

***Propuesta de una secuencia de actividades en undécimo grado, que beneficia el proceso enseñanza-aprendizaje de la noción de límite de una función, a través del tratamiento al O.E “Horror al Infinito”.***

Pedro Elías Chaparro Rueda.  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
[peterhistorymaker@gmail.com](mailto:peterhistorymaker@gmail.com)

Carlos Andrés Muñoz Samacá  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
[karlox1409@hotmail.com](mailto:karlox1409@hotmail.com)

**Resumen:** Se presenta el planteamiento del problema correspondiente al trabajo de grado de los autores. Exponiendo en primer lugar, la importancia que tiene el concepto límite de una función en la formación de las matemáticas avanzadas y el carácter de problema didáctico que tiene dentro de la didáctica de las matemáticas. En segundo lugar, se muestra brevemente la teoría de los obstáculos epistemológicos propuestos por Brousseau y específicamente Sierpinski para la noción de límite. Y en tercer lugar, el porqué de la elección del Obstáculo epistemológico “horror al infinito” como Obstáculo a tratar en el proyecto de grado.

**Palabras Clave:** Límite, Obstáculo epistemológico, Infinito.

## **1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

La formación matemática en undécimo grado expone una diversa gama de contenidos como: sucesiones, series, derivación, convergencia, integración y límites. Siendo este último la noción fundamental para el desarrollo de los conceptos anteriores y en general del pensamiento matemático avanzado. De hecho autores como Russel (*citado en G. pretexto*), manifiestan que la totalidad del cálculo diferencial e integral, y prácticamente todo en la matemática superior depende de la adecuada comprensión que se tenga acerca del límite.

Debido a la gran complejidad que demanda este concepto, su enseñanza y aprendizaje es de gran importancia; inclusive el grupo pretexto cataloga este proceso; como un **problema didáctico** pues no existe una clara relación entre el objeto mental y la definición formal. Ya que esta última involucra elementos de pensamiento matemático avanzado, que resultan confusos sin un tratamiento previo (epsilon, Delta). Esta afirmación se basa en la realización de cuestionarios a estudiantes de primer semestre de varias instituciones de educación superior de Bogotá (Universidad Piloto, Universidad Agraria, Universidad Distrital), en donde se evidenció que la noción que tienen los estudiantes sobre el límite esta vinculada con “lo infranqueable”; apoyados en una idea intuitiva que no tiene en cuenta la definición formal.

Este problema didáctico es producto del “miedo” causado por la abstracción de la definición formal utilizada forzosamente, en el aula de clases y libros matemáticos. Miedo que conlleva a la displicente actitud por parte de estudiantes y profesores, quienes se limitan a explicaciones basadas en la definición, sin profundizar en las implicaciones o interpretaciones de este.

A su vez, numerosos son los conceptos que se derivan de la noción límite; por lo tanto, es necesario delimitar la problemática a aquellos que se han convertido en dificultades a lo largo de la construcción y formalización *histórica* de dicho concepto. Brousseau (citado en Barrantes) propone una arqueología de obstáculos planteando los orígenes según el desarrollo de los mismos:

**El ontogénico:** Tiene que ver con todo lo relacionado con las limitaciones del sujeto en algún momento de su desarrollo;

**El Didáctico:** Todos los obstáculos que se adquieren o aparecen por el modo de enseñar.

**Los epistemológicos:** Obstáculos que ciertos conceptos tienen para ser aprendidos, es propio del concepto. (p. 4)

En este punto es necesario aclarar, que al hablar de obstáculo epistemológico<sup>1</sup>, Brousseau “no se refiere necesariamente a conocimientos erróneos; sino a tipos de conocimiento que están obstaculizando la adquisición (construcción) de uno nuevo. Obstáculos que además de ser los más difíciles de franquear, deben ser ampliamente investigados”. (Barrantes, 2006, p.5)

A su vez, Brousseau (citado en Blázquez, 1999) expone con respecto a la superación de un O.E:

“Para superar un obstáculo epistemológico, puesto de manifiesto a través de los errores, hay que tener en cuenta que la comprensión implica una interacción del individuo con una situación problemática, una interacción dialéctica donde el individuo toma conocimientos anteriores y los revisa, modifica, completa o rechaza para formar concepciones nuevas.(...) Este hecho debe tenerse en cuenta para plantear situaciones didácticas.” (p. 60)

---

<sup>1</sup> En adelante, entiéndase por las siglas O.E: Obstáculo Epistemológico

Análogamente a la teoría de los O.E propuesta por Brousseau, Sierpinska (1985) desarrolla la teoría de los O.E del límite. Es decir, obstáculos que se han presentado a lo largo de la construcción histórica del límite. En su investigación, ella propone cuatro grupos de O.E no disyuntos, es decir, que el tratamiento a uno de ellos, implica un abordaje a los demás:

**Horror al infinito:** (...) Se refiere a la no aceptación del “Infinito Actual” en matemáticas, es decir a la no aceptación de un proceso infinito completado o terminado.

