

FORMAS DE REPRESENTAR NUMERALES EN EL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN: ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN DESARROLLADAS POR ESCOLARES DE 4º, 5º y 6º, EN SITUACIONES PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN LA REPRESENTACIÓN POLINOMIAL

Mg. Helmer Jesús Ruiz Diaz – herny18@gmail.com – I.E. Tomás Cipriano de Mosquera
Mg. Yilton Riascos Forero – yirifo@gmail.com – Universidad del Cauca

Resumen. Se presenta la descripción de estrategias construidas por sujetos, en situaciones problema sobre la representación polinomial de numerales escritos en el Sistema Decimal de Numeración (SDN). En el estudio se diseñó y aplicó una tarea considerando los elementos de un polinomio en base 10, exigiendo la lectura y escritura de distintas representaciones numéricas. Participaron 22 sujetos que cursaban los grados 4º, 5º y 6º de educación básica. Se identificaron estrategias asociadas a la estructura que la construcción del SDN exige y que fueron considerados en las situaciones problema. Se concluye que aunque los trabajos en su mayoría se han preocupado por la construcción del SDN, muy pocos han abordado el tema de la representación polinomial, además que para comprender dicha representación, junto con el pensamiento aditivo y multiplicativo se requiere de la potenciación.

Palabras claves: Sistema Decimal de Numeración, Representación, Estrategias, Potenciación

1. Presentación del problema

La enseñanza del Sistema Decimal de Numeración (SDN) es uno de los contenidos básicos de la escuela elemental que tal vez por su uso cotidiano, se ha convertido en una simple técnica de traducción de ciertas cantidades en símbolos y gráficos. Generalmente se piensa que un niño tiene un conocimiento adecuado del sistema cuando cuenta, escribe, lee números y maneja las casillas de unidades, decenas, centenas...; pero cuando se enfrentan a cierto tipo de situaciones, que requieren manejar la lógica que fundamenta el SDN, fracasa dejando claro que dichas manifestaciones no son suficientes.

Todo numeral escrito en el sistema decimal de numeración, se puede representar como un polinomio en base 10, por ejemplo el numeral 9.768, se puede ver como: $9 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

En esta representación además de las estructuras aditivas y multiplicativas aparece la operación potenciación que como las otras operaciones, está dotada de unos símbolos y signos propios, definida como una operación, con signo “^” que se lee “elevado a la”, con operandos llamados base y exponente y cuyo resultado se llama potencia. (Obregón, 2007)

Usualmente en la escuela se enseña que “tres elevado a la cuatro” se escribe 3^4 en lugar de 3^4 , es probable que el omitir el signo de la operación, se convierta en un obstáculo para que el niño aprenda y se apropie del concepto de potenciación.

Una comprensión del SDN exige un pensamiento que permita comprender el proceso condensado en un polinomio como el mostrado anteriormente. Por esta razón partiendo del hecho que en la mayoría de veces, en el aprendizaje y en la enseñanza del SDN, no se tiene en cuenta la importancia de la representación polinomial como algo fundamental para la comprensión del sistema y atendiendo a las experiencias en el aula de clase, se formula el siguiente interrogante: *¿Cuáles son las estrategias que los niños y niñas entre 9 y 11 años, aplican cuando resuelven situaciones que involucran la representación polinomial de numerales escritos en el Sistema Decimal de Numeración?*

2. Marco de referencia conceptual

2.1 La Representación en didáctica de las matemáticas

En didáctica de las matemáticas, las representaciones se centran particularmente en el conocimiento matemático. En el análisis de los procesos de aprendizaje y comprensión de los objetos matemáticos, las representaciones juegan un papel importante, en este trabajo dicho concepto se utilizó para argumentar el significado que los sujetos dan a los objetos representados.

