

## DISEÑO DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA HOMOTECIA MEDIANTE LA METODOLOGÍA DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO

**Yosenith González Flores, Ignacio Arias Gómez, Miguel Picado Alfaro, Gabriela Valverde Soto.**

Universidad Nacional de Costa Rica (Costa Rica)

yflowers3@hotmail.com, arias.i.30@gmail.com, miquelpicado@hotmail.com, gaby\_valverde@yahoo.com

**Palabras clave:** análisis didáctico, enseñanza, homotecia, unidad didáctica.

**Key words:** didactic analysis, teaching, Homothetic transformation, didactic unit.

**RESUMEN:** se presenta el planteamiento de una investigación que pretende fundamentar y elaborar una unidad didáctica para la enseñanza del concepto de homotecia en octavo grado de la Educación General Básica en Costa Rica (estudiantes de 14 años). Esto para atender las demandas curriculares de la reforma educativa establecida por el Ministerio de Educación Pública en el 2012 y proponer a los profesores de matemática una herramienta didáctica para la enseñanza de este concepto. Desde los principios del análisis didáctico, se plantean realizar los estudios conceptual, de contenido, cognitivo y de instrucción que fundamenten la selección y secuenciación de las tareas que se propongan, y, complementariamente, diseñar instrumentos de evaluación.

**ABSTRACT:** It is presented the approach of an investigation for providing fundamentals that justify the elaborating of a didactic unit for teaching of the concept of Homothetic transformation in the eighth grade of the Secondary Education in Costa Rica (14 years old students). This didactic unit has the purpose of embracing the curricular demands of the educational reform established by the Ministry of Public Education in 2012, as well as proposing a tool for mathematics teachers to teach this concept. Based on the principles of the didactic analysis, the study will consider: the conceptual analysis, the content analysis, and the cognitive analysis in order to justify the selection and the sequence of the tasks; additionally, it is pretended the design of evaluation instruments.

## ■ INTRODUCCIÓN

La Educación General Básica (EGB) en Costa Rica comprende tres ciclos. El primero y el segundo ciclo corresponden a la educación primaria (edades entre 6-12 años), el tercer ciclo corresponde a los primeros tres años en la educación secundaria, séptimo, octavo y noveno (edades entre 12-15 años). En el año 2012 se aprobó un nuevo Programa de Estudio en Matemática (PEM) que modificó las estrategias metodológicas, dando un mayor énfasis a la resolución de problemas como metodología de enseñanza, y contempla nuevos contenidos matemáticos, uno de estos es el concepto de homotecia en octavo año. Con la incorporación de este contenido, el docente debe ser capaz de desarrollar un planeamiento didáctico con las estrategias pertinentes para su enseñanza, y promover el aprendizaje en los estudiantes.

En este marco, el Consejo Nacional de Rectores (CONARE) (2012) afirma que “el ejercicio profesional requiere de una constante actualización y paralelamente van surgiendo nuevas necesidades de formación que de manera conjunta complementen y perfeccionen los conocimientos adquiridos en la carrera” (p. 38). Estos indicadores conducen a una iniciativa de investigación: elaborar una unidad didáctica fundamentada, mediante el estudio detallado del concepto, el análisis de los requerimientos cognitivos del estudiante para el diseño, selección y elaboración de tareas matemáticas e instrumentos de evaluación, que contribuyan al logro de las expectativas de aprendizaje establecidas para el estudio de la homotecia en octavo grado.

En este sentido, “la planificación de una unidad didáctica o de una hora de clase se debe fundamentar en la exploración y estructuración de los diversos significados de la estructura matemática objeto de esa planificación” (Gómez, 2005, p.8). Este autor plantea el análisis didáctico como una manera de elaborar una unidad didáctica fundamentada.

Cabe destacar que el enfoque teórico y metodológico sobre el análisis didáctico considerado para la investigación radica en las propuestas de Rico, Lupiáñez y Molina (2013), del Grupo de Investigación Pensamiento Numérico del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada en España.

