vértice hasta su lado opuesto o hasta su prolongación.

Cualquier triángulo tiene tres alturas, una por cada vértice. El punto de corte de las tres alturas o de sus prolongaciones se denomina **ortocentro**.

Esquema 49. Definición del concepto de altura. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 124.



Esquema 50. Las alturas en los diferentes tipos de triángulos según sus ángulos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 124.

## Proposiciones

Este texto hace una introducción a los conceptos de puntos notables concretamente como una proposición identificada en el esquema 39 de la siguiente manera “Los puntos notables de un triángulo están determinados por la intersección entre sus alturas, sus medianas, sus bisectrices y sus mediatrices”, las cuales se pueden apreciar en las explicaciones y enunciados.

## LO QUE DEBES SABER

Las tres bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo se cortan en un punto llamado *incentro*, que está a la misma distancia de los tres lados.

Esquema 51. Recuadro de información usado como elemento que enfatiza una definición. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 140.

Se identificó que algunos enunciados son usados para describir las propiedades o atributos presentes en los triángulos como puntos y líneas notables (esquemas 39, 45, 49, 50, 51), descritos y acompañados por cuatro propiedades descritas de la siguiente manera:

Para las alturas de un triángulo.

- Las alturas de un triángulo son rectas perpendiculares que van desde un vértice hasta su lado opuesto o hasta su prolongación.
- Cualquier triángulo tiene tres alturas, una por cada vértice. El punto de corte de las tres alturas o de sus prolongaciones se denomina ortocentro.
- Las alturas en un triángulo acutángulo concurren en un mismo punto interior a él.
- Las alturas en un triángulo obtusángulo concurren en un mismo punto exterior a él.
- En un triángulo rectángulo dos de sus alturas corresponden a los lados perpendiculares llamadas catetos, lo cual significa que el punto de intersección de las tres alturas está en uno de los vértices.

Para las mediatrices de un triángulo.

- Las mediatrices de un triángulo son las rectas perpendiculares trazadas desde el punto medio de cada lado.
- En cualquier triángulo, las tres mediatrices se cortan en un punto llamado circuncentro.

Para las medianas de un triángulo.

- Las medianas de un triángulo son las rectas que unen el punto medio de un lado con el vértice opuesto.
- Las tres medianas se intersectan en un punto llamado centroide o baricentro.

Para las bisectrices de un triángulo.

- La bisectriz es la recta que divide un ángulo en dos ángulos iguales.

Las tres bisectrices se cortan en un punto llamado incentro, que está a la misma distancia de los tres lados.



## **Procedimientos**



El libro de texto y su propuesta llamada *Matemá-tic-as*, sugiere el trabajo con el programa Geogebra, permitiendo la construcción guiada paso a paso para el concepto de bisectriz, y a su vez la exploración de la propiedad geométrica. (Esquema 52)

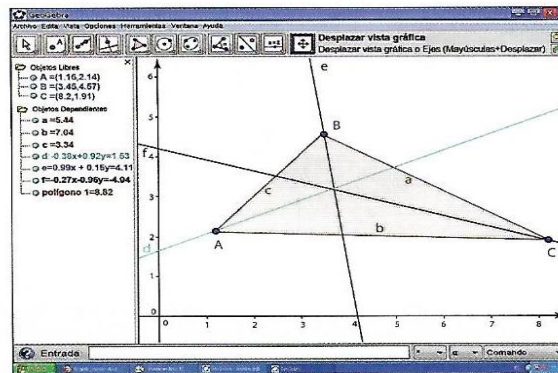


A continuación, utilizando el programa Geogebra se construirán bisectrices de un triángulo y su incentro.

### PASO 1.

Haz clic en  y selecciona la opción  Polígono . Haz clic en tres puntos distintos del plano para determinar el triángulo; para cerrar la figura haz clic en el primer punto que colocaste.

Despliega el ícono  y selecciona la opción  Bisectriz . Haz clic en el punto B, luego en el punto A y finalmente en el punto C, para determinar la bisectriz del  $\sphericalangle BAC$ . Repite el procedimiento para construir las bisectrices de los  $\sphericalangle BCA$  y  $\sphericalangle ABC$ .



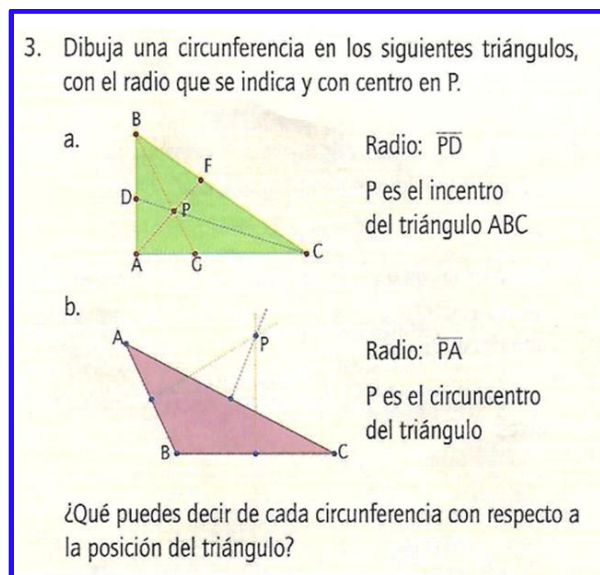
Esquema 52. Exploración utilizando programas de geometría dinámica. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 140.

De aquí se puede decir que este procedimiento es intuitivo por el carácter visual de la representación del objeto matemático, promoviendo una mejor comprensión del concepto, por considerarlo un objeto matemático y no una simple ilustración.

Por otro lado, en el marco de ejercitación se proponen seis tareas, en las dos primeras se evidencia la demanda de una instrucción con el doblado del papel, actividad propuesta para el reconocimiento de las propiedades en dos tipos de triángulos, la cual puede ayudar a la generalización de conceptos.

Las cuatro restantes involucran procedimientos para la construcción, verificación y argumentación de la tarea realizada, (esquemas 44, 46) para el caso del tercer ejercicio, presenta de forma explícita la pregunta orientadora que permite a partir de la construcción particular llegar a la generalización de propiedades como la del circuncentro y el incentro, estos ejercicios se encuentran propicios para llevar a los estudiantes a comprobar razones y

atributos emergentes de las líneas y puntos notables del triángulo con ayuda de la regla y el compás. (Esquema 53)

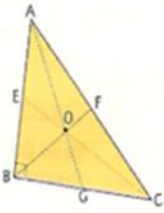


Esquema 53. Procedimiento que permite llegar a una generación de los conceptos de incentro y circuncentro. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 125.

## Argumentos

En la unidad se presenta algunas propiedades que se relacionan con *argumentos* en lenguaje natural, estableciendo las justificaciones correspondientes al valor de verdad como elemento que enfatiza; estos se muestran en un recuadro (*Lo que debes saber*), que enuncian cuatro propiedades que se deben tener en cuenta para las tareas de comprobación, dejando en evidencia aspectos relevantes y necesarios para tener claros después de haberlos trabajado en los ejemplos y actividades (esquema 54), dando sentido a los ejercicios de *tipo inductivo* como es el caso del ejercicio 4 (esquema 55).

4.  $\overline{AG}$ ,  $\overline{EC}$ ,  $\overline{BF}$  son las medianas de  $\triangle ABC$ .




Utilizando un compás toma la medida de  $\overline{OG}$  y verifica que quepa dos veces en  $\overline{AO}$ . Compruébalo para las demás medianas y encuentra:

a.  $\frac{AO}{AG} = \square$       c.  $\frac{BO}{BF} = \square$       e.  $\frac{CO}{CE} = \square$   
 b.  $\frac{OG}{AG} = \square$       d.  $\frac{OF}{BF} = \square$       f.  $\frac{OE}{CE} = \square$

Esquema 54. Ejercicio de tipo inductivo en el que se usa el conocimiento de las propiedades para dar respuesta a la comprobación. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 125.

**Lo que debes saber**



ABC es un triángulo equilátero

Para encontrar la medida de los ángulos interiores se debe saber.

- Que en el triángulo equilátero el circuncentro y el incentro coinciden.
- Que en todo triángulo a lados de igual medida, se oponen ángulos de igual medida.
- Que en el triángulo equilátero el ortocentro y el baricentro coinciden.
- Que la medida de un lado cualquiera del triángulo es menor que la suma de la medida de los otros dos.

Esquema 55. Recuadro de información utilizado como elemento para enfatizar argumentos. Zoom a las matemáticas 7. Pág. 124.

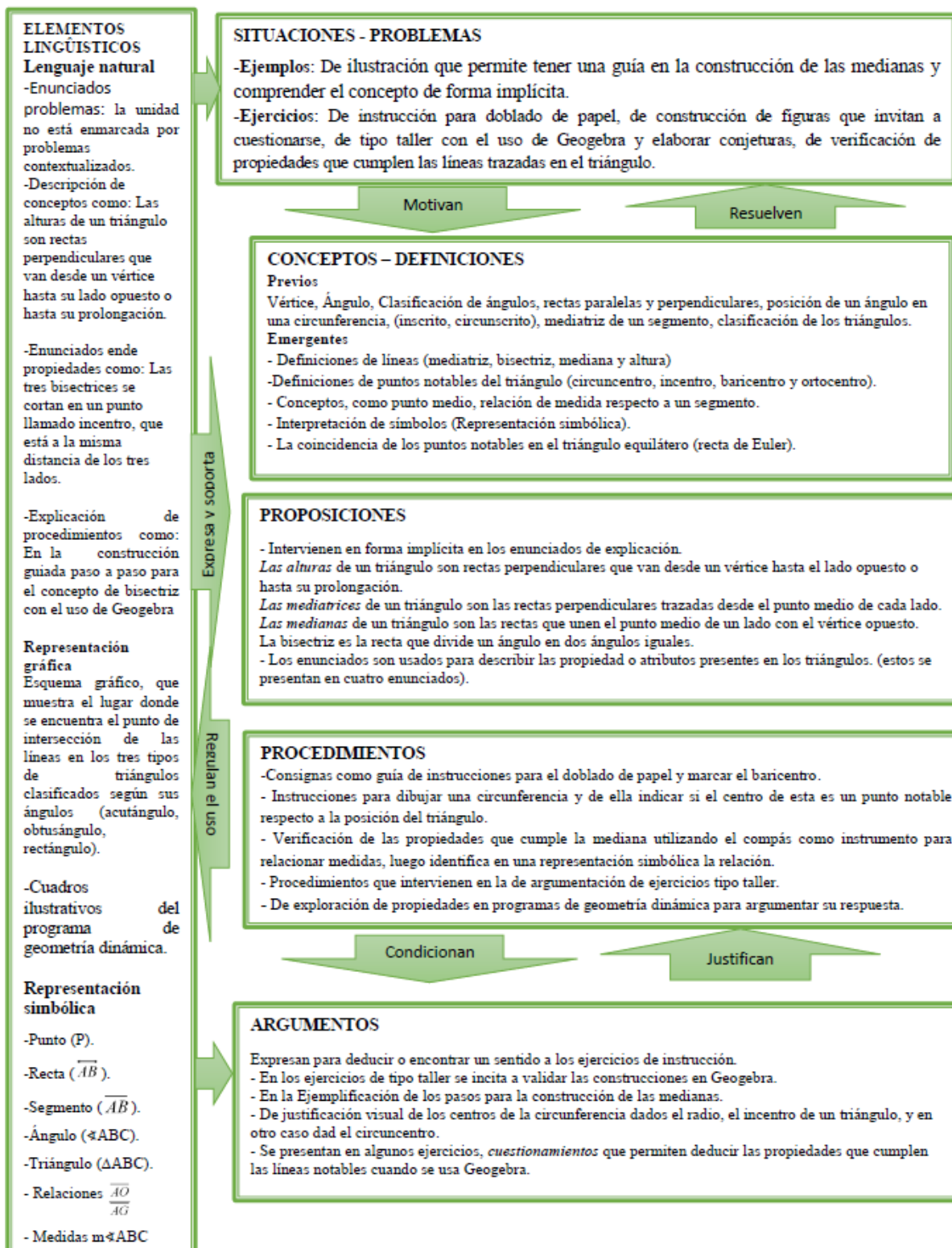
También presenta argumentos de tipo *ejemplificativo* para mostrar la técnica a seguir para construir e identificar las propiedades que caracterizan las líneas notables del triángulo, con el programa de geometría dinámica Geogebra, como herramienta de *validación* para los ejercicios de tipo taller, especificado en el (esquema 52).

Otro tipo de argumentos que se observaron en esta unidad son los de *justificación visual*, usados para mostrar la propiedad del punto de concurrencia de las alturas en los diferentes tipos de triángulos, que establece el lugar en donde se encuentra el punto de intersección de estas, ya sea dentro del triángulo por fuera de él o en uno de sus extremos (esquema 50).

En el marco de ejercitación, se pueden ver ejercicios que tratan cuestionamientos que permiten ver las propiedades de las líneas notables desde el trabajo con el origami que cumplen las líneas notables, tal es el caso de los ejercicios 1-d y 3 (esquema 46).

La estructura que presenta el libro de texto *Zoom a las matemáticas* para conceptualizar el objeto matemático de líneas y puntos notables del triángulo se puede representar por la siguiente configuración epistémica:

# CONFIGURACIÓN EPISTÉMICA LIBRO ZOOM A LAS MATEMÁTICAS 7º



#### 4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Utilizando las configuraciones epistémicas como herramienta de análisis para los dos libros de texto se permitió contrastar en la unidad de contenido, articulada por los seis elementos (elementos lingüísticos, actividad cognitiva, conceptos - definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos) que los sistemas de prácticas emergentes de las editoriales y usados para exponer los conceptos de líneas y puntos notables, permitieron identificar una correspondencia entre los distintos elementos de carácter lingüístico como el lenguaje natural, gráfico y el simbólico que con los procesos de representación a los cuales se les asigna un significado.

Por ejemplo, en el concepto de la mediana presentado por los dos libros, el libro Avanza (esquema 25) “ Una mediana de un triángulo es un segmento con un extremo en un vértice del triángulo y el otro extremo en el punto medio del lado del triángulo opuesto a ese vértice”, y el libro Zoom (esquemas 45) “Las medianas de un triángulo son las rectas que unen el punto medio de un lado con el vértice opuesto”; estos significados se identifican en los dos textos asociando los elementos lingüísticos con los registros de representación (lenguaje natural, representación gráfica y la representación simbólica).