En este sentido, se tuvo en cuenta los aportes de Piaget sobre la representación mental como la evocación de los objetos ausentes y la consideración del carácter figurativo y operatorio de la representación (Piaget, 1976). También, la noción de representación semiótica expuesta por Duval, que hace referencia a un sistema particular de signos y supone *“la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro”*. (Duval, 1999, pág. 27)

Por otra parte, Vergnaud (2006) considera la representación como actividad funcional, como un conjunto jerarquizado de procesos dinámicos, proponiendo una teoría en la cual le concede a las representaciones internas un papel determinante en la construcción de conocimiento por parte de los sujetos. La teoría de los campos conceptuales explica cómo el sujeto construye conocimientos permitiendo establecer relaciones y separaciones entre estos desde el punto de vista del contenido conceptual.

2.2 Estrategias

Cuando un sujeto se enfrenta a una situación determinada, es probable que tenga las competencias necesarias para resolverla o por el contrario que carezca de ellas (Vergnaud, 1990). En este último caso es donde emergen los esquemas mentales adquiridos y se combinan con otros para poder encontrar una solución a la situación propuesta. Este esbozo sucesivo de varios esquemas, va acompañado necesariamente de descubrimientos, y es en las acciones del sujeto que se pueden observar las estrategias seguidas durante el proceso de resolución de una tarea concreta.

El problema central del estudio psicológico de las estrategias consiste en determinar sus condiciones de éxito, en precisar los ajustes progresivos de los medios a los fines y en analizar su formación (Inhelder, 1978). Por lo tanto el análisis de las estrategias cognitivas tendrá en cuenta los descubrimientos sucesivos del sujeto y las razones de las modificaciones operadas, es así como Inhelder (1978) denomina estrategia a *“todo sistema y toda secuencia de procedimientos, susceptible de ser repetidos y transferidos a otras situaciones, y que constituyen los medios para alcanzar el fin hacia el que tiende el sujeto”*. (pág. 7).

2.3 El sistema Decimal de Numeración

Como objeto matemático, *“el sistema de numeración se puede considerar como un sistema de representación de las cantidades”* (Terigi & Wolman, 2007, pág. 65), donde se involucra un proceso de diferenciación de los elementos y relaciones reconocidas en el objeto a ser representado y una selección de aquellos elementos y relaciones que serán retenidos en la representación.

3. Metodología

3.1 *Sujetos participantes*

En el estudio participaron 22 niños que asistían a los grados 4°, 5° y 6° de educación básica. La selección de los sujetos se realizó a partir de una solicitud informada, convocando niñas y niños que quisieran participar en el estudio, y que además cumplieran con el requisito básico de no haber estudiado, al momento de la entrevista, el concepto de potenciación en sus cursos previos de matemáticas.

3.2 *Diseño*

La tarea se diseñó tomando dos tipos de situaciones comunes para los niños. En la primera los niños leyeron expresiones que el investigador iba mostrando una a una, en la segunda el investigador dictó, expresiones similares, para que los niños las escribieran. Dichas expresiones fueron seleccionadas teniendo en cuenta operaciones que aparecen en un polinomio en base 10 como son: numerales, productos, sumas de productos y potencias.

3.3 *Instrumento*

Se elaboraron 11 tarjetas en cartulina blanca, de forma rectangular de 31×3,5 centímetros cada una, con las representaciones numéricas impresas en el tipo de letra Impact número 72. Cada tarjeta se enumeró en la parte posterior de tal forma que el investigador anunciaba el número de la tarjeta para iniciar la lectura.

La configuración de las expresiones consignadas en las tarjetas quedó de la siguiente manera: Tarjetas 1, 2 y 3, numerales de diferente orden; tarjetas 4 y 5, productos; tarjetas 6 y 7, potencias (3^4 , 328^{42}); Tarjetas 8 y 9, sumas de productos; tarjeta 10, expresión con sumas de productos y potencias ($8 \times 5^2 + 2 \times 3^4 + 6^5$) y tarjeta 11, representación polinomial de un numeral de cinco cifras ($8 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0$).

3.4 *Procedimiento*

Cada uno de los sujetos participantes se sometió a una entrevista, la cual se dividió en dos sesiones, en cada una de ellas, los sujetos se enfrentaron a dos situaciones, una de lectura y otra de escritura. En la lectura de la segunda aplicación, los niños enunciaron verbalmente las expresiones que en la primera escribieron. Para la escritura se tuvo en cuenta la forma de lectura que los niños realizaron en la primera sesión.