Bajo las consideraciones planteadas, el objetivo general de la investigación consiste en elaborar la unidad didáctica centrada en el concepto de homotecia, implementando las herramientas del análisis didáctico: análisis conceptual, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y de evaluación. Destacamos que el producto de la investigación será la unidad didáctica, misma que constituirá un aporte a los docentes de educación secundaria; sin embargo, es preciso destacar que los principios y procedimientos de este marco referencial permiten el desarrollo de un proceso de investigación riguroso.

## ■ ANTECEDENTES

La revisión preliminar del concepto de homotecia en diversas fuentes de investigación, permite organizar los estudios realizados sobre este concepto, según el campo de estudio, en tres categorías: investigaciones centradas en la matemática formal, en la matemática aplicada y en didáctica de la matemática.

Entre los autores que destacan el concepto de homotecia en el área de la matemática formal están Barreto (2010), que utiliza el concepto de homotecia para abordar extensiones del teorema de pitágoras, y Picard (2004), que enfoca su trabajo en las transformaciones geométricas en el plano.

En el campo de la matemática aplicada destacan estudios en diversos campos. Rakovic, Kouvaritakis, Findeisen y Cannon (2012) utilizan el concepto de homotecia en la industria de procesos. Bokov, Mauroy, Mahut, Declaux y Flaud (2014), Bokov et al. (2010) y Antonio (2015), hacen uso de la homotecia en el área de la medicina, y Habib, Azagouze, El Azhari, Benkhaldoun y Lazrek (2010) trabajan la homotecia en el contexto de la astronomía.

En la Didáctica de la Matemática, sobresale la investigación de Ortiz y Ángulo (2010), quienes abordan el concepto de homotecia para su enseñanza y aprendizaje. Se destaca que de la búsqueda de fuentes realizada solo se localizó este estudio.

La revisión de estudios previos hace posible la detección de insumos fundamentales para el desarrollo de las distintas facetas del análisis didáctico. Por ejemplo, permite detectar aplicaciones del concepto en diversas situaciones del contexto, aspecto básico para describir la fenomenología vinculada a la noción de homotecia.

En las últimas décadas, el análisis didáctico ha sido abordado y conceptualizado desde distintas perspectivas. La revisión bibliográfica muestra tendencias de su uso como sustento teórico para estudiar planes de formación de profesores de matemática; como metodología de investigación sobre conceptos matemáticos; y como marco de referencia para analizar currículos de matemática (Font, Planas y Godino, 2010; Rico y Fernández-Cano, 2013; Lupiáñez, 2013; Gómez y González, 2013).

### ■ POSICIONAMIENTO CONCEPTUAL

El estudio pretende realizar una unidad didáctica centrada en el concepto de homotecia mediante la técnica del análisis didáctico y la metodología de resolución de problemas.

En cuanto a la unidad didáctica, Ortiz, Iglesias y Paredes (2003), la definen como “una unidad básica de programación docente que debe dar cuenta de ciertos aspectos: contexto de actuación, fundamentación teórica, objetivos de aprendizaje, contenidos matemáticos a ser estudiados, estrategias didácticas, materiales y recursos didácticos y estrategias de evaluación de los aprendizajes” (pp. 295-296). Para efectos de este estudio se adopta esta definición como marco de referencia.

El concepto de homotecia se aborda desde la definición propuesta por Ortiz y Ángulo (2010). La homotecia es “la transformación que hace corresponder a un punto  $A$  otro  $A'$ , alineado con  $A$  y  $O$ , tal que:  $OA' = kOA$ . Si  $k > 0$  se llama homotecia directa y si  $k < 0$  se llama homotecia inversa”, donde  $O$  es el centro de la homotecia y  $k$  la razón de homotecia” (p. 697). Este planteamiento conceptual se adecua a los lineamientos conceptuales establecidos por el Ministerio de Educación Pública (MEP, 2012) para la enseñanza del concepto en la Educación General Básica en Costa Rica.