En concordancia con lo anterior se identificó que ambos libros no solo trabajan los conceptos como definiciones sino que también ayudan a propiciar la conceptualización desde diferentes representaciones, tales como la gráfica, la simbólica y la representación en lenguaje natural. Por tanto los aspectos a resaltar correspondientes a las representaciones semióticas se presentan en la siguiente tabla:

Elementos lingüísticos	Avanza Matemáticas 7	Zoom a las matemáticas 7
<p><b>Lenguaje Natural</b></p>	<p>El libro está dado en lengua natural, expresado de manera verbal de tipo descriptivo y deductivo utilizados para la elaboración de conjeturas de tipo argumentativo permitiendo dar cuenta de las propiedades que cumplen los objetos matemáticos. (Esquemas 17, 18, 19).</p>	<p>Este utiliza un lenguaje verbal de tipo descriptivo apropiado para la edad escolar en los estudiantes de grado séptimo. El lenguaje formal se ve escrito en algunos ejemplos que luego no se profundiza en los ejercicios. (Esquemas 39, 40)</p>
<p><b>Representación Gráfica</b></p>	<p>Las ilustraciones que posee están acompañados de cuadros que indican instrucciones tanto para construcciones con regla y compás como para programas de geometría dinámica. (Esquemas 20, 37).</p> <p>Se identificaron también representaciones gráficas para ilustrar situaciones problema, de los conceptos, los ejemplos y ejercicios. (Esquemas 17, 21, 27, 28, 35).</p>	<p>Los esquemas están estructurados, primero como registros de lenguaje natural, y segundo como registros de lenguaje gráfico para mostrar la correspondencia con las propiedades y las gráficas. (Esquema 41). Por otro lado, muestra esquemas de instrucción para el manejo del software Geogebra. (Esquemas 47, 52) También se identificó una limitación visual en las ilustraciones de los triángulos ya que estos se encuentran representados de forma horizontal sobre la base.</p>

		(Esquemas 41, 42, 47).
<b>Representación Simbólica</b>	La representación simbólica referida a la geometría es utilizada apropiadamente, pues se encuentra desplegada en toda la unidad, tanto en la explicación de conceptos como en los ejemplos y ejercicios. (Esquemas 21, 25, 28, 29)	La representación simbólica se encuentra con muy poco uso, esta solo se ve en los ejemplos y en unos cuantos ejercicios. (Esquemas 42, 43, 46)
<b>Representación tabular</b>	Esto evidenció, la presentación de la definición de mediana y altura, que se exponen en lenguaje natural, representación gráfica y simbólica, reluciendo la propiedad que los caracteriza, el baricentro y el ortocentro. Se identificó cómo se integran los diferentes tipos de representación semiótica. (Esquema 25).	No se evidencio este tipo de representación semiótica para presentar los conceptos de líneas notables del triángulo.

**Esquema 56, Registro de representación semiótica, líneas y puntos notables del triángulo en los dos libros de texto analizados.**

El libro *Avanza matemáticas 7* en su propuesta propicia el desarrollo de la actividad matemática, ya que por medio de los recuadros de información y situaciones problemas permite acercarse más al objeto matemático en juego gracias a los diferentes tipos de



representaciones semióticas utilizadas en la conceptualización. Además, utiliza la representación tabular para exponer los objetos matemáticos de mediana y altura que deja en evidencia el baricentro y el ortocentro como propiedad que lo caracteriza. (Esquema 25).

Para el caso del libro *Zoom a las matemáticas 7* se puede decir que este presenta un lenguaje natural y adecuado para el público al que se dirige, el cual aporta una fuerte inclinación al trabajo con las herramientas computacionales y las pruebas de estado, una de las limitaciones que se logra identificar en los diferentes gráficos es la orientación de los triángulos, ya que en su mayoría se encuentran sobre sus bases, elemento que puede considerarse un estereotipo visual para los estudiantes.

Ahora bien, en cuanto a la propuesta que plantean los dos libros de texto para promover los diferentes procesos establecidos por el MEN (1998) a partir de los ejercicios, los procedimientos, los ejemplos y problemas tenemos que:

<b>Situaciones - Problemas</b>	<b>Avanza Matemáticas 7</b>	<b>Zoom a las matemáticas 7</b>
<b>Ejemplos</b>	Este libro propone ejemplos con los cuales es posible razonar y cuestionar los conceptos trabajados, ya sea con lápiz y papel, desde las TIC, o en trabajo de campo. (Esquemas 27, 28).  Los cuales obedecen a los procesos de razonamiento y resolución de problemas	Presenta ejemplificaciones gráficas de las líneas notables en los tres diferentes tipos de triángulos (rectángulo, acutángulo y obtusángulo). (Esquemas 42, 43, 45).  Con el programa Geogebra ilustran los procedimientos a seguir para la construcción de las bisectrices y el

	expuestos por el MEN (1998).	incentro. (Esquema 52). Evidenciados en los procesos de comunicación, elaboración y ejercitación de procedimientos. MEN (1998).
<b>Problemas contextualizados</b>	Al inicio del tema se encuentra un problema, en el que es necesario para su solución tener en cuenta las propiedades de la mediatriz. (Esquema 17).	No presenta problemas en contexto.
<b>Ejercicios, procedimientos</b>	En cuanto a la propuesta que hace el libro se identificaron ejercicios y procedimientos entre los cuales se encuentran: la construcción de figuras, el completar y elaborar conjeturas, ejercicios de resolución de problemas, de razonamiento lógico en los que es necesario determinar si la respuesta a las preguntas son correctas o no justificando dicha solución; el trabajo con las tecnologías se hace presente en la demostración de la colinealidad de los puntos del triángulo siguiendo los aportes Leonard Euler. (Esquemas 29, 30, 31).	Para la ejercitación el libro propone el trabajo con técnicas del doblado de papel, permitiendo interactuar con el concepto de mediana en diferentes tipos de triángulos. (Esquema 46) Plantea ejercicios que van de casos particulares hasta llegar a formular una generalización. (Esquema 46). También propone ejercicios de construcción y verificación en el programa Geogebra y para la guía de estudio se enuncian ejercicios de tipo cuestionario. (Esquemas 47, 55).

**Esquema 57. Situación - problema, puntos y líneas notables del triángulo en los dos libros de texto de matemáticas.**

Para el caso del libro Avanza se hace evidente la integración de los diferentes contextos que propone el MEN (1998) en el trabajo de la geometría, ya que presenta actividades en las que el estudiante puede verse involucrado en su vida cotidiana (esquema 17), en otras ciencias (esquema 22) y desde las mismas matemáticas en las que se propone la elaboración y verificación de conjeturas (esquema 31); aspecto que permite el uso de la argumentación como una forma de expresar el pensamiento, reivindicar y facultar el desarrollo de las diferentes habilidades, que permiten analizar y sintetizar el discurso que presenta el libro de texto y cómo trabajar los conceptos en las matemáticas, en tanto que, el *saber hacer* va de la mano con el *saber ser*.

El libro Zoom a las matemáticas, aborda el contenido del pensamiento espacial y los sistemas geométricos con una perspectiva preparatoria para las evaluaciones o pruebas de estado e internacionales, establece una estructura conceptual relacionada con las propuestas temáticas que aborda la unidad de estudio, en la que se ha identificado los diferentes significados y las representaciones que se proponen en esta unidad; caracterizada porque sus ejercicios son procedimentales (esquema 46), estos solo se quedan en el contexto institucional y el de los sistemas de prácticas, de ahí que el texto independientemente de los contextos cumple con los propósitos en los que se enmarca la educación según el MEN, más inclinada al *saber hacer* que al *saber ser*.

Los elementos constitutivos de la significación que hacen parte del enfoque ontosemiótico, se encuentran asociados directamente para presentar conceptos, argumentos y proposiciones, en los textos se identificaron los siguientes:

<b>Elementos constitutivos de la significación</b>	<b>Avanza Matemáticas 7</b>	<b>Zoom a las matemáticas 7</b>
<b>Conceptos</b>	<p><b>Previos:</b> punto, línea, plano, segmento, rayo, ángulo, etc. (Esquema 26)</p> <p><b>Emergentes:</b> bisectriz, mediatriz, mediana, altura, incentro, ortocentro, baricentro, circuncentro. (Esquemas 18, 21, 25) Antes de empezar el marco de ejercitación se presenta el concepto de puntos y líneas notables como emergente. (Esquema 32).</p>	<p><b>Previos:</b> vértice, clasificación de ángulos, rectas paralelas y perpendiculares.</p> <p><b>Emergentes:</b> puntos notables, medianas, mediatriz, altura, incentro. (Esquemas 39, 45, 49, 51)</p>
<b>Proposiciones</b>	<p>Entre estas se encuentran las propiedades de las líneas notables, las cuales son dadas de manera simbólica y verbal, siendo el incentro, ortocentro, baricentro y circuncentro. (Esquemas 21, 25, 27).</p> <p>Propone la elaboración de</p>	<p>Presenta enunciados que definen las líneas notables. (Esquemas 36, 42, 46, 47).</p> <p>Las propiedades de los triángulos son expuestas teniendo en cuenta el tipo de triángulo, clasificado según sus ángulos. (Esquema 50).</p> <p>Al interpretar las gráficas</p>

	<p>conjeturas acerca de las propiedades como la mediana en el caso del baricentro. (Esquemas 27, 29, 30, 31).</p>	<p>propuestas en los ejemplos de las alturas, se identifica como propiedad, que el ortocentro se puede encontrar dentro, fuera o sobre el triángulo. (Esquema 50).</p>
<p><b>Argumentos</b></p>	<p>Se presentaron ejemplificaciones acerca de las técnicas a seguir. (Esquemas 24, 28).</p> <p>Argumentos de carácter deductivo a partir de las definiciones, en algunos casos se presentaron con simbología. (Esquemas 21, 25).</p> <p>Propone la elaboración de conjeturas a partir de construcciones geométricas. (Esquemas 29, 31).</p> <p>Argumentos de carácter deductivo en el que se conjetura a partir del estudio de casos. (Esquemas 21, 27).</p>	<p>Se evidenciaron explicaciones que facilitan la comprensión las cuales conectan con la intuición de quien las lee. (Esquemas 43,45, 50).</p> <p>Ejemplos de construcción e identificación de propiedades en los que se integra el programa de Geogebra con el que es posible explorar los atributos presentes de las líneas. (Esquema 52).</p> <p>Argumentos de justificación visual, en los que se muestra la concurrencia de las líneas en los diferentes tipos de triángulos. (Esquemas 41, 43, 45, 50).</p>

**Esquema 58. Elementos constitutivos de la significación, puntos y líneas notables del triángulo en los dos libros de texto.**

Los elementos constitutivos de la significación se pueden analizar desde los procesos duales mencionados en la teoría del enfoque ontosemiótico, específicamente el denotado por la relación *expresión – contenido*; de ahí que, con el uso de la herramienta

configuración epistémica se logró relacionar los elementos lingüísticos planteados en las unidades de los textos con el significado institucional presentes en los conceptos de las líneas y puntos notables respecto a la función semiótica nominal, cuando estos libros asignan al objeto matemático una representación en lenguaje natural, gráfico y el simbólico, y lo relaciona con los procesos de significación para describir los conceptos, proposiciones y argumentos. (Esquemas 56, 58)

El libro Avanza utiliza una tabla (Esquema 25) que evidencia la representación verbal o definición a la cual se le asigna un significado gráfico el cual utiliza símbolos para mostrar de forma explícita el concepto. El libro Zoom utiliza un registro discursivo (Esquema 45) que permite relacionar el significado de mediana con las representaciones gráficas en los diferentes tipos de triángulos. Esto muestra que los dos textos tienen similitud en el trato de los elementos lingüísticos, variando en la forma como exponen el contenido.

En cuanto a los requerimientos curriculares podemos decir que el libro Avanza matemáticas 7 incorpora la estructura curricular propuesta por el ministerio en el que se integran los procesos generales, el contexto y los conocimientos básicos haciendo énfasis también en el entrenamiento a las pruebas SABER; por su lado, el libro Zoom a las matemáticas 7 presenta una fuerte inclinación a la preparación de las pruebas de estado y pruebas internacionales (PISA), también se identificó que este libro trabaja los procesos generales, conocimientos básicos y contextos, aunque este último proceso no se identificó en el tema de puntos y líneas notables.

Un aspecto importante a resaltar, en cuanto a las diferencias de los enfoques que presentan ambos libros de texto es respecto a la preparación educativa de los autores; en la

editorial Norma estos cuentan con maestrías, especializaciones en educación matemática y didáctica de las matemáticas; a diferencia de los autores de la editorial Libros & libros quienes en su mayoría son licenciados en educación matemática y en algunos casos ingenieros, lo cual permite inferir que la preparación de los autores influye en la integración del *saber ser* y el *saber hacer* aspecto que se evidencia en el libro *Avanza matemáticas 7*, por el contrario el libro *Zoom a las matemáticas 7*, está orientado al *saber hacer*.

El análisis general realizado a los dos libros de texto y siguiendo los planteamientos de Arbeláez et al (1999) y Prendes (2001), permitieron concluir que ambos libros de textos están elaborados con buenos materiales, el contenido es adecuado para el público al que va dirigido, los gráficos se presentan de forma clara, el tipo de letra y tamaño son adecuados para una fácil lectura sin ambigüedades en su forma; también se lograron identificar los aportes que estos realizan a la educación en valores como la responsabilidad en el uso de los medios de comunicación; en el libro *Avanza matemáticas* se logra identificar más fácil la intención de educar en valores, puesto que son presentados como tema antes de empezar cada capítulo, el libro *Zoom a las matemáticas* promueve diversos valores desde los juegos y acertijos al final de cada unidad.

Este trabajo de grado permitió dar cuenta de la importancia de enseñar la geometría en el aula de clases, dado que permite integrar diferentes componentes didácticos para su aprendizaje como son: el libro de texto, las herramientas computacionales, el trabajo con lápiz y papel, la exploración del entorno, entre otros; propiciando el desarrollo de diferentes habilidades motrices e intelectuales.

