

## DINAMIZACIÓN DE LA REGLA DE LOS CUATRO PASOS. UN CAMINO HACIA LA CONSTRUCCIÓN DE LA DERIVADA EN EL MARCO DE LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA

**Adriana Engler**

Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad Nacional del Litoral (Argentina)  
aengler@fca.unl.edu.ar

**Palabras clave:** socioepistemología, derivada, prácticas sociales

**Key words:** Socioepistemology, derivative, social practices

**RESUMEN:** Las actividades que despliegan los profesionales están marcadas por la introducción sistemática e ininterrumpida de métodos matemáticos. El estudio de la derivada es fundamental para su formación. En este trabajo se busca mostrar cómo los alumnos se ponen en camino hacia la construcción de la derivada a través de dinamizar la Regla de los Cuatro Pasos mediante el Teorema del Binomio partiendo de un estudio socioepistemológico y describiendo las prácticas que están inmersas en la regla. Se aborda la problemática de la construcción de la derivada proporcionando un diseño y puesta en marcha de una situación de aprendizaje intencional.

**ABSTRACT:** The activities carried out by professionals are marked by the systematic and continuous introduction of mathematical methods. The study of the derivative is fundamental to their training. This article seeks to show how students set off towards the construction of the derivative through dynamic Rule of Four Steps by the Binomial Theorem starting from a socioepistemological study and describing the practices that are embedded in the rule. The problem of the construction of the derivative providing design and implementation of intentional learning situation is addressed.

## ■ INTRODUCCIÓN

Los profesionales requieren una base sólida de conocimientos matemáticos para interpretar y dar respuesta a interrogantes del saber de su especialidad. En el marco del Cálculo, si bien la construcción de la derivada presenta dificultades para estudiantes de ingeniería, su significado y uso en la resolución de problemas en la vida profesional es indispensable. Este trabajo es parte de una investigación que tuvo su origen y motivación en el aula de Matemática de la carrera Ingeniería Agronómica de la Facultad de Ciencias Agrarias (FCA) de la Universidad Nacional del Litoral (UNL) en Esperanza, provincia de Santa Fe, Argentina. A lo largo del trabajo se estudió cómo los alumnos se ponen en camino hacia la construcción de la derivada a través de dinamizar la Regla de los Cuatro Pasos (RCP) mediante el Teorema del Binomio de Newton (TBN) partiendo de un estudio socioepistemológico de la misma y describiendo las Prácticas de Referencia (PR) y las Prácticas Sociales (PS) que intervienen y están inmersas en la regla. La idea de dinamizar se comprende como la posibilidad de hacer que la regla sea más *funcional* y *entendible* para el aula (Camacho, 2011), de manera que ayude en la construcción de la derivada. Habiendo logrado la dinamización, la investigación se centró en dos pilares. Por un lado se realizó un estudio socioepistemológico de la regla ya dinamizada a través de la utilización del TBN y, por otro, se abordó la problemática de la construcción de la derivada proporcionando un diseño de una situación de aprendizaje (SA) intencional. Este artículo se centra en la presentación de la situación de aprendizaje intencional surgida del estudio realizado.

## ■ MARCO TEÓRICO

La investigación se desarrolló en el marco de la Socioepistemología (SE). La SE reconoce la construcción social del conocimiento y comprende que se lleva a cabo en un escenario determinado y a veces se transfiere a otros, en tanto estudia la manera en la que se produce esa transferencia (Cantoral, 2013). Así, el énfasis está puesto en las prácticas que están inmersas en la RCP, con el fin de generar una situación de aprendizaje para la intervención didáctica. Las dimensiones que contempla la SE aparecen reflejadas en la SA diseñada y puesta en escena con los alumnos estudiantes de Ingeniería Agronómica. Es en este escenario, donde se ve reflejada la relación entre la derivada, la RCP, el TBN y las PR y PS que aparecen inmersas en la regla. A través de sus interacciones, buscando el reconocimiento del significado de cada uno de los pasos de la regla en relación a un problema de ingeniería, es que se muestra evidencia de cómo se coloca al alumno en camino hacia la construcción de conocimiento. Desde una mirada socioepistemológica se *problematiza el saber escolar* dado que se busca cambiar el estatus que tiene en tanto se reconocen otros desde donde es posible resignificarlo.

## ■ LA REGLA DE LOS CUATRO PASOS

La regla constituye la estructura matemática usada como técnica para la determinación de la derivada de una función. Se describe en algunos de los libros de texto de cálculo diferencial para ingeniería, de la siguiente manera:

Primer paso. Se sustituye en la función  $x$  por  $x + \Delta x$ , y se calcula el nuevo valor de la función  $y + \Delta y$ .