El análisis didáctico ha constituido un marco de referencia para múltiples investigaciones en Educación Matemática (Gómez, 2007, Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2008; Picado, 2012; Rico y Fernández-Cano, 2013; Valverde, 2012). Como referente teórico, se entiende como un marco que

conceptualiza y operacionaliza el “procedimiento con el que es posible explorar, profundizar y trabajar con los diferentes y múltiples significados del contenido matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje” (Gómez, 2005, p. 3). Particularmente, se destaca su utilidad como técnica para elaborar unidades didácticas; el análisis didáctico permite un análisis acertado y ordenado de los significados asociados a los contenidos matemáticos y pedagógicos implicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El análisis didáctico es un proceso cíclico que consta de cinco análisis parciales pero interconectados que son: análisis conceptual, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de evaluación (Rico y Fernández-Cano, 2013). Según estos autores, el análisis conceptual:

Examina cuidadosamente la diversidad de significados, las posibilidades de conexión entre los términos y los niveles subjetivos (creencias), intersubjetivos (concepciones) y objetivos (conceptos) de cada campo conceptual. Contextualiza la definición dentro del área en que se inserta. Usa ejemplos y contraejemplos, en vez de la definición explícita (p. 8).

El análisis conceptual estudia la etimología del concepto, los diferentes significados y la relación entre ellos, así como su evolución histórica.

Por su lado, Ruiz-Hidalgo y Fernández-Plaza (2013) señalan que el análisis de contenido describe “la estructura matemática desde la perspectiva de su enseñanza y aprendizaje en el aula, mediante el procedimiento, diseño, desarrollo y evaluación de los significados de los conceptos y procedimientos relevantes a su planificación” (p. 232). Posee tres organizadores: la estructura conceptual, que hace referencia a los conceptos vinculados al concepto en estudio, así como los procedimientos asociados a estos y sus posibles relaciones; las representaciones, que corresponden a diversas maneras en que se puede presentar un concepto matemático (verbal, gráfica, simbólica, tabular, etc.); y la fenomenología, que aborda los contextos y las situaciones donde se muestra la utilidad del concepto o contenido matemático.

El análisis cognitivo enfoca la problemática del aprendizaje de un contenido matemático particular en estudio. Este análisis parcial tiene tres organizadores: (a) las expectativas de aprendizaje, que refieren a las competencias, los objetivos específicos y las capacidades que se esperan lograr en los estudiantes; (b) las limitaciones, que alude aspectos que interfieren en el aprendizaje de los escolares (errores y dificultades); y (c) las oportunidades de aprendizaje que consideran las tareas como las herramientas principales para proporcionar a los estudiantes opciones para mejorar la comprensión y aprendizaje, mediante la demanda de un esfuerzo cognitivo en ellos. El cuarto análisis parcial, el análisis de instrucción, involucra “el diseño, selección y secuenciación de las tareas que conforman la unidad didáctica que se está planificando” (Lupiáñez, 2013, p. 98). Además, comprende la secuencia de las tareas, la selección de los recursos y materiales más apropiados para la enseñanza y el aprendizaje del concepto.

Finalmente, el análisis de evaluación, permite “valorar la medida en la que el alumno va alcanzando los objetivos y desarrollando las competencias (...) en la que se valora el uso de herramientas de sesiones previas” (Ruiz-Hidalgo y Fernández-Plaza, 2013, p. 248).

La metodología de mediación pedagógica que se considerará en la unidad didáctica es la resolución de problemas, considerada por el MEP (2012) para la enseñanza de las matemáticas.

Desde este posicionamiento, para las lecciones de matemática se proponen cuatro momentos: (a) propuesta de un problema, (b) trabajo estudiantil independiente, (c) discusión interactiva y comunicativa, y (d) clausura o cierre.

