

CAPÍTULO 2

CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS

PEDRO GÓMEZ

Este capítulo tiene dos finalidades: abordar las ideas clave de la teoría curricular y utilizar estas ideas clave para analizar la normativa curricular, el marco conceptual de PISA 2012 y la práctica curricular institucional. Estas finalidades se concretan en los siguientes tres propósitos.

1. Profundizar en las ideas y usos de la teoría curricular, y analizar la planificación institucional de matemáticas de instituciones educativas.
2. Analizar documentos curriculares nacionales o regionales con base en la teoría curricular.
3. Presentar el marco conceptual del proyecto PISA 2012 (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013) y compararlo con documentos curriculares nacionales o regionales.

Este capítulo se organiza de acuerdo con los tres propósitos anteriores. Inicialmente, sintetizo las cuestiones clave de la teoría curricular. Después, utilizo la teoría curricular para proponer técnicas para analizar documentos curriculares nacionales o regionales.

Para abordar las cuestiones clave de este capítulo, tomaré como ejemplo el caso colombiano, bajo el supuesto de que los sistemas educativos de otros países se estructuran de manera similar: existen unos documentos curriculares propuestos por el Estado o las administraciones regionales que establecen, en alguna medida, el currículo que se espera que las instituciones implementen; cada institución educativa concreta su planificación curricular en un documento; y este documento incluye una planificación curricular para el área de matemáticas.

Utilizaré los términos colombianos para referirme a estos aspectos del currículo de matemáticas. En el caso colombiano, los documentos curriculares se producen a nivel nacional y se conocen como lineamientos curriculares —nos centraremos en el documento de los estándares básicos de competencias¹ (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006) y en el documento de los derechos básicos de aprendizaje (MEN, 2015a)—; la planificación curricular de la institución educativa se concreta en un documento que se conoce como el Plan Educativo Institucional (PEI); y la planificación curricular para cada disciplina, que se incluye en el PEI, se conoce como el plan de área. Nuestro interés se centrará en el plan de área de matemáticas.

1. Noción de currículo

En este apartado, me baso en las ideas de Rico (1997a, 1997c, 1997b), Rico y Lupiáñez (2008) y Gómez (2007) para abordar la noción de currículo de matemáticas. Refiero al lector a estos documentos para conocer los detalles de este marco conceptual. Aquí solamente identifico sus ideas clave y describo algunas técnicas que permiten poner en práctica este marco conceptual.

1.1. Niveles y componentes del currículo

Las sociedades se basan en la educación para formar a sus jóvenes. Cada sociedad organiza la educación de acuerdo con fines y procedimientos propios. Estas aproximaciones se concretan en planes de formación dentro del sistema educativo. Denominamos currículo de matemáticas al plan de formación que cada sociedad establece para la disciplina. El currículo busca abordar cuatro cuestiones centrales (Rico, 1997a, p. 381) sobre (a) el conocimiento que se pretende enseñar, (b) el aprendizaje, (c) los métodos de enseñanza y (d) la valoración de los aprendizajes realizados. La reflexión y el análisis curricular se pueden basar en estas cuatro cuestiones básicas —qué, para qué, cómo y cuánto—, lo que da lugar a cuatro dimensiones: conceptual, cognitiva, formativa y social.

1 Me referiré, de aquí en adelante, a este documento como el documento de los estándares.

En Rico (1997b), se estudian cuatro niveles de reflexión sobre el currículo. Para cada uno de estos niveles, es posible determinar unas componentes que corresponden a cada una de las dimensiones, como se muestra en la figura 1².

		Dimensiones del currículo			
		1.ª dimensión	2.ª dimensión	3.ª dimensión	4.ª dimensión
		Conceptual	Cognitiva	Formativa	Social
Niveles	Teleológico o de fines	Fines culturales	Fines formativos	Fines políticos	Fines sociales
	Disciplinas académicas	Epistemología e historia de las matemáticas	Teorías del aprendizaje	Pedagogía	Sociología
	Sistema educativo	Conocimiento	Alumno	Profesor	Aula
	Planificación para los profesores	Contenidos	Objetivos	Metodología	Evaluación
	Planificación local	Análisis de contenido	Análisis cognitivo	Análisis de instrucción	Análisis de actuación

Figura 1. Componentes del currículo según los niveles y dimensiones (Rico, 1997a, p. 409)

Los primeros dos niveles son teóricos. El primero considera las finalidades para la educación matemática. El segundo nivel considera las disciplinas que fundamentan la noción de currículo y que aportan la información necesaria para el estudio del currículo de matemáticas. El tercer nivel representa la reflexión curricular cuando el ámbito de actuación es la institución educativa y el encargado es la administración. El nivel de planificación para los profesores representa el nivel más conocido del currículo. Es el esquema con el que tradicionalmente se describen los planes de formación a cargo de un profesor o grupo de profesores dentro de la institución educativa o en el espacio de un aula. El análisis didáctico se constituye en otro nivel del currículo, como procedimiento de planificación local de los profesores.

La noción de currículo es una herramienta básica para el trabajo del profesor. Los documentos curriculares que sirven de guía y condicionan el

2 La tabla en Rico (1997a, p. 409) incluye los primeros cuatro niveles, cuyo orden he invertido para efectos de claridad en la introducción del análisis didáctico como último nivel (Gómez, 2007).

trabajo del profesor están, en general, estructurados a partir de esta noción. En estos documentos, para cada asignatura se enumeran usualmente los contenidos y se describen los objetivos, la metodología y los esquemas de evaluación. En este sentido, la noción de currículo es un elemento central de la comunicación entre la administración educativa y el profesor. Para efectos de concretar su trabajo dentro de los contextos educativos e institucionales, el profesor debe conocer y manejar adecuadamente esta noción (al menos en el nivel denominado “planificación para los profesores” en la figura 1). Por lo tanto, esta noción debe formar parte fundamental de los planes de formación de profesores. No obstante, este nivel del currículo no es necesariamente eficaz cuando el profesor aborda el problema de planificar unidades didácticas.

Necesitamos un nuevo nivel de reflexión curricular conectado con la programación y, por tanto, nuevas herramientas conceptuales con las que trabajar en este nivel y mediante las que abordar las tareas de diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas en el área de matemáticas. La caracterización operacional del currículo mediante objetivos, contenidos, metodología y evaluación, no es inadecuada, sólo lo es su empleo en tareas de diseño y planificación del trabajo para el aula, sin criterios de referencia. (Rico, 1997b, p. 42)

Por esta razón, incorporo un nuevo nivel en la figura 1. En este nivel, el de la planificación local, las componentes de la noción de currículo incluyen las herramientas que le permitirán al profesor abordar la planificación de unidades didácticas para cada tema, al tener en cuenta su especificidad. Con ellas, el profesor podrá concretar (y diferenciar) los objetivos, el contenido, la metodología y la evaluación de cada tema en su planificación. Al dar lugar a este nivel de concreción, la noción de currículo adquiere mayor potencia como herramienta de comunicación y crítica entre los profesores, la administración educativa y los materiales curriculares. El profesor puede dialogar con sus colegas más allá de la discusión tradicional sobre los contenidos; analizar, evaluar y seleccionar otras propuestas de planificación; y abordar los contenidos de los libros de texto de una manera sistemática.

2. Análisis didáctico: un procedimiento para organizar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Este libro se fundamenta en el modelo análisis didáctico, como procedimiento para el diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas. Según

este procedimiento, en el contexto concreto de la planificación de una hora de clase o de una unidad didáctica, el profesor puede organizar la enseñanza al basarse en los siguientes cuatro análisis (Gómez, 2002).

1. El análisis de contenido como procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto.
2. El análisis cognitivo, en el que el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los escolares pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre el concepto cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje.
3. El análisis de instrucción, en el que el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción.
4. El análisis de actuación, en el que el profesor diseña los instrumentos para determinar y establecer las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que manifiestan con motivo de la implementación de la unidad didáctica.

El análisis didáctico, que se describe con detalle en Gómez (2007, pp. 17-102) y describimos más detalladamente en este libro, es un procedimiento cíclico que incluye estos cuatro análisis, atiende a los condicionantes del contexto e identifica las actividades que idealmente un profesor debería realizar para organizar la enseñanza de un contenido matemático concreto. La descripción de un ciclo del análisis didáctico sigue la secuencia propuesta en la figura 2.

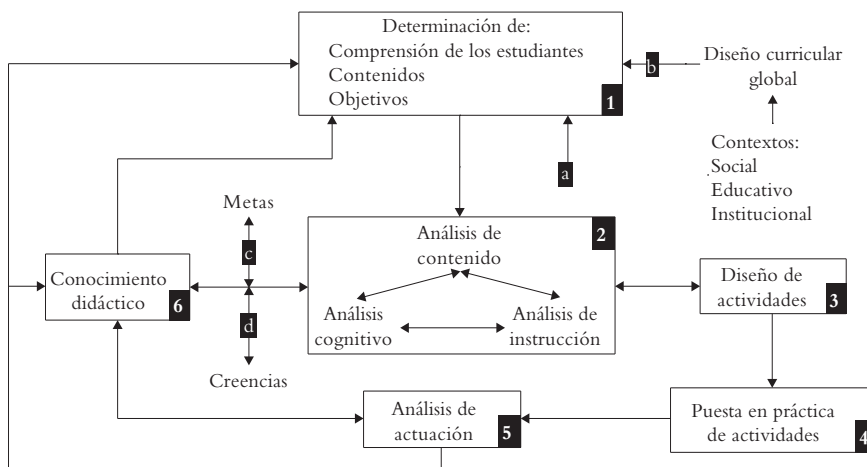


Figura 2. Ciclo de análisis didáctico

El ciclo del análisis didáctico se inicia con la determinación del contenido que se va a tratar y de los objetivos de aprendizaje que se quieren lograr, a partir de la percepción que el profesor tiene de la comprensión de los escolares con motivo de los resultados del análisis de actuación del ciclo anterior y al tener en cuenta los contextos social, educativo e institucional en los que se enmarca la instrucción (cuadro 1 de la figura 2). A partir de esta información, el profesor inicia la planificación con el análisis de contenido. La información que surge del análisis de contenido sustenta el análisis cognitivo, al identificar y organizar los múltiples significados del concepto objeto de la instrucción. A su vez, la realización del análisis cognitivo puede dar lugar a la revisión del análisis de contenido. Esta relación entre los análisis también se establece con el análisis de instrucción. Su formulación depende y debe ser compatible con los resultados de los análisis de contenido y cognitivo, pero, a su vez, su realización puede generar la necesidad de corregir las versiones previas de estos análisis (cuadro 2). En el análisis cognitivo, el profesor selecciona unos significados de referencia y, con base en ellos y en los objetivos de aprendizaje que formula, identifica las capacidades que pretende desarrollar en los escolares. También formula conjeturas sobre los posibles caminos por los que se puede desarrollar su aprendizaje cuando ellos aborden las tareas que conforman la instrucción. El profesor utiliza esta información para diseñar, evaluar y seleccionar estas tareas. Por consiguiente, la selección de tareas que componen las actividades debe ser coherente con los resultados de los tres análisis y la evaluación de esas tareas a la luz de los análisis puede llevar al profesor a realizar un nuevo ciclo de análisis, antes de seleccionar definitivamente las tareas que componen las actividades de enseñanza y aprendizaje (relación entre cuadros 2 y 3). El profesor pone en práctica estas actividades (cuadro 4) y, al hacerlo, analiza las actuaciones de los escolares para obtener información que sirve como punto de inicio de un nuevo ciclo (cuadro 5). El conocimiento didáctico (cuadro 6) es el conocimiento que el profesor pone en juego durante este proceso.

3. Análisis didáctico y formación de profesores

Con el análisis didáctico, se pretende proporcionar a los profesores en formación un procedimiento sistemático para el análisis de un tema concreto de las matemáticas escolares, de tal forma que la información que surja de ese análisis les sea útil para diseñar una unidad didáctica, fundamentar y justificar

ese diseño, llevarlo a la práctica y evaluarlo (Gómez, 2007). Al describir el procedimiento que, de manera ideal, un profesor realizaría a la hora de diseñar, implementar y evaluar una unidad didáctica, el análisis didáctico precisa, de manera sistemática y secuenciada, las actuaciones de ese profesor ideal. Con base en una visión funcional de la formación de profesores de matemáticas (Gómez y González, 2008), es posible entonces identificar los conocimientos y capacidades que son necesarios para realizar esas actuaciones. Estos conocimientos y capacidades caracterizan sus competencias de planificación, implementación y evaluación de unidades didácticas (Gómez, 2006). Este es el conocimiento didáctico que se espera promover en este libro.

Cada uno de los análisis se articula alrededor de unos conceptos pedagógicos. Por ejemplo, el análisis de contenido incluye los conceptos pedagógicos de sistema de representación, estructura conceptual y fenomenología, que corresponden a las tres dimensiones del significado de un concepto en el contexto de las matemáticas escolares. Un concepto pedagógico (a) es una noción que forma parte del conocimiento disciplinar de la Educación Matemática y (b) permite analizar un tema de las matemáticas escolares con el propósito de producir información sobre el tema que sea útil en el diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas (Rico, 1997b, pp. 45-46). Rico denomina *organizadores del currículo* a los conceptos pedagógicos que se enmarcan en el modelo del análisis didáctico. Desde nuestra perspectiva funcional de la formación de profesores, la actividad del profesor en formación se centra en el uso de los conceptos pedagógicos como herramientas conceptuales y metodológicas de las que surgen conjuntos de técnicas que permiten realizar dos tipos de tareas: (a) analizar el tema matemático y (b) usar la información que resulta de ese análisis, ya sea en otros análisis o en la planificación y la implementación de una clase o unidad didáctica.

Me baso en los trabajos de González y Gómez para establecerlos conocimientos que caracterizan el aprendizaje de los conceptos pedagógicos por parte de los profesores en formación (Gómez y González, 2009; Gómez, González, Rico y Lupiáñez, 2008; González y Gómez, 2008, 2014). Ellos esperan que, al desarrollar su conocimiento didáctico y en relación con un tema de las matemáticas escolares, los profesores en formación sean capaces de

1. analizar el tema con cada concepto pedagógico a efectos de producir información sobre el tema que sea útil para otros análisis o para el diseño, implementación y evaluación de la unidad didáctica;
2. usar la información producida con otros conceptos pedagógicos en nuevos análisis o en el diseño de la unidad didáctica; y

3. organizar y relacionar la información recogida para proponer un diseño fundamentado y justificado, y para diseñar y ejecutar los protocolos de implementación y evaluación de la unidad didáctica.

Por consiguiente, cuando los profesores en formación analizan un tema de las matemáticas escolares con un concepto pedagógico, se espera que ellos (a) conozcan el concepto pedagógico de tal forma que, por ejemplo, sean capaces de distinguir instancias de esa noción con respecto a un tema de las matemáticas escolares; (b) desarrollen las técnicas necesarias para usar el concepto pedagógico como herramienta de análisis de un tema de las matemáticas escolares y producir información relevante sobre el tema; y (c) desarrollen las técnicas necesarias para usar la información sobre el tema para tomar decisiones a la hora de analizar el tema con otro concepto pedagógico o para el diseño de la unidad didáctica. Estas expectativas de aprendizaje establecen los tres tipos de conocimiento que un profesor en formación puede desarrollar en relación con un concepto pedagógico y que González y Gómez denominan conocimiento teórico, conocimiento técnico y conocimiento práctico. Ellos los caracterizan de la siguiente manera.

Conocimiento teórico. El conocimiento teórico de un concepto pedagógico se refiere al conocimiento disciplinar relacionado con el concepto pedagógico que los formadores de ese programa han seleccionado como opción dentro de aquellas disponibles en la literatura.

Conocimiento técnico. El conocimiento técnico de un concepto pedagógico se refiere al conjunto de técnicas que los formadores consideran útiles para producir información sobre el tema.

Conocimiento práctico. El conocimiento práctico se refiere al conjunto de técnicas que los formadores consideran que son necesarias para usar la información que surge del uso técnico en los análisis con otros conceptos pedagógicos o en el diseño de la unidad didáctica.

La figura 3 resume las ideas que acabo de presentar. El conocimiento teórico del concepto pedagógico que se espera que los profesores en formación desarrollen es una opción que los formadores han seleccionado de la literatura en Educación Matemática. Las ideas clave que configuran ese conocimiento teórico dan lugar a técnicas para el análisis del tema —conocimiento técnico—. La información que surge de ese análisis se usa con propósitos didácticos con base en otras técnicas —conocimiento práctico—.

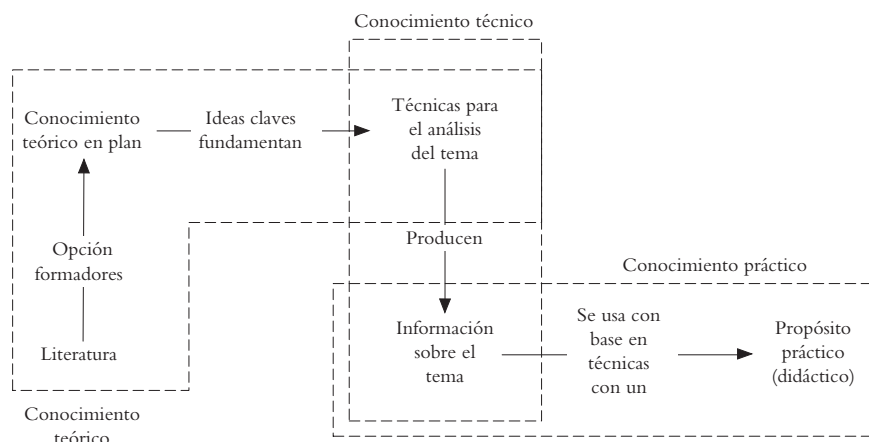


Figura 3. Conocimiento teórico, técnico y práctico

4. Significados de las ideas clave de la teoría curricular

Aunque las ideas clave de la teoría curricular que he delineado en los apartados anteriores se encuentran claramente definidas en el interior de esa teoría, los términos que corresponden a esas ideas clave se utilizan sistemáticamente en los entornos educativos. El significado que se asigna a esas ideas clave varía entre instituciones y entre personas (Gómez y Restrepo, 2012). Por esta razón, interesa indagar sobre esta cuestión.

Nuestro interés se centra en establecer los significados y los usos que profesores e instituciones asignan a las ideas clave de la teoría curricular y distinguir los énfasis —en términos de esa teoría— que se manifiestan en los documentos internacionales, gubernamentales, institucionales y docentes en los que se explicita la planificación del área de matemáticas. Esta indagación se puede realizar en tres niveles:

1. documentos internacionales —en particular, el marco conceptual del proyecto PISA 2012—,
2. documentos curriculares oficiales —por ejemplo, para el caso colombiano, el documento de los estándares— y
3. planificación de área.

Abordaré estos niveles en el orden inverso que acabo de presentar.

5. Análisis del plan de área

En este apartado, doy algunas pautas y formulo algunas preguntas que pueden guiar el análisis de un documento de plan de área desde la perspectiva curricular. Por plan de área, entiendo el documento que describe el currículo de un área específica a un nivel dado durante un periodo escolar. En general, los docentes de un área redactan y modifican este documento a partir del proyecto del centro (PEI, en el caso colombiano) y otros documentos curriculares. En algunas instituciones, se habla indistintamente de “plan de área” o “plan de estudios”. Por medio del análisis del plan de área, se busca que los profesores en formación profundicen en su conocimiento curricular, sean capaces de poner en práctica ese conocimiento y reconozcan la realidad curricular en la que trabajan. En este apartado, tomo el caso colombiano como ejemplo para identificar los documentos en los que se establece el currículo institucional.

5.1. Diseño y desarrollo curricular en la escuela³

La Ley General de Educación 115 (MEN, 1994a) establece la autonomía curricular de las instituciones educativas que se responsabilizan de la formulación y registro de un PEI. El PEI debe incluir un plan de estudios en el que se debe concretar el diseño curricular de las áreas. Denomino a este plan de estudios plan de área de matemáticas. Consiste usualmente en un documento, elaborado por el departamento o área de matemáticas de la institución educativa, en el que se establece el currículo del área de matemáticas para cada grado. Los grados se organizan por periodos académicos y, para cada periodo, se describen, con diferentes términos, diversos componentes de las cuatro dimensiones del currículo (Gómez y Restrepo, 2012). En algunos casos, pero no en todos, estos currículos hacen referencia a los estándares e incluso a los procesos generales o las competencias. Estos documentos se revisan al comienzo del año académico, el consejo académico los puede avalar y puede sugerir mejoras, y deben, en principio, guiar el trabajo de los profesores en el aula.

Todo profesor hace una planificación de sus clases. Esta planificación puede registrarse en un documento, en unas notas o en unas ideas no escritas que el profesor lleva al aula y que guían su actuación con los estudiantes. Denomino a esta planificación el *plan de aula*. El plan de aula debe, en prin-

3 Este apartado está basado en el documento Gómez, Castro, Mora, Pinzón, Torres y Villegas (2014).

cipio, concretar el plan de área para una o más sesiones de clase específicas. Es el documento que guía la implementación del currículo. No conozco investigaciones que hayan indagado la relación entre el plan de área y el plan de aula para el caso colombiano. Con base en información parcial, intuyo que, en muchas instituciones educativas, la relación entre estos dos niveles de planificación es débil.

La figura 4 resume estas ideas. He denotado con líneas continuas las relaciones que la normativa requiere del funcionamiento curricular en la escuela, y con líneas punteadas aquellas relaciones que se espera que tengan lugar, pero que no son requeridas por la normativa (relación entre los estándares y el plan de área) o no necesariamente tienen lugar en la institución educativa (relación entre el plan de área y el plan de aula).

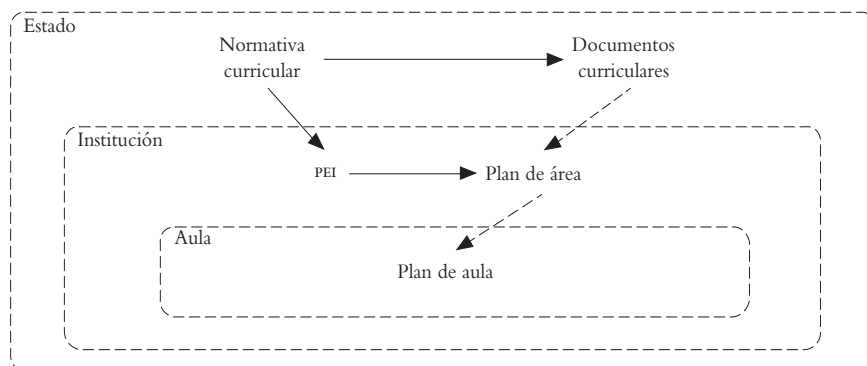


Figura 4. De la normativa al plan de aula

5.2. Análisis de un plan de área

Con el fin de analizar un documento de plan de área, me interesaré en el nivel de planificación para los profesores. Este nivel considera los contenidos, los objetivos, la metodología y los esquemas de evaluación. Más adelante, se abordarán otros aspectos de la descripción de la práctica curricular de las instituciones y se caracterizará el contexto social e institucional en el que desarrollan dicha actividad. A continuación, doy algunas indicaciones para el análisis de este documento desde la perspectiva curricular.

No me quedaré solo en el análisis del plan de área desde las dimensiones del currículo. Vale la pena también analizar la estructura general del documento, la información que contiene y las diferentes dimensiones del currículo

que allí aparecen. Las siguientes preguntas pueden servir como guía para el análisis del documento.

1. ¿Cuál es la estructura del documento?
2. ¿Qué dimensiones del currículo se abordan?
3. ¿Se presenta por separado la información correspondiente a cada dimensión del currículo?
4. ¿Se desarrolla cada dimensión del currículo con igual extensión y detalle?
5. ¿Hay coherencia entre la información que se recoge respecto a cada una de las dimensiones del currículo?
6. ¿Qué relaciones se establecen entre las dimensiones del currículo?
7. ¿Qué términos se usan en cada dimensión del currículo y con qué significado?
8. ¿Cómo se relacionan esos términos con los componentes de cada dimensión del currículo?
9. ¿Con qué grados de generalidad se abordan los componentes de cada dimensión del currículo?
10. ¿Qué jerarquía existe entre ellos?
11. ¿Cómo se relacionan los términos de diferentes dimensiones del currículo?
12. Para cada dimensión del currículo, ¿qué información más específica e información más genérica se puede identificar?
13. ¿Qué otra información contiene que no corresponda a ninguna dimensión del currículo?

Presento a continuación el posible análisis que se puede realizar de un documento. En Bulla, Solano y Gómez (2016) se encuentra un ejemplo del análisis de un plan de área de una institución educativa. Los documentos de plan de área en general se presentan en un documento en Word o Excel. En ambos casos, suele haber una información general que hace referencia a información que concierne el año escolar en cuestión, e información específica del periodo. Me centraré en el análisis de la información específica de cada periodo. Presento la planeación del periodo 1 del plan de área de una institución educativa departamental en la figura 5.

La tabla que contiene la información del periodo incluye un objetivo, un eje temático, una pregunta problémica, unos desempeños y unos descriptores (debilidades, fortalezas y recomendaciones). El estándar de asignatura aparece por fuera de la planeación para el periodo y parece ser un estándar que se pretende desarrollar a lo largo del año. Cada dimensión del currículo se presenta por separado, aunque una misma dimensión puede aparecer en

Institución Educativa Departamental						
Área/ Asignatura	Matemáticas	IHS	5 horas	GRADO	8°	Profesor(a)
Estándar de Asignatura						
Interpretar la realidad, utilizando un lenguaje matemático a través del uso de números reales y expresiones algebraicas teniendo en cuenta el pensamiento variacional.						
	Objetivo	Eje Temático			Pregunta Problemática	
	Fomentar el conocimiento de los números reales y su aplicación en la representación de procesos generales.	<ul style="list-style-type: none"> - Números Reales - Expresiones Algebraicas - Adición y Sustracción de Polinomios - Teorema de Tales y Teorema de Pitágoras 			¿De qué manera relacionaría situaciones reales con expresiones algebraicas?	
	DESEMPEÑOS					
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Resolver problemas y usar propiedades y relaciones de los números reales para simplificar cálculos. 2. Construir expresiones algebraicas y desarrollar operaciones entre polinomios en la solución de diversas situaciones 3. Reconocer y contrastar propiedades y relaciones geométricas relacionadas con teoremas básicos (Tales y Pitágoras) 					
	DESCRIPTORES					
	Debilidades	Fortalezas		Recomendaciones		
Periodo 1	MD1.1 Con dificultad identifica características y propiedades del conjunto de los números reales y resolver operaciones básicas	MF1.1 Felicidades por su rendimiento académico y convivencial en la asignatura de matemática		MR1.1 Se le recomienda desarrollar actividades relacionadas con las propiedades y operaciones de los números reales		
	MD1.2 Presenta dificultad para clasificar y hallar el valor numérico de expresiones algebraicas	MF1.2 Felicidades, superó los logros propuestos para el periodo		MR1.2 Debe reforzar la clasificación y valor numérico de expresiones algebraicas		
	MD1.3 Se le dificulta resolver adiciones y sustracciones entre polinomios	MF1.3 Con facilidad ubica en la recta numérica, compara y opera con números reales		MR1.3 Se le recomienda resolver adiciones y sustracciones entre polinomios		
	MD1.4 Se le dificulta interpretar y aplicar los teoremas de Tales y Pitágoras	MF1.4 Se le facilita clasificar y hallar el valor numérico de expresiones algebraicas		MR1.4 Se recomienda desarrollar actividades que requieren la aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras		
	MD1.5 Su actitud no favorece un ambiente de trabajo adecuado	MF1.5 Se le facilita resolver adiciones y sustracciones entre polinomios		MR1.5 Mejorar su actitud para favorecer el ambiente de trabajo		
	MD1.6 Se le dificulta asistir o llegar puntualmente a la clase	MF1.6 Con facilidad aplica los teoremas de Tales y de Pitágoras		MR1.6 Se le sugiere asistir o llegar puntualmente a la clase		

Figura 5. Periodo 1 del plan de área de una institución educativa departamental A

diferentes casillas de la tabla y la dimensión formativa no aparece. A continuación, analizo la información que aparece en cada componente del currículo del nivel de planificaciones de profesores.

1. Objetivos

Este componente del currículo aparece en dos partes de la tabla representada por los términos “objetivo” y “pregunta problemática”. El objetivo es quizás más general y cercano en su redacción a un estándar. La pregunta problemática muestra un interés particular que debe ser trabajado durante el periodo y que se origina en el objetivo o puede ser quizás una interpretación del objetivo. Vale la pena resaltar que estas dos casillas no están la una al lado de la otra en la tabla.

2. Contenido

Este componente del currículo se ubica en la casilla de “eje temático”. En este periodo, aparecen de dos a cuatro ejes temáticos que deben ser desarrollados. No se distinguen niveles entre los contenidos, pues, al estar todos en la misma casilla, parecen tener la misma importancia y relevancia. En este caso, los contenidos que se pretende tratar en el primer periodo son los siguientes:

números reales, expresiones algebraicas, adición y sustracción de polinomios, y teorema de Tales y teorema de Pitágoras.

3. Metodología

Como ya se mencionó, este componente del currículo no aparece en el plan de área de esta institución. El documento no indica qué tipo de metodología se utiliza en esta institución para desarrollar los temas.

4. Criterios e instrumentos de evaluación

El documento presenta mayor cantidad y detalle para este componente del currículo. Los objetivos y los contenidos ocupan una tercera parte de la tabla, mientras que los criterios de evaluación ocupan dos terceras partes. Los términos utilizados son los siguientes: “Desempeños”, “Descriptoros”, “Debilidades”, “Fortalezas” y “Recomendaciones”. Puedo afirmar que, entre todos estos términos, hay dos niveles: uno más general, descrito en los desempeños; y uno más específico, que se presenta en términos de debilidades, fortalezas y recomendaciones y que se agrupan bajo la categoría de descriptoros.

Es claro que los componentes del currículo en el nivel de planificación de los profesores no se desarrollan con igual extensión y detalle. Por ejemplo, el componente metodológico no se trabaja; hay un solo nivel para el componente de contenidos; y el componente de evaluación se trabaja en dos niveles con mucho más detalle. En general, se constata coherencia entre los diferentes componentes del currículo; sin embargo, no es claro por qué, si lo que se busca en este periodo es relacionar situaciones de la vida real con expresiones algebraicas, se introducen el teorema de Pitágoras y el teorema de Tales.

5.3. Comparación de dos planes de área

La normativa colombiana da autonomía a las instituciones para diseñar y desarrollar el currículo. “La autonomía responde a una voluntad de diferenciar cada comunidad educativa, atendiendo a necesidades y expectativas diferentes; lo que se busca es que cada institución educativa forme ciudadanos que puedan dar respuestas a los problemas de su entorno” (MEN, 1994b, artículo 77). El MEN asumió la responsabilidad de formular y difundir lineamientos curriculares para guiar el proceso de planificación institucional (MEN, 1998a, 1998b, 2006). Por su lado, las instituciones educativas se comprometieron a producir los diseños curriculares —planes de área— con base en su PEI. Desarrollo estas ideas en el apartado siguiente.

La autonomía curricular implica que cada institución ha abordado el diseño y modificación del plan de área de matemáticas con finalidades y procedimientos propios. Esta situación ha generado una gran variedad de aproximaciones al diseño curricular y de documentos que representan ese diseño curricular en términos de planes de área. Interesa conocer y comprender esas similitudes y diferencias. El análisis comparativo de dos planes de área se puede hacer con base en la teoría curricular. Para ello, podemos regresar a las preguntas que guiaron el análisis de los planes de área y basarnos en ellas para establecer similitudes y diferencias entre los documentos.

1. ¿Qué dimensiones del currículo se abordan?
2. ¿Se presenta por separado la información correspondiente a cada dimensión del currículo?
3. ¿Se desarrolla cada dimensión del currículo con igual extensión y detalle?
4. ¿Hay coherencia entre la información que se recoge respecto a cada una de las dimensiones del currículo?
5. ¿Qué relaciones se establecen entre las dimensiones del currículo?
6. ¿Qué términos se usan en cada dimensión del currículo y con qué significado?
7. ¿Cómo se relacionan esos términos con los componentes de cada dimensión del currículo?
8. ¿Con qué grados de generalidad se abordan los componentes de cada dimensión del currículo?
9. ¿Qué jerarquía existe entre ellos?
10. ¿Cómo se relacionan los términos de diferentes dimensiones del currículo?

Gómez y Restrepo (2012) realizaron un análisis comparativo de planes de área y profundizaron en la dimensión cognitiva del currículo. En este trabajo, abordaron algunas de las cuestiones anteriores. En particular, dieron cuenta de diferentes niveles de generalidad en los componentes de la dimensión cognitiva y mostraron cómo los planes de área abordan esa jerarquía entre los componentes.

6. Normativa curricular en Colombia

En este apartado, presento los puntos centrales de las normas curriculares colombianas. El propósito de este apartado es presentar un ejemplo del uso de la teoría curricular para analizar este tipo de documentos. En estos

documentos, se concretan las siguientes ideas clave: la normativa general con respecto al currículo, la autonomía escolar, el currículo, el PEI y el plan de estudios. Adicionalmente, incluyo resúmenes breves de los cuatro documentos de orientación que ha producido el Ministerio de Educación Nacional colombiano: sobre logros e indicadores de logros, los lineamientos curriculares en matemáticas y los estándares básicos de competencias en matemáticas (Gómez, 2010). En todo caso, el interés de este apartado se centra en el documento de los estándares y el documento de los derechos básicos de aprendizaje. El lector que no esté interesado en las particularidades del contexto colombiano puede continuar la lectura de este capítulo en el apartado 8 sobre el marco curricular PISA.

6.1. Normativa general

Como mencioné anteriormente, la ley determina que las instituciones educativas tienen autonomía para diseñar y desarrollar el currículo. Esta misma ley establece que el MEN se responsabiliza de establecer unos lineamientos curriculares generales que las instituciones educativas deben seguir. La ley también establece que los centros deben formular y registrar un PEI. Este proyecto debe incluir, entre otros, la estrategia pedagógica que guía las labores de formación de los educandos y la organización de los planes de estudio y la definición de los criterios para la evaluación del rendimiento del educando.

6.2. Autonomía escolar

En virtud de la autonomía escolar ordenada por el artículo 77 de la Ley 115 de 1994, los establecimientos educativos que ofrezcan la educación formal gozan de autonomía para organizar las áreas obligatorias y fundamentales definidas para cada nivel, introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley, adaptar algunas áreas a las necesidades optativas dentro de las áreas establecidas en la ley, adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza, y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos que establezca el MEN.

6.3. Currículo

Describo brevemente algunas de las normativas relacionadas con el currículo.

1. Decreto 230 de 2002 (MEN, 2002)

El currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el PEI.

Por lo tanto (por la autonomía escolar), el currículo adoptado por cada establecimiento educativo debe tener en cuenta y ajustarse a los siguientes parámetros.

- Los fines de la educación y los objetivos de cada nivel y ciclo definidos por la Ley 115 de 1994.
- Las normas técnicas, tales como estándares para el currículo en las áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento, u otros instrumentos para la calidad, que defina y adopte el MEN.
- Los lineamientos curriculares expedidos por el MEN.

2. Resolución 2343 (MEN, 1996b)

El currículo común de la educación básica y media, al que se refieren los artículos 19, 23 y 31 de la Ley 115 de 1994, de obligatoria adopción por parte de las instituciones educativas, debe entenderse como un conjunto de procesos, saberes, competencias y valores, básicos y fundamentales para el desarrollo integral de las personas y de los grupos, en las diversas culturas que integran la nacionalidad colombiana. El currículo de las instituciones educativas debe tener en común el concepto de educación y formación del educando, los fines, los objetivos, los grupos de áreas obligatorias y fundamentales y toda aquella formación que, según la Ley 115 de 1994, tiene el carácter de obligatoria, sin que ello implique la adopción de idénticas metodologías o estrategias pedagógicas.

6.4. PEI

Los siguientes son algunos de las cuestiones que la normativa trata sobre el PEI y que se consideran en el decreto 1860 de 1994 (MEN, 1996a). Todo establecimiento educativo debe elaborar y poner en práctica, con la participación de la comunidad educativa, un PEI que exprese la forma como se ha decidido alcanzar los fines de la educación definidos por la ley, teniendo en cuenta las condiciones sociales, económicas y culturales de su medio. Para

lograr la formación integral de los educandos, debe contener diversos aspectos entre los que se resaltan el 4 y el 5: “4. La estrategia pedagógica que guía las labores de formación de los educandos. 5. La organización de los planes de estudio y la definición de los criterios para la evaluación del rendimiento del educando” (p. 5).

6.5. Plan de estudios

El plan de estudios debe contener al menos los siguientes aspectos: (a) la intención e identificación de los contenidos, temas y problemas de cada área, señalando las correspondientes actividades pedagógicas; (b) la distribución del tiempo y las secuencias del proceso educativo, señalando en qué grado y periodo lectivo se ejecutarán las diferentes actividades; (c) los logros, competencias y conocimientos que los educandos deben alcanzar y adquirir al finalizar cada uno de los periodos del año escolar, en cada área y grado, según hayan sido definidos en el PEI, en el marco de las normas técnicas curriculares que expida el MEN; igualmente incluirá los criterios y procedimientos para evaluar el aprendizaje, el rendimiento y el desarrollo de capacidades de los educandos; (d) el diseño general de planes especiales de apoyo para estudiantes con dificultades en su proceso de aprendizaje; (e) la metodología aplicable a cada una de las áreas, señalando el uso del material didáctico, textos escolares, laboratorios, ayudas audiovisuales, informática educativa o cualquier otro medio que oriente o soporte la acción pedagógica; (f) indicadores de desempeño y metas de calidad que permitan llevar a cabo la autoevaluación institucional.

6.6. Logros e indicadores de logros (MEN, 1998a)

Un punto central del PEI y del plan de estudios es el establecimiento de logros e indicadores de logros. El MEN produjo lineamientos para este tema. Es un documento muy denso y erudito que busca dar indicaciones sobre cómo establecer logros, pero no logra proponer procedimientos claros para ello. En este documento se “niegan” los contenidos y se afirma que “lo básico está constituido más por competencias, habilidades, actitudes y valores que por los contenidos aprendidos en la forma tradicional” (p. 7). En una resolución, el MEN determina que se deben establecer indicadores de logros por conjuntos de grados a nivel nacional. Los centros deben establecer logros por grados e indicadores de logros específicos. La resolución trae indicadores de logros. Para 7º, 8º y 9º, un ejemplo de logro es “usa enfoque de solución de problemas

investigando contenidos matemáticos desarrollando estrategias para resolverlos” y otro es “relaciona orden de parejas, ternas ordenadas, cuaternas ordenadas, combinaciones de elementos entre conjuntos”.

6.7. Lineamientos curriculares (MEN, 1998b)

Además de los lineamientos sobre logros e indicadores de logros, el MEN produjo dos documentos específicos a las áreas: los lineamientos curriculares de 1998 y los estándares de 2006. Estos documentos no pretenden ser contradictorios entre sí. Aunque hay un documento de estándares de 2003, este parece ser un borrador y no se menciona en ningún lugar.

Los lineamientos curriculares se presentan como una propuesta para enriquecer el currículo del PEl. Sirven de orientación únicamente. El documento desarrolla los siguientes apartados: diferentes concepciones acerca de la naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas; elementos que inciden en una reconceptualización de la educación matemática hoy; una nueva visión del conocimiento matemático en la escuela; y hacia una estructura curricular.

El documento entra en detalle en el último apartado sobre estructura curricular. Los elementos clave de la propuesta son los siguientes.

- Procesos generales (lo que ahora se llama ser matemáticamente competente): razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.
- Conocimientos básicos: que se organizan en los cinco tipos de pensamiento.
- Contextos: matemáticas, vida diaria y otras ciencias.
- Situaciones problemáticas.

Se intenta mostrar que los tres primeros elementos están relacionados y concretan el espacio para el diseño de situaciones problemáticas. El resto del documento se dedica a desarrollar cada uno de los pensamientos y presentar ejemplos de situaciones problemáticas. El discurso mezcla aspectos del contenido con aspectos cognitivos y de instrucción, e intenta desarrollar todo el tema en unas cuantas páginas. Después se dedica una buena cantidad de páginas a desarrollar los procesos generales, y presentar ejemplos de situaciones.

El final del documento se centra en la evaluación. Se dan ideas para establecer los logros. Para ello, se establecen indicadores: de significación, de

ejercitación y aplicación, de comunicación, de estrategias para la solución de problemas y de comportamientos creativos.

6.8. Estándares básicos de competencias (MEN, 2006)⁴

En este apartado, identifico y resumo las ideas clave que caracterizan el documento de los estándares desde la perspectiva de este capítulo y formulo algunas reflexiones al respecto.

1. Aspectos generales

El documento de los estándares vincula la calidad de la educación con las expectativas de aprendizaje de los escolares. Sugiere que los estándares sirvan de guía para el diseño curricular (plan de área y plan de aula), la producción y selección de libros de texto, el diseño de prácticas educativas, y la formación de profesores. Esta propuesta es muy ambiciosa. Debe entenderse en el sentido de que los estándares definen las expectativas de aprendizaje que pueden guiar esos propósitos.

En el contexto de la autonomía curricular, el documento sugiere que los estándares son los referentes e indicadores comunes. Puesto que los estándares fijan unas expectativas de aprendizaje a dos niveles (procesos generales y estándares), unos criterios de logro y unos contenidos (en el caso de matemáticas, a través de los cinco tipos de pensamiento), se entiende que el documento respeta la autonomía curricular al no abordar la dimensión formativa del currículo.

El documento propone diversas aproximaciones a la noción de estándar. Busca diferenciarla de las nociones de objetivo de aprendizaje y de logro. No obstante, desde una perspectiva curricular, los estándares se ubican en las dimensiones cognitiva y social. Su formulación se hace en términos de expectativas de aprendizaje y se promueve que se vean como patrón para establecer el nivel de desarrollo de los procesos generales: “Un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad” (p. 11). Adicionalmente, los estándares involucran la dimensión conceptual, puesto que es necesario organizarlos en tipos de pensamiento.

4 Este apartado está basado en el documento Gómez et al. (2014).

2. Marco conceptual de los estándares de matemáticas

La sección del documento que aborda las matemáticas se divide en varios apartados que tratan los fines de la formación matemática, la competencia matemática, los pensamientos matemáticos, los contextos de aprendizaje, la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación, y la estructura de los estándares. Resumen cada apartado a continuación.

Fines de la formación matemática. El documento describe cinco fines de la Educación Matemática. Presenta la evolución histórica de esos fines en el contexto colombiano, pero no asume una posición explícita.

Competencia matemática. El documento establece un vínculo entre el aprendizaje por competencias y el aprendizaje significativo y comprensivo. La expresión “aprendizaje por competencias” es problemática. Las competencias son unas expectativas de aprendizaje y su formulación no implica que se establezca cómo se pueden lograr o cómo pueden guiar el aprendizaje. Por otro lado, el documento no aborda con profundidad el término competencia. Se refiere al término a través de definir qué significa ser matemáticamente competente. Vincula esa expresión a una visión epistemológica de las matemáticas y a una visión cognitiva del contenido matemático (conceptual y procedimental). La noción de ser matemáticamente competente se establece con base en los cinco procesos generales. Destaca que el primer proceso general se puede vincular con los procesos esenciales de la alfabetización matemática de PISA. Los autores vinculan los cuatro procesos que proponen con los cinco procesos generales propuestos en el documento de lineamientos curriculares (MEN, 1998b). Se describen estos procesos generales con bastante detalle. No obstante, el discurso no proporciona ejemplos de las ideas que se introducen.

Pensamientos matemáticos. Se presentan los cinco tipos de pensamiento de manera detallada. Esta es una aproximación estructural al contenido matemático que sigue, en cierta medida, las áreas tradicionales del currículo. En algunos casos, la presentación de los pensamientos se centra en un análisis histórico que no enfatiza necesariamente las ideas clave del sentido de cada pensamiento (p. ej., qué es el sentido numérico). No resulta completamente claro cómo la descripción de los pensamientos se relaciona con los procesos generales y más adelante con la formulación de los estándares. La presentación de los pensamientos no es necesariamente uniforme. En algunos casos, se hace énfasis en aspectos de contenido; en otros, en aspectos cognitivos; y, en otros, de instrucción. Se presentan las relaciones entre los cinco tipos de

pensamiento y se menciona la resolución de problemas como marco en el que se pueden relacionar.

Contextos de aprendizaje. Se introduce y describe la noción de contexto de aprendizaje. Esta noción se refiere a los ámbitos en los que el aprendizaje puede tener lugar y a los que se puede hacer referencia en las actividades que se propongan a los estudiantes. El uso de este término no coincide con el propuesto por el proyecto PISA.

Enseñanza, aprendizaje y evaluación. Se distingue entre situación y actividad, y se define situación problema. Se aborda brevemente la interacción en el aula, los conocimientos previos de los estudiantes y su relación con las actitudes de los estudiantes. Se hace una reflexión genérica sobre las prácticas de enseñanza y sobre la utilidad de los recursos didácticos. Finalmente, se promueve la evaluación formativa.

Estructura de los estándares. Se presentan los estándares como niveles de avance en el desarrollo de las competencias. Cada estándar pone el énfasis en un proceso general. Se afirma que los estándares no deben entenderse como metas que se pretende lograr en un tiempo determinado. Es decir, se asigna a los estándares el atributo de expectativa de largo plazo que usualmente corresponde a la noción de competencia. Se justifica la organización por conjuntos de grados. Se promueve el desarrollo integrado de los cinco tipos de pensamiento. Se hace una reflexión detallada sobre el carácter formal de las matemáticas. Finalmente, se justifican y ejemplifican las ideas de coherencia vertical y horizontal.

Estándares de matemáticas. La segunda parte del documento sigue la estructura que se explica en la primera. A continuación, presento algunas reflexiones sobre esta segunda parte y su relación con la primera.

3. Reflexiones sobre los estándares

A continuación, presento algunas reflexiones sobre el documento de los estándares, en particular, de los estándares de matemáticas.

Un profesor y una institución educativa ideal. El documento parece dirigirse a unos profesores (especialistas en el área) dentro de una institución educativa que no se encuentra con frecuencia en el contexto colombiano. Supone que “la creatividad de los docentes, sus conocimientos de la realidad de los estudiantes, su experiencia en el diseño de estrategias pedagógicas” (MEN, 2006, p. 7) serán suficientes para lograr que sus estudiantes alcancen los estándares.

Autonomía curricular y dimensión formativa del currículo. El documento aborda tres dimensiones del currículo: conceptual, cognitiva y social (indirectamente). Argumenta que respeta la autonomía curricular porque aborda el qué, pero no el cómo. Esta es una posible interpretación de la autonomía curricular. Esta interpretación implica que el documento no aborda (excepto de manera general) la dimensión formativa del currículo.

Marco conceptual: texto difícil de leer para el profesor. El marco conceptual del documento presenta un texto denso y complejo que aborda múltiples aspectos de la Educación Matemática y que resulta difícil de leer para el no iniciado en la investigación en la disciplina. Se encuentran diversas alusiones a la historia y a la investigación en Educación Matemática que pueden distraer al lector de las ideas clave que se quiere transmitir.

Marco conceptual: aborda diversidad de temas. El marco conceptual aborda todas las dimensiones del currículo con diferentes niveles de profundidad. Las dimensiones conceptual y cognitiva se describen con mucho detalle, mientras que las dimensiones formativa y social se tratan con menos profundidad. En ese sentido, se explica con cierto detalle cómo se formulan los estándares, en su relación con los pensamientos matemáticos y los procesos generales, pero se ofrece poca explicación sobre cómo un profesor puede ofrecer oportunidades a sus estudiantes para lograrlos.

Enfoque estructural de las matemáticas escolares. Es posible interpretar el documento desde un enfoque estructural de las matemáticas escolares (Rico y Lupiáñez, 2008, pp. 175-176). Se aborda el conocimiento desde la perspectiva de las estructuras matemáticas (Obando, 2004) y, aunque se menciona la modelización y la resolución de problemas, el centro de atención no consiste en ver el conocimiento como un conjunto de herramientas que le permiten a un sujeto abordar tareas en diversos contextos.

Fines de la formación matemática. La reflexión sobre los fines es extensa y con muchas referencias históricas. No resulta claro cuál es la posición que el documento asume en relación con la formación matemática de los estudiantes. En este sentido, la reflexión sobre los fines de la Educación Matemática no parece guiar el resto del discurso.

Expectativas de aprendizaje. El documento no aborda explícitamente la noción de competencia matemática. Se menciona indirectamente al establecer qué significa ser matemáticamente competente y relacionar esta idea con los procesos generales. La visión funcional de las matemáticas escolares queda

inmersa en el primer proceso general. La relación entre procesos generales y estándares se menciona en el marco conceptual, pero queda opaca en el listado de estándares: no se aprecia con claridad cómo el logro de los estándares contribuye al desarrollo de los procesos generales.

Estándares y procesos generales. Una gran proporción de estándares se centra en el uso de conceptos y procedimientos matemáticos dentro de contextos matemáticos. Los procesos de razonar y comunicar tienden a expresarse en términos de los verbos que caracterizan ese uso dentro del contexto matemático. Los procesos de resolución de problemas y de modelización aparecen con poca frecuencia en los listados.

Contenido matemático. Como ya lo mencioné, se aprecia un enfoque estructural al conocimiento. El contenido de las matemáticas escolares se organiza de acuerdo con estructuras matemáticas. Sin embargo, los contenidos que deben abordarse en cada conjunto de grados no son explícitos. El propósito de relacionar los cinco tipos de pensamientos matemáticos no se aprecia en la formulación de los estándares (Bonilla y Romero, 2003).

Estándares y pensamientos matemáticos. No es claro que la organización de los estándares por pensamientos matemáticos logre su objetivo. Los profesores tienden a mantener su aproximación por contenidos y no necesariamente vinculan los diferentes pensamientos matemáticos en una misma tarea. No hay vinculación entre estándares y pensamientos matemáticos, por un lado, y los fenómenos, por el otro.

Contextos. El uso del término “contexto” para referirse a los ámbitos en los que tiene lugar el aprendizaje no coincide con el uso habitual del término dentro de la Educación Matemática. La reflexión sobre los contextos de aprendizaje y las situaciones a las que se refieren las actividades no parece ubicarse adecuadamente dentro del discurso.

Enseñanza, aprendizaje y evaluación. Este apartado es general y aborda superficialmente las dimensiones formativa y social del currículo. No proporciona información concreta para el profesor.

Problemas, situaciones problema, resolución de problemas. Al asumir un enfoque estructural de las matemáticas escolares y reducir la visión funcional a uno de los procesos generales, el documento no destaca la importancia de las matemáticas como herramienta con la que un sujeto puede abordar problemas en diferentes contextos. La noción de problema (o situación problema; Obando,

2003) parece reducirse a tareas en las que el problema está formulado en un contexto no matemático, pero que no requiere la formulación de un modelo, ni la interpretación de los resultados en ese contexto.

Organización de los estándares por conjuntos de grados. Aunque bien intencionada, esta propuesta confunde a los profesores. Ellos deben definir expectativas de aprendizaje para cada grado y concretarlas en objetivos de aprendizaje para los periodos académicos. La organización por conjuntos de grados los obliga a tomar decisiones sobre las expectativas de aprendizaje que dificultan su trabajo e impiden que se logre tanto la coherencia vertical, como la coherencia horizontal.

Niveles de generalidad de los estándares. Los enunciados de los estándares están redactados con distintos niveles de generalidad, desde el punto de vista de los contenidos. Por ejemplo, los dos estándares siguientes permiten identificar dominios acotados de contenido, pero, mientras el primer caso se refiere a un ámbito muy restringido (fracciones), en el segundo, se apela a un dominio de gran amplitud (representaciones geométricas en matemáticas y otras disciplinas): (a) “Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte-todo, cociente, razones y proporciones” (p. 82) y (b) “Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas” (p. 86). El estándar sobre fracciones podría considerarse, directamente, el enunciado de un objetivo; pero el estándar sobre representaciones geométricas debería concretarse más si queremos que sea útil para la planificación. Por ejemplo, si estamos preparando un tema sobre trigonometría, un objetivo relacionado con este estándar podría enunciarse como: “Obtener triangulaciones planas a partir de situaciones geográficas espaciales y determinar posiciones de puntos, medidas de distancias o áreas de terrenos utilizando las razones trigonométricas” (González y Gómez, 2013).

6.9. Documento de los derechos básicos de aprendizaje⁵

El documento de los derechos básicos de aprendizaje está organizado en dos partes. La introducción indica que los derechos básicos de aprendizaje están estructurados en concordancia con los documentos de los lineamientos

5 Este apartado está basado en Gómez, Castro, Bulla, Mora y Pinzón (2016). Para una crítica de la primera versión de los derechos básicos de aprendizaje, véase Gómez y Velasco (2017).

curriculares y los estándares (MEN, 2015a, p. 4). También, se establece que los derechos básicos de aprendizaje están a disposición de diferentes agentes —entidades territoriales, establecimientos educativos, docentes y directivos docentes, familias, estudiantes y MEN— como referente para el desarrollo de procesos de planificación, diseño curricular, acompañamiento, estudio personal y seguimiento. Se hace énfasis en que los derechos básicos de aprendizaje son referentes para la planificación de área y aula, por grados y niveles, y que pueden ser ejemplos de rutas para los procesos de diseño curricular, de área y de aula en una institución educativa. Los derechos básicos de aprendizaje se estructuran de acuerdo con el siguiente orden: (a) una frase que indica lo que el estudiante debe alcanzar durante un año escolar, (b) las ideas secundarias o palabras clave que dan significado al derecho básico de aprendizaje y (c) un ejemplo que ilustra lo que se espera que el estudiante pueda realizar una vez ha aprendido el derecho básico de aprendizaje. En la segunda parte, el documento presenta los listados de derechos básicos de aprendizaje, organizados por grados.

Apreciamos el esfuerzo que se manifiesta en el documento de los derechos básicos de aprendizaje para facilitar el diseño y desarrollo curricular del docente. El documento de los estándares presenta un conjunto de expectativas de aprendizaje de nivel superior que el Estado espera que los estudiantes logren, pero no da indicaciones de cómo las instituciones y docentes pueden contribuir a esos propósitos. Está claro que instituciones y docentes necesitan fundamentos y guías para ello. Destacamos positivamente la intención del documento de los derechos básicos de aprendizaje de abordar este problema. Consideramos valiosa la intención de proporcionar expectativas de aprendizaje por grados, no por conjuntos de grados. No obstante, hemos identificado algunas dificultades que mencionamos a continuación. Se refieren a (a) el uso del término “derecho”, (b) los propósitos expuestos en la introducción y no logrados, (c) el lector objetivo, (d) la redacción de expectativas de aprendizaje, (e) la homogeneidad y el nivel de concreción, (e) el papel de las ideas secundarias, (f) los ejemplos y la visión instrumental del currículo, y (g) el hilo conductor.

El término “derecho”. Vemos conveniente que se reflexione sobre el uso del término “derecho” y sus implicaciones. Se podría pensar que, si no se implementa algún derecho básico de aprendizaje, entonces se está vulnerando. Sugerimos que se utilice la etiqueta “expectativas básicas de aprendizaje” para

las expectativas que se presentan en el documento de los derechos básicos de aprendizaje.

Introducción. Aunque se menciona en la introducción, es necesario reiterar en su difusión que el documento de los derechos básicos de aprendizaje complementa los documentos curriculares existentes y que no lo son todo, pues el docente debe agregar otra información para usarlos en el aula. Es evidente que hay un avance en querer concretar las acciones para la enseñanza, pero la introducción establece muchos propósitos que no se satisfacen a lo largo del documento.

Lector objetivo. El documento de los derechos básicos de aprendizaje está dirigido a diferentes tipos de lectores. Resulta muy difícil que un mismo documento satisfaga las expectativas y necesidades de esa variedad de agentes y se redacte con el lenguaje, el detalle y la profundidad que cada agente requiere. Consideramos que el documento se debe concretar para un lector específico. En el caso de las familias, el lenguaje del documento de los derechos básicos de aprendizaje es técnico. Esto puede generar problemas de interpretación para padres que no tengan un nivel de escolaridad suficiente. Adicionalmente, el documento de los derechos básicos de aprendizaje podría funcionar como una lista de chequeo. Esto puede limitar la autonomía curricular y el desarrollo de las prácticas de aula. Por lo anterior, sugerimos que el documento de los derechos básicos de aprendizaje se dirija al docente de aula y al área de matemáticas y que, por tanto, se piense en los problemas que ellos tienen en su práctica docente (particularmente, en el diseño del plan de área).

Redacción de expectativas de aprendizaje. Los enunciados de los derechos básicos de aprendizaje son combinaciones de contenidos con verbos no observables (comprende, entiende) que impiden que se asuman realmente como expectativas de aprendizaje. Por ejemplo, ¿cómo puede un docente establecer si el estudiante reconoce un significado (derecho básico de aprendizaje 1)?

Homogeneidad y nivel de concreción. Los derechos básicos de aprendizaje no son homogéneos en su nivel de concreción. Un ejemplo de esta situación se puede encontrar en el listado de grado 9º, al comparar los derechos básicos de aprendizaje 1 y 14.

Papel de las ideas secundarias. Las ideas secundarias no aparecen en todos los derechos básicos de aprendizaje. Constatamos que, en muchas ocasiones, más que dar significado al derecho básico de aprendizaje, las ideas secundarias son una explicación teórica del contenido matemático al que se refieren.

Ejemplos y visión instrumental del currículo. El documento de los derechos básicos de aprendizaje indica que los ejemplos ilustran lo que se espera que el estudiante pueda realizar una vez ha aprendido el derecho básico de aprendizaje (p. 4). Por su definición, reconocemos los ejemplos como tareas de evaluación. Constatamos que la mayoría de ejemplos del documento de los derechos básicos de aprendizaje están centrados en el contenido matemático. Esta es una visión restringida de lo que significa la formación del estudiante matemáticamente competente. Además, la mayoría de los ejemplos están relacionados con tareas netamente procedimentales. Percibimos, por tanto, una visión instrumental del currículo que se centra en el manejo de hechos y destrezas puramente matemáticas (Rico y Lupiáñez, 2008, p. 94). Como consecuencia, los ejemplos de los derechos básicos de aprendizaje no promueven sistemáticamente, por ejemplo, la representación, la modelación, o el planteamiento y resolución de problemas.

Hilo conductor. No encontramos un hilo conductor o estructura para la organización de los derechos básicos de aprendizaje. Por consiguiente, no se evidencia una secuencia que ayude a organizar la estructura curricular de un año escolar en la planificación de los docentes.

Debido a la importancia que se pretende dar al documento de los derechos básicos de aprendizaje y dada la incidencia que puede tener en las instituciones educativas, consideramos necesario que se establezca como público específico de este documento a los docentes y al área de matemáticas de las instituciones educativas. Proponemos que el documento se enfoque al proceso de planificación de área y concrete las dimensiones conceptual, cognitiva y social del currículo (Rico, 1997a). Un documento de este tipo permitirá, a través del plan de área, fundamentar y guiar la planificación de aula del docente. Igualmente, vemos que es indispensable alinear los derechos básicos de aprendizaje con el documento de los estándares y los lineamientos de las pruebas Saber, y que esta alineación se debe hacer evidente de cara a los procesos de planificación del docente. Sugerimos utilizar la estructura de los derechos básicos de aprendizaje para proponer expectativas de aprendizaje basadas en los lineamientos de las pruebas Saber (Pedraza, Castillo, Ortiz, Toro, Castelblanco y Fernandes, 2009) y en la matriz de referencia (MEN, 2015b). Esto implica presentar (a) una expectativa básica de aprendizaje —actualmente, frase inicial del derecho básico de aprendizaje— que sea equivalente a una afirmación Saber (aprendizaje en la matriz de referencia), (b) la descripción cognitiva de la expectativa básica de aprendizaje —en el lugar en

el que aparecen las ideas secundarias del derecho básico de aprendizaje, y equivalente a las evidencias en la matriz de referencia—, (c) un ejemplo de una tarea de evaluación contextualizada y (d) la explicación del alcance de la tarea de evaluación. En el momento de publicación de este libro, se están publicando nuevas versiones del documento de los derechos básicos de aprendizaje y otros documentos complementarios. Invito al lector a buscar y revisar esas nuevas versiones.

7. PISA 2012

Hablar del proyecto PISA implica hablar de muchas cuestiones a la vez. La función principal del proyecto PISA es proporcionar información sobre la formación matemática de los estudiantes de los países que participan en el estudio. Por consiguiente, la forma más directa de ver este proyecto es considerar que es una prueba de evaluación de conocimientos que incluye los procedimientos para analizarlos e informar sobre esos resultados. Surge entonces una pregunta de partida: ¿qué se mide en PISA? PISA responde a esta pregunta al asumir una posición sobre lo que considera que son las matemáticas escolares y lo que considera que debe ser la formación matemática de un estudiante de quince años. PISA pone de manifiesto esta posición en el marco conceptual del estudio y la implementa en el diseño de las preguntas del cuestionario.

PISA no pretende evaluar los currículos de los países que participan en el estudio. Busca establecer en qué medida los estudiantes evaluados son capaces de poner en juego sus conocimientos matemáticos en situaciones reales (personales, científicas, sociales o profesionales). La alfabetización matemática es la noción central que describe estas expectativas. PISA 2012 dejó de usar la expresión competencia matemática y la reemplazó por alfabetización matemática (*mathematical literacy*) en relación con lo que se venía usando, por ejemplo, en PISA 2003 (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE], 2006). Por razones que desconocemos, la traducción al castellano, hecha por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España (2013), mantiene la expresión competencia matemática que se define, en los dos documentos, como

la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas

para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013, p. 9).

La alfabetización matemática se centra en la capacidad del individuo para resolver problemas en contexto con base en tres procesos: formular, emplear e interpretar. Para ello, el individuo debe razonar matemáticamente y emplear las matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Esta capacidad es útil para los ciudadanos. La definición implica los siguientes descriptores a los que haré referencia en lo que sigue.

1. Capacidad.
2. Formular, emplear e interpretar.
3. Contexto.
4. Razonar matemáticamente.
5. Usar.
6. Conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas.
7. Describir, explicar y predecir fenómenos.
8. Reconocer el papel de las matemáticas en el mundo.
9. Hacer juicios fundados y tomar decisiones.
10. Ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

7.1. Alfabetización matemática en la práctica

En los descriptores anteriores, destacan diversos procesos (1, 4, 5, 7, 8 y 9). La definición asume una visión funcional de las matemáticas, en contraste con otros enfoques como el instrumental o el estructural (Rico y Lupiáñez, 2008, pp. 175-177). En esta visión funcional, se enfatiza la resolución de problemas en diversos contextos con la ayuda de unas herramientas matemáticas. PISA describe este proceso de resolución de problemas en términos de cómo la alfabetización matemática tiene lugar en la práctica. Se parte de un reto (problema) en un contexto real. Este contexto puede ser personal, laboral, social o científico. Y se puede abordar con herramientas matemáticas que se organizan en cuatro categorías del contenido de las matemáticas escolares: cantidad, incertidumbre y datos, cambio y relaciones, y espacio y forma. El pensamiento y la acción matemáticos se ponen en juego con base en conceptos, conocimientos y destrezas matemáticos que se expresan en capacidades matemáticas fundamentales: razonar y argumentar, comunicar, matematizar,

representar, diseñar estrategias para resolver problemas, usar lenguaje formal, simbólico y las operaciones, y usar herramientas matemáticas. El proceso de resolución de problemas involucra los procesos de formular, emplear, e interpretar y evaluar, como muestro en la figura 6.

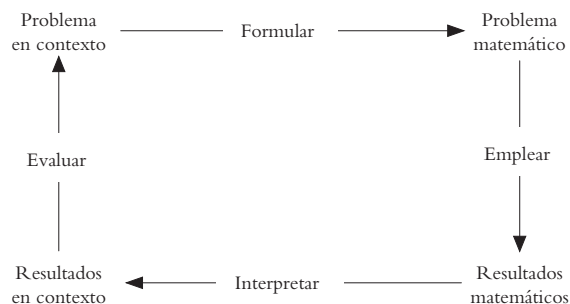


Figura 6. Procesos de resolución de problemas (OECD, 2013, p. 26)

El proceso de formular implica identificar oportunidades para usar las matemáticas y transformar una situación para que pueda ser tratada con matemáticas. El resultado es la construcción de un modelo que caracteriza el problema en términos matemáticos. En ese modelo matemático, las matemáticas se emplean para obtener una solución. Estos resultados se interpretan en el contexto y se evalúa su validez.

7.2. Contextos

PISA 2012 define con claridad la noción de contexto. Esta variable de tarea permite asignar tareas a contextos diferentes. PISA 2012 hace énfasis en la utilización de contextos auténticos y significativos y define contexto como aquel aspecto del mundo del individuo en el cual se encuentran situados los problemas. Establece cuatro categorías: personal, social, profesional y científico. En PISA 2012, se presenta una caracterización mucho más clara que la que se hacía en el 2003: se definen muchos más descriptores para cada categoría (Carballo, Rico y Lupiáñez, 2013, pp. 231-233).

7.3. Contenido

Por otro lado, es importante destacar la organización que PISA hace de los contenidos en cuatro categorías: cantidad, incertidumbre y datos, cambio y relaciones, y espacio y forma. Esta organización no sigue la clasificación usual

de los contenidos matemáticos que se acostumbra en la mayoría de los currículos, la clasificación de TIMSS (Mullis, Martin, Ruddock, O'Sullivan, Arora y Eberber, 2005), o la clasificación de pensamientos y sistemas matemáticos del documento de los estándares. Esta organización de los contenidos es coherente con el marco conceptual del estudio: los contenidos se organizan en términos de los fenómenos que están en el origen de los problemas de la vida real que se espera que los estudiantes aborden. No obstante, esta organización atiende a la globalidad del contenido de las matemáticas escolares y cubre las principales áreas de los currículos escolares.

PISA 2012 describe con detalle los conocimientos de contenido matemático de cada una de estas categorías. Incluye en esas descripciones los procesos de modelización implicados en la resolución de problemas y hace énfasis en el pensamiento y las acciones que se requieren en ese proceso. Las descripciones destacan aspectos procedimentales que no aparecían en PISA 2003. Es importante resaltar que, bajo la concepción de alfabetización matemática de 2012, se “respalda la importancia de que los alumnos desarrollen una sólida comprensión de los conceptos de las matemáticas puras y los beneficios de tomar parte en exploraciones dentro del mundo abstracto de las matemáticas” (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013, p. 9).

7.4. Competencias y capacidades matemáticas fundamentales

El término “competencia” desapareció en PISA 2012 y fue reemplazado por la expresión “capacidades matemáticas fundamentales”, para referirse a los procesos cognitivos que son necesarios para resolver problemas en diferentes contextos. Se pasa de ocho competencias a siete capacidades matemáticas fundamentales, puesto que las competencias pensar y razonar, y argumentar se unen en una capacidad matemática fundamental: razonar y argumentar. Además, la competencia modelizar se transforma en una capacidad matemática fundamental denominada matematizar. Esta capacidad matemática fundamental incluye el proceso de modelizar como parte de la resolución de problemas que se presentó en la figura 6. Las capacidades matemáticas fundamentales se definen con precisión en el marco conceptual.

Resumo la síntesis que Caraballo et al. (2013) hacen de la conceptualización de PISA 2012 en el esquema de la figura 7. Al enfrentarse al reto de resolver un problema contextualizado, el individuo activa los tres procesos esenciales de la alfabetización matemática: formular situaciones matemáticamente; utilizar conceptos, hechos, procedimientos y razonamiento matemático;

e interpretar, aplicar y evaluar resultados matemáticos. Para ello activa pensamiento (conceptos, conocimientos y destrezas) y acciones sucesivas y simultáneas (las capacidades matemáticas fundamentales).

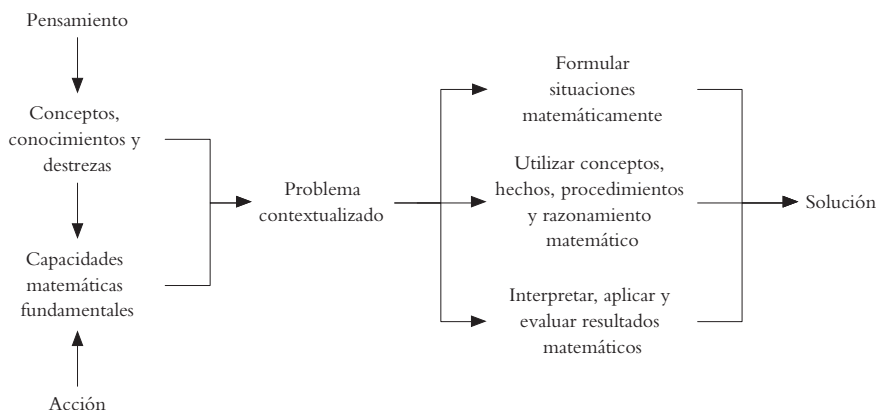


Figura 7. Conceptualización en PISA 2012

El marco conceptual de PISA 2012 describe la relación entre los procesos de resolución de problemas y las capacidades matemáticas fundamentales. Por ejemplo, el proceso de representación implica descripciones que corresponden a los procesos de formular, emplear e interpretar (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013, p. 18): (a) crear una representación matemática de información del mundo real, (b) interpretar, relacionar y utilizar distintas representaciones cuando se interactúa con un problema, (c) interpretar los resultados matemáticos en distintos formatos con relación a una situación o uso, y (d) comparar o valorar dos o más representaciones en relación con una situación.

7.5. Nivel de dificultad de las preguntas

En PISA 2012, desaparecen los tres niveles de complejidad de PISA 2003 (reproducción, conexión y reflexión), pero se mantienen los seis niveles de competencia que se han usado desde 2003 (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013, pp. 29-30). Por ejemplo, el nivel 2 se describe de la siguiente manera.

En el nivel 2, los alumnos saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que solo requieren una inferencia directa. Saben extraer información pertinente de una sola fuente y hacer uso de un único modelo

representacional. Los alumnos de este nivel pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales. Son capaces de efectuar razonamientos directos e interpretaciones literales de los resultados. (p. 30)

Adicionalmente, se incluye una descripción de las características que hacen que la activación de las capacidades matemáticas fundamentales sea más o menos compleja (pp. 34–35).

8. Concreción del tema

En este libro, presentamos herramientas conceptuales y metodológicas para el diseño, implementación y evaluación de una unidad didáctica sobre un tema concreto de las matemáticas escolares. El primer paso de este proceso consiste en identificar y concretar ese tema. Concretar un tema de las matemáticas escolares no es una tarea evidente. No es cuestión de identificar un contenido con una frase. En este apartado, doy algunas sugerencias para identificar y caracterizar un tema de las matemáticas escolares. Dado que el propósito consiste en concretar el tema para el que se va a diseñar una unidad didáctica que será implementada en la práctica, es necesario caracterizar la historia del plan de área de la institución en cuestión y los estudiantes con los que se trabajará.

8.1. Historia del plan de área de la institución

En un apartado anterior, presenté técnicas para analizar el plan de área de una institución. En este caso, además de tener en cuenta ese análisis, interesa indagar sobre algunas otras características de ese documento. Me centro en su historia.

La historia de un documento puede aportar información interesante para entender mejor su estructura y las modificaciones que ha tenido. En ese sentido, vale la pena indagar por el origen del plan de área en cuestión. Por ejemplo, interesa explorar si el documento está basado en planes de área previos y en qué medida. Así mismo, se puede indagar por eventos o circunstancias que hayan sido claves en la evolución de los planes de área en la institución y los cambios que implicaron.

A continuación propongo algunas cuestiones que ameritan ser abordadas.

- ¿El plan de área actual está basado en planes de área previos?
- ¿En cuáles de ellos y en qué medida?

- Eventos o circunstancias que hayan sido clave en la evolución de los planes de área en la institución y qué cambios implicaron.
- Si existe una plantilla para la elaboración del plan de área, establecer el origen de su primera versión y los cambios más importantes que haya sufrido desde que se comenzó a utilizar.

Por ejemplo, un plan área se puede basar en la revisión del documento del año anterior. La revisión del plan de área en algunas instituciones se hace principalmente con base en los resultados de los escolares o, por ejemplo, en los resultados en las pruebas estandarizadas nacionales. En función de los resultados, se plantean cambios en la planificación. Algunos de los cambios significativos pueden surgir a partir, por ejemplo, de transformaciones en los documentos curriculares nacionales o regionales, y de cambios en la institución, la organización de los cursos, el tamaño de las clases, las decisiones sobre el uso de un cierto libro de texto, y las políticas de la institución.

Es posible que la institución maneje un mismo formato de plantilla para todas las áreas. Esto determina las dimensiones del currículo que deben ser tenidas en cuenta a la hora de planificar el currículo que se va a desarrollar en el año escolar.

8.2. Contextos

Para concretar el tema, resulta importante indagar sobre los contextos de la institución y de los estudiantes. Al describir las características de las familias y estudiantes y de la institución educativa, se busca establecer cómo estos contextos condicionan el diseño y desarrollo curricular en la institución. Las características socioeconómicas de la familia o del centro educativo pueden ser tenidas en cuenta dentro de la institución en el momento de diseñar el plan de área. Esto puede afectar, por ejemplo, decisiones como si se le puede pedir un libro de texto o no a los estudiantes, o si por el contrario, es mejor producir unas guías. La institución puede tomar por ejemplo decisiones sobre el número de estudiantes por grupo. La disponibilidad o no de una sala de cómputo y en qué condiciones se puede disponer de esta es otro factor que puede dar indicios sobre el centro educativo y la infraestructura de la cual dispone. En ciertas instituciones se dispone de una sala de cómputo. Sin embargo, es posible que los computadores no sean muy recientes y/o no haya acceso a Internet. También puede ocurrir que el colegio tenga una muy buena infraestructura y, por lo tanto, esto permita planear unas actividades

de enseñanza mucho más elaboradas. Las siguientes preguntas pueden guiar el análisis del contexto socioeconómico e institucional.

1. Sobre las familias y los estudiantes

Las siguientes son algunas cuestiones que vale la pena indagar sobre el contexto socioeconómico y académico de los estudiantes: ¿cuáles son sus principales características socioeconómico-culturales?, ¿cómo se caracterizan académicamente los estudiantes? y ¿de qué modo son tenidas en cuenta en el diseño y desarrollo del currículo en la institución?

2. Sobre la institución educativa

Interesa también describir el contexto institucional. Para ello, se pueden abordar preguntas como las siguientes: ¿cómo se organiza?, ¿de qué infraestructuras dispone?, ¿qué otras características de la institución destacaría?, ¿de qué modo las características de la institución se han tenido en cuenta en la elaboración del plan de área? y ¿qué énfasis o modalidad tiene la institución, si los tiene?

3. Características del plan de centro (PEI)

El énfasis del plan de centro puede influir en la elaboración del plan de área y en su implementación dentro de la institución. Por ejemplo, los objetivos y/o los contenidos pueden estar pensados desde el énfasis del plan de centro, con el fin de desarrollar el perfil y las competencias planteados. Los temas y las actividades matemáticas también pueden ser contextualizadas por situaciones relacionadas con el énfasis del plan de centro. Se busca describir el núcleo que caracteriza el plan curricular de la institución y señalar cómo ha influido ese núcleo en la práctica curricular de la institución.

8.3. Descripción del tema

Una frase que describa un contenido no es suficiente para identificar y caracterizar un tema de las matemáticas escolares. Esa frase, como “cálculo de áreas por composición y descomposición”, puede ser el nombre que le asignemos al tema. Pero es necesario proporcionar más información que nos permita caracterizarlo y asegurarnos de que es posible abordar su enseñanza y aprendizaje en una cantidad reducida de sesiones de clase. Abordaré estas cuestiones desde tres perspectivas: el nivel educativo, el contenido y los aspectos cognitivos.

1. Nivel educativo

La caracterización de un tema de las matemáticas escolares depende del nivel educativo en el que se pretende abordar. Por consiguiente, es necesario establecer el grado para el que se pretende diseñar la unidad didáctica.

2. Contenido

En el capítulo sobre análisis de contenido, abordaremos detalladamente la caracterización del tema desde la dimensión conceptual del currículo. Aquí buscamos describir de manera general el tema desde esa perspectiva. Para ello, buscaremos responder a las siguientes preguntas.

1. ¿Con qué otros temas se relaciona el tema en cuestión?
2. ¿Cuáles son los conceptos y procedimientos que conforman el tema?
3. ¿De qué maneras se puede representar el tema?
4. ¿De qué tipos de fenómenos el tema sirve de modelo?

3. Aspectos cognitivos

Abordaremos detalladamente los aspectos cognitivos en el capítulo sobre el análisis cognitivo. Aquí, abordo tres cuestiones con el propósito de concretar el tema.

1. ¿Qué conocimientos previos se requieren antes de abordar el tema?
2. ¿Qué objetivos de aprendizaje se pueden formular para el tema?
3. ¿Cuáles son los errores más comunes en los que los estudiantes incurren cuando resuelven tareas relacionadas con el tema?

8.4. Ubicación curricular del tema

Finalmente, nos interesa caracterizar el tema desde la perspectiva de su ubicación en tres documentos curriculares: el plan de área de la institución, el documento de los estándares y el marco conceptual de PISA 2012.

1. Ubicación en el plan de centro

Se debe describir la ubicación del tema dentro del plan de centro de la institución. Se debe identificar el grado y el periodo en el que aparece y se debe establecer brevemente la descripción que se hace del tema en ese documento desde las cuatro dimensiones del currículo, en la medida en que sea posible.

2. Ubicación en los documentos curriculares

Interesa ubicar el tema en los documentos curriculares nacionales y regionales. Para el caso del documento de los estándares colombianos, se pueden abordar al menos las siguientes preguntas.

1. ¿A qué estándares se puede contribuir con el tema?
2. ¿En qué grados se ubican esos estándares?
3. ¿Cómo se relacionan esos estándares con otros que puedan tener relación con el tema?
4. ¿En qué tipos de pensamiento se ubica el tema?
5. ¿A qué procesos generales se puede contribuir con el trabajo en el tema?

3. Ubicación en el marco conceptual de PISA 2012

De manera similar, interesa, en la medida en que sea posible, ubicar el tema en el marco conceptual de PISA 2012. Para ello, hay que responder al menos las siguientes preguntas.

1. ¿En qué categorías de contenido se ubica el tema?
2. ¿En qué contextos se pueden ubicar problemas que impliquen el tema?
3. ¿Qué tipos de problemas se pueden abordar con el tema?
4. ¿A qué capacidades matemáticas fundamentales se puede contribuir con el trabajo en el tema?
5. ¿Hay alguna pregunta liberada de PISA 2012 que se relacione con el tema?

9. Conclusión

En este capítulo, hemos planteado las bases del marco conceptual que utilizaremos a lo largo de este libro. Este marco curricular, que desarrollaremos con detalle en los demás capítulos del libro, nos permitirá abordar de manera estructurada y sistemática el proceso de diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas para temas concretos de las matemáticas escolares. En este capítulo, hemos comenzado este proceso al mostrar cómo el marco curricular nos permite analizar los documentos curriculares nacionales, regionales e institucionales. El resultado de este análisis se convierte en el contexto en el que identificamos y concretamos el tema de las matemáticas escolares para el que diseñaremos nuestra unidad didáctica.

10. Agradecimientos

Las primeras ideas para este capítulo surgieron de discusiones con Marta Molina. Ángela María Restrepo contribuyó después a concretarlas y complementarlas. Quiero agradecer también a Patricia Cifuentes quien revisó y corrigió varias versiones previas de este texto.

11. Referencias

- Bonilla, M. y Romero, J. H. (2003). La Educación Matemática: los estándares y sus posibilidades de transformación. *Revista Educación y cultura*, 63, 18-25.
- Bulla, A., Solano, S. y Gómez, P. (2016). *Plan de área de matemáticas de la Institución Educativa Compartir Suba*. Documento no publicado. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/8559/>.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-293. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/375/>.
- Gómez, P. (2006). Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En P. Bolea, M. J. González y M. Moreno (Eds.), *X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 15-35). Huesca, España: Instituto de Estudios Aragoneses. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1278/>.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/444/>.
- Gómez, P. (2010). *Diseño curricular en Colombia: el caso de las matemáticas*. Documento no publicado. Granada, España: Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/651/>.
- Gómez, P., Castro, P., Bulla, A., Mora, M. F. y Pinzón, A. (2016). Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste. *Educ. Educ.*, 19(3), 315-338. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/7270/>.
- Gómez, P., Castro, P., Mora, M. F., Pinzón, A., Torres, F. y Villegas, P. (2014). *Estándares básicos de competencias: comparación con el estudio PISA y cuestiones para su ajuste*. Documento no publicado. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes. Disponible en <http://is.gd/PrJuw1>.
- Gómez, P. y González, M. J. (2008). *Mathematics knowledge for teaching within a functional perspective of preservice teacher training*. Trabajo presentado en ICME 11 Topic

- Study Group 27, Monterrey, México. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/418/1/>.
- Gómez, P. y González, M. J. (2009). Conceptualizing and exploring mathematics future teachers' learning of didactic notions. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación, Monografía XII*, 223-235. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/431/>.
- Gómez, P., González, M. J., Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). Learning the notion of learning goal in an initial functional training program. En O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepúlveda (Eds.), *Joint Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (IGPME 32) and North American Chapter (PME-NA XXX)* (Vol. 3, pp. 81-88). Morelia, México: Cinvestav-UMSNH. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/420/>.
- Gómez, P. y Restrepo, A. (2012). Procesos de planificación en matemáticas y autonomía escolar. En ASCOFADE, Universidad de Antioquia, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Universidad Pedagógica Nacional, Universidad del Valle y Universidad Pedagógica Nacional de México (Eds.), *Memorias del III congreso internacional y VIII nacional de investigación en educación, pedagogía y formación docente* (pp. 1386-1399). Bogotá, Colombia: Editor. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1592/>.
- González, M. J. y Gómez, P. (2008). Significados y usos de la noción de objetivo en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Investigación en Educación Matemática XII*, 425-434. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1211/>.
- González, M. J. y Gómez, P. (2013). *Apuntes sobre análisis cognitivo. Módulo 3 de MAD*. Documento no publicado. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/2041/>.
- González, M. J. y Gómez, P. (2014). Conceptualizing and describing teachers' learning of pedagogical concepts. *Australian Journal of Teacher Education*, 39(12), 13-30. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/6175/>.
- MEN (Ministerio de Educación Nacional) (1994a). *Ley 115 de febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación*. Bogotá, Colombia: Autor.
- MEN. (1994b). *Reflexión sobre los proyectos educativos institucionales y guía para la construcción de planes operativos por parte de las comunidades educativas*. Bogotá, Colombia: MEN.
- MEN. (1996a). *Decreto 1860 de 1994 por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994 en los aspectos pedagógicos y organizativos generales* (Vol. Ley 115). Bogotá, Colombia: MEN.
- MEN. (1996b). *Resolución 2343 de 1996 por la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal*. Bogotá, Colombia: Autor.
- MEN. (1998a). *Indicadores de logros curriculares*. Bogotá, Colombia: MEN.

- MEN. (1998b). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá, Colombia: Autor.
- MEN. (2002). *Decreto 230 de 2002. Por el cual se dictan normas en materia de currículo, evaluación y promoción de los educandos y evaluación institucional*. Bogotá, Colombia: MEN.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá, Colombia: Autor.
- MEN. (2015a). *Derechos básicos de aprendizaje*. Bogotá, Colombia: Autor.
- MEN. (2015b). *Matriz de referencias. Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Autor.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias*. Descargado el 30/1/2014, de <https://goo.gl/Xwmerl>.
- Mullis, I.V.S., Martin, M. O., Ruddock, G.J., O'Sullivan, C.Y., Arora, A. y Eberber, E. (2005). *TIMSS 2007 Assessment frameworks*. Chestnut Hill, PA: Boston College.
- Obando, G. (2003). Las situaciones problema: estrategia para la implementación de los estándares básicos de matemáticas en el currículo de matemáticas. En P.J. Rojas (Ed.), *Memorias del 5.º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 22-23). Bogotá, Colombia: Gaia. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/2439/>.
- Obando, G. (2004). Sobre los lineamientos curriculares y los estándares básicos de matemáticas. En P.J. Rojas (Ed.), *Memorias del 6.º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 35-40). Medellín, Colombia: Asocolme.
- OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos) (2006). *PISA 2006 marco de la evaluación: conocimientos y habilidades en ciencias, matemáticas y lectura*. París, Francia: Autor.
- OECD (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework. Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. Descargado el 30/1/2014, de <https://goo.gl/QSBfcC>.
- Pedraza, F. P., Castillo, M. J., Ortiz, E. F., Toro, L. J., Castelblanco, Y. B. y Fernandes, M. I. (2009). *Lineamientos generales Saber 2009 grados 5º y 9º*. Bogotá, Colombia: Icfes. Disponible en <https://goo.gl/wJaHH7>.
- Rico, L. (1997a). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria* (pp. 377-414). Madrid, España: Síntesis.
- Rico, L. (1997b). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Barcelona, España: ICE-Horsori. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/522/>.
- Rico, L. (Ed.). (1997c). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid, España: Síntesis.
- Rico, L. y Lupiáñez, J.L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.

Rico, L., Marín, A. y Romero, I. (1997). Fines de la educación matemática y proyectos curriculares. En L. Rico (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria* (pp. 319-375). Madrid, España: Síntesis.