Segundo paso. Se resta el valor dado de la función del nuevo valor y se obtiene  $\Delta y$  (incremento de la función).

Tercer paso. Se divide  $\Delta y$  (incremento de la función) por  $\Delta x$  (incremento de la variable independiente).

Cuarto paso. Se calcula el límite de este cociente cuando  $\Delta x$  tiende a cero. El límite así hallado es la derivada buscada (Granville, 1980, p. 30).

En sí misma, es un conjunto ordenado de proposiciones de orden variacional que permite organizar a su alrededor los diferentes significados de la derivada.

### Estudio socioepistemológico de la Regla de los Cuatro Pasos

Un objeto o hecho es y tiene su lugar como tal según el marco conceptual y el sistema de prácticas establecidas dentro de las comunidades científicas. Las prácticas se hacen parte de una época, de una sociedad y de una cultura con su propia historicidad pero, a la vez, aportan en la construcción del presente teniendo en cuenta su incidencia en el entorno y permiten vislumbrar una meta hacia adelante, creando una idea de futuro. Es posible pensar en un modelo de aprendizaje como emergente de la participación en dichas prácticas poniendo énfasis en el aspecto activo de la aprehensión del mundo.

En el análisis histórico de corte socioepistemológico se lograron identificar tres PR que resultan fundamentales en esta obra: la observación, la geometrización y la modelización así como dos PS: la analiticidad y la predicción que están inmersas en la RCP al ser dinamizada a través del TBN (Engler, 2014). Así, la epistemología planteada en relación a la RCP y la intervención del TBN en la dinamización de la misma es de naturaleza social y, precisamente dado el carácter social atribuido al conocimiento se hace necesario que el aspecto didáctico aborde cuestiones relativas a los contextos argumentativos y mecanismos que faciliten la argumentación y llegar a consensos.

### ■ EL TEOREMA DEL BINOMIO DE NEWTON

A partir del descubrimiento del binomio, Newton tuvo la intuición de que se podía operar con series infinitas de la misma manera que con expresiones polinomiales finitas. El binomio se presenta como una entidad que emerge paulatinamente de un sistema de prácticas socialmente compartidas y relacionadas con la solución de planteos que necesitan de la predicción. En la interpretación para la resolución de los problemas cobran relevancia cada uno de los pasos de la RCP descritos anteriormente. El TBN es el que permite el desarrollo de los binomios en el juego algorítmico planteado para el cálculo de derivadas y, en principio, permitiría hacer más dinámico el uso de la regla para determinar la derivada. Así, se puede decir que, los argumentos que hacen posible la dinamización de la regla están en el teorema. De hecho el teorema es una herramienta variacional poco usada en el contexto de la enseñanza del cálculo actual y a la que habrá que darle un lugar en la práctica diaria en el salón de clases.

### ■ LA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

La SA constituye la forma en la que se *problematiza el saber escolar*; en tanto se cambia el estatus que tiene la regla y se busca reconocer otros desde donde resignificarla. A través de este diseño se busca promover la construcción social del conocimiento teniendo como base la racionalidad

contextual, el relativismo epistemológico y el fomento de una resignificación progresiva de los conocimientos del estudiante, principios y pilares de la SE (Cantoral, 2011). Se propicia el rediseño del discurso matemático escolar hacia un escenario para la construcción de conocimiento matemático. Como se enunció, el propósito de la investigación fue colocar a los estudiantes de Ingeniería Agronómica en proceso de construcción del objeto derivada a través de la regla. Como técnica dominante en el discurso escolar, la regla permite resolver solamente cierto tipo de tareas y no integra ni permite reconocer los significados asociados a cada uno de los pasos. Fue necesario involucrar y hacer aparecer el TBN para poder dinamizarla y ampliar el número de tareas posibles de resolver. La incorporación del mismo justifica la entrada en el salón de clases de las prácticas anteriormente mencionadas.

