

## UNA CARACTERIZACIÓN DE ACTITUDES HACIA LO PROPORCIONAL DESDE UNA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

**María S. García González, Rosa María Farfán Márquez**

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (México)

mgargonza@gmail.com, rfarfan@cinvestav.mx

**Palabras clave:** actitudes, socioepistemología, proporcionalidad

**Key words:** attitudes, socioepistemology, proportionality

**RESUMEN:** El objetivo de investigación planteado es caracterizar las actitudes hacia las matemáticas desde la perspectiva Socioepistemológica. Esto supuso la consideración de un objeto de actitud particular, un saber matemático: la proporcionalidad. Para provocar las actitudes y estudiarlas, se diseñaron situaciones de aprendizaje basadas en las tareas de mezcla, escala, razón y proporción. El trabajo experimental se llevó a cabo con un grupo de estudiantes mexicanos de último grado de Educación Secundaria (12-13 años).

Este reporte da cuenta de las tareas de mezcla. Como resultado del análisis encontramos que la actitud hacia las tareas de mezcla se caracteriza por las emociones desencadenadas al resolver la situación de aprendizaje, la visión de ésta y la autoeficacia del estudiante.

**ABSTRACT:** The aim of this research is to characterize the attitudes towards mathematics from the Socioepistemological perspective. This involved the consideration of a particular object attitude, the proportionality. To provoke attitudes and to study them, we designed learning situations based in mixture tasks, scale tasks and ratio and proportion tasks. The experimental work was conducted with a group of Mexican students of last grade of Secondary Education (12-13 years). This report realizes mixture tasks. As a result of the analysis, we found that the attitude toward mixture tasks is characterized by emotions triggered by solving the learning situation, the vision of this student and the self-efficacy.

## ■ INTRODUCCIÓN

Con el paso de los años, la investigación sobre actitudes hacia las matemáticas ha crecido y se le ha relacionado con otros constructos como las creencias y las emociones. Ha sido estudiado desde los niveles escolares básicos hasta los superiores, teniendo como población de estudio estudiantes y profesores (García y Farfán, 2014).

Entre los resultados más relevantes se pueden mencionar que éstas juegan un papel relevante en el aprendizaje de las matemáticas (Di Martino & Zan, 2009; Gómez-Chacón, 2010; Hannula, 2002; McLeod, 1992). También se ha hablado de una correlación entre la actitud y el rendimiento, sin embargo ésta ha sido cuestionada, por ejemplo Ma y Kishor (1997), muestran que la correlación entre la actitud y el rendimiento es estadísticamente no significativa, y los resultados obtenidos en diferentes estudios a menudo no son comparables e incluso contradictorios. Reconociendo que la actitud influye en el aprendizaje de las matemáticas nos hemos propuesto estudiarlas.

La investigación en curso se realiza desde la perspectiva Socioepistemológica, esto supuso una elección metodológica en la investigación: situar un saber matemático como objeto de actitud y no la matemática per se, de esta manera el objetivo de la investigación es caracterizar las actitudes de estudiantes hacia lo proporcional. Enfocarnos en este saber obedeció a que consideramos que su particularidad nos ayudaría a explicar más concretamente los factores que desencadenan la actitud. La elección de este saber es debida a que se aborda en los tres años de educación Secundaria en México, además de la complejidad y dificultad de los estudiantes para apropiarse de este saber (Reyes, Montiel y Cantoral, 2014). La pregunta de investigación que guía el trabajo de investigación es: ¿Qué actitudes se manifiestan hacia lo proporcional?

## ■ MARCO TEÓRICO

### La Socioepistemología

La Teoría Socioepistemológica tiene como objetivo estudiar la construcción de conocimiento matemático situado, es decir, aquel que atiende a las circunstancias y a escenarios socioculturales particulares. Por lo que el conocimiento matemático se asume como el fruto de las interacciones entre epistemología y factores sociales (Cantoral, 2002).

Además de acuerdo con Cantoral (2013) factores como la motivación, la afectividad, la imaginación, la comunicación, los aspectos lingüísticos o culturales desempeñan un papel fundamental en la conformación de las matemáticas entre los estudiantes. Debido a estas premisas teóricas nos propusimos el estudio de la actitud tomando como fundamentos los principios de la teoría Socioepistemológica.

