



«Escuela de Atenas» (Detalle: discípulos alrededor del llamado Pitágoras) -Rafael-. Roma, Vaticano -.

LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICA Y LA HISTORIA DE LA ESCOLARIZACIÓN DE LOS SABERES

**El caso de la racionalización de los denominadores
en la escuela media argentina**

**Silvina Gvirtz
Graciela Morales**



FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CORDOBA
CALLE 50, 5000 CORDOBA, ARGENTINA
TEL: 0351 437 1000

RESUMEN

ABSTRACT

RÉSUMÉ

PALABRAS CLAVE

REFERENCIA

REVISTA

EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

RESUMEN

ABSTRACT

RÉSUMÉ

PALABRAS CLAVE

REFERENCIA

RESUMEN

LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICA Y LA HISTORIA DE LA ESCOLARIZACIÓN DE LOS SABERES.

El caso de la racionalización de los denominadores en la escuela media argentina

A partir del estudio sobre la manera y la finalidad en la que la racionalización de los denominadores se manifiesta, desde el siglo XIX, en los libros de texto de matemática para el nivel medio de enseñanza en la Argentina, se puede observar que el saber escolar, práctica y discurso específicos, resignifica las disciplinas, las administra, las homogeneiza y reduce su ambigüedad al mínimo posible.

ABSTRACT

MATHEMATICS TEXTBOOKS AND THE HISTORY OF KNOWLEDGE'S SCHOOLING.

The rationalization of denominators in the Argentinean high school

According to the study of the way and the aim in which the rationalization of denominators is manifested, from the 19th century, in the mathematics textbooks for high school in Argentina, it can be observed that school knowledge – a specific practice and discourse – gives a new meaning to disciplines, administers them, homogenizes them, and reduces their ambiguity as much as possible.

RÉSUMÉ

LES MANUELS DE MATHÉMATIQUES ET L'HISTOIRE DE LA SCOLARISATION DES SAVOIRS

Le cas de la rationalisation des dénominateurs à l'école argentine

A partir de l'étude concernant la finalité et la manière dont se manifesté la rationalisation des dénominateurs dans les ; manuels scolaires de mathématiques dans l'enseignement secondaire en Argentine, depuis le XXe siècle, nous pouvons constater comment le savoir scolaire, pratique et discours spécifiques, resignifie les disciplines, les gère, les homogénéise et réduit au minimum possible leur ambiguïté.

PALABRAS CLAVE

Libro de texto de matemáticas, enseñanza en Argentina, racionalización de los denominadores

REFERENCIA

GVIRTZ, Silvina y MORALES, Graciela. "Los libros de texto de matemática y la historia de la escolarización de los saberes. El caso de la racionalización de los denominadores en la escuela media argentina". En : *Revista Educación y Pedagogía*. Medellín: Facultad de Educación. Vol. XIII, No. 29-30, (enero-septiembre), 2001. pp. 171-192.

LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICA Y LA HISTORIA DE LA ESCOLARIZACIÓN DE LOS SABERES.

El caso de la racionalización de los denominadores en la escuela media argentina

Silvina Gvirtz*

Graciela Morales'*

INTRODUCCIÓN

Este artículo presenta un estudio de caso sobre la *racionalización de los denominadores* en la escuela media argentina. Su objetivo es describir la direccionalidad de los procesos a través de los cuales el saber erudito se transforma en saber escolar. Asimismo se propone explorar algunas de las características esenciales de este segundo tipo de saber.

Para realizar el estudio se analizaron treinta libros de texto que circularon en el país entre 1888 y 1990. La mayoría de ellos son textos conformes o adaptados a los programas oficiales de enseñanza en el nivel medio.

1. EL SURGIMIENTO DEL TEMA EN LOS TEXTOS ESCOLARES: DE LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA AL NIVEL MEDIO

La revisión de los libros de texto que incluyen el tema de la *racionalización*, permite observar

que éste forma parte del saber erudito en el siglo XIX, ya que se lo encuentra en los textos dirigidos a estudiantes universitarios. El primer libro de texto que incluye el tema, hallado en la Biblioteca Nacional, es el de Steadman (1887),¹ dirigido a universitarios. Su inclusión se justifica por razones prácticas: racionalizar un denominador irracional facilita el cálculo.

El tema no desaparece en los libros de textos universitarios. A lo largo del tiempo y hasta por lo menos la segunda mitad del siglo XX, los textos dirigidos a estudiantes universitarios, cuando incluyen el tema, lo hacen siempre por razones prácticas y en la medida en que se hace necesario para la resolución de alguna situación dada. Por ejemplo, en el libro *Matemática para ingenieros*, se incluye alegando las siguientes razones:

Racionalización de denominadores: cuando hay que operar con fracciones cuyo denominador es irracional, conviene en algunos casos transformarlas en otras de denominador racional, y, aunque esto se puede hacer siempre, no siempre son cómodas, sencillas o prácticas

* Doctora en Educación. Docente y directora de un proyecto de investigación sobre historia de la enseñanza de las ciencias exactas y naturales en Argentina, Universidad Nacional de Buenos Aires.
Dirección electrónica: sgvirtz@udesa.edu.ar

** Ayudante de segunda y se desempeña como auxiliar en el equipo de investigación mencionado en la nota anterior.

1. Vale aclarar que, como puede observarse en el Anexo, se trata de un libro en inglés, editado por la imprenta de la Universidad de Oxford. El autor, a su vez, es profesor en una universidad de Nueva Zelanda.

las fórmulas que resultan, por lo cual sólo exponemos a continuación los tipos más usuales (Vera, 1950,122).

En otro libro de texto universitario, *Lecciones de álgebra*, de J. Rey Pastor (1935, 296), el tema aparece dentro del apartado dedicado a resolver problemas geométricos de tercer grado:

Se puede, pues, racionalizar el denominador de toda expresión algebraica, es decir, se puede transformar en otra equivalente y que no tenga radicales en el denominador. Pero según advertimos en Análisis Algebraico, la expresión obtenida es tan complicada, que sólo en los ca-

sos sencillos allí estudiados puede tener utilidad práctica.

El ejemplo de este autor resulta elocuente, por cuanto escribió textos universitarios y textos para el nivel medio de enseñanza. En uno y otro caso, tanto la definición del concepto como el tratamiento del tema son bien diferentes. En el nivel medio (Rey Pastor, 1927) el tema lo tipifica en casos: se caracteriza cada tipo, se enuncia la regla correspondiente a éste, se exhibe un ejemplo y por último se presentan ejercicios que responden a los casos tipificados (véase tabla 1).

Tabla 1.
Diferentes definiciones de racionalización de los denominadores, dadas por un mismo autor, en un texto universitario y en un texto para la enseñanza media*

Texto para nivel universitario	Texto para el nivel medio
<p>«El procedimiento para racionalizar el denominador de un irracional cuadrático, se generaliza fácilmente para un irracional cualquiera. [...] Se puede, pues, racionalizar el denominador de toda expresión algebraica, es decir, se puede transformar en otra equivalente y que no tenga radicales en el denominador».</p>	<p>Racionalización de denominadores</p> <ul style="list-style-type: none"> -Caso en que el denominador es un binomio con un término racional y el otro irracional cuadrático. [...] -Caso en que el denominador es un binomio cuyos dos términos son irracionales cuadráticos. [...] <p>El procedimiento es el mismo y se puede dar para ambos casos una misma regla general:</p> <p>Regla: [...]</p> <p>DEFINICIÓN. Racionalizar el denominador de una fracción o cociente es transformar ésta en otra igual, que tenga racional el denominador.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Caso en el que el denominador es un radical cuadrático. [...] -Caso en el que el denominador es un radical cualquiera. [...] -Caso en el que el denominador es un trinomio. [...] -Caso en el que el denominador es polinomio [...]

