

## LA FUNCIÓN LINEAL EN EL BACHILLERATO TECNOLÓGICO: UN PUNTO DE VISTA DESDE EL CURRÍCULUM

**Rebeca Flores García**

CICATA-IPN (México)

rebefg@gmail.com

**Palabras clave:** Currículum, función lineal, profesor, bachillerato tecnológico

**Key words:** Curriculum, linear function, teacher, technological high school

**RESUMEN:** Los estudios relacionados con el desarrollo curricular ofrecen alternativas curriculares para un sistema educativo y en los últimos años se ha centrado en el profesor, de ahí la importancia de esta investigación, la cual pretende analizar y describir las transformaciones que construyen alrededor del concepto de función lineal tres profesores que laboran en el nivel medio superior técnico en México. Para desarrollar el estudio se acude al estudio de caso, el cual está dirigido a comprender las dinámicas presentes en contextos muy particulares, adoptando distintos métodos para la recopilación de evidencia. Se pretende profundizar entre lo que sucede entre el currículum escrito y el currículum implementado; para ello el estudio utilizó como marco de análisis el modelo propuesto por Stein, Remillard y Smith (2007) el cual está integrado por cuatro componentes: currículum escrito, currículum planeado, currículum implementado y el aprendizaje de los estudiantes.

**ABSTRACT:** Studies related to curriculum development offer curricular options for an educational system and in recent years have focused on the teacher, hence the importance of this research, which aims to analyze and describe the transformations built around the concept of linear function three teachers who work in the technical high school level in Mexico. To develop the study comes to the case study, which is aimed at understanding the dynamics present in very particular contexts, adopting different methods for gathering evidence. It aims to deepen between what happens between the written curriculum and implemented curriculum; for this study used as the analytical framework proposed by Stein, Remillard and Smith (2007) model which consists of four components: written curriculum, planned curriculum, implemented curriculum and student learning.

## ■ PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El estudio del concepto de función en la enseñanza de las matemáticas en el nivel medio superior desempeña un papel importante en el aprendizaje de los estudiantes, no sólo por estar relacionado con temas de otras asignaturas, sino porque permite representar situaciones reales (Hitt, 2002). Cabe resaltar además, los dilemas que se gestan cuando se emprenden estudios ligados al concepto de función o a un tipo función, para el caso que nos ocupa la focalización se hará sobre la función lineal. Por ejemplo, Díaz (2008) advierte que en el aspecto curricular la noción de función es una hebra que atraviesa desde los niveles básicos hasta los universitarios, advirtiendo además de las dificultades que enfrentan los estudiantes por entender este concepto; también señala cómo esta noción ha generado un conjunto creciente de investigaciones, desde los que estudian los problemas de su enseñanza, las dificultades de su aprendizaje, los que proponen marcos teóricos, hasta los que se centran en la multiplicidad de interpretaciones de la noción de función.

Diversos son los autores que se han dedicado a trabajar sobre la noción de función. Leinhardt, Zaslavsky y Stein (1990) quienes en la década de los ochenta realizaron una revisión bibliográfica que cubre una década aproximadamente, en la cual muestran las dificultades que los estudiantes enfrentan al tratar de conceptualizar la idea de función, cuestiones ligadas a la correspondencia, la linealidad, la representación de funciones, además de su lectura e interpretación. Por otro lado, en la investigación desarrollada por Birgin (2012) se reconocen a las funciones lineales como una idea compleja, de múltiples facetas cuyo poder y riqueza permean casi todas las áreas de la matemática. Agregando que dadas sus diversas aplicaciones en el mundo real, refuerzan la comprensión de temas más avanzados como aquellos provenientes del Cálculo.

Si bien es cierto, el concepto de función lineal ha sido ampliamente estudiando desde una perspectiva cognitiva, también es cierto que existen ámbitos desde los cuales aún no se han estudiado, tal es el caso de esta investigación, la cual se plantea como pregunta de investigación lo siguiente: ¿Cuáles son las transformaciones que el profesor de matemáticas de bachillerato tecnológico genera al abordar el concepto de función lineal en el curso de Pensamiento algebraico y de funciones? Este curso es impartido en el segundo semestre del plan de estudios propuesto en el bachillerato tecnológico.

## ■ INVESTIGACIONES ALREDEDOR DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN LINEAL EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

En esta sección se pretende dar cuenta de la naturaleza de algunos estudios que proveen información relacionada con el objeto matemático que este estudio se presenta, mostrando parte de la tendencia de las investigaciones generadas en los últimos años.