Además se propone como estrategia didáctica la resolución de problemas enfatizando que el estudiante asuma “un compromiso con la construcción de sus aprendizajes, y (...) que haya una acción docente crucial para generar aprendizajes” (MEP, 2012, p. 10). Los problemas deben de ser de interés para los estudiantes, motivarlos, y estar debidamente contextualizados.

### ■ DISEÑO METODOLÓGICO

El estudio se enmarca dentro de las investigaciones cualitativo-descriptivas. Siguiendo a Hernández, Fernández y Baptista (2010), la investigación cualitativa “se enfoca a comprender y profundizar [en] los fenómenos” (p. 364), como el estudio del concepto de homotecia en la enseñanza de las matemáticas en educación secundaria. El análisis global del objeto de estudio (la enseñanza de la homotecia), a través del diseño y elaboración de una unidad didáctica, refleja el carácter holístico de una investigación cualitativa. Asimismo, tiene un carácter flexible ya que los análisis parciales enriquecen la secuencia de análisis mediante la reflexión y variación de las actividades realizadas. Esto evidencia un carácter cíclico de la propuesta, otra característica de las investigaciones cualitativas (Briones, 1998; Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

Considerando el alcance del estudio, este es descriptivo. Siguiendo a Cohen y Manion (2002), se “observan a individuos, grupos, instituciones, métodos y materiales con el fin describir, comparar, contrastar, clasificar, analizar e interpretar las entidades y los acontecimientos que constituyen sus diversos campos de investigación” (p. 101). Durante el desarrollo de cada uno de los análisis parciales se realizarán comparaciones, clasificaciones e interpretaciones de la información recolectada.

El estudio se llevará a cabo a partir de la selección y revisión de fuentes de información documental (textos didácticos, matemáticos y de investigación), que se apoyará con el aporte de sujetos informantes vinculados a la enseñanza del concepto de homotecia. Una vez seleccionadas las fuentes, se diseñarán y aplicarán instrumentos para la revisión de literatura y la entrevista a los informantes. Estos instrumentos se elaborarán a partir de los principios del análisis didáctico.

### Fuentes y técnicas de recolección de la información

Las fuentes de información documentales (primarias y secundarias) que se considerarán para el estudio son textos de matemática formal, textos sobre historia de la matemática, diccionarios de filosofía y matemáticas, libros de texto de matemáticas para educación secundaria y reportes de investigaciones. Por su parte, también se considerarán profesores de matemática (universitarios y de enseñanza media). Las fuentes documentales permitirán describir el concepto de homotecia desde una perspectiva teórica; los sujetos informantes proporcionarán un acercamiento a la práctica educativa, en cuanto al aprendizaje y enseñanza de este concepto.

Para la recogida de datos se procederá mediante dos técnicas principales, la revisión bibliográfica y la entrevista semiestructurada. La primera permite “la localización y recuperación de información relevante para un usuario que quiere dar respuesta a cualquier duda relacionada con su práctica,

ya sea ésta clínica, docente investigadora o de gestión” (Gálvez, 2002, p. 25). La segunda permite recolectar información a través de una conversación, donde se permite realizar preguntas no contempladas en un instrumento previo (Hernández, Fernández, y Baptista, 2010).

### **Técnica de análisis de la información**

Como se ha indicado en el marco teórico, el estudio se desarrollará desde las categorías del análisis didáctico como técnica de análisis. A continuación se particularizan y se detallan los procedimientos para llevar a cabo cada uno de los análisis parciales que lo conforman en el estudio propuesto.

Metodológicamente, el análisis conceptual se apoya en las concepciones establecidas en la fundamentación teórica. Se llevará a cabo mediante la revisión de las fuentes documentales para determinar la etimología del concepto de homotecia y establecer la diversidad de significados otorgados al concepto. Esto se acompañará de una descripción histórica del concepto.

Para el análisis de contenido se construirá la estructura conceptual que encierra el concepto de homotecia a partir de las fuentes documentales. Se definirá una lista de conceptos afines al concepto de homotecia y los procedimientos matemáticos vinculados a este. También, se establecerán relaciones conceptuales entre estos conceptos matemáticos. El estudio de los sistemas de representación que muestran (hacen evidente o ilustran) el concepto de homotecia, se realizará a partir de la selección de estas representaciones del concepto de homotecia en los documentos analizados. Una vez identificadas se clasificarán según sus características. Finalmente, sobre la fenomenología, se establecerán los contextos y situaciones en las que el concepto de homotecia es funcional. La información obtenida de este análisis se sintetizará mediante un mapa conceptual que evidencie las relaciones entre estos tres organizadores.

El análisis cognitivo permitirá la identificación de expectativas de aprendizaje mediante una lista de habilidades y objetivos específicos sobre el concepto de homotecia. Esto se llevará a cabo a través de la revisión del programa de estudios de matemática del MEP (2012) y la información que se obtenga de las entrevistas a los profesores para determinar la competencia matemática que fomentan en los estudiantes al estudiar el concepto. Para reconocer limitaciones, se establecerán errores en que incurren los estudiantes al estudiar el concepto de homotecia, información que se obtendrá de los docentes de secundaria y de las investigaciones previas que serán revisadas. Con base en lo anterior y los análisis precedentes, se propondrán tareas que fomenten las competencias que se hayan establecido.

Una vez planteadas las tareas, se harán modificaciones que impliquen un mayor o menor esfuerzo cognitivo para su resolución o su adecuación a un contexto específico. Se establecerán propuestas sobre la secuencia de tareas elaboradas tomando en cuenta los errores y las expectativas de aprendizaje del concepto de homotecia. Establecida esta secuencia (o secuencias), se identificarán los recursos y materiales más oportunos para enseñar este concepto a partir de las tareas. Este proceso constituye el análisis de instrucción del estudio.

Finalmente, como componente del análisis de evaluación, se diseñarán instrumentos para evaluar el aprendizaje del concepto de homotecia en los estudiantes. Esto consiste en elaborar

instrumentos como rúbricas de evaluación y cuestionarios para obtener información de tipo cognitiva, diarios del profesor y diarios del estudiante.

### Validez de la investigación

En esta etapa de planteamiento de la investigación, se propone el uso de la triangulación para asegurar la validez de los resultados que surjan del análisis de la información, dado que permite comparar e interpretar la información proveniente de las distintas fuentes, por ejemplo la información expuesta en la teoría con aquella obtenida en las entrevistas a docentes en servicio. Por otra parte, para validar la unidad didáctica se recurrirá al juicio de expertos: docentes en ejercicio con conocimiento del concepto de homotecia e investigadores en el área de la Didáctica de la Matemática, familiarizados con la técnica de análisis.

### ■ CONCLUSIONES PRELIMINARES

Con el planteamiento de este estudio se busca elaborar un insumo teórico y práctico para que los docentes de matemática de secundaria, en ejercicio, enseñen el concepto de homotecia y a su vez cuenten con un diseño para la planificación de la enseñanza de otros contenidos matemáticos. Se pretende que sea una guía para aquellos investigadores que inicien a trabajar con la metodología del análisis didáctico estudiando en detalle diversos contenidos matemáticos.

### ■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Antonio, M. (2015). Fluid flow in a porous tree-shaped network: Optimal design and extension of Hess-Murray's law. *Physica A: Statistical Mechanics and its applications*, 423, 61-71. doi:10.1016/j.physa.2014.12.025
- Barreto, L. (2010). Homotecias y su aplicación en la extensión del Teorema de Pitágoras en Didáctica del Análisis Matemático. *Unión*, 23, 71-91.
- Bokov, P., Mauroy, B., Bruno Mahut, B., Delclaux, C. y Patrice Flaud, P. (2014). Homothety ratio of airway diameters and site of airway resistance in healthy and COPD subjects. *Respiratory Physiology & Neurobiology*, 191, 38-43.
- Bokov, P., Mauroy, B., Revel, M., Brun, P., Peiffer, C., Dniel, C., ... Delclaux, C. (2010). Lumen areas and homothety factor influence airway resistance in COPD. *Respiratory Physiology & Neurobiology*, 1-10
- Briones G. (1998). *La investigación social y educativa* (3ª edición). Bogotá, Colombia: TM Editores.
- Cohen, L. y Manion, L. (2002). *Métodos de investigación educativa* (2ª edición). Madrid, España: La Muralla, S.A.
- CONARE. (2012). Seguimiento de la condición laboral de las personas graduadas 2000-2007 de las universidades costarricenses. *Consejo Nacional de Rectores*. doi: 978-9977-77-044-4
- Font, V., Planas, N. y Godino, J. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33 (1), 89-105.

