

# EQUIVALENCIA ASINTÓTICA COMO UNA ESTRATEGIA METODOLÓGICA EN EL CÁLCULO DE LÍMITES EN LA SECUNDARIA

Jhon Jairo Pérez

[jjperez@unicauca.edu.c](mailto:jjperez@unicauca.edu.c)

Jhonjairoper@gmail.com

Universidad del Cauca

**Resumen.** *En este taller se presenta una aproximación al concepto de límite a partir de la interpretación de del análisis intuitivo del comportamiento, teniendo en cuenta la geometría del dominio de ésta. Se abordarán los conceptos de infinitésimo y equivalencia asintótica ilustrándolos mediante algunos ejemplos en el cálculo de límites.*

**Palabras clave:** *infinitésimos, equivalencia asintótica*

## 1. PRESENTACIÓN

Una de las técnicas eficientes en el cálculo de límites y poco conocida en nuestro medio es el uso de la equivalencia asintótica de funciones, concepto este que posee numerosas aplicaciones en el estudio de las series numéricas, las integrales impropias y los algoritmos computacionales. Si bien esta temática se estudia en un primer curso de cálculo diferencial (primer o segundo semestres universitarios), la experiencia muestra que es posible presentarla a nivel de secundaria, dado que en esencia solamente se recurre al conocimiento intuitivo del límite y a la ejecución de transformaciones algebraicas sencillas, las cuales desde luego, le son familiares a los estudiantes de grados 10 y 11. La motivación fundamental de este taller consiste en que los estudiantes arriba señalados presentan dificultades de tipo algebraico, mas no conceptuales, cuando de calcular límites se trata. Así, el uso de la equivalencia asintótica dada su versatilidad, elimina estas dificultades, ya que no exige del estudiante una --

operacionalidad compleja. Precisamente en el “cómo” aplicar esta herramienta se centrará el taller.

## **2. MARCO TEÓRICO**

El límite es posiblemente uno de los conceptos matemáticos que trae consigo mayores dificultades para su enseñanza a nivel de la educación media. Su importancia se hace mas relevante aun, si se tiene en cuenta que a través de un límite se definen las operaciones fundamentales del cálculo diferencial e integral. Mas aun, el simple hecho de realizar mediciones conlleva al concepto de “aproximación”, dado que tanto nuestros órganos de los sentidos como los instrumentos de medición son imperfectos, razón por la cual resulta prácticamente imposible la determinación del valor exacto de la magnitud que se mide. Es entonces el concepto de límite que permite tener una noción matemática coherente del comportamiento local (es decir en las “cercanías” de un punto) de una función.

Por otra parte, si bien es importante calcular límites eficientemente, no se deben dejar de lado al menos dos aspectos de este proceso: El primero tiene que ver con la formalización del concepto de límite, la cual incluye la “geometría” del dominio de definición de la función, inherente en el proceso de “aproximación”. Sin pretender en este taller lograr tal formalización, consideramos que es posible acercarse a ella de manera intuitiva, contando con la formación matemática típica de un estudiante de grado 10-11.

El segundo aspecto radica en que durante el trabajo con estudiantes del curso “Cálculo I” se evidencia que éstos presentan dificultades de tipo algebraico (factorización, racionalización, operaciones con potencias y raíces, transformación de expresiones trigonométricas, entre otras) mas que de tipo conceptual. Dado que la aplicación de las equivalencias no requiere de elaboradas técnicas algebraicas o trigonométricas, ellas representan entonces una “via alterna” para el cálculo de límites y el trabajo con formas indeterminadas. Estas y otras ventajas se pondrán de manifiesto en el presente taller, es uno de los conceptos más importantes del Análisis, ya que es necesario para introducir otros como por ejemplo continuidad, derivada, integral.

### 3. METODOLOGÍA DEL TALLER

*Primera Sesión.* Se presentan los conceptos de límite y continuidad de una función real, teniendo en cuenta su dominio, algunas funciones elementales como por ejemplo las funciones potencia, logarítmicas, trigonométricas y las hiperbólicas.

*Segunda Sesión.* Se abordan los conceptos de infinitésimo y sus propiedades, el de equivalencia asintótica y algunos ejemplos. Se elaborará una tabla de equivalencias notables, con ayuda de la cual se calcularán varios límites interesantes, en la medida en que involucran expresiones indeterminadas que son difíciles de manipular algebraicamente.

*Tercera Sesión.* Se desarrollará el taller propuesto, que se entregará previamente en la segunda sesión.

### 4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] DEMIDOVICH B. P. *Problemas y ejercicios de análisis matemático*. Editorial Mir. Moscú
- [2] KUDRIÁVTSEV L. D. *Problemas de análisis Matemático Tomo I*. Editorial Mir. Moscú 1983.
- [3] ENRÍQUEZ F, PÉREZ J. *Comparación de funciones  $O$ -mayúscula,  $o$ -minúscula y equivalencia asintótica*. Notas del Taller: “Temas especiales del cálculo diferencial e integral”. Universidad del Cauca 2010-2012.