En cuanto a los aportes que realiza los libros de texto, estos se confirman como una guía para que los docentes puedan planear sus clases, dando cumplimiento a las directrices estipuladas desde el Ministerio de Educación (MEN). Por tanto, se reitera la necesidad que el docente cuente con las herramientas suficientes para escoger un material adecuado, en cuanto a su contenido, contexto y necesidad social.

Por último, una de las ramas que queda abierta para un futuro análisis con la herramienta de configuración epistémica es la enseñanza de los sistemas geométricos los cuales deben extrapolarse para que no solo se trabaje con el lápiz y el papel sino que logren integrar el saber hacer con el saber ser. Cabe resaltar que este trabajo de grado también tuvo un primer momento de retroalimentación en el tercer encuentro de investigación matemática EIEM3, en el que se resaltó la importancia de la geometría en el aula de clases y la versatilidad del constructo de configuración epistémica como una herramienta simple para el docente que sirve de apoyo para la elaboración, planeación e implementación en el aula de clases.



## REFERENCIAS

- Arbeláez, G., Arce, J., Edgar, G., & Sánchez, R. (1999). *Análisis de textos escolares de matemáticas*. Cali: Instituto de Educación y Pedagogía Universidad del Valle.
- Baldor, J. (1986). *Geometría plana y del espacio y trigonometría*. España: Compañía cultural editora y distribuidora de textos americanos. (Pág. 56 - 58).
- Barrantes, M., López, M. & Fernández, M. (2014). *Las representaciones Geométricas en los libros de texto utilizados en la comunidad autónoma de extremadura*. Revista campo abierto/universidad de extremadura. Vol. 33 n°1. (Pág. 97-116).  
<http://dehesa.unex.es/handle/10662/2965>
- Bocco, M., Canter, C. (2010). Errores en geometría: clasificación e incidencia en un curso preuniversitario. Revista Iberoamericana de Educación / Revista Ibero-americana de Educação n. 53/2. file:///C:/Users/user/Downloads/3241 Bocco.pdf
- Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L., & Acosta, M. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Carbone, G., (2003). *Libros escolares: una introducción a su análisis y evaluación*. Fondo de cultura económica El.
- De Guzmán, M., (1991). *Organización De estados Iberoamericanos*. Madrid, España: Enseñanza de las Ciencias y la Matemática, Tendencias e Innovaciones. Recuperado de [http:// www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm](http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm)

- Duran, D. (2005). El Círculo de los Nueve Puntos y la Recta de Euler. *Divulgaciones Matemáticas*, vol. 13 N°1. (Pág. 73-76). Disponible en, <https://www.emis.de/journals/DM/v13-1/art8.pdf>
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Traducción de Miryam Vega. Cali: Universidad del Valle. (Pág. 62 - 74)
- Feijoo, P. B. (2011). *Guía de aprendizaje matemáticas, Semestre 03*. Caracas, Venezuela. (Pág. 30 - 32). Disponible en, [http://prof.usb.ve/bfejoo/dat/MA0103/201104\\_MA0103\\_CIU\\_Guia\\_sem03.pdf](http://prof.usb.ve/bfejoo/dat/MA0103/201104_MA0103_CIU_Guia_sem03.pdf)
- Godino, J. (2002). *geometría y su didáctica para maestros*. Disponible en [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4\\_Geometria.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf)
- Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des mathématiques*, (Pág. 237-284).
- Godino, J. (2003). *Teoría de las funciones semióticas*. (Pág. 93). Disponible en <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semióticas/monografías.pdf>
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Obtenido de Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. EOS: [enfoqueontosemiotico.ugr.es](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es)

Godino, J. (2010). Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático.

Disponible en, [https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos\\_teoricos/marcos\\_teoricos\\_ddm.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/marcos_teoricos_ddm.pdf)

Godino, J. (2010). Perspectiva de la didáctica como disciplina tecnocientífica. Disponible

en, [http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos\\_teoricos/perspectiva\\_ddm.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf)

Godino, J. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas

para la educación matemática. Disponible en,

<http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>

Guerrero, R. Araújoviedo, L. (2009). *Deficiencias de los estudiantes en su aprendizaje de*

*la geometría y su formación espacial.*

<<https://es.slideshare.net/enriquearaujoviedo/deficiencias-de-los-estudiantes-en-su-aprendizaje-de-aa-geometra>> [Consultado: Marzo. 2017].

Gutiérrez, A., Jaime, A. (1996). Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos

por los estudiantes de magisterio. Valencia, España. (Pág. 4 - 6).

<http://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/GutJai96.pdf>

Londoño, J. (2006). *Geometría Euclidiana*, Medellín, Colombia. (Pág. 197 - 205).

Lupiáñez, J, (2010). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un*

*programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.* Tesis

Doctoral, Universidad de Granada. (Pág. 152 - 157).

- Marmolejo, G. A., & Vega, M. B. (2012). *La visualización en las figuras geométricas*. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*. (Pág. 7-32).
- MEN. (07 de Julio de 1998). *Lineamientos Curriculares de matemáticas*. Santa Fé de Bogotá, Colombia.
- MEN. (1994). Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. En G. d. Colombia (Ed.), 115. (Pág. 50). Santa Fé de Bogotá. Colombia.
- MEN. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Santa Fé de Bogotá. Colombia.
- Moreno, L. y Waldegg, G. (Enero de 2002). *Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas*. Memorias del Seminario Nacional de Formación de docentes: Uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas, México. (Pág. 40-66).
- Ocampo, J. F. (2006). Llamamiento a retomar la autonomía escolar consagrada en la ley general de educación de 1994. (Pág. 23-24). Disponible en, [http://www.idep.edu.co/sites/default/files/archivo\\_revista/Revista-Educacion-y-Ciudad-N%C2%BA-27.pdf](http://www.idep.edu.co/sites/default/files/archivo_revista/Revista-Educacion-y-Ciudad-N%C2%BA-27.pdf)
- Prendes, M. P. (2001). Evaluación de manuales escolares. *Dialnet*. (Pág.1-21).
- Ricaldi, M., (2014). *Impacto de la aplicación de los recursos educativos abiertos en el aprendizaje de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación*

- secundaria*. Tesis Maestría, Universidad Tecnológica Virtual Monterrey México. (Pág. 2-3).  
Disponible en, <https://repositorio.itesm.mx/ortec/handle/11285/621211>.
- Taylor, S., Bogdan, R., (1987). *Introducción a los métodos cualitativos*. Paidós. Barcelona.  
(Pág. 11 - 23).
- Samper, C., Leguizamón, C. & Camargo, L. (2010). *Cómo promover el razonamiento en el aula por medio de la geometría*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Selander, S., (1990). *Análisis de textos pedagógicos hacia un nuevo enfoque de la investigación educativa*. Revista de educación. (Pág. 345-354).
- Socas, M., (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria*. En Rico, L.; Castro E.; Coriat, M.; Martín, A.; Puig, L.; Sierra, M., Socas, M., (Ed). *La Educación Matemática en la Secundaria*. ice-Horsori. (Pág. 125-154).
- Vasco, C., (1999). Significado educativo del texto. En G. Arbeláez, J. Arce, E. Guacaneme, & E. & Sánchez. *Análisis de textos escolares en matemáticas*. (Pág. 5-27). Cali: Instituto de Educación y Pedagogía; Universidad del Valle.
- Vasco, C., (2017). *Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*.  
Obtenido de [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)

## Anexo 1

### ENCUESTA A LIBRERÍAS

Esta encuesta es realizada con fines académicos, con la intención de evidenciar cuales son los textos escolares de mayor uso para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica secundaria, consideración de importancia para llevar a cabo el trabajo de grado titulado “configuraciones epistémicas de los puntos y líneas notables del triángulo”, llevado a cabo por los estudiantes de la Universidad del Valle, Angie Durley Chaparro Garcés y William Iván Mejía Trejos. De antemano brindamos las gracias a todos los colaboradores por la información brindada.

#### Acerca del establecimiento

Fecha: \_\_ \_\_ \_\_

1. Nombre del establecimiento \_\_\_\_\_
2. ¿Cuántos años hace que el establecimiento está abierto al público?  
\_\_\_\_\_
3. ¿Hace cuantos años usted trabaja en la venta de libros? \_\_\_\_\_

#### Acerca de la venta de los libros

4. ¿Este establecimiento vende libros de texto de matemáticas? Sí \_\_ No\_\_

En caso de ser afirmativo marque todas las editoriales que manejan:

Norma\_\_ Santillana\_\_ Libros & libros\_\_ Voluntad\_\_

Mac Graw Hill\_\_ Otro\_\_ Cual? \_\_\_\_\_

5. ¿Qué editoriales para el área de matemáticas son las que más se venden?
6. ¿Cuáles son sus mayores clientes en la compra de los libros de texto de matemáticas?

Instituciones educativas \_\_\_\_ Profesores\_\_\_\_ Padres de familia\_\_\_\_

Otro\_\_\_\_ Cual? \_\_\_\_\_

7. ¿Qué editoriales son las más comerciales?

Norma\_\_\_\_ Santillana\_\_\_\_ Libros & libros\_\_\_\_ Voluntad\_\_\_\_

Mc Graw Hill\_\_\_\_ Otro\_\_\_\_ Cual?\_\_\_\_\_

**Gracias por su colaboración**

## Proceso de selección de Libros de texto a partir de la encuesta

Esta encuesta se llevó a cabo el día 07 de junio de 2017 en la ciudad de Cali, donde se recogió la información a continuación:

Se realizó la encuesta a 20 librerías de la ciudad, entre las cuales se encuentra la librería Cultural y la librería Troya. El tiempo que estas llevan abiertas al público es entre los 10 y 19 años.

El 90% de las librerías tienen a la venta libros de textos para el área de matemáticas.

Se identificó que los clientes más comunes son los padres de familia y los profesores.

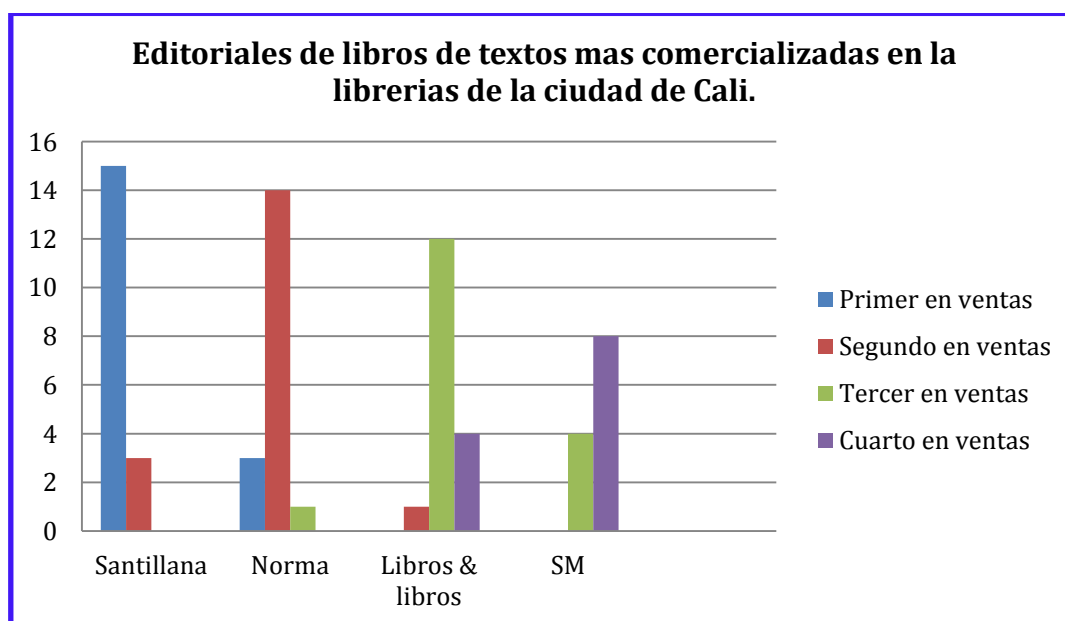
Los grupos editoriales que las librerías manejan son:

<b>Grupo editorial</b>	<b>Librerías</b>
Santillana	18
Norma	18
Libros & libros	17
Mc Graw Hill	9
Papel Dulce	6
SM	12
Huellas	2
Educar	1
Pearson	3



De las 18 librerías que comercializan los libros de texto, 15 consideran que Santillana ocupa el primer lugar en ventas y 3 la ubican en el segundo lugar más vendida, 14 librerías argumentan que norma ocupa el segundo lugar en ventas 3 consideran que norma ocupa el primer. 12 librerías consideran que Libros & libros ocupa el tercer lugar de ventas seguido por la editorial SM que en ventas la posicionan en el 4 lugar 8 librerías. Estas argumentan que las otras editoriales se comercializan muy poco disputándose los otros lugares en venta.

Editorial	Primer lugar	Segundo lugar	Tercer lugar	Cuarto lugar
Santillana	15	3	0	0
Norma	3	14	1	0
Libros & libros	0	1	12	4
SM	0	0	4	8







## Anexo 2

### PRESENTACIÓN GENERAL DEL LIBRO DE TEXTO: AVANZA MATEMÁTICAS 7 (NORMA)

#### 1. Análisis técnico. (Caracterización)<sup>13</sup>

##### *Formato del libro de texto:*

Título: Avanza matemáticas 7

Editorial: Norma

Grado: Séptimo

Año: 2015

ISBN: 978-958-776-283-9

##### *Aspectos formales:*

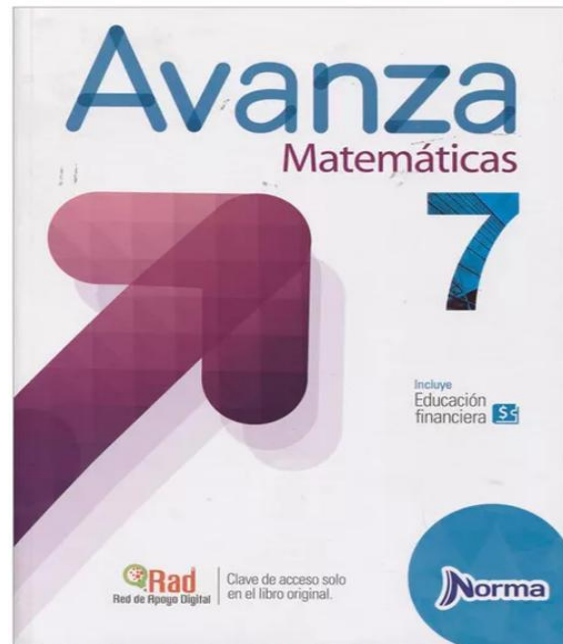
Formato: 1,5 cm x 21 cm x 27,4 cm

Número de páginas: 312

Encuadernación: Rústica (tapa blanda, cosido) de color blanco.