- Gálvez, A. (2002). Revisión bibliográfica: usos y utilidades. *Matronas profesión*, (10). Recuperado de <http://www.enfermeriaypodologia.com/wp-content/uploads/2012/06/Rev-bibliografica-Matronas.pdf>
- Gómez, P. (2005). *El Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/394/1/GomezP05-2797.PDF>
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada.
- Gómez, P. y González, M. (2013). Diseño de planes de formación de profesores de matemáticas basados en el análisis didáctico. En L. Rico., J. Lupiáñez. y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. (pp.121-139). Granada, España: Comares, S.L.
- Habib, A., Azagrouze, O., El Azhari, Y., Benkhaldoun, Z. y Lazrek, M. (2010). Circular aperture interferometric apodization using homothety. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, (406), 2743-2748. doi: 10.1111/j.1365-2966.2010.16873.x
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación* (5ª edición). D.F., México: McGraw-Hill.
- Lupiáñez, J. (2013). Análisis didáctico: la planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico., J. Lupiáñez. y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp.81-101). Granada, España: Comares, S.L
- Ministerio de Educación Pública (MEP) (2012). *Programas de Estudio en Matemáticas*. Recuperado de <http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Ortiz, J. y Angulo, J. (2010). *La Homotecia, un tema casi olvidado en la enseñanza de la educación matemática en Buenaventura: una propuesta desde el punto de vista algebraico*. Recuperado de: [http://funes.uniandes.edu.co/1176/1/692\\_La\\_Homotecia\\_Asocolme2010.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1176/1/692_La_Homotecia_Asocolme2010.pdf)
- Ortiz, J., Iglesias, M. y Paredes, Z. (2013). El Análisis didáctico y el diseño de actividades didácticas en matemáticas. En L. Rico., J. Lupiáñez. y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. (pp.293-308). Granada, España: Comares, S.L.
- Picado, M. (2012). *El Sistema Métrico Decimal en libros de texto de matemáticas en España durante la segunda mitad del siglo XIX (1849-1892)*. (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Granada, España.
- Picard, D. (2004). Plane transformations in a complex setting I: Homotheties-translations. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 37, 726-734.
- Raković, S., Kouvaritakis, B., Findeisen, R. y Cannon, M. (2012). Homothetic tube model predictive control. *Automatica*, 48, 1631-1638. doi:10.1016/j.automatica.2012.05.003

- Rico y Fernández-Cano. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico., J. Lupiáñez. y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp.1-22). Granada, España: Comares, S.L.
- Rico, L., Lupiáñez, J., y Molina, M. (2013). *Análisis Didáctico en Educación Matemáticas, Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares S.L.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L., y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma*, 58. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/58/007-023.pdf>
- Ruiz-Hidalgo, J. y Fernández-Plaza, J. (2013). Planificación de unidades didácticas en enseñanza secundaria mediante el uso del Análisis didáctico. En L. Rico., J. Lupiáñez. y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp.231-253). Granada, España: Comares, S.L.
- Valverde, G. (2012). *Competencias matemáticas promovidas desde la razón y la proporcionalidad en la formación inicial de maestros de educación primaria*. (Tesis doctoral), Universidad de Granada, España.