* Rey Pastor (1927; 1935)

La diferencia entre uno y otro texto no es menor. El desarrollo teórico dado en los libros universitarios es general y contempla todas las posibilidades para racionalizar un denominador. En síntesis, la definición es exhaustiva. En paralelo, se aclara (como puede verse en la primera cita presentada del autor) que sólo unos pocos casos tienen alguna utilidad práctica.

Por el contrario, el texto para el nivel medio los casos de racionalización que presenta el autor no agotan todas las posibilidades. Sin embargo, por la forma en que están expuestos estos tipos, dan la "ilusión" de exhaustividad: en ningún momento se sugiere que existan otras posibles fracciones para "racionalizar", más allá de los tipos presentados en el texto.

Este ejemplo permite observar claramente cómo un mismo tema, tratado por un mismo autor, pero escriturado de manera diferente para niveles distintos de la enseñanza, genera discursos diferentes y permite observar que las formas de presentación del contenido, lejos de operar como contexto, son parte del texto.

2. LA RACIONALIZACIÓN EN LOS LIBROS DE TEXTO PARA EL NIVEL MEDIO (1888-1990)

Al analizar el problema de la racionalización de los denominadores en los libros de texto para el nivel medio de enseñanza en la Argentina, se pueden observar dos períodos históricos con características diferenciales: Un primer período va desde 1888 hasta 1927 y un segundo período, desde 1927 hasta 1990.

El primer período se caracteriza por una mayor heterogeneidad de los textos.

1. Algunos autores incluyen el tema, pero no le dan un tratamiento específico, es decir,

el tema se reconoce por ejemplos incluidos en otros temas (Rubio y Díaz, 1888).

2. Entre los que incluyen específicamente el tema, caben destacarse diferencias en lo que respecta a la justificación práctica del tema. Se encontraron dos autores, Canovi y Jost (1907) y Ravinale (1923), quienes no la incluyen en el tratamiento del mismo. Todos los demás libros (v.g. Casariego, 1918; Rey Pastor, 1927) apelan a la simplificación del cálculo como objetivo central de la inclusión del tema en los textos. Por ejemplo, el primero específicamente dedicado a estudiantes de enseñanza media en el que aparece el tema en cuestión es *Álgebra elemental*, de V. Balbín, tercera edición en 1900, sin corrección de la primera edición de 1892. Allí se sostiene la conveniencia de realizar por aproximación los cálculos numéricos con raíces inconmensurables y de convertir el denominador de un quebrado irracional a uno racional, a fin de que la aproximación de los resultados pueda percibirse fácilmente y las divisiones puedan resolverse más cómodamente.

3. Todos estos libros hacen referencia y trabajan el tema en función de casos, pero la ejercitación propuesta no se ajusta necesariamente a los casos presentados. Y esto, que no es un detalle menor, va a constituirse en una diferencia central con los textos del segundo período mencionado.

El año 1927, a juzgar por el material recabado, muestra grandes variaciones en la forma del tratamiento del tema.

Los textos revisados a partir de esta fecha dan cuenta de una fuerte homogeneización en el tratamiento del tema. Todos desarrollan el concepto. Todos tipifican. Todos ajustan los ejercicios propuestos a los tipos de casos expuestos y todos los que justifican el tema (salvo uno, el de Tapia, Vásquez y Tapia, 1986) lo hacen

como una simplificación del cálculo (ver y tiempos diferentes, repiten casi exactamente Anexo). Más aún, muchos de ellos, de autores de los mismos ejercicios (véase tabla 2).²

Tabla 2. Ejercicios

Ejercicio	Texto
$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$	Todhunter (1895) (229)*
$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$	Balbín (1900) (175)
$\frac{1}{a^p} \pm \frac{1}{b^q}$	Jost y Canovi (1907) (267)
$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$	Copetti (1939) (174)
$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{3}}{\sqrt{8} - \sqrt{3}}$	Anguita (1941) (50)
$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$	Bruño (1941) (57)
$\frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$	González y Mancill (1962) (47)
$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$	Repetto, Linskens y Fesquet (1968) (55)

* Indica el número de la página

Esta tendencia a la estandarización se acompaña de un aumento en la cantidad de ejercicios propuestos. En términos matemáticos -y aunque se retomará el tema-, se puede hablar de una progresiva algoritmización del concepto en cuestión, hasta la década del noventa.

El análisis de las justificaciones dadas en todos los libros de texto permitiría suponer que con la inserción de nuevas herramientas de cálculo, en este caso específico la calculadora, el tema debería, al menos, haberse replanteado. ¿Qué sentido tiene la permanencia de

2. En muchos casos las variaciones son sólo numéricas; para confeccionar la tabla, se han elegido algunas para representar este hecho, pero existen otras numerosas repeticiones.

un tema cuya justificación es únicamente práctica, para la resolución de cálculos, en un contexto que cuenta con otros recursos para resolverlos más eficazmente?³ Llama la atención que, aun en aquellos libros que hacen explícita referencia a la calculadora, el tema, lejos de desaparecer, ocupa lugares cada vez más preeminentes, tanto desde un punto de vista cuantitativo como cualitativo. El ejemplo que mejor ilustra esta afirmación es el libro de Tapia, Vázquez y Tapia (1986, 89):

La calculadora racionaliza por aproximación aún aquellos racionales que provienen de radicales. Por ejemplo:

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \cong \frac{5}{1,4142135} \cong 3,5355339$$

Es decir, después de dedicarle al tema seis páginas para explicar el concepto, sostiene que la calculadora «hace el mismo trabajo» que se había definido previamente.

En síntesis, puede observarse a través de los libros de texto que:

1. La racionalización de denominadores se incluye en los textos alegando una función práctica: la simplificación del cálculo.
2. Hasta 1927 los libros de texto para la escuela media no presentaban el tema de manera homogénea; algunos textos sólo lo presentan tangencialmente y otros más explícitamente.
3. A partir de 1927, los libros de texto muestran un fuerte proceso de homogeneización en el tratamiento de la temática. En este proceso, el tema se presenta estandarizado: los casos de racionalización se tipifican

y los ejemplos y ejercicios de los textos siempre se encuadran en algunos de los tipos de caso presentado. Los ejercicios se resuelven fácilmente una vez identificado el tipo de caso al cual corresponde.

4. A partir de la aparición de otros recursos tecnológicos como la calculadora, el tema, cuya presencia en los textos se suponía para resolver un problema de índole práctica, lejos de perder vigencia, la mantiene.⁴

A partir de estas conclusiones, es que surgen algunas preguntas vinculadas a la evolución del tema en los libros de texto. La primera se centra en el problema de la homogeneización: ¿cómo se explica esta homogeneización y estandarización en un tema que, por lo menos aparentemente, "no lo permite"? La segunda pregunta se orienta a las posibilidades de explicar la pervivencia de un tema más allá de la pérdida de su función histórica. Aquí vale señalar que lejos de categorizar este fenómeno como un típico caso de vaciamiento de los contenidos, la propuesta es preguntarse por su función actual, o dicho de otra manera: ¿qué se enseña cuando se enseña a racionalizar?

