

ANEXO 7. FICHAS DE LAS TAREAS

En este anexo, presentamos las fichas de las tareas que hacen parte de la unidad didáctica simetría axial en figuras planas. El anexo contiene, las fichas de la tarea diagnóstica, las tareas de aprendizaje y el examen final.

1. DISEÑO GLOBAL DE LA SECUENCIA DE TAREAS.

Para la implementación de la unidad didáctica, requerimos de 13 sesiones, incluyendo desde la prueba diagnóstica y su realimentación hasta la sesión de cierre. Para cada una de las sesiones presentamos la tabla 1 de tiempos y modos.

Tabla 1
Tiempos y modos globales para la unidad didáctica

Sesión	Descripción	Tiempos
1	Prueba diagnóstica	55 min
2	Realimentación prueba diagnóstica I	55 min
3	Realimentación prueba diagnóstica II	55 min
4	Introducción al objetivo 1	55 min
5	Tarjeta navideña	110 min
6	Diamante princesa	110 min
7	Señales de tránsito	110 min
8	Introducción al objetivo 2	55 min
9	La siembra	110 min
10	Canal de riego	110 min

Hernández, N., Meneses, N., Montealegre, G. y Sánchez Y. Simetría axial en figuras planas.
Anexo 7.

Tabla 1
Tiempos y modos globales para la unidad didáctica

Sesión	Descripción	Tiempos
11	Cierre de las tareas de aprendizaje	55 min
12	Examen final	55 min
13	Cierre de la unidad didáctica	110 min

2. TAREA DIAGNÓSTICA

Exponemos la tarea diagnóstica diseñada para evaluar los conocimientos previos necesarios para la implementación de nuestra unidad didáctica.

A continuación, encontrarás cuatro preguntas que no representan una nota en el periodo académico. Debes responderla utilizando tus conocimientos de forma individual con lapicero negro.

2.1. Actividad 1

Observa el plano cartesiano que se muestra en la figura.

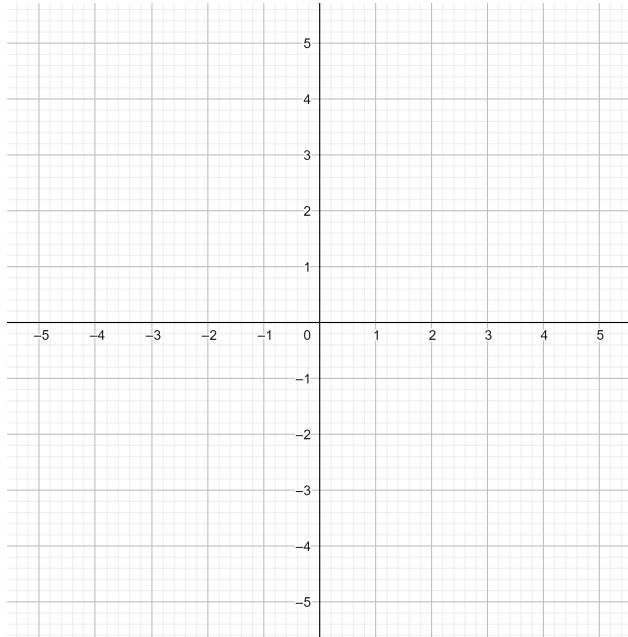


Figura. Plano cartesiano

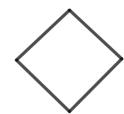
1. Identifica y señala el eje x y el eje y.

2. Sobre el plano cartesiano ubica los puntos $A(-2, 5)$, $B(4, 5)$, $C(-3, -4)$ y $D(5, -4)$. Luego dibuje una recta que pase por los puntos A y B y otra por C y D.
3. Al comparar las dos rectas obtenidas, ¿estas tienen algún punto en común? SI _____ NO _____ ¿Por qué crees que sucede esto?

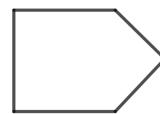
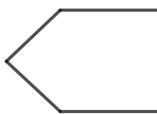
4. Observa las cuatro rectas en el plano cartesiano: \overleftrightarrow{AB} , \overleftrightarrow{CD} , el eje x y el eje y. ¿Hay rectas perpendiculares? SI _____ NO _____. ¿Cuáles? _____ ¿De qué clase son los ángulos que se forman entre estas rectas?

2.2. Actividad 2

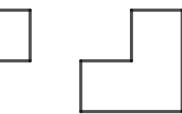
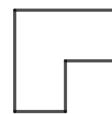
Utiliza la regla para medir los lados y el transportador para medir los ángulos internos de cada figura en las siguientes tres parejas.



Pareja 1



Pareja 2



Pareja 3

Figura. Parejas.

Identifica cuál o cuáles parejas de figuras cumplen con las siguientes condiciones. En cada caso justifica tu respuesta.

1. Figuras que tienen el mismo tamaño _____

Justificación _____

2. Figuras que tienen la misma forma _____

Justificación _____

3. Figuras congruentes _____

Justificación _____

4. Figuras que están invertidas _____

Justificación _____

2.3. Actividad 3

Ubica sobre la hoja un punto M. A partir de M traza un radio de 4 centímetros y con la ayuda del compás, dibuja una circunferencia.

2.4. Actividad 4

Observa las siguientes figuras geométricas:

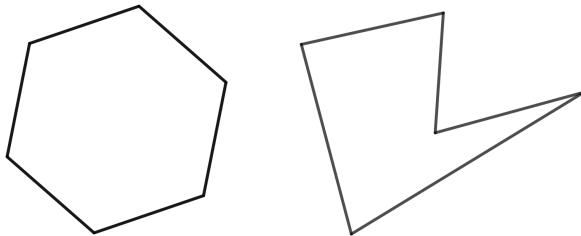


Figura. Polígonos.

1. Señala y nombra los vértices.
2. Ubica los puntos medios de cada lado.
3. Traza segmentos que unan dos vértices no consecutivos, ¿qué nombre reciben esos segmentos? _____

En la tabla 2 exponemos los modos y tiempos para la prueba diagnóstica.

Tabla 2

Tiempos y modos de la sesión 1 – Prueba diagnóstica

Modos	Tiempos
Explicación de la razón de la prueba diagnóstica y sus características	5 min
Entrega de materiales	5 min
Presentación de la prueba diagnóstica	45 min
Total	55 min

2.5. Realimentación de la prueba diagnóstica

A continuación, presentamos cuatro actividades que son parte de la realimentación de la prueba diagnóstica.

Primera Actividad

Observa la figura: hay tres piratas que están en busca del tesoro de Barba Negra, cada uno recibió instrucciones, pero solo el pirata que llegue primero a la isla del tesoro podrá reclamarlo.

El pirata A debe navegar en línea recta hacia el oriente 13 metros.

El pirata B debe navegar 15 metros hacia el oriente, luego girar hacia el norte y recorrer 8 metros.

El pirata C debe navegar hacia el occidente 7 metros, para luego girar hacia el norte 1 metro.

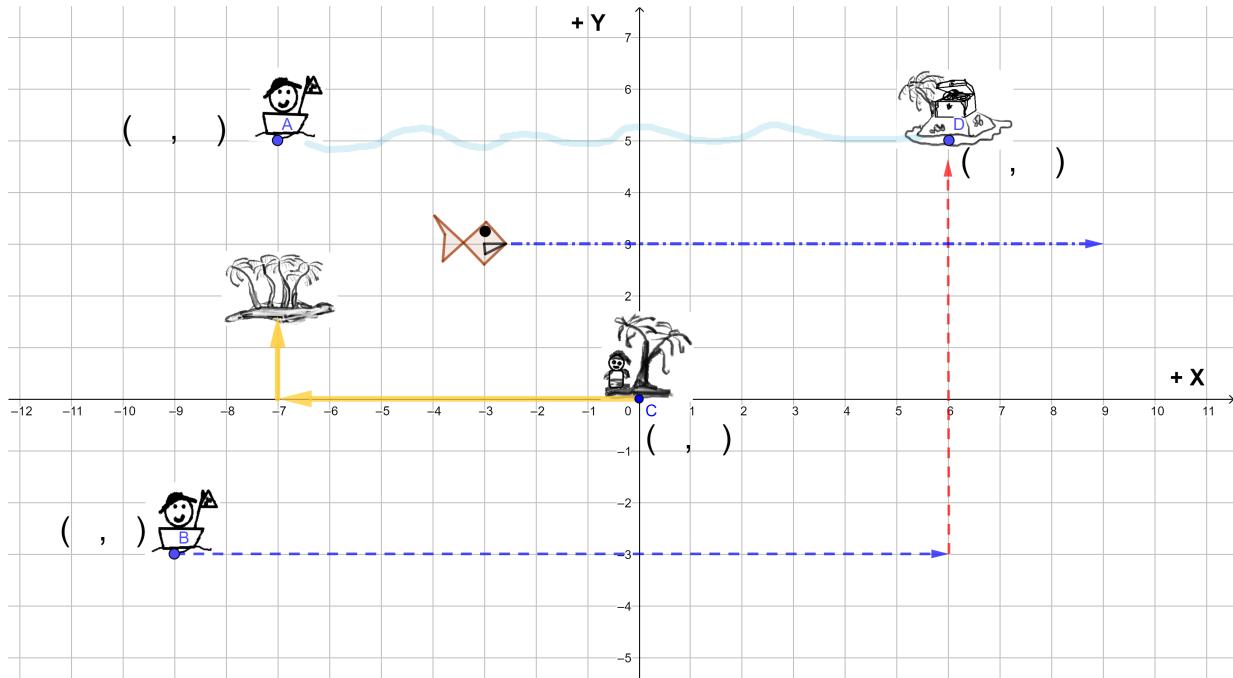


Figura. Mapa del tesoro

Completa en el plano las coordenadas cartesianas de cada uno de los tres piratas y la ubicación exacta del tesoro

Según las instrucciones que recibieron ¿Cuál pirata llegará primero al tesoro?

En algún momento del trayecto, ¿se encontrarán los tres piratas? ____ ¿Por qué?

Uno de los piratas podría ser la cena del tiburón que aparece señalado en la figura 4 ¿Por qué?

Recuerda:

En una coordenada el primer valor corresponde a la posición en X (o de las abscisas) y el segundo a la posición en el eje Y (o de las ordenadas).

Si los piratas no se encuentran es porque posiblemente van por trayectos paralelos.

La trayectoria del tiburón y el pirata B forman rectas perpendiculares.

Segunda actividad

Observa las medidas de los lados y los ángulos de las 7 piezas de que conforman la figura.

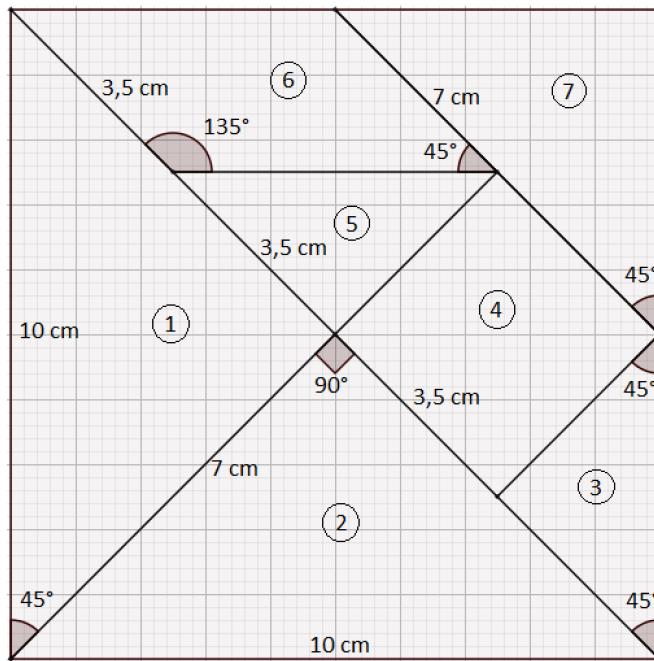


Figura. Tangram

Calcula y señala la medida de los lados y de los ángulos que faltan.

Identifica las piezas que tienen la misma medida en sus lados. ¿Qué puedes concluir de estas piezas? _____

Identifica las piezas que tienen la misma medida en sus ángulos. ¿Qué puedes concluir de estas piezas?

Las figuras que tiene la misma forma y el mismo tamaño como las piezas _____ son figuras congruentes.

Si observas la posición de las piezas 3 y 5 puedes identificar que los vértices van en la misma dirección, pero en sentidos _____ por lo tanto las figuras están invertidas.

Tercera actividad

A partir del punto A realiza los siguientes procedimientos:

A

Ubica la punta de acero del compás en el punto A y traza una circunferencia del tamaño que quieras.

Ubica un punto B en el borde de la circunferencia.

Con la regla traza un segmento que une A y B.

Ubica el cero de la regla en el punto A y cuenta los centímetros hasta B, ¿qué medida obtuviste? _____ cm.

Recuerda:

El segmento AB representa el radio de la circunferencia. Entonces la circunferencia que trazaste tiene un radio de: _____ cm.

Cuarta actividad

Para esta actividad necesitaras palillos de madera, una de ellos de tamaño y color diferente.

Ayuda al granjero (observa la figura) a encerrar los pollitos de tal manera que no se puedan escapar haciendo uso de palillos, para ello:

Mide cada palillo y haz una marca en la mitad de cada uno.

Usa estos palillos para construirles un corral a los pollitos.

Con plastilina une los extremos de los palillos que forman el corral.

Utiliza el palillo de color diferente para unir dos extremos del corral que no estén seguidos de forma que los pollitos queden repartidos en dos grupos con igual cantidad. Ten cuidado de lastimar a los pollitos.

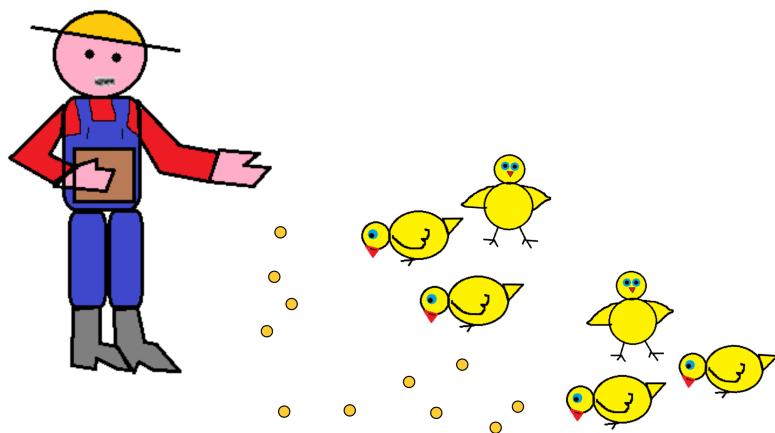


Figura. La granja

El corral que construiste es una figura llamada polígono, completa los espacios con las cantidades que faltan y recordarás algunos conceptos sobre sus elementos.

- a. Los _____ palillos que utilizaste representan los lados del polígono.
- b. Las _____ uniones en plastilina representan los vértices del polígono.
- c. Uno de los palillos mide _____ cm, por lo tanto, medio palillo mide _____ cm.
- d. El palillo de color representa una diagonal del polígono porque une _____ vértices no consecutivos.

En la tabla 3 explicamos los modos y tiempos de la realimentación de la prueba diagnóstica primera parte.

Tabla 3

Tiempos y modos de la sesión 2– Realimentación primera parte

Modos	Tiempos
Entrega de los materiales	2 min
Solución en parejas de la realimentación para la pregunta 1 de la prueba diagnóstica	10 min
Solución de la realimentación para la pregunta 1	5 min
Corrección de la pregunta 1 de la prueba diagnóstica	5 min
Solución de preguntas, dudas e inquietudes	5 min
Entrega de materiales	3 min
Solución en parejas de la realimentación para la pregunta 3 de la prueba diagnóstica	10 min
Solución de la realimentación para la pregunta 3	5 min
Corrección de la pregunta 3 de la prueba diagnóstica	5 min
Solución de preguntas, dudas e inquietudes	5 min
Total	55 min

En la tabla 4 explicamos los modos y tiempos de la realimentación de la prueba diagnóstica segunda parte.

Tabla 4

Tiempos y modos de la sesión 3– Realimentación segunda parte

Modos	Tiempos
Entrega de materiales	2 min
Solución en parejas de la realimentación para la pregunta 2 de la prueba diagnóstica	15 min
Solución de la realimentación para la pregunta 2	5 min

Tabla 4
Tiempos y modos de la sesión 3– Realimentación segunda parte

Modos	Tiempos
Corrección de la pregunta 2 de la prueba diagnóstica	5 min
Solución de preguntas, dudas e inquietudes	5 min
Entrega de materiales	2 min
Solución en parejas de la realimentación para la pregunta 4 de la prueba diagnóstica	10 min
Solución de la realimentación para la pregunta 4	5 min
Corrección de la pregunta 4 de la prueba diagnóstica	3 min
Solución de preguntas, dudas e inquietudes	3 min
Total	55 min

3. TAREAS DE APRENDIZAJE PARA EL OBJETIVO 1

A continuación, describimos las fichas de las tareas de aprendizaje correspondientes al objetivo 1.

3.1. Tarea de aprendizaje Tarjeta navideña

Presentamos en detalle la tarea de aprendizaje Tarjeta navideña a partir de sus siete elementos.

Requisitos

Para abordar la tarea, el escolar debe tener la noción de lo que significa partes equivalentes, paralelismo y perpendicularidad. Además, el escolar debe tener destreza para determinar medidas con el uso del compás o la regla. Creemos que la tarea es viable para estudiantes de edades comprendidas entre 11 y 15 años y está diseñada para ser desarrollada con un material no translúcido especial para tarjetas (papel Kimberly), que permita resolver la tarea sin hacer coincidir dos caras del papel al doblarlo.

Metas

Con esta tarea, buscamos que los escolares construyan la parte que falta de una tarjeta, que asocien la noción de mitad y de división como proceso para obtener partes equivalentes de una figura, que verifiquen la propiedad de equidistancia entre los adornos de la figura en la tarjeta y el eje de simetría.

Formulación

Presentamos la formulación de la tarea en un contexto de elaboración de tarjetas navideñas, seguramente familiar para los estudiantes.

Una tipografía elabora tarjetas navideñas, pero durante la impresión de un modelo, el papel quedó doblado y el árbol salió incompleto como se muestra en la figura.

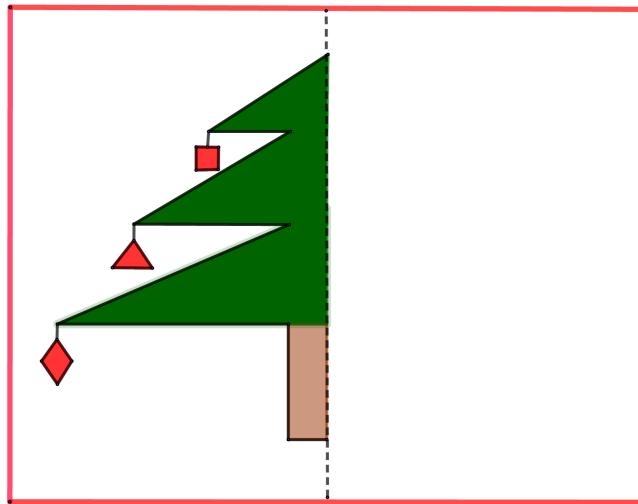


Figura. Tarjeta navideña¹

Con tu compañero, ayuda a la tipografía a completar el diseño de la tarjeta. Dibujen la mitad del árbol de navidad que falta, de tal manera que el diseño guarde las proporciones iniciales. Pueden hacer uso de la regla o del compás.

A medida que completen el diseño, enumeren y describan los procedimientos que usaron.