Color de páginas: Full color

*Costo:* 91.900<sup>14</sup>

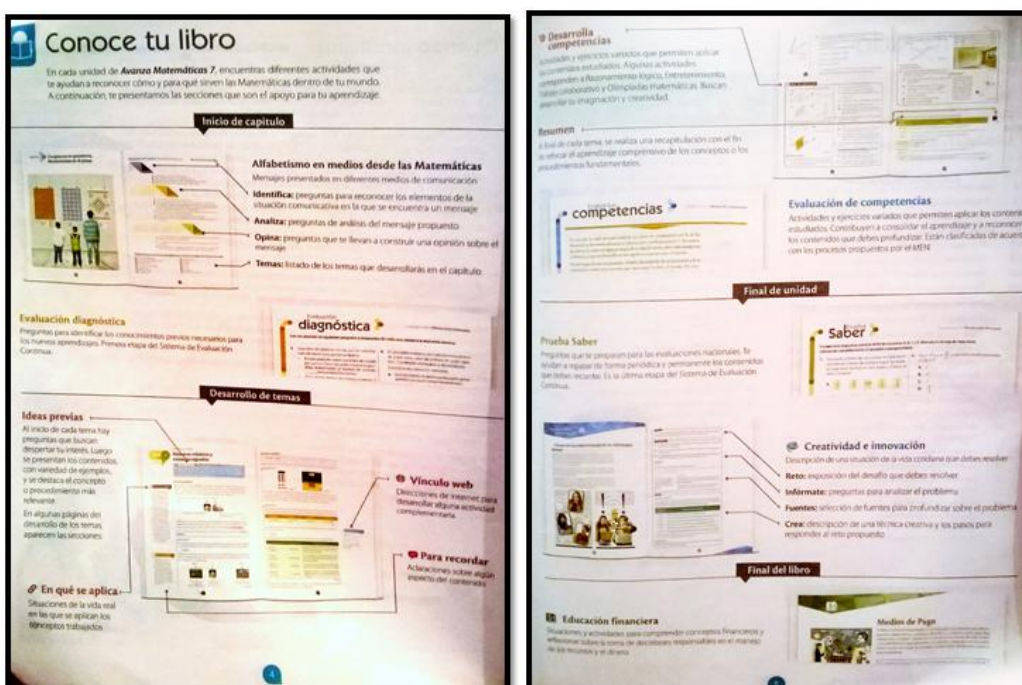


---

<sup>13</sup> Propuesta de análisis de evaluación de textos escolares diseño de María Paz Prendes Espinosa en su artículo Evaluación de manuales escolares 2001.

**2. Organización del contenido:** El libro de texto en su organización de contenido inicia con un mensaje de bienvenida para el estudiante donde orienta el proyecto educativo de la editorial en el que invita a utilizar de la Red de Apoyo Digital (RAD) para profundizar y complementar con contenidos digitales interactivos.

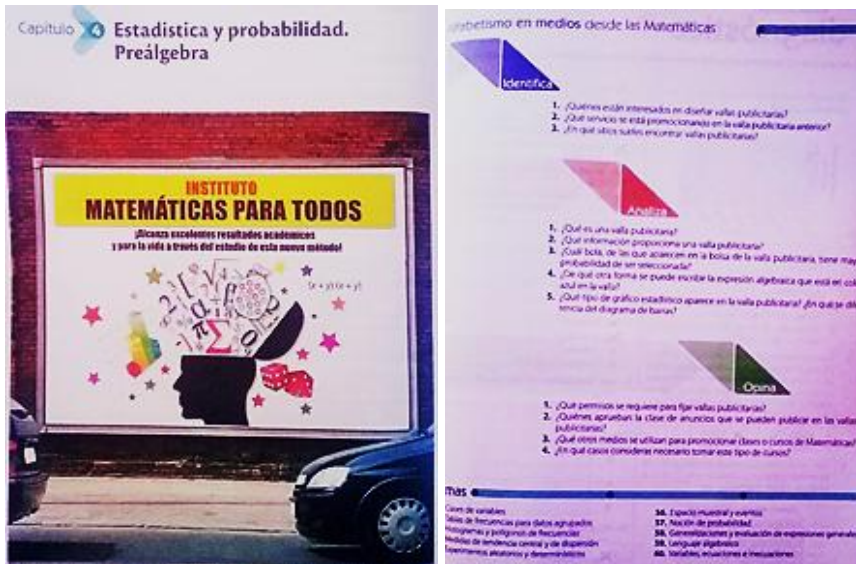
Realiza un despliegue de explicación acerca de la estructura que posee libro, de la siguiente manera:



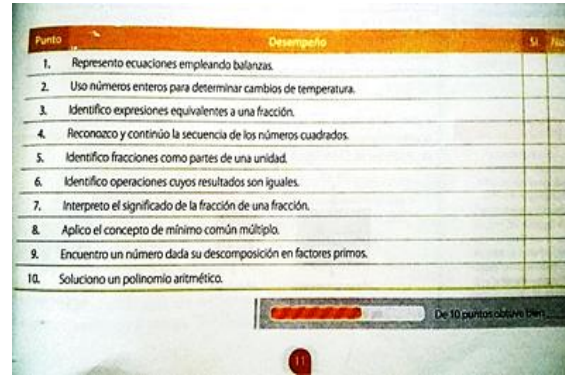
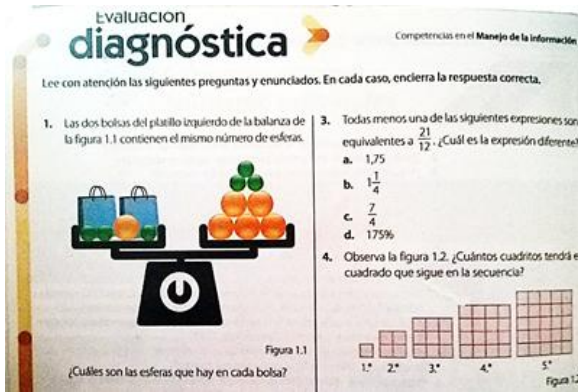
- **Inicio de capítulo:** Cada capítulo se encuentra conformado por dos ítems, el primero llamado *alfabetismos en medios desde las matemáticas*, el cual se encuentra dividido en:

<sup>14</sup> Tomado de la tienda en línea de panamericana: [www.panamericana.com.co](http://www.panamericana.com.co).

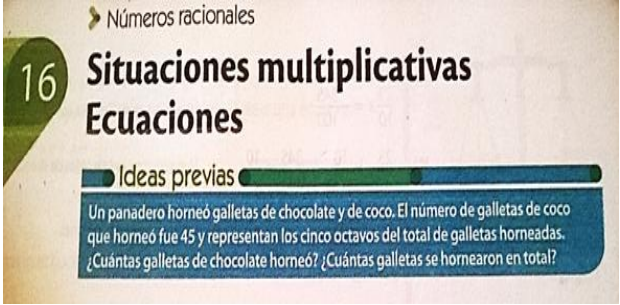
identifica, analiza y opina orientados a la generación de discusiones acerca del uso de información presente en diferentes medios de comunicación, el segundo ítem presenta el desglose de los temas que serán trabajados en el capítulo.



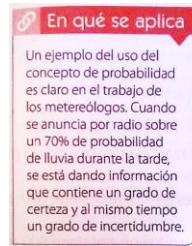
El segundo ítem se encuentra seguido por una evaluación diagnóstica propuesta para identificar los conocimientos básicos necesarios para los nuevos aprendizajes.



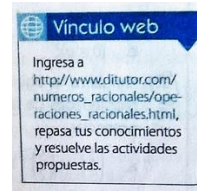
- **Desarrollo de temas** demarcada con comunicaciones complementarias catalogadas por los siguientes nombres:

COMUNICACIONES	IMAGEN EJEMPLO
<p><i>Ideas previas</i> se presentan al inicio de cada tema buscando despertar el interés a partir de ejemplos que destacan el concepto a desarrollar.</p>	

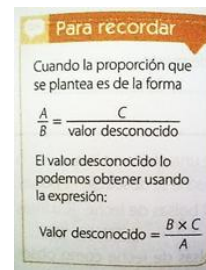
*en qué se aplica* hace mención a situaciones de la vida real en la que se aplican los conceptos trabajados



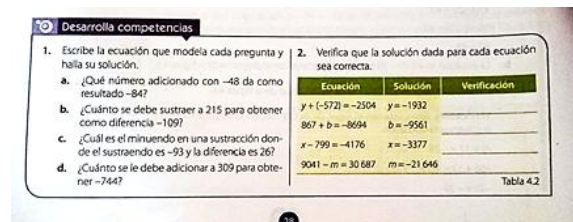
*Vínculo web* brinda direcciones electrónicas del internet para desarrollar actividades complementarias.



*Para recordar* contiene aclaraciones sobre aspectos de la temática tratada en el que se muestra la forma de operar concepto trabajado.

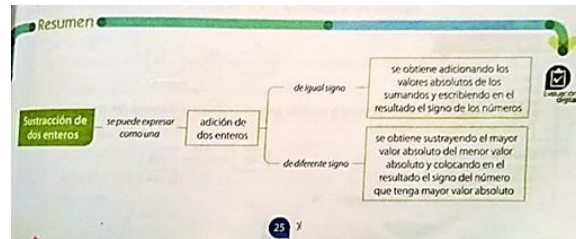


*desarrollo de competencias* se compone de todas las actividades correspondiente a los ejercicios, el trabajo colaborativo y las olimpiadas matemáticas





*resumen* este contiene los refuerzos del aprendizaje de los conceptos o procedimientos fundamentales,



*Evaluación de competencias* esta corresponde a la evaluación y a la competencia en el manejo de la información de preguntas tipo icfes donde se orientan las competencias básicas de las matemáticas según el MEN.

Evalúa tus competencias

Competencias en el Manejo de la Información

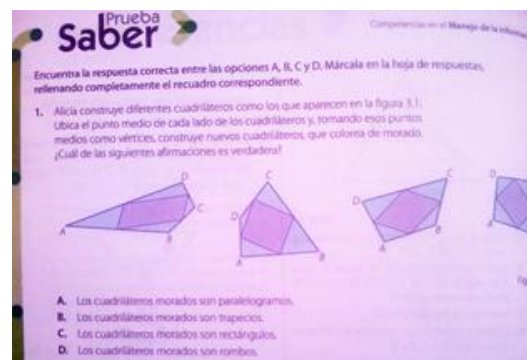
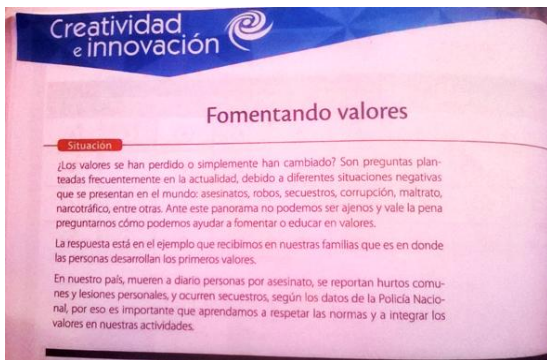
Algunos artistas son autores de obras que representan mundos con reglas poco habituales para la realidad. Dichas obras se originan a partir de movimientos en el plano. Por ejemplo, en la figura 10.1, se observa la rotación de un polígono con origen en uno de los vértices, con un ángulo de  $+120^\circ$ . Usando el polígono que se obtuvo de la rotación, se puede realizar una reflexión y obtener un tercer polígono como se muestra en la figura 10.2.

Si se combinan la creatividad con la aplicación de movimientos en el plano, se obtienen obras de arte en las que es posible establecer relaciones de semejanza y congruencia entre las diversas construcciones geométricas que resultan.

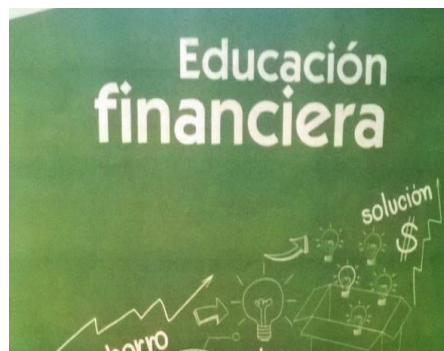
Figura 10.1

Figura 10.2

- **Final de la unidad:** Esta sección se divide en dos, la primera es *prueba saber* siendo esta la última etapa de la evaluación continua en la preparación de las pruebas nacionales y *creatividad e innovación* en la que se describe una situación de la vida cotidiana en forma de situación problemática expuesta como un reto con ayudas en forma de preguntas que le ayudan como información acompañada de fuentes electrónicas que al final expone una técnica creativa para resolver el reto propuesto.



**-Final del libro**, esta sección presenta una orientación encaminada al estudio de la educación financiera. En la que se trabajan temas relacionados con los medios de pago, el cumplimiento de metas, el ahorro y la protección de datos en internet.



**Contenido programático (índice):** la propuesta del libro de texto *Avanza matemáticas 7* se encuentra dividido en cuatro capítulos compuestos por 60 temas para ser desarrollado en cuatro periodos, cada capítulo se divide en dos unidades. La estructura que presentan estos capítulos hace referencia a los cinco pensamientos propuestos por el MEN, especificados de esta manera:

*Capítulo 1:* Pensamiento numérico y sistemas numéricos (números enteros, números racionales) pág. 10 - 95.

*Capítulo 2:* Pensamiento métrico y sistemas de medida (razones y proporciones, mediciones) pago. 96 - 161.