**Obstáculos relacionados con el concepto de función:** Todos los obstáculos relacionados con el concepto de función lo son también del de límite.

**Obstáculos geométricos:** La intuición geométrica de límite asocia éste con la idea de frontera de conjuntos, lo cual constituye un obstáculo

**Obstáculos lógicos:** Son aquellos que aparecen en la formalización del concepto, Ej.: uso del símbolo para el límite. (Citado en Medina 2001. Págs.55-56.)

Ahora bien, abordar todos los O.E propuestos por Sierpinska (1985) es una tarea para espacios de formación avanzados (Maestría o Doctorado). Por lo tanto, este problema de investigación se centra en el tratamiento del O.E “**Horror al infinito**”. La elección de dicho O.E radica, en la revisión de investigaciones que afirman: así como el límite es la base fundamental del pensamiento matemático avanzado, paralelamente el infinito es considerado el concepto clave en la construcción del límite. Lievano, L. & Morales, J. (2006):

*El concepto de infinito es fundamental en la enseñanza de las matemáticas como regulador que permite establecer proposiciones y teoremas que de otra manera no serían válidos, particularmente en áreas como del cálculo donde los **procesos infinitos forman la base del concepto del límite.** (p.10)*

En contraste, la noción infinito también presenta problemáticas históricas en su construcción; lo que se conoce en la teoría de Brousseau como O.E. Es decir, que así como en la noción de límite se evidencian O.E, en la noción de infinito también sucede lo mismo. Y como el infinito es uno de los conceptos claves en la noción del límite; todo anterior conduce a la formular el siguiente problema investigación: **¿Qué aspectos o problemáticas históricas del infinito se deben tener en cuenta en el proceso enseñanza-aprendizaje del límite de una función?**

De este modo, se pretende evidenciar los aspectos o problemáticas históricas del infinito que se deben tener en cuenta en el proceso enseñanza-aprendizaje del límite de una función. Y en base

a dichos aspectos o problemáticas, diseñar situaciones problema, organizadas en una secuencia de actividades para grado undécimo, que permita la interacción con el estudiante con el O.E “horror al infinito”.

Cabe señalar, en primer lugar, que el eje central del problema de investigación no está dirigido hacia el estudio del “infinito”. Sino al tratamiento del “Infinito Actual” como Obstáculo epistemológico en pro de la comprensión de la noción de límite. En segundo lugar; para llegar a una totalidad en la comprensión del concepto del límite (según la teoría de Sierpiska), es necesario abarcar todos los obstáculos epistemológicos ya mencionados. Es decir, el tratamiento del “horror al infinito”, permitirá un acercamiento a la noción de límite, y no a la totalidad de su comprensión.

En conclusión el planteamiento del problema, conlleva a proponer el siguiente proyecto de investigación:

***Propuesta de una secuencia de actividades en undécimo grado, que beneficia el proceso enseñanza-aprendizaje de la noción de límite de una función, a través del tratamiento al O.E “Horror al Infinito”.***

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Barrates, H (2006): Los obstáculos epistemológicos.
- Blázquez María Sonsoles (1999): Noción de límite en matemáticas aplicadas a las ciencias sociales. Tesis doctoral. Universidad de Valladolid, España.
- Blázquez, S. y Ortega, T. (2000): El concepto de límite en la educación secundaria. En El futuro del cálculo infinitesimal. Grupo Editorial Iberoamérica. S.A. de C.V. México.
- Sierpiska, A. (1985): Obstacles épistémologiques relatifs a la notion de limite. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol 6.1, 5-67.
- Liévano, L. y Morales, J. (2009) ¿Cómo piensan los estudiantes entre 14 y 16 acerca del infinito? ¿Cuál es la posible influencia de los lenguajes matemáticos, las representaciones y los modelos? .Tesis de Grado. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.
- Medina, Ana Cecilia (2001). Concepciones del concepto de límite en estudiantes universitarios. Tesis de Maestría en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional.