Capítulo II

Cursos

Sobre los lineamientos curriculares y los estándares básicos en matemáticas

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

GILBERTO OBANDO ZAPATA[1]

Introducción

Desde los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998), y actualmente afirmados con los Estándares Básicos de Matemáticas[2] (2003), el Ministerio de Educación Nacional propone unos nuevos elementos teóricos y metodológicos que pretenden actualizar la estructura curricular de la educación matemática en nuestro país, pero respetando la autonomía institucional consagrada en su Proyecto Educativo Institucional.

En los lineamientos, éstos elementos se pueden identificar al menos en dos aspectos básicos: La introducción de los diferentes tipos de pensamientos matemáticos (numérico, espacial, métrico, variacional y estadístico), y el llamado de atención sobre la importancia del desarrollo de unos procesos de aula que permitan el aprendizaje de las matemáticas en contextos significativos para los alumnos, tomando como eje central para dicha contextualización las situaciones problema.

[1] Profesor de Didáctica de la Matemáticas, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia.

[2] Este documento se puede consultar a través de Internet en la página en el sitio WEB del Ministerio de Educación nacional: http://www.mineducacion.gov.co/estandares/

Al introducir el concepto de pensamiento matemático como un eje central sobre el cual estructurar el currículo de matemáticas, se trata de mostrar la importancia del desarrollo de un currículo centrado en los procesos de conceptualización de los alumnos que los lleven a la construcción de un pensamiento ágil, flexible, con sentido y significado para su vida cotidiana, integrado en unidades complejas que le brinden autonomía intelectual, y sobre todo, que se logre la formación de un ciudadano con una cultura matemática mínima que le permita mejorar su calidad de vida.

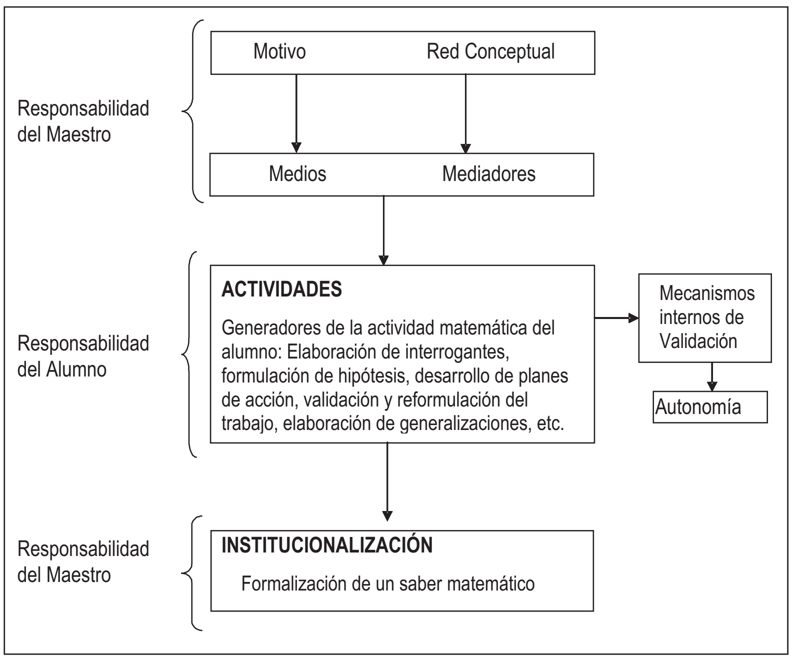
De otra parte, la contextualización de los procesos de aula a través de las situaciones problema busca la creación de ambientes de trabajo que sean inteligibles a los alumnos, y que por tanto, la conceptualización que de ellos se derive les sea significativa.

Una manera de generar tales contextos es a través de las situaciones problema. Una situación problema se puede interpretar como:

> contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, ella debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación, la heteroevaluación.
> (Munera, J;, Obando, G, 2003, Pp 183)

Una situación problema se hace significativa para los alumnos no por que recree ficticiamente, en el aula de clase, una situación de la vida extraescolar. Lo es si ésta permite que desplieguen su actividad matemática, y a través de dicha actividad se logre el aprendizaje de los conceptos que se les querían enseñar. En este sentido, no se trata de aprender matemáticas para luego buscar la posibilidad de aplicarlas a la solución de problemas aislados, sino de aprender las matemáticas a través de la actividad (matemática) del alumno en proceso de interactuar con un conjunto de situaciones problema.

El diseño de situaciones problema en una clase de matemáticas implica poner en juego una serie de elementos teóricos y metodológicos a través de los cuales se logre el desarrollo de una estructura en la que alumnos y profesores asumen responsabilidades diferentes, pero orientadas a un mismo fin: la construcción conceptual por parte de los alumnos de aquello que se les desea enseñar. Dichos elementos teóricos se pueden resumir en el siguiente esquema (Idem, p 198):



Las situaciones problema, en tanto que integran redes conceptuales, y analizan las herramientas metodológicas a través de las cuales diseñar propuestas de aula, se constituyen en una herramienta importante para la implementación de los estándares básicos de matemáticas. Esta afirmación se entiende mejor si se analiza con cuidado dos hechos fundamentales de la estructura de los estándares.

En primer lugar, por que el grupo de estándares de un determinado pensamiento matemático no puede analizarse aislado de los demás grupos de estándares del resto de pensamientos. Por tanto, una estructura curricular desarrollada sobre su base debe ser integradora de los pensamientos, y esto no puede lograrse si la planeación se realiza por temas con tiempos y espacios específicos a lo largo del año escolar.

En segundo lugar, por que una situación problema en particular, propuesta para una red conceptual determinada, necesariamente implica puntos de contactos con otras redes conceptuales. Esto es, una planeación curricular realizada a través de situaciones problemas no puede aislar una estructura conceptual de las matemáticas como si existiera independiente del resto de las matemáticas existentes.

De otra parte, los estándares básicos de matemáticas recientemente publicados por el MEN, ponen de manifiesto nuevos elementos organizadores del currículo de matemáticas. Por un lado muestran de manera explícita la organización de los pensamientos a partir de una serie de estructuras conceptuales y de procesos propios de cada pensamiento, y de otro, presentan un nuevo eje organizador curricular: el concepto de magnitud y medida se presenta como un eje básico que cruza estructuralmente todos los pensamientos, como se verá a continuación.

Sobre el pensamiento variacional

El pensamiento variacional tiene que ver con el tratamiento matemático de la variación y el cambio. En este sentido, "el pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad" (Vasco, 2003).

Así pues, desde dicha forma de comprender el pensamiento variacional, el carácter estático de la presentación de los objetos matemáticos en un curso normal de álgebra[3] se constituye en el punto de llegada de un camino iniciado con el estudio y modelación de situaciones de variación. Esto es, a partir del análisis de contextos desde las matemáticas, desde las ciencias, desde la vida coti-

[3] tales como la definición de una función, la manipulación de expresiones algebraicas, el trazado de gráficas a partir de su expresión simbólica, la manipulación de fórmulas para reemplazar valores en ellas,

diana, etc., en los cuales se puedan modelar procesos de variación entre variables, se abre un camino fructífero para el desarrollo de los procesos de pensamiento matemático ligados al álgebra, las funciones y el cálculo.

Vincular las condiciones de contexto en donde las situaciones de cambio sean el ingrediente primordial en la actividad matemática del estudiante permite ver que el desarrollo de pensamiento algebraico deja de ser exclusivo de los grados 8º y 9º, y que por el contrario, debe movilizarse a lo largo de todo el ciclo escolar, desde el grado 1º al grado 11º, tal como se propone desde los Estándares Básicos de Matemáticas (MEN, 2003).

Pero además, el estudio del álgebra escolar al lado de los procesos de variación permite ver que este tipo de pensamiento involucra los otros tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial, métrico y estadístico. Esto, al menos por dos razones: de un lado, su estudio como parte de un proceso de búsqueda de una versión cada vez más general y abstracta del conocimiento implica el reconocimiento de estructuras invariantes en medio de la variación y cambio; y de otro lado, todos ellos ofrecen herramientas para modelar situaciones a través de las funciones como resultado de la cuantificación de la variación.

Sobre el pensamiento métrico y sistemas de medidas

El pensamiento métrico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes, su cuantificación y su uso con sentido y significado para la comprensión de situaciones en contextos. Éste también está relacionado con la medida de las cantidades de magnitud, su estimación y aproximación, al igual que con la capacidad de usar instrumentos de medida.

Desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y afirmado en los Estándares Básicos de Matemáticas, el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, se refieren a la construcción de los conceptos y procesos de conservación de las magnitudes; la selección de unidades de medida, patrones e instrumentos; la asignación numérica; la estimación y el papel del trasfondo social de la medición. Todo lo anterior hace que el concepto potente para el desarrollo del pensamiento métrico sea el de Magnitud.

Habitualmente se suele reservar el nombre de magnitud para los atributos o rasgos que varían de manera cuantitativa y continua (longitud, peso, densidad,..) o también de manera discreta (número de personas); las cantidades son los valores de dichas variables (Godino y Batanero, 2002, p 10).

Este énfasis en el concepto de magnitud, implica una reconceptualización profunda a la manera como es tratado este tipo de pensamiento en el currículo actual de matemáticas: En vez de reducir el pensamiento métrico al estudio teórico de los sistemas de unidades y los algoritmos para realizar las transformaciones de unidades de una medida determinada, éste es centrado en el estudio del concepto de magnitud, de los procesos de medición de las mismas, de la construcción de los conceptos de unidades de medida, y por tanto, de sistemas de unidades de medida, así como de su uso, sentido y significado en el tratamiento de las situaciones en las cuales tienen su origen.

De esta manera, el énfasis en los proceso de medición establece puentes muy importantes desde este pensamiento hacia los demás, como por ejemplo, con respecto al pensamiento numérico, en el cual concepto de magnitud y sus procesos de medición son claves para desarrollo de los conceptos relativos a los sistemas numéricos, especialmente, los naturales, racionales y enteros.

Sobre el pensamiento numérico

Tal como lo expresa el Ministerio de Educación Nacional en su documento sobre los Lineamientos Curriculares en el área de Matemáticas, el desarrollo del Pensamiento Numérico es el nuevo énfasis sobre el cual debe realizarse el estudio de los Sistemas Numéricos. Así, desde el estudio profundo de los Sistemas Numéricos, se pueden desarrollar habilidades para comprender los números, usarlos en métodos cualitativos o cuantitativos, realizar estimaciones y aproximaciones, y en general, para poder utilizarlos como herramientas de comunicación, procesamiento e interpretación de la información en contexto con el fin de fijarse posturas crítica frente a ella, y así participar activamente en la toma de decisiones relevantes para su vida personal o en comunidad.

> …el pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones…(McIntosh, 1992, tomado de NCTM, 1989).

En los Estándares Básicos de Matemáticas, publicados por el MEN en el 2003, y en coherencia con los planteamientos de los Lineamientos Curriculares, se propone que el estudio de los números debe hacerse desde el desarrollo del pensamiento numérico. Para ello centra su atención en la comprensión, representación, el uso, el sentido y significado de los números, sus relaciones y operaciones dentro de cada sistema numérico.

En tal sentido, estos estándares, al igual que los otros estándares pertenecientes a los demás pensamientos están estructurados desde la perspectiva de los procesos, los conceptos y los contextos dentro de los cuales el conocimiento matemático toma sentido y significado.

A medida que los alumnos tienen la oportunidad de usar los números y pensar en ellos en contextos significativos, el pensamiento numérico evoluciona a través de los métodos de cálculo (escrito, mental, calculadoras y estimación), de los procesos de estimación y aproximación, y sobre todo, de la construcción conceptual de las operaciones matemáticas de orden aditivo y multiplicativo sobre la base de actividad matemática ligada a la solución de problemas. Igualmente se espera que a lo largo de toda la educación básica y media, los alumnos desarrollen paulatinamente procesos descriptivos, explicativos y argumentativos, sobre la base de los conceptos matemáticos asociados a los sistemas numéricos, los sistemas de numeración y el uso y significado de ambos en contextos científicos y de la vida cotidiana de cada cual.

El Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos está concebido de tal manera que los estudiantes avancen hacia la construcción del número, su representación, las relaciones que existen entre ellos, así como las operaciones que se efectúan con ellos en cada uno de los sistemas numéricos. Permite el aprovechamiento del concepto intuitivo de los números que el niño adquiere desde antes de empezar su proceso escolar, en el momento en que empieza a contar, y a partir del conteo iniciarlo en la comprensión de las operaciones matemáticas, de la proporcionalidad y de las fracciones. Mostrar diferentes estrategias y maneras de obtener un mismo resultado. Calculo mental. Algoritmos. Uso de los números en estimaciones y aproximaciones. (MEN, 2003).

Sobre el pensamiento espacial y sistemas geométricos

Desde los Lineamientos Curriculares se plantea una geometría activa, a través de la cual se evidencia la diferencia entre mostrar y hacer, observar y actuar, simbolizar y conceptuar y por lo tanto, se da prioridad al cuerpo o sólido sobre la superficie, de ésta sobre la línea y de la última sobre el punto.

Desde la perspectiva psicogenética, y en una síntesis muy apretada, se puede plantear, siguiendo a Piaget, que el niño en el proceso de construcción de las nociones geométricas primero procede desde el espacio que está a su alcance, esto es, el entorno inmediato que lo rodea (espacio próximo); luego él puede seguir un objeto, prever su trayectoria, buscarlo cuando se pone fuera de su campo visual, etc. Pero ésta construcción comporta un posicionamiento del sujeto con respecto al espacio que lo rodea, esto es, él debe situarse como un objeto más dentro de su entorno. De esta manera se estructura el "espacio lejano", en el cual, el individuo debe posicionarse como integrante del mismo, pero a la vez, como interactuante con él.

> La tesis fundamental de Piaget en "la representación del espacio en el niño" es que, en el dominio de la geometría, el orden genético de la adquisición de las nociones espaciales es inverso al orden histórico del progreso de la ciencia. El niño considera primero las relaciones topológicas de una figura y solo posteriormente las proyectivas y euclidianas, las que son construidas casi simultáneamente. En efecto, las primeras relaciones que el niño puede reconocer y representar gráficamente son las de vecindad, separación, orden, entorno, y continuidad....
>
> El dominio de las relaciones proyectivas permite la construcción de una geometría del espacio exterior al sujeto, quien lo contempla desde cierta distancia. La descentración del sujeto respecto a su perspectiva actual le permite coordinar distintos puntos de vista posibles y construir una representación del espacio con el que está interactuando en la que los ejes adelante-atrás y derecha - izquierda dejan de ser absolutos. Galves, 1988, p 280.

Por su parte la construcción del espacio Euclidiano, en el que están involucrados tanto el sujeto como los objetos que se mueven, necesita de elaboraciones mentales superiores, ya que en este espacio una característica fundamental es la métrica, a través de la cual se estructura un espacio de coordenadas tridimensionales, en el cual, la construcción de una unidad de medida y de la noción de medición se constituyen en elementos fundamentales.

Así pues, la geometría se constituye como una disciplina resultado de la necesidad del hombre de relacionarse el mundo que lo rodea, y de metrizarlo.

Desde esta perspectiva, tanto en los Lineamientos Curriculares, como en los Estándares Básicos de Matemáticas, desde los grados iniciales se rescatan, de un lado, las relaciones topológicas, en tanto reflexión sistemática de las propiedades de los cuerpos en virtud de su posición y su relación con los demás. Pero de otro, se rescata el reconocimiento y ubicación del niño en el espacio que lo rodea, en lo que Grecia Galves ha llamado el meso-espacio y el macro-espacio refiriéndose no solo al tamaño de los espacios en los que se desarrolla la vida del individuo, sino también a su relación de éste con dicho espacio. Nótese como en este contexto del trabajo no es importante la métrica, es decir la medición, sino que lo que importa son las relaciones entre los objetos involucrados en el espacio, y la ubicación y relaciones del individuo con estos objetos y este espacio.

