

básicos como “la orientación conceptual que debe tener el currículo, que parte de reconocer no sólo las relaciones entre conceptos asociados a un mismo pensamiento, sino las relaciones con conceptos de otros pensamientos” (2003, p 24).

### 3. La intervención en el aula

En adelante se describen las formas de proceder que ha caracterizado la intervención a través de situaciones problema:

- 3.1 **Trabajo grupal:** los estudiantes se organizan en equipos y emprenden un trabajo de discusión con base en la situación planteada.
- 3.2 **Socialización colectiva:** después de un tiempo adecuado (una o dos sesiones de clase, a veces más) se realiza una plenaria, orientada por el profesor, en la que cada equipo hace aportes frente al trabajo realizado. Lo que permite comparar las diferentes estrategias llevadas a cabo. En este espacio se organizan sistemáticamente las relaciones matemáticas y conceptos que estaban implícitos en la situación. Este momento es también conocido como la institucionalización del saber.
- 3.3 **Espacio de ejercitación:** Es de aclarar que el énfasis de las tareas aquí planteadas es for-

talecer la fluidez conceptual de los estudiantes, más que el planteamiento, como ocurre convencionalmente, de ejercicios para aplicar algoritmos mecánicamente. Claro está, aparece la necesidad de aplicar procedimientos, propiedades y algoritmos ya construidos.

- 3.4 **Indagación de resultados:** desde los mismos procesos generados en el desarrollo de las actividades, la evaluación aparece implícita: a través de la asesoría a los pequeños grupos, se observa los avances en las conceptualizaciones de los alumnos y a partir de la plenaria colectiva se hacen aportes asociados a los conceptos involucrados.

### Referencias Bibliográficas

ACEVEDO, Myriam. (2003). Los Procesos en la propuesta de estándares básicos de calidad. En: Quinto Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Memorias. Memorias. Bogotá. Ed. Gaia.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). Lineamientos curriculares, Matemáticas. Santafé de Bogotá.

MÚNERA C, John Jairo. (2001). Las Situaciones Problema como Fuente de Matematización. En: Cuadernos Pedagógicos, N° 16. (Agosto). Universidad de Antioquia. Facultad de Educación.

OBANDO, Gilberto y MÚNERA, John. (2003). Las situaciones Problema como estrategia para la conceptualización matemática. En: Revista Educación y Pedagogía. Vol. XV, N° 35, (enero-abril). Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. Pp. 185 – 199.

## La exploración como actividad en el aprendizaje de la geometría

UNIVERSIDAD  
PEDAGÓGICA  
NACIONAL

CARMEN SAMPER DE CAICEDO  
CECILIA LEGUIZAMÓN DE BERNAL  
ORLANDO AYA CORREDOR  
LORENZO MARTÍNEZ HERNÁNDEZ

### 1. Introducción

En la formación profesional del futuro educador de Matemáticas se hace necesario combinar el conocimiento disciplinar con la reflexión pedagógica. Esta idea se convirtió en el principio directriz del nuevo proyecto curricular de la Licenciatura en Matemáticas, en la Universidad Pedagógica Nacional. Por eso, en el marco teórico que sustenta la línea de Geometría (Samper et al, 2001), se sugieren condiciones de enseñanza y aprendizaje de la matemática,

que brinden a los futuros profesores de esta disciplina una visión amplia y bien fundamentada de ésta, y la habilidad para diseñar e implementar ambientes propicios para la enseñanza y el aprendizaje. Se establece entonces que en los espacios académicos de la línea es necesario crear ambientes donde, a través de actividades, el estudiante pueda explorar e investigar acerca de los conceptos y relaciones geométricas, objeto de estudio.

Teniendo lo anterior como horizonte, se desarrolló, durante el primer semestre de 2003 un proyecto de investigación, cuyo objetivo era determinar la incidencia que tiene el uso de actividades de carácter exploratorio en el aprendizaje de la geometría euclidiana, estudiada como un sistema axiomático, y el impacto pedagógico que este tipo de actividades suscita en los estudiantes. Esta experiencia se centra en el análisis de resultados del desempeño de los estudiantes y pretende socializar el proceso y los resultados de dicha investigación, con miras a invi-

tar a los educadores a que en el aula realicen actividades de índole exploratorio, como herramientas para la construcción de conocimiento matemático.

## 2. Estudio Investigativo

Para el desarrollo de las actividades de aula, objeto de la investigación, se escogió como tema uno de los conceptos primordiales de la geometría plana: la semejanza de triángulos. Se seleccionaron dos grupos de estudiantes del Proyecto Curricular de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional que cursaban paralelamente geometría euclidiana en el primer semestre de 2003, con el propósito de establecer diferencias entre los resultados de aprendizaje, cuando se usan dos metodologías distintas para abordar un tema

### 2.1 Metodología

En el Grupo B se siguió la dinámica tradicional de enseñanza a través de la presentación magistral de temas que se desarrollaron siguiendo la secuencia establecida en un texto guía. Los alumnos no tenían la responsabilidad de participar activamente en el proceso de aprendizaje. El contrato didáctico, en forma implícita, convirtió al profesor en la fuente principal del conocimiento. El desarrollo conceptual del tema, en el grupo B, se ciñó a la propuesta sugerida por el texto guía. Ésta consistió, inicialmente, en enunciar la definición de triángulos semejantes y demostrar que una recta paralela a un lado de un triángulo determina, en los otros dos lados del triángulo, segmentos proporcionales a éstos. A partir de este teorema, se demostraron los criterios que determinan la semejanza entre dos triángulos. Los estudiantes debían resolver los problemas propuestos en el texto guía, cuyas soluciones se discutían en clase. Se terminó el estudio del tema en cuestión con la discusión de semejanza en triángulos rectángulos y área de triángulos semejantes.

En contraste, la metodología aplicada a lo largo del semestre, en el Grupo A, buscó promover un ambiente de aprendizaje, donde el estudiante, a través de la exploración, descubría las relaciones geométricas, objeto de estudio. Para este grupo, se diseñó el taller *“Otro Camino Hacia la Semejanza”* el cual propició la exploración mediante el uso de la geometría dinámica, herramienta didáctica que permite la obtención de regularidades, con la simulación y el análisis de múltiples situaciones, en tiempo reducido. El taller introdujo el tema de semejanza a través de la presentación de una situación problema que debía ser explorada haciendo uso de la geo-

metría dinámica con el software Cabri Géomètre. Para responder a las preguntas planteadas, los estudiantes debían realizar una exploración, haciendo uso de la geometría dinámica. Esta tipo de actividades potenció la elaboración de conjeturas que apuntaban a los conceptos involucrados en la semejanza de triángulos, a la solución de problemas de aplicación y a la formulación de los teoremas clásicos correspondientes. De este modo, la geometría dinámica permitió el paso de la geometría empírica a la teórica, proporcionando evidencias que convencían a los estudiantes de la validez de sus conjeturas, las que procedieron a demostrar haciendo uso del sistema axiomático ya construido

## 3. Análisis de resultados

Para analizar los resultados de aprendizaje y llevar a cabo el estudio investigativo, se elaboraron dos pruebas, las cuales se aplicaron a los dos grupos. Las pruebas formaron parte de las evaluaciones previstas dentro del proceso valorativo normal de los estudiantes, de acuerdo con el esquema establecido en el espacio académico. También se aplicó una encuesta con el fin de determinar, por un lado, el impacto de las actividades realizadas en el proceso de formación de los estudiantes como profesionales de la educación y, por otro, su posición reflexiva frente al proceso didáctico llevado a cabo en el abordaje de las temáticas.

### 3.1 Análisis de resultados de las evaluaciones

Con las dos evaluaciones se pretendía valorar la apropiación, por parte del estudiante, del concepto de semejanza de triángulos. La primera evaluación se aplicó cuando ambos grupos conocían la definición de triángulos semejantes y el criterio A.A.A de semejanza de triángulos. La segunda evaluación se aplicó cuando se habían estudiado los demás criterios de semejanza y las relaciones a las que éste concepto da origen en triángulos rectángulos.

#### Primera evaluación

Con el primer ítem de esta evaluación se buscaba determinar si los estudiantes podían hacer una aplicación directa del tema estudiado, estableciendo la semejanza de dos triángulos. Con el segundo, se pretendía determinar si podían hacer el enlace entre la semejanza de triángulos y relaciones aritméticas entre longitudes de segmentos.

De acuerdo a los resultados, se clasificaron los alumnos en tres categorías según los parámetros que se dan a continuación.

**Categoría I** Estudiantes que lograron demostrar la semejanza de los triángulos propuestos en el enunciado e identificar otro par de triángulos semejantes para demostrar el segundo ítem de la evaluación.

**Categoría II** Estudiantes que sólo pudieron establecer la semejanza entre los triángulos dados en el enunciado.

**Categoría III** Estudiantes que no lograron demostrar la semejanza de los triángulos propuestos en el enunciado.

### Segunda evaluación

La segunda evaluación constaba de tres preguntas, con la primera, se esperaba que los estudiantes relacionaran la proporcionalidad entre las medidas de los lados con el concepto de triángulos semejantes y rectas paralelas.

Teniendo en cuenta las respuestas, los estudiantes fueron clasificados en tres grupos de acuerdo con los siguientes criterios:

- **Grupo alto:** Consta de aquellos estudiantes que pudieron resolver satisfactoriamente el problema, haciendo la construcción solicitada y dando las justificaciones correspondientes.
- **Grupo intermedio:** Se incluyen aquí aquellos estudiantes que propusieron construcciones que no eran del todo correctas.
- **Grupo bajo:** Corresponde al grupo de estudiantes que no hicieron propuesta de solución.

En esta ocasión, en el grupo A se obtuvieron mejores resultados.

Con la segunda punto, se pretendía contrastar la capacidad de análisis, tanto geométrica como algebraica, y la habilidad del estudiante para identificar triángulos semejantes. Los criterios de clasificación para este ítem fueron los siguientes.

- **Grupo alto:** Consta de los alumnos que identificaron correctamente los triángulos semejantes, establecieron las proporciones correspondientes pero les faltó el análisis algebraico requerido.
- **Grupo intermedio:** Formado por los estudiantes que identificaron correctamente los triángulos semejantes pero no establecieron las proporciones correspondientes.
- **Grupo bajo:** Estos son los alumnos que no lograron identificar triángulos semejantes.

Nuevamente se observaron diferencias entre los resultados obtenidos por el grupo A y el grupo B (Grá-

fica 3). En general, se notaron serias deficiencias en el manejo algebraico de la situación planteada.

El tercer punto difiere de los anteriores, pues en forma explícita se nombran dos triángulos semejantes, lo cual ubicaba a los estudiantes directamente en el tema motivo de estudio. Ellos debían demostrar su capacidad para manejar los diferentes criterios de semejanza de triángulos.

La clasificación realizada, de acuerdo a las respuestas, fue la siguiente:

- **Grupo alto:** En este grupo están los estudiantes que resolvieron correctamente el problema.
- **Grupo intermedio:** Conformado por aquellos estudiantes que establecieron la semejanza entre los dos pares de triángulos necesarios para resolver el problema.
- **Grupo bajo:** Son aquellos estudiantes que solamente identificaron un par de triángulos semejantes.

En esta pregunta surgió la necesidad de incluir una cuarta categoría conformada por aquellos estudiantes que no abordaron el problema. En general, los estudiantes del grupo A muestran, en esta evaluación, un mejor desempeño, que los del grupo B.

### 3.2 Análisis de la encuesta

Aun cuando se evidenciaron resultados levemente mejores en el aprendizaje y dominio del tema Semejanza de Triángulos por parte del grupo A frente al grupo B, los investigadores indagaron sobre efectos de otra índole. Para tal efecto se diseñó la encuesta *LA “EXPERIMENTACIÓN” EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA*. Las respuestas a las preguntas se clasificaron teniendo en cuenta dos aspectos: la formación disciplinar y la formación pedagógica y didáctica.