4. Análisis de datos

Se consignaron en una tabla, las expresiones verbales que los niños utilizaron al resolver la tarea, clasificando la forma en que los niños leyeron (según la forma del SDN¹, u otra forma diferente). Luego se procedió a organizar las respuestas de los niños de acuerdo a cada una de las tarjetas, teniendo en cuenta las edades de los niños.

¹Leer en la forma del SDN supone que los niños leyeron los numerales y las operaciones con numerales en la forma como usualmente se hace. Otra forma de leer implica la introducción de variantes a la forma usual, hecho que nos permitió determinar las estrategias seguidas por los niños al leer las tarjetas.

Posteriormente se determinó el éxito alcanzado en el desempeño de la lectura de todas las tarjetas. Esto permitió detenerse en el análisis de las tarjetas en las cuales los niños leyeron de una forma distinta a la usual del SDN, para realizar un resumen que permitió identificar las estrategias seguidas por los niños al leer y escribir numerales del SDN en su forma polinomial.

Finalmente, para clasificar las estrategias seguidas por los niños, se reunieron las tarjetas en 5 grupos teniendo en cuenta una secuencia lógica para llegar a la representación polinomial: numerales, productos, potencias, suma de productos y polinomios.

El análisis de los datos se centró más que todo en la observación y descripción de la lectura que realizaron los niños de las diferentes expresiones, fue allí donde se encontraron, inicialmente, más indicadores para detectar las estrategias que los niños siguieron para representar en forma polinomial un numeral escrito en el SDN.

5. Conclusiones

- ✓ La lectura de la primera sesión permitió detectar el mayor número de estrategias utilizadas por los niños, se piensa que la segunda lectura que realizaron los niños, estuvo influenciada por el dictado que realizó el investigador en la primera parte.
- ✓ Las estrategias utilizadas por los niños en la lectura de las tarjetas fueron:
 - *Descomposición en dígitos, decenas, centenas y combinaciones entre ellas*: se presentó, sobre todo en la lectura de los numerales de las primeras tarjetas
 - *Introducción errada de marcas de potencia*: se encontró resultados similares a los presentados por Otálora (2006), además se pudo detectar otras palabras que en el análisis fonológico no está ni como sufijo ni como prefijo, en este caso los niños mencionan el punto al leer un numeral, por ejemplo al leer el numeral 353.234 dicen “trescientos cincuenta y tres punto, doscientos treinta y cuatro”.
 - *Concatenación*: apareció en la lectura de productos, potencias, suma de productos y polinomios. Para los niños no es relevante la posición de los números, por ejemplo, la expresión 3^4 la consideraron como un numeral y leyeron “treinta y cuatro”
 - *Lectura de operaciones*: se presentó en varias tarjetas, los niños leyeron los numerales de acuerdo a las operaciones incluidas en cada una de las tarjetas. En esta estrategia se destaca la lectura de la operación potenciación como una fracción, pues fue a la que más recurrieron los niños entrevistados.

En términos de Vergnaud, se puede decir que ante la situación de tener que leer una expresión desconocida (3^4), en la cual los niños no disponen de las competencias necesarias, ellos evocan lo más cercano recurriendo a la notación de fraccionarios, y leen la expresión como “tres cuartos”

En esta misma expresión (3^4), otros niños leyeron “tres cuatro” y algunos lo hicieron como “treinta y cuatro” en este caso se puede decir que los segundos están en un nivel inferior que los primeros. Quienes leen “treinta y cuatro” están viendo en esa expresión un número, es decir al observar la tarjeta, aparece en ellos un esquema representativo del 34, ellos lo ven allí e inmediatamente lo enuncian, en este caso se puede decir que en estos niños no hay comprensión, no hay una relación con la posición de los números.

- *Operaciones con los números*: se destacan algunos niños que al observar en una tarjeta una multiplicación no leyeron la operación sino que indicaron el resultado de dicha operación.
- *Lectura en la forma del SDN*: se presentó en todas las tarjetas.
- ✓ Esta investigación constituye el primer estudio realizado sobre la representación polinomial de numerales escritos en el SDN, presenta junto a la metodología innovadora para abordar la explicación de la problemática propuesta, un análisis de las producciones de los niños al leer y escribir expresiones relacionadas con dicha representación.
- ✓ Los resultados de la primera aplicación muestran que la representación polinomial exige en el niño una comprensión o un trabajo secuencial, pasar de un número en forma de numeral a una representación diferente (producto, suma de productos o polinomios), es pasar de la lectura de numerales a una lectura que contiene operaciones inmersas allí que no son fáciles de identificar. Sin embargo, a pesar de la exigencia de la tarea, todos los niños fueron capaces de proponer una alternativa de solución, no hubo uno que no la resolviera.
- ✓ De acuerdo con Vergnaud(1990), se puede observar que hay una invariante hasta la lectura de sumas y productos, lo que no ocurre con la lectura de la potencia
- ✓ La representación polinomial, contribuye al reconocimiento de la base en la cual está escrito un numeral, el estudio de dicha representación, aportaría elementos fundamentales en el desarrollo del pensamiento numérico.
- ✓ Este trabajo quiso indagar por un elemento de la construcción del SDN, del cual se encuentra escasa referencia bibliográfica. Es así como consideramos que al plantear una tarea cuya resolución permitiera evidenciar las estrategias necesarias para que los niños construyan la representación polinomial de un numeral en el SDN, es original y que sin bien en este trabajo no se abordaron todas las problemáticas ahí inmersas, si da pie para que posteriores investigaciones profundicen en el tema

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Broitman, C., & Kuperman, C. (2004). *Interpretación de números y exploración de regularidades en la serie numérica: Propuesta didáctica para primer grado: "La lotería"*. Oficina de Publicaciones de la Facultad de Filosofía y Letras de la UBA, Buenos Aires.
- Castaño, J. (1995 - 1998). El sistema decimal de numeración. *Hojas Pedagógicas. Colección matemáticas, Serie lo numérico*.
- Castaño, J. (1995). *El proyecto descubro la matemática: una experiencia innovadora basada en el desarrollo del pensamiento*. Santa fe de Bogotá.
- Castaño, J. (Abril - Junio de 1997). El sistema decimal de numeración. (A. d. Enseñar, Ed.) *Hojas Pedagógicas*(6), 2.
- Castaño, J. (2009). *El sistema decimal de numeración y construcción de significado*.
- Castro, A. B., & Crespo Blanco, C. M. (Enero - Febrero de 2007). El diseño de la investigación cualitativa. *Nure Investigación*(26), 1-6.
- Douady, R. (1986). Juegos de Marcos y dialéctica herramienta-objeto. *Recherches en Didactique de Mathématique*, 7(2).
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali : Artes gráficas Univalle.
- Hormaza, M. O. (2001). *Construcción de la operación multiplicativa y del sistema de notación en base 10: una relación posible*. Universidad del Valle.

- Inhelder, B. (1978). Las estrategias cognitivas: Aproximación al estudio de los procedimientos de resolución de problemas. *Anuario de Psicología*(18), 3-20.
- Lerner, D., & Sadovski, P. (1997). El sistema de numeración: un problema didáctico. En Parra, & Saiz, *Didáctica de las matemáticas aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.
- Orozco Hormaza, M., & Hederich, C. (2002). *Errores de los niños al escribir numerales dictados*. Investigación presentada a través del Centro de Investigaciones de Psicología de la Universidad del Valle, Universidad del Valle, Cali.
- Otálora, Y., & Orozco, M. (2006). ¿Por qué 7345 se lee como "setenta y tres cuarenta y cinco". *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(003), 407-433.
- Piaget, J. (1976). El papel de la imitación en la formación de la representación. En R. Zazzo, *Psicología y Marxismo* (págs. 135 - 143). Madrid: Pablo del Río, Editor.
- Terigi, F., & Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 59-83.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 10(2), 133-170.
- Vergnaud, G. (2006). Representación y actividad: dos conceptos estrechamente asociados. *Teoría de la Representación y Educación Matemática*, (pág. 16). Madrid.