3. La ESCOLARIZACIÓN DEL SABER, LA ALGORITMIZACIÓN DE LA MATEMÁTICA

Una visión distinta del problema se obtiene si se revisa por qué el tema permaneció, una vez superados los problemas tecnológicos que aparentemente justificaban su existencia. Para el caso que nos ocupa, una respuesta posible surge de la observación cuidadosa del modo en que se *plantean* los problemas en los libros de texto. El relevamiento histórico nos muestra cómo ha ido especializándose la tipificación

3. Para un enfoque didáctico y una propuesta de resignificación del tema en la escuela, ver Assude (1993-1994).
4. Se ha hallado un solo texto en el que se explicita que el tema no tiene mayor importancia si se recurre a otras técnicas: el de González y Mandil (1962). (Ver Anexo).

de los ejemplos, hasta llegar a su clasificación en "casos" bien delimitados y aparentemente abarcativos. Para reforzar esta estructura, cada "caso" se ve acompañado de un conjunto de ejercicios que da coherencia y cierre al tema: cada uno de ellos ejemplifica un caso, reafirma la necesidad de la clasificación. La sensación de exhaustividad creada no deja espacio para imaginar otros cocientes ni otras soluciones posibles.

Poco importa la racionalización de denominadores en sí, como contenido en particular. Lo que se enseña a los alumnos cuando se enseña a racionalizar no es a transformar una expresión en otra equivalente que facilite los tediosos cálculos manuales, tal como se decía en los textos de antaño. Se enseña a clasificar (los ejercicios según los casos) y a seleccionar (los casos convenientes). Se inserta el tema dentro de la tipología de actividades que caracterizarían el saber escolarizado.⁵ El desarrollo histórico del tema acentúa su taxonomización. Podría decirse, entonces, que el saber matemático se algoritmiza, es decir, se reduce a un conjunto de procedimientos operativos que generaliza los casos particulares y es aplicable a situaciones previamente tipificadas o, por lo menos, mínimamente, tipificables.⁶

En síntesis, esta presentación temática de la racionalización de los denominadores, reduce la complejidad del universo simbólico con el que trabaja esta disciplina, lo estandariza y tipifica para poder operar con él. La hipótesis que se sostiene en este estudio es que las prácticas escolares en general, resignifican peculiarmente las disciplinas, por lo que -la matemática en este caso, pero también la historia o

la lengua-, son capturadas a partir de un aparato conceptual específico y es por ello que esta discursividad no puede ser explicada, en su totalidad, en función de "discursos científicos" o "discursos políticos". Si la escuela al enseñar ofrece una gama considerable de posibilidades operativas respecto del universo simbólico en particular (el mismo se puede descomponer, clasificar, operar, etc.), la ciencia posee otras pautas de descripción e interpretación. Tanto éste como muchos otros casos de saberes provenientes de otras disciplinas⁷ hacen suponer que la escuela produce prácticas discursivas operacionales, en donde se muestran ciertos modos en que se puede trabajar con el universo simbólico en general.

4. LA ESTANDARIZACIÓN DEL CONTENIDO: DE CÓMO ADMINISTRAR LOS SABERES CURRICULARES

Este caso, así como también los estudios de Dooley (1960) también en matemática, y otros muchos de otros campos del saber, muestran claramente cómo los enunciados escolares reducen la ambigüedad al mínimo posible (Gvartz, 1999). Los fenómenos de estereotipia, en disciplinas como la historia (Volker R. Berghahn and H. Shissler, 1987; Gvartz, 1991) o en la presentación de distintas temáticas vinculadas a cuestiones de género o a la imagen de la familia, son algunos indicadores de ello.

La hipótesis que aquí se plantea es que esto se debe a que lo propio de toda práctica discursiva escolar y, por lo tanto, del discurso

5. Para un estudio más específico del tema puede verse Gvartz, *Del currículum prescripto al currículum enseñado: una mirada a los cuadernos de clase* (1997).

6. Ya el estudio de Dooley (1960) alertaba en cierta medida sobre esta cuestión. En su trabajo, el autor observó, para un grupo de 153 textos de matemática, que los autores y editores incorporaban rápidamente la nueva producción, a condición de que el material fuera claro, conciso y exacto y que, por tanto, no diera lugar a la ambigüedad.

7. A modo de ejemplo pueden verse los trabajos de Entel (1991), Wainerman y otros (1987,1996) o Gvartz (1999).

escolar, es que es un discurso que administra otro tipo de discursos y universos discursivos. En este caso se trata de la administración de saberes. Pero, como señala M. Pecheux (1982, 1984), una de las características generales de los dispositivos de gestión y control administrativos es reducir la ambigüedad al mínimo posible. Para administrar se hace necesario simplificar, tipificar y estandarizar como formas de reducir lo ambigüo.

M. Pecheux, en sus clásicos artículos «Sur la (dé-) construction des théories linguistiques» (1982) y «Sur les contextes pistemologiques de l'analyse de discours» (1984) distingue dos tipos de universos discursivos. Por un lado, aquellos que denomina como "universos discursivos lógicamente estabilizados" y, por otro, aquellos que conformarían los denominados "universos discursivos lógicamente no estabilizados".

A los primeros, hace el autor corresponder espacios como los de las ciencias matemáticas y los de la naturaleza; los de las tecnologías industriales y biomédicas y, en la esfera social se presentan ciertos dispositivos de gestión-control administrativos. Estos universos representan, a través de la manipulación de metalenguajes, de manera no ambigua, el "estado de cosas". La ambigüedad es, en estos casos, al decir del autor, un "riesgo mortal".

En el continuo discursivo existe una región intermedia a la que pertenecen procesos discursivos tales como los jurídicos o los correspondientes a las convenciones de la vida cotidiana.

Por último, a los universos discursivos lógicamente no estabilizados corresponderían espacios tales como los de los rituales socio-históricos de los discursos políticos y los correspondientes a las expresiones culturales y estéticas. En estos casos, la ambigüedad y el

equívoco se constituyen como hechos estructurales. El juego de las diferencias, de las alteraciones y contradicciones no es accidental.

El autor sostiene, respecto del universo discursivo lógicamente estabilizado:

[...] la construcción histórica de tales universos fue solamente posible apoyándose en ciertas propiedades de las lenguas naturales, que autorizan operaciones de esquematización, dicotomización, cálculo lógico, etc. [...], y que permiten la manipulación de metalenguajes aptas para representar de manera no ambigua el conjunto de estados de las cosas (1982,19).

Al analizar estos libros de texto, sobre todo en lo referente a la estructura de los casos y los ejercicios, pareciera estarse en presencia de esta región intermedia, aunque tendiente a un universo lógicamente estabilizado. Si bien la matemática es un saber que se incluye en el universo discursivo lógicamente estabilizado, hay dos causas por las cuales no se puede incluir el caso de la racionalización de los denominadores en aquél, aunque se hace referencia a una tendencia a la estabilización lógica.

La primera es que si bien la matemática se incluye en el primer tipo de universo discursivo analizado, el mismo Pecheux plantea que los enunciados necesarios para enseñarla no necesariamente se incluyen allí. Dice el autor:

Nul ne sait si un jour l'histoire, la langue et l'inconscient seront «expliqués» par le sujet épistémique-comportamental, ou si au contraire les conditions concrètes de apprentissage et de contrôle des univers discursifs logiquement stabilisés apparaîtront elles-mêmes comme intrinsèquement dépendantes des discursivités non stabilisées (par exemple, le discours pédagogique diffusant les connaissances logiquement stables est-il lui même logiquement stable?) (1984,16).⁸

8. «No sabemos si algún día la historia, el lenguaje y el inconsciente podrán ser "explicados" por el sujeto epistémico-comportamental, o si al contrario, las condiciones concretas de aprendizaje y de control de los universos discursivos lógicamente estabilizados aparecerán, ellos mismos, intrínsecamente dependientes de los discursos no estabilizados

En segundo lugar, la enseñanza de la racionalización de denominadores es, al decir de los textos, la enseñanza de una técnica creada para facilitar el cálculo. Sin embargo, lo facilita en algunos casos y en otros no. Es decir, la utilidad de la misma y su aplicación tiene fuertes rasgos de ambigüedad, que en los textos escolares se tiende a minimizar.

El discurso escolar, desde esta perspectiva, parece ser diferente e irreductible a otros tipos de discursos, aunque es probable que los enunciados provenientes de las distintas disciplinas conformen parte del interdiscurso escolar. Esta perspectiva se aleja ya no sólo de aquella vieja idea de la escuela como simple reorganizadora y distribuidora de saberes circulantes en otras esferas sociales, sino de aquellas que le reconocen una especificidad, aunque meramente instrumental. En esta última tendencia puede encuadrarse el trabajo de Bernstein (1993), donde define al discurso pedagógico como la regla que inserta un discurso de competencia (habilidades de diverso

tipo) en un discurso de orden social, de manera que el último domina siempre sobre el primero.

En un sentido importante, el discurso pedagógico, desde el punto de vista de este autor, no es específico:

El discurso pedagógico es un principio para apropiarse de otros discursos y ponerlos en una relación especial mutua a efectos de su transmisión y adquisición selectivas. Por tanto, es un principio que extrae un discurso de su práctica y contexto sustantivos y lo recoloca según su propio principio selectivo de reordenación y enfoque (189).

En este trabajo, por el contrario, se asume la existencia de un discurso escolar específico. Aún suponiendo que el mismo sólo se basara en un principio de reordenación, se considera que, como se observó en este caso particular con la racionalización de los denominadores, la forma afecta al contenido o, desde un lenguaje diferente, el orden de los factores altera el producto.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSUDE T. (1993-1994). "Ecologie de l'objet "racine carree" et analyse du curriculum". En: *Petit x*. No. 35.
- BALBÍN, V. (1900). *Álgebra elemental*. Buenos Aires: Imprenta de M. Biedma.
- BERGHAIN, Volker R. and SCHISLER, Hanna (1987). *Perceptions of History. An Analysis of School Textbooks*. Berg Publishers, Oxford.
- BERNSTEIN, B. (1993). *La estructura del discurso pedagógico. Clases, códigos y control*. Madrid: Morata.
- CANOVI, J. J. y JOST, A. (1907). *Elementos de álgebra teórico-práctica*. Buenos Aires.

(por ejemplo, los discursos pedagógicos que difunden los conocimientos lógicamente estables, ¿son en sí mismo lógicamente estables?)»

Lo que Pecheux denomina "discurso pedagógico" sería equivalente en este trabajo a lo que se define como prácticas discursivas escolares o discurso escolar. Por discurso pedagógico o prácticas discursivas pedagógicas se entienden aquellas prácticas que teorizan la problemática educativa. Por el contrario, la referencia a discurso escolar o prácticas discursivas escolares abarcaría a aquellas prácticas discursivas que se producen en la escuela, en situación de enseñanza-aprendizaje. Así, mientras un discurso pedagógico, según esta acepción, sería un metadiscurso, el discurso escolar, aun cuando trabaja con otros discursos, puede o bien transformarlos o trabajar paralelamente con ellos, pero, al no reflexionar sobre ellos, no llega nunca a convertirse en metadiscurso.

- CASARIEGO, O. (1918). *Álgebra Elemental*. Buenos Aires: Librería de García Santos.
- DOOLEY, M. C. (1960). "The relationship between Arithmetic research and the content of arithmetic Textbooks, 1900-1957". En : *The arithmetic Teacher*. No. 7.
- ENTEL, A. (1991). "Conocimiento y cultura en la escuela media: ¿sin lugar para las dudas?". En: BRASLAVSKY y otros (comps.). *Curriculum presente, ciencia ausente: normas, teorías y críticas*. Buenos Aires: Miño y Dávila.
- GONZÁLEZ, M. O. y MANCILL, J. D. (1962). *Álgebra elemental moderna*. Buenos Aires: Ed. Kapelusz.
- GVIRTZ, S. (1997). *Del currículum prescripto al currículum enseñado. Una mirada a los cuadernos de clase*. Buenos Aires: Aique.
- _____ (1991). "Las historias escolares argentinas y británicas. Entre silencios y agresiones". En: *Propuesta Educativa*. No. 2.
- _____ (1999). *El discurso escolar a través de los cuadernos de clase. Argentina 1930-1970*. Eudeba, Buenos Aires, 1999.
- PECHEUX, M. (1982). "Sur la (dé-)construction des théories linguistiques". En : *DRLAV*. No. 27.
- _____ (1984). "Sur les contextes épistemologiques de l'analyse de discours". En: *Mots*. No.9.
- RAVINALE, J. D. (1923). *Álgebra*. Santa Fe: Imprenta La Unión.
- REY PASTOR, J. (1927). *Álgebra*. Buenos Aires: Librería de García Santos.
- _____ (1935). *Lecciones de álgebra*. Madrid.
- RUBIO Y DÍAZ, V. (1888). *Elementos de matemáticas: álgebra*. Buenos Aires: Ed. Félix Lajouane.
- STEADMAN ALDIS, W. (1887). *A text book of Algebra*. Oxford: Clarendon Press.
- TAPIA, C., VAZQUEZ, N. y TAPIA, A. (1986). *Matemática 4*. Buenos Aires: Ed. Estrada.
- VERA, F. (1950). *Matemática para ingenieros*. Buenos Aires.
- WAINERMAN, C. H. y BARK DE RAIJMAN, R. (1987). *Sexismo en los libros de lectura de la escuela primaria*. Buenos Aires: Ed. Ides.
- WAINERMAN, C. y HEREDIA, M. (1996). "Los libros de lectura a las puertas del siglo XXI: género, trabajo y familia". En : *Sociedad*. Vol. 7.

BIBLIOGRAFÍA

- ALCÁNTARA, L.; LOMAZZI, R. y MINA, F. *Matemática IV*. Buenos Aires: Ed. Estrada, 1978.
- ANGUITA, F. *Las 47 lecciones de álgebra para cuarto año*. Buenos Aires: Ed. Crespillo, 1941.
- BRASLAVSKY C. *Los usos de la historia en la educación argentina, con especial referencia a los libros de texto para las escuelas primarias: 1853-1916*. Buenos Aires: FLACSO, Doc. No. 133,1992.
- _____ *Los usos de la historia en los libros de texto para las escuelas primarias argentinas: 1916-1930*. Buenos Aires: FLACSO, Doc. No. 144,1993.
- BRUÑO, G. M. *Primeras nociones de álgebra*. Buenos Aires, 1941.
- COPPETTI, M. *Álgebra para el cuarto año*. Buenos Aires: Librería del Colegio, 1939.
- CRANTZ, P *Aritmética y Álgebra*. Berlín, 1927 .
- DASSEN, C. *Evolución de las ciencias en la República Argentina*. Sociedad Científica Argentina. Buenos Aires: Ed. Coni, 1924.
- DE ALZÁA, F. *Nociones de álgebra elemental*. Buenos Aires: Librería de García Santos, 1926.
- FERNÁNDEZ Y CARDIN. *Elementos de matemáticas y aritmética*. Madrid, 1873.
- GARCÍA MUÑOZ, S. *Tratado de álgebra*. Valencia: Est. Domenech, 1926.
- GRINBERG, S. "Algunas reflexiones acerca del uso del libro de texto". En : *Propuesta educativa*. Año 6, No. 12,1995.
- GUIDA, L. A. *Elementos de matemáticas, aritmética y álgebra*. Buenos Aires: Casa Peuser, 1927.
- GUIU Y CASANOVA, M. *Nociones de aritmética y álgebra*. Barcelona: Librería Bosch, 1927.
- GVIRTZ, S. *Das Bild des anderen in argentinischen und englischen Geschichtslehrbüchern Eine Geschichte des Verschweigens and der Aggressivität*. Internationale Shulbuchforschung 13.1991. pp. 385 - 395.
- _____ *Nuevas y viejas tendencias en la docencia. Argentina 1945-1955*. Buenos Aires: CEAL, 1991.
- JOHNSEN, E. B. *Libros de texto en el calidoscopio. Estudio crítico de la literatura y la investigación sobre los textos escolares*. Barcelona: Ed. Pomares-Corregidor, 1996.
- LOEDEL PALUMBO, E. y DE LUCA, S. *Aritmética y álgebra*. Buenos Aires: Ed. Estrada, 1945.
- LÓPEZ, A. *Matemática moderna*. Buenos Aires: Ed. Stella, 1971.
- LORDAC, P *Matemáticas*. Buenos Aires: Ed. Stella, 1958.

PLOTKIN, M. *Mañana es San Perón. Propaganda, rituales políticos y educación en el régimen peronista (1946-1955)*. Buenos Aires: Ariel, 1994.

REIN, M. y REIN, R. "Populismo y educación: el caso peronista". En : *Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación*. Año V, No. 8, 1996.

REPETTO, C.; LINSKENS, M. y FESQUET, H. *Matemática moderna. Álgebra y geometría*. Tomo 1. Buenos Aires: Ed. Kapelusz, 1968.

REY PASTOR, J. *Álgebra y aritmética para cuarto año*. Buenos Aires, 1940.

ROSE, W N. *Tratado práctico de matemáticas para ingenieros*. Barcelona: Ed. Labor, 1923.

TODHUNTER, I. *Algebra for beginners*. London, 1895.

TREJO, C. y BOSCH, J. *Matemática moderna*. Buenos Aires: EUDEBA, 1977.

URCOLA, R. *Álgebra, IV año*. Buenos Aires: Ed. Tutor, 1947.

ANEXO: DESCRIPCIÓN DE LAS FUENTES TRABAJADAS

1. FUENTES PRIMARIAS TRABAJADAS

ALCÁNTARA, L.; LOMAZZI, R. y MINA, F. (1978). *Matemática IV*. Buenos Aires: Ed. Estrada.

ANGUITA, F. (1941). *Las 47 lecciones de álgebra para cuarto año*. Buenos Aires: Ed. Crespillo.

BALBÍN, V. (1900). *Álgebra elemental*. Buenos Aires: Imprenta de M. Biedma.

BRASLAVSKY, C. (1992). *Los usos de la historia en la educación argentina, con especial referencia a los libros de texto para las escuelas primarias: 1853-1916*. Buenos Aires: FLACSO, Doc. No. 133.

BRUÑO, G. M. (1941). *Primeras nociones de álgebra*. Buenos Aires.

CANOVI, J. J. y JOST, A. (1907). *Elementos de álgebra teórico-práctica*. Buenos Aires.

CASARIEGO, O. (1918). *Álgebra Elemental*. Buenos Aires: Librería de García Santos.

COPPETTI, M. (1939). *Álgebra para el cuarto año*. Buenos Aires: Librería del Colegio.

CRANTZ, P (1927). *Aritmética y álgebra*. Berlín.

_____ (1993). *Los usos de la historia en los libros de texto para las escuelas primarias argentinas: 1916-1930*. Buenos Aires: FLACSO, Doc. No. 144.

DASSEN, C. (1924). *Evolución de las Ciencias en la República Argentina*. Sociedad Científica Argentina. Buenos Aires: Ed. Coni.

- DE ALZÁA, F. (1926). *Nociones de álgebra elemental*. Buenos Aires: Librería de García Santos.
- FERNÁNDEZ Y CARDIN (1873). *Elementos de matemáticas y aritmética*. Madrid.
- GARCÍA MUÑOZ, S. (1926). *Tratado de álgebra*. Valencia: Est. Domenech.
- GONZÁLEZ, M. O. y MANCILL, J. D. (1962). *Álgebra elemental moderna*. Buenos Aires: Ed, Kapelusz.
- GRINBERG, S. (1995). "Algunas reflexiones acerca del uso del libro de texto". En : *Propuesta educativa*. Año 6, No. 12.
- GUIDA, L. A. (1927). *Elementos de matemáticas, aritmética y álgebra*. Buenos Aires: Casa Peuser.
- GUIU Y CASANOVA, M. (1927). *Nociones de aritmética y álgebra*. Barcelona: Librería Bosch.
- JOHNSEN, E. B. (1996). *Libros de texto en el calidoscopio. Estudio crítico de la literatura y la investigación sobre los textos escolares*. Barcelona: Ed. Pomares-Corregidor.
- LOEDEL PALUMBO, E. y DE LUCA, S. (1945). *Aritmética y álgebra*. Buenos Aires: Ed. Estrada.
- LÓPEZ, A. (1971). *Matemática moderna*. Buenos Aires: Ed. Stella.
- LORDAC, P (1958). *Matemáticas*. Buenos Aires: Ed. Stella.
- PLOTKIN, M. (1994). *Mañana es San Perón. Propaganda, rituales políticos y educación en el régimen peronista (1946-1955)*. Buenos Aires: Ariel.
- RAVINALE, J. D. (1923). *Álgebra*. Santa Fe: Imprenta La Unión.
- REIN, M y REIN, R. (1996). "Populismo y educación: el caso peronista". En: *Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación*. Año V, No. 8.
- REPETTO, C.; LINSKENS, M. y FESQUET, H. (1968). *Matemática moderna. Álgebra y geometría*. Tomo 1. Buenos Aires: Ed. Kapelusz.
- REY PASTOR, J. (1927). *Álgebra*. Buenos Aires: Librería de García Santos.
- _____ (1940). *Álgebra y aritmética para cuarto año*. Buenos Aires.
- ROSE, W. N. (1923). *Tratado práctico de matemáticas para ingenieros*. Barcelona: Ed. Labor.
- TODHUNTER, I. (1895). *Algebra for beginners*. London.
- TREJO, C. y BOSCH, J. (1977). *Matemática moderna*. Buenos Aires: EUDEBA.
- URCOLA, R. (1947). *Álgebra, IV año*. Buenos Aires: Ed. Tutor.
- _____ (1935). *Lecciones de álgebra*. Madrid.

- RUBIO Y DÍAZ, V. (1888). *Elementos de matemáticas: álgebra*. Buenos Aires: Ed. Félix Lajouane.
- STEADMAN ALDIS, W (1887). *A text book of Algebra*. Oxford: Clarendon Press.
- TAPIA, C., VÁZQUEZ, N. y TAPIA, A. (1986). *Matemática 4*. Buenos Aires: Ed. Estrada.
- VERA, F. (1950). *Matemática para ingenieros*. Buenos Aires.
- WAINERMAN, C. H. y BARK DE RAIJMAN, R. (1987). *Sexismo en los libros de lectura de la escuela primaria*. Buenos Aires: Ed. Ides.
- WAINERMAN, C. y HEREDIA, M. (1996). "Los libros de lectura a las puertas del siglo XXI: género, trabajo y familia". En : *Sociedad*. Vol. 7.

FUENTES PRIMARIAS REFERENCIADAS EN EL CUADRO DESCRIPTIVO*

1. FERNÁNDEZ y CARDIN, *Álgebra*. Madrid, 1873, total páginas: 232.
2. STEADMAN ALDIS, W. *A text book of Algebra*. Oxford, 1887, total páginas: 558.
3. RUBIO y DÍAZ, V. *Elementos de matemática álgebra*. Buenos Aires, 1888.
4. TODHUNTER, I. *Algebra for Beginners*. London, 1895 (1a. ed., 1863) total páginas: 328.
5. V. BALBÍN, *Álgebra elemental*. Buenos Aires, 1900 (3 ed.) (1a. ed., 1892) total páginas: 304.
6. JOST, J. J. y CANOVI, A. *Elementos de álgebra teórico-práctica*. Buenos Aires, 1907, total páginas: 326.
7. CASARIEGO, O. *Álgebra elemental (Primera parte)*. Buenos Aires, 1918, total páginas: 222.
8. RAVINALE, J. D. *Álgebra*. Santa Fe, 1919, total páginas: 477.
9. ROSE, W. N. *Tratado práctico de matemáticas para ingenieros (Primera parte)*. Londres (Trad. en Barcelona), 1923, total páginas: 617.
10. ALZÁA, F. de. *Nociones de álgebra elemental (Segunda parte)*. Buenos Aires, 1926 (5a. ed.) total páginas: 376.
11. GARCÍA MUÑOZ, S. *Tratado de álgebra*. Valencia, 1926, total páginas: 491.
12. CRANTZ, E. *Álgebra*. Berlín (traducido en Buenos Aires), 1927, total páginas: 316.
13. REY PASTOR, J. *Álgebra*. Buenos Aires, 1927, total páginas: 171.
14. GUIU Y CASANOVA, M. *Nociones de aritmética y álgebra*. Barcelona, 1927, total páginas: 270.
15. GUIDA, L. A. *Elementos de matemáticas, aritmética y álgebra*. Buenos Aires, 1927, total páginas: 455.
16. REY PASTOR, J. *Lecciones de álgebra*. Madrid, 1935, (2a. ed.) total páginas: 396.
17. COPPETTI, M. *Álgebra para el Cuarto Año*. Buenos Aires, 1939, total páginas: 193.

* Los números corresponden a la primera columna del cuadro descriptivo.

18. REY PASTOR, J. *Álgebra y aritmética para Cuarto Año*. Buenos Aires, 1940, total páginas: 181.
19. BRUÑO, G. M. *Primeras nociones de álgebra*. Buenos Aires, 1941.
20. ANGUITA, F. *Las 47 Lecciones de álgebra para Cuarto Año*. Buenos Aires, 1941.
21. LOEDEL PALUMBO, E. y DE LUCA, S. *Aritmética y álgebra*. Buenos Aires, 1945, total páginas: 284.
22. URCOLA, R. *Álgebra*. Buenos Aires, 194, total páginas: 760.
23. VERA, F. *Matemática para ingenieros*. Buenos Aires, 1950, total páginas: 317.
24. LORDAC, P. *Matemáticas: aritmética, álgebra y geometría del espacio*. Buenos Aires, 1958, total páginas: 317.
25. GONZÁLEZ, M. O. y MANCILL, J. D. *Álgebra elemental moderna*. Vol. 2. Buenos Aires, 1962.
26. REPETTO, C.; LINSKENS, M. y FESQUET, H. *Álgebra y geometría*. Tomo I. Buenos Aires, 1968 (2a. ed.) (1a. ed., 1967), total páginas: 336.
27. LÓPEZ, A. *Matemática moderna*. Buenos Aires, 1971 (8a. ed.) (1a. ed., 1969), total páginas: 204.
28. TREJO, C. y BOSCH, J. *Ciclo medio de matemática moderna*. Buenos Aires, 1977 (2a. ed.), total páginas: 407.
29. ALCÁNTARA, L; LOMAZZI, R. y MINA, F. *Matemática IV*. Buenos Aires, 1986, total páginas: 809.
30. TAPIA, C.; VÁSQUEZ, N. y TAPIA, A. *Matemática 4*. Buenos Aires, 1986, total de páginas: 809.

CUADRO DESCRIPTIVO

Nº	Título	Adaptado a los programas oficiales argentinos	Dirigido a	Definición de Racionalización	Tratamiento del tema	Justificación del tema	Ejercitación propuesta
1	<i>Álgebra</i>	Sin datos	Sin datos	No define; no se da el tema			
2	<i>A text book of Algebra</i>	No	Estudiantes universitarios o aspirantes a la Universidad	«Una fracción cuyo denominador es incommensurable con la unidad puede ser reemplazada por una igual con un denominador racional, esto es, uno commensurable con la unidad». Aclara que en la forma más general, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, "a" y "b" deben ser racionales.	Tres páginas, dos apartados del capítulo destinado a cantidades irracionales provenientes de radicales. Se desarrollan los ejemplos: $\frac{\sqrt{2}}{3}; \sqrt{\frac{a}{b}}; \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ Se menciona el tema entre otros a los que se otorga igual importancia; no se dan reglas.	Propone que, como se sabe hallar \sqrt{a} con cualquier aproximación requerida, será más fácil calcular aproximadamente $\frac{\sqrt{6}}{3}$ que $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	Sin datos
3	<i>Elementos de matemática álgebra</i>	Sí	Estudiantes de Segundo Año de Colegios Nacionales	No define racionalización.	Desarrolla un ejemplo de operaciones con «radicales conjugados», sin nombrar lo que hace: $\frac{a + \sqrt{b}}{a - \sqrt{b}} = \frac{(a + \sqrt{b})(a + \sqrt{b})}{a^2 - b}$ $= \frac{a^2 + b + 2a\sqrt{b}}{a^2 - b}$		
4	<i>Algebra for Beginners</i>	No	Sin datos	«El único caso de división por un irracional radical que tiene alguna importancia es aquel en el que el divisor es la suma o diferencia de dos radicales cuadráticos. La división se efectúa por un importante proceso llamado racionalización».	Se dedica media página al tema. Se resuelven los ejemplos: $\frac{4}{5\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}$ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$	«Los resultados son puestos en formas más convenientes para la aplicación numérica».	Se proponen cuatro ejercicios numéricos, casi idénticos a los ejemplos resueltos, bajo la consigna "racionalizar los denominadores"

5	Álgebra elemental	Sí	Estudiantes del Tercer Año de Colegios nacionales	No define la operación; pone los ejemplos bajo el apartado «Transformación de algunas expresiones irracionales»	Dedica página y media. Enumera y resuelve dos ejemplos: $\frac{m}{\sqrt{a}} ; \frac{m}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$	«Los cálculos numéricos en que entran raíces incommensurables, se hacen por aproximación. En general, cuando el denominador de un quebrado es irracional, conviene convertirlo en racional: se apercibe entonces fácilmente la aproximación de los resultados, y las divisiones son muy cómodas».	Se proponen seis ejercicios, bajo el título «Demostrar las identidades siguientes». No todos los ejercicios corresponden explícitamente con los ejemplos resueltos. $\left(\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{(a - \sqrt{b})\sqrt{a + \sqrt{b}}}{a^2 - b}\right)$
6	Elementos de álgebra teórico-práctica	Sí	Estudiantes del Tercer Año de Colegios Nacionales, Escuelas Normales e Ingreso a Magisterio	«La racionalización es una operación, o un artificio de cálculo, que tiene por objeto transformar una expresión que tiene un denominador irracional, en otra cuyo denominador sea racional».	Dedica ocho páginas. Utiliza un apartado para la definición y otro para la «regla». Resuelve cuatro ejemplos genéricos: $\frac{a}{\sqrt{x}} ; \frac{m}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ $\frac{m}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} ; \frac{x}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ Aunque no los llama «casos», los separa muy bien.	No justifica	Propone 43 ejercicios, de todo tipo, algunos muy distintos de los ejemplos resueltos, y de muy distinta presentación, por ejemplo, $\left(\sqrt{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}}\right)$
7	Álgebra elemental (Primera parte)	Sí	Estudiantes de Colegios Nacionales, Escuelas Normales, de Comercio e Industriales	«La operación que tiene por objeto transformar una expresión radical en otra equivalente en la que alguno o todos sus términos sean racionales, se llama racionalización».	Dedica dos páginas. Resuelve cinco ejemplos: $\frac{1}{\sqrt{2}} ; \frac{a}{\sqrt{x}} ; \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{c}}$ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} ; \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$	«Cuando se presenta el caso de dividir una cantidad racional por un radical, conviene transformar la expresión, para facilitar los cálculos [...]».	De una lista de 52 ejercicios sobre radicales (todos con respuesta), los últimos ocho son de este tema, y son los únicos que tienen subtítulo especial: «Racionalizar las siguientes expresiones». La forma de los ejercicios no es totalmente igual a la de los ejemplos dados.

8	Álgebra	Sin datos	Sin datos	«Llámanse <i>racionalización</i> a una operación o artificio de cálculo, por medio de la cual se transforma una expresión que tiene un denominador irracional en otra, cuyo denominador es racional».	Dedica poco más de seis páginas. Separa en operaciones con monomios, binomios y trinomios, (sin lamarlos casos), y luego resuelve los ejemplos: $\frac{b}{\sqrt{x}} ; \frac{b}{\sqrt{a + \sqrt{c}}} ;$ $\frac{p}{\sqrt{m} + \sqrt{n} + \sqrt{q}}$ $\frac{x}{\sqrt{m} - \sqrt{n}} ; \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5}}$	No justifica	Bajo el título: «Racionalización», propone 19 ejercicios de diversa dificultad, bastante distintos de los ejemplos.
9	Tratado práctico de matemáticas para ingenieros (Primera parte)	No	"Para el uso de ingenieros, arquitectos, peritos y ayudantes, y de los alumnos de las respectivas carreras"	No incluye el tema: indica otros métodos para el cálculo por aproximación de cocientes y raíces cuadradas.			
10	Nociones de álgebra elemental (Segunda parte)	Sí	Estudiantes del Cuarto Año de Secundario	«Si el producto de dos cantidades radicales es racional, cada una de ellas recibe el nombre de <i>factor racionalizado</i> de la otra. Cuando en una expresión fraccionaria aparece en su denominador uno o más radicales, conviene, para las aplicaciones numéricas, convertirla en otra equivalente cuyo denominador sea racional».	Dedica casi seis páginas al tema, separando en Primer y Segundo Caso, desarrollando ejemplos de varios tipos de cada uno («si la expresión fuera de la forma $\sqrt{a + \sqrt{b}}$ »; «Si fuera de la forma $\sqrt{a + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$ », etc.)	Exhibe con un ejemplo la justificación dada en la definición: «Si se pide hallar el valor de $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ con tres cifras decimales, abreviaremos mucho la operación racionalizando el denominador».	Se proponen 24 ejercicios, todos con la respuesta indicada. Salvo los tres últimos, todos son del tipo de los ejemplos resueltos.

11	<i>Tratado de álgebra</i>	Sí	Estudiantes de Colegios Nacionales, Escuelas Normales, Comerciales e Industriales y al ingreso al Colegio Militar y Naval	«El objeto de la racionalización es transformar cantidades radicales o irracionales en otras racionales».	Dedica doce páginas y media, separando en cuatro casos. Los define y luego resuelve numerosos ejemplos.	La única justificación que parece haber es la frase: "Nos ahorramos la extracción de la raíz cuadrada de 3", durante de la resolución de un ejemplo.	Todos los ejercicios propuestos para que resuelva el alumno están además resueltos en el texto.
12	<i>Álgebra</i>	No	Sin datos	«[.]es muy importante hacer desaparecer los números irracionales que figuren en los denominadores». La definición es constructiva, sobre los ejemplos.	Dedica poco más de una página. Describe coloquialmente, sin separar en casos: «[...] si el denominador fuera[...].» Se resuelven cuatro ejemplos, uno de cada condición nombrada.	«Como en el cálculo se presentan dificultades cuando un divisor es irracional [...].»	Sin datos
13	<i>Álgebra</i>	Sí	Estudiantes Secundarios	«Definición: racionalizar el denominador de una fracción o cociente es transformar ésta en otra igual, que tenga racional el denominador».	Dedica seis páginas. Separa específicamente, primero en apartados (monomios, binomios, polinomios), y dentro de cada uno, en dos casos. En cada caso, se resuelve un ejemplo genérico, luego se da una «regla», y por último se resuelve un ejemplo numérico.	Destina un apartado a: «Objeto de la racionalización»: «Si se desea calcular $\frac{1}{\sqrt{2}}$ hay que comenzar por calcular $\sqrt{2}=1,4142 \dots$ y después hay que dividir 1 por este número, operación muy inexacta y laboriosa. En cambio, [...] $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1,4142}{2} = 0.707$. Como esta división es más sencilla y exacta, se comprende la utilidad de transformar los cocientes [...].»	Muy pocos ejercicios, muy sencillos y conceptuales (¿Cómo debe procederse si...?)
14	<i>Nociones de aritmética y álgebra</i>	No	Estudiantes del Bachillerato Universitario	No incluye explícitamente el tema			Aunque no toca el tema en cuestión, algunos de los ejercicios propuestos se resuelven mediante las operaciones de racionalización, que el estudiante puede deducir de las definiciones.