*Capítulo 3:* Pensamiento espacial y sistemas geométricos (conjeturas en geometría, movimientos en el plano) pago. 162 - 251.

*Capítulo 4:* Pensamiento aleatorio y sistemas de datos (estadística y probabilidad), pensamiento variacional y sistemas algebraicos (pre álgebra) pago. 252 - 293.

*Glosario:* presenta algunos términos matemáticos para su consulta el cual está compuesto por 96 términos y con su significado de la A a la Y. pág. 294- 296

*Bibliografía:* En la bibliografía el libro cita cinco textos incluidos los estándares y los lineamientos. pág. 296.

*Educación financiera:* pág. 297-312.

## Bibliografía

URREGO Nelson, GONZÁLEZ Jorge y otros. ZonActiva Matemáticas 7. Bogotá: Voluntad, 2011.  
ESTRADA, William, CASTIBLANCO Giovanna y otros. Delta Matemáticas 7. Bogotá: Norma, 2009.  
INSTITUTO COLOMBIANO PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN ICFES. Alineación del examen Saber 11°. Bogotá, D.C.: El Icfes, diciembre 2013.  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: El Ministerio, mayo de 2006.  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos Curriculares Matemáticas. Bogotá: El Ministerio, junio de 1998.

Contenido	
<p><b>Capítulo 1</b> Números enteros, números racionales.</p> <p><b>Tema</b></p> <p>Unidad 1 &gt; Números enteros.</p> <p>Evaluación diagnóstica ..... 10</p> <p>1 Números relativos y números signados ..... 12</p> <p>2 Los números enteros: valor absoluto y orden ..... 17</p> <p>3 Adición y sustracción de números enteros ..... 22</p> <p>4 Situaciones aditivas. Ecuaciones ..... 26</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 30</p> <p>5 Multiplicación y división de números enteros ..... 32</p> <p>6 Situaciones multiplicativas. Ecuaciones ..... 36</p> <p>7 Potenciación y radicación de números enteros ..... 40</p> <p>8 Polinomios aritméticos ..... 45</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 48</p> <p>Unidad 2 &gt; Números racionales.</p> <p>9 Conjunto de los números racionales ..... 50</p> <p>10 Expresión decimal de los números racionales ..... 53</p> <p>11 Orden en los números racionales ..... 56</p> <p>12 Adición y sustracción de números racionales. Propiedades ..... 59</p> <p>13 Situaciones aditivas. Ecuaciones ..... 63</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 68</p> <p>14 Multiplicación de números racionales. Propiedades ..... 68</p> <p>15 División de números racionales ..... 72</p> <p>16 Situaciones multiplicativas. Ecuaciones ..... 75</p> <p>17 Potenciación y radicación de números racionales ..... 79</p> <p>18 Polinomios aritméticos ..... 83</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 86</p>	<p><b>Capítulo 2</b> Razones y proporciones. Medición.</p> <p><b>Tema</b></p> <p>Unidad 3 &gt; Razones y proporciones.</p> <p>Evaluación diagnóstica ..... 96</p> <p>19 Razones y proporciones. Magnitudes correlacionadas ..... 98</p> <p>20 Proporcionalidad directa ..... 103</p> <p>21 Regla de tres simple directa ..... 107</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 110</p> <p>22 Proporcionalidad inversa ..... 112</p> <p>23 Regla de tres simple inversa ..... 116</p> <p>24 Regla de tres compuesta ..... 119</p> <p>25 Regatos proporcionales ..... 122</p> <p>26 Porcentaje ..... 126</p> <p>27 Interés simple ..... 129</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 132</p> <p>Unidad 4 &gt; Medición.</p> <p>28 Poliedros y cuerpos redondos ..... 134</p> <p>29 Unidades de volumen ..... 136</p> <p>30 Área y volumen de prismas y cilindros ..... 138</p> <p>31 Área y volumen de pirámides. Volumen de conos ..... 141</p> <p>32 Área de la superficie y volumen de una esfera ..... 144</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 146</p> <p>33 Unidades de capacidad ..... 148</p> <p>34 Unidades de masa ..... 150</p> <p>35 Unidades de tiempo ..... 152</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 154</p> <p>Prueba Saber ..... 156</p>
<p><b>Capítulo 3</b> Conjeturas en geometría. Movimientos en el plano.</p> <p><b>Tema</b></p> <p>Unidad 5 &gt; Conjeturas en geometría.</p> <p>Evaluación diagnóstica ..... 162</p> <p>36 Cimientos de la geometría ..... 164</p> <p>37 Construcciones con regla y compás ..... 170</p> <p>38 Triángulo bósceles ..... 176</p> <p>39 Desigualdades en triángulos ..... 180</p> <p>40 Líneas notables del triángulo ..... 185</p> <p>41 Paralelogramos ..... 191</p> <p>42 Trapecios y cometas ..... 197</p> <p>43 Circunferencias ..... 202</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 208</p> <p>Unidad 6 &gt; Movimientos en el plano.</p> <p>44 Plano cartesiano ..... 210</p> <p>45 Traslación ..... 214</p> <p>46 Reflexión ..... 220</p> <p>47 Rotación ..... 226</p> <p>48 Simetría ..... 231</p> <p>49 Homotecias ..... 234</p> <p>50 Congruencia y semejanza ..... 238</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 242</p> <p>Prueba Saber ..... 244</p> <p>Creatividad e innovación ..... 248</p>	<p><b>Capítulo 4</b> Estadística y probabilidad. Preálgebra.</p> <p><b>Tema</b></p> <p>Unidad 7 &gt; Estadística y probabilidad.</p> <p>Evaluación diagnóstica ..... 252</p> <p>51 Clases de variables ..... 254</p> <p>52 Tablas de frecuencias para datos agrupados ..... 257</p> <p>53 Histogramas y polígonos de frecuencias ..... 260</p> <p>54 Medidas de tendencia central y de dispersión ..... 263</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 266</p> <p>55 Experimentos aleatorios y determinísticos ..... 268</p> <p>56 Espacio muestral y eventos ..... 270</p> <p>57 Noción de probabilidad ..... 273</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 276</p> <p>Unidad 8 &gt; Preálgebra.</p> <p>58 Generalizaciones y evaluación de expresiones generales ..... 278</p> <p>59 Lenguaje algebraico ..... 281</p> <p>60 Variables, ecuaciones e inecuaciones ..... 284</p> <p>• Evalúa tus competencias ..... 288</p> <p>Prueba Saber ..... 290</p> <p>Glosario ..... 294</p> <p>Bibliografía ..... 296</p> <p>Educación financiera ..... 297</p>

**Estructura interna (Grafismo):** Considerando los aspectos legales para la impresión de textos, estos se deben realizar en letra legible o letra imprenta. Partiendo de esto se puede decir que en el libro de texto se logra diferenciar los accidentes gramaticales ordenados desde los títulos, subtítulos y en el desarrollo del contenido a explicar, los cuales se consideran claros y oportunos tanto en las definiciones, ejemplos y en los ejercicios contextualizados, como en el resto de objetos primarios según el EOS. El tipo de letra y el tamaño varía según su rango (títulos, subtítulos, texto del contenido, comunicaciones complementarias).

En cuanto a la organización el libro está dividido en dos grupos, uno relacionado con la estructura (indicadores rápidos y comunicaciones complementarias) y el otro relacionado con el desarrollo de la unidad.

En cuanto al desarrollo de la unidad esta se divide en: títulos, subtítulos y desarrollo los cuales siguen el mismo orden en cuanto al tamaño de la fuente siendo el título con mayor tamaño.

El contenido del texto está ordenado en una sola columna y los ejercicios se dividen en dos columnas. Considerándose que los títulos y el tamaño de las letras se encuentran indicados para los grados en los que se propone el trabajo del libro, al igual la forma en la que se encuentran divididas las páginas tanto del texto como de los ejercicios.

***Lenguaje (vocabulario, expresión verbal):*** En cuanto al lenguaje presente en el libro de texto se tendrán en consideración los siguientes tipos: el lenguaje verbal, el lenguaje icónico y la interacción entre ambos (Prendes, 2001), los cuales se consideran fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se puede decir que en este libro de texto desde los títulos, subtítulos, el cuerpo y las imágenes se consideran adecuadas para la edad y el desarrollo mental del público al que va dirigido correspondiendo al lenguaje propio de las matemáticas sin caer en un formalismo estricto, sino que usa un vocabulario contextualizado, el cual se hace evidente en todo el libro de texto ya que presentan las definiciones en un lenguaje que el público puede comprender con facilidad expresado de

forma gráfica, simbólica y escrita.... “que toman el estatus de lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar las relaciones y las operaciones” (Duval R., 1999)

## **Ilustraciones**

***Proporción, tamaño y distribución:*** Las ilustraciones se presentan en diferentes formas como: dibujo, fotografías, esquemas, mapas, gráficos, líneas de tiempo y pinturas. En cuanto al libro de texto objeto del análisis, se considera que las ilustraciones o expresiones gráficas se encuentran adecuadas en tanto al desarrollo de la explicación del concepto, el color, tamaño, distribución y calidad estética, resaltando que en las distintas ilustraciones como característica, estas tienen en cuenta el medio donde el estudiante convive, formando así una coherencia con las competencias matemáticas y el objeto de estudio.

Se logró evidenciar que el uso de las imágenes en algunos apartados se toma como representaciones de los conceptos o ilustraciones referidas a dichos conceptos, diferenciando ilustraciones que hacen referencia a lo teórico de las que se usan para el desarrollo de algunos temas en la propuesta de los ejercicios de competencias.

***Recursos generales:*** El libro utiliza materiales como: un link de la editorial para reforzar los conocimientos y proponer actividades digitales propias de esta y de otras fuentes, propone actividades lúdicas con las que fomenta valores, presenta recuadros de datos históricos referentes a los temas que se están tratando, los temas presentan los conocimientos previos que son la base para abordar los nuevos conceptos, desarrollo de competencias fomentando las olimpiadas matemáticas, “para recordar” en la que se presentan detalles importantes del tema expuesto, un “resumen” que en su mayoría presenta

los pasos para darle solución a un ejercicio matemático, las fórmulas o la síntesis del concepto trabajado. También, la opción para realizar una evaluación digital del tema trabajado. “en que se aplica” este apartado explica cómo es utilizado el concepto en algunos campos laborales. Cada capítulo inicia con una evaluación diagnóstica y termina con una evaluación de competencias con preguntas tipo icfes las cuales parten de una situación, además propone evaluación “pruebas saber” con preguntas de selección múltiple. Incluye un glosario y una sección para la competencia de educación financiera.

### **3. Aspectos generales:** Análisis ideológico (currículo oculto)

Siguiendo la propuesta que realiza Arbeláez (1999) para identificar los aspectos que conforman la relación del libro de texto y el currículo.

Según estos criterios, el libro de texto se ajusta a los planteamientos establecidos por el MEN, ya que al inicio de cada capítulo muestra la integración de los procesos generales con el contexto y los conocimientos básicos del alumno, partiendo de un problema contextualizado en el que muestra la solución desde las matemáticas.

Al inicio de cada uno de los cuatro capítulos el libro presenta una *evaluación diagnóstica* en la que realiza preguntas en relación a los conocimientos necesarios que debe manejar el estudiante para continuar con el proceso de formación de los nuevos conocimientos.

El libro como herramienta para fomentar la responsabilidad se logra evidenciar al final de la unidad 1 y 3 ya que por medio de la propuesta de *creatividad e innovación* presenta un reto que invita a la reflexión de aspectos perjudiciales como del abuso a los videojuegos.

El libro en su propuesta está constantemente contribuyendo a la formación social, cultural e histórica por medio del desarrollo de los temas y las actividades.

Este incita al estudiante a formular problemas, analizar situaciones y a tomar decisiones motivando al estudiante a producir ideas nuevas e innovadoras.

***Discurso del libro:***

*Estilo:* el libro en su contenido posee dos estilos de discursos que se pueden identificar como expositivos<sup>15</sup> y heurísticos<sup>16</sup> emitidos por los autores del texto, el primero se evidencia con mayor frecuencia en el capítulo tercero correspondiente a las unidades 5 y 6 que hacen referencia al pensamiento espacial y los sistemas geométricos ya que inicia presentando definiciones, postulados, corolarios, etc. seguido de un ejemplo terminando con los ejercicios. El discurso heurístico se puede identificar en los tres capítulos restantes ya que empieza presentando una situación que puede ser abordada desde las matemáticas siendo este un ejemplo de cómo podemos identificar las matemáticas en el entorno seguida de la definición y ejemplos finalizando con los ejercicios siendo, cabe resaltar que este estilo es el que predomina en el libro de texto. Por tener en su estructura los dos tipos de discurso se dice que el libro posee un estilo combinado entre discurso expositivo y heurístico.

---

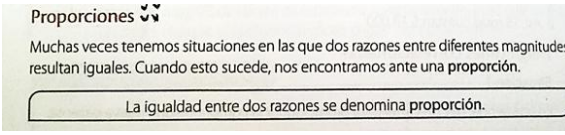
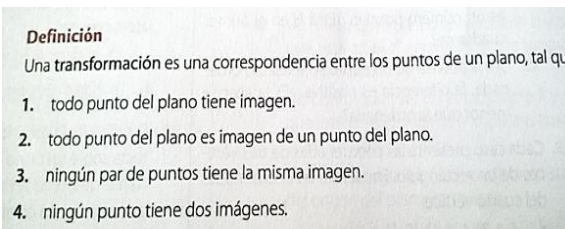
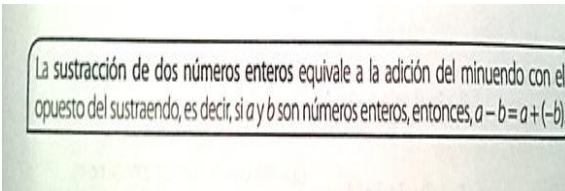
<sup>15</sup> El discurso expositivo se estructura de la siguiente manera: introduciendo algunos de los siguientes elementos (axioma, postulado, definición, teorema, etc.), seguido de ejemplos que hacen referencia a los elementos anteriores y termina con ejercicios. (Arbeláez, 1999)

<sup>16</sup> El discurso heurístico empieza introduciendo un caso particular que involucra un concepto matemático luego, una serie de ejemplos que permiten conjeturar el concepto y termina conceptualizando sobre el objeto matemático.