Posteriormente y a medida que se complejizan los sistemas de representación del espacio, se hace necesario la metrización, pues ya no es suficiente con el está cerca o lejos, sino que es necesario determinar que tan cerca o que tan lejos. Esto significa un salto de lo cualitativo a lo cuantitativo, lo cual hace aparecer nuevas propiedades y relaciones entre los objetos. De esta manera la percepción geométrica se complejiza y ahora las propiedades de los objetos se deben no solo a su relación con los demás (relaciones interfigurales), sino también entre ellos mismos (relaciones intrafigurales) y a través de sus medidas (Relaciones métricas). El estudio de estas propiedades son las que deberán, convertirse en los conocimientos formales de la geometría, esto es, los teoremas de la geometría Euclidiana.

El trabajo realizado de esta manera permite la realización de proyectos integrados con otras áreas como por ejemplo el área de sociales, o el área de ciencias. Entre otros se pueden mencionar: Elaboración de mapas y maquetas, estudio de las formas en la naturaleza, estudio de las simetrías en la naturaleza.

Sobre el pensamiento estocástico y sistemas de datos

> "Una tendencia actual en los currículos de matemáticas es la de favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio, el cual ha estado presente a lo largo de este siglo, en la ciencia, en la cultura y aún en la forma de pensar cotidiana. La teoría de la probabilidad y su aplicación a los fenómenos aleatorios, han construido un andamiaje matemático que de alguna manera logra dominar y manejar acertadamente la incertidumbre. Fenómenos que en un comienzo parecen caóticos, regidos por el azar, son ordenados por la estadística mediante leyes aleatorias de una manera semejante a como actúan las leyes determinísticas sobre otros fenómenos de las ciencias. Los dominios de la estadística han favorecido el tratamiento de la incertidumbre en ciencias como la biología, la medicina, la economía, la Psicología, la antropología, la lingüística..., y aún más, han permitido desarrollos al interior de la misma matemática" (MEN, 1998).

Al igual que ocurre con el resto de pensamientos, como se puede ver en la anterior cita tomada de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, éstos proponen la contextualización a través de las situaciones problema como el medio para el desarrollo de los conceptos relativos al pensamiento estocástico. Tener conocimientos que permitan comprender los fenómenos no determinísticos es una herramienta fundamental para tener una mejor relación con el medio, una mejor comprensión de la información que circula y en síntesis, mejores posibilidades de toma de decisiones en aspectos relevantes para la persona, la comunidad y la sociedad en general.

En este sentido, el pensamiento estocástico y sistemas de datos se organiza en los Estándares Básicos de Matemáticas a través de dos grandes ejes: el relacionado con la recolección, tratamiento y análisis de la información, el relacionado con el tratamiento del caos y el azar.

Así, el primer eje debe ser estudiado a partir de fenómenos de las ciencias sociales, ciencias naturales, etc., y general, en relación con problemáticas locales que requieran tratamiento y análisis de la información. De esta manera los conceptos propios de la estadística descriptiva e inferencial se estructuran desde los campos problemáticos que les dan sentido y significado.

Sobre el segundo eje, y en estrecha relación con el eje anterior, se trata de lograr conceptualizaciones de los procesos caóticos, y a través de ellos, de las leyes de la probabilidad y la estadística. Así pues, a través del estudio del azar (comportamiento de los juegos, el comportamiento de las poblaciones. etc.), de los fenómenos naturales (la estructura de la naturaleza, el clima, etc.), de problemáticas sociales (desarrollo de la economía, la pobreza, etc.), entre otros fenómenos posibles, se espera lograr la formación de un ciudadano con capacidad de usar la información circundante en el medio para posicionarse críticamente frente y a ella, y por tanto, con capacidad de tomar parte en las decisiones importantes para el desarrollo de su vida en comunidad.

El pensamiento estocástico y los sistemas de datos se constituyen pues en un elemento fundamental para el desarrollo de nuestra sociedad, pero para ello debemos cambiar la estructura curricular actual en la que estos conceptos apenas si se enseñan.