De acuerdo a la literatura especializada un pensador proporcional no puede ser identificado como alguien que puede resolver mecánicamente una proporción, ya que el uso de algoritmos como la multiplicación cruzada, o los métodos aditivos, indican que no todas las personas que resuelven correctamente un problema que involucran proporciones necesariamente utilizan el razonamiento proporcional (Modestous & Gagatsis, 2010). Por el contrario, es la capacidad de decidir si un problema se resuelve mediante la aplicación de proporción directa, proporción inversa, el razonamiento aditivo, o cualquier otra relación numérica lo que es esencial para el razonamiento proporcional.

Por nuestra parte llamaremos *lo proporcional* a la capacidad de decidir la estrategia óptima al enfrentarse a un problema de proporcionalidad, dicha estrategia es el reconocimiento de la relación multiplicativa. Reconocemos que lo proporcional incluye aspectos culturales, históricos, institucionales y afectivos.

Las herramientas para estudiar la actitud

Para estudiar las actitudes hacia la proporcionalidad se diseñaron Situaciones de Aprendizaje (SA). Una situación de aprendizaje Socioepistemológica es “aquella situación problemática que nos permite favorecer el desarrollo del proceso de aprendizaje” (Cabrera, 2009 p. 59). De acuerdo con este autor, la característica más importante de las SA es que éstas no deben comunicar al estudiante el conocimiento del cual se espera se apropie, y deben de tomarse en cuenta los antecedentes escolares con los que se espera que el estudiante haga frente a la SA.

Las SA privilegian la diversidad de las argumentaciones y se considera a la matemática como la herramienta que ayuda a la toma de decisiones. Las respuestas y argumentaciones del estudiante se consideran válidas por el principio de la racionalidad contextualizada, éstas depende de su interpretación, el relativismo epistemológico y el fomento de una resignificación de los conocimientos previos de los estudiantes. Para el diseño de las SA se consideraron los resultados de la problematización de la proporcionalidad (Reyes, 2011; 2013 a; 2013 b), algunos resultados puntuales de las investigaciones del objeto de actitud y diferentes marcos de referencia de la proporcionalidad. En total se diseñaron 7 SA y 3 se retomaron de la literatura existente, 4 de ellas de tareas de mezcla, 3 de escalas y 3 de razones y proporciones. En este escrito se da cuenta de las tareas de mezcla, ejemplificando con una SA particular.

El estudio de la Actitud desde la Perspectiva Socioepistemológica

Desde nuestra perspectiva teórica, un individuo aprende matemáticas cuando es capaz de poner en uso los conocimientos matemáticos adquiridos, esto es, los conocimientos para ser construidos activamente por el sujeto, individual o colectivamente, requieren del uso, que da sentido al conocimiento, y de herramientas y argumentos, que tipifican al usuario y a las situaciones de aprendizaje, escolares o no, pero ligadas a la vida real donde se pongan en uso dicho conocimiento (Cantoral, 2013). En esta postura sobre la construcción de conocimiento matemático en lugar de una adquisición, no podemos negar la naturaleza humana del individuo y colectivo, constituida de una gran carga afectiva, en particular direccionamos el estudio hacia un constructo particular del afecto: las actitudes.

La revisión de los estudios sobre el constructo actitud en Matemática Educativa (García y Farfán, 2014) nos permitió concluir tres cosas: 1) Las "matemáticas" a las que estos estudios se refieren son las enseñadas en ciertos niveles académicos, a veces divididas en ramas de las matemáticas (Aritmética, Álgebra, Estadística); desde este punto de vista, se ha observado que las actitudes de los estudiantes varían en función de la rama matemática específica. 2) La tendencia a considerar las actitudes como una medida de gusto o disgusto hacia las matemáticas prevalece. 3) La actitud se estudia a través de metodologías cuantitativas (escalas, cuestionarios), metodologías cualitativas (por ejemplo, biografías, entrevistas narrativas) o una mezcla de ambas.