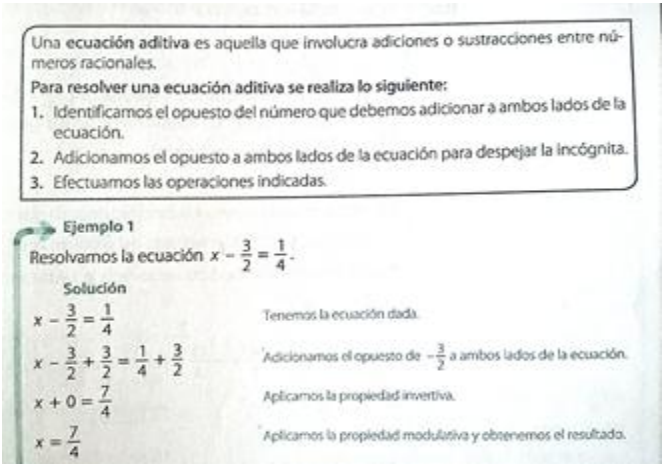
TIPO DE DISCURSO	IMAGEN EJEMPLO
HEURISTICO	<p>➤ Números racionales</p> <h3>Conjunto de los números racionales</h3> <p><b>Ideas previas</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Define los términos "fracción irreducible" y "fracciones equivalentes".</li> <li>2. En la división de números enteros, ¿qué condición debe cumplir el dividendo y el divisor para que el cociente sea un número entero?</li> </ol> <p>De un rollo de cinta de 60 cm, se cortan 7 lazos iguales. ¿Cuál es la longitud aproximada de cada lazo?</p> <p>La longitud de cada lazo la calculamos resolviendo <math>60 \div 7</math> o <math>\frac{60}{7}</math>. Concluimos, entonces, que cada lazo tiene una longitud aproximada de 8,6 cm.</p> <p>Recordemos que al definir la división entre números enteros se planteó la condición de que esta fuera exacta, a fin de asegurar como resultado un número entero. Es decir, en este conjunto, es imposible encontrar la solución de la división <math>\frac{60}{7}</math> y, en general, de todas las divisiones inexactas. Por esta razón, es necesario definir un nuevo conjunto numérico, en el que esas divisiones también tengan solución.</p> <p><b>Ejemplo 1</b></p> <p>Hallemos dos fracciones equivalentes a <math>\frac{2}{3}</math>. Luego, las representemos en la recta numérica.</p> <p><b>Solución</b></p> <p>Multiplicamos el numerador y el denominador de la fracción dada por el entero -2 para hallar una fracción equivalente: <math>\frac{2}{3} = \frac{2 \times (-2)}{3 \times (-2)} = \frac{-4}{-6} = \frac{4}{6}</math>.</p> <p>Ahora, multiplicamos el numerador y el denominador por el entero positivo 3: <math>\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}</math>.</p> <p>Por tanto, <math>\frac{2}{3}</math>, <math>\frac{4}{6}</math> y <math>\frac{6}{9}</math> son fracciones equivalentes.</p>
EXPOSITIVO	<p><b>Conjetura 3.</b> Para triángulos isósceles</p> <p>Si dos ángulos de un triángulo son congruentes, entonces, los lados opuestos a ellos son congruentes.</p> <p><b>Ejemplo 2</b></p> <p>De acuerdo con la figura 38.4, completemos cada expresión. Tengamos en cuenta que los segmentos y ángulos marcados del mismo color son congruentes.</p> <p>a. <math>\overline{RT} \cong \underline{\hspace{2cm}}</math>    b. <math>\angle WSV \cong \underline{\hspace{2cm}}</math>    c. <math>\overline{UV} \cong \underline{\hspace{2cm}}</math></p> <p><b>Solución</b></p> <p>a. <math>\angle R \cong \angle S</math>, entonces, por la <i>Conjetura 3. Para triángulos isósceles</i>, <math>\overline{RT} \cong \overline{TS}</math>.</p> <p>b. <math>\overline{VW} \cong \overline{WS}</math>, entonces, por la <i>Conjetura 2. Para triángulos isósceles</i>, <math>\angle WSV \cong \angle WVS</math>.</p> <p>c. <math>\angle R \cong \angle UVR</math>, entonces, por la <i>Conjetura 3. Para triángulos isósceles</i>, <math>\overline{UV} \cong \overline{UR}</math>.</p>

**Marco definicional:**

TIPO DE DEFINICIÓN	IMAGEN EJEMPLO
<p><b>Definición nominal:</b> los capítulos 1, 2 y 4 presentan en su mayoría la definición nominal ya que estas están dada en forma de concepto.</p>	 <p>Proporciones ∩∩          Muchas veces tenemos situaciones en las que dos razones entre diferentes magnitudes resultan iguales. Cuando esto sucede, nos encontramos ante una proporción.          La igualdad entre dos razones se denomina proporción.</p>
<p><b>Definición de la forma T es un U tal que <math>c_1, c_2, \dots, c_n</math>:</b> el capítulo 3 presenta este estilo de definición identificada por la palabra definición escrita en color naranja oscuro.</p>	 <p><b>Definición</b>          Una transformación es una correspondencia entre los puntos de un plano, tal que</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. todo punto del plano tiene imagen.</li> <li>2. todo punto del plano es imagen de un punto del plano.</li> <li>3. ningún par de puntos tiene la misma imagen.</li> <li>4. ningún punto tiene dos imágenes.</li> </ol>
<p><b>Definición con estructura:</b> si <math>P</math> entonces <math>Q</math>: las definiciones que poseen esta clase de estructura se consideran como razón suficiente, ya que si se cumple el antecedente el consecuente es verdadero. En cuanto a este análisis se lograron evidenciar que este tipo de estructura de definición se encuentran presentes en el libro de texto</p>	 <p>La sustracción de dos números enteros equivale a la adición del minuendo con el opuesto del sustraendo, es decir, si <math>a</math> y <math>b</math> son números enteros, entonces, <math>a - b = a + (-b)</math>.</p>

## Marco de ejemplificación:

En cuanto a la propuesta que realiza el libro de texto para presentar los ejemplos que acompañan las definiciones y tomando como base el libro de Arbeláez (1999), se consideran tres tipos ejemplos (ejemplos y ejemplos con razón), no ejemplos y contraejemplos.

TIPO DE EJEMPLIFICACIÓN	IMAGEN EJEMPLO
<p><b>Ejemplos:</b> Esta forma de ejemplificar se caracteriza por presentar la definición del concepto seguida de los ejemplos. Para el caso del libro estos se encuentran en su mayoría después de la actividad introductoria.</p>	 <p>Una ecuación aditiva es aquella que involucra adiciones o sustracciones entre números racionales. Para resolver una ecuación aditiva se realiza lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Identificamos el opuesto del número que debemos adicionar a ambos lados de la ecuación.</li><li>2. Adicionamos el opuesto a ambos lados de la ecuación para despejar la incógnita.</li><li>3. Efectuamos las operaciones indicadas.</li></ol> <p><b>Ejemplo 1</b> Resolvamos la ecuación <math>x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}</math>.</p> <p><b>Solución</b></p> $x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}$ <p>Tenemos la ecuación dada.</p> $x - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{2}$ <p>Adicionamos el opuesto de <math>-\frac{3}{2}</math> a ambos lados de la ecuación.</p> $x + 0 = \frac{7}{4}$ <p>Aplicamos la propiedad invertiva.</p> $x = \frac{7}{4}$ <p>Aplicamos la propiedad modulativa y obtenemos el resultado.</p>

**Ejemplos con razón:** Este estilo de ejemplos se pueden identificar en la introducción de algunos temas, se caracteriza por empezar con una situación problema presentando su solución. Para luego, dar la definición seguida por ejemplos. Esto se puede observar en el inicio de la mayoría de los temas, excepto los dos primeros temas del capítulo 3.

**Ejemplo 4**  
 $\sqrt[4]{1024} = 4$ , porque  $4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$ .

No siempre es posible expresar la raíz de un número entero con un número entero. Por ejemplo, al hallar  $\sqrt{11}$ , el resultado que se obtiene no es un número entero. De igual manera sucede con  $\sqrt{-9}$ , pues no hay ningún número entero que cumpla  $\square^2 = -9$ .

En la radicación de números enteros se cumple lo siguiente:

Si la cantidad subradical es negativa y el índice es impar, la raíz es negativa.  
 Si la cantidad subradical es negativa y el índice es par, la raíz no es un número entero

**Ejemplo 5**  
 Calculemos las raíces.

- $\sqrt[3]{-125}$
- $\sqrt[4]{243}$
- $\sqrt[3]{-3125}$
- $\sqrt[4]{1728}$

**Solución**

- $\sqrt[3]{-125} = -5$ , porque  $(-5)^3 = -125$ .
- En este caso, es conveniente descomponer la cantidad subradical en factores primos.

**No ejemplos:** Esta particularidad en la que pueden ser presentados los ejemplos se hace presente sólo en la unidad 3 la cual corresponde a geometría, se hace alusión a este tipo de ejemplo con imágenes en las que no se cumple la propiedad o la definición presente en dos ocasión en la p. 188, 204

**Ejemplo 2**  
 Determinemos si el  $\overline{BD}$  es la altura de cada triángulo de la figura 40.10.

**Solución**

- El  $\overline{BD}$  no es altura, porque no es perpendicular a la recta que contiene al  $\overline{AC}$ .
- El  $\overline{BD}$  es altura, pues tiene un extremo en un vértice del triángulo y es perpendicular a la recta que contiene el lado opuesto.
- Como el  $\overline{BD}$  no tiene un extremo en un vértice del triángulo, no es altura del triángulo.
- El  $\overline{BD}$  tiene un extremo en un vértice del triángulo, es perpendicular a la recta que contiene el lado opuesto y su otro extremo está en esa recta. Por tanto, el  $\overline{BD}$  es una altura.
- El  $\overline{BD}$  tiene un extremo en un vértice del triángulo, es perpendicular a la recta que contiene el lado opuesto, pero el otro extremo no está en esa recta. Por ello, el  $\overline{BD}$  no es una altura.

**Contraejemplo:** Solo se presenta un ejemplo de este tipo, igual que en el tipo de ejemplo anterior en la unidad 3. Pág. 165. Después de presentar los postulados propone esta actividad para que se identifique en diversas situaciones el poder que poseen los postulados y cuando no se cumple.

**Ejemplo 1**  
 Determinemos el postulado que justifica que no es posible la situación que se muestra en cada caso.

**Solución**

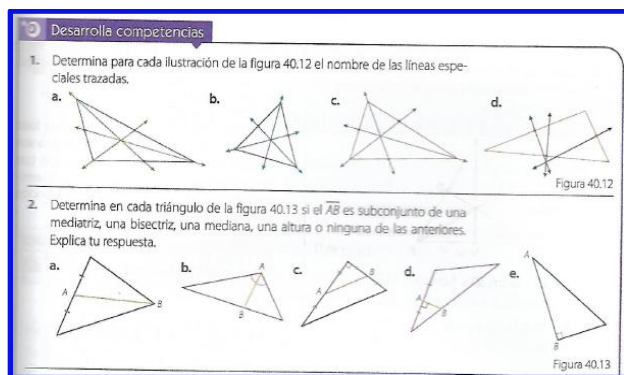
- La primera situación no es posible por el postulado *De la intersección de rectas*, pues este afirma que dos rectas que se intersecan tienen solo un punto en común.
- El postulado *De la llaneza del plano* exige que todos los puntos de la  $AB$  estén en el plano  $\alpha$ . En consecuencia, esta situación no es posible.
- La tercera situación no es posible, porque, como los puntos  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  no están en la misma recta, entonces, solo podrían estar en un plano, como lo afirma el postulado *Del plano*.

Figura 36.1

### Marco de ejercitación:

El libro de texto *Avanza matemáticas 7* en la propuesta que realiza para la ejercitación lleva el nombre de “*Desarrolla Competencias*” enmarcada en un cuadro morado, presente al final de cada tema, estos ejercicios en su mayoría se distribuyen entre ejercicios: de entrenamiento en los que tiene que efectuar operaciones que se presentan con una frecuencia de aproximada de cinco ejercicios por apartado, de razonamiento lógico proponiendo un razonamiento en torno al tema trabajado que en algunos casos parten de lo particular a lo general en el que se presentan aproximadamente cuatro ejercicios por actividad, de pensamiento crítico y resolución de problemas con una frecuencia de cuatro ejercicios por tema el cual por medio de situaciones cotidianas se presenta restos en torno al tema que se está trabajando, y en algunos de los temas se presenta también ejercicios de competencias en tic propuestos para ser trabajados en diferentes medios electrónicos como lo son las calculadoras, las calculadoras graficadoras y los programas de geometría

dinámica, ejercicios de trabajo colaborativo en los que se propone el intercambio de ideas con los compañeros



Al inicio de cada capítulo el libro se presenta un mensaje que ha sido presentado en diferentes medios de comunicación en el que se pide identificar los elementos de la situación del mensaje, analizar y opinar sobre este tema, esto es seguido por una *Evaluación Diagnóstica* la cual está demarcada con el color naranja, en la que se evalúan los conocimientos necesarios para poder empezar con los nuevos temas.

El libro presenta un apartado a la mitad y al final de cada unidad en el que se evalúan los temas tratados en la misma, llamado "*Evalúa tus competencias*" en el que expone un entrenamiento para el manejo de la información en una situación problema donde se evalúan las competencias básicas según el ICFES, como son: interpretación y representación, razonamiento y argumentación, formulación y ejecución; en el que al final invita a realizar una autoevaluación de desempeño presentándose con una frecuencia de 2 veces por unidad y 4 veces por capítulo.

Al final de cada capítulo se encuentra la integración de ejercicios tipo icfes llamado *pruebas saber* contando con diez ejercicios de los cuales nueve son de selección múltiple

dejando al final una pregunta de comprensión y al final se encuentra el formato de respuestas.