A manera de conclusión

Así pues, y a manera de síntesis, se puede plantear que *el pensamiento numérico* se ve organizado desde las estructuras aditivas y las estructuras multiplicativas, teniendo en cuenta el sentido operacional, habilidades y destrezas numéricas, comparaciones, estimaciones y ordenes de magnitud entre otras; *el pensamiento variacional* desde el estudio de variación, a partir del continuo numérico, las aproximaciones sucesivas, la función como dependencia y modelos de función, las magnitudes, el álgebra en su sentido simbólico (noción y significado de variable), modelos matemáticos de variación aditiva, multiplicativa, cambio absoluto y cambio relativo, y la proporcionalidad; *el pensamiento métrico*, teniendo en cuenta la construcción del concepto de magnitud, la comprensión de los procesos de conservación, estimación de magnitudes, selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos, la diferencia entre la unidad y el patrón de medición, la asignación numérica y el papel del trasfondo social de la medición; *el pensamiento espacial* desde la óptica de las relaciones geométricas (relaciones intrafigurales e interfigurales) a partir de exploración y representación del espacio, para lo cual se sugiere el enfoque de la geometría activa, partiendo de los sistemas concretos hacia los sistemas conceptuales, hasta llegar a los sistemas simbólicos o formales; *y el pensamiento estadístico* desde la perspectiva del tratamiento de la información. Estos ejes organizadores, sobre todo los relativos al pensamiento numérico y variacional, son nuevos en nuestro currículo de matemáticas.

Además, cada uno de los ejes conceptuales mencionados antes, de una u otra forma están soportados sobre la base de la magnitud y medida. Esto es, desde el punto de vista epistemológico, los conceptos de magnitud y medida se hacen importantes para generar procesos de conceptualización en lo numérico, variacional, espacial estadístico, y por supuesto, en lo métrico. Esta importancia se rescata en tanto que se busca que el currículo se desarrolle sobre la base de contextos significativos (las situaciones problema), y éstas necesariamente implican el tratamiento de magnitudes.

Finalmente, es importante destacar que el énfasis en la magnitud y medida, cambia la perspectiva como actualmente se organiza el currículo colombiano, a saber, los procesos aritméticos. Entre los principales cambios se pueden desatacar dos de vital importancia: En el pensamiento variacional, el estudio de las funciones se hace a través del análisis, sistematización y generalización de situaciones de variación, y por tanto la modelación de procesos de covariación entre magnitudes se torna como el eje fundamental sobre el cual desarrollar todo lo relativo al álgebra; En el pensamiento numérico, los sistemas numéricos (los números, sus relaciones y operaciones) son comprendidos desde la medida de magnitudes, y no sobre la base genética de la generación de unos a partir de ampliaciones algebraicas del anterior.

Así pues, en el marco de las ideas antes expuestas las situaciones problema se muestran como una alternativa conceptual y metodológica para la implementación de los estándares básicos de matemáticas. Por supuesto que esto plantea un reto fundamental: ¿cómo lograr el diseño de situaciones problema que sean fuente integradora de redes conceptuales, y por tanto, que permitan el desarrollo e implementación de los estándares de una manera armónica e integrada? Un intento de respuesta no es simple, ni inmediato, pero si positiva en términos de las posibilidades de desarrollo de la educación matemática del país.

Referencias Bibliográficas

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas*. Santafé de Bogotá, 1998, p 131.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *Estándares Básicos de Matemáticas*. Santafé de Bogotá, 2003.

NCTM. *Estandares Curriculares y de Evaluación*. Traducción al español de José María Álvarez F. y Jesús Casado Rodríguez. Sociedad Andulza de Educación Matemática THALES. 1989.

GODINO, Juan; BATANERO, Carmen. *Medida de Magnitudes y Didáctica para maestros*, www.ugr.es/local/godino/edumat-maestros/, Granada, 2002.

GALVEZ, Grecia. *La geometría, la Psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela primaria*. En Didacatica de la matemáticas. Aportes y Reflexiones. Cecilia Parra e Irma Saiz (Comp.). Paidos Educador. Argentina. 1998.

VASCO, Carlos E. *El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías*. Memorias del Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas. Santa fe de. http://www.mineducacion.gov.co/ Bogotá. 2002

OBANDO Z, Gilberto; MUNERA, John Jairo. *Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática*. Revista educación y pedagogía. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XV, no. 35, (enero- abril), 2003 pp 183-200.