Contesten las siguientes preguntas, una vez terminen el diseño de la tarjeta.

1. Si comparan las distancias entre la línea que marca el doblez de la tarjeta, con los vértices del árbol en el que están los adornos, tanto de la parte impresa como la que construyeron. ¿Qué pueden concluir?
2. Al trazar rectas que unen los vértices de la parte impresa del árbol, con cada vértice de la parte que construyeron, ¿qué clase de rectas se forman entre ellos?
3. ¿Qué clase de rectas forman las rectas que se unieron con la línea punteada?
4. Describan entre el grupo el diseño de su tarjeta.

Materiales y recursos

La formulación de la tarea se entrega a cada grupo de forma impresa. El material en que se presenta la imagen de la tarjeta navideña debe ser no translúcido, para promover las mediciones en los escolares. Además, debe ser de textura lisa para facilitar el trazo de rectas. Sugerimos utilizar el papel Kimberly en la impresión de la imagen.

Los escolares puedan usar como recursos para solucionar la tarea la regla o el compás. El profesor puede utilizar el video beam u otro medio audiovisual para presentar la tarea.

¹ Imagen tomada y modificada de Narváez, O. 2016.

Agrupamiento

Sugerimos que el profesor organice a los escolares en parejas de acuerdo con sus habilidades y destrezas para el trazo de rectas y el uso del compás.

Interacción y comunicación en clase

La interacción entre escolares se realiza al inicio de la sesión para definir roles. Los escolares interactúan durante la solución de la tarea, lo que permite que un escolar ubique los puntos homólogos y el compañero verifique las propiedades. La interacción entre el escolar y el profesor facilita la aclaración de dudas. La pareja de escolares interactúa con el grupo de clase durante la exposición y socialización del diseño de las tarjetas navideñas.

Temporalidad

Presentamos las etapas del desarrollo de la tarea y los tiempos aproximados para cada una de ellas. La sesión se divide en: presentación del video Hm1.11 Simetría de la serie educativa horizonte matemático (10 minutos), socialización del objetivo 1 y metas de la tarea (10 minutos), organización del agrupamiento y solución de la tarea (55 minutos), exposición de los procedimientos utilizados para elaborar las tarjetas (20 minutos) y realización de la autoevaluación y la coevaluación (10 minutos).

En la tabla 5 se describen en detalle los tiempos y modos establecidos para dar inicio a la implementación de la unidad didáctica. Describimos en detalle los tiempos y modos establecidos para la tarea.

Tabla 5

Tiempos y modos de la sesión 5 – Tarea Tarjeta navideña

Modos	Tiempos
Video introductorio sobre simetría axial	10 min
Socialización de objetivo 1	5 min
Socialización de las metas de la tarea	5 min
Lectura dirigida de la tarea y explicación general	10 min
Distribución de materiales y recursos	5 min
Desarrollo de la tarea	45 min
Socialización y/o debate del resultado	15 min
Discusión sobre las dificultades	5 min
Autoevaluación y coevaluación	10 min
Total	110 min

Grafo de criterios de logro para la Tarea Tarjeta navideña

A continuación, exponemos en la figura 1 el grafo de criterios de logro para el objetivo 1. Resaltamos con recuadros los posibles procedimientos de solución que el escolar puede usar para resolver la tarea.

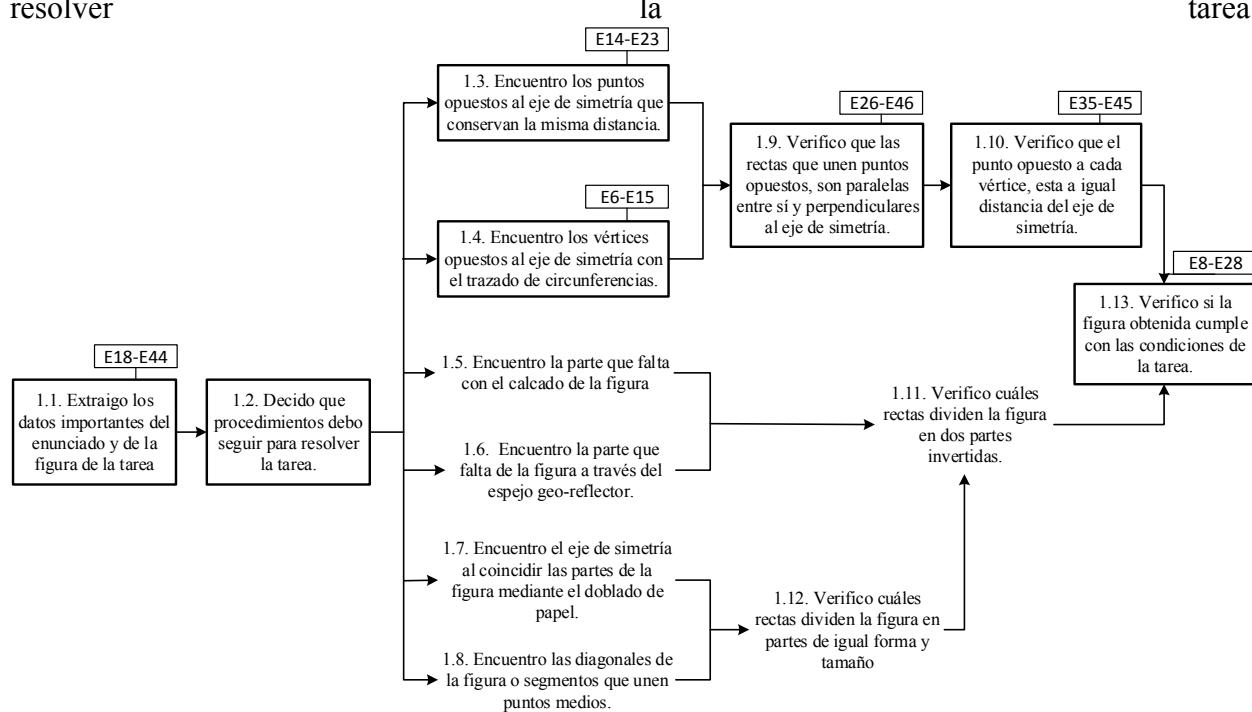


Figura 1. Grafo de criterios de logro para la tarea Tarjeta navideña

Tabla de ayudas para la tarea Tarjeta navideña

Las ayudas para la tarea incluyen algunas preguntas que le permitan al estudiante pensar si está realizando correctamente los procedimientos de hallar puntos homólogos con la regla o el compás. Buscamos con algunas indicaciones que el estudiante evidencie la equidistancia entre el eje de simetría y los puntos homólogos y el paralelismo entre los segmentos que unen estos puntos.

Tabla 6
Descripción de las ayudas para la tarea Tarjeta navideña

E	A	Descripción
18	9	¿Qué datos necesitas para solucionar el problema?
44	21	¿Qué datos de la figura te sirven para solucionar el problema?
23	13	¿Qué elementos de la imagen del árbol facilita dibujar la parte que falta?
14	7	Usa la regla y determina si la distancia de los vértices de la mitad del árbol de la tarjeta que salió impresa a la línea punteada, es igual a la distancia que hay entre esta línea y los nuevos vértices de la imagen que construiste.
6	2	Coloca la punta aguja de metal del compás sobre el eje de simetría. ¿Dónde debes ubicar la punta de trazar, de tal manera que sirva para hallar los puntos al otro lado del eje?
15	8	Recuerda que cuando unes los vértices del árbol que tienen igual forma, deben formar un ángulo recto (90°) con el eje de simetría.
26	16	¿Entre los segmentos que unen los adornos y la línea punteada se forman ángulos rectos?
46	23	¿Los segmentos que unen los adornos guardan la misma distancia?
35	19	¿Qué unidades de medida contiene la regla?
45	22	Usa la regla para verificar si los adornos de la mitad de la tarjeta que salió impresa y los nuevos que trazaste en la otra mitad están a igual distancia de la línea punteada.
8	3	En la mitad del árbol que obtuviste ¿tuviste en cuenta la posición de la línea punteada?
28	17	La imagen del árbol que obtuviste ¿tiene la misma forma y el mismo tamaño de la impresa?

Nota. E = error; A = ayuda.

3.2. Tarea de aprendizaje Diamante princesa

Presentamos la descripción de la tarea de aprendizaje Diamante princesa a partir de sus siete elementos.

Requisitos

Para solucionar la tarea, el escolar debe conocer las nociones de partes equivalentes e inversión, tener destreza para trazar rectas y ubicar puntos homólogos con el uso del papel calcante o el espejo geo-reflector (figura 2).

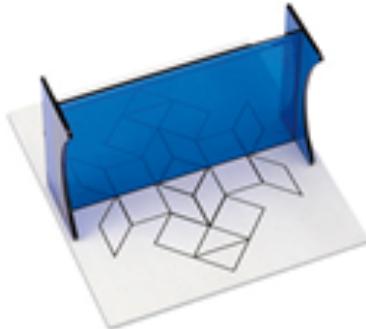


Figura 2. Espejo geo-reflector

Consideramos que la tarea es factible para estudiantes de grado séptimo y está presentada en un material rígido (cartón paja) que limita el doblado de papel.

Metas

Con el desarrollo de esta tarea, buscamos que los escolares identifiquen la inversión como propiedad de la simetría axial, a partir de un eje de simetría interno y oblicuo.

Formulación

La formulación de la tarea se encuentra en un contexto poco conocido para los escolares, de modo que incluimos un texto informativo al inicio.

Los diamantes son piedras preciosas. Es notable que estén compuestas del mismo material que el carbón. Un diamante recién extraído, no tiene el brillo característico que adquiere después de ser tallado. El tallador de diamantes emplea mucho las simetrías para que se vea hermosos². Hay algunos diseños clásicos como los diamantes de talla princesa que, gracias a sus cortes, maximizan su brillo.

Arnulfo, un joyero, debe elaborar un anillo de compromiso con un tallado princesa. Él cuenta con solo medio plano del tallado como se muestra en la figura.