### **Diseño de la situación de aprendizaje.**

El diseño se contextualizó en la cotidianidad del estudiante. Se proponen enunciados situados que lo enfrentan a desafíos interesantes que puedan ser abordados de manera individual o grupal, ayudados por la docente si fuese necesario, y en el que se pongan en juego los saberes que surjan de la puesta en marcha del mismo. A través de las actividades se busca que los alumnos realicen descubrimientos en dos sentidos. Por un lado, la necesidad de utilizar el teorema del binomio para lograr aplicar los cuatro pasos de la regla y llegar al cálculo tanto de la derivada de la función en un punto como de la función derivada y, por otro, el análisis, en base a un problema concreto, de otro escenario de variación más allá del relacionado con el problema físico de la velocidad, logrando detectar qué magnitudes cambian, cuánto cambian y cómo cambian. La SA los lleva a caracterizar variaciones entre magnitudes, a través del cálculo de razones de cambio que permitan a su vez la exploración de cómo la pendiente de la recta secante y/o tangente a la gráfica de una función está relacionada con el concepto de razón de cambio. Si bien se espera que los alumnos logren reconocer lo importante de la incorporación del teorema del binomio para el trabajo con funciones analíticas y la simplicidad de los cálculos ante problemas de dificultad algebraica, deberán además poder inferir el significado de cada paso de la regla. Las actividades se presentan en registros diferentes (verbal, gráfico, numérico y analítico) y requieren hacer transformaciones en un mismo sistema y transitar de uno a otro. En un nivel de representación más abstracto, se tiene en cuenta la generalización mediante las expresiones algebraicas y analíticas. Las gráficas, expresiones en lenguaje coloquial y representaciones algebraicas y analíticas, que contienen la misma información, ponen en juego diferentes procesos cognitivos, relacionados entre sí. La situación pretende transitar de lo sencillo – elemental – a lo abstracto en términos de un eje principal, la construcción del objeto derivada a través de los cuatro pasos descriptos en la regla y su dinamización en términos del teorema del binomio.

La situación consta de cuatro fases y cada una de ellas incluye una serie de actividades. En el inicio de la misma se oculta el significado de cada uno de los pasos de la regla. Sin embargo, a lo largo de todas las fases se incorporan las ideas variacionales que subyacen a cada uno de éstos. Los alumnos deberán inferir el significado de cada paso (cambio, diferencia, razón de cambio media, razón de cambio instantánea, derivada) ayudados también por las gráficas que se dan a lo largo de las diferentes actividades. Es importante resaltar que los alumnos conocían la definición de derivada pero, hasta el momento de la aplicación, no habían tenido acceso a las reglas de derivación. En la Tabla 1 se explicita la estructura global.

**Tabla 1.** Estructura global de la SA (El enunciado de todas las actividades se puede solicitar a la autora)

Fase	Actividades
1. Familiarización con la RCP para llegar a la definición de derivada	<i>Actividad 1.</i> Emergencia del significado de cada paso de la regla y la definición del objeto derivada. <i>Actividad 2.</i> Desarrollo algebraico de cada paso de la regla para tres funciones analíticas.
2. Aplicación de la RCP a una situación diferente	<i>Actividad.</i> Aplicación de los pasos de la regla buscando la resolución de un problema de ingeniería en el que la función surge de la experimentación.
3. Utilización del TBN para la obtención de la derivada a través de la dinamización de la RCP	<i>Actividad 1.</i> Emergencia de la necesidad de utilizar el TBN para llegar a la definición analítica de la derivada luego de la aplicación de los cuatro pasos. <i>Actividad 2.</i> Análisis y conclusiones al trabajar los desarrollos binomiales a través del teorema.
4. La RCP dinamizada a través del TBN se aplica al problema no resuelto de la Fase 2	<i>Actividad 1.</i> Aplicación de los pasos de la regla, dinamizada, buscando la resolución de un problema de ingeniería en el que la función surge de la experimentación y se busca determinar la derivada de la función en un punto. <i>Actividad 2.</i> Se utiliza el mismo problema para buscar llegar a la expresión analítica de la función derivada a través del TBN buscando la dinamización de la regla. <i>Actividad 3.</i> Emergencia del significado de cada uno de los pasos de la regla y valoración sobre la utilización del TBN.

A continuación se describen los objetivos perseguidos y las actividades que componen cada fase.

**Fase 1.** En esta fase se busca que el alumno comience a reconocer, desde sus conocimientos previos, lo que se está calculando en cada paso de la regla y sea capaz de desarrollar algebraicamente cada uno de ellos. Para lo anterior se proponen dos actividades. En la primera se busca que el alumno sea capaz de explicar con sus palabras qué es lo que está calculando en cada paso de la regla. En la segunda actividad se presentan tres funciones a las que se les deben aplicar los cuatro pasos. Las funciones que se presentan no son polinomiales. Se busca que relacionen los cuatro pasos con el concepto de derivada y que manifiesten su opinión en relación a la complejidad de los cálculos realizados.