Con base a la encuesta se observó que los comentarios de los estudiantes del grupo B se refirieron, principalmente, a la incidencia del profesor en su aprendizaje y al desarrollo tradicional de la clase, limitando la perspectiva del papel protagónico del estudiante en el proceso de su aprendizaje, al colocar la responsabilidad en el profesor. Algunos de sus comentarios son los siguientes: *se enunciaron teoremas y resolvieron ejercicios, es simplemente una clase dictada, faltó elaboración y desarrollo de más ejercicios*. Dos estudiantes expresan la ausencia de metodología que permitiera un mejor aprendizaje: *el enfoque debió haber sido más*

reiterativo y más deductivo, se vio superficialmente el tema y faltó didáctica que facilitara el aprendizaje. En este grupo hay criterios opuestos referentes a la metodología, pues algunos estudiantes expresan su conformidad mientras que otros no.

En cuanto al uso de la geometría dinámica los estudiantes del grupo B pese a que no usaron herramientas alternativas, (calculadoras, computador) en la enseñanza de la Geometría, consideran que es un estímulo para el aprendizaje.

Los estudiantes del grupo A, se refieren, en sus comentarios, a las bondades del uso de la geometría dinámica y a los aspectos que ésta favorece en el aprendizaje, como, por ejemplo, la interacción en el proceso de construcción de conceptos y la visualización de aspectos que no pueden verse con simple papel y lápiz. Comentan que el aprendizaje de manera experimental hace los objetos geométricos más “palpables”, facilita la verificación e impulsa la formulación de conjeturas. *Es una herramienta excelente para vincular muchos conceptos.*

En otra pregunta de la encuesta se pretendía clasificar, en orden de importancia para su aprendizaje, las siguientes estrategias didácticas: discusión participativa estudiante – profesor, introducción de temáticas a través de resolución de problemas, talleres para trabajo en grupo, uso de herramientas alternativas y explicaciones del profesor. La estrategia que más destacaron fue la discusión participativa estudiante – profesor, evidencia de la necesidad de descentralizar el proceso de la presentación magistral de las temáticas. En el grupo A, ningún estudiante destacó, como aspecto relevante, la

introducción de temáticas a través de la resolución de problemas, hecho que resulta paradójico, dado que fue a través de este mecanismo que se introdujo el tema de semejanza. En el grupo B, ningún estudiante destacó, como aspecto prioritario, el desarrollo de talleres para trabajo en grupo.

## 4. Conclusiones

La exploración permitió la elaboración de conjeturas que apuntaban a los conceptos involucrados en la semejanza de triángulos, la solución de problemas de aplicación y la formulación de teoremas clásicos correspondientes.

Se sugiere incluir como parte de la formación profesional del docente de matemáticas el uso reflexivo y significativo de la geometría dinámica, a través de talleres donde se puedan realizar procesos de construcciones geométricas o acercamientos a propiedades y relaciones geométricas, que permitan el descubrimiento de éstas, así como la formulación y validación de conjeturas. Para lograrlo, el estudiante debe tener manejo ágil del recurso tecnológico.

## Referencias Bibliográficas

CLEMENTS, D. Y BATTISTA, M. (1992). “*Geometry and spatial reasoning*”. En: GROUWS, D. (ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of teachers of Mathematics, NCTM*, New York.

SAMPER DE CAICEDO, Carmen; LEGUIZAMÓN de Bernal, Cecilia; CAMARGO, Leonor; DONADO, Alberto. *Hacia la construcción de un currículo para el área de Geometría de la Licenciatura en Matemáticas*. Tea Tecne, Episteme y Didaxis, v. 10, p.99-112, 2001.

## Los procesos generales de la actividad matemática, las dimensiones de la comprensión y el trabajo por competencias

UNIVERSIDAD DEL VALLE

CARLOS EDUARDO VASCO U.

### Resumen

La conferencia analiza el trabajo por competencias en la enseñanza de las matemáticas desde el punto de vista de las cuatro dimensiones de la com-

prensión (contenidos, métodos, formas y praxis) y de los cinco procesos generales de la actividad matemática según los Lineamientos Curriculares del área de Matemáticas de 1998: la resolución y el planteamiento de problemas; el razonamiento; la comunicación; la modelación, y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.