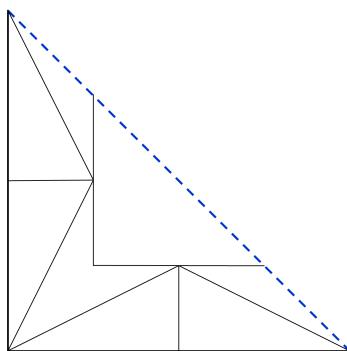


Figura. Diamante princesa

² Tarea modificada de “Cerdeira S., et al. 2007.

Con dos de tus compañeros, completen la mitad del diamante que debe tallar Arnulfo y dibujen la parte que falta (pueden usar papel de calcar o el espejo geo-reflector). Tengan en cuenta que la recta punteada divide el diamante en partes iguales.

1. Describan paso a paso lo que hicieron para ayudar a Arnulfo a completar la mitad que falta del diseño.
2. Ahora que tienen el diseño completo, ¿podrían dividirlo con otros ejes de simetría? Trácenlos en la imagen y justifiquen su respuesta.
3. Contrasten su trabajo con otro grupo de clase. ¿Qué semejanzas y diferencias encuentran?

Materiales y recursos

La formulación de esta tarea se entrega de forma impresa a cada grupo. La imagen del diamante princesa se imprime y se pega en cartón paja o cartulina. El escolar utiliza como recursos papel calcante, regla y lápiz. El profesor presenta la tarea por medio de diapositivas o cualquier otro medio audiovisual.

Agrupamiento

Para solucionar la tarea, sugerimos que el profesor organice los escolares en grupos de acuerdo con la cantidad de espejos geo-reflectores con que cuenta. Sugerimos agrupaciones de tres escolares. La actividad requiere del manejo del espejo geo-reflector por primera vez, lo que implica que los escolares deben practicar su manejo.

Interacción y comunicación en clase

La interacción entre los escolares inicia con la práctica del manejo del espejo geo-reflector, de tal manera que se identifiquen roles dentro del grupo para que un solo escolar maneje el espejo geo-reflector. También se da esta interacción durante el proceso de resolución de la tarea. La interacción escolar-profesor permite la aclaración de dudas y la instrucción sobre las reglas para el uso del espejo geo-reflector. La interacción entre grupos de escolares facilita la socialización y el con-traste de los resultados.

Temporalidad

Presentamos las etapas del desarrollo de la tarea y los tiempos aproximados para cada una de ellas. La sesión se divide en: realimentación de la sesión anterior (10 minutos), socialización de las metas de la tarea (5 minutos), lectura dirigida de la tarea y explicación general (5 minutos), distribución de materiales y recursos (5 minutos), desarrollo de la tarea (50 minutos), contraste de resultados con otro grupo de escolares (20 minutos) y la autoevaluación y la coevaluación (15 minutos).

En la tabla 7 se describen en detalle los tiempos y modos establecidos para la tarea.

Tabla 7

Tiempos y modos de la sesión 6 – Tarea Diamante princesa

Modos	Tiempos
-------	---------

Tabla 7
Tiempos y modos de la sesión 6 – Tarea Diamante princesa

Modos	Tiempos
Realimentación de la tarea anterior	10 min
Socialización de las metas de la tarea	5 min
Lectura dirigida de la tarea y explicación general	5 min
Distribución de materiales y recursos	5 min
Desarrollo de la tarea	50 min
Contraste del resultado con otro grupo de escolares	20 min
Diligenciamiento de la autoevaluación y coevaluación	15 min
Total	110 min

Grafo de criterios de logro para la tarea Diamante princesa

A continuación, Exponemos en la figura 3 el grafo de criterios de logro para el objetivo 1. Resaltamos con recuadros las posibles estrategias de solución que puede elegir el escolar para resolver la tarea

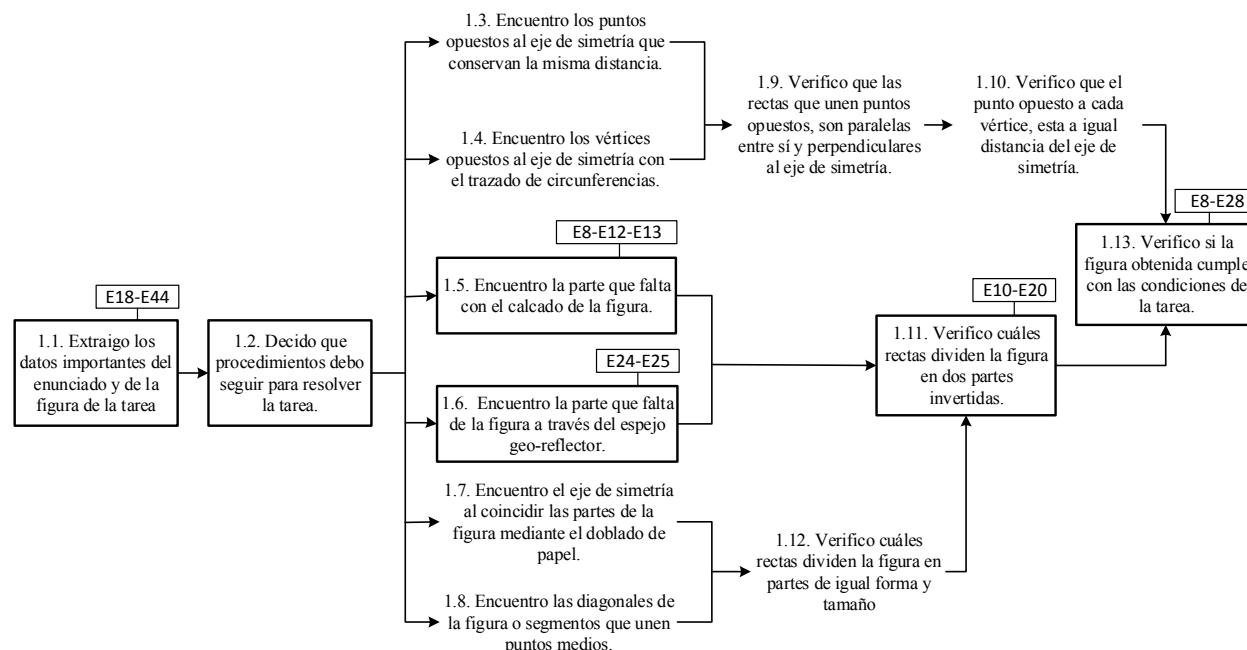


Figura 3. Grafo de criterios de logro de la tarea Diamante Princesa

Tabla de ayudas para la tarea Diamante princesa

Establecemos las ayudas que le permitirán al estudiante analizar si está realizando correctamente los procedimientos de calcar o reflejar una imagen en el espejo. Con algunas indicaciones o ejemplos pretendemos que el estudiante identifique la posición del eje de simetría y la inversión de la imagen en el espejo geo-reflector.

Tabla 8

Descripción de las ayudas para la tarea Diamante princesa

E	A	Descripción
18	9	¿Qué datos necesitas para solucionar el problema?
44	21	¿Qué datos de la figura te sirven para solucionar el problema?
12	5	Podrías comparar los tamaños de la parte que tienes del diseño con la que construiste, utilizando un patrón de medida.
13	6	Si calcas la parte que tienes del diseño y la haces coincidir con la que construiste ¿tienen la misma forma?
24	14	Observa el diseño del tallado del diamante ¿puedes ver si tiene formas internas?
25	15	Para poder utilizar el espejo geo-reflector ¿en qué segmento de la imagen del tallado se debe colocar?
10	4	¿Cómo es la imagen que ves a través del espejo geo-reflector?
20	11	¿La imagen que construiste tiene los mismos cortes que la parte dada del diamante princesa?
8	3	En la mitad del diamante princesa que obtuviste ¿tuviste en cuenta la posición de la línea punteada?
28	17	La imagen del plano del tallado que obtuviste ¿tiene la misma forma y el mismo tamaño de la imagen original?

Nota. E = error; A = ayuda.

3.3. Tarea de aprendizaje Señal de tránsito

Presentamos la descripción de la tarea de aprendizaje Señal de tránsito a partir de sus siete elementos.

Requisitos

En relación con los requisitos de la tarea, el escolar debe tener la noción de mitad y de división como proceso para obtener partes iguales con ejes en diferentes posiciones; debe conocer las propiedades de equidistancia, paralelismo, perpendicularidad e inversión y tener destreza para doblar el papel, usar la regla para medir distancias y trazar rectas.

Creemos que la tarea es realizable por escolares de grado séptimo y está diseñada para ser desarrollada con un material translucido conocido por ellos (papel pergamino por ejemplo), que le permita observar la coincidencia entre partes al doblar el papel.

Metas

Con la tarea, buscamos que los escolares encuentren las rectas que son ejes de simetría y que permiten determinar la inversión, forma y tamaño de una figura, como propiedades de la simetría axial. Pretendemos que los escolares cuando encuentren las rectas que dividen el cuadrado en dos partes iguales, superen el error de pasar por alto la imagen interna que le permite ver la inversión e identificar el eje de simetría.

Formulación

Planteamos la formulación con imágenes conocidas por los estudiantes o por lo menos en un contexto cercano a ellos.

La siguiente imagen corresponde a una señal de tránsito preventiva.



Figura. Señal de tránsito

Con tu pareja, tracen por lo menos dos rectas en la señal de tránsito, de tal manera que las dos partes separadas por cada recta queden simétricas (enumeren las rectas trazadas).

Describan los pasos que utilizaron para dividir la señal de tránsito.

Respondan las siguientes preguntas.

1. Al dividir la imagen de la señal de tránsito con cada recta ¿las partes obtenidas tienen la misma forma? ¿Por qué?
2. Al dividir la imagen de la señal de tránsito con cada recta ¿las partes obtenidas tienen el mismo tamaño? ¿Por qué?
3. Observen las partes que obtuvieron al dividir la señal de tránsito. Identifiquen la recta que permite que las partes queden invertidas. Justifiquen su respuesta.
4. A partir de la forma, el tamaño y la posición de las dos partes en que quedó dividida la imagen, ¿cuál recta permite que estas partes queden simétricas?
5. Comparen con otra pareja sus resultados.