**Fase 2.** Se presenta un problema relacionado con el trabajo profesional. Se trabaja un artículo de investigación que presenta una función de potencia, obtenida experimentalmente, que permite estimar la biomasa aérea total en *Pinus patula* Schl. et Cham en función del diámetro normal del árbol. La función es  $B(DN) = 0,0357DN^{2,6916}$  (Díaz, L.; Acosta, M.; Carrillo, F.; Buendía, E.; Flores, E. y Etchevers, 2007). Se busca que el alumno, habiendo tenido dificultades para cumplir con lo requerido en la *Actividad 2* de la fase anterior, y ante la necesidad de dar respuesta a un problema concreto de ingeniería, considere oportuno buscar otra forma de llegar a la resolución

algebraica solicitada y además despierte en él la curiosidad de por qué sería interesante aplicar los cuatro pasos de la regla a esta situación particular. El alumno se plantea la necesidad de emergencia de la técnica que le permitirá resolver el trabajo algebraico que le quedó pendiente.

*Fase 3.* Ante la dificultad de resolver el problema planteado en la Fase 2 por la imposibilidad de desarrollar la función incrementada que resulta del planteo del segundo paso de la regla, surge la necesidad de utilizar el TBN para la dinamización de la misma y desencapsular los binomios que en cada paso aparecen. Para que el alumno pueda hacer suya esta técnica, se les da a conocer el alcance del teorema del binomio y se les propone la actividad correspondiente.

*Fase 4.* En esta etapa se retoma el problema enunciado en la Fase 2 tratando de que el alumno descubra por qué resulta importante, desde el punto de vista del significado, cada uno de los pasos de la regla y qué información se logra obtener de cada paso con relación al problema. Se presentan dos actividades buscando la asociación, en cada una de ellas, con la definición de derivada de una función en un punto y con la propia función derivada. La primera actividad se plantea buscando afianzar el trabajo hacia la definición de la derivada de la función en un punto. Se pretende resignificar en el contexto de un problema de ingeniería (dasonomía) la definición de derivada y el análisis de cada uno de los pasos que se realizan para obtener la expresión analítica de la misma y dar un significado de los mismos en términos del problema. En la siguiente actividad se consideran los cuatro pasos para cualquier valor del dominio de la función y no para un valor particular. Se pretende introducir la noción de función derivada y los aspectos variacionales que en ella aparecen, los cuales se evidencian en los cuatro pasos, más allá del cálculo de la expresión algebraica de la misma. Con el desarrollo de la última actividad, se busca que los alumnos reflexionen con relación a lo que estuvieron trabajando en las etapas anteriores y, en especial, en la Fase 4. En este sentido la meta es acercar a los alumnos al concepto de derivada teniendo en cuenta los argumentos variacionales que surgen en cada paso de la regla y la valoración de la utilización del TBN para los desarrollos binomiales necesarios en la resolución de las diferentes actividades propuestas.

### **El contexto y la puesta en escena**

Las actividades se desarrollaron en el aula, en los horarios habituales de clases, con todos los alumnos cursantes de la asignatura Matemática II del plan de estudio de la carrera. De esta manera, se garantizó que la componente social esté presente en todo este estudio al considerar las condiciones de la institución educativa donde se genera el problema y se lleva adelante la experiencia. Para su aplicación, quedó integrada en la planificación de la asignatura en tres sesiones de clase con un total de seis horas.

### **El trabajo de los alumnos**

A lo largo de la primera sesión, los alumnos interpretaron rápidamente las consignas establecidas y entendieron el objetivo propuesto. Entre todos acordaron que trabajarían en forma individual realizando solos las actividades propuestas y tratando de avanzar lo máximo posible con cada una de ellas según lo indicado en los enunciados. Se establecieron acuerdos en relación al tiempo de trabajo individual que fueron respetados sin inconvenientes. Trabajaron muy entusiasmados y cumplieron claramente con todas las consignas propuestas. Es importante destacar que fue una jornada muy intensa y que los alumnos participaron con eficacia en todas las actividades, debates y puestas en común propuestas por la docente, más allá del cansancio que por momentos manifestaron. Fueron interesantes las inquietudes surgidas en la presentación del problema con

relación a la experimentación y prácticas realizadas hasta la obtención de la función propuesta para llevar adelante parte de esta investigación.

Al inicio de la segunda sesión los alumnos prestaron atención a los interrogantes planteados y respondieron de manera amena a las diferentes inquietudes a medida que se aclaraban y/o surgían dudas. Interpretaron rápidamente la necesidad de buscar alguna alternativa que permitiera, por un lado, lograr desarrollar los binomios que aparecían en cada paso de la regla y, por otro, buscar que la técnica de derivación por incrementos (RCP) fuera más dinámica para poder resolver el problema dasonómico que había quedado pendiente de la segunda fase. Respetaron las consignas establecidas y entendieron el objetivo propuesto. Si bien la docente, a través de preguntas relacionadas con los conocimientos que habían adquirido al trabajar anteriormente potencia de un binomio, trató de establecer un método para hacer surgir su desarrollo, no lo pudo lograr. Fue necesario resolver en el pizarrón el primer ítem de la actividad y cambiar la forma de trabajo acordada. Como el objetivo de este encuentro era lograr que adquirieran un buen manejo del teorema, a fin de dinamizar la regla, se decidió cambiar la estrategia de trabajo y hacer que dos alumnos pasaran al pizarrón. Los alumnos aceptaron trabajar y lo hicieron con la guía de sus compañeros y la docente. De esta manera, pudieron cumplir con todas las consignas propuestas. Al finalizar el tiempo de trabajo compartieron la presentación con diapositivas preparadas por la docente con la resolución de los cuatro pasos de la regla para cada función enunciada y, más allá de que algunos demoraron más en lograr llegar al final, todos pudieron encontrar la expresión para la derivada. Evidentemente que esto los motivó, puesto que en el primer encuentro no lo habían logrado. Fue importante además el momento para debatir el valor de las prácticas de analiticidad y predicción y trabajar con ellos estas ideas, que con más fuerza se iban a retomar en la jornada siguiente. Se los notó trabajar convencidos de que era la manera de llegar a la resolución del problema de biomasa que había quedado pendiente.

Con relación a la Actividad 2, pudieron manifestarse sobre las posibilidades que brinda el conocer el TBN para hacer que la regla resulte dinámica y, obviamente que todos eligieron trabajar de esta manera para evitar todas las dificultades que les produce el trabajo algebraico rutinario y engorroso. Los alumnos pudieron interpretar claramente la idea de dinamización de una regla. Al finalizar la clase y puesta en común, fueron los alumnos los que dijeron que, a partir de ese momento, estaban en condiciones de poder resolver el problema de biomasa y diámetro normal que había quedado inconcluso.

Al comienzo de la tercera sesión de trabajo, los alumnos escucharon con atención la revisión realizada por la profesora y participaron activamente respondiendo a las preguntas e interrogantes planteados. Luego, entre todos, fortalecieron la idea de variable independiente y variable dependiente, logrando asociar el DN y la B, que aparecían en el problema, con cada una de ellas. Definieron verbal y simbólicamente el concepto de imagen de una función en un punto y dejaron en claro el significado de cada punto de la gráfica de una función. Se acordaron cuestiones de notación. Compartieron en grupo las ideas de observación, geometrización, modelación, analiticidad y predicción, desprendidas de los cuatro pasos de la regla así como la incorporación del TBN en la dinamización de la RCP en vías de la obtención de la derivada por incrementos, todo ello sin tener el conocimiento de las reglas prácticas de derivación de funciones de diferentes tipo.

## ■ VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS

Como primer aspecto a resaltar es que quedó en evidencia que los alumnos no tienen incorporado el TBN en sus prácticas habituales y se confirmó que presentan dificultades con el trabajo algorítmico y algebraico. Se observó la falta de dominio de nociones matemáticas estudiadas en períodos anteriores. Sin embargo, evidenciaron interés y buen nivel de participación en todas las actividades más allá de las dificultades. El trabajo en grupo durante las puestas en común fue muy enriquecedor. Con las actividades planteadas en la primera sesión, todos llegaron a descubrir que necesitaban encontrar una manera de resolver ejercicios y un problema que, con las herramientas que disponían hasta el momento, no podían hacerlo. La cuestión planteada fue ¿no tiene solución o con lo que sabemos hasta ahora no tenemos la manera de encontrar la solución? Entre todos fueron capaces de acordar que seguramente habría manera de resolverlo y que debían encontrarla. Durante la segunda sesión fue posible descubrir que lo que había quedado planteado tenía solución y que sólo era cuestión de llevar al aula un contenido que había sido tratado durante el cursado de Matemática I. Las actividades promovieron el estudio de diversos aspectos variacionales. En la tercera jornada se buscó que los alumnos obtuvieran información relevante y explicaran sus conjeturas e interpretaciones a través de las gráficas presentadas en las diferentes actividades. Se intentó en todo momento que obtuvieran la máxima información de cada una de las situaciones representadas, a fin de beneficiar el desarrollo de su capacidad de análisis. Trabajaron cómodamente en el plano de lo algorítmico y algebraico (aunque cometieron algunos errores), presentando problemas al momento del trabajo gráfico y para interpretar los resultados. El manejo de las diferentes nociones matemáticas desarrolladas fue satisfactorio. Los alumnos debieron explorar varios aspectos variacionales: la idea de variación o cambio en las diferentes variables, la manera en la cual la pendiente de una recta está relacionada con el concepto de razón de cambio media o razón de cambio instantánea, lo que implica calcular cambios cada vez más pequeños, y el manejo de la noción de límite. Al resolver las actividades manifestaron conocer cómo calcular los diferentes pasos de la regla aunque la expresión algebraica de la función les resultara un tanto compleja. Fueron capaces de interpretar, tanto desde el punto de vista de la disciplina como desde los significados en el problema, lo que estaban calculando en cada paso. A través del planteo del problema desde la lectura y de la manera en que experimentalmente se obtuvieron los datos y la función a trabajar, reconocieron las prácticas que estaban inmersas en los pasos de la regla y fueron capaces de identificar las ideas variacionales que se esconden en la definición de derivada que, sin los cuatro pasos de la regla y calculando directamente las derivadas a través de las reglas prácticas de derivación pasan desapercibidas para ellos. Distinguieron la diferencia entre trabajar la derivada de una función (función derivada) y la derivada de una función en un punto.

Las actividades planteadas en cada sesión se revelaron adecuadas según los objetivos planteados y favorecieron el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. Se puede afirmar que los objetivos planteados para las diferentes sesiones se cumplieron, destacando que los aspectos que no pudieron descubrir individualmente los alumnos, o que no les surgieron en la resolución de las actividades, fueron abordados luego en el debate grupal. Según lo observado durante las distintas sesiones, con las actividades propuestas se logró motivar a los alumnos para trabajar activamente y movilizar sus ideas y sus conocimientos a fin de ponerse en camino hacia la construcción de otros nuevos así como de resignificar los que ya tenían. Todos se mostraron capaces de enfrentar los desafíos y el conocimiento esperado fue emergiendo tanto en el trabajo individual, con la consulta con la docente, el intercambio con algún compañero como en la puesta en común de toda

la clase. La metodología de trabajo propuesta logró que todos se involucraran y se dispusieran a realizar las actividades planteadas según las consignas propuestas en algún caso por la profesora y en otras consensuadas con el grupo. Se trató de un trabajo situado en un contexto particular y permitió llegar al aula buscando construir y resignificar conocimiento. El trabajo realizado permitió también comprobar que, para lograr resultados, es necesario considerar no solamente las prácticas que dan significado o resignifican el propio saber matemático sino también cómo dichas prácticas aparecen en lo cotidiano entre alumnos y docentes en el trabajo en el aula.

## ■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Camacho, A. (2011). Socioepistemología y prácticas sociales. Hacia una enseñanza dinámica del cálculo diferencial. *Revista Iberoamericana de Educación Superior-UNIVERSIA* 2(3), 152-171. Recuperado el 2 de febrero de 2011 de <http://ries.universia.net/index.php/ries/article/view/84>
- Cantoral, R. (2011). *Fundamentos y Métodos de la Socioepistemología*. [Video]. Simposio en Matemática Educativa, 22 al 26 de agosto de 2011. D.F., México: Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. Recuperado el 10 de octubre de 2011 de <http://www.youtube.com/watch?v=byHKKFnAq5Y&feature=share>
- Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social de conocimiento. México: Gedisa Editorial.
- Díaz, L.; Acosta, M.; Carrillo, F.; Buendía, E.; Flores, E. y Etchevers, J. (2007). Determinación de ecuaciones alométricas para estimar biomasa y carbono en *Pinus Patula* Schl. et Cham. *Revista Madera y Bosques*. 13 (1), 25-34. Recuperado el 10 de julio de 2012 de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/617/61713103.pdf>
- Engler, A. (2014). La regla de los cuatro pasos. Análisis socioepistemológico. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 27, 1593-1602. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Granville, W. (1980). *Cálculo Diferencial e Integral*. Primera reimpresión. México: Grupo Noriega Editores, LIMUSA.