El libro al final del capítulo 1 y 3, propone un apartado llamado *creatividad e innovación* el cual presenta la descripción de una situación de la vida cotidiana que debe ser resuelta, entre esas se encuentra uso indiscriminado de los videojuegos y el fomento de valores. Propuestas para el desarrollo de la competencia ciudadana invitando al estudiante a reflexionar sobre su actitud, costumbres y maneras de pasar el tiempo tanto fuera como dentro del plantel educativo.

Ya lo mencionara Godino citando a Lester (1980) quien define un problema como: "una situación en la que se pide a un individuo realizar una tarea para la que no tiene un algoritmo fácilmente accesible que determine completamente el método de solución" (pp. 287 monografía EOS). Esto nos ayuda a entender que la propuesta del marco de ejercitación es precisamente de ejercicios mas no de resolución de problemas como se espera según la propuesta del MEN con su construcción de posibles soluciones justificando y argumentando la validez de dichas soluciones generalizando a otros contextos (pp. 74. MEN).

En la página 35 de este documento lineamientos curriculares de matemáticas se aclara “es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista”. En este marco de ejercitación se puede decir que conduce al estudiante en un entrenamiento para cumplir con una parte del proceso de significación de las matemáticas.

**PRESENTACIÓN GENERAL DEL LIBRO DE TEXTO: ZOOM A LAS  
MATEMÁTICAS 7 (LIBROS Y LIBROS S.A.)**

**Análisis técnico. (Caracterización)**

*El formato presente en el libro de texto es:*

Título: Zoom a las matemáticas 7

Editorial: Libros & libros S.A.

Grado: Séptimo

Año: 2012

ISBN: 978-958-724-188-4

**Aspectos formales:**

Formato: 27,5 cm x 21,2 cm x 1,3 cm

Número de páginas: 288

Encuadernación: Rústica

Color de páginas: Full color

**Costo:** 91.000



**2. Organización del contenido:**

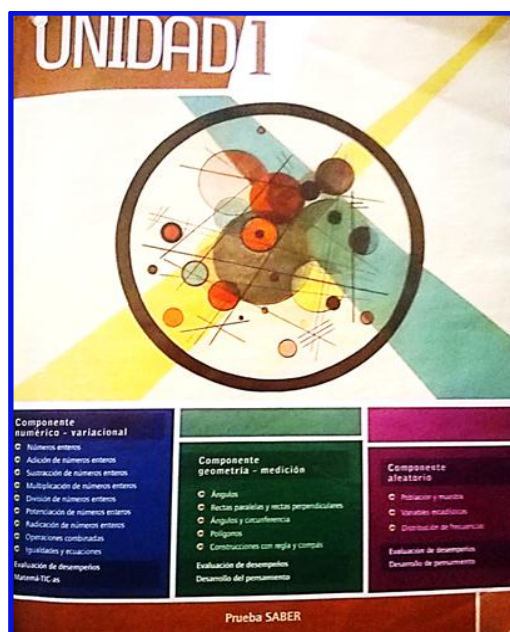
El libro de texto de matemáticas plantea una guía de estudio estructurada en cuatro unidades, cada una de ellas propone trabajar los 5 componentes curriculares integrados así: numérico- variacional identificada con el color azul, geométrico- métrico identificada con el color verde y por último el aleatorio identificada con el color púrpura, propuesto de esa



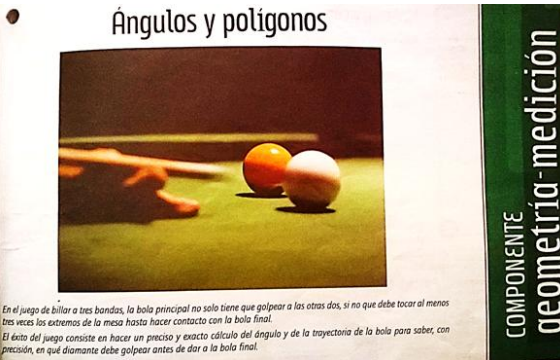
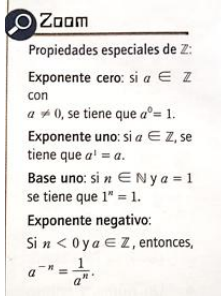
forma para las desarrollar las cuatro unidades. Al final de cada unidad el libro realiza una propuesta de evaluación orientada al entrenamiento de las pruebas pisa y saber.

Para los componentes numérico - variacional y geométrico - métrico propone el trabajo con las TIC denotado como *Matemá-TIC-as*, que para el primer componente llama al uso de plataformas en línea como la plataforma *Wiris* para trabajar los números enteros; el segundo componente invita al uso de la plataforma *Wiki.geogebra* y al uso del software de *Geogebra*.

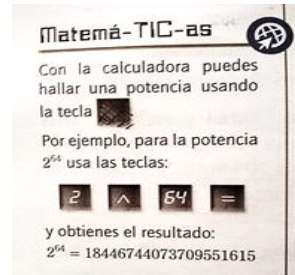
**Inicio unidad:** La unidad introduce toda la temática empezando por el componente numérico- variacional, geometría - medición y aleatorio. El libro al final de cada componente propone una evaluación de desempeño la cual evalúa de manera general los temas trabajados, seguida de juegos matemáticos o integración de las herramientas computacionales. Dejando para el final de cada unidad una evaluación orientada a las pruebas pisa o pruebas saber las cuales van intercaladas empezando por las pruebas saber.



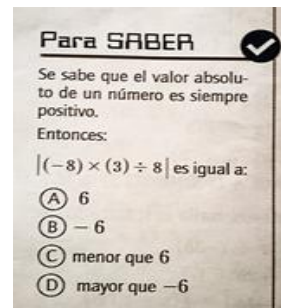
**Desarrollo tema:** La estructura que posee el libro por unidad inicia con el título del tema a trabajar seguido de una situación problema o explicación del concepto acompañado por las definiciones, ejemplos y ejercicios. Este libro de texto también presenta comunicaciones complementarias, ya sea un link o recordando información relevante. Este también presenta en su estructuración diferentes comunicaciones en el margen de las páginas:

COMUNICACIONES	IMAGEN EJEMPLO
<p><i>Inicio del componente:</i> Situación introductoria del componente, orientada a contextualizar de manera general los temas que se trabajarán en el que sobresale el concepto a desarrollar visto desde un tema cotidiano. El cual va seguido por las definiciones, ejemplos y ejercicios.</p>	
<p><i>Zoom:</i> Esta comunicación complementaria del libro expone sintéticamente las propiedades con las que cuenta el concepto, dando por entendido los términos utilizados, ya que se puede ver como un resumen del tema.</p>	

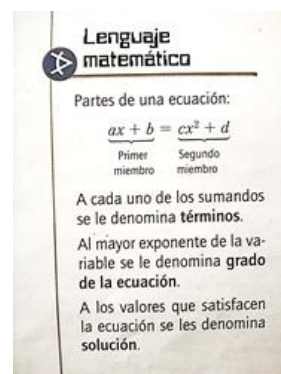
*Matemá-TIC-as*, propone actividades que pueden ser llevadas a la exploración de los conceptos diferentes a las interacciones con el lápiz y el papel, entre las que se encuentran las calculadoras, plataformas en línea y programas de geometría dinámica. Al igual, que la explicación de cómo utilizar estos dispositivos.



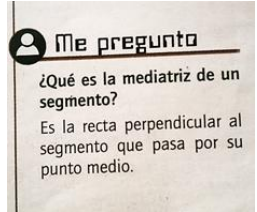



*Para SABER* propone una pregunta tipo pruebas saber relacionado con el tema, las cuales son de selección múltiple.



*Lenguaje matemático*, este tipo de comunicación ayuda a identificar propiedades y a explicar conceptos matemáticos.



<p><i>Lo que debes saber</i>, aclara los procedimientos y propiedades. Explicando pertinencia y alcance de conceptos y elementos matemáticos.</p>	 <p><b>Lo que debes saber</b> Si delante del paréntesis aparece el signo positivo, los signos de los números que se hallan dentro del mismo no se verán modificados. Pero si delante del paréntesis aparece el signo negativo, cambiarán de signo todos los números que se encuentren dentro.</p>
<p><i>Enlázate</i> propone enlaces de páginas URL para reforzar los temas.</p>	 <p>Hazle ZOOM a la circunferencia <b>Enlázate</b> <a href="http://geogebra.geometriadinamica.org/problemasarcos.html">http://geogebra.geometriadinamica.org/problemasarcos.html</a></p>
<p><i>Me pregunto</i>, ofrece pregunta y respuesta que aclaran conceptos y propiedades propias de las matemáticas.</p>	 <p><b>Me pregunto</b> ¿Qué es la mediatriz de un segmento? Es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio.</p>
<p>El libro presenta a algunos de los personajes que se destacaron y fueron cruciales en la historia, quienes crearon, utilizaron y dieron pasos significativos en las matemáticas.</p>	 <p>El científico belga, <b>Simón Stevin</b> (1548 – 1620) fue el creador de los números decimales.</p>

La presentación de los temas en su mayoría presenta la siguiente estructura al inicio del componente:

Título, ilustración de una situación problema de contexto real que sirve de introducción al tema central el cual está explicado brevemente seguido por los ejemplos y terminando con los ejercicios (*ejercita y actividades propuestas para avanzar*).

### Ejercita

1. Efectúa las siguientes operaciones:

a.  $(+4) \times (-2) \times (+5)$   
b.  $(-3) \times (+15) \times (+7) \times (+2)$   
c.  $[(-3) \times (15)] \times [(+4) \times (+9)]$

2. Escribe en tu cuaderno los números que hacen cierta cada igualdad.

a.  $5 \times \square = -10$       e.  $\square \times \square = -1$   
b.  $\square \times -1 = -1$       f.  $\square \times \square = -2$   
c.  $-2 \times \square = -14$       g.  $\square \times -8 = 0$   
d.  $-15 \times \square = 0$       h.  $-3 \times \square = \square \times -2$

### ACTIVIDADES PROPUESTAS para avanzar

1. Escribe en forma de potencia.

a.  $\sqrt{4} = 2$                       e.  $\sqrt[3]{64} = 4$   
b.  $\sqrt{16} = 4$                       f.  $\sqrt[3]{-64} = -4$   
c.  $\sqrt{a} = b$                       g.  $\sqrt[3]{64} = 2$   
d.  $\sqrt[3]{-8} = -2$                     h.  $\sqrt{-1} = -1$

2. Simplifica en cada caso

a.  $\sqrt[5]{\frac{256}{8}}$                           g.  $\sqrt[3]{(-2)^3(-2)^3(-4)^3}$   
b.  $\sqrt[5]{-32} \left(\frac{4^2}{4^3}\right)$                       h.  $\sqrt[3]{(6)^3(9)^3}$   
c.  $\sqrt[3]{8(64)(125)}$                 i.  $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$   
d.  $\sqrt{7}\sqrt{7}$                         j.  $\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}$

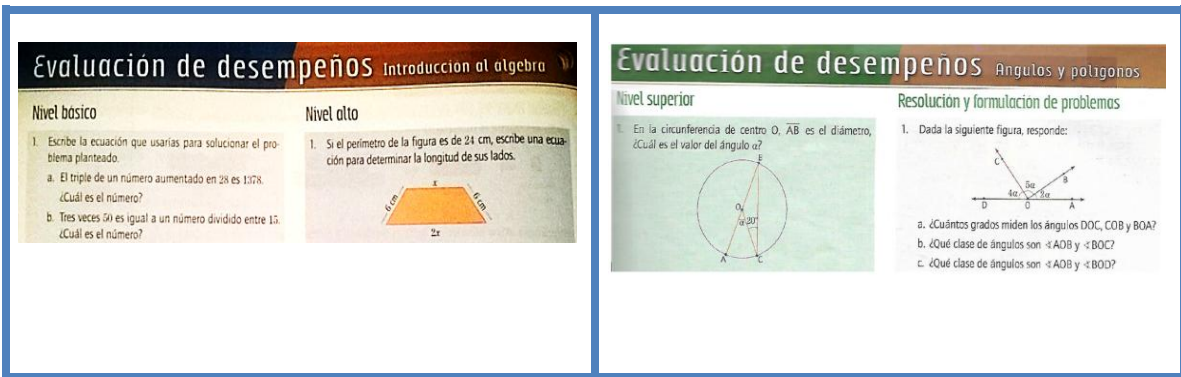
Este libro de texto presenta un apartado llamado *actividades resueltas para avanzar* que sirve de guía para desarrollar los diversos ejercicios propuestos en los temas, apartado que se presenta con mayor frecuencia en el componente numérico- variacional.

### ACTIVIDADES RESUELTAS para avanzar

1. Escribe tres fracciones equivalentes a  $\frac{6}{9}$ .

Por simplificación:  $\frac{6 \times 2}{9 \times 2} = \frac{12}{18}$   
Por simplificación:  $\frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$   
Por simplificación:  $\frac{6 \times 4}{9 \times 4} = \frac{24}{36}$

Al final de cada componente el libro presenta una propuesta de *evaluación de desempeños* organizada por niveles, nivel básico, alto y superior, también presenta preguntas de resolución y formulación de problemas.



**Final de la unidad:** Propone actividades lúdicas matemáticas para el desarrollo del pensamiento llamada *semanarios*. También presenta un apartado de evaluación que sirve de entrenamiento para las pruebas saber y las pruebas pisa las cuales van intercaladas al final de cada unidad.



**Final de libro:** Al final se presenta la guía de estudio caracterizada en la que se presentan talleres de refuerzo para los distintos componentes trabajados por el libro en sus cuatro unidades los cuales se identifican según el color.

***Contenido programático (guía de estudio):*** Este libro se divide en cuatro unidades, cada unidad se presentan tres componentes de la siguiente manera:

Componente numérico-variacional de color azul, componente geometría-medición color verde, componente aleatorio color púrpura.

***Estructura interna (Grafismo):***

En cuanto al desarrollo de la unidad esta se divide en: títulos, subtítulos y desarrollo los cuales siguen el mismo orden en cuanto al tamaño de la fuente siendo el título con mayor tamaño.