Materiales y recursos

Entregamos a cada grupo la formulación de la tarea de manera impresa. El material en que se presenta la imagen de la señal de tránsito debe ser traslúcido para inducir al escolar en el doblado de papel. Sugerimos imprimir la imagen en papel pergamino.

Los escolares puedan usar la regla y el transportador como recursos para solucionar la tarea. Sugerimos que el profesor utilice el video beam o cualquier otro medio audiovisual para presentar la tarea.

Agrupamiento

Para solucionar la tarea los escolares se agrupan por parejas y una vez finalicen se reúnen con otra pareja para que comparan sus resultados.

Interacción y comunicación en clase

La interacción para el abordaje y solución de la tarea se dará de las tres formas siguientes: la interacción entre los escolares para definir los roles, lo que permite que un escolar trace las rectas que dividen la señal de tránsito y el otro compañero verifique que cumplen las propiedades de inversión, forma y tamaño. La interacción escolar-profesor para facilitar la aclaración de dudas. La interacción entre grupos de escolares para contrastar resultados.

Temporalidad

Presentamos las etapas del desarrollo de la tarea y los tiempos aproximados para cada una de ellas. La sesión se divide en: realimentación la tarea anterior (10 minutos), socialización de las metas de la tarea (5 minutos), lectura dirigida de la tarea y explicación de forma general (5 minutos), distribución de los materiales y recursos (5 minutos), desarrollo de la tarea (50 minutos), contraste de los resultados entre grupos de escolares (20 minutos) y la autoevaluación y la coevaluación (15 minutos).

En la tabla 9 se describen en detalle los tiempos y modos establecidos para la tarea.

Tabla 9

Tiempos y modos de la sesión 7 – Tarea Señal de tránsito

Modos	Tiempos
Realimentación de la tarea anterior	10 min
Socialización de las metas de la tarea	5 min
Lectura dirigida de la tarea y explicación general	5 min
Distribución de materiales y recursos	5 min
Desarrollo de la tarea	50 min
Contraste del resultado con otro grupo de escolares	20 min
Diligenciamiento de la autoevaluación y coevaluación	15 min
Total	110 min

Grafo de criterios de logro para la Tarea Señal de tránsito

A continuación, exponemos en la figura 4 el grafo de criterios de logro del objetivo 1, resaltamos con recuadros los procedimientos que puede utilizar un escolar como estrategias para resolver la tarea

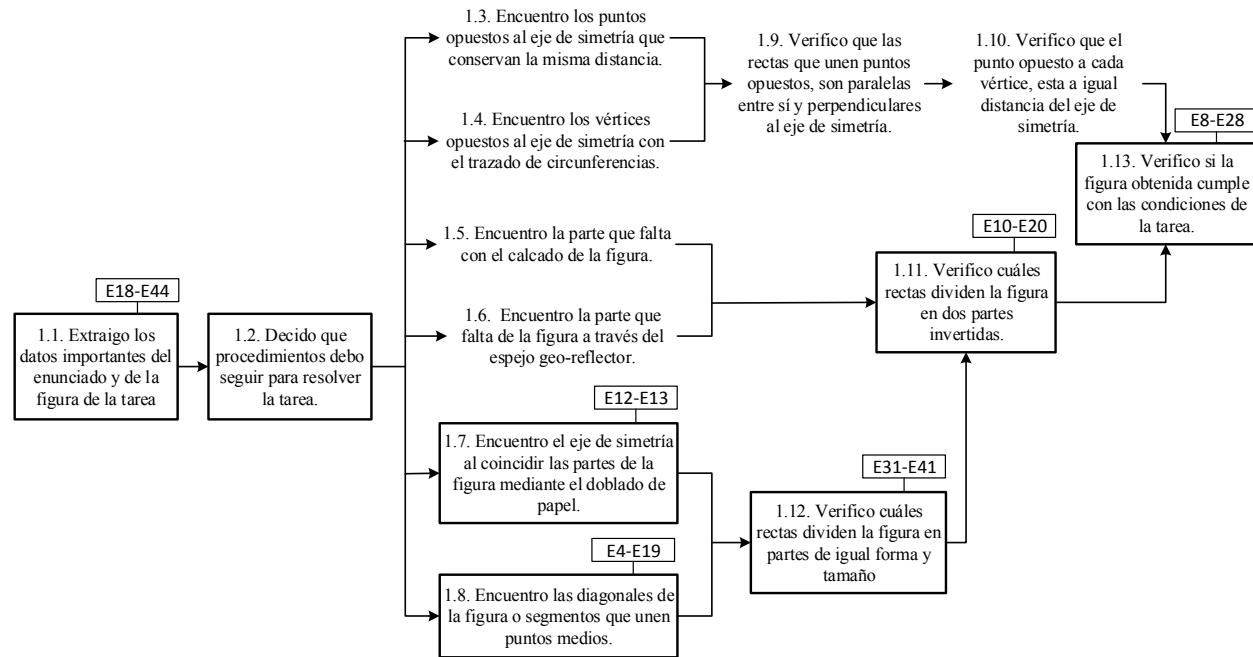


Figura 4. Grafo de criterios de logro de la tarea Señal de tránsito

Tabla de ayudas para la tarea Señales de transito

Proponemos las ayudas que incluyen algunas preguntas que le permitan al estudiante pensar si están haciendo adecuadamente los procedimientos de unir vértices y puntos medios, doblar el papel, calcar para determinar la equidistancia y reflejar en el espejo para comprobar la inversión.

Tabla 10

Descripción de las ayudas para la tarea Señal de tránsito

E	A	Descripción
18	9	¿Qué datos necesitas para solucionar el problema?
44	21	¿Qué datos de la figura te sirven para solucionar el problema?
12	5	Las partes que quedan al lado de cada recta ¿tienen el mismo tamaño?
13	6	Las partes que quedan al lado de cada recta ¿tienen la misma forma?
4	1	Encuentra los vértices de la figura ¿cuáles vértices sirven para trazar diagonales?
19	10	Verifica si la medida a cada lado del punto que se encuentra en la mitad de cada segmento es la misma.
10	4	Ubica el espejo geo-reflector sobre una de las rectas que trazaste ¿cómo se ve la imagen?
20	12	Verifica que las imágenes que quedan a cada lado de la recta que tienen el mismo diseño
31	18	Superpone cada señal y verifica que las partes en las que dividiste cada una tienen el mismo tamaño.
41	20	Superpone cada señal y verifica que las partes en las que dividiste cada una tienen la misma forma.
8	3	¿Todas las posiciones de las rectas permiten dividir las señales de tránsito en partes equivalentes?
28	17	La imagen de la señal de tránsito que queda a cada lado de la recta ¿tiene la misma forma y tamaño?

Nota. E = error; A = ayuda.

4. TAREAS DE APRENDIZAJE PARA EL OBJETIVO 2

A continuación, describimos las fichas de las tareas de aprendizaje correspondientes al objetivo 2.

En la tabla 11 se describen en detalle los tiempos y modos establecidos para dar inicio a las tareas de aprendizaje propuestas para el objetivo 2.

Tabla 11

Tiempos y modos de la sesión 8 – Introducción

Modos	Tiempos
Realimentación del objetivo 1	35 min
Socialización de objetivo 2	20 min
Total	55 Min

4.1. Tarea de aprendizaje La siembra

Presentamos en detalle la tarea de aprendizaje La siembra a partir de sus siete elementos.

Requisitos

Para abordar la tarea, el escolar debe conocer la noción de plano cartesiano, objeto reflejado, equidistancia, eje de simetría e inversión. El escolar debe tener destreza para hallar los puntos homólogos al doblar el papel o al medir con regla.

Metas

Con esta tarea, buscamos que los escolares construyan figuras reflejadas a partir de un eje de simetría externo; reflejen figuras que conserven la forma y el tamaño, aunque estén invertidas y ubiquen puntos homólogos que conserven equidistancia. Esperamos que los escolares superen el error de construir imágenes que no conserven la forma y el tamaño de la pre-imagen cuando ubican puntos homólogos sin tener en cuenta la equidistancia.

Formulación

La formulación de la tarea se hace en un contexto poco conocido para el escolar, por eso incluye un texto de información.

El marqueo de plantación al tresbolillo es una técnica utilizada para sembrar. Con esta técnica, las plantas ocupan en el terreno los vértices de triángulos equiláteros. El dueño de una finca ha aplicado la técnica del tresbolillo, para sembrar plantas a un lado del canal de riego representado sobre el eje x del plano cartesiano de la figura. El dueño desea saber si es posible distribuir la siembra de forma que se refleje al otro lado del canal de riego de tal modo, que no necesite repetir la técnica de plantación y que el resultado sea el mismo para tener un máximo aprovechamiento de los recursos.

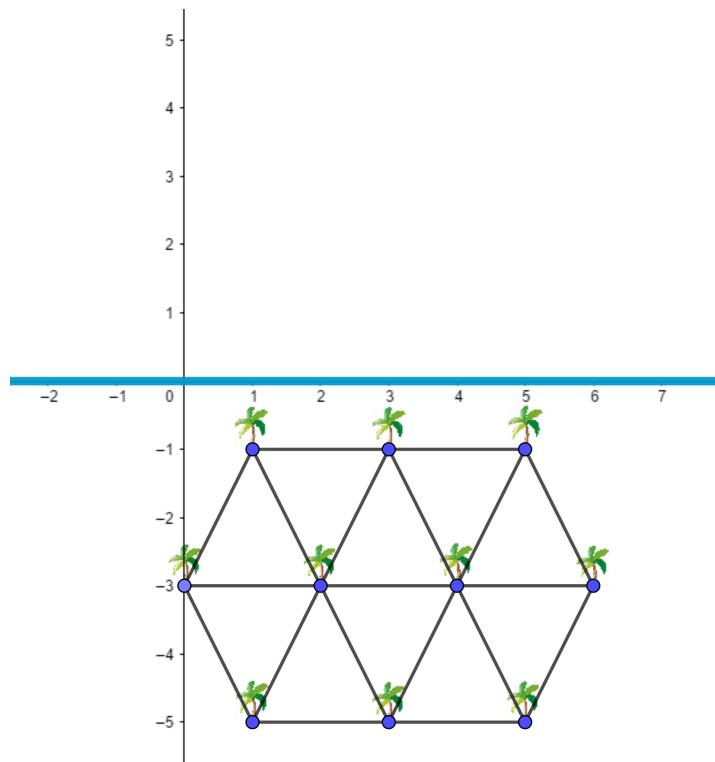


Figura. La siembra

Junto con uno de tus compañeros, elaboren un diseño de la forma como quedaría la siembra en la finca. Tengan en cuenta que deben ubicar solo los puntos donde sembrarían cada planta. Describan los pasos que siguieron.