Respecto a 1, consideramos que los saberes matemáticos escolares tienen naturalezas diferentes y por tanto pueden ser más o menos proclives a generar actitudes, por ello al pretender hacer una

caracterización de actitudes hacia las matemáticas tendría que considerarse que la matemática contempla diferentes saberes, por esta razón decidimos tomar como objeto de actitud a la proporcionalidad y en torno a ella caracterizar las actitudes de los estudiantes. Respecto a 2, consideramos que la actitud no es una medida centrada en dos polos, gusto (positivo) y disgusto (negativo), por ello la hemos definido como la *valoración que hace el estudiante de la actividad matemática (objeto de actitud) resuelta y que se manifiesta por una predisposición hacia ella*.

Previmos que la valoración que realice el estudiante esté influenciada por lo que conoce del saber matemático en cuestión y lo que ha sentido en determinados momentos similares en la clase de matemáticas, es decir creencias y emociones estarán presentes en sus valoraciones.

### Participantes y Contexto

Para conocer las actitudes de los estudiantes se desarrolló un taller denominado “Trabajando con situaciones de aprendizaje” al que asistieron 20 estudiantes (10 mujeres y 10 hombres.) de una escuela secundaria del Distrito Federal, en México. El taller realizado en las instalaciones del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, tuvo una duración de 10 sesiones de 1.5 horas, en cada sesión se trabajaron las Situaciones de Aprendizaje diseñadas, las sesiones fueron filmadas previo consentimiento de los estudiantes y sus padres de familia. Esto con el fin de observar sus reacciones en el trabajo con las situaciones.

Aunado a lo anterior, se les entrevistó individualmente con el fin de cuestionarlos acerca del trabajo con la situación de aprendizaje, y algunos aspectos de tipo académico, como su vida en la escuela; familiares, como la relación que tienen con sus padres; personales, como su vida fuera de la escuela. Esto último para triangular información sobre la observación realizada de la Situación de aprendizaje.

### La Situación de Aprendizaje en Tareas de mezcla

Esta SA tenía como intención que los estudiantes trabajaran con dos formas de representación importantes en el razonamiento proporcional, 1) la razón (2 litros de jarabe de jamaica para 3 litros de agua) y 2) la fracción ( $\frac{1}{4}$  de litro de jarabe de jamaica). Y es que de acuerdo a la literatura, cuando el razonamiento proporcional se basa en el reconocimiento de las relaciones (razón), el lenguaje razón parece tener vínculos transparentes entre la representación y el razonamiento. Por otra parte, las fracciones son los primeros números racionales que la mayoría de los estudiantes encuentra, a decir de Howe, Nunes y Bryant (2011) tienen la ventaja de la familiaridad.


Enseguida presentamos a manera de ejemplo uno de los problemas planteados en la SA de mezcla, ésta fue resuelta en parejas.

**Figura 1.** Situación de Aprendizaje “Una fiesta Familiar”. Diseño propio.

**Una fiesta familiar**

**Instrucciones:** Reunidos en pareja discutan con respeto y tolerancia los argumentos de cada uno y den repuesta a las preguntas planteadas.

**La situación:** César y Tere se propusieron ayudar en los preparativos de la fiesta anual familiar. Ana su hermana mayor les dijo que podrían preparar el agua de sabor mientras ella va a comprar los vasos desechables. Ana les dejó 10 litros de jarabe de jamaica endulzado a los cuales solo tendrán que agregar agua natural para preparar el agua de jamaica. Ana les pidió que no desperdiciaran el jarabe y que la mezcla que prepararan no perdiera el sabor a jamaica.



Tere dice que como en total son 20 familiares, incluyéndose ellos, 20 litros de agua de jamaica alcanzarán entonces solo hay que agregar otros 10 litros de agua natural y el agua de jamaica estará lista.

César no está de acuerdo con la decisión de Tere, él cree que deben de buscar otras opciones. Discutiendo un rato llegaron a proponer dos maneras de preparar el agua de jamaica.

Propuesta de Tere	
Jarabe de jamaica	2 litros
Agua natural	3 litros

Propuesta de César	
Jarabe de jamaica	3 litros
Agua natural	5 litros

**Para analizar**

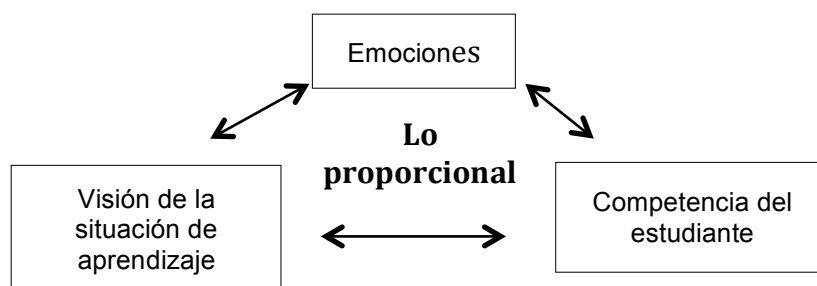
- 1.- ¿Están de acuerdo con que agregar 10 litros de agua como lo propone Tere es suficiente?, ¿Por qué creen que César no estuvo de acuerdo?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
2. Observen las propuestas que al final dan Tere y César y decidan cuál es la mejor, recordando lo que Ana les ha pedido. ¿Cuál de las dos propuestas es mejor para preparar el agua de Jamaica? Justifiquen su respuesta.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 3.- Si son 20 familiares los que asisten a la fiesta ¿Cuánta agua bastará preparar? ¿Por qué?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 4.- Si tuvieran que preparar ustedes la cantidad de agua que anotaron en la pregunta 3, que tendrían que hacer con la propuesta que han elegido en la pregunta 2, para preparar esa cantidad de agua.

## ■ ANÁLISIS DE DATOS

Al revisar antecedentes sobre estudios de actitud en Matemática Educativa, encontramos una investigación que caracteriza a la actitud hacia las matemáticas, particularizando en la actitud negativa (Di Martino y Zan, 2009; 2011). Esta caracterización usa el método de la Teoría Fundamentada para analizar las narraciones de estudiantes de educación básica y bachillerato en Italia sobre su historia con las matemáticas. Como resultado del análisis se reconocen tres formas en las que la actitud se manifiesta y de las que también se compone: la dimensión emocional, la visión de las matemáticas y la competencia percibida.

Decidimos retomar esta caracterización y usarla como aproximación a nuestro estudio de la actitud hacia la proporcionalidad. Sin embargo como nuestro objeto de actitud difiere del objeto de esta caracterización, la reformulamos (Figura 2).

**Figura 2.** Caracterización de la actitud (Reformulación de Di Martino y Zan, 2009).



Hablamos de tres componentes de la actitud: Emociones al resolver la situación de aprendizaje, Visión de la situación de aprendizaje y Competencia del estudiante en la situación de aprendizaje.

Usamos como método de análisis la Teoría Fundamentada, que ofrece un conjunto de estrategias flexibles para recolectar y analizar datos cualitativos, mediante ellas se pueden crear categorías teóricas fundamentadas directamente en los datos, a través de la comparación constante con los mismos datos.

De las producciones de los estudiantes tomamos 5 de cada situación, que corresponden a 5 estudiantes (3 hombres y dos mujeres) que fueron los más constantes en el taller. Siguiendo las directrices de la Teoría Fundamentada se llevaron a cabo tres fases en el análisis: codificación abierta, codificación axial y codificación selectiva.

En sus primeras formulaciones, la Teoría Fundamentada señala que la teoría emergerá de los datos en sí, y que se pueden o no hacer relaciones con la literatura existente en la disciplina en la que se realiza el estudio. Últimamente se aplican diferentes variaciones de éste (Grbich, 2013). Por ejemplo se puede usar este método aun teniendo un modelo previo para el análisis, a reserva de que haya sido obtenido por este mismo método de codificación de datos. Este es nuestro caso, pues el modelo que hemos retomado de la caracterización de las actitudes proviene de este enfoque.

Tomando como referencia la caracterización de actitudes preestablecidas, en la codificación abierta identificamos en la evidencia las categorías de esta caracterización, para ello fuimos etiquetando con palabras (códigos) lo que en la evidencia daba cuenta de, emociones, visión de la situación o competencia del estudiante.



**Tabla 1.** Ejemplo de codificación abierta, tarea de mezcla.

Emoción	Propiedades	Evidencia
Estar contento	Tener la respuesta (la buena mezcla depende del sabor)	Hablando de las propuestas de Tere y César [Se le cuestiona después de terminar la actividad, retomo un comentario que hizo en la sesión anterior] M: En la clase anterior dijiste que <i>hay que echar más sabor</i> . M2: <i>Pero era naranja, la naranja de bonafina está menos fuerte comparada con el sabor del concentrado</i> . M: Entonces, ¿depende del sabor del agua? M2: Sí, yo creo que sí [ <b>sonríe</b> ], <i>la mejor propuesta es la que sepa mejor, a Jamaica, pero no muy fuerte. Por eso la de César es la mejor</i> .

En la codificación axial, identificamos relaciones entre conceptos y encontramos las siguientes regularidades en las tareas de mezcla, denominados desde la Teoría Fundamentada, procesos:

#### Procesos de Acontecimientos

P2: El diseño de la actividad favorece su visión (relacional/instrumental).

P3: El contexto de la actividad favorece su visión (escolar/familiar).

P5: El pensamiento cualitativo es usado en las tareas de mezcla cuando se trata de elegir la mejor mezcla.

P7: La mejor mezcla es aquella que satisfaga un buen sabor, una buena relación entre las variables (menos agua/más jugo, más agua/menos concentrado).

P10: Cuando se tiene que modificar una razón (duplicar, mitad) se identifica una unidad de medida, usando pensamiento aditivo y multiplicativo.

#### Procesos de Relación

P1: Vínculo entre la competencia percibida (hacer+/no hacer -, argumentar) y las emociones

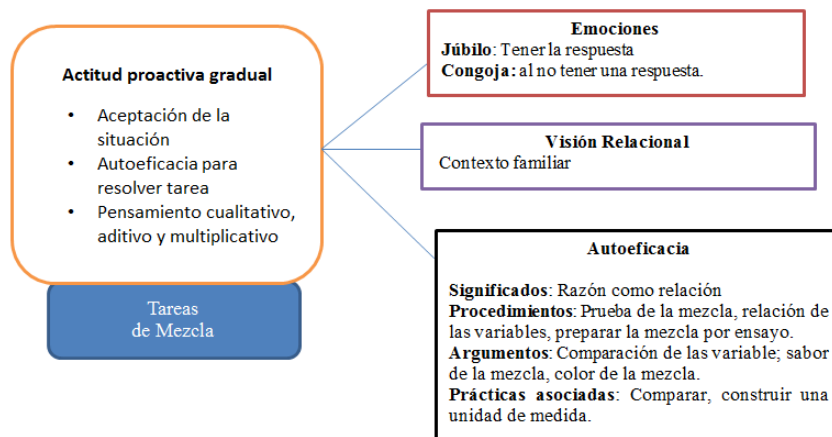
P4: Vínculo entre la visión de la situación (relacional/instrumental) y la competencia.

En la codificación selectiva pretendimos darle objetividad a nuestro análisis por medio de la integración de literatura, de acuerdo a los principios de la Teoría Fundamentada la literatura se puede usar para confirmar hallazgos y, al contrario, los hallazgos se pueden usar para ilustrar dónde la literatura es incorrecta o demasiado simplista, o para explicar parcialmente los fenómenos. Traer la literatura a la escritura no solamente demuestra erudición, sino que permite extender, validar y refinar el conocimiento del área (Strauss & Corbin ,2002). Las propiedades identificadas en la codificación así como los procesos nos estimularon a hacer confrontaciones con lo que en la literatura sobre dominio afectivo se ha señalado, particularizamos en las emociones, la

competencia del estudiante y la visión de la situación, con el fin de dar explicaciones de las actitudes que encontramos en el análisis realizado.

En esta etapa refinamos las categorías obteniendo la siguiente caracterización de actitudes:

**Figura 3.** Caracterización de la actitud en las tareas de mezcla.



### ■ ACERCA DE LOS RESULTADOS

Hemos identificado en los problemas de mezcla una actitud proactiva gradual caracterizada por tres factores: emociones, visión de la SA y autoeficacia. Esta caracterización difiere de la reportada en la literatura, esencialmente centrada en la matemática en general como objeto de actitud.