El contenido del texto está ordenado en una sola columna y los ejercicios se dividen en dos columnas. Considerándose que los títulos y el tamaño de las letras se encuentran indicados para los grados en los que se propone el trabajo del libro, al igual la forma en la que se encuentran divididas las páginas tanto del texto como de los ejercicios.

***Lenguaje (vocabulario, expresión verbal):*** Como se mencionó en el análisis anterior del libro avanza, se considerarán tres aspectos fundamentales: el lenguaje verbal, el lenguaje icónico y la interacción entre ambos. Teniendo en cuenta las formas de escritura presentes en el libro de texto desde los títulos, subtítulos, el cuerpo y las imágenes las cuales se encuentran adecuadas según la edad y el público al que va dirigido ya que corresponden al lenguaje propio de las matemáticas sin caer en un formalismo técnico, sino que usa un vocabulario contextualizado, que se hace evidente en la aplicación de las competencias y sus ejemplos, pero en cuanto a la cantidad de imágenes consideramos son muy pocas en algunos apartados dejando ver el texto un poco tedioso para el público al que va dirigido.

## **Ilustraciones**

***Proporción, tamaño y distribución:*** Las ilustraciones se presentan en diferentes formas como: dibujo, fotografías, esquemas, mapas, gráficos, líneas de tiempo y pinturas.

Las ilustraciones se encuentran adecuadas en tanto al desarrollo de la explicación del concepto, el color, tamaño, distribución y calidad estética, resaltando que en las distintas ilustraciones tienen en cuenta el medio donde el estudiante convive, formando así una coherencia con las competencias matemáticas. Se logró concluir que la propuesta de imágenes en el componente numérico-variacional es muy poca dando como resultado una lectura un poco monótona.

***Ejercicios, actividades:*** La propuesta que realiza el libro de texto para el trabajo de los ejercicios se divide en dos columnas, se encuentra estructurada de la siguiente manera:

*Ejercita:* Este se encuentra al final de la mayoría de tema expuesto, el cual es fácil de reconocer por el color curuba que lo resalta.

*Actividades propuestas para avanzar:* Se encuentran después de cada dos temas aproximadamente, con una extensión ya sea de una hoja o una página.

*Actividades resueltas para avanzar:* Este apartado que muestra la forma de solucionar diversas actividades a las que son retos los estudiantes en las actividades propuestas para avanzar.



*Evaluación de desempeños:* Esta sección se expone al final de cada componente de la unidad dividido en cuatro columnas en el que se evalúa según el nivel de dificultad de los ejercicios, estos niveles se clasifican por: nivel básico, alto y superior. En la cuarta columna presenta la resolución y formulación de problemas.

Seguido de la evaluación de desempeño presenta un apartado en el que proponen dos tipos de actividades lúdicas las cuales se intercalan, la primera llamada *Matemá-TIC-cas* en la que propone el uso de las TIC, *Desarrollo del pensamiento* en el que se proponen actividades de lógica y estrategia por medio de juegos matemáticos, siendo esta la que se presenta con mayor frecuencia.

Al final de cada unidad el libro presenta de manera alternada una evaluación de las pruebas *pisa* o las pruebas *saber*, empezando con las pruebas *saber* y terminando con las pruebas *pisa*.

*Guía de estudio* adicional a las diferentes actividades propuestas, al final del libro se presenta este apartado en el que se evalúan los tres componentes (componente numérico-variacional, geometría- medición, componente aleatorio) por cada unidad, en los que revisan los conceptos y los procedimientos, el desarrollo de habilidades y destrezas y la aplicación de los conocimientos.

***Recursos generales:*** El libro de la editorial libros y libros propone el trabajo con las TIC por medio de la plataforma *Wiris* la cual está diseñada para realizar cálculos matemáticos y realizar gráficas. Presenta actividades para ser desarrolladas en el programa de *Geogebra*.

Sugiere la ampliación de algunos conceptos en diversas direcciones electrónicas dirigidas hacia la matemática.



Presenta diversos recuadro antes explicados, entre estos se encuentran: *zoom*, *enlázate*, *me pregunto*, *para saber* y *lo que debo saber*.

Se consideró como un recurso las actividades resueltas para avanzar y la guía de estudio.

**Aspectos generales:** (Currículo Oculto)

Para el componente numérico - variacional el libro propone el trabajo con los números enteros, el conjunto de los números racionales, la proporcionalidad y la introducción al álgebra.

En el componente geometría - medición sugieren el trabajo con los ángulos y polígonos, medidas de longitud, propiedades de los triángulos y los cuadrilátero, semejanzas y movimientos en el plano de las figuras geométricas.

Para el componente aleatorio este presenta el trabajo con los registros de datos, la representación gráfica de los datos, las medidas de centralización y los conceptos de azar y probabilidad.

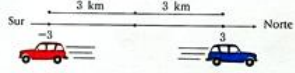
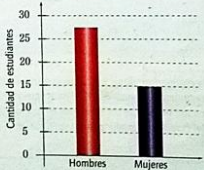
Estos temas propuestos por el libro de texto corresponden a la propuesta que se encuentran dispuestos en los estándares para ser alcanzados al finalizar el grado séptimo.

Este libro como propuesta para responder a la necesidades culturales, históricas y sociales de los jóvenes se ajusta ya que presenta recuadros de datos históricos en los que se evidencia diferentes formas en cómo han sido utilizados los conceptos y cómo estos continúan aportando en los diferentes momentos de la vida y como pueden ser utilizados para responder a las necesidades futuras de cada uno. En diferentes temas el libro brinda información de cultura general de nuestro país también presentando comparaciones con diversos lugares del mundo.

También promueve valores por medio de las actividades diseñadas para el desarrollo de conocimiento ya que presenta ejercicios para llevar a cabo con sus compañeros, crear estrategias, identificar patrones, determinar diferencias y semejanzas, utilizar el sentido común, etc. aspectos que contribuyen a la producción de conocimientos.

### **Discurso del libro**

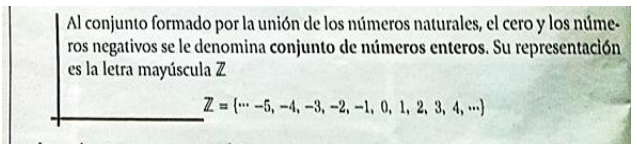
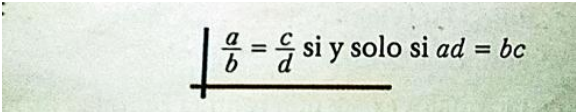
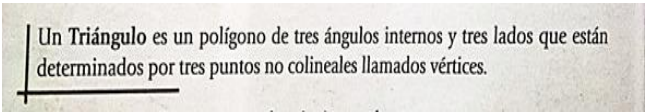
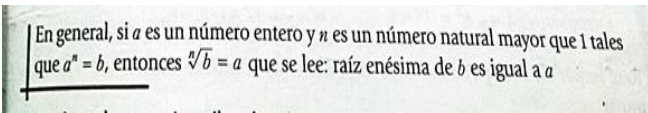
La propuesta que presenta el libro de texto de la editorial libros y libros en cuanto al tipo de discurso es una combinación entre heurístico y expositivo, de lo que podemos identificar que el discurso que se presenta con mayor frecuencia es el heurístico, ya que empiezan con una situación ejemplo continuando con las definiciones, ejemplos y ejercicios.

TIPO DISCURSO	IMAGEN EJEMPLO
<p><b>HEURÍSTICO:</b> la estructura predominante que presenta este libro en cuanto al discurso es el heurístico, ya que los temas empiezan con una situación en la que se ve en juego el concepto a enseñar, seguido de la definición, ejemplos y ejercicios para desarrollar.</p>	<p><b>El valor absoluto y los números opuestos</b></p> <p>Dos autos parten de un mismo sitio de origen. El primero se desplaza 3 kilómetros hacia el norte y el segundo 3 kilómetros hacia el sur.</p> <p>Aunque los dos autos se hayan desplazado en direcciones opuestas, las distancias hacia el origen son las mismas: 3 km.</p>  <p>La distancia que hay en unidades desde cualquier número entero hasta el cero se define como <b>valor absoluto</b>. El valor absoluto es siempre positivo y se expresa escribiendo el número entre barras <math> a </math>.</p> <p>En una recta numérica el valor absoluto de un número entero puede interpretarse como la distancia que hay entre el número y el cero. Por esta razón, nunca puede ser negativo.</p> <p><b>Ejemplo 1</b></p> <p>Valor absoluto de <math>-10</math> es 10. Esto se representa como <math> -10  = 10</math></p> <p>Valor absoluto de 456 es 456, que se representa como <math> 456  = 456</math></p> <p>Valor absoluto de 0 es 0, que se representa como <math> 0  = 0</math></p>
<p><b>EXPOSITIVO:</b> Este tipo de discurso se presenta en menos cantidad que el heurístico en este libro de texto, en los componentes de geometría-medición y aleatorio se exhibe con más frecuencia que en el componente numérico-variacional.</p> <p>El discurso expositivo se logra identificar ya que presenta la definición del concepto pasando a los ejemplos y ejercicios.</p>	<p><b>Diagramas de barras</b></p> <p>Un diagrama de barras es un gráfico que se utiliza para representar tablas estadísticas que ofrezcan información de variables cualitativas o cuantitativas discretas con gran cantidad de datos.</p> <p>Este diagrama se representa sobre un plano cartesiano. En el eje horizontal se ubican los datos, y sobre el eje vertical se ubican las frecuencias absolutas, o las frecuencias relativas o porcentuales. Finalmente, se construye una barra vertical para cada uno de los datos, tan alta como la frecuencia absoluta lo indique.</p> <p><b>Ejemplo 1</b></p> <p>En el siguiente diagrama se representa una comparación entre el total de hombres y mujeres de un curso.</p> <p><b>Cantidad de hombres y mujeres del grado sexto</b></p>  <p>• En el eje horizontal se representan dos variables: hombre y mujer.</p>

### Marco definicional

Según el documento de Arbeláez (1999) las definiciones se pueden clasificar en definición nominal, definición con estructura si P entonces Q, con estructura P sólo si Q, P si y sólo si Q, definición de la forma T es un U tal que  $c_1, c_2, \dots, c_n$ .

En cuanto a la forma en que el libro de texto presenta sus definiciones, se lograron identificar cuatro, entre las cuales se encuentra la nominal, con estructura P sólo si Q, de la forma P si y sólo si Q y la forma T es un U tal que  $c_1, c_2, \dots, c_n$ . Siendo la última la que se presenta con mayor frecuencia seguida de la definición nominal.

TIPO DE DEFINICIÓN	IMAGEN EJEMPLO
<p><b>Definición nominal:</b> Siendo esta una de las más utilizadas por el libro de texto para denominar los conceptos.</p>	
<p><b>Definición con estructura: P si y sólo si Q:</b> Este tipo de definición se identificó exclusivamente en este caso para definir las equivalencias entre racionales.</p>	
<p><b>Definición de la forma T es un U tal que <math>c_1, c_2, \dots, c_n</math>:</b> Este tipo de definición es el más usado en este libro ya que caracteriza los conceptos.</p>	
<p><b>Definición con estructura: si P entonces Q:</b> Esta estructura es poco usada por el libro, se logró identificar en contados casos.</p>	

Según la tabla anterior podemos decir que los tipos de definiciones más usadas por el libro de texto son la Definición de la forma *T es un U tal que  $c_1, c_2, \dots, c_n$* . Seguida por la *nominal*.

## Marco de ejemplificación

Como lo mencionamos en el análisis del libro anterior, se presentan diferentes formas de ejemplificación, las cuales son: ejemplos, ejemplos con razón, no ejemplos y contraejemplos.

<b>COMPONENTE</b>	<b>EJEMPLIFICACIÓN ENCONTRADA</b>
<b>NUMÉRICO- VARIACIONAL</b>	<p>Se encontraron ejemplos y ejemplos con razón este último se presenta con más frecuencia en las primeras dos unidades ya que presentan primero un ejemplo seguido de una definición y de nuevo un ejemplo.</p> <p>Por otro lado, los ejemplos se evidencian con más frecuencia en las dos últimas unidades que se presenta la definición seguida de los ejemplos.</p>
<b>GEOMETRÍA- MEDICIÓN</b>	<p>Se identificaron con mayor frecuencia los ejemplos con razón en la primer y cuarta unidad, ejemplos y ejemplos con razón se encontraron en igual proporción en la segunda unidad.</p> <p>Para la tercera unidad se halló que los ejemplos predominaban en el acompañamiento de las definiciones.</p>
<b>ALEATORIO</b>	<p>Se encontró que en la primer unidad los ejemplos y los ejemplos con razón se presentan en igual proporción, en la segunda unidad se presentan en su mayoría ejemplos y para la</p>

	tercer unidad se hallaron con más frecuencia los ejemplos con razón.
--	--

Considerando las clases de ejemplos posibles, se puede decir que este texto no presenta *contraejemplos* ni tampoco *no ejemplos* para acompañar las definiciones, estimando los resultados anteriores el libro utiliza en su mayoría los ejemplos con razón.

**AUTORES: NORMA**

**Giovanna Castiblanco Álvarez**

Maestría en Docencia de la Matemática. Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.

**William Fernando Estrada García**

Maestría en Educación con especialidad en Matemáticas. Instituto Tecnológico y de estudios superiores de Monterrey, México.

**Carmen Samper de Caicedo**

Master of Arts (Mathematics) University of Maryland, E.U.

**Vladimir Moreno Gutiérrez**

Maestría en Matemáticas. Universidad Nacional de Colombia, Colombia

**Mabel Liliana Toquica Wilches**

Especialización en Matemáticas Aplicadas. Universidad Sergio Arboleda, Colombia.

**Andrés David Báez Sánchez**

Magister en ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia.

**Soraya Padilla Chasing**

Especialidad en estadística de la Universidad Nacional de Colombia.

**Tatiana Carvajal**

Especialización en Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.

**Jorge Gilberto González Camargo**

Especialización en Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.

**Sandra Ortiz Peña**

Maestría en Didáctica de la Matemática. Instituto Latinoamericano y del Caribe IPLAC, Cuba.

**Luz helena Silva Calderón**

Maestría en Docencia de la Matemática. Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.

**Nelson Eduardo Urrego Peña**

Doctorado en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona, Cuba.