A partir de su diseño, respondan las siguientes cuestiones.

1. Encuentren las coordenadas de cada plantación en la nueva siembra de la finca.
2. Describan cómo es la posición de las plantas del nuevo sembrado con respecto a las plantas de la siembra original.
3. ¿Qué pueden concluir al comparar las coordenadas de la siembra original con las coordenadas de la siembra reflejada?
4. Si colorean las plantas que se encuentran en las coordenadas $(3, -1)$, $(5, -1)$, $(4, -3)$ y las plantas que son reflejo de estas, ¿qué pueden concluir de las distancias de cada planta y su reflejo al canal de riego?
5. Comparen con otra pareja sus resultados. ¿Qué diferencias y semejanzas encuentran en sus procedimientos?

Materiales y recursos

Entregamos a cada grupo la formulación de la tarea de forma impresa. El material en que se presenta la imagen de la siembra debe ser translúcido (por ejemplo, el papel pergamino), para

promover en el escolar una forma de hallar los puntos homólogos por medio del doblado de papel. La imagen debe ser lo suficientemente legible para facilitar el trazo de rectas.

Los escolares puedan usar la regla como recurso para verificar equidistancia de puntos y del compás para marcar los puntos una vez se doble el papel. El profesor puede utilizar el video beam u otro medio audiovisual para presentar la tarea.

Agrupamiento

Sugerimos que el profesor organice a los escolares en parejas para realizar un trabajo colaborativo. Al finalizar la tarea, el profesor puede agrupar las parejas que hayan hecho la siembra con una estrategia diferente para comparar los resultados finales.

Interacción y comunicación en la clase

La interacción será profesor-escolar para presentar la tarea y resolver las dudas que se presenten. La interacción entre escolares inicia con la exploración de los materiales y la selección de roles para solucionar la tarea. La interacción entre grupos de escolares permite la socialización de las diferencias y semejanzas de los procedimientos usados para realizar la nueva siembra.

Temporalidad

Presentamos las etapas del desarrollo de la tarea y los tiempos aproximados para cada uno de ellas. La sesión se divide en: realimentación de la tarea anterior (10 minutos), socialización de las metas de la tarea (5 minutos), lectura dirigida y explicación general del contexto (5 minutos), distribución de materiales y recursos (5 minutos), desarrollo de la tarea (50 minutos), contraste de resultados con otra pareja de escolares (20 minutos) y la autoevaluación y la coevaluación (15 minutos).

En la tabla 12 se describen en detalle los tiempos y modos establecidos para la tarea

Tabla 12
Tiempos y modos de la sesión 9– Tarea La siembra

Modos	Tiempos
Socialización de las metas de la tarea	5 min
Lectura dirigida de la tarea y explicación general	5 min
Distribución de materiales y recursos	5 min
Desarrollo de la tarea	60 min
Contraste del resultado con otro grupo de escolares	20 min
Diligenciamiento de la autoevaluación y coevaluación	15 min
Total	110 min

Grafo de criterios de logro para la tarea La siembra

A continuación, exponemos en la figura 5 el grafo de criterios de logro para el objetivo 2. Resaltamos con recuadros los posibles procedimientos de solución que el escolar puede usar para resolver la tarea.

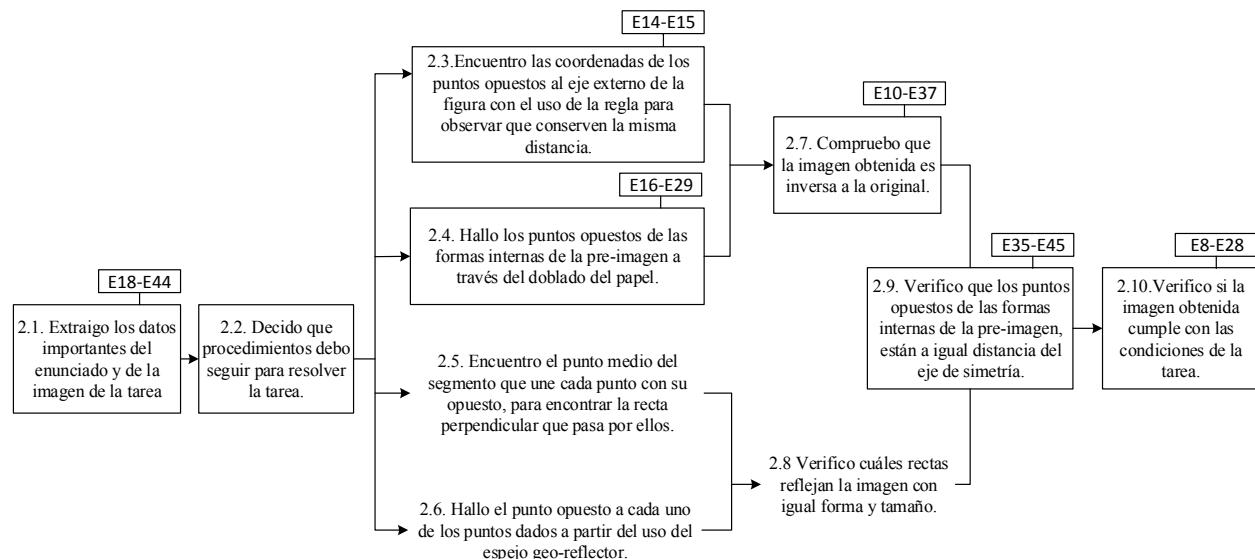


Figura 5. Grafo de criterios de logro de la tarea La siembra

Tabla de ayudas para la tarea La siembra

Proponemos las ayudas que incluyen algunas preguntas que le permitan al estudiante recapacitar si está realizando correctamente los procedimientos de ubicar puntos homólogos al medir con regla o doblar el papel.

Tabla 13

Descripción de las ayudas para la tarea La siembra

E	A	Descripción
18	11	¿Qué datos necesitas para solucionar el problema?
44	24	¿Qué datos de la figura te sirven para solucionar el problema?
14	8	Usa la regla y determina si la medida de cada planta de la nueva siembra al canal de riego es igual a la medida que tiene la siembra original
15	9	¿Qué ángulo se forma entre las figuras de la triangulación de la nueva siembra y el canal de riego?
16	10	Si unes cada planta del sembrado original con las que reflejó ¿qué tipo de rectas forman?
29	19	¿Puedes doblar el papel por cualquier parte?
10	5	Ubica el espejo geo-reflector sobre el canal de riego. ¿La imagen del reflejo está en la misma dirección de la imagen de la siembra original?
37	22	Recuerda que la primera cifra de la coordenada representa la ubicación en el eje x.
35	21	¿Qué unidades de medida contiene la regla?
45	25	Usa la regla para verificar si las plantas de la siembra original y las nuevas que sembraste están a igual distancia del canal de riego.
8	3	Al realizar el reflejo de la siembra ¿tuviste en cuenta la posición del canal de riego.
28	18	La nueva siembra ¿tiene la misma forma y tamaño a la siembra original?

Nota. E = error; A = ayuda.

4.2. Tarea de aprendizaje Canal de riego

Presentamos la descripción de la tarea de aprendizaje Canal de riego a partir de sus siete elementos.

Requisitos

Para solucionar la tarea, el escolar debe conocer la noción de objeto reflejado, eje de simetría externo, paralelismo, perpendicularidad, equidistancia e inversión. El escolar debe tener destreza para verificar las propiedades de la simetría axial al utilizar el espejo geo-reflector y medir con regla.

Metas

Con el desarrollo de esta tarea, buscamos que los escolares tracen rectas como ejes de simetría y así garantizar las propiedades de paralelismo, perpendicularidad, tamaño y forma. Esperamos que los escolares superen los errores de trazar rectas como ejes de simetría, pensando que la imagen conserva el tamaño y la forma de la pre-imagen, además de realizar la simetría sin tener en cuenta el paralelismo y la perpendicularidad.

Formulación

Planteamos la formulación de la tarea dentro de un contexto que fue conocido por el estudiante en la tarea La siembra.

El marqueo de plantación al tresbolillo es una técnica utilizada para sembrar. Con esta técnica, las plantas ocupan en el terreno los vértices de triángulos equiláteros. Se guarda siempre la misma distancia entre plantas que entre las filas.

Para sembrar flores en el jardín de su casa, doña Lola ha aplicado la técnica del tresbolillo, como se muestra en la figura, pero aún no ha ubicado el canal de riego. Para garantizar que el suministro de agua sea suficiente para todo el sembrado, las flores deben quedar distribuidas simétricamente a cada lado del canal.