El trabajo generado por Even (1993) se muestra un estudio relacionado con 152 profesores de nivel secundario, en el que se explora el conocimiento de un contenido pedagógico, en este caso se trata de la enseñanza del concepto de función. El análisis evidencia que muchos de los sujetos no tenían una concepción actualizada de la función. La apreciación de la naturaleza arbitraria de funciones faltaba, y muy pocos podrían manifestar la trascendencia y el origen de la exigencia univalencia. Se trata entonces, de una concepción limitada y que ha influenciado su pensamiento pedagógico. Mientras que en la investigación desarrollada por Lloyd y Wilson (1993) se exponen ideas ligadas al impacto de las concepciones de los profesores en relación a funciones y su

implementación en una reforma curricular. Por otro lado, Gilbert (2003) plantea una experiencia de desarrollo profesional, relacionada con un análisis de estudios de caso basados en vídeo para los profesores de matemáticas de secundaria en funciones lineales y en el estudio propuesto por Chávez, Grouws, Tarr, Ross y McNaught (2009) se presentan hallazgos relacionados con profesores de matemáticas de secundaria en el uso de materiales curriculares, de manera particular tocan el contenido de la función lineal. Finalmente, en el estudio de Acosta (2011) se propone que la linealidad a través de sus significados, y su antecedente la proporcionalidad, son nociones que han evolucionado en la historia. Aseverando además que la didáctica de la matemática, no ha incorporado los elementos de vínculo entre nociones de linealidad, que se presentan entre temas de matemáticas, y mucho menos entre cursos. Como se plantea en estos estudios, aún prevalece un interés por estudiar el concepto de función lineal y esta investigación se propuso hacerlo desde el currículum.

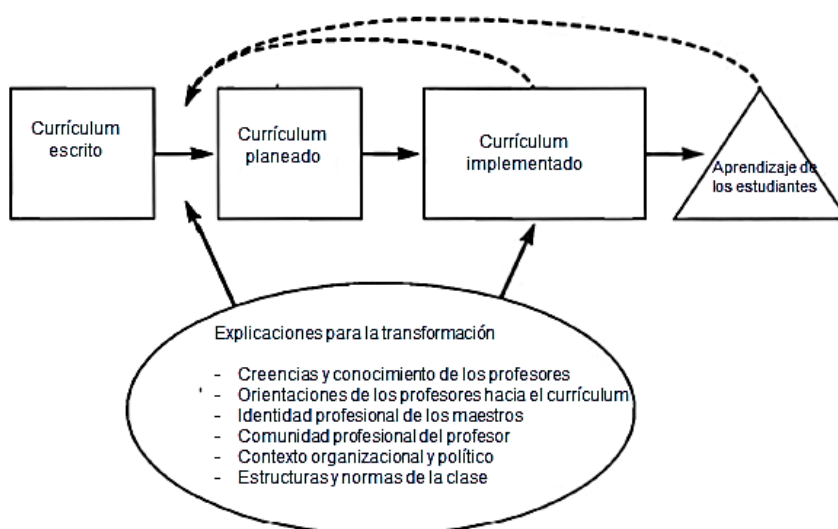
### ■ MARCO REFERENCIAL

La noción de currículum y la adopción de un modelo

La literatura reconoce que el concepto de currículum ha evolucionado. Por ejemplo, en el trabajo de Rico (1998) se advierte que desde la década de los sesenta predominaba un interés particular por el desarrollo de trabajos relacionados con el currículum, estableciéndose así el desarrollo de investigaciones en la matemática educativa y recalándose los estudios longitudinales en trabajos más recientes y como los expuestos en Kilpatrick (1992). De ahí que Investigadores como Burkhardt (2014) coincidan en que el término currículum se utiliza con múltiples significados. Por su parte Hirsch y Reys (2009) utilizan el término currículum para referirse a la construcción teórica que incluye tanto lo que la sociedad valora y espera que se aprenda en un sistema escolar en términos de contenido matemático, así como los materiales utilizados por los profesores para impartir la enseñanza de las matemáticas a los estudiantes.

Para el desarrollo de este estudio se adoptó el modelo propuesto por Stein, Remillard y Smith (2007) el cual está compuesto por cuatro amplias categorías representadas en la Figura 1.