Las emociones son desencadenadas por dar o no respuesta a los problemas planteados en la SA. La visión relacional de la SA obedece a que los contextos planteados en ella les son familiares al estudiante, el saber como conocimiento en uso, desde nuestra perspectiva teórica, preparar agua es algo que han hecho alguna vez. Esto es reportado en la literatura como una de las variables que influye en los problemas de mezclas, parece que estar familiarizado con los contextos del problema los convierte en problemas más fáciles (Noelting, 1980). En la visión de la SA influye la evaluación de la actividad, que en todas los casos fueron evaluadas como “fácil” porque no tuvieron que hacer cálculos matemáticos complejos, por ejemplo en la SA ejemplificada, donde sólo hicieron algunos, como duplicar, triplicar o cuadruplicar la propuesta de Tere.

La autoeficacia, se refiere a la creencia del estudiante en sus conocimientos y habilidades para enfrentar la SA. Esta jugó un papel muy relevante, pues quienes tenían más confianza en sus conocimientos fueron los estudiantes que resolvieron satisfactoriamente las SA involucrándose en el desarrollo de éstas individual y colectivamente, siendo los que conducían la SA. Por el contrario, los estudiantes con menos autoeficacia, fueron dejándose conducir por los primeros en el desarrollo de las SA. Este resultado coincide con una hipótesis planteada por Tourniaire & Steven (1985), respecto al afecto y la proporcionalidad, a decir de estos autores podría ser que quienes son mejores en matemáticas tengan mejores actitudes, o podría ser que los estudiantes con



mejores actitudes muestren más persistencia en el problema de dificultad y, tengan por tanto más posibilidades de éxito.

Con esta caracterización encontrada pretendemos validar las tareas de escalas y razón y proporción, para comprobar su coherencia.

### ■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cabrera, L. (2009). *El pensamiento y lenguaje variacional y el desarrollo de competencias, Un estudio en el marco de la Reforma Integral de Bachillerato*. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav, DF, México.
- Cantoral, R. (2002). La sensibilidad a la contradicción: Un estudio sobre la noción de logaritmo de números negativos y el origen de la Variable Compleja. En C. Crespo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15, 1, (pp. 35-42). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.
- Di Martino, P. & Zan, R. (2009). 'Me and maths': towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal Mathematics Teacher Education* 13, 27–48.
- Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: a bridge between beliefs and emotions. *Zdm*, 43(4), 471–482.
- García M.S & Farfán R. M. (2014). Actitudes de estudiantes de secundaria hacia las matemáticas. En Lestón, P. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 27, 163-170. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Gómez-Chacón, I. (2010). Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. *Enseñanza de las Ciencias* 28(2), 227-244.
- Grbich, C. (2013). *Qualitative data analysis: An introduction*. California: Sage Publications.
- Hannula, M. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational studies in Mathematics* (49), 25–46.
- Howe, C., Nunes, T., & Bryant, P. (2011). Rational number and proportional reasoning: Using intensive quantities to promote achievement in mathematics and science. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9, 391-417.
- Ma, X. & Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 27-47
- McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.575-596). New York: McMillan Publishing Company.

- Modestou, M. & Gagatsis, A. (2010). Cognitive and meta-cognitive aspects of proportional reasoning. *Mathematical Teaching and Learning* 12(1), 36–53.
- Noelting, G. (1980). 'The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part I - Differentiation of stages, *Educational Studies in Mathematics* 11, 217- 253.
- Reyes, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas*. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav, DF, México.
- Reyes, D. (2013 a). *La transversalidad de la proporcionalidad*. Serie. México: Secretaría de Educación Media Superior.
- Reyes, D. (2013 b). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa de intervención para el cambio y la mejora educativa*. Memoria Predoctoral no publicada. Cinvestav, IPN. DF, México.
- Reyes, D., Montiel, G. & Cantoral, R. (2014). Cuando una crece, la otra decrece... ¿proporcionalidad inversa o directa?, *Premisa* 16(62), 1-13.
- Strauss & Corbin (2002). *Basics of qualitative research. Techniques and procedures for developing grounded theory*. (E. Zimmerman, traductora). Colombia: Imprenta Universidad de Antioquia. (Trabajo original publicado en 1998).
- Tourniaire & Steven (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics* 16, 181-204.