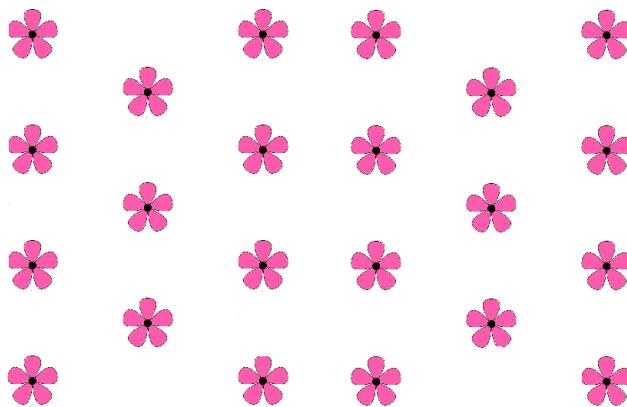


Figura. Canal de riego³

Encuentra con otro compañero la forma de ubicar un canal de riego, sin doblar el papel y sin dañar las flores. Describan el paso a paso del procedimiento que usaron para ubicar el canal de riego.

1. Comparen la cantidad de flores que quedaron a cada lado del canal de riego. ¿Son cantidades iguales o diferentes? Justifiquen su respuesta.
2. Para que el agua pueda distribuirse para todo el jardín, ¿están todas las flores opuestas al canal de riego a la misma distancia de él? Justifiquen su respuesta
3. ¿Es posible ubicar otro canal de riego que permita que la distribución de las flores quede simétrica? Si es posible ubíquenlo con otro color.

³ Imagen tomada y modificada de Hernández, F. 2017.

4. Muestren al grupo de compañeros de clase las opciones de ubicación del canal de riego.

Materiales y recursos

La formulación de esta tarea se entrega de forma impresa a cada grupo. La imagen de la siembra de flores se imprime y se pega en cartón paja o cartulina. Los escolares pueden utilizar la regla para encontrar la mediatrix o el espejo geo-reflector para buscar la ubicación del canal de riego. El profesor puede presentar la tarea a través de diapositivas o con cualquier otro medio audiovisual.

Agrupamiento

Para solucionar la tarea, sugerimos que el profesor organice a los escolares de acuerdo con la cantidad de espejos geo-reflectores. Sugerimos organizar los escolares en parejas conformada por un escolar con desempeño alto con uno de desempeño bajo. La actividad requiere del manejo del espejo geo-reflector, por tanto, el profesor debe estar atento a que los escolares cumplan las reglas de su uso. Los grupos de escolares se organizan de forma aleatoria para socializar y contrastar los resultados del trazo de sus canales de riego.

Interacción y comunicación en la clase

La interacción entre escolares se da para asignar la función que debe cumplir cada uno. Un escolar puede trazar los canales de riego y el otro verificar que ese canal cumple con las propiedades de equidistancia, forma y tamaño. La interacción escolar-profesor permite la aclaración de dudas y recordar la instrucción sobre las reglas para el uso del espejo geo-reflector. La interacción entre grupos de escolares facilita el contraste de los resultados y validación de propiedades para garantizar que el canal de riego ubicado sea un eje de simetría.

Temporalidad

Presentamos las etapas del desarrollo de la tarea y los tiempos aproximados para cada una de ellas. La sesión se divide en: realimentación de la tarea anterior (10 minutos), socialización de las metas de la tarea (5 minutos), lectura dirigida y explicación general del contexto (5 minutos), distribución de materiales y recursos (5 minutos), desarrollo de la tarea (50 minutos), contraste y sustentación de los resultados ante el grupo (20 minutos), la autoevaluación y la coevaluación (15 minutos).

En la tabla 14 se describen en detalle los tiempos y modos establecidos para la tarea.

Tabla 14

Tiempos y modos de la sesión 10 – Tarea Canal de riego

Modos	Tiempos
Realimentación de la tarea anterior	10 min
Socialización de las metas de la tarea	5 min
Lectura dirigida de la tarea y explicación general	5 min
Distribución de materiales y recursos	5 min

Desarrollo de la tarea	50 min
Socialización y/o debate del resultado	20 min
Diligenciamiento de la autoevaluación y coevaluación	15 min
Total	110 min

En una sesión posterior el profesor hará la realimentación del objetivo 2 a través de la socialización de algunos diarios del estudiante y con la participación de los escolares. Además, el profesor hará una socialización de los aspectos cognitivos y afectivos registrados en la evaluación y la coevaluación. En la tabla 15 se describen en detalle los tiempos y modos establecidos para hacer el cierre de las tareas de aprendizaje propuestas para los dos objetivos de la unidad didáctica.

Tabla 15

Tiempos y modos de la sesión 11 – Cierre de las tareas de aprendizaje

Modos	Tiempos
Realimentación del objetivo 2	20 min
Socialización general de los aspectos cognitivos	20 min
Socialización general de los aspectos afectivos	15 min
Total	55 Min

Grafo de criterios de logro para la tarea Canal de riego

A continuación, exponemos en la figura 6 el grafo de criterios de logro del objetivo 2. Resaltamos con recuadros las posibles estrategias de solución que puede elegir el escolar para resolver la tarea

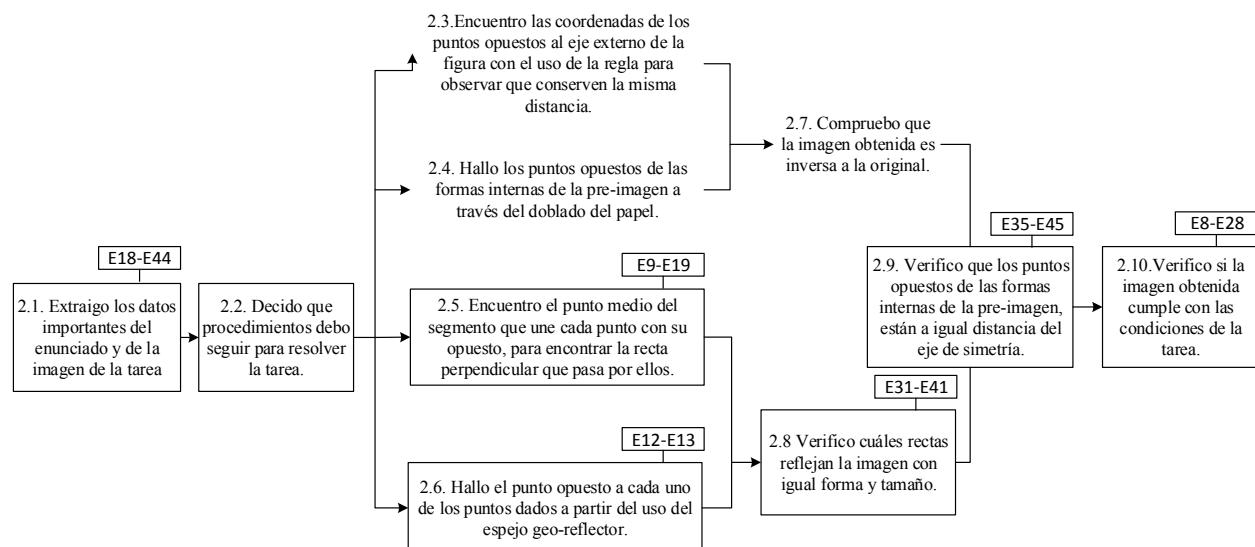


Figura 6. Grafo de criterios de logro de la tarea Canal de riego

Tabla de ayudas para la tarea Canal de riego

Proponemos las ayudas a partir de algunas preguntas e instrucciones que le permitan al estudiante analizar, si realiza en forma correcta los procedimientos de trazar perpendiculares que pasen por los puntos medios de los segmentos que unen puntos homólogos y verifica a través del espejo geo-reflector la propiedad de inversión.

Tabla 16

Descripción de las ayudas para la tarea Canal de riego

E	A	Descripción
18	11	¿Qué datos necesitas para solucionar el problema?
44	24	¿Qué datos de la figura te sirven para solucionar el problema?
9	4	Une dos flores que estén a la misma distancia del canal de riego ¿qué clase de ángulo se forma entre el segmento que une las flores y el canal?
19	12	Verifica si la medida a cada lado del punto que se encuentra en la mitad de cada segmento es la misma.
12	6	Aplicando la técnica del tresbolillo, une las flores que quedaron ubicadas a cada lado del canal de riego. ¿la cantidad de triángulos que se forman a cada lado es igual?
13	7	Dobla el papel por el canal de riego que ubicaste y comprueba que cada parte del jardín tiene la misma forma.
31	20	Compara la cantidad de flores que hay a cada lado del canal de riego ¿tienen la misma cantidad?
41	23	¿El sembrado a cada lado del canal tiene la misma forma?
35	21	¿Qué unidades de medida contiene la regla?
45	25	Usa la regla para verificar si las flores a ambos lados del canal de riego que trazaste están a igual distancia.
8	3	¿Todas las posiciones de las rectas permiten dividir la siembra en partes equivalentes?
28	18	La imagen de la siembra que queda a cada lado de la recta ¿tiene la misma forma y tamaño?

Nota. E = error; A = ayuda.

4.3. Examen final

A continuación, presentamos el diseño del examen final para la unidad didáctica.

Actividad 1

Construye la parte que falta del siguiente plano de una cancha de fútbol.

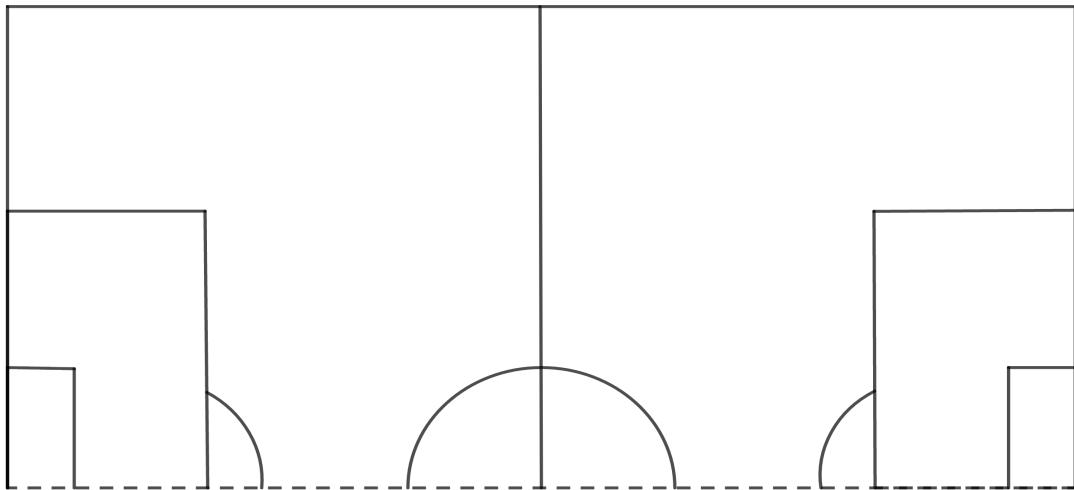


Figura. Cancha de fútbol

Después de construida la parte que falta, contesta cada pregunta.