15	<i>Elementos de matemáticas, aritmética y álgebra</i>		Estudiantes de Primer Año de los Colegios Nacionales	No incluye explícitamente el tema			
16	<i>Lecciones de álgebra</i>	No	Estudiantes Universitarios	«Se puede, pues, racionalizar el denominador de toda expresión algebraica, es decir, se puede transformar en otra equivalente y que no tenga radicales en el denominador».	Se da un tratamiento puramente teórico, sin separar en casos ni dar ejemplos numéricos, dentro del apartado destinado a la resolución de problemas geométricos de tercer grado.	«Pero según advertimos en «Análisis Algebraico», la expresión obtenida es tan complicada, que sólo en los casos sencillos ahí estudiados puede tener utilidad práctica».	No se propone.
17	<i>Álgebra para el Cuarto Año</i>	Sí	Estudiantes de Cuarto Año de Colegios Nacionales	«[...]transformamos la fracción en otra equivalente que tenga el denominador racional».	Se dedican dos páginas, separando en casos. Para cada caso se resuelve un ejemplo y se enuncia una regla.	«Teniendo que calcular el valor de una fracción cuyo denominador es un número irracional, [...] la aproximación será tanto mayor, cuanto mayor sea el número de cifras decimales que hayamos tomado en el denominador. [...] En cambio, la operación resulta más cómoda de realizar si racionalizamos [...]»	Se proponen 13 ejercicios, todos similares a los resueltos en los ejemplos.
18	<i>Álgebra y aritmética para Cuarto Año</i>	Sí	Estudiantes de Cuarto Año de Colegios Nacionales	Idem Rey Pastor (1927)	Se dedican tres páginas, ahora los casos están separados en "denominador raíz cuadrada", "denominador cualquier radical", y "denominador binomio", cada una con ejemplos resueltos.	Idem Rey Pastor (1927)	Idem Rey Pastor (1927)

19	<i>Primeras nociones de álgebra</i>	Sin datos	Sin datos	Se da una definición constructiva, ejemplificando en dos casos, bajo el apartado titulado "Convertir en racional el denominador irracional de un quebrado".	Una página; se separa en dos casos, monomio y binomio, y se resuelve un ejemplo de cada uno	«[...] conviene en muchos casos convertirlo en racional, para facilitar los cálculos».	Doce ejercicios en todo similares a los ejemplos resueltos.
20	<i>Las 47 Lecciones de álgebra para Cuarto Año</i>	Sí	Estudiantes de Cuarto Año de Colegios Nacionales y Liceos de Señoritas	Idem Rey Pastor (1927)	Ocho páginas, con un apartado llamado: «Casos de racionalización», se resuelven uno o dos ejemplos numéricos por cada uno de los cuatro casos, que a su vez se presentan con un ejemplo genérico resuelto.	Idem Rey Pastor (1927)	Se proponen 28 ejercicios, separados según se van presentando los casos, del orden de los ejemplos dados.
21	<i>Aritmética y álgebra</i>	Sí	Estudiantes de Cuarto Año de Colegios Nacionales y Liceos de Señoritas	Idem Rey Pastor (1927)	Dedica ocho páginas, separando en tres casos con ejemplos de cada uno.	Idem Rey Pastor (1927)	Propone veinte ejercicios de variada dificultad.
22	<i>Álgebra</i>	Sí	Estudiantes de Cuarto Año de Colegios Nacionales y Liceos de Señoritas	"Consiste en encontrar una fracción equivalente a la dada, en cuyo denominador no aparezcan radicales".	Dedica poco más de dos páginas. Separa en casos y resuelve ejemplos.	No justifica.	No propone ejerci tación.
23	<i>Matemática para ingenieros</i>	No	Estudiantes de las carreras de Ingeniería	La definición no se explícita, sino que se plantean distintas formas de cocientes, y cómo operar en cada caso. ("I. Si la fracción es de la forma...")	Dedica una página, separando en apartados indicados con I...V los distintos tipos de fracciones a analizar, (sin ejemplos numéricos), después de aclarar:«[...] sólo exponemos a continuación los tipos más usuales: [...]»	«Cuando hay que operar con fracciones cuyo denominador es irracional, conviene en algunos casos transformarlas en otras de denominador racional, y, aunque esto se puede hacer siempre, no siempre son cómodas, sencillas o prácticas las fórmulas que resultan [...]»	Sin datos.

24	Matemáticas: aritmética, álgebra y geometría del espacio	Sí	Estudiantes de Cuarto año del Bachillerato y Cuarto y Quinto años del Magisterio	Idem Rey Pastor (1927)	Dedica tres páginas: Separa en cuatro casos, con un apartado para cada uno. Resuelve siete ejemplos para el primer caso, dos para el segundo y uno para el tercero y el cuarto.	Idem Rey Pastor (1927)	Los ejercicios propuestos son del orden de los ejemplos resueltos.
25	Álgebra elemental moderna (Vol. 2)	Sin datos	Estudiantes Secundarios	«[...] se llama <i>racionalización</i> de la expresión al procedimiento mediante el cual se logra que el denominador sea racional, es decir, que no esté afectado por radical alguno».	Dedica trece páginas, separando en casos, resolviendo varios ejemplos de cada uno.	Bajo el título: "Utilidad de la racionalización": «Si fuésemos a calcular directamente el valor numérico de $\frac{3}{\sqrt{5}}$, [...] operación ésta un poco laboriosa. En cambio, si comenzásemos por racionalizar la fracción dada obtendríamos [...] operación mucho más breve [...]». A continuación hace un análisis del error cometido en cada caso, y agrega: «Observaremos, sin embargo, que si para efectuar el cálculo se usan logaritmos, una regla de cálculo o una máquina de calcular, no hay gran ventaja de un procedimiento sobre el otro».	Propone 65 ejercicios, similares a los ejemplos resueltos.
26	Álgebra y geometría Tomo I	Sí	Estudiantes de Cuarto Año del Bachillerato	«Dada una fracción en cuyo denominador figura un radical, <i>racionalizar el denominador</i> de dicha fracción es encontrar otra fracción equivalente a la dada, en cuyo denominador no figura ningún radical».	Dedica trece páginas al tema, separando en tres casos. Para cada caso resuelve entre tres y seis ejemplos, y en cada uno enuncia una regla.	No justifica	Propone 108 ejercicios del tema, muy similares a los ejemplos típicos resueltos.

27	Matemática moderna	Sí	Estudiantes del Cuarto Año del Bachillerato, Liceos de Señoritas y Escuelas de Comercio	En menos de tres páginas, separa en dos casos con sus respectivos ejemplos.	No justifica.	Los ejercicios propuestos son pocos y muy parecidos a los ejemplos resueltos.
28	Ciclo Medio de matemática moderna	Sí	Estudiantes Secundarios	Comienza el apartado diciendo que «Este tema no tiene mayor importancia teórica, y su importancia práctica se reduce a algunos casos muy sencillos». Dedicar casi cinco páginas separando en primer y segundo caso, dando ejemplos de cada uno.	«Se supone, en efecto, que dividir un número irracional por uno racional es <i>prácticamente más sencillo</i> que dividir un racional por un irracional».	Propone doce ejercicios, de los cuales los dos primeros aluden a aplicaciones trigonométricas y el resto ajusta a los tipos ejemplificados.
29	Matemática IV	Sí	Estudiantes del Cuarto Año del Bachillerato y del Magisterio	Dedica tres páginas y media, separando en tres casos y enunciando una regla para cada caso.	No justifica	Los ejercicios son iguales a los ejemplos resueltos.
30	Matemática 4	Sí	Estudiantes del Cuarto Año	Dedica seis páginas, separando en casos, y ejemplificando cada caso.	Justifica por la división de números reales.	Propone ejercitación no necesariamente igual a los ejemplos resueltos.