**Figura 1.** Modelo propuesto por Stein, Remillard y Smith (2007, p. 322).



A continuación, se describen las características de este modelo:

- El currículum escrito: Se refiere al plan de estudios, representado a través de los materiales curriculares y todos aquellos recursos didácticos que le sean conferidos por parte del subsistema escolar correspondiente.
- Currículum planeado: Esta componente considera las intenciones del profesor, es decir; las actividades que diseña y planea para llevarlas al aula.
- Currículum implementado: Aquí se contemplan todos los procesos involucrados mientras se desarrollan las actividades en el aula.
- Aprendizaje de los estudiantes: Esta componente tiene que ver con el aprendizaje que logran los estudiantes.

Cabe mencionar que sólo se utilizaron tres de las cuatro componentes del modelo, ya que el estudio está centrado en el profesor del nivel medio superior técnico. Este modelo provee elementos que ningún otro modelo procura, tal es el caso de la segunda componente, la del currículum planeado, ya que recupera las intenciones, ideas y actividades que el profesor construye, así como los recursos que utiliza. Nótese además que existen vínculos entre las componentes que permiten profundizar un poco aspectos relacionados con las transformaciones generadas por el profesor alrededor de la función lineal, tal es el caso de las creencias y conocimiento de los profesores, entre otros.

## ■ MÉTODO

Para desarrollar esta investigación, se recurrió al método de investigación denominado estudio de caso, el cual de acuerdo con Eisenhart (1989) se trata de una estrategia de investigación dirigida a comprender las dinámicas presentes en contextos muy particulares, adoptando distintos métodos para la recopilación de evidencia con el fin de describir, verificar o generar teoría. De acuerdo con Yin (2009) existen distintas fuentes de evidencia para desarrollar los estudios de caso, por ello es que en este estudio se recurrió a la revisión del programa de estudios oficial, la revisión de las planeaciones de los profesores y a la grabación de clases.

Este estudio se desarrolló en cinco etapas considerando el modelo propuesto por Stein et al (2007) para abordar los tres primeros componentes: currículum escrito, currículum planeado y currículum implementado.

- Etapa 1: Revisión de los documentos oficiales, estos incluyen documentos oficiales, guías de apoyo e incluso libros de texto que no necesariamente son considerados como oficiales.
- Etapa 2: Elaboración y aplicación de un instrumento para identificar información general de los tres profesores involucrados en el estudio.
- Etapa 3: Recopilación de los materiales de apoyo que el profesor utiliza para el desarrollo de su curso denominado Pensamiento algebraico y de funciones.
- Etapa 4: Grabaciones de clase cuando los profesores aborden el tema en cuestión durante su curso.
- Etapa 5: Construcción de un marco de análisis y las categorías a utilizar en el análisis de la información.

## ■ RESULTADOS INICIALES

### a) En relación al currículum oficial:

El plan de estudios oficial del curso Pensamiento Algebraico y de Funciones (2009), en dos de las cuatro unidades se presentan elementos de la función lineal. De manera implícita se detectaron cinco representaciones de la función lineal que el profesor podría considerar, una de ellas es la representación verbal, otra lo tabular, lo algebraico, lo gráfico y como ecuación.

### b) En relación al currículum planeado:

En la revisión hecha a las planeaciones de los tres profesores involucrados en el estudio, se encontró que una de las profesoras (Profesora Lulú) propuso dos situaciones en las que aborda contenidos de la función lineal, la primera está relacionada con el rendimiento del combustible de un vehículo en el que involucra el manejo de nociones como plano cartesiano, función, graficación, tabulación y la segunda está referida al recorrido que realiza una atleta de la cual desprende preguntas que genera el despeje de la fórmula de velocidad para calcular distancias, la generación de una tabla de valores, una expresión algebraica además de una representación gráfica. El profesor (lo llamaremos profesor Israel) aun cuando si tiene sus planeaciones, no detalla las actividades a desarrollar, sólo coloca los contenidos propuestos en el programa oficial del curso y la profesora (la llamaremos Iris) no proporcionó sus planeaciones para ser revisadas.

### c) Currículum implementado:

Para analizar el currículum implementado se realizaron 20 videograbaciones en las que los profesores presentaron elementos relacionados con la noción de función lineal y conceptos asociados. Dichas grabaciones se transcribieron en forma de registros de clase. Se detectó que los profesores utilizan varias representaciones de la noción de función y con respecto a la función lineal emergieron las siguientes: relación, correspondencia entre conjuntos, tabla de valores, pares ordenados, gráfica, relación entre variables, fórmula y ecuación. La que no aparece es la de caja negra: modelo de entrada – salida; la cual es requerida por los profesores en el nivel elemental más que en el nivel medio superior, sobre todo cuando se trabaja con actividades relacionadas con números desconocidos. Una de las representaciones que de manera natural es abordada por la profesora Lulú y el profesor Israel *fue la correspondencia entre conjuntos* –la cual no se incluye en el programa oficial del curso; es decir, ellos adicionaron esta representación para introducir el concepto de función e incluso esa representación les permitió distinguir a una función de una *relación*.

En cuanto a los elementos de la función lineal abordados por los profesores en las clases, ellos hicieron alusión al concepto de función, función constante, función lineal, dominio, codominio, rango, pendiente y valor de la ordenada al origen.

El siguiente fragmento ilustra cómo la profesora Lulú introduce el concepto de función lineal.

**Transcripción 1. La profesora Lulú plantea una forma generaliza de la función lineal.**

---

...

258. P: Entonces, es importante que lo tengan bien presente siempre, ¿sale?
259. P: Otra de ellas es la función lineal, las funciones lineales tienen una forma generalizada que puede ser  $y = mx \pm b$ , ¿sí? Esas son las funciones lineales.
260. P:  $m$  nos indica la pendiente  $y$ .
261. P:  $b$  el desplazamiento que va a tener una recta, ¿sí? Porque su gráfica de estas va a ser una línea recta, ¿sale?, bueno.
262. P: Es una función lineal. ¿Cuál puedo contar como una función lineal?
263. P: A pues  $y = 5x$ ,  $y = 8x$ ,  $y = -3x$ ,  $y = 12x + 12$ ,  $y = -5x + 8$ ; todas estas son funciones lineales. ¿Sale?

...

**Transcripción 2. El profesor Israel esboza elementos de la función lineal.**

---

En este otro fragmento se ilustra lo que el profesor Israel les plantea respecto a la función lineal

...

258. Y con base en su investigación, si graficamos una función lineal ¿qué ocurre?
259. Ao: Pasa por el origen.
260. P: Pasa por el origen, ¿qué más?
261. Ao: Es un ángulo de cuarenta y cinco grados.
262. P: Es un ángulo de cuarenta y cinco grados, bueno... en este caso. [Señala a  $y = x$ ]
263. P: Y si yo le pongo que  $y = x + 1$ ... digo que este es, más uno.
264. P: ¿Qué ocurre?
265. Ao: Sube arriba.
266. P: Sube, entonces ya no pasa por el origen... o su origen va a estar ¿en dónde?
267. Ao: En el uno.
268. Aa: En el uno.
269. P: En el uno.
270. P: Va a estar en una posición arriba.
271. P: ¿Y dejaría de ser lineal si no pasa por el cero?
272. Ao: No.
273. Aa: Pero, ¿podría ser una recta?
274. P: Es una recta, muy bien.
275. P: Entonces, se podría decir que la función lineal forma una recta o su comportamiento es una línea recta.
276. P: Ok. En este caso, sabemos que tiene cierta inclinación, ¿qué más podemos rescatar de la tarea?

277. P: A ver, quién hizo... las personas que hicieron la tarea, díganme.  
278. Ao: Tanto  $x$  como  $y$  son proporcionales.  
279. P: Siempre son proporcionales. Ok, se cumple una razón, ahí hay una razón.  
280. P: De acuerdo a... por ejemplo, aquí; en todos los valores de  $y$  siempre van a ser igual a  $x$ .

...

Como se observa en cada fragmento de las transcripciones, ambos profesores plantean elementos distintos en relación a la función lineal. En lo que respecta a la profesora Lulú, la forma de plantear la forma generalizada de la función lineal ( $y = mx \pm b$ ) la cual enfatiza con el manejo de dos signos, el positivo y el negativo, esto sugiere posibles dificultades en la interpretación de  $y = mx + b$ . Sin embargo, les menciona a que se refiere cada componente de la expresión, la cual aborda tanto a la pendiente como la ordenada al origen aunque no las profundiza, al menos no en este fragmento que se presenta.

En el caso del profesor Israel, realiza algunas afirmaciones que generan algunas contradicciones. Tal es el caso de lo establecido en los renglones 277-280, en el que se afirma que si la función pasa por el origen o si pasa fuera del origen tanto las variables  $x$  como  $y$  se mantienen proporcionales. Aquí valdría la pena cuestionar al profesor la interpretación que hace en relación a esta aseveración. Ya que el estudio de las funciones lineales puede hacerse desde lo que establece la Geometría Analítica y el Cálculo y la que proviene desde el Álgebra Lineal.

Cuestiones como estas y otras, han ido emergiendo en el estudio, el cual sigue en proceso y pretende generar una aportación con una mirada distinta a las que se han desarrollado, estudiar a la función lineal desde el currículum y desde el profesor, ya que en el caso de México, hasta hace algunos años; la inserción a la docencia en el nivel medio superior no requería una formación específica, bastaba con tener una carrera universitaria para impartir clases de matemáticas. De ahí que, un ingeniero o un arquitecto podrían dar clases de matemáticas. Tal es el caso de los profesores involucrados en el estudio. Su formación en la docencia ha sido sobre la marcha, conforme a los requerimientos de sus instituciones, sólo una de las profesoras estudió en una escuela normal.

### ■ A MANERA DE CONCLUSIÓN

Los resultados indican la existencia de grupos de investigadores interesados en desarrollar modelos teóricos para estudiar el currículum de matemáticas, le brindan un lugar muy específico al libro de texto como lo señalan Hirsch y Reys (2009); otros los incluyen como parte del currículum oficial como el modelo propuesto por Flanders (1994). Además, se reconoce que el objeto función lineal tiene un papel específico dentro del currículum, que quizá el profesor no necesariamente lo identifique: uno proveniente de la Geometría Analítica y el Cálculo y otro proveniente del Álgebra lineal.

Por otro lado, la formación de los profesores involucrados en el estudio, deja entrever la influencia de su entorno, así como elementos de su formación (en el contenido matemático) y el cómo estas influyen en el tratamiento que dan a la función lineal.

Una hipótesis que se mantiene es que lo que se establece en el currículum oficial, no se desarrolla tal cual en la implementación en el aula de clase, he ahí el papel del docente, sus ideas, sus pensamientos, sus concepciones y el cómo estos influyen en su tratamiento del objeto matemático en cuestión.

## ■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acosta, J. (2011). *La noción de linealidad. Una aproximación epistemológica, didáctica, cognitiva y sociocultural*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, México.
- Birgin, O. (2012). Investigation of Eighth-Grade Students' Understanding of the Slope of the Linear Function. *Boletim de Educação Matemática* 26 (42), 139-162.
- Burkhardt, H. (2014). Curriculum design and systemic change. En Y. Li & G. Lappan (Eds.), *Mathematics curriculum in school education*, (pp. 13-34). Dordrecht: Springer. doi: 10.1007/978-94-007-7560-2
- Chávez, Ó., Grouws, D.A., Tarr, J.E, Ross, D.J., y McNaught, M.D. (2009). Mathematics Curriculum Implementation and Linear Functions in Secondary Mathematics: Results from the Comparing Options in Secondary Mathematics Project. *American Education Research Association, San Diego, CA*. Recuperado de: <http://cosmic.missouri.edu/aera09/ChavezGrouwsTarrRossMcNaught2009.pdf>
- Departamento de Bachillerato Tecnológico (2009). Programa de estudios: Pensamiento algebraico y de funciones. México.
- Díaz, J.L. (2008). El concepto de función. Investigaciones y enseñanza. En E. Rodríguez, S. Sosa, F. Luque, C. Robles y M. Urrea (Eds). *Memorias de la XVIII Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas* 27 (p.p. 35-40). Sonora: Mosaicos Matemáticos.
- Eisenhardt, K. M. (1989). Building theories from case study research. *Academy of Management Review*, 14(4), 532-550.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education* 24(2), 94-116.
- Flanders, J. R. (1994). Textbooks, teachers, and the SIMS test. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(3), 260-278.
- Gilbert, M. (2003). *A professional development experience: An analysis of video case-based studies for secondary math teachers in linear functions*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Washington
- Hirsch, C. y Reys, B. (2009). Mathematics curriculum: A vehicle for school improvement. *ZDM*, 41(6), 749-761. doi: 10.1007/s11858-009-0218-0
- Hitt F. (2002). *Funciones en contexto*. México: Pearson Educación (Prentice Hall).



- Kilpatrick, J. (1992). The history of research on mathematics education. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 3-38). New York: Macmillan.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O. y Stein, M. M. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Lloyd, G. W. y Wilson, M. (1998). Supporting innovation: the impact of a teacher's conceptions of functions on his implementation of a reform curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education* 29 (3), 248-274.
- Rico, L. (1998). Concepto de currículum desde la educación matemática. *Revista de Estudios Curriculares*, 1(4), 7-42.
- Stein, M. K., Remillard, J., y Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 319-370). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research. Design and methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.