1. ¿Las dos partes de la cancha tienen la misma forma? ¿Por qué?

2. ¿Las dos partes de la cancha tienen el mismo tamaño? ¿Por qué?

Actividad 2

A un arquitecto se le asigna el terreno como el que se muestra en la figura.

Ayúdale a trazar todos los ejes que le permiten dividir el terreno para dos apartamentos. Ten en cuenta que los apartamentos deben tener igual forma y tamaño. Enumera cada eje.

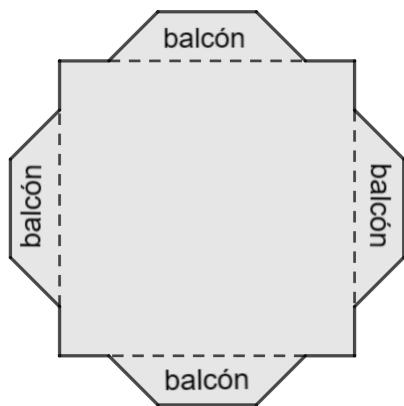


Figura. Terreno

¿Los ejes que trazaste permiten que los balcones de los apartamentos queden en direcciones opuestas? ¿Por qué?

Colorea del mismo color un par de balcones que estén a la misma distancia de uno de los ejes que trazaste.

Actividad 3

La mitad de una baldosa cuadrada está diseñada sobre el plano cartesiano de la figura.

Completa el diseño de la baldosa. Ten en cuenta que existe un eje de simetría que es el segmento que une los puntos A y C.

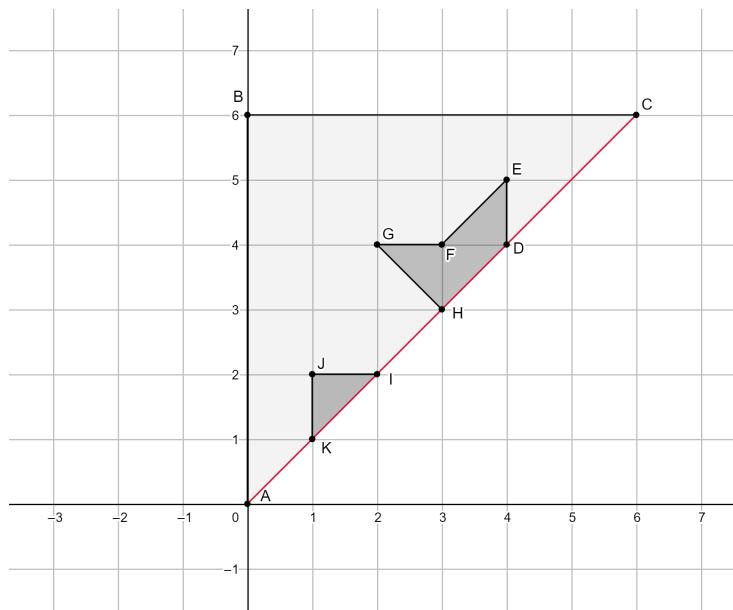


Figura. Baldosa

Traza las rectas que unan los vértices de las figuras que tiene la parte de la baldosa dada con las de la parte que construiste:

¿Qué clase de rectas se formaron al unir los vértices?

¿Qué clase de rectas se forman entre las rectas que trazaste y el eje de simetría?

Actividad 4

Traza el eje de simetría para la siguiente figura que representa un árbitro y su imagen. Responde cada pregunta

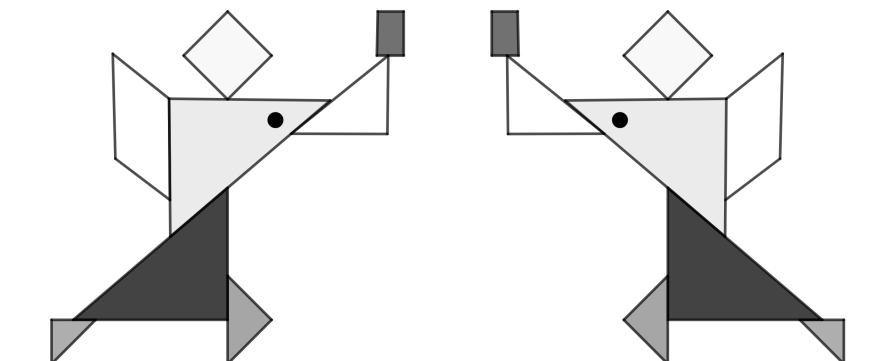


Figura. Árbitro

¿La recta que trazaste es perpendicular al piso? ¿Por qué? _____

Si se unen con una recta los puntos que tienen los árbitros en su camisa, ¿qué clase de recta se forma con respecto al piso?

Observa la siguiente imagen



Figura. Palabra

Traza una recta que permita ver la propiedad de inversión. ¿Qué condiciones cumple la recta que trazaste?

Traza el eje de simetría para la siguiente imagen y responde la pregunta.

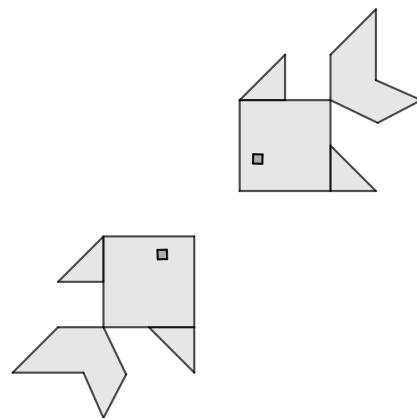


Figura. Peces

¿Los peces quedan a igual distancia si trazas un eje de simetría? ¿Por qué?

Actividad 5

Construye y enumera el reflejo de la figura en cada cuadrante del plano cartesiano. Ten en cuenta que los ejes del plano son los ejes de simetría. Inicia por segundo cuadrante y termina en el cuarto.

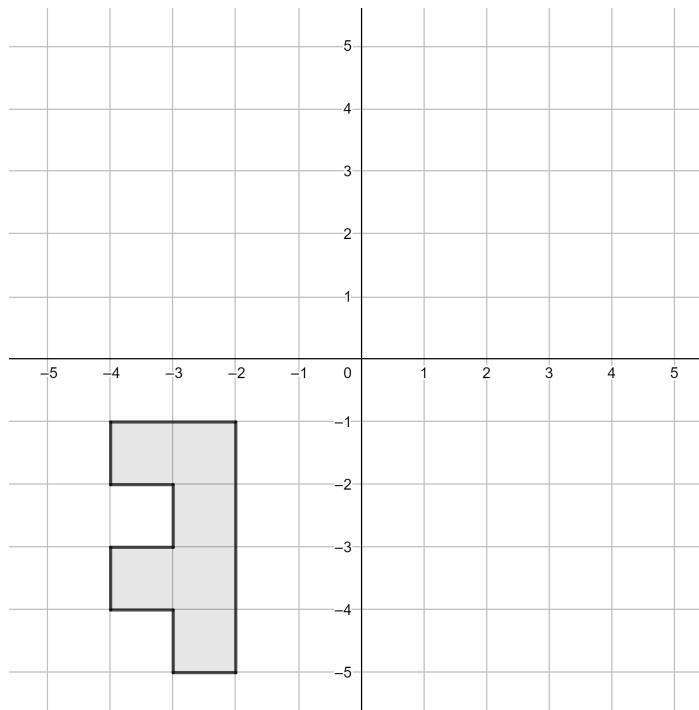


Figura. La F

¿Cuál de las tres figuras obtenidas no corresponde al reflejo de la figura inicial? _____

Justifica tu respuesta. _____

En la tabla 17 se describen en detalle los tiempos y modos establecidos para el examen final

Tabla 17

Tiempos y modos de la sesión 12– Examen final

Modos	Tiempos
Entrega de materiales	5 min
Solución individual del examen final	45 min
Recolección del examen final	5 min
Total	55 min

En la tabla 18 se describe en detalle los modos y tiempos para la sesión de cierre de la unidad didáctica.

Tabla 18
Tiempos y modos de la sesión 13–Cierre unidad didáctica

Modos	Tiempos
Entrega y socialización de los resultados del examen final	15 min
Realimentación del examen final	40 min
Exposición del proceso llevado en la unidad didáctica	15 min
Debate sobre el diseño, implementación y evaluación de la unidad didáctica	20 min
Socialización a los estudiantes de los resultados de la unidad didáctica	20 min
Total	110 min

5. REFERENCIAS

- Cerdeira S., et al. *Movimientos en el plano*. Simetría en figuras, (2007). Educ.ar. disponible en <https://www.educ.ar/recursos/91004/la-simetria-entre-los-diamantes>.
- Hernández, F. *La Densidad de Siembra de los Cultivos*. Asistencia técnica agrícola. Disponible en http://www.agro-tecnologia-tropical.com/densidad_de_siembra.html.
- Hernández, N., Meneses N., Montealegre G., Sánchez Y. (2017) *Listado de análisis cognitivo*. Módulo III de MAD 5. Documento no publicado (Documentación). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Narvaez, O., *Simetría con Geometría dinámica*. (2016). Disponible en: <http://matetics-unknown.blogspot.com.co/2016/01/navidad-y-simetria.html>.
- Santoni, R. *Seminario sobre los dispositivos de control de tránsito*. (2011). Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos83/seminario-dispositivos-control-del-transito/seminario-dispositivos-control